



INSTITUTO POLITÉCNICO  
DE VIANA DO CASTELO

Catarina Calheiros Afonso

**RELATÓRIO FINAL DE PRÁTICA  
DE ENSINO SUPERVISIONADA**  
Mestrado em Ensino do 1º e 2º Ciclos  
do Ensino Básico

Os materiais manipuláveis na resolução de tarefas  
envolvendo os conceitos de área e perímetro: um  
estudo no 5º ano de escolaridade

Trabalho efetuado sob a orientação do(a)  
Professora Doutora Maria Isabel Piteira do Vale

novembro de 2015



## **Agradecimentos**

Ao longo da realização deste trabalho várias foram as pessoas que contribuíram de forma significativa para a sua concretização. Nesse sentido devo a cada uma delas a minha imensa gratidão.

Agradeço profundamente à minha orientadora, Professora Doutora Isabel Vale, por todos os conselhos, críticas e orientações. Pela sua prontidão, disponibilidade, compreensão e amizade. Pelos imensos conhecimentos que partilhou comigo, mostrando-me práticas para um melhor ensino.

Aos meus pais, Rafael e Susana, sem os quais esta experiência não teria sido possível. Agradeço o apoio prestado ao longo da vida, por sempre acreditarem em mim e por me tornarem na pessoa que sou hoje. Obrigada por me aconselharem a lutar pelo que sempre quis.

Ao Cristiano, agradeço todo o amor, dedicação, paciência, força e apoio incondicional demonstrados ao longo de todo o percurso.

À minha família pelas palavras de incentivo, apoio e encorajamento.

À Rute, minha companheira ao longo deste percurso, pelas palavras de apoio, pelos incentivos, pelos desvaneios e pelos momentos passados a trabalhar juntas em prole do sucesso.

Aos alunos e ao professor Jorge Guimarães que se envolveram e empenharam durante a intervenção didática.

A todos os professores e colegas que fizeram parte deste percurso, por toda a disposição, encorajamento e profissionalismo partilhado.



## RESUMO

O presente relatório enquadra-se no trabalho efetuado durante a Prática de Ensino Supervisionada II (PES), num contexto de uma turma do 5º ano de escolaridade, e encontra-se dividido em três partes. A primeira e terceira referem-se à PES, começando pelo contexto onde se realizou e a terminando com uma reflexão sobre a mesma.

A segunda descreve o estudo na área do ensino e aprendizagem da Matemática realizado durante a intervenção na PES. A investigação realizada pretendia caracterizar o desempenho dos alunos em tarefas que envolvem materiais manipuláveis, durante o ensino de área e perímetro. Para a sua concretização enunciaram-se três questões orientadoras: 1) Como se caracterizam as principais dificuldades manifestadas pelos alunos na resolução de tarefas, recorrendo a materiais manipuláveis, envolvendo o conceito de área e de perímetro? 2) Como se caracterizam as principais estratégias utilizadas pelos alunos na resolução de tarefas, recorrendo a materiais manipuláveis, envolvendo o conceito de área e de perímetro? 3) Como é que os alunos reagem perante um ensino exploratório, recorrendo a materiais manipuláveis, envolvendo os conceitos de área e de perímetro?

A metodologia adotada seguiu uma abordagem qualitativa, no *design* de estudo de caso de dois alunos. Para a recolha de dados privilegiaram-se os seguintes instrumentos: observações, entrevistas, dois questionários, gravações vídeo/áudio e documentos escritos. Após a análise dos dados verificou-se que os alunos em estudo utilizaram várias estratégias na resolução das tarefas propostas (e.g. contagem, tentativa e erro, fórmulas, decomposição e enquadramento de figuras). Apresentaram também dificuldades de interpretação, concetuais e argumentativas. Nas dificuldades de interpretação incluem-se as dificuldades de linguagem, tanto Matemática como corrente. Em relação às dificuldades concetuais, não se verificou a usual confusão entre as noções de perímetro e área, mas sim algumas dificuldades na identificação da unidade de comprimento e de área. Nas dificuldades de argumentação incluem-se as associadas à explicação e justificação de estratégias e procedimentos utilizados, oralmente e por escrito.

De modo geral, a reação e envolvimento dos alunos perante o ensino e aprendizagem de áreas e perímetros revelou-se positiva, podendo-se afirmar que os materiais manipuláveis facilitaram a distinção entre as duas noções, tornaram as aulas dinâmicas, o que incentivou os alunos para a aprendizagem da Matemática, contribuindo para o seu sucesso.

**Palavras-chave:** Áreas e perímetros; Materiais Manipuláveis; Dificuldades e estratégias dos alunos.

## ABSTRACT

This report is part of the work done during the Supervised Teaching Practice II (STP II) in the context of a class of 5th grade, and is divided into three parts. The first and third parts refer to the STP, starting with the context in which it held and ending with a reflection on it.

The second describes the study in education and learning of mathematics held during the intervention in STP. The research intended to characterize the performance of students in tasks that involve manipulatives during the teaching of area and perimeter. For their achievement enunciated are three guiding questions: 1) How to characterize the main difficulties experienced by students in solving tasks, using manipulatives, involving the concept of area and perimeter? 2) How to characterize the main strategies used by students in solving tasks, using manipulatives, involving the concept of area and perimeter? 3) How did the students react before an exploratory teaching, using manipulatives, involving the concepts of area and perimeter?

The methodology followed a qualitative approach in the case study design of two students. For data collection the following instruments are favored: observations, interviews, two questionnaires, video/audio recordings and written documents. After analysing the data, it was found that students in study used various strategies in the resolution of the proposed tasks (e.g. counting, trial and error, formulas, decomposition and framing pictures). Also presented difficulties of interpretation, conceptual and argumentative. The interpretation difficulties include the language difficulties, both mathematics and everyday language. Regarding conceptual difficulties, there hasn't been confusion between the usual notions and the perimeter area, but some difficulties in the identification of length and area unit. The argument difficulties include those associated with the explanation and justification of strategies and procedures used orally and in writing.

In general, the reaction and involvement of students to the teaching and learning of area and perimeter was positive, and we can say that the manipulatives facilitated the distinction between the two notions become dynamic classes, which encouraged students to learn mathematics, contributing to their success.

**Keywords:** Areas and perimeters; Manipulatives; Difficulties and strategies of students.





## Índice

|                                                                                 |     |
|---------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Agradecimentos .....                                                            | i   |
| RESUMO .....                                                                    | iii |
| ABSTRACT .....                                                                  | v   |
| Índice de figuras .....                                                         | x   |
| Índice de tabelas .....                                                         | x   |
| Organização geral do trabalho .....                                             | 1   |
| PARTE 1 – A PRÁTICA DE ENSINO SUPERVISIONADA II .....                           | 3   |
| CAPÍTULO 1 – O contexto educativo e a turma .....                               | 5   |
| 1. O meio envolvente e a escola .....                                           | 5   |
| 2. A turma.....                                                                 | 6   |
| CAPÍTULO 2 – Um longo caminho percorrido .....                                  | 9   |
| 1. Uma visão sobre as quatro áreas disciplinares .....                          | 9   |
| 1.1. Português .....                                                            | 9   |
| 1.2. História e Geografia de Portugal .....                                     | 10  |
| 1.3. Ciências Naturais .....                                                    | 12  |
| 1.4. Matemática .....                                                           | 14  |
| 2. Orientação para o estudo desenvolvido .....                                  | 15  |
| PARTE 2 - O ESTUDO REALIZADO .....                                              | 17  |
| CAPÍTULO 1 – Introdução .....                                                   | 19  |
| 1. Orientação para o problema .....                                             | 19  |
| 2. Relevância do estudo .....                                                   | 20  |
| 3. Problema e questões de investigação.....                                     | 22  |
| CAPÍTULO 2 – Enquadramento contextual e teórico .....                           | 25  |
| 1. A Matemática na sociedade atual.....                                         | 25  |
| 2. O ensino e aprendizagem da geometria .....                                   | 28  |
| 2.1. Orientações curriculares gerais para o ensino da geometria .....           | 28  |
| 2.2. Visualização e tarefas de exploração em geometria.....                     | 31  |
| 3. As áreas e os perímetros .....                                               | 35  |
| 3.1. Recomendações curriculares .....                                           | 35  |
| 3.2. O ensino e a aprendizagem de áreas e perímetros.....                       | 38  |
| 4. Os materiais manipuláveis .....                                              | 41  |
| 4.1. Características dos materiais manipuláveis .....                           | 41  |
| 4.2. Importância da utilização dos materiais manipuláveis em sala de aula ..... | 44  |

|                                                                      |     |
|----------------------------------------------------------------------|-----|
| 4.3. Os materiais manipuláveis no ensino das áreas e perímetros..... | 47  |
| 4.4. O professor e as tarefas com materiais manipuláveis .....       | 49  |
| CAPÍTULO 3 – Metodologia e procedimentos.....                        | 53  |
| 1. Opções metodológicas gerais.....                                  | 53  |
| 2. Participantes.....                                                | 55  |
| 3. Procedimentos .....                                               | 56  |
| 4. Recolha de dados .....                                            | 58  |
| 4.1. Observações .....                                               | 59  |
| 4.2. Questionários .....                                             | 60  |
| 4.3. Entrevistas .....                                               | 61  |
| 4.4. Documentos escritos.....                                        | 62  |
| 4.5. Registo vídeo/áudio .....                                       | 63  |
| 5. A intervenção didática.....                                       | 64  |
| 5.1. O desenvolvimento das aulas.....                                | 64  |
| 5.2. A aula com os pentaminós .....                                  | 66  |
| 5.3. As aulas com os recortes.....                                   | 67  |
| 5.4. As aulas com o geoplano e com o papel ponteados .....           | 69  |
| 6. Análise de dados .....                                            | 70  |
| 6.1. O modo de análise.....                                          | 70  |
| 6.2. As categorias de análise .....                                  | 72  |
| 6.3. Os critérios de qualidade.....                                  | 73  |
| CAPÍTULO 4 – Os alunos caso.....                                     | 75  |
| 1. A turma.....                                                      | 75  |
| 1.1. Caracterização da turma .....                                   | 75  |
| 1.2. O percurso da turma .....                                       | 76  |
| 1.3. O desempenho da turma no decorrer da intervenção .....          | 78  |
| 1.4. A reação da turma durante a intervenção .....                   | 82  |
| 2. O André .....                                                     | 84  |
| 2.1. Caracterização do André .....                                   | 84  |
| 2.2. O percurso do André .....                                       | 84  |
| 2.3. Dificuldades na resolução de tarefas .....                      | 86  |
| 2.4. Estratégias utilizadas na resolução de tarefas .....            | 95  |
| 2.5. Reação do André aos materiais manipuláveis .....                | 100 |
| 3. A Luna.....                                                       | 101 |
| 3.1. A caracterização da Luna.....                                   | 101 |

|                                                                                       |     |
|---------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 3.2. O percurso da Luna .....                                                         | 102 |
| 3.3. Dificuldades na resolução de tarefas .....                                       | 103 |
| 3.4. Estratégias utilizadas na resolução de tarefas .....                             | 107 |
| 3.5. Reação da Luna aos materiais manipuláveis.....                                   | 111 |
| CAPÍTULO 5 – Conclusões do estudo .....                                               | 113 |
| 1. Principais conclusões do estudo .....                                              | 113 |
| 2. Limitações do estudo e propostas para futuras intervenções.....                    | 121 |
| PARTE 3 – REFLEXÃO FINAL.....                                                         | 123 |
| Uma visão sobre a Prática de Ensino Supervisionada.....                               | 125 |
| Referências.....                                                                      | 133 |
| Anexos.....                                                                           | 141 |
| Anexo 1 - Tópicos, objetivos específicos e notas – Perímetros e áreas, 1º ciclo ..... | 141 |
| Anexo 2 - Tópicos, objetivos específicos e notas – Perímetros e áreas, 2º ciclo ..... | 143 |
| Anexo 3 – Pedido de autorização aos encarregados de educação .....                    | 145 |
| Anexo 4 – Questionário inicial .....                                                  | 147 |
| Anexo 5 – Questionário final.....                                                     | 151 |
| Anexo 6 – Tarefa “A festa de aniversário do Pedro”.....                               | 153 |
| Anexo 7 – Tarefa “Qual será a área e o perímetro dos pentaminós?” .....               | 153 |
| Anexo 8 - Tarefa “Área e perímetro dos pentaminós” .....                              | 155 |
| Anexo 9 – Tarefa “Puzzles” .....                                                      | 155 |
| Anexo 10 – Tarefa 1 .....                                                             | 157 |
| Anexo 11 – Tarefa 2 .....                                                             | 159 |
| Anexo 12 – Tarefa 3 .....                                                             | 161 |
| Anexo 13 – Tarefa 4 .....                                                             | 165 |
| Anexo 14 – Tarefa “Áreas de triângulos” .....                                         | 167 |
| Anexo 15 – Tarefa “O barco e a casa” .....                                            | 169 |
| Anexo 16 – Tarefa “Figuras no papel ponteadado” .....                                 | 171 |
| Anexo 17 – Ficha de avaliação .....                                                   | 173 |

## Índice de figuras

|                                                                                           |     |
|-------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Figura 1 – Resolução do André à alínea 1.2.2. da tarefa 3.....                            | 87  |
| Figura 2 – Esboço do André para determinar a área dos triângulos.....                     | 88  |
| Figura 3 – Esboço do André para determinar a área do barco .....                          | 88  |
| Figura 4 – Proposta do André de construção de um triângulo equilátero .....               | 89  |
| Figura 5 - Proposta do André de construção de um triângulo isósceles acutângulo.....      | 90  |
| Figura 6 – Resolução do André à alínea 2.3. da tarefa 3.....                              | 91  |
| Figura 7 – Resolução do André à alínea 1.1. da tarefa “figuras em papel ponteadado” ..... | 92  |
| Figura 8 – Resolução do André à questão 3 da tarefa 2 .....                               | 94  |
| Figura 9 – Resolução do André da alínea 1.2.1 da tarefa 3.....                            | 96  |
| Figura 10 – Construção à alínea 1.1 da tarefa “área e perímetro dos pentaminós” .....     | 97  |
| Figura 11 – Resolução do André à alínea 2.1. da tarefa 3.....                             | 98  |
| Figura 12 – Resposta da Luna à alínea d) da tarefa 1.....                                 | 106 |
| Figura 13 – Resolução da Luna à questão 3 da tarefa 2.....                                | 106 |
| Figura 14 - Resolução da Luna à alínea 2.1. da tarefa 3.....                              | 109 |
| Figura 15 – Resolução da Luna à alínea 1.1. da tarefa “áreas de triângulos” .....         | 110 |

## Índice de tabelas

|                                                                                 |    |
|---------------------------------------------------------------------------------|----|
| Tabela 1 - Organização da intervenção didática com materiais manipuláveis ..... | 57 |
| Tabela 2 - Níveis e categorias de análise de dados .....                        | 72 |

## Organização geral do trabalho

O presente trabalho encontra-se organizado em três partes distintas.

Numa primeira parte apresenta-se, sucintamente, o meio envolvente, a escola e a turma em que decorreu a Prática de Ensino Supervisionada II (PES II). Para complementar esta caracterização segue-se uma breve descrição e reflexão acerca de cada uma das aulas das quatro áreas lecionadas e ainda a orientação para o estudo realizado.

A segunda parte debruça-se sobre o estudo realizado que se desenvolveu durante a intervenção em contexto educativo e está organizada em cinco capítulos.

No primeiro capítulo, depois de uma breve introdução, refere-se a orientação para o problema, a relevância do estudo, o problema e as questões orientadoras da investigação.

O segundo capítulo diz respeito ao enquadramento contextual e teórico que sustenta o estudo. Neste aborda-se o papel da Matemática na sociedade atual, refere-se as orientações curriculares para o ensino da geometria, aborda-se o ensino das áreas e dos perímetros, os contributos da investigação sobre o ensino e aprendizagem destes conceitos e faz-se referência à importância da visualização e das tarefas de exploração em geometria. Neste capítulo abordam-se também os materiais manipuláveis, caracterizando-os e referindo a sua importância em geometria e no ensino das áreas e perímetros. Referem-se ainda as tarefas que envolvem materiais manipuláveis e o papel do professor na sua utilização.

O terceiro capítulo debruça-se sobre a metodologia de investigação adotada no presente estudo, esta seguiu uma abordagem qualitativa, no *design* de estudo de caso. São ainda referidos todos os procedimentos tidos em conta no decorrer do estudo e os instrumentos utilizados na recolha de dados, bem como a organização e descrição da intervenção didática. Neste capítulo inclui-se os tópicos a abordar na análise de dados, abordando-se o modo como serão tratados os dados recolhidos.

O capítulo quatro dá a conhecer a turma envolvida no estudo e os alunos caso. Caracterizam-se os alunos em estudo, descreve-se o seu percurso, identificam-se e analisam-se as principais dificuldades e estratégias utilizadas na resolução de

problemas, envolvendo os conceitos de área e perímetro, recorrendo a materiais manipuláveis. Neste capítulo é ainda analisada a reação dos alunos face à utilização dos materiais manipuláveis.

No quinto e último capítulo apresentam-se as conclusões, dando resposta às questões orientadoras do estudo. Para terminar referem-se alguns constrangimentos e limitações do presente estudo e ainda algumas recomendações para futuras investigações semelhantes.

Na terceira parte do trabalho apresenta-se uma reflexão final acerca da PES I e da PES II. Após esta terceira parte apresentam-se todas as referências bibliográficas que sustentaram o presente estudo e os respetivos anexos mencionados ao longo do trabalho.

## **PARTE 1 – A PRÁTICA DE ENSINO SUPERVISIONADA II**

Na primeira parte do trabalho apresenta-se uma breve caracterização do meio envolvente e da escola onde decorreu a Prática de Ensino Supervisionada II, referindo-se a turma envolvida no estudo. Nesta parte destaca-se o percurso efetuado mencionando-se as diferentes disciplinas lecionadas e a área escolhida para o desenvolvimento do trabalho de investigação.





## **CAPÍTULO 1 – O contexto educativo e a turma**

### **1. O meio envolvente e a escola**

A Prática de Ensino Supervisionada II desenvolveu-se na Escola Básica 2º e 3º Ciclos do Ensino Básico Dr. Pedro Barbosa, pertencente ao Agrupamento de Escolas de Monserrate, do concelho de Viana do Castelo. O agrupamento foi fundado em maio de 1999, integrando quatro escolas, tendo sido ampliado em 2002 com a integração de mais quatro escolas. Em 2009 integrou mais dois estabelecimentos, possuindo uma oferta que abrangia desde o ensino pré-escolar ao 3º ciclo do ensino básico. Em 2013, no seguimento da reorganização da rede escolar promovida pelo Ministério da Educação e Ciência, foi agregada a este agrupamento uma escola secundária, funcionando como sede do mesmo.

Viana do Castelo é uma das cidades atlânticas mais a norte de Portugal, de fácil acesso com vias funcionais e com ligações a Braga e ao Porto. A presença do mar e tudo ao seu redor torna a cidade num espaço inigualável. A escola onde decorreu a intervenção situa-se na fronteira entre o meio rural e o meio urbano. Encontra-se num local de grande importância para a cidade, com polos de indústria e ensino. A escola em questão está inserida na freguesia de Monserrate, uma freguesia do concelho de Viana do Castelo, com 2,07 km<sup>2</sup> de área. Nesta freguesia, situada entre Areosa e Santa Maria Maior, encontramos variados serviços e instituições, tendo como principal ponto os estaleiros navais e um dos polos do Instituto Politécnico de Viana do Castelo, a Escola Superior de Tecnologia e Gestão.

O meio onde se encontra sofreu um considerável crescimento demográfico devido a fatores de ordem industrial e comercial, como o desenvolvimento da arte piscatória, o desenvolvimento do setor terciário, a criação de infraestruturas culturais e desportivas e intervenções urbanísticas de várias ordens que têm vindo a trazer à freguesia características mais modernas. Além disso, outros elementos são fulcrais para o desenvolvimento da zona, como o associativismo cultural e desportivo, o folclore, a religiosidade, a tradição e o turismo.

Em termos estruturais, a escola compreende um campo de jogos e um edifício central com salas de aulas normais, salas de trabalho, salas específicas (laboratórios de

Ciências Naturais, Ciências Físico-Químicas, Educação Tecnológica e Visual, Educação Musical), sala de convívio de professores com bufete, biblioteca, arrumos e arrecadações, quartos de banho e diversas zonas específicas como, receção, serviços educativos, reprografia e papelaria, sala de convívio de alunos com bufete, refeitório e cozinha. Contudo, não possui um espaço desportivo coberto para a lecionação de aulas dentro das instalações da escola, usando um pavilhão situado ao lado da mesma.

Como apoio às atividades letivas a escola Dr. Pedro Barbosa tem ao dispor uma panóplia de recursos materiais, destacando-se os meios audiovisuais como, computadores, projetores multimédia, quadros interativos, televisões, vídeos, gravadores de áudio e leitores de DVD. Na biblioteca escolar encontram-se disponíveis vários livros de diferentes áreas do saber e materiais multimédia pedagógicos.

A escola apresenta um conjunto de serviços, que têm vindo a ser otimizados, para garantir um melhor funcionamento da instituição. Dos principais serviços destacam-se os Serviços de Administração Escolar, Gestão e Recursos Financeiros, Serviços de Ação Social Escolar, Reprografia/Papelaria, Bufete, Refeitório, Biblioteca e Salas de Convívio. Os Serviços Especializados de Apoio estão disponíveis para garantir a integração dos alunos, dando maior atenção às necessidades e diferenças individuais. Note-se que o número de docentes de Educação Especial varia de acordo com as necessidades diagnosticadas. A par funcionam os Serviços de Psicologia e Orientação que desenvolvem atividades de natureza diversa e apoia os alunos ao nível da orientação escolar e vocacional.

## **2. A turma**

A turma onde decorreu o estudo pertencia ao 5º ano de escolaridade e era constituída por vinte e um alunos, sendo onze rapazes e dez raparigas, com idades compreendidas entre os dez e os doze anos de idade. A maioria dos alunos residem em Viana do Castelo, anteriormente, frequentaram escolas pertencentes ao mesmo agrupamento e três sofreram retenções no seu percurso escolar.

Para compreender mais detalhadamente os alunos da turma torna-se necessário conhecer os seus contextos familiares, pois para garantir uma melhor educação é essencial que o aluno seja acompanhado pelos pais e respetivos encarregados de

educação. Assim, torna-se pertinente dar a conhecer as habilitações literárias dos pais, que se encontram compreendidas entre o 1º ciclo do ensino básico e o ensino superior, sendo que a maioria possui estudos ao nível do ensino superior. Deste modo, as habilitações literárias dos encarregados de educação permitem um acompanhamento das atividades letivas dos seus educandos.

No que diz respeito à caracterização sócio económica da turma, existem nove alunos que usufruem de apoio por parte do Serviço de Ação Social Escolar, atribuído segundo as necessidades dos alunos. Sendo o escalão A o apoio máximo que o aluno pode usufruir e o escalão C o apoio menos avultado. Na turma há quatro alunos a usufruir do escalão A, cinco alunos a usufruir do escalão B e os restantes alunos encontram-se no escalão C.

Em relação ao aproveitamento dos alunos constata-se que a turma, na sua maioria, é bastante participativa e obtinha bons resultados. É de referir que a turma contava com nove alunos do ensino articulado e três alunos da turma estavam ao abrigo do Decreto-Lei nº3/2008, de 7 de janeiro, avaliados com Necessidades Educativas Especiais, pelo que não estavam inseridos em todas as disciplinas, nem participavam em todas as atividades. No geral, a turma revela muitas capacidades, empenho e organização. O desempenho dos alunos é bastante satisfatório, possuindo boa aprendizagem, uma vez que nas diversas provas de avaliação demonstraram o seu interesse, estudo e empenho. Para concluir, a turma em causa aprecia atividades diferentes e é adepta das várias formas de ensino e aprendizagem, demonstrando um grande carinho pelos docentes e pelas professoras estagiárias, durante a sua intervenção.



## **CAPÍTULO 2 – Um longo caminho percorrido**

Durante a Prática de Ensino Supervisionada II foi possível contactar com diferentes áreas do saber, nomeadamente, Português, História e Geografia de Portugal, Ciências Naturais e Matemática. Deste modo, torna-se pertinente refletir acerca de cada uma, partilhando um pouco da experiência vivida nas áreas mencionadas. Como tal, para cada área referida apresenta-se uma planificação referente a uma aula lecionada e uma breve reflexão acerca da mesma.

### **1. Uma visão sobre as quatro áreas disciplinares**

#### **1.1. Português**

Tema: “A Mancha Vermelha”, de Ana Maria Magalhães e Isabel Alçada.

Conteúdo: Texto narrativo, recursos expressivos e texto informativo.

Na área de Português optei por apresentar a planificação da última aula, que coincidiu com a última aula supervisionada da disciplina, sendo esta lecionada no dia 25 de maio de 2015. A escolha desta aula deve-se ao seu dinamismo e por se afastar das práticas ditas tradicionais, devido ao carácter descontraído que lhe conferi, através de diferentes tarefas. Esta revelou-se uma surpresa para os alunos pois passei do texto poético para o texto narrativo e, além disso, a aula relacionou a área de Português com a área de História, sendo a interdisciplinaridade um dos aspetos fundamentais do currículo.

A primeira tarefa implementada foi o mote para criar suspense do que viria. Um pano com uma mancha vermelha serviu para os alunos imaginarem, criarem e exporem as suas ideias acerca do texto a ser trabalhado. A participação ativa dos alunos denotou, desde logo, o interesse na aula.

De seguida, a visualização de um excerto do episódio “Uma aventura na Quinta das Lágrimas”, da série “Uma aventura”, concentrou a atenção dos alunos. Os comentários acerca do que viram e do que anteciparam anteriormente criou uma conversa interessante. A conhecida história de amor de D. Pedro e D. Inês de Castro era,

em parte, contada no excerto visualizado. Este romance já era conhecido pelos alunos, mas esse facto não interferiu no decorrer da aula pois é um tema que suscita interesse e curiosidade. O meu papel centrou-se na mediação das aprendizagens partindo dos conhecimentos prévios dos alunos, fazendo-os alcançar outros através do questionamento. Deste modo, o questionamento foi pensado para que as conversas emergentes tivessem um rumo e objetivo por mim definidos.

Posteriormente, o excerto visualizado foi complementado com a leitura do texto “A mancha vermelha”, de Ana Maria Magalhães e Isabel Alçada. Foi realizada a interpretação oral do texto e, posteriormente, a interpretação escrita, com uma ficha de trabalho que serviu para consolidar aspetos importantes da estrutura narrativa.

Para terminar a aula uma nova tarefa foi proposta aos alunos, a leitura de um texto informativo acerca de um novo episódio da série “Uma aventura” e retirar deste as informações principais como, tempo, lugar, personagens, acontecimento desencadeador da ação, entre outros.

De um modo geral, a discussão coletiva gerada em vários momentos, o questionamento constante e pertinente permitiu-me concluir que esta aula contribuiu para a construção de saberes e não se limitou a ser mais uma aula onde foi trabalhado um texto. Considero que interligar áreas do saber é fulcral para que os alunos vejam o mundo como um todo e por esse motivo esta foi uma das aulas de Português que mais me deu prazer preparar e lecionar. Penso que o objetivo foi cumprido, pois consegui proporcionar um conjunto de atividades que despertaram o entusiasmo e o interesse dos alunos. Além disso, consegui contextualizar e articular de forma harmoniosa cada um dos momentos da aula, deixando-a rica e coesa.

## **1.2. História e Geografia de Portugal**

Tema: Portugal nos séculos XIII e XIV.

Conteúdo: A 1ª invasão castelhana e a aclamação de D. João I. A consolidação da independência portuguesa: A Batalha de Aljubarrota.

A aula que decidi apresentar desenvolveu-se no dia 17 de março de 2015 e foi dedicada à leção de novos conteúdos e não iria ser supervisionada. No entanto, aquando da preparação dos materiais para a aula, durante o intervalo, o professor

supervisor bate à porta. Deste jeito inesperado esta aula tornou-se a minha segunda aula supervisionada na área da História. Os nervos à flor da pele acredito que se fizeram sentir, mas penso que consegui acalmar-me e fazer com que a aula corresse bem. Assim, a escolha desta aula deve-se, sobretudo, por ser um momento em que fui observada sem uma preparação especial para tal, ou seja, uma aula que teria acontecido tal e qual com ou sem professor supervisor.

A aula implementada foi uma aula pensada e preparada, contudo contemplou aspetos que não constavam na planificação inicial. Resolvi acrescentar elementos à planificação pois na preparação da aula achei que dava pouca importância ao cerco de Lisboa. Neste sentido, optei por realizar a leitura e analisar um documento presente no manual referente a este acontecimento. Através de um diálogo orientado os alunos foram recapitulando os conteúdos da aula anterior e apreendendo outros a ser abordados. Utilizar o manual para analisar documentos tornou-se uma mais-valia pois foi uma estratégia que lhes permitiu compreender e relacionar conceitos. Além disso, conseguiram alargar o seu vocabulário através de termos ou expressões que não conheciam. As ideias principais acerca da 1ª invasão castelhana foram contempladas num *powerpoint* de modo a sintetizar o conteúdo.

De seguida, foi projetado o livro digital “D. João I – O de boa memória”, da coleção “Era uma vez um Rei”. Este recurso refere-se à aclamação de D. João a rei de Portugal e à invasão castelhana, que serviu para questionar oralmente os alunos acerca dos conteúdos. Seguiu-se a visualização de um vídeo da “Escola Virtual” abordando a batalha de Aljubarrota e, para complementar, entreguei a cada aluno uma tarefa para resolverem, que estes colaram no caderno diário. As tarefas foram preenchidas individualmente e discutidas em grande grupo, recorrendo à projeção da correção que serviu de suporte para os alunos, evitando erros de preenchimento.

A aula terminou com a resolução de algumas questões do manual. Estas foram resolvidas individualmente e corrigidas oralmente em grande grupo, sendo projetadas. Esta estratégia mostrou-se adequada e funciona bem com a turma em questão, pois para além de estimular a participação ativa dos alunos, promove o debate de ideias, o esclarecimento de dúvidas e minimiza os erros científicos através da projeção das respostas.

De modo geral, faço um balanço positivo pois consegui que a turma se mostrasse empenhada, interessada e participativa, o que conferiu dinâmica e ritmo à aula. Contudo, penso que deveria ter dado mais importância à Batalha de Aljubarrota pois é um conteúdo que suscita muita curiosidade por parte dos alunos. Saliento ainda que a aula contou com momentos que não estavam planejados inicialmente, o que revela que me soube distanciar do plano de aula e detectar falhas, que no decorrer da aula foram colmatadas.

### **1.3. Ciências Naturais**

Tema: Diversidade de seres vivos e suas interações com o meio.

Conteúdo: Revisões dos conteúdos lecionados nas aulas anteriores.

Lecionar a disciplina de Ciências Naturais foi aquela que mais me surpreendeu, pela quantidade de conteúdos e conceitos a mobilizar em poucas aulas. A aula que apresento desenvolveu-se no dia 8 de abril de 2015 e teve como objetivo principal a revisão dos conteúdos lecionados em aulas anteriores. Encontrar estratégias e metodologias criativas que cativem os alunos nem sempre é fácil, sobretudo no 2º ciclo, onde tudo parece que já foi visto. Neste sentido, escolhi esta aula pois alia o lúdico e a aprendizagem, culminando num *role play*, sendo esta umas das aulas que mais prazer me deu a planificar e a lecionar, sendo diferente das habituais.

A estratégia que desenvolvi assume como pressuposto que as aulas de revisões de conteúdos lecionados podem ser o mote para usar metodologias novas, criativas, motivantes e ajustadas aos alunos, envolvendo-os no processo ensino aprendizagem das Ciências Naturais. Nesta linha de pensamento, a estratégia foi utilizada para pôr em prática uma metodologia contextualizada que tinha por base um guião de preparação dedicado à realização, em sala de aula, de um *role play*, relacionado com a biodiversidade animal e sua proteção.

*Role Playing Game*, em português, assume a tradução de jogo de interpretação de personagens. Esta atividade foi desenvolvida no sentido de proporcionar uma aula inovadora e desafiante que permitisse os alunos reverem os conteúdos aprendidos de uma forma mais significativa, aliando o lúdico à aprendizagem. Com o guião pretendia que os alunos, de forma individual e fora da sala de aula, assumissem uma personagem,



preparando o seu discurso com argumentos válidos e credíveis. Desta forma, foi distribuído por cada aluno uma convocatória para uma reunião da junta de freguesia, de modo a envolver os alunos na atividade, onde estaria em causa o investimento na economia da região, com a construção de uma fábrica de componentes de automóvel ou a proteção do lobo ibérico, uma espécie ameaçada no Parque Nacional Peneda Gerês. Os alunos de acordo com as personagens atribuídas deveriam apoiar uma das causas, justificando e argumentando-a face à opinião dos colegas.

Usar um jogo simbólico, como é o *role play*, permitiu aos alunos ter consciência que estão a desenvolver assuntos estudados em sala de aula. Optar por um jogo educativo para uma aula de revisões foi uma estratégia alternativa à exposição e posterior aplicação dos conceitos. Optei por utilizar esta metodologia de natureza mais dinâmica de modo a favorecer as aprendizagens dos alunos. A atividade posta em prática apesar de ter regras, não assumiu uma visão tradicionalista com carácter expositivo e envolveu os alunos na sua realização.

Eu, como professora, além de mediar o processo, tive de apresentar a atividade de uma forma contextualizada e desafiante. Como tal criei o “faz de conta” da reunião da junta de freguesia como forma de envolver os discentes na sua personagem, sendo estes participantes ativos nesta reunião. As personagens enquadravam-se dentro das seguintes categorias: jovens que querem oportunidade de emprego, membros da empresa, ambientalistas e população afetada pelos lobos. Dentro destas categorias os alunos deveriam preparar a sua personagem seguindo os passos previstos no guião fornecido.

É de referir que durante a atividade funcionei como mediadora da comunicação entre os alunos e intervim apenas quando os ânimos dos participantes se exaltaram.

Com esta experiência foi possível verificar que todos os alunos se prepararam à altura do evento, havendo um trabalho autónomo e individual por detrás de cada personagem. Os argumentos e improvisações de acordo com os personagens foram algo inesperado para alunos do 5º ano, pois os discentes muniram-se de informações com rigor científico de forma a puderem argumentar e defender a sua personagem. Importa salientar que o *role play* em contexto educativo é uma excelente ferramenta, pois os conteúdos a lecionar tornam-se mais lúdicos e os alunos apercebem-se da sua aplicação em situações reais do quotidiano.

#### **1.4. Matemática**

Tema: Geometria.

Conteúdo: Áreas e perímetros de figuras planas.

Em todas as disciplinas cabe ao professor a tarefa de implementar nas suas aulas tarefas interessantes e desafiantes, que motivem os alunos para a construção de saberes. Assim, optei por descrever uma das aulas com recurso a materiais manipuláveis. Na aula do dia 21 de abril de 2015 desenvolvi um conjunto de tarefas relacionadas com os conceitos de área e perímetro recorrendo ao geoplano.

A aula iniciou com a correção dos trabalhos de casa, selecionei alguns alunos e pedi para resolverem as tarefas no quadro, explicando os seus raciocínios aos restantes colegas. Neste momento inicial da aula, para além de esclarecer eventuais dúvidas, procurei minimizar o tempo gasto, sendo a correção do trabalho de casa eficaz.

Seguidamente, informei os alunos que nesta aula iriam resolver algumas tarefas com a ajuda do geoplano. Para tal, distribui geoplanos e elásticos pelos alunos. O geoplano já era um material conhecido pela maioria da turma, mesmo assim achei melhor dar um tempo de exploração livre. De seguida, entrei no momento de fazer construções e solicitei aos alunos que construíssem algumas figuras, para depois passar às tarefas propostas. Posteriormente, li em voz alta a tarefa a realizar, distribuí-a pelos alunos e estes resolviam-na, individualmente, sendo que podiam discutir a sua resolução a pares. À medida que os alunos iam terminando, realizava-se a sua discussão oralmente e fazia-se a sua correção no quadro. Uma vez que este processo resultou bem na primeira tarefa, as restantes seguiram o mesmo procedimento.

De forma geral, considero que os alunos se envolveram na realização das tarefas, querendo partilhar oralmente a sua resolução e a forma como pensaram. A turma possuía um bom desempenho escolar e tinha bons hábitos de trabalho, por isso achei pertinente que realizassem, individualmente, algumas tarefas propostas no manual que se relacionavam com os conceitos de área e perímetro. A sua correção foi realizada no quadro por alguns alunos, explicando oralmente o seu raciocínio.

Durante o decorrer da aula os alunos mostraram-se recetivos, desafiados e motivados para a resolução de tarefas com o geoplano. O facto de cada aluno ter um

geoplano para fazer as suas construções facilitou a dinâmica da aula, pois dessa forma conseguiram resolver as tarefas autonomamente, com o seu ritmo e de modo individual, partilhando, de seguida, com o colega de mesa. A correção oral das tarefas tinha a finalidade de desenvolver nos alunos a capacidade de comunicarem matematicamente para que os colegas compreendessem os seus raciocínios e, em simultâneo, consolidar os conceitos. Contudo, penso que na correção de algumas tarefas poderia ter solicitado a outros alunos que expusessem a sua resolução, mas o tempo não me permitiu dar a palavra a todos os alunos que o pretendiam fazer.

Faço um balanço positivo da aula e do rumo que tomou, pois senti os alunos envolvidos na realização das tarefas propostas e permitiu-me evidenciar as potencialidades do geoplano. Destaco que, com o tipo de abordagem que realizei, consegui conduzir e apoiar os alunos num processo de autodescoberta, onde tentei privilegiar o ritmo de cada aluno e promover o gosto pela Matemática.

## **2. Orientação para o estudo desenvolvido**

A Matemática é considerada uma área do saber controversa, quer pelos resultados académicos, muitas vezes abaixo do desejável, quer pelo medo que provoca nos alunos. É uma disciplina temida e é relacionada, normalmente, com problemas complicados e com raciocínios complexos. No entanto, ao longo do meu percurso escolar sempre encarei a Matemática como um desafio e, ainda hoje, mantenho interesse nessa área. Desde cedo que a motivação para a Matemática fazia parte da minha vida. No dia-a-dia descobrir a solução de um desafio ou de um problema matemático eram tarefas que me prendiam para descobrir a resposta. Para além disso, sempre valorizei a disciplina por ter um carácter transversal e fazer parte das mais diversas coisas do quotidiano.

Ao longo da minha formação académica o interesse pela Matemática foi aumentando, talvez pelo facto de ter conhecido e trabalhado com diferentes materiais manipuláveis, ter contactado com diferentes estratégias de resolução de problemas, assim como ter tido contacto com alunos interessados e que possuíam diversas formas de pensar para cada tarefa apresentada, muitas vezes diferente da minha. Estes motivos levam-me a crer que a Matemática pode ser trabalhada de diferentes formas e que os

professores podem mudar os pensamentos negativos que os alunos têm acerca da disciplina.

Hoje em dia os alunos já possuem uma ideia formada acerca da aprendizagem da Matemática. Esta opinião varia de aluno para aluno e é muitas vezes influenciada por opiniões de outros alunos, de pais e irmãos. A sociedade, em geral, vê a Matemática como o bicho papão das disciplinas escolares e isso reflete-se na opinião e desempenho dos alunos. Deste modo, seria para mim um desafio enorme realizar o projeto de investigação na área da Matemática. Assim, ainda antes de conhecer a turma, era meu objetivo promover o gosto pela Matemática e alterar as visões negativas acerca desta disciplina.

Após ter contactado, durante as semanas de observação, com a turma de 5º ano com que iria trabalhar verifiquei que seria oportuno trabalhar com materiais manipuláveis, uma vez que a maioria da turma não possuía dificuldades de aprendizagem, era motivada, atenta e interessada. Deste modo, prossegui com o meu projeto de investigação focado essencialmente em mostrar que é possível adquirir aprendizagens matemáticas através de um ensino exploratório. Para tal, recorri a diferentes materiais manipuláveis de modo a compreender quais as principais estratégias e dificuldades manifestadas pelos alunos na resolução de tarefas com os mesmos. Era, ainda, meu objetivo estar atenta à reação dos alunos perante um ensino com recurso a materiais manipuláveis.

A meu ver, este projeto iria envolver e motivar os alunos para a aprendizagem da Matemática e manter-me-ia interessada em compreender as principais estratégias utilizadas na resolução de tarefas com materiais manipuláveis e compreender as dificuldades com que os alunos se deparariam.

## **PARTE 2 - O ESTUDO REALIZADO**

Nesta parte do trabalho apresenta-se o projeto de investigação desenvolvido durante a Prática de Ensino Supervisionada II, numa turma do 5º ano de escolaridade, referindo-se a orientação para o problema, a sua relevância, as questões orientadoras, assim como a organização, o desenvolvimento e procedimentos envolvidos no estudo, ao longo dos vários capítulos.



## **CAPÍTULO 1 - Introdução**

Neste primeiro capítulo introdutório aborda-se a orientação para o problema, a relevância do estudo e identifica-se o problema, bem como as respectivas questões orientadoras para o analisar.

### **1. Orientação para o problema**

A Matemática como ciência ocupa, desde sempre, um lugar de liderança no currículo escolar, sendo esta uma das disciplinas que apresenta maior destaque no ensino básico, relativamente a outras áreas do saber. Mesmo com o passar do tempo a Matemática é vista como uma disciplina de insucesso, tanto por alunos, como por professores e pela sociedade em geral. Desta forma, é necessário tomar medidas e melhorar a qualidade do processo de ensino e aprendizagem da Matemática e essa melhoria passa, certamente, pelo interesse e motivação dos alunos. No entanto, esses dois fatores por si só não farão com que a disciplina atinja o sucesso. É fulcral mudar as metodologias e estratégias de ensino, bem como as atividades implementadas em contexto sala de aula. Esta preocupação de mudar as práticas e metodologias no ensino da Matemática é há muito comentada pela Associação de Professores de Matemática (APM) no documento Renovação do Currículo de Matemática (APM, 1998) quando afirmam que a aprendizagem desta disciplina é vista como um:

produto da actividade, e se esta se reduz, por exemplo, à resolução repetitiva de exercícios para a aplicação de certas fórmulas é exatamente isso que se aprende e vai perdurar, enquanto ficar a memória das fórmulas. Além disso, essa é a imagem adquirida da Matemática. (p. 55-56)

Com o surgimento do atual programa de Matemática para o Ensino Básico (2013) e com as constantes necessidades da sociedade é necessário ter em conta as transformações ocorridas, assim como é necessário adequar o ensino e a aprendizagem da Matemática aos requisitos e exigências da sociedade atual. Nesta linha de pensamento, a disciplina de Matemática deve proporcionar experiências de aprendizagem e não se limitar a debitar conhecimentos e a aplicar fórmulas.

A geometria assume um papel importante na Matemática e tem sido um tema onde os alunos apresentam grandes dificuldades e insucesso. Vale e Barbosa (2015) afirmam que a geometria é um tema matemático no qual os estudantes apresentam dificuldades e onde evidenciam fracos resultados. As autoras alertam os educadores matemáticos para prestarem atenção especial a este tema. Nesta linha pensamento optou-se por desenvolver um estudo na área da geometria, sendo que o principal objetivo do ensino deste tema centra-se sobretudo em “desenvolver nos alunos o sentido espacial, (...) a compreensão das transformações geométricas e da noção de demonstração, bem com a utilização destes conhecimentos e capacidades para desenvolver problemas em contextos diversos” (ME, 2007, p. 51). A utilização de materiais manipuláveis nesta área do saber é impulsionadora de aprendizagens mais duradouras e significativas, visto que “materiais manipuláveis de diversos tipos são, ao longo de toda a escolaridade, um recurso privilegiado como ponto de partida ou suporte de muitas tarefas escolares” (M.E., 2001, p. 71). Neste documento são valorizados o uso de materiais manipuláveis em contexto sala de aula e o papel do professor como mediador das aprendizagens.

De acordo com o perfil da turma em questão verificou-se que existia algum receio, por parte dos alunos, na área da geometria e que o trabalho com recurso a materiais manipuláveis aliados a tarefas matemáticas era inexistente. Assim, ao longo da intervenção pretende-se que os alunos pensem de diferentes formas e construam o seu conhecimento. Deste modo, optou-se por enveredar por um estudo em contexto de sala de aula abordando a geometria através de um ensino exploratório recorrendo a tarefas com recurso a materiais manipuláveis. A opção de realizar este estudo baseou-se essencialmente em motivações pessoais e ainda pela vontade de alterar a visão negativa que os alunos possuem acerca da Matemática, como tal recorreu-se aos materiais manipuláveis para melhorar o seu desempenho, acompanhando e compreendendo esse percurso.

## **2. Relevância do estudo**

O ensino da Matemática, ao longo dos tempos, foi evoluindo de forma a garantir um ensino e uma aprendizagem que permita aos alunos utilizá-la ao longo do seu



percurso escolar, profissional e pessoal. A geometria como uma das áreas do saber tem vindo a ser revalorizada no currículo de Matemática um pouco por todo o mundo (Abrantes, 1999), sendo esta um dos temas abordados na escola desde o 1º ciclo do ensino básico. A visualização é um dos aspetos que deve estar presente no ensino da geometria pois, além de os alunos confiarem nas palavras, nos números e nos procedimentos, estes devem valorizar a visualização e “aprender a ver”, sendo isto possível através da experiência e, posterior, reflexão (Veloso, 2000). Todavia, cabe ao professor desenvolver a experimentação e a reflexão, através de um conjunto de estratégias que permitam promover o raciocínio, a imaginação e o pensamento intuitivo para produzir conhecimentos matemáticos (Boavida, Paiva, Cebola, Vale, & Pimentel, 2008). É neste sentido que surge a iniciativa de utilizar os materiais manipuláveis na intervenção didática de forma a auxiliar o processo ensino aprendizagem. Neste sentido, os materiais manipuláveis podem ser um ótimo instrumento em contexto sala de aula (Velosa, 2008). A sua importância na construção do conhecimento matemático tem sido evidenciada por vários autores (ME, 2007; ME, 2013; NCTM, 2007; Serrazina, 1991; Szendrei, 1996; Vale, 2002; Velosa, 2008). Também o documento Normas para o Currículo e a Avaliação em Matemática Escola (NCTM, 1991) refere recursos que o professor de Matemática pode utilizar nas suas aulas, devendo alunos e professores “ter acesso a materiais apropriados para desenvolver problemas e ideias de exploração” (NCTM, 1991, p. 80). No entanto, cabe ao professor a decisão de optar por determinado material, uma vez que este por si só não garante a aprendizagem dos alunos. É necessário que seja o professor a escolher o material adequado de acordo com os conceitos matemáticos a explorar, de forma a garantir a aprendizagem do aluno, pois “mais importante que os materiais com que se está a trabalhar, a experiência que o aluno está a realizar deve ser significativa para ele” (Serrazina, 1990, p. 1).

A resolução de tarefas com recurso a materiais manipuláveis pode desafiar os alunos e fazê-los pensar de modo diferente. Dessa forma, definem estratégias de resolução, ampliam o seu pensamento e, conseqüentemente desenvolvem o seu raciocínio matemático. Por sua vez, a comunicação matemática é também reforçada e explorada devido ao questionamento realizado entre professor e alunos (Boavida et al., 2008). Ponte e Serrazina (2000) referem que o questionamento permite ao professor fazer questões que o ajudem a detetar dificuldades ao nível da compreensão dos

conceitos e dos processos matemáticos, de modo a ajudá-los a pensar, motivá-los para a participação e saber se eles estão a acompanhar o trabalho realizado ao longo da aula.

Cabe ao professor optar pelas metodologias adequadas e decidir quando e com que finalidade usar os materiais manipuláveis, de acordo com os conceitos matemáticos que quer explorar. Sendo que as tarefas, propostas em sala de aula, que recorram a materiais devem promover a interação do aluno com os colegas e com o professor. Esta interação deve resultar em momentos de partilha e discussão sobre as estratégias utilizadas. Os momentos em que os alunos apresentam e expõe as suas descobertas e estratégias torna-se significativo para eles, pois dão significado às suas resoluções explicando como pensaram, que estratégias utilizaram, argumentando-as.

Optou-se por trabalhar o tema da geometria com recurso a materiais manipuláveis, nomeadamente, os pentaminós, os recortes em papel, o geoplano e o papel ponteadado. Nesta linha de pensamento, dá-se importância à manipulação de outro tipo de materiais, além da régua, compasso, transferidor e esquadro, vulgarmente utilizados no ensino da geometria. Como refere Abrantes (1999),

fazendo apelo à intuição e à visualização e recorrendo, com naturalidade, à manipulação de materiais, a geometria torna-se mais do que qualquer outro domínio da Matemática, especialmente propícia a um ensino fortemente baseado na realização de descobertas e na resolução de problemas. (p.4)

O 5º ano de escolaridade é um ano pertinente para trabalhar com materiais manipuláveis, visto que é um ano em que está previsto no currículo a utilização de materiais básicos de medida e desenho para efetuar construções geométricas. Aliados a esses materiais estão os materiais manipuláveis que estimulam e envolvem os alunos nas tarefas. Deste modo, a intervenção didática adotada neste estudo envolveu tarefas que recorriam a materiais manipuláveis propiciando, entre outras, a capacidade de visualização, de raciocínio e de comunicação.

### **3. Problema e questões de investigação**

Tendo presente o referido no ponto anterior desenvolveu-se um estudo numa turma do 5º ano de escolaridade, onde se pretendia compreender o desempenho dos

alunos na resolução de tarefas, que envolvessem os conceitos de área e perímetro, com recurso a materiais manipuláveis.

Deste modo, o problema em estudo foi orientado pelas seguintes questões:

(Q<sub>1</sub>) Como se caracterizam as principais dificuldades manifestadas pelos alunos na resolução de tarefas, recorrendo a materiais manipuláveis, envolvendo o conceito de área e de perímetro?

(Q<sub>2</sub>) Como se caracterizam as principais estratégias utilizadas pelos alunos na resolução de tarefas, recorrendo a materiais manipuláveis, envolvendo o conceito de área e de perímetro?

(Q<sub>3</sub>) Como é que os alunos reagem perante um ensino exploratório, recorrendo a materiais manipuláveis, envolvendo o conceito de área e de perímetro?



## **CAPÍTULO 2 – Enquadramento contextual e teórico**

Este capítulo debruça-se sobre a relevância da Matemática na sociedade atual, no ensino e aprendizagem da geometria e na utilização dos materiais manipuláveis para o ensino das áreas e perímetros. Na primeira parte identificam-se aspetos relevantes no enquadramento da investigação apresentada, contextualizando a problemática da Matemática na sociedade atual. Na segunda parte, apresentam-se as perspetivas e orientações curriculares gerais da geometria e do ensino das áreas e perímetros, tendo como base os Princípios e Normas para a Matemática Escolar (NCTM, 2007), o antigo Programa de Matemática do Ensino Básico (ME, 2007), o atual Programa de Matemática do Ensino Básico (ME, 2013) e as orientações de alguns investigadores que se dedicaram a esta temática. Ainda nesta parte, refere-se a capacidade de visualização e as tarefas de exploração, fundamentais nas questões abordadas, uma vez que são indissociáveis do tema da geometria. De seguida, aborda-se o ensino e a aprendizagem das áreas e perímetros, referindo-se as orientações curriculares para este conteúdo programático. Por fim, aborda-se a utilização de materiais manipuláveis na sala de aula, nomeadamente, no ensino e aprendizagem das áreas e perímetros, realçando o papel do professor.

### **1. A Matemática na sociedade atual**

A sociedade atual é atualizada a cada instante, as mudanças ocorrem em diferentes áreas e a evolução é notória. O conhecimento e os saberes são vistos de diferentes formas permitindo aos cidadãos tornarem-se mais aptos para enfrentar as circunstâncias, que são cada vez mais exigentes e ambiciosas, quer a nível pessoal, académico ou profissional.

A educação Matemática também sofre e tem sofrido alterações ao longo dos anos, devido à evolução da sociedade. Alunos, professores e a sociedade em geral sofrem os atos das mudanças e dos ajustamentos realizados nos currículos escolares.

Segundo Canavarro (2003):

o currículo envolve sempre um propósito, um processo e um contexto. Além disso, resulta da confluência de diversas práticas, exercidas por diferentes actores, em

diferentes momentos. É por isso um conceito complexo, dinâmico e multifacetado. (p. 103)

O desenvolvimento do currículo da Matemática acompanha as mudanças e transformações da sociedade e, conseqüentemente, da escola. Para Ponte, Matos e Abrantes (1998) o currículo é o espelho dos valores e das crenças que se fazem sentir, em determinado momento na sociedade. Neste sentido, a Matemática assume um papel de destaque, onde o “saber fazer”, o raciocínio matemático, a resolução de problemas são relevantes, sendo transversais a todas as áreas profissionais, havendo áreas em que o conhecimento matemático mais profundo é exigido (NCTM, 2007).

Segundo os Princípios e Normas para a Matemática Escolar (NCTM, 2007):

neste mundo de mudança, aqueles que compreendem e são capazes de fazer matemática, terão oportunidades e opções significativamente maiores para construir os seus futuros. A competência matemática abre as portas a futuros produtivos: a sua ausência mantêm-nas fechadas. (p. 5)

As competências matemáticas essenciais aos indivíduos é uma questão que diz respeito à sociedade. Como tal, a Matemática é uma área do saber que faz parte do currículo ao longo dos anos de escolaridade obrigatória, sendo aplicada quer a nível das necessidades individuais ou sociais. A integração da disciplina de Matemática faz parte de todos ciclos de escolaridade obrigatória devido a razões de natureza cultural, prática e cívica que têm a ver ao mesmo tempo, quer com o desenvolvimento individual dos alunos, enquanto indivíduos, quer enquanto membros da sociedade e sua evolução (Abrantes, Serrazina, Oliveira, Loureiro, & Nunes, 1999).

Atualmente, a Matemática está presente em qualquer ação do dia-a-dia. Todavia, a exigência de cálculos e operações é reduzida devido à era tecnológica. Pode-se afirmar que o mundo em que vivemos é cada vez mais matematizado e mais tecnológico, sendo muitas vezes a tecnologia aliada da Matemática. Segundo Abrantes, et al. (1999) os modelos matemáticos são usados cada vez mais no domínio de atividades, que ultrapassa a ligação tradicional com as ciências experimentais. Por outro lado referem que a informação numérica com que lidamos está presente nos mais variados assuntos.

Todos os alunos deverão ter acesso à melhor formação possível, para que desenvolvam as suas capacidades matemáticas, quer seja em relação à compreensão

dos conceitos matemáticos mais relevantes, quer se trate de um percurso que envolva uma carreira matemática ou científica, em que a Matemática se torne imprescindível (NCTM, 2007).

A educação Matemática pode contribuir, significativamente e de forma insubstituível, para ajudar os alunos a tornarem-se indivíduos competentes, críticos e confiantes em aspetos da sua vida. Como tal, implica que estes desenvolvam a capacidade de usar a Matemática para analisar e resolver situações problemáticas, para raciocinar e comunicar (Abrantes, et al., 1999)

As problemáticas, as controvérsias geradas em torno da Matemática e o seu insucesso escolar estão abaixo do expectável. A investigação tem procurado compreender a didática associada a esta disciplina, para aperfeiçoar as orientações e as metodologias utilizadas na aquisição desta ciência pelos alunos. O professor como agente construtor de conhecimentos deve veicular o conhecimento de forma a alcançar o maior número de alunos, envolvendo-os e estimulando-os para a aprendizagem, devendo o aluno ser o principal agente do seu próprio conhecimento. Os recursos a utilizar não se limitam apenas ao quadro, giz e manual escolar. O professor, atualmente, possui à sua disposição variados recursos tecnológicos e materiais manipuláveis que deve utilizar para cativar o interesse e proporcionar uma aprendizagem motivante e significativa aos seus alunos. Segundo Vale e Barbosa (2015) “as capacidades dos professores para utilizarem uma abordagem didática com materiais manipuláveis são fundamentais para o sucesso de uma nova visão do ensino e aprendizagem da matemática” (p.7).

Os documentos orientadores para o ensino básico recomendam a utilização de vários recursos de suporte ao ensino e aprendizagem da Matemática, entre eles os materiais manipuláveis, que podem ser apresentados como um apoio à construção de conceitos que, pelo seu nível de abstração, precisam de ser concretizados (ME, 2007).

## **2. O ensino e aprendizagem da geometria**

### **2.1. Orientações curriculares gerais para o ensino da geometria**

A Matemática é, desde há muito tempo, uma área que assume uma posição prestigiada no currículo, sendo ela obrigatória ao longo do ensino básico. Esta área do saber é considerada fundamental no currículo “pois é uma disciplina que desenvolve competências úteis e importantes para todos os cidadãos” (Abreu, 2013, p. 5). Contudo, o desenvolvimento curricular da Matemática sofreu várias mudanças e uma das áreas mais afetadas tem sido a geometria. Em Portugal, até aos anos 60, a memorização e aprendizagem sem compreensão era frequente. De acordo com Veloso (1998), o currículo dedicado à geometria obedecia a duas linhas orientadoras, sendo elas as construções geométricas e o estudo da geometria Euclidiana no plano e no espaço. Estas ideias principais obrigavam os alunos a sistematizar o raciocínio, memorizando de forma rigorosa axiomas e teoremas. Esta forma de aprender geometria criou nos alunos uma certa aversão a esta área do saber matemático.

A partir dos finais dos anos 60, surge o período que revolucionou o ensino em Portugal, denominado a Matemática Moderna, que deixou a geometria para segundo plano no currículo da Matemática. Neste período, as estratégias e metodologias apontavam para a aprendizagem baseada na descoberta, o que provocou uma reestruturação do currículo (Ponte, Matos, & Abrantes, 1998). Nos anos 70, com a reforma Veiga Simões, o currículo volta a sofrer alterações, sendo a geometria desvalorizada. Segundo Veloso (1998), as atividades que envolviam geometria eram abordadas noutras disciplinas, apenas o Teorema de Pitágoras e o cálculo de áreas e volumes assumiam alguma importância. As orientações curriculares estabelecidas, neste período, mantiveram-se até à década de noventa, provocando marcas profundas no ensino da Matemática. Ponte, Matos e Abrantes (1998) destacam o desaparecimento da geometria dos documentos curriculares, a desabilitação dos professores nesta área, a desvalorização do uso de materiais didáticos e a aversão dos alunos face à Matemática. É de notar, que o uso de materiais manipuláveis estava fora de questão, visto não haver lugar para a observação, exploração, construção e experimentação.



No final da década de oitenta, as orientações curriculares dedicadas à geometria sofrem uma reviravolta. Para tal contribuiu a discussão do currículo pela Associação de Professores de Matemática, a aprovação da Lei de Bases do Sistema Educativo e a preocupação de conhecer outras realidades educativas. Com a reforma de Roberto Carneiro a geometria, nomeadamente as representações geométricas, voltam a ser valorizadas e realizam-se novos currículos (Ponte, Matos, & Abrantes, 1998).

Nos anos mais recentes a geometria, como área indispensável da Matemática, assume um papel de destaque, para tal contribuiu Freudenthal (Velo, 1998). De acordo com o autor, a geometria pode ser entendida segundo níveis mais elaborados e ajuda o aluno a apreciar e valorizar as formas que existem à sua volta, ajudando-o a relacionar ideias geométricas com números e medições (Freudenthal, 1973). Este refere que a geometria é a aprendizagem do espaço onde uma criança cresce e manifesta a sua curiosidade. Esta ideia da geometria proporciona que o aluno se oriente, comunique, estime distâncias, calcule medidas e aprecie formas. Esta é uma área que está presente em várias situações do quotidiano e é indispensável para o desenvolvimento de competências relacionadas com o espaço e a forma, desenvolvendo no aluno um pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar de forma organizada o mundo em que vive (NCTM, 2007). Face ao exposto, a geometria assume um papel fulcral na compressão da realidade, de alguns dos tópicos geométricos e permite estabelecer relações com outras áreas da Matemática, nomeadamente com os conceitos de número e medida (NCTM, 2007).

Como foi referido anteriormente, a descrição e a interpretação do que nos rodeia está relacionada com a geometria, pois desde o nascimento que a criança explora o que está em seu redor. Neste sentido, “as primeiras experiências das crianças são geométricas e espaciais, ao tentarem compreender o mundo que as rodeia, ao distinguirem um objeto do outro” (Abrantes, et al., 1999, p.70). Os autores referem que uma criança a movimentar-se de um lugar para outro está a utilizar ideias espaciais e geométricas.

A geometria é sobretudo conhecer o espaço, espaço esse que a criança deve conhecer, explorar, conquistar, de modo a conseguir viver, respirar e movimentar-se (Freudenthal, 1973). Nesta linha de pensamento, a geometria é propícia à exploração e à descoberta.

Atualmente, sendo a geometria um meio para conhecer o espaço, procura-se que as crianças aprendam através de um ensino mais exploratório que potencie as aprendizagens dos alunos recorrendo à experimentação e à manipulação. Deste modo, “os estudantes devem ser motivados para a aprendizagem da geometria, para isso deve ser-lhes mostrada a sua importância como parte do mundo que nos rodeia” (Vale e Pimentel, 2013, p.4). As orientações curriculares para o ensino da Matemática (NCTM, 2007; ME, 2007; ME, 2013) referem que o ensino da geometria se deve basear na exploração, na experimentação e na manipulação, utilizando objetos do mundo real e materiais específicos, sobretudo nos primeiros anos de escolaridade, sendo a visualização uma capacidade a desenvolver.

Segundo as orientações curriculares (ME, 2013) a aprendizagem da Matemática deve partir do concreto, sendo fundamental que a passagem do concreto ao abstrato se faça de forma gradual. Também, Abrantes, Serrazina e Oliveira (1999) destacam que a apropriação da linguagem e dos conceitos geométricos se faz de modo gradual, levando a que sejam retomados frequentes vezes, em diferentes contextos, ao longo da escolaridade, desenvolvendo a capacidade de organização lógica do pensamento. Outros investigadores (Burger & Shaughnessy, 1986; Fuys, Geddes e Tischler, 1988; Senk, 1989; Van Hiele, 1986, citados em NCTM, 2007) compactuam com a ideia que a construção da compreensão da geometria deve transitar de um raciocínio informal para um mais formal.

As orientações curriculares atuais (ME, 2013) surgem com base nas orientações anteriores (ME, 2007), onde se refere que “o documento foi contruído com base nos conteúdos temáticos expressos no Programa de Matemática do Ensino Básico de 2007” (ME, 2013, p. 1). Assim, de acordo com o Programa de Matemática do Ensino Básico (2007) deve-se ter em conta que o principal propósito da geometria visa desenvolver, nos alunos, o sentido espacial, com ênfase na visualização e na compreensão das propriedades de figuras geométricas e respetivos processos de medida, bem como a utilização destes conhecimentos e capacidades na resolução de problemas em contextos diversos.

Segundo os Princípios e Normas para a Matemática Escolar (NCTM, 2007), desde o pré-escolar ao 12º ano, o ensino e aprendizagem da geometria deve permitir:

Analisar as características e propriedades de formas geométricas bi e tridimensionais e desenvolver argumentos matemáticos acerca das relações geométricas; especificar posições e descrever relações espaciais recorrendo à geometria de coordenadas e a outros sistemas de representação; aplicar transformações geométricas e usar simetrias para analisar situações matemáticas; usar a visualização, o raciocínio espacial e a modelação geométrica para resolver problemas; aplicar transformações e usar simetrias para analisar situações Matemáticas; usar a visualização, o raciocínio espacial e a modelação geométrica para resolver problemas. (p.44)

Através da geometria os alunos devem envolver-se na sua aprendizagem, descobrindo relações, comparando, contruindo, medindo, transformando e discutindo possibilidades. É de consenso geral que a geometria é propícia ao desenvolvimento do pensamento matemático, bem como à realização de investigações e outras tarefas que se cruzam com aspetos essenciais da Matemática, como a formulação de conjeturas e respetiva validação (Abrantes, et al., 1999). A resolução de problemas pode ser facilmente relacionada com a geometria, visto que esta está presente no dia-a-dia. Desta forma, a geometria deve ser, quando possível, relacionada com outras áreas do saber, sejam elas de cariz matemático ou não. Abrantes (1999) reforça esta ideia afirmando que a variedade de objetos e de situações da geometria contribuem para a abordagem de outros temas nas aulas de Matemática. O autor considera que a geometria é um tema recomendado para resolver problemas de vários tipos: de visualização e de representação; de construção; que envolva transformações geométricas; e que envolva definições e propriedades dentro da própria Matemática.

Para Duval (1998), a aprendizagem da geometria envolve três tipos de processos cognitivos rigorosamente interligados, são eles: o processo de visualização, que diz respeito à representação espacial; o processo de construção, através do uso de ferramentas; e o processo de raciocínio, utilizado para comprovar e demonstrar. Para o autor, estes processos cruzam-se e têm como objetivo primordial o ensino e aprendizagem da geometria.

## **2.2. Visualização e tarefas de exploração em geometria**

O estudo da geometria contribui para relacionar a Matemática com o mundo real, sendo que “as primeiras experiências das crianças são geométricas e espaciais” (Abrantes, et al., 1999). Neste sentido, os autores afirmam que a escola deve dar

continuidade ao estudo das formas e das relações geométricas, tendo como base a experiência informal dos alunos.

Segundo o Programa de Matemática de 2007 “o estudo da geometria deve ter como base tarefas que proporcionem oportunidades para observar, analisar, relacionar e construir” (ME, 2007, p. 36). Nesta linha de pensamento, segundo Hoffer (1981, citado em Lavrador, 2010) a aprendizagem da geometria deve contribuir para desenvolver nos alunos várias capacidades, nomeadamente a visualização. A visualização transforma conceitos abstratos em imagens concretas, associando experiências anteriores, prosseguindo para processos mais formais, desenvolvendo a capacidade de organização lógica do pensamento (Abrantes, et al., 1999). Veloso (1998) corrobora desta opinião, considerando que a visualização é um dos “objectivos primeiros” do ensino da geometria, defendendo que a construção de modelos e materiais manipuláveis esteja presente, não apenas nos primeiros anos, mas sim ao longo de toda a escolaridade. O autor é da opinião que só desta forma é possível construir uma memória de imagens, que permita aceder a visualizações progressivamente mais complexas, pois é necessário “aprender a ver”. Tal como referem Pimentel e Vale (2013) a aprendizagem Matemática deve incluir práticas que levem os alunos a pensar visualmente e a desenvolver essa capacidade.

Segundo outros autores (Matos & Serrazina, 1996; Suydam, 1985), outras capacidades estão envolvidas no ensino e aprendizagem da geometria, mais concretamente, a verbalização, a construção, a manipulação de objetos geométricos, a organização lógica do pensamento matemático e a aplicação de conhecimentos geométricos noutras situações. Contudo, a visualização em Matemática é entendida como um processo de formação de imagens que são fundamentais na descoberta e na compreensão desta ciência (Zimmermann & Cunningham, 1991).

De acordo com os Princípios e Normas para a Matemática Escolar (NCTM, 2007), desde o início da escolaridade, os alunos deverão desenvolver a capacidade de visualização “através de experiências concretas com uma diversidade de objetos geométricos e através da utilização de tecnologias, que permitem rodar, encolher e deformar uma serie de objectos bi e tridimensionais” (p. 47).

A capacidade da visualização está presente nos documentos orientadores (NCTM, 2007; ME, 2007; ME, 2013). Sendo o Programa de Matemática 2007 a base do

atual Programa de Matemática (2013), pode-se constatar que a visualização assume importância nos objetivos gerais da aprendizagem da geometria ao longo do primeiro, segundo e terceiro ciclos. Deste modo, no 1º ciclo pretende-se que os alunos desenvolvam a visualização e sejam capazes de representar, descrever e construir figuras no plano e no espaço, identificando as propriedades que as caracterizam. Neste ciclo os alunos devem, ainda, ser capazes de identificar e interpretar relações espaciais. No 2º ciclo, para além de compreenderem as propriedades das figuras geométricas no plano e no espaço, devem desenvolver a visualização e o raciocínio geométrico, sendo capazes de usar estas capacidades. No 3º ciclo, além dos objetivos mencionados anteriormente, devem compreender e serem capazes de utilizar propriedades e relações relativas a figuras geométricas no plano e no espaço (ME, 2007).

Segundo as orientações curriculares (ME, 2007; ME, 2013), as capacidades de visualização devem constar na aprendizagem dos alunos desde os primeiros anos de escolaridade, sendo que à medida que vão desenvolvendo os seus conhecimentos geométricos, os alunos necessitam de aprender a alterar, física e mentalmente, a orientação e dimensão dos objetos. Alunos do terceiro ao quinto ano de escolaridade encontram-se preparados para manipularem figuras mentalmente, podendo ser aplicadas tarefas que desafiem os alunos a explorarem figuras fisicamente. A tecnologia permite aos alunos alargarem a capacidade de raciocínio espacial, através de jogos computacionais que ajudam a desenvolver a orientação espacial e a coordenação entre os olhos e a mão (NCTM, 2007).

No segundo e terceiro ciclos, a visualização e o raciocínio são fundamentais, os alunos devem analisar, construir, compor e decompor objetos bi e tridimensionais, utilizando para tal desenhos, modelos geométricos ou programas computacionais de geometria dinâmica. Segundo o NCTM (2007), os alunos devem recorrer ao desenho, obedecendo a descrições geométricas e descrever um dado objeto, tendo em conta as propriedades geométricas.

Matos e Gordo (1993) consideram que a visualização é facilitadora da aprendizagem da geometria e é desenvolvida através das experiências geométricas na sala de aula. O professor como agente facilitador da aprendizagem assume um papel de destaque na escolha das metodologias e tarefas a aplicar para o ensino e a aprendizagem da geometria, pois vários estudos têm mostrado que tarefas

exploratórias e investigativas são uma poderosa forma de construir conhecimento (Abrantes, 1999; Oliveira, Segurado & Ponte, 1999; Rocha 2003 citado em Branco, 2013). De acordo com Branco (2013), estas tarefas são uma boa oportunidade para os alunos debaterem questões, exporem os seus raciocínios, estabelecerem conjeturas, usarem e aplicarem a Matemática. Usar tarefas exploratórias constitui o contexto para que os alunos compreendam a necessidade de justificar as suas afirmações, expressando o seu raciocínio ao professor e aos colegas (Ponte, Ferreira, Brunheira, Oliveira e Varandas, 1999, citado em Branco, 2013). Também o envolvimento dos alunos em tarefas exploratórias é notório devido à sua maior confiança no trabalho matemático, promovendo concepções e ideias mais positivas acerca da Matemática e sua aprendizagem (Martins, Maia, Menino, Rocha & Pires, 2002). Segurado (1997, citado em Branco 2013), corrobora da mesma visão, afirmando que este tipo de tarefas proporciona contextos ricos em desafios e os alunos ficam mais motivados e empenhados na sua realização.

Para Ponte (2005, citado em Branco, 2013) as tarefas de exploração e investigação são entendidas como tarefas de cunho aberto, sendo tarefas com algum grau de indeterminação no que é dado, no que é pedido ou em ambas as coisas. O autor realça que é complicado saber o grau de complexidade que uma tarefa aberta terá para um grupo de alunos, visto que não se faz distinção entre tarefas de natureza mais exploratória ou mais investigativa, chamando-se tarefas de exploração e investigação ou investigações matemáticas a todas elas. Assim, “as investigações matemáticas podem propiciar atividades educativas importantes, no desenvolvimento e consolidação de conceitos e de ideias matemáticas e podem permitir uma visão mais ampla da Matemática” (Ponte & Matos, 1996, citado em Branco, 2013, p. 108).

De acordo com Martins, et al. (2002), o trabalho com investigações matemáticas pode permitir: o desenvolvimento de competências matemáticas, como atitudes, capacidades e conhecimentos; a oportunidade de abordar e relacionar conteúdos matemáticos, dando ênfase às conexões; e ainda, compreender globalmente a natureza da atividade Matemática.

Para Braumann (2002, citado em Branco, 2013) aprender Matemática não é compreender a Matemática já feita, mas sim ser capaz de a descobrir, explorar e investigar. Só desta forma se compreende a sua função e a sua utilidade na intervenção

sobre o mundo. Para o autor aprender Matemática deve passar pela exploração e pela descoberta de estratégias, sendo estes processos fundamentais da vertente investigativa.

### **3. As áreas e os perímetros**

#### **3.1. Recomendações curriculares**

A noção de medida está estritamente relacionada com a geometria, estando associada ao conceito de área e de perímetro. No Programa de Matemática de 2007, a finalidade do tema geometria é “desenvolver, nos alunos, o sentido espacial, com ênfase na visualização e na compreensão de propriedade de figuras geométricas no plano e no espaço, a noção de grandeza e respetivos processos de medida...” (ME, 2007, p. 20). No que concerne ao 2º ciclo, é destacada “a compreensão de grandezas geométricas e respetivos processos de medida, bem como a utilização destes conhecimentos e capacidades na resolução de problemas em contextos diversos” (ME, 2007, p. 36). As atuais orientações curriculares (ME, 2013) dão importância a este tópico, sendo ele dedicado “a áreas de figuras planas, a volumes de sólidos e a amplitudes de ângulos” (p. 14).

Medir é, essencialmente, comparar, estando a medida relacionada com a compreensão de grandezas geométricas e ainda aliada à resolução de problemas. Destaca-se a sua importância no currículo da Matemática “devido à aplicação prática e à abundância de situações que envolvem a medida em vários aspetos da vida quotidiana” (NCTM, 2007, p. 48). É uma atividade na qual a utilização de materiais concretos faz sentido, pois os alunos necessitam de manusear, fazer comparações e medirem com materiais apropriados. Os alunos necessitam de realizar um conjunto de experiências informais para que compreendam os aspetos mensuráveis, de modo a estabelecerem e compreenderem relações de grandeza, à medida que evoluem na sua escolaridade (NCTM, 2007).

A aquisição da linguagem geométrica e seus conceitos realiza-se, ao longo dos três ciclos de escolaridade, de forma gradual. Assim, as aprendizagens ao longo do 1º ciclo passam, essencialmente, pela compreensão dos conceitos de grandeza e medida.

No 2º ciclo estes conceitos continuam a ser fundamentais, contudo estão associadas à resolução de problemas da vida real, sendo aprofundado o conceito de área e respectivas fórmulas. No 3º ciclo, os alunos continuam a construir e a ampliar o estudo dos conceitos apreendidos (ME, 2007).

Como afirma o Programa de Matemática de 2007, no 1º ciclo “a resolução de problemas envolvendo grandezas e medidas em situações do dia-a-dia constitui o contexto fundamental para a aprendizagem deste tema” (p.21), pois é a partir da exploração de situações que surgem as fórmulas e procedimentos para determinar medidas. O Programa de Matemática de 2013 refere que, para este mesmo ciclo de escolaridade, devem ser apresentadas as noções básicas da geometria, destacando o “reconhecimento visual de objetos e conceitos elementares como pontos, colinearidade de pontos, direções, retas, semirretas e segmentos de reta, paralelismo e perpendicularidade, a partir dos quais se constroem objetos mais complexos como polígonos, circunferências, sólidos ou ângulos” (ME, 2013, p. 6).

Os materiais manipuláveis para o ensino e aprendizagem da geometria não são evidentes no Programa de Matemática de Matemática de 2013, apenas é referido o material de escrita e desenho. Contudo, este documento surgiu tendo por base o Programa de Matemática de 2007 (ME, 2013) que dá destaque aos materiais manipuláveis, pois “permitem estabelecer comparações e tirar conclusões, de modo a concretizar a compreensão dos conceitos” (Ventura, 2013, p. 17). A este respeito, é possível observar na figura dos tópicos, objetivos específicos e notas (anexo 1), na coluna referente às “Notas”, a alusão ao geoplano, pentaminós e tangram para desenvolver os conceitos de área e perímetro no 1º ciclo do ensino básico.

No 2º ciclo de escolaridade, de acordo com o Programa de Matemática de 2013, “os alunos deverão saber relacionar as diferentes propriedades estudadas com aquelas que já conhecem e que são pertinentes em cada situação” (ME, 2013, p. 14). O Programa de Matemática de 2007 destaca as grandezas e os processos de medição, relacionando-os com a resolução de problemas do quotidiano. Relativamente ao tema da geometria apresenta como principal objetivo “desenvolver nos alunos o sentido espacial, com ênfase na visualização e na compreensão das propriedades de figuras geométricas no plano e no espaço, a compreensão de grandezas geométricas e respetivos processos de medida...” (ME, 2007, p. 36). Segundo este documento orientador as tarefas de medição



devem ser diversificadas, recorrendo a instrumentos de medida, bem como a utilização de materiais manipuláveis. Note-se, nos tópicos, objetivos específicos e notas (anexo 2) as propostas de situações dedicadas à experiência, tendo por base o cálculo de áreas e perímetros. Esta remete para as situações experimentais para encontrar a fórmula do perímetro e da área do círculo, para os métodos de sobreposição, composição e decomposição de figuras, para propor situações que evidenciem a distinção entre a área e perímetro e para a utilização de figuras e respetivo enquadramento em papel quadriculado.

As atuais orientações curriculares (ME, 2013) evidenciam a utilização de diversas tarefas que recorram a instrumentos de desenho e medida (régua, esquadro, compasso e transferidor) e a programas de geometria dinâmica. Afirma ainda que os alunos devem adquirir “destreza na execução de construções rigorosas e reconheçam alguns dos resultados matemáticos por detrás dos diferentes procedimentos” (ME, 2013, p. 14).

Intuitivamente, ao pensar nos conceitos de área e de perímetro, pensa-se em fórmulas, isto devido à desvalorização da geometria e conseqüente enunciação e demonstração de axiomas e fórmulas que, em tempos, os alunos tinham de sistematizar e memorizar. Segundo o NCTM (2007), os alunos devem desenvolver fórmulas para o perímetro e a área, nos primeiros anos de escolaridade, devendo em anos posteriores formalizar as técnicas e desenvolver fórmulas para o volume e para a área de superfícies de objetos.

As fórmulas para calcular áreas e perímetros surgem quando os alunos têm oportunidade de determinar, de forma informal, áreas de figuras planas com recurso a materiais manipuláveis, que vão sendo formalizadas, originado as fórmulas das áreas dos quadrados, retângulos, triângulos... (Abrantes, et al., 1999). Os mesmos investigadores afirmam que utilizar instrumentos de medida e fórmulas desde muito cedo pode conduzir a uma utilização sem a compreensão necessária à resolução de problemas que envolvem medidas. Sobre esta questão em particular o NCTM (2007) refere que a introdução de fórmulas deverá surgir de modo significativo. Nos primeiros anos escolares, os alunos devem calcular a área e o perímetro recorrendo a instrumentos de medição, mais tarde começam a aprender que as medidas podem ser calculadas através de fórmulas, não necessitando de recorrer à medição através de instrumentos de medida (NCTM, 2007).

### 3.2. O ensino e a aprendizagem de áreas e perímetros

Para entender o desempenho e as dificuldades dos alunos é necessário compreender as atitudes e concepções que eles possuem face à Matemática, à sua aprendizagem ou aos diversos tópicos curriculares, assim

(...) para compreender as atitudes dos alunos em relação à Matemática necessitamos de compreender as definições e os processos pelos quais a sua representação da Matemática é contruída, isto é, a avaliação e explicação das atitudes dos alunos reside na interpretação das suas representações da Matemática. (Matos, 1991, p. 89)

Nesta linha de pensamento, é certo que a aprendizagem de dado conteúdo é influenciada por concepções e ideias dos alunos possuem antes de aprender algo. A investigação associada aos conceitos de perímetro e área têm analisado essas concepções, que são significativas e visíveis em todos os níveis de escolaridade, e interpretado as dificuldades específicas sobre estes conceitos.

De acordo com Duval (1998) ensinar geometria é complexo e apresenta mais dificuldade do que ensinar outros conteúdos da Matemática, como números e operações ou álgebra, pois há dificuldades e erros dos alunos quando contactam com conceitos geométricos como, a compreensão do espaço, a visualização espacial, a representação gráfica e a compreensão dos conceitos.

Por vezes, a incompreensão dos enunciados de tarefas revelam dificuldades ao nível da própria língua portuguesa. Num estudo realizado para conhecer as estratégias de raciocínio e as dificuldades dos alunos portugueses no 2º ciclo do ensino básico, ao nível da visualização, medida e área, verificou-se que os alunos demonstram dificuldades em lidar com termos da linguagem corrente. Este estudo afirma ainda que, embora o professor considere alguns termos simples, por vezes estes não são conhecidos pelos alunos, tendo dificuldades em compreender o seu significado (Candeias, et al., 2006). Este estudo vem comprovar factos apontados pelas Normas e Princípios da Educação Escolar, em relação às questões de linguagem afirmam que podem influenciar a compreensão do aluno sobre determinado conceito. Por exemplo, a noção de comprimento pode ser utilizada e interpretada de maneiras diferentes dependendo do contexto, como no caso de perímetro, altura, largura e distância (NCTM, 2007).

Numa investigação desenvolvida por Battista (2006) cujo objetivo era compreender o pensamento dos alunos sobre o comprimento, após a colocação de uma tarefa, que tinha como propósito calcular o perímetro de um retângulo em que eram dadas as suas dimensões, alguns alunos não conseguiram descobrir as medidas. O investigador refere que embora o conceito de comprimento seja simples para um adulto, para uma criança pode ser de difícil compreensão. Como tal frisa a importância de distinguir comprimento e distância entre dois pontos através de experiências concretas, desde os primeiros anos de escolaridade.

Além das dificuldades em lidar com a linguagem, no estudo realizado por Ramalho e Correia (1994), com alunos de nove anos de idade, apresentaram dificuldades ao nível da interpretação textual do enunciado e cometem vários erros em operações aritméticas. Também o estudo realizado por Lavrador (2010), com alunos do Curso de Educação e Formação (CEF) revela que estes possuem dificuldades ao nível da interpretação, sejam elas acerca da interpretação textual ou da interpretação de figuras (geométricas, tabelas, esquemas ou desenhos), sendo que estas últimas “estão por vezes associadas às dificuldades de visualização, ou de identificação de elementos que constituem as figuras, e dificuldades na sua construção” (Lavrador, 2010, p. 53).

O ensino do conceito de área e perímetro deve ser claro, de modo a garantir a aprendizagem dos alunos para que não haja confusão entre eles. Os alunos possuem dificuldades de compreensão dos conceitos de perímetro e de área (Kenney & Kouba, 1997; Lindquist & Kouba, 1997, citados em NCTM, 2007), confundindo-os. Assim, para os autores, os alunos utilizam fórmulas sem compreenderem como é que essa fórmula se relaciona com a grandeza a ser medida e com a unidade a ser usada.

Em relação às unidades, Curry, Mitchelmore e Outhred (2006) realizaram uma investigação que visava a compreensão dos alunos face aos conceitos de comprimentos, área e volume. Neste estudo os autores verificaram que os alunos rejeitam o uso de diferentes “tamanhos” de unidades na medição de área ou volume, mas não o uso de diferentes “tamanhos” nas unidades de comprimento. Para os autores, os alunos têm “uma compreensão muito mais pobre da necessidade de unidades idênticas que não deixam lacunas que muitas vezes os professores assumem, e podem realmente não ter noção clara do que estão medindo” (Curry, Mitchelmore, & Outhred, 2006, p. 383).

Selecionar a unidade correta ou compreender que são necessárias unidades diferentes para medir grandezas é, por vezes, difícil para os alunos. Segundo os Princípios e Normas para a Matemática Escolar (NCTM, 2007), os alunos confundem o facto de as unidades quadradas serem utilizadas na medição de áreas, e as unidades cúbicas utilizadas para medir volumes, sobretudo quando as figuras a medir não são quadrados nem cubos. Com isto, se passarem para a utilização de fórmulas de forma repentina e não possuírem bases conceituais, os alunos podem sentir dificuldades.

O estudo de Pires (1995) visava saber que concepções acerca da área e perímetros revelavam alunos do 6º ano de escolaridade e que processos de resolução eram utilizados em tarefas que envolvessem esses conceitos. Os alunos revelaram dificuldades em relação à noção de medida, que passa pela escolha pouco acertada de unidades, pela indicação de unidades unidimensionais para a área e bidimensionais para o comprimento, o que revela confusão entre medida e unidades de medida. Este estudo revela que, para os alunos, o conceito de área é mais complexo do que o perímetro, sendo que o perímetro de uma figura é associado à “soma de lados” e à linha fronteira enquanto a área é associada ao “produto de lados”, espaço ou superfície. O estudo em questão demonstra que a relação entre área e perímetro é difícil para o aluno, pois quando os conceitos são lecionados de forma independente os alunos respondem com segurança, mas se forem lecionados em simultâneo surgem dificuldades e confusões.

Outros estudos realizados (Douady & Perrin-Glorian, 1989; Jaquet, 2000 e Owens & Outhred, 2006) sustentam que a incompreensão dos conceitos faz com que existam alguma confusão entre eles. Simon e Blume (1994, citados em Outhred & Mitcherlmore, 2000) chamam a atenção para a ideia errada que, por vezes, os alunos possuem acerca do que é a área e como podem medir essa área. Estes autores referem que os alunos, por vezes, confundem os conceitos de área e perímetro e, como tal, aplicam a fórmula para calcular a área do retângulo a todas as restantes figuras geométricas.

Segundo Douady e Perrin-Glorian (1989) é comum que os alunos apliquem fórmulas inválidas para determinar a medida de área de uma figura. Os autores referem que quando os alunos não compreendem os conceitos básicos das fórmulas têm dificuldade em generalizar os procedimentos que aprenderam, por isso a aprendizagem das fórmulas não deve acontecer antes do aluno ter adquirido a compreensão conceitual dos conceitos.

Além da confusão entre área e perímetro, Serrazina e Matos (1988) referem que os alunos tendem a pensar que duas figuras com igual área têm perímetros iguais e vice-versa, e que quanto maior for a área, maior será o perímetro, tal como quanto menor for a área, menor é o perímetro. Os autores aconselham que os alunos devem desenvolver várias e diversificadas tarefas para o cálculo de áreas e perímetros, para que os vejam como grandezas diferentes e independentes, fazendo a sua distinção.

As fragilidades no ensino da área e na compreensão dos conceitos podem ter na sua origem questões didáticas, ou seja, o tempo dedicado ao tema e sua exploração, com o ensino precoce do conceito, ou então porque as abordagens não são as mais adequadas (Abrantes, Serrazina & Oliveira, 1999; Chamorro, 2001; Doudy & Perrin-Glorian, 1989; Freuthental, 1983; Olmo, Moreno & Gil, 1993; Owens & Outhred, 2006, citado por Guerreiro, Portugal & Palhares, 2008). Estes autores aconselham metodologias que levem os alunos a realizar tarefas que proporcionem o conflito cognitivo, permitindo aos alunos a discussão e análise dos resultados, para que consiga dissociar os dois conceitos. De modo implícito surge a necessidade de aliar as tarefas ao trabalho cooperativo, para que se identifique e colmate as dificuldades dos alunos. Assim, o trabalho colaborativo é propício às interações sociais onde os alunos podem expor as suas conceções, confrontá-las com as dos colegas, discutir, argumentar e criticar (Guerreiro, Portugal, & Palhares, 2008).

## **4. Os materiais manipuláveis**

### **4.1. Características dos materiais manipuláveis**

A clarificação e definição de material didático, material manipulável, material concreto, entre outros termos não é consensual e gera algumas confusões. Como tal, Botas (2008) refere que a ideia de clarificar os conceitos pode ser complexa e, por vezes, podem confundir-se. É de destacar que na literatura revista, muitas vezes, é utilizada a designação de material manipulável como sinónimo de material concreto. Desta forma, no sentido de clarificar os vários conceitos, apresentam-se as visões de diferentes autores.

De acordo com Botas (2008) os materiais didáticos são

(...) recursos, materiais manipuláveis, calculadoras, manuais escolares, fichas e guiões de grupo e outros mais, que possibilitam ao professor desenvolver um ensino centrado no aluno e na sala de aula e que auxiliam a aprendizagem desenvolvendo uma atitude positiva nos alunos face à matemática. (p. 30)

Gagné (1971), Hole (1977), Mansutti (1993), Ribeiro (1995) referidos em Vale (2002) assumem as mesmas visões considerando que materiais didáticos são todos os materiais a que se pode recorrer durante o processo de ensino e de aprendizagem. Também Lorenzato (2006) e Vale (2002) corroboram da mesma opinião, designando material didático qualquer instrumento ou material que o professor recorre no processo de ensino e aprendizagem. Estes autores consideram como material didático todos os materiais que auxiliam o professor na lecionação das suas aulas para que os alunos compreendam e concretizem conceitos matemáticos. Deste modo, vários são os materiais que, quando utilizados no processo de ensino e aprendizagem, são considerados materiais didáticos como, o giz, a calculadora, um filme, um livro, um jogo, uma transparência, entre outros.

Como se pode verificar os materiais didáticos podem assumir várias tipologias. Serrazina (1991) entende que materiais manipuláveis são objetos, instrumentos ou outros que ajudam os alunos a descobrir, a entender ou consolidar conceitos fundamentais nas diferentes fases de aprendizagem. Jacobs (1998, citado em Vale, 2002) entende que são objetos usados pelos alunos e que lhes permitem aprender ativamente certo conceito. Se repararmos estas definições acerca de material manipulável são muito semelhantes à definição de material didático, o que provoca alguma confusão.

Hynes (1986, citado em Vale, 2002) assume que materiais manipuláveis “são modelos concretos que envolvem conceitos matemáticos, apelam aos vários sentidos e podem ser tocados e movimentados pelos alunos” (Vale, 2002, p. 5). Reys (1982, citado em Vale, 2002) corrobora da mesma opinião afirmando que os materiais manipuláveis são objetos que o aluno consegue sentir, tocar, manipular e movimentar.

Segundo Vale (2002) há materiais que são facilmente identificados como materiais manipuláveis, como o caso do geoplano. Contudo, coloca a questão da utilização de um gráfico ou de um desenho em sala de aula, utilizados para comunicar. Segundo as definições apontadas, onde o movimento está presente, estes não podem

ser considerados materiais manipuláveis pois são estáticos. Contudo, a autora aponta que com a tecnologia estes elementos podem ser manipulados. Neste sentido, Schultz (1989, citado em Vale, 2002) clarifica o conceito e afirma que o termo manipulável aponta para a manipulação do modelo. Esta autora classifica os modelos de acordo com o seu uso, manipuláveis ativos, manipuláveis passivos e não manipuláveis. Como tal, os materiais concretos que permitem uma manipulação direta são considerados manipuláveis ativos. Os manipuláveis passivos dizem respeito à observação por parte dos alunos quando o professor manipula certo modelo para demonstrar conceitos ou procedimentos. Os não manipuláveis são aqueles que estão presentes mas não são manipulados, como o caso de materiais desenhados em fichas ou manuais escolares.

Velosa (2008) agrupa os materiais manipuláveis em duas categorias, os materiais estruturados e os materiais não estruturados. A autora considera que os materiais estruturados são construídos com objetivos específicos para o ensino da Matemática, como geoplanos, sólidos geométricos, régua, compassos, blocos lógicos, ábacos... Por outro lado, os materiais não estruturados são objetos diversos do quotidiano, como palhinhas, embalagens, mosaicos, feijões... Todavia, os materiais concretos podem ser divididos em materiais comuns e materiais educacionais, sendo que os materiais educacionais apareceram para colmatar certos problemas dos materiais comuns. Assim, os materiais comuns são aqueles que se utilizam na vida quotidiana para diversos fins e os materiais educacionais referem-se a materiais construídos especificamente para serem utilizados na sala de aula para fins educativos (Vale, 2002). Esta designação coincide com a de outros autores que consideram os materiais não estruturados e estruturados, respetivamente.

Vale (2002) aponta uma categorização dos materiais didáticos em três tipos: concretos, pictoriais e abstratos/simbólicos. Os materiais concretos são os que permitem que os alunos trabalhem em contacto direto com eles. Os materiais pictoriais referem-se às representações dos materiais concretos através de desenhos e imagens e são usadas normalmente em livros de texto. Os materiais simbólicos são aqueles que permitem a representação de uma ideia matemática através de numerais e sinais aceites universalmente e que indicam um conceito ou relação matemática.

Uma possível definição para material manipulável pode ser a seguinte:

os materiais manipuláveis são materiais concretos, de uso comum ou educacional, que permitem que durante uma situação de aprendizagem apelem para os vários sentidos dos alunos devendo ser manipulados e que se caracterizam pelo envolvimento ativo dos alunos p.e. ábaco, geoplano, folhas de papel. (Vale, 2002, p. 8)

Para Graells (2000, citado em Abreu, 2013) existe diferença entre material didático e recurso educativo. Este considera recurso educativo qualquer material que no contexto educativo pode facilitar a aprendizagem, e por material didático considera qualquer material com a intenção de facilitar o processo de ensino aprendizagem. Deste modo, o autor refere que um material didático pode ser um material educativo, mas o contrário já não pode acontecer.

Repare-se que, segundo Botas (2008), Lorenzato (2006) e Vale (1999, 2002), os materiais didáticos são os materiais utilizados em contexto educativo ou no dia-a-dia e a que o professor recorre na sua prática. Contudo, Graells (2000 citado em Abreu, 2013) refere esses materiais como recursos educativos, afirmando que material didático é aquele que é contruído com a intenção de auxiliar o processo ensino e aprendizagem.

Das leituras que se fez considera-se que são quase todas concordantes, assim, neste trabalho vai-se privilegiar a definição proposta por Vale.

#### **4.2. Importância da utilização dos materiais manipuláveis em sala de aula**

Implementar tarefas e atividades em contexto escolar com recurso a materiais manipuláveis deve ser algo estrategicamente pensado. Assim, neste tópico dá-se a conhecer a influência que os materiais manipuláveis têm no processo de ensino e de aprendizagem em contexto sala de aula.

Um dos principais propósitos do ensino da Matemática prende-se com o facto de os alunos se tornarem capazes de resolver problemas e que consigam aplicar a Matemática em várias situações. Esta visão do ensino da Matemática está relacionada com um currículo que envolva os alunos na sua aprendizagem e a valorizem a disciplina, assim,

um currículo que tenha como objectivo que os alunos valorizem a matemática, sejam confiantes das suas capacidades, façam conexões matemáticas, se tornem resolvedores de problemas e aprendam a raciocinar e a comunicar matematicamente, pede envolvimento activo dos alunos na aprendizagem que ocorre na sala de aula (Vale, 2002, pp. 18-19).



Segundo Tempura (2010, citado em Mascarenhas, Maia, Martinez & Lucena, 2014) o facto de a geometria ser um dos temas problemáticos do currículo deve-se sobretudo às suas definições serem apresentadas antes da experimentação, levando a geometria a ser centralizada no reconhecimento e nomeação de formas geométricas e no uso de fórmulas. Schwartz (2007, citado em Mascarenhas et al., 2014) afirma que “quando as pessoas se lembram da sua experiência na aprendizagem da geometria, muitas delas recordam-na não apenas como uma experiência desagradável, mas também as dificuldades que experimentaram” (p. 6).

Estas dificuldades no ensino e aprendizagem da geometria tem levado as entidades responsáveis a propor mudanças nos currículos da Matemática. Ao longo dos anos têm sido feitas referências explícitas para que os alunos realizem “experiências de aprendizagem activas, significativas, integradas e socializadoras” (ME, 1990, p. 5). Estas aprendizagens significativas pressupõem a manipulação de objetos e meios didáticos, a descoberta e o aluno como centro da aprendizagem (ME, 1990).

Vale (1999) realça que “cada novo conceito introduzido com os manipuláveis faz com que a matemática se torne viva e dê significado a ideias abstratas através de experiências com objectos reais” (p. 5). Deste modo, o ensino de um novo conceito pode começar no nível concreto, onde os alunos usam materiais manipuláveis, e passar para o estágio semi-concreto, em que os alunos observam as demonstrações realizadas pelo professor, e por fim progredir para o estado abstrato, onde os alunos usarão a simbologia. Nesta linha de pensamento, a autora considera que os materiais além de terem importância para a compreensão concetual também fazem com que os alunos consigam transferir as suas compreensões de um conceito para outro.

Muitos dos estudos realizados mostram-se inconclusivos quanto aos benefícios e à importância da utilização dos materiais manipuláveis em sala de aula. Matos e Serrazina (1996) defendem que algumas das investigações realizadas permitem verificar que o uso de materiais manipuláveis favorecem a aprendizagem e desenvolvem nos alunos uma atitude mais positiva. Contudo, também salientam que há investigações não conclusivas sobre o uso de materiais concretos na sala de aula.

Um estudo realizado por Pires (2006) demonstra que a utilização dos materiais pelos professores não ocorre sempre da mesma forma e a utilização desses materiais

na sala de aula depende da exploração que é feita. Assim, este afirma que os professores envolvidos no seu estudo

reconhecem o papel central dos materiais curriculares no processo de ensino e aprendizagem como recursos para a concretização de conceitos, procedimentos e ideias matemáticas, ajudando a apoiar o seu trabalho docente e a favorecer a aprendizagem dos seus alunos, encaminhando-os para estádios mais formais e abstractos (p. 12).

De acordo com este autor, a utilização de materiais manipuláveis nas aulas diminui à medida que o grau de escolaridade aumenta.

É unanime que o uso de materiais manipuláveis é mais propício nos anos mais elementares (APM, 1998; Lorenzato, 2006; ME, 2007; NCTM, 2007; Vale, 2002; Velosa, 2008). Segundo Hart et al. (1981, citado em Vale, 1999) muitos educadores acreditam que a utilização de materiais concretos é importante indiferentemente da idade de quem aprende com eles. Vale (1999) realça que “os alunos mais novos necessitarão de mais tempo e mais actividades com materiais concretos do que outros, mas qualquer aluno de qualquer idade beneficiará da sua utilização no momento certo” (p. 9). A autora realça que os materiais não são apenas necessário para os níveis mais elementares, pois aprender Matemática requer uma participação ativa por parte de todos alunos.

Para Hiebert e Carpenter (1992, citado em Abreu, 2013) a existência de estudos com diferentes conclusões quanto ao uso dos materiais manipuláveis em sala de aula possui várias explicações. Matos e Serrazina (1996) apontam que,

se os alunos não trazem com eles os conhecimentos que o professor espera, não é fácil para os alunos relacionarem as suas interações com os materiais e com as estruturas existentes. Eles não interpretam os materiais como o professor espera e o uso de materiais concretos dará provavelmente apenas a conexões ao acaso (p. 196).

De acordo com Veloso (2000) os materiais manipuláveis devem constar no ensino da geometria ao longo de toda a escolaridade, pois “apenas dessa forma é possível ir construindo uma “memória” de imagens que serão suporte de experiências de visualização progressivamente mais complexas” (p. 131). Vale (1999) corrobora este pensamento pois considera que “a visualização espacial só pode ser desenvolvida através de uma componente experimental e esta passa obrigatoriamente pelo recurso a materiais manipuláveis entre outros e em qualquer nível de escolaridade” (p. 14).

Um dos fundamentos para o uso de material manipulável prende-se com a passagem do nível concreto para o abstrato. Segundo Almiro (2004, citado em Abreu, 2013) “em muitas circunstâncias é indispensável a concretização de situações para ajudar os alunos na compreensão dos problemas e dos conceitos” (p. 15).

O uso de material manipulável no processo de ensino e aprendizagem pressupõe a descoberta e a exploração. Caldeira (2009), constata que a utilização dos materiais “permite construir, modificar, integrar, interagir com o mundo físico e com os seus pares, a aprender fazendo, desmistificando a conotação negativa que se atribui à matemática” (p. 3316). Sendo a aprendizagem encarada como um processo de construção também as interações sociais são facilitadoras dessa aprendizagem com recurso a materiais manipuláveis. Assim, em contextos de trabalho cooperativo e de grupos os alunos têm a oportunidade de expor as suas conceções, confrontá-las com as dos outros, discutir, argumentar e criticar (Guerreiro, Portugal, & Palhares, 2008). O uso de materiais manipuláveis em contextos de trabalhos de grupo promove a comunicação oral e escrita, sendo que o aluno durante a manipulação do material relata aos colegas ou ao professor as transformações que está a obter e elabora conjeturas (Abreu, 2013).

#### **4.3. Os materiais manipuláveis no ensino das áreas e perímetros**

Como já foi referido os materiais manipuláveis estão associados ao ensino e à aprendizagem da geometria, desta forma os alunos podem manipular e concretizar vários conceitos e, numa fase seguinte, tirar conclusões compreendendo melhor os conceitos envolvidos.

Os documentos curriculares apontam para uma geometria que utilize “tarefas que proporcionem oportunidades para observar, analisar, relacionar e construir figuras geométricas e de operar com elas” (ME, 2007, p. 36). Além das tarefas, apontam também para o uso de materiais de medida e desenho, assim como materiais manipuláveis, sendo estes importantes na aprendizagem da geometria e em particular na exploração, análise e resolução de problemas de natureza geométrica (ME, 2007).

Reconhecer que os objetos possuem atributos mensuráveis constitui o primeiro passo para o estudo da medida e conforme os alunos vão avançando na escolaridade os atributos mensuráveis devem ser aprofundados (NCTM, 2007). Vários são as investigações que revelam que os alunos, mesmo do 2º e 3º ciclos, não estão convictos

da conservação do perímetro e da área, as unidades usadas para os medir são esquecidas o que faz crer que é necessário um maior reforço das competências relacionadas com a medida (Abrantes, et al., 1999). Os autores realçam a importância dos materiais manipuláveis para trabalhar os conceitos de perímetro e área, nomeadamente o uso do geoplano que permite a decomposição de figuras.

O geoplano, os recortes de papel e os pentaminós são materiais manipuláveis que podem contribuir para a aprendizagem de diferentes conceitos relacionados com a geometria. Segundo Serrazina e Matos (1988) muitas vezes o perímetro e a área são introduzidos através de fórmulas e mais tarde é pedido aos alunos que determinem o “comprimento à volta” ou o “espaço ocupado” e muitos não são capazes de reconhecer aquelas ideias. Segundo Ventura (2013), “os conceitos de área e perímetros, que os alunos nem sempre distinguem facilmente, encontram no geoplano um excelente material para a sua introdução, ampliação e aprofundamento do seu conhecimento” (p. 22). Deste modo, Serrazina e Matos (1988) realçam que os alunos devem passar por variadas experiências concretas construídas por eles próprios até chegarem à compreensão da utilização das fórmulas. Caldeira (2009) afirma que “manipular materiais não significa que a matemática aconteça por osmose; é importante que as actividades sejam significativas para gerarem conhecimento” (p. 3316).

A introdução dos jogos em contexto sala de aula veio ajudar os alunos a construírem o seu próprio conhecimento e a valorizar a Matemática, sendo estes fortes instrumentos de motivação, atenção e envolvimento. Moraes et al. (2008, citado em Ventura, 2013) refere que o jogo do geoplano

enriquece a formação geral do aluno, auxiliando-o a ampliar a sua linguagem a adquirir estratégias de resolução de problemas e de planeamento de ações, a desenvolver a sua capacidade de realizar estimativa e cálculos mentais, a iniciar-se nos métodos de investigação científica, a estimular a sua concentração, raciocínio, perseverança e criatividade, a promover a troca de ideias através de trabalhos de grupo, a estimular a compreensão de regras, percepção espacial, discriminação visual e fixação de conceitos. (p. 23)

Outros materiais estão relacionados com estas capacidades, como os pentaminós e até mesmo os recortes em papel. Deste modo, as tarefas implementadas podem proporcionar, entre outras, a identificação e reprodução de figuras geométricas, a identificação e diferenciação de unidades de medida, a compreensão da noção de

semelhança e congruência, a identificação e comparação de áreas e perímetros para a compreensão das diferenças entre tais conceitos e ainda o trabalho como uma forma para o cálculo da área de um polígono (Moraes et al. 2008, citado em Ventura, 2013).

#### **4.4. O professor e as tarefas com materiais manipuláveis**

De acordo com Canavarro (2003), vários investigadores defendem que os objetivos relacionados com a educação Matemática passam pelo trabalho que o professor realiza na sala de aula, da interação que promove no grupo, das formas de trabalho que utiliza e ainda dos papéis que atribui aos alunos e a si mesmo.

As controvérsias geradas em torno da Matemática, pelos resultados académicos abaixo do desejável, fez com que várias investigações fossem realizadas em relação à didática da disciplina. Deste modo, Biehler (1994, citado em Vale, 1999) aponta a formação de professores como meio para “desenvolver os conhecimentos e competências práticas dos professores, não só para reproduzir essas práticas mas também para prepará-los para uma prática dinâmica, interactiva e reflexiva” (p. 14). Como afirma Freire (1991, citado em Caldeira, 2009) “ninguém começa a ser educador numa terça-feira às quatro horas da tarde”. O autor salienta que um educador é formado permanentemente, na prática e na reflexão sobre ela.

Nesta linha de pensamento é necessário reajustar a prática docente e compreender de que forma é que a aprendizagem se pode tornar significativa. Assim, Canavarro (2003) salienta que o ensino pretende que o professor dê respostas imediatas e soluções concretas, recorrendo ao saber profissional e pessoal, consoante o grupo heterogéneo de alunos que encontra, com diferentes motivações, predisposições para aprender, dificuldades e expectativas. Deste modo, Branco (2013) destaca que o professor como agente construtor, regulador e dinamizador deve propor mudanças, de modo a criar situações motivadoras, propor tarefas significativas que despertem a curiosidade e o entusiasmo dos alunos e que os envolvam na construção do seu conhecimento e na apropriação de novas ideias e conceitos. Bishop e Goffree (1986, citado em Branco, 2013) concordam que “são as tarefas e situações de aprendizagem que dão oportunidade aos alunos de se envolverem na criação da sua própria Matemática e de refletirem sobre o seu próprio processo de aprendizagem” (p. 99).

Ventura (2013) refere que o professor deve utilizar recursos que possam veicular o conhecimento, de forma a alcançar o maior número de alunos, permitindo que estes se sintam estimulados e envolvidos no seu processo de aprendizagem. De acordo com Vale e Barbosa (2015),

quando um professor proporciona aos alunos oportunidades de um ensino que utilize materiais manipuláveis, embora estes benefícios possam ser ténues, as atitudes dos alunos face à matemática melhoram e, de modo geral, a compreensão dos conceitos matemáticos aumenta. (p. 6-7)

Atualmente, o professor dispõe de um conjunto de recursos que pode utilizar na sala de aula. Neste sentido, Vale (1999) realça que na formação didática dos futuros professores é dada atenção aos materiais manipuláveis, uma vez que este aspeto da Matemática pode contribuir eficazmente para as práticas, além de serem referência dos currículos que os professores terão de lecionar. Ponte e Serrazina (2004) corroboram a ideia de que “as práticas profissionais dos professores de Matemática são certamente um dos factores que mais influenciam a qualidade do ensino e da aprendizagem dos alunos” (p. 2). Lorenzato (2006) concorda que o professor assume um lugar de destaque no sucesso ou fracasso escolar do aluno e destaca que não basta dispor de um bom material didático para se conseguir que o aluno tenha uma aprendizagem significativa. Pelo contrário, é necessário saber utilizar corretamente os materiais em contexto sala de aula. Por esse motivo o autor afirma que os cursos de formação de professores são fulcrais para aprender a utilizar os materiais manipuláveis.

Vários investigadores e entidades afirmam que os materiais manipuláveis são um contributo precioso na construção do conhecimento e envolvimento do aluno na sua aprendizagem (Vale, 1999). Contudo, segundo Ponte, Matos e Abrantes (1998) os materiais manipuláveis, apesar das recomendações ainda são pouco utilizados no ensino e aprendizagem da Matemática. Vale e Barbosa (2015) acreditam que a formação de professores é um dos caminhos para que esta situação seja ultrapassada. Vale (1999) afirma que que “os materiais manipuláveis só poderão ser trabalhados nas aulas desde que os professores os conheçam e os saibam utilizar, explorando todas as suas potencialidades educativas” (p. 15).

Atualmente defende-se que o professor deve proporcionar aos seus alunos diferentes tipos de tarefas, promover a resolução de problemas e, sempre que

oportuno, recorrer ao uso de materiais manipuláveis (Mascarenhas, et al., 2014). Contudo, em relação a isso, Lorenzato (2006) alerta para o seguinte:

(...) convém termos sempre em mente que a realização em si de atividades manipulativas ou visuais não garante a aprendizagem. Para que esta efetivamente aconteça, faz-se necessária também a atividade mental, por parte do aluno. E o material didático pode ser um excelente catalisador para o aluno construir o seu saber matemático (p. 21).

Matos e Serrazina (1996) concordam que a manipulação do material por si só não garante aprendizagem. Os autores reforçam que o papel do professor é importante, pois é ele que deverá escolher o material adequado, para que tenha sucesso durante a atividade manipulativa. Assim, “mais importante que os materiais com que está a trabalhar, a experiência que o aluno está a realizar deve ser significativa para ele” (Matos & Serrazina, 1996, p. 197).

Rêgo e Rêgo (2006, citado em Rodrigues e Gazire, 2012) garantem que a aprendizagem deve resultar de reflexões sobre as operações impostas sobre a ação manipulativa e aponta alguns cuidados que o professor deve ter na utilização de materiais, como: dar tempo para que os alunos conheçam o material; incentivar a comunicação e a troca de ideias; mediar, sempre que necessário, o desenvolvimento das atividades; realizar uma escolha responsável e criteriosa do material; planejar as atividades com antecedência, de modo a conhecer os recursos para que sejam explorados de forma eficiente; estar aberto a sugestões e modificações ao longo do processo; e estimular, sempre que possível, a participação dos alunos e de outros professores na confecção do material.

Neste sentido, a eficiência do material no processo de ensino e aprendizagem depende sobretudo da forma como o professor irá utilizá-lo no momento em que está a mediar uma atividade, sendo que pressupõe ao docente um exercício de prática reflexiva para que possa utilizá-lo de forma correta, tornando a aprendizagem mais significativa e prazerosa (Lorenzato, 2006). Como refere Botas (2008), “os materiais não são mágicos e não detêm o significado e discernimento por si só” (p. 35). Deste modo, Post (1988, citado em Vale, 2002) salienta que “os manipuláveis ajudam, na medida em que estão a meio entre o mundo real das situações problemáticas concretas e mundo abstrato das ideias e do simbolismo (oral e escrito) da matemática” (p. 16). Como tal, é

o professor que deve mediar e gerir os materiais, tendo em conta as suas potencialidades e limitações. Sendo que cabe ao professor acreditar no potencial do material e encará-lo como um meio auxiliar do processo de ensino e aprendizagem, pois ele só produz resultados se for credível por quem o aplica (Lorenzato, 2006).



## CAPÍTULO 3 – Metodologia e procedimentos

Neste capítulo, numa primeira fase, descreve-se e justifica-se a opção metodológica adotada para a realização desta investigação e apresenta-se a caracterização do papel da investigadora ao longo do estudo. Segue-se a explicação da forma como foram selecionados os participantes, os procedimentos adotados, os métodos e instrumentos de recolha de dados, bem como o seu tratamento e organização. Descreve-se ainda a intervenção didática realizada e o modo como se procedeu a análise de dados.

### 1. Opções metodológicas gerais

A investigação realizada pretendia caracterizar o desempenho dos alunos em tarefas, que envolvem materiais manipuláveis, durante o ensino de área e perímetro. Para a sua concretização enunciaram-se três questões orientadoras:

(Q<sub>1</sub>) Como se caracterizam as principais dificuldades manifestadas pelos alunos na resolução de tarefas, recorrendo a materiais manipuláveis, envolvendo o conceito de área e de perímetro?

(Q<sub>2</sub>) Como se caracterizam as principais estratégias utilizadas pelos alunos na resolução de tarefas, recorrendo a materiais manipuláveis, envolvendo o conceito de área e de perímetro?

(Q<sub>3</sub>) Como é que os alunos reagem perante um ensino exploratório, recorrendo a materiais manipuláveis, envolvendo o conceito de área e de perímetro?

A metodologia adotada seguiu uma abordagem qualitativa, no *design* de estudo de caso de dois alunos. Segundo Bogdan e Biklen (1994), a investigação qualitativa caracteriza um conjunto de estratégias que possuem em comum características específicas. Os dados recolhidos pelo investigador são de carácter qualitativo, ou seja, são ricos em pormenores, descrevem pessoas, locais, diálogos e são sujeitos à análise e ao tratamento estatístico. As questões orientadoras da investigação visam a averiguação de todos os factos e fenómenos vivenciados em contexto natural. É privilegiada a compreensão dos comportamentos, sob o ponto de vista do investigador. Os autores definem algumas características próprias de uma investigação qualitativa, como a fonte direta de recolha de dados é o ambiente natural, sendo o investigador o

principal instrumento de recolha de dados; o forte carácter descritivo; o interesse no processo em detrimento dos resultados; a análise de dados é realizada de forma indutiva, assim como a importância fundamental atribuída ao significado neste tipo de abordagem.

Nesta investigação podem-se identificar as características acima mencionadas, sendo características específicas de um paradigma interpretativo. Pretende-se com este estudo, encontrar respostas para as questões formuladas e gerar hipóteses que, eventualmente, possam dar origem a novas questões para futuras investigações.

A metodologia pela qual se optou privilegia a descrição, a intuição e as percepções pessoais. Os dados são recolhidos em contexto natural e o investigador assume o papel principal na recolha de dados, sendo observador participante no estudo. De acordo com as características desta metodologia de investigação, Bogdan e Biklen (1994) defendem que o comportamento humano é influenciado pelo contexto em que ocorre. Como tal, o significado retirado através da análise indutiva e a compreensão dos dados recolhidos assumem um papel fulcral na abordagem qualitativa. Este estudo orientado segundo as características mencionadas, assume uma natureza interpretativa, em que se privilegia a importância dada aos significados, à luz do olhar do investigador (Erickson, 1986). Além disso, segundo Vale (2004), os dados qualitativos são obtidos a partir de ações que suportam com elas intenções e significados.

A metodologia qualitativa apresenta processos necessários para a sua implementação como, a observação, o registo, a análise, a reflexão, o diálogo e o repensar. De acordo com Morse (1994, citado em Vale, 2004) a investigação qualitativa atravessa seis estádios, que de forma natural se relacionam entre si. Estes estádios foram adotados na presente investigação de forma a orientá-la. Inicialmente, com o estágio de reflexão, a investigadora tentou definir o tópico/tema a estudar. Seguiu-se o estágio de planeamento, deste fazem parte o local onde decorreu o estudo, as estratégias de investigação a usar, a preparação, a formulação e ajustes das questões orientadoras da investigação. Posteriormente, o estágio de entrada dá início à recolha de dados. Seguiu-se o estágio de produção e recolha de dados, que diz respeito à sua análise, desde o início até ao final da recolha. A fase seguinte, o estágio de afastamento, é o estágio que afasta a investigadora do meio em estudo, servindo para refletir acerca do trabalho realizado. O último, o estágio de escrita, é aquele onde a investigadora cria

um texto fundamentado com base na literatura e retrata e descreve o estudo efetuado durante todo o período.

Como Lincoln e Guba (1985, citados em Cohen, Manion & Morrison, 2011) afirmam que o investigador é um instrumento humano de recolha de dados, pois observa os intervenientes no seu ambiente natural, interage com eles, analisa e interpreta o modo como os participantes compreendem, agem e explicam as situações em que estão envolvidos. No estudo a investigadora assumiu um duplo papel, o de professora e investigadora, simultaneamente.

Como já foi referido, para esta intervenção optou-se pelo *design* de estudo de caso. Esta abordagem estuda em profundidade uma entidade no seu contexto real, tirando partido de fontes múltiplas de evidência como entrevistas, questionários, observações, documentos e artefactos (Yin, 1984).

## **2. Participantes**

O estudo envolveu os alunos de uma turma do quinto ano de escolaridade do ensino básico, da qual foram seleccionados dois alunos. A turma em questão possuía hábitos de estudo e um bom ambiente de trabalho. Os alunos eram motivados, interessados e possuíam alto rendimento escolar à maioria das disciplinas.

A seleção dos alunos caso recaiu sobre dois alunos, um rapaz e uma rapariga. A escolha obedeceu a alguns critérios definidos pela investigadora tendo por base um questionário aplicado à turma, assim como a postura e atitude dos alunos perante as aulas e a disciplina de Matemática. Os alunos seleccionados possuem um bom desempenho académico, revelando uma postura interessada e empenhada durante as aulas e mostraram disponibilidade e vontade em participar no estudo.

O facto de a investigadora lecionar e estar presente na maioria das disciplinas da turma, permitiu observar, contactar e motivar os alunos, tendo como base o conhecimento dos mesmos, quer a nível cognitivo, comportamental e emocional. Este facto permitiu ainda gerir os recursos materiais e humanos, usando o horário da turma na gestão do tempo para a realização do estudo, sendo que este se desenvolveu em contexto sala de aula.

Tuckman (2000) aponta para a necessidade de se respeitar alguns princípios éticos que foram tidos em conta nesta investigação, como o direito à privacidade e ao anonimato. Deste modo, os alunos participantes no estudo foram identificados por nomes fictícios. Ainda que se tenha solicitado aos encarregados de educação a autorização para a participação dos alunos no presente estudo (anexo 3). Todos os encarregados de educação acederam, de forma prestativa, à participação dos seus educandos na presente investigação.

### **3. Procedimentos**

A recolha de dados efetuou-se recorrendo a várias fontes de informação, que se complementassem, para que os dados fossem o mais fidedignos possíveis. As questões orientadoras encaminharam a recolha e análise dos dados, resultando numa descrição profunda e detalhada.

Esta investigação baseia-se no trabalho concretizado em sala de aula e na análise de documentos escritos, sendo estas características da investigação de natureza empírica, nomeadamente, do estudo de caso. Os estudos que seguem um paradigma interpretativo devem estudar uma dada entidade no seu contexto real, recorrendo a vários métodos de recolha e diversas fontes de evidência como entrevistas, observações, documentos e artefactos (Yin, 1984).

No decorrer das aulas dedicadas ao conteúdo de perímetros e áreas de figuras planas os alunos foram contactando com diversos materiais manipuláveis, como os pentaminós, os recortes em papel, o geoplano e o papel ponteadado. Para cada material usado houve um primeiro contacto de carácter exploratório, para que os alunos o explorassem, de forma livre, com o objetivo de o manipularem e terem conhecimento do seu funcionamento.

Aplicou-se no início da intervenção um questionário inicial (anexo 4) com o propósito de aferir a opinião dos alunos acerca da aprendizagem da Matemática. Através da observação efetuada e da análise do questionário inicial selecionaram-se os alunos a estudar.

As tarefas propostas durante a intervenção didática foram desenvolvidas, de modo individual, sendo a sua discussão realizada oralmente pelos alunos, de forma a

trocarem ideias e estratégias de resolução, bem como expor os seus raciocínios. Eram tarefas de carácter exploratório, que recorriam a vários materiais manipuláveis. Com o decorrer da intervenção didática, a investigadora analisava as resoluções escritas das tarefas e procurava saber a opinião dos alunos acerca das aulas com materiais manipuláveis. Como tal, semanalmente, realizavam-se entrevistas. Os dois alunos e a investigadora reuniam-se para aferir e esclarecer aspetos das aulas da semana, nomeadamente, dar opinião pessoal, esclarecer dificuldades, partilhar e explicar estratégias utilizadas na resolução das tarefas. As entrevistas foram realizadas nas tardes livres dos alunos.

As aulas foram vídeo gravadas e os registos da resolução das tarefas foram realizados pelos alunos em papel e recolhidos pela investigadora para posterior análise.

Para se compreender melhor a intervenção didática, a tabela 1, apresenta a organização da intervenção contemplando as aulas lecionadas, assim como os materiais manipuláveis usados e os respetivos objetivos.

*Tabela 1 - Organização da intervenção didática com materiais manipuláveis*

| Aula              | Objetivos                                                                                                                                                                                                                                                                                        | Tarefas                                                                                                                                                   |
|-------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1<br>(90 minutos) | <ul style="list-style-type: none"> <li>Distinguir área de perímetro, de uma figura plana;</li> <li>Reconhecer figuras equivalentes.</li> </ul>                                                                                                                                                   | Material: quadrados de cartolina e pentaminós.<br>1. A festa de aniversário do Pedro.<br>2. Qual será a área e o perímetro dos pentaminós?<br>3. Puzzles. |
| 2<br>(90 minutos) | <ul style="list-style-type: none"> <li>Reconhecer figuras equivalentes;</li> <li>Relacionar a expressão da área de um paralelogramo com a expressão da área do retângulo;</li> <li>Identificar a altura de um paralelogramo relativamente a uma base.</li> </ul>                                 | Material: papel (recortes).<br>1. Transforma o retângulo num paralelogramo.                                                                               |
| 3<br>(90 minutos) | <ul style="list-style-type: none"> <li>Relacionar a expressão da área de um retângulo com a expressão da área de um triângulo;</li> <li>Identificar a altura de um triângulo relativamente a uma base;</li> <li>Resolver problemas que envolvam o cálculo de áreas de figuras planas.</li> </ul> | Material: papel (recortes).<br>1. Transforma o retângulo em dois triângulos.<br>2. As bases e as alturas do triângulo.                                    |
| 4<br>(90 minutos) | <ul style="list-style-type: none"> <li>Reconhecer figuras equivalentes;</li> <li>Resolver problemas que envolvam o cálculo de áreas de figuras planas.</li> </ul>                                                                                                                                | Material: geoplano.<br>1. Tarefa 1<br>2. Tarefa 2                                                                                                         |

|                   |                                                                                                                                                                           |                                                                                                                                 |
|-------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 5<br>(90 minutos) | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Distinguir área de perímetro;</li> <li>• Resolver problemas que envolvam o cálculo de áreas de figuras planas.</li> </ul>        | Material: geoplano e papel ponteadado.<br>1. Tarefa 3<br>2. Tarefa 4<br>3. Sequência de quadrados<br>4. Sequência de triângulos |
| 6<br>(90 minutos) | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Determinar a área de figuras planas;</li> <li>• Resolver problemas que envolvam o cálculo de áreas de figuras planas.</li> </ul> | Material: geoplano e papel ponteadado.<br>1. Área de triângulos;<br>2. O barco e a casa;<br>3. Figuras no papel ponteadado.     |

A intervenção didática contou ainda com duas aulas que não utilizaram qualquer tipo de material manipulável. Estas foram utilizadas para resolver tarefas do manual escolar e tarefas propostas pela professora, de modo a consolidar e verificar as aprendizagens dos alunos.

As tarefas de recorte, implementadas na segunda aula, não foram alvo de análise. Estas foram analisadas superficialmente aquando da análise do percurso da turma no decorrer das aulas implementadas. Optou-se por não se analisar profundamente estas tarefas devido ao seu grau de complexidade baixo e à sua realização ser apenas oral. Deste modo, considerou-se que não iriam acrescentar nada de relevante ao problema em estudo.

#### 4. Recolha de dados

A recolha de dados assume um papel de destaque em qualquer tipo de investigação. Como tal, o investigador pode utilizar diversos instrumentos para recolher informação. Numa investigação de natureza qualitativa “os dados incluem materiais que os investigadores registam ativamente, tais como transcrições de entrevistas e notas de campo referentes a observações participantes” (Bogdan & Biklen, 1994, p. 149). Outros instrumentos podem ser utilizados, nomeadamente, questionários e gravações de vídeo/áudio. Utilizar estes instrumentos permite uma recolha de dados ampla e que se complementa, sendo possível confrontar e executar a triangulação dos dados recolhidos. No que concerne à recolha de dados, no presente estudo foram utilizados os seguintes instrumentos: observações de aulas; questionários a todos os alunos da turma; entrevistas; análise de documentos escritos; e registo vídeo e áudio das aulas.

#### 4.1. Observações

Segundo Ludke e André (1986, citado em Velosa, 2008), a observação ocupa um lugar de destaque nas abordagens qualitativas, sendo uma poderosa ferramenta de trabalho que permite obter informação, por norma, não acessível por outras técnicas. Vale (2004) corrobora esta ideia, afirmando que “as observações são a melhor técnica de recolha de dados do indivíduo em actividade, em primeira mão, pois permitem comparar aquilo que diz, ou que não diz, com aquilo que faz” (p. 9). A autora defende que “como não se pode registar tudo o que se observa interessa focar os aspectos para os quais se pretende respostas ou clarificação” (p. 9).

A observação foi usada nesta investigação, conseguindo-se o contacto direto com o fenómeno a estudar. De acordo com Lincoln e Guba (1985, citado em Vale, 2004) as observações possibilitam o investigador a agarrar motivos, crenças, preocupações, interesses, comportamentos inconscientes, costumes, entre outros, e permitem captar o fenómeno no seu meio natural.

O período de observação decorreu durante seis semanas, visto que nas primeiras três semanas as aulas de Matemática estavam a cargo do professor titular e as outras três foram lecionadas por um elemento do trio pedagógico. Este período permitiu acompanhar de perto as experiências diárias dos alunos e do professor, bem como acompanhar o significado que estes atribuem às metodologias e estratégias usadas pelo docente e ainda procurar compreender as suas próprias ações e opiniões. Durante as aulas considerou-se pertinente tomar algumas notas sobre a forma com estas se desenvolviam. Estes registos visavam essencialmente as interações entre os alunos, as principais dificuldades e estratégias dos alunos na resolução das tarefas propostas e a facilidade de expor os seus raciocínios à turma. Assim, ao longo deste período, a investigadora observou o contexto e a atividade natural dos participantes, tendo uma postura mais passiva perante os acontecimentos. Numa fase posterior, uma vez que os alunos já se encontravam no tema da geometria, focou-se noutros aspetos, como a receção das estratégias utilizadas pelo professor, a relação estabelecida entre alunos, a importância dada à visualização e à comunicação das estratégias utilizadas na resolução das tarefas.

Como já foi referido, durante o período de lecionação dois papéis foram assumidos, o de professora da turma e o papel de investigadora. Durante a regência das aulas tornou-se mais complicado o cumprimento destas funções, uma vez que a gestão entre ambos tinha de ser feita de forma equilibrada, de modo a não comprometer nem um, nem outro. Durante as aulas, enquanto observadora e professora, direccionou-se o foco para o modo como os alunos reagiam e interagiam perante um ensino exploratório, em tarefas que envolviam materiais manipuláveis, atentando-se nas principais dificuldades e estratégias usadas na resolução de tarefas com materiais.

#### **4.2. Questionários**

Os questionários são talvez o instrumento “mais usado em investigação pois são fáceis de administrar, proporcionam respostas directas sobre informações, quer factuais quer de atitudes, e permitem a classificação de respostas sem esforço” (Vale, 2004, p. 9). Além disso, podem fornecer informações sobre aspetos que não são possíveis obter através da observação das aulas, podendo ser respondidos sem o investigador estar presente. Os questionários são estruturados e as questões podem ser abertas ou fechadas (Vale, 2004). O tratamento das respostas às questões abertas torna-se mais complexo e demorado, pois a resposta permite um leque mais alargado de informação, por outro lado, as questões fechadas tornam-se mais fáceis de analisar, mas podem ser mais limitadas (Lavrador, 2010).

O questionário é um instrumento que pode ser orientado de acordo com a informação que se pretende obter. Assim, “os investigadores devem ser capazes de antecipar o tipo e o leque de respostas que as perguntas provavelmente, suscitarão” (Cohen, Manion, & Morrison, 2011, p. 378).

Neste estudo realizaram-se dois questionários, para além de se considerar o objetivo dos questionários, a investigadora teve em conta a linguagem das questões, o tipo de questão (escolha múltipla, resposta curta, resposta aberta...) e ainda, a ordem destas. O questionário inicial (anexo 4) foi adaptado do estudo de Lavrador (2010) e está dividido em três partes, sendo as duas primeiras partes de respostas fechadas e a última parte de respostas livres e justificadas. Este questionário tinha como propósito aferir a opinião dos alunos relativamente ao ensino e aprendizagem da Matemática, bem como



saber as perspectivas dos alunos face à geometria. O questionário foi aplicado antes da intervenção didática, pela diretora de turma durante uma aula de Cidadania, com a duração de quarenta e cinco minutos. O questionário final (anexo 5), maioritariamente, de questões de respostas abertas visava saber a opinião dos alunos acerca da Matemática após as aulas de geometria, com recurso a materiais manipuláveis. Este foi aplicado na última aula antes do teste de avaliação dedicado ao tema lecionado, sendo realizado em trinta minutos. Optou-se por o questionário final ser preenchido na presença da investigadora, possibilitando o esclarecimento de dúvidas emergentes e assegurando todo o seu preenchimento.

### **4.3. Entrevistas**

A entrevista é um instrumento eficaz de recolha de dados, uma vez que permite ao investigador recolher informações que não consegue observar diretamente (Vale, 2004). Com este tipo de instrumento o objetivo do investigador é compreender como é que os entrevistados estruturam o seu pensamento. Segundo Bogdan e Biklen (1994) a entrevista é utilizada para recolher dados descritivos na linguagem do indivíduo entrevistado, permitindo ao investigador compreender o modo como o sujeito interpreta determinada situação e captar diretamente a informação desejada.

As entrevistas têm como finalidade obter informações que não se pode observar diretamente (e.g. sentimentos, pensamentos, intenções, factos passados). Cohen, Manion e Morrison (2011) defendem que o entrevistador é responsável pela dinâmica da entrevista, mantendo a conversa com os entrevistados, deixando-os descontraídos e motivados para falar dos seus pensamentos e experiências, para que superem alguns entraves que possam surgir na partilha de ideias. Com as entrevistas pretende-se recolher dados de uma forma informal e natural, assim “as entrevistas são conversas intencionais” que permitem “clarificar e ajudar a interpretar o sentido das opiniões dos entrevistados, bem como as suas atitudes e concepções” (Vale, 2004, p. 178).

Nesta investigação foram alvo de entrevista os elementos pertencentes ao estudo de caso, uma vez que são eles o cerne desta experiência de ensino. As entrevistas foram realizadas semanalmente, após uma análise cuidada por parte da investigadora das tarefas resolvidas em sala de aula, sendo realizadas três entrevistas

semiestruturadas. Com a análise prévia das resoluções efetuadas pelos alunos foi possível verificar as estratégias utilizadas na resolução das tarefas, bem como aspetos notórios de dificuldades. As entrevistas tinham como propósito que os alunos opinassem sobre as aulas com materiais manipuláveis, esclarecessem aspetos das aulas de Matemática dessa semana, refletissem sobre as dificuldades sentidas na resolução das tarefas e que partilhassem e explicassem os procedimentos utilizados na resolução de tarefas. O facto de ser a investigadora a realizar as entrevistas permitiu que não houvesse nenhum tipo de constrangimento por parte dos alunos. A duração das entrevistas foi variável uma vez que o ponto de partida foram as respostas dadas pelos alunos. Estas tinham como objetivo recolher o maior número de informações possíveis sobre a reação dos alunos aos materiais manipuláveis, sobre as estratégias e dificuldades sentidas na resolução de tarefas com recurso a materiais manipuláveis envolvendo conceitos de área e perímetro de figuras planas.

É de referir que, para além das entrevistas semanais, se realizaram várias conversas informais de modo a clarificar alguns aspetos da resolução de tarefas no final da própria aula. A envolvimento dos alunos nas entrevistas foi notória, pedindo que fossem realizadas mais “conversas” no final das aulas.

#### **4.4. Documentos escritos**

Erlanson, Harris, Skipper e Allen (1993, citado em Vale, 2004) referem que os documentos são utilizados para referir a variedade de registos escritos e simbólicos, bem como todos os materiais e dados disponíveis recolhidos durante um estudo. De modo geral, os documentos consideram-se os materiais recolhidos no contexto onde o investigador realiza o estudo, que já existam, quer sejam criados durante o seu desenvolvimento (Vale, 2004). Assim, na presente investigação a recolha documental apresentou-se como um instrumento de recolha de dados, relevante em estudos de natureza qualitativa. Considerou-se os documentos recolhidos no contexto onde decorreu o estudo, visto que as informações presentes nos documentos oficiais podem fornecer elementos sobre o modo de funcionamento e de organização de certas estruturas, podendo revelar novas informações acerca do problema em estudo (Bogdan & Biklen, 1994). Yin (1984) dá ênfase à recolha de informação a partir da análise de

documentos que possam estar disponíveis, dado que existem documentos que são produzidos independentemente do estudo que se realiza.

No presente estudo consultou-se documentos de origem administrativa e documentos produzidos pelos participantes. Incluem-se nos documentos de origem administrativa os documentos que permitiram caracterizar a turma e a escola, onde foi realizada a investigação, estes “contêm informações relevantes para o estudo em questão, pondo à disposição do investigador, elementos caracterizadores do meio envolvente e dos participantes que integram o estudo” (Ventura, 2013). Dos documentos consultados deu-se especial atenção às referências biográficas dos alunos (idade, agregado familiar, percurso escolar, condições socioeconómicas, acesso a atividades extracurriculares, rotinas diárias, hábitos de estudo....). O plano educativo e curricular da escola fazem parte dos documentos consultados, de modo a conseguir-se um conhecimento mais profundo acerca da conceção educativa subjacente ao Plano Educativo do Agrupamento. Outros documentos relevantes para a investigação foram fornecidos pela diretora de turma.

Relativamente aos documentos produzidos pelos participantes esses assentam sobretudo nas resoluções de tarefas concretizadas por eles, que foram alvo de análise ao longo da intervenção didática e, posteriormente, fora do contexto, para a produção deste trabalho. Após cada aula as resoluções dos alunos foram recolhidas pela investigadora para, posterior, análise.

#### **4.5. Registo vídeo/áudio**

O registo vídeo/áudio, de modo geral, permite captar a informação verbal e corporal nas diversas situações. Cohen, Manion e Morrison (2011) referem que “as gravações vídeo representam algo ao vivo e são um excelente meio para a gravação de situações de evolução e interações, detalhes que o observador pode perder” (p. 530).

No presente estudo, procedeu-se à gravação vídeo/áudio das aulas onde estavam presentes tarefas com recurso a materiais manipuláveis, para que na análise dos dados recolhidos, se pudesse visualizar comportamentos e atitudes dos alunos na utilização dos diversos materiais e compreender aspetos da resolução das tarefas, através da exposição oral das suas estratégias.

Considerou-se oportuno utilizar este método de recolha de dados por garantir um maior rigor à investigação, quando conjugado com outros instrumentos (documentos, observações, questionários e entrevistas). Desta forma, a combinação de múltiplos métodos de recolha de dados confere mais rigor à investigação (Vale, 2004).

## **5. A intervenção didática**

Este capítulo revela o modo como decorreram as aulas, desde a sua conceção à sua concretização, evidenciando-se aspetos relevantes que contribuíram para a recolha de dados, desde o planeamento das tarefas à sua aplicação. Deste modo, descrevem-se as aulas concretizadas tendo em conta o tipo de material manipulável utilizado.

### **5.1. O desenvolvimento das aulas**

O ensino e aprendizagem sobre os conteúdos a abordar apontam algumas fragilidades na compreensão dos conceitos pelos alunos. Deste modo, as aulas foram planificadas de acordo com os conteúdos a lecionar, introduzindo aspetos que fogem à rotina, como o trabalho com materiais manipuláveis, bem como a diversidade de tarefas possíveis.

As aulas foram lecionadas seguindo uma planificação anteriormente realizada, de acordo com os conteúdos previstos e com as orientações curriculares. Na calendarização da intervenção é possível verificar que as aulas estão organizadas por materiais manipuláveis. Esta organização das aulas por materiais foi concebida tendo em conta os conteúdos, havendo para cada aula uma planificação base que respeitou os conteúdos a lecionar. Assim, a intervenção baseou-se num conjunto de tarefas para as quais foram utilizados materiais adequados ao objetivo da aula e da tarefa. Um dos objetivos a cumprir tem que ver com a decorrência das aulas dentro da normalidade, sendo as tarefas com os materiais manipuláveis atividades de sala de aula sem qualquer aviso prévio da sua implementação.

As planificações para cada uma das aulas visavam a calendarização das tarefas propostas e o cumprimento dos respetivos subtópicos que implicavam trabalhar os conceitos de área e perímetro, para os quais tinham sido pensadas as tarefas. Esta

planificação base foi de extrema importância, uma vez que permitiu esquematizar o desenrolar das tarefas e, de certo modo, antever alguns constrangimentos e, simultaneamente, encontrar respostas que pudessem minimizar o seu impacto na implementação das tarefas.

É de referir que os conceitos de área e perímetro geram algum conflito nos alunos e são, por norma, trabalhados distintamente. Neste estudo, optou-se por trabalhar estes dois conceitos conjuntamente uma vez que os alunos possuem um bom desempenho académico e também já possuíam conhecimentos acerca dos termos, lecionados no último ano do 1º ciclo.

A escolha dos materiais manipuláveis a utilizar em cada aula teve em conta a clareza dos conceitos a abordar, de modo a minimizar o usual conflito entre área e perímetro, havendo tendência para uma distinção pouco facilitada entre os conceitos, quer na sua definição e prática, quer no que diz respeito às unidades utilizadas. Decidiu-se trabalhar com os pentaminós na primeira aula devido a ser um material de fácil utilização e que está relacionado com os *puzzles* que os alunos conhecem. Deste modo, este material motivaria os alunos para a aula e para a compreensão dos conceitos de área e perímetro. Optou-se por utilizar os recortes em papel para a trabalhar a fórmula da área do paralelogramo e a fórmula da área do triângulo. Com os recortes seria possível relacionar as fórmulas de novas figuras com outras fórmulas já conhecidas pelos alunos, apelando também à capacidade de visualização. O geoplano foi um material utilizado nas últimas aulas, visto que os alunos já teriam conhecimentos acerca dos conteúdos previstos e seria uma oportunidade de verificar se os alunos confundiam os conceitos de área e perímetro. Além disso, embora a maior parte da turma já tivesse conhecimento deste material apenas uma minoria o tinha manipulado, o que poderia gerar uma certa confusão dentro da sala de aula. Deste modo, optou-se por trabalhar com o geoplano nas últimas aulas da intervenção, fazendo inicialmente uma exploração livre para, posteriormente, os alunos aplicarem os seus conhecimentos acerca dos conteúdos.

Em relação às expectativas das aulas planificadas, embora a turma fosse interessada e tivesse um alto rendimento escolar, o facto de as aulas conterem materiais manipuláveis poderia gerar algum burburinho e brincadeira. Contudo, as tarefas teriam um papel facilitador para que as aulas envolvessem os alunos no trabalho com os

materiais. Deste modo, considera-se que as tarefas propostas são motivantes e têm uma forte componente prática e, simultaneamente, integram alguns conceitos já apreendidos, como o caso das áreas e perímetros do quadrado ou retângulo. No presente estudo, as tarefas foram realizadas, maioritariamente, de forma individual, podendo os alunos confrontarem ideias com os seus colegas, expondo os seus pensamentos e partilharem informações, que além de ajudar a consolidar conhecimentos, funcionou como desbloqueio de algumas situações.

Para a seleção das tarefas foram utilizados livros, manuais escolares, documentos com propostas de atividades e trabalhos de investigação no âmbito das áreas e perímetros com materiais manipuláveis, nomeadamente a dissertação de mestrado de Lavrador (2010), de Velosa (2008) e de Ventura (2013). De acordo com as tarefas selecionadas, estas foram adaptadas devido à linguagem utilizada, tornando-a mais acessível para os alunos.

Quando à organização das aulas, estas obedeceram a um esquema geral: escrita do sumário; correção oral e escrita dos trabalhos de casa; introdução ao tema/assunto e proposta de uma tarefa; resolução da tarefa pelos alunos; dar feedback e tirar dúvidas; discussão em grande grupo a partir de resoluções propostas pelos alunos; seleção de resoluções mais significativas propostas pelos alunos e ida ao quadro; estabelecimento de conclusões; síntese final da aula e marcação do trabalho para casa (a ser corrigido no início da aula seguinte).

## **5.2. A aula com os pentaminós**

Os pentaminós fizeram parte da primeira aula da intervenção didática, pois o conteúdo a abordar, figuras equivalentes, tem por base o conceito de área. Contudo, antes de explorar os pentaminós foram realizadas outras atividades. Deste modo, a aula começou com uma atividade de motivação, a análise de uma banda desenhada, onde estavam presentes os termos área e perímetro. Esta foi mote para abordar o conceito de polígono, os polígonos que os alunos conheciam, em que contextos usamos os termos área e perímetro, e muitas outras questões que foram surgindo, entre elas o conceito de medir, que foi complicado definir. Surgiram na conversa as unidades de medida convencionais e não convencionais, onde a opinião dos alunos se dividiu.

Esta discussão inicial contribuiu para a reflexão e compreensão de termos que usamos muitas vezes em situações cotidianas e ainda para que os alunos compreendessem os conceitos de área e perímetro.

A distinção dos conceitos área e perímetro parecia adquirida, contudo foram explicados novamente e abordou-se a utilização das unidades quadradas, foram ainda realizadas tarefas simples que envolviam a área do quadrado e do retângulo.

Posteriormente, foi exposta uma situação problema que deu origem à tarefa “A festa de aniversário do Pedro” (anexo 6). Os alunos receberam cinco cartões de cartolina que simbolizavam as mesas, tendo de encontrar as formas possíveis de as organizar. Por cada figura encontrada a professora distribuía o pentaminó correspondente. No final das combinações os alunos iriam ter doze formas de combinar as cinco mesas, ou seja, doze pentaminós distintos. Foram exploradas outras figuras pela justaposição de quadrados, como o caso do dominó, o triminó, o tetraminó, etc, numa apresentação *powerpoint*.

De seguida, os alunos realizaram as tarefas com os pentaminós, nomeadamente: “Qual será a área e o perímetro dos pentaminós?” (anexo 7), “Área e perímetro dos pentaminós” (anexo 8) e “Puzzles” (anexo 9). A análise destas tarefas está presente no capítulo quatro, onde se abordam as dificuldades e estratégias dos alunos em estudo.

### **5.3. As aulas com os recortes**

As aulas dedicadas a recortes foram duas, a primeira com objetivo de relacionar a expressão da área do paralelogramo com a expressão da área de uma figura que os alunos já conheciam, nomeadamente o retângulo, e a segunda com o objetivo de relacionar a expressão da área do retângulo com a expressão da área do triângulo.

Deste modo, a primeira aula incidiu no estudo da área do paralelogramo. Como tal, para envolver os alunos na aula realizou-se uma exploração acerca da classificação de quadriláteros. Esta exploração demonstrou alguma confusão relativamente às propriedades de cada polígono.

Outras dúvidas surgiram e como tal fez-se um esquema síntese da classificação de polígonos. Posteriormente, surgiu a tarefa a partir da questão “será possível transformar um retângulo num paralelogramo?”. As respostas da turma dividiram-se,

previram que não seria possível, apenas uma minoria afirmava ser possível. Após ter o retângulo em papel na mão, vários alunos manifestaram a ideia de ser possível. Esta mudança de ideia baseou-se na visualização.

Nesta aula foram ainda exploradas as alturas de um paralelogramo relativamente a uma base. Esta exploração foi mais demorada pois os alunos manifestaram dúvidas, afirmando que a altura de um paralelogramo seria um dos seus lados. A restante aula incidiu em tarefas de determinação de alturas de diferentes paralelogramos e respetiva explicação.

A segunda aula dedicada aos recortes teve como objetivo relacionar a expressão da área do retângulo com a expressão da área do triângulo. Como tal procedeu-se partindo da questão “é possível transformar um retângulo em dois triângulos?”. A resposta foi imediata e vários alunos quiseram expor a sua opinião.

Os alunos concretizaram a tarefa e verificaram que o triângulo representa metade do retângulo inicial. De seguida, foram questionados acerca da equivalência dos dois triângulos relativamente ao retângulo.

Seguidamente, explorou-se as bases e alturas de um triângulo. Esta exploração foi realizada pelos alunos num dos triângulos obtidos, sendo pedido para identificarem com uma cor a base do triângulo e a respetiva altura.

Depois da exploração das bases seguiu-se a altura. Os alunos afirmaram que o triângulo tinha uma altura que podia ser traçada na vertical partindo da base. Outros afirmam que a altura podia coincidir com a base. Os alunos, nos seus triângulos, traçaram as alturas como achavam que era correto. Vários aspetos foram discutidos e a professora utilizou modelos em cartolina, com dimensões maiores, para fazer as demonstrações das alturas de um triângulo. Após os registos, foram distribuídos pelos alunos um paralelogramo em papel e foi pedido que o transformassem em dois triângulos. Posteriormente, foram questionados acerca da relação entre a expressão para calcular a área do paralelogramo e a expressão para calcular a área do triângulo. Inicialmente os alunos achavam não ser possível relacionar as duas expressões, mas após uma discussão em grande grupo chegaram ao pretendido.

Embora esta tarefa ter um grau de complexidade reduzido apenas três pares de alunos conseguiram relacionar as expressões para calcular a área do triângulo.



A restante aula foi dedicada à resolução de problemas que envolveram o cálculo de áreas de triângulos.

#### **5.4. As aulas com o geoplano e com o papel ponteadado**

Foram três as aulas dedicadas ao uso do geoplano, assim como ao papel ponteadado que foi utilizado aquando e posteriormente à manipulação do material.

Alguns alunos já tinham contactado com o material no 1º ciclo, contudo este foi apresentado seguindo-se um momento de exploração livre pelos alunos. Esta atividade tinha como objetivo familiarizar os alunos com o geoplano para que compreendessem o seu funcionamento. De seguida, foi solicitado pela professora que realizassem algumas figuras geométricas, ainda sem noção de medida de área. Posteriormente, foram solicitadas figuras com determinadas unidades de área. Esta tarefa permitiu os alunos compararem as suas figuras entre eles sendo estes a identificar os erros dos colegas. Na primeira aula foram realizadas a tarefa 1 (anexo 10) e a tarefa 2 (anexo 11) que serão analisadas no capítulo quatro. A propósito da tarefa 2 foram estudados os métodos de decomposição e enquadramento. Estes métodos foram explorados no quadro e foram facilmente entendidos.

Na segunda aula a motivação e satisfação pelo facto de saberem que iriam novamente utilizar o geoplano foi notória. Nesta aula foram realizadas a tarefa 3 (anexo 12) e a tarefa 4 (anexo 13) que deveriam ser registadas no papel ponteadado. Outras tarefas foram realizadas relacionando os conceitos de área e perímetro. Estas tarefas tiveram uma grande receptividade por parte dos alunos.

Na terceira aula com recurso a materiais manipuláveis foram utilizados geoplanos e papel ponteadado. Nesta aula realizaram-se as tarefas “área de triângulos” (anexo 14), “o barco e a casa” (anexo 15) e “figuras no papel ponteadado” (anexo 16). Além destas foram realizadas tarefas de consolidação dos conteúdos do manual escolar.

Durante as aulas com recurso ao geoplano e ao papel ponteadado não houve uma exposição por parte da professora, visto os conteúdos prioritários estarem adquiridos. Assim, estas aulas assumiram um carácter mais exploratório, em que o acompanhamento e questionamento por parte da professora era constante. Este serviu essencialmente para verificar o trabalho desenvolvido pelos alunos de modo a orientá-

los, era ainda objetivo detetar dificuldades ao nível da compreensão dos conceitos e dos processos neles envolvidos.

## **6. Análise de dados**

### **6.1. O modo de análise**

De acordo com Bogdan e Biklen (1994), a análise de dados é:

o processo de busca e de organização sistemático de transcrições de entrevistas, de notas de campo e de outros materiais que foram sendo acumulados, com o objectivo de aumentar a sua própria compreensão desses mesmos materiais e de lhe permitir apresentar aos outros aquilo que encontrou. (p. 205)

Os autores referem que as questões do estudo são o principal foco que conduz a análise de dados, tendo como objetivo a identificação de aspetos relevantes, no que diz respeito a cada uma das questões, de modo a que possam ser organizados em categorias. Deste modo, a análise implica “o trabalho com os dados, a sua organização, a sua divisão em unidades manipuláveis, síntese, procura de padrões, descoberta dos aspectos importantes e do que deve ser aprendido e a decisão sobre o que vai ser transmitido aos outros” (Bogdan & Biklen, 1994, p. 205).

De acordo com Vale (2004), “analisar é um processo de estabelecer ordem, estrutura e significado na grande massa de dados recolhidos e começa no primeiro dia em que o investigador entra em cena” (p. 181). Segundo Miles e Huberman (1994, citados em Vale, 2004), a análise de dados de uma investigação qualitativa deve ser seguida de acordo com o modelo de redução de dados, que visa seleccionar, simplificar, transformar e organizar os dados de modo a retirar conclusões do estudo. Este método de análise de dados é, portanto, um processo cíclico e interativo, em que a recolha de dados, o seu tratamento e as conclusões possuem uma relação contínua.

De modo geral, a análise de dados é um processo de compreensão e sistematização da informação recolhida com o objetivo de responder às questões orientadoras propostas no início da investigação (Bogdan & Biklen, 1994).

Com este entendimento, ao longo da análise e tratamento dos dados recolhidos, a investigadora seguiu um conjunto de critérios para assegurar o rigor do estudo

efetuado e não tirar conclusões precipitadas e irrealistas. Assim, sendo este estudo de natureza qualitativa, depois de todo o processo de recolha de dados a investigadora seguiu o modelo de análise proposto por Miles e Huberman (1994, citado em Vale, 2004) que consiste em três componentes, a redução dos dados, a apresentação dos dados e as conclusões e verificação. Como tal, depois de todo o processo de recolha de dados e entrando já na fase de tratamento e apresentação dos mesmos, toda a informação obtida foi reduzida para que a investigadora conseguisse agrupá-la em categorias menores, de modo a retirar conclusões e dar resposta às questões propostas. A apresentação dos dados foi efetuada reunindo a informação já organizada e reduzida, para facilitar as conclusões a retirar, sendo uma componente que contribui para a investigadora compreender o que se está a passar no decorrer do estudo. A última fase diz respeito às conclusões e verificação das mesmas, onde a investigadora explora todos os dados e conclusões retiradas, com intuito de identificá-las e fundamentá-las, de modo a não serem ambíguas.

A análise dos dados iniciou-se logo após o primeiro momento de trabalho em contexto e acompanhou a recolha dos mesmos, para que fosse possível dar sentido ao trabalho, orientando e reformulando os instrumentos de recolha de dados.

No que diz respeito às aulas observadas foram realizados registos que incidiram, sobretudo, no ambiente de aula, nas interações pessoais e na participação oral dos alunos. A análise desses registos contribuíram para descrever a turma em contexto sala de aula, bem como para escolher os participantes do estudo, e sobretudo para acompanhar o desempenho dos alunos ao longo das tarefas propostas.

Em relação aos questionários, o questionário inicial serviu sobretudo para entender a visão que os alunos possuíam acerca da Matemática e do seu ensino e aprendizagem antes de utilizarem os materiais manipuláveis. Estes contribuíram ainda para a seleção dos participantes no estudo. O questionário final visou compreender em que aspeto a utilização de materiais manipuláveis contribuiu para a aprendizagem dos conceitos e de que modo favoreceu as atitudes dos alunos face à Matemática.

Relativamente às entrevistas, todas foram transcritas, sendo a sua análise baseada de acordo com os seguintes aspetos: principais dificuldades manifestadas pelos alunos na resolução de tarefas com recurso a materiais manipuláveis, envolvendo o conceito de área e perímetro; principais estratégias utilizadas pelos alunos, com recurso

a materiais manipuláveis, envolvendo o conceito de área e perímetro; e reação dos alunos na realização das tarefas com materiais manipuláveis.

As resoluções de tarefas com recurso a materiais manipuláveis foram alvo de análise, sendo esta uma análise de conteúdo atendendo às principais dificuldades sentidas pelos alunos na resolução de tarefas com materiais manipuláveis e às estratégias utilizadas pelos alunos na resolução de tarefas com materiais manipuláveis.

## 6.2. As categorias de análise

Após a intervenção houve a necessidade de reduzir e dar sentido aos dados recolhidos. Como tal, teve-se em conta as questões que norteiam o estudo, no sentido de lhes dar resposta, e os resultados da intervenção em contexto educativo. Nesse sentido, os dados foram analisados ao nível cognitivo e ao nível afetivo, para as quais foram definidas categorias, de acordo com a tabela junto.

*Tabela 2 - Níveis e categorias de análise de dados*

| Nível     | Categorias de análise                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |
|-----------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Cognitivo | <ul style="list-style-type: none"><li>• Estratégias dos alunos na resolução de tarefas:<ul style="list-style-type: none"><li>- Contagem;</li><li>- Tentativa e erro;</li><li>- Utilização de fórmulas;</li><li>- Decomposição e enquadramento de figuras.</li></ul></li><li>• Dificuldades dos alunos na resolução de tarefas:<ul style="list-style-type: none"><li>- Interpretativas;</li><li>- Concetuais;</li><li>- Argumentativas.</li></ul></li></ul> |
| Afetivo   | <ul style="list-style-type: none"><li>• Reação:<ul style="list-style-type: none"><li>- Envolvimento;</li><li>- Persistência;</li><li>- Gosto.</li></ul></li></ul>                                                                                                                                                                                                                                                                                          |

Relativamente às estratégias que os alunos utilizam na resolução das tarefas que foram propostas, estas foram agrupadas e analisadas segundo os parâmetros: contagem; tentativa e erro; utilização de fórmulas; e decomposição e enquadramento de figuras.

No que diz respeito às dificuldades manifestadas pelos alunos na resolução das várias tarefas, estas foram agrupadas e analisadas segundo os parâmetros: dificuldades

de interpretação; dificuldades conceituais; e dificuldades argumentativas. Nas dificuldades de interpretação, incluem-se as dificuldades presentes ao nível da linguagem Matemática e da linguagem corrente, incluem-se também as dificuldades de interpretação de figuras. Na categoria das dificuldades conceituais incluem-se os obstáculos ligados aos conceitos de perímetro e área e às características de cada um. Relativamente às dificuldades argumentativas, são mencionadas dificuldades relacionadas com a comunicação Matemática.

A análise e tratamento de dados implicou rever constantemente os dados recolhidos através dos vários instrumentos de recolha utilizados. Assim, a triangulação dos dados permitiu combinar as informações recolhidas de forma a analisar e compreender as ideias principais, tendo como base as questões orientadoras do estudo.

### **6.3. Os critérios de qualidade**

Vale (2004) aponta um conjunto de critérios de acordo com Miles e Huberman (1994) que ajudam a garantir a qualidade dos estudos qualitativos. No presente estudo valorizou-se esses critérios, designadamente, a confirmabilidade, a fidedignidade e a credibilidade. A confirmabilidade baseou-se na certificação que as conclusões do estudo provêm apenas dos participantes e das condições do estudo, e não da investigadora. Pois, de acordo com Lincoln e Guba (1985, citado em Vale, 2004), uma investigação pode ser julgada sobre até que ponto os resultados são produto da investigação e não das ideias do próprio investigador. Com este entendimento, a investigadora adotou uma posição cautelosa e acessível, gravando e transcrevendo exatamente o que fora dito pelos participantes. A fidedignidade diz respeito à confiança e à consistência do estudo e se este produziria os mesmos resultados se fosse aplicado por outros investigadores. Relativamente à credibilidade, este critério permite saber se os resultados obtidos fazem sentido. Para assegurar estes critérios teve-se em atenção algumas estratégias, nomeadamente, o envolvimento prolongado no contexto, a observação persistente, o recurso aos materiais adequados, a revisão pelos pares recorrendo por vezes ao aconselhamento por profissionais, a confirmação pelos participantes do que disseram/fizeram e sobretudo na triangulação dos dados recolhidos através de vários métodos (Vale, 2004).



## **CAPÍTULO 4 – Os alunos caso**

Neste capítulo apresentam-se a turma em que foi desenvolvido o estudo, caracterizando-a e analisando o decorrer das aulas, e os dois alunos em estudo. Para cada aluno faz-se a sua caracterização, identificam-se as principais dificuldades e estratégias utilizadas na resolução das tarefas com os diferentes materiais manipuláveis e analisa-se a sua reação acerca das aulas com materiais manipuláveis.

### **1. A turma**

#### **1.1. Caracterização da turma**

A turma, da qual os alunos caso fazem parte, apresenta características que são transversais a uma turma de quinto ano de escolaridade. Alunos que iniciam o seu percurso no 2º ciclo do ensino básico e que enfrentam uma grande mudança a nível de organização curricular. A turma adaptou-se bem ao funcionamento da nova escola e às várias disciplinas que compõe o currículo. Como foi referido anteriormente, a turma tem um desempenho bastante satisfatório, tanto a nível de aprendizagens como a nível de comportamento. Cumpre as regras e envolve-se nas atividades propostas em sala de aula. O facto de ser uma turma com bom aproveitamento torna os alunos um pouco competitivos. No entanto, é uma turma onde é possível encontrar um bom ritmo de trabalho, visto que os alunos identificados com Necessidades Educativas Especiais têm um acompanhamento individualizado, não havendo algo vincado que dificulte o trabalho.

As aulas de Matemática não são das preferidas dos alunos, embora estes tenham grande empatia pelo professor titular da disciplina e tenham um bom aproveitamento. As atividades em grupo provocam sempre alguma agitação que, salvo raras exceções, advém do envolvimento e da partilha entre os alunos. O facto de serem competitivos faz com que muitas vezes seja necessário “pulso firme” para a condução das aulas. Existem quatro alunos que, por vezes, perturbam as aulas, mas quando estão motivados trabalham grande parte do tempo e não comprometem o bom desenrolar das atividades.

A turma possui hábitos de discussão e muitos dos alunos possuem o “dom” da palavra, argumentando e defendendo as suas opiniões. Os alunos respeitam as regras de participação em que são ouvintes ativos para poderem participar na discussão, expondo o seu raciocínio, quer para mostrar concordância, quer para gerar desacordo. Deste modo, a turma permite a existência de discussões matemáticas, com alguma frequência, em grande grupo.

O desenrolar das aulas obedecem a certas rotinas, para que os alunos se apropriem delas e lhes seja mais fácil compreender o que é esperado do seu desempenho. Embora muitas das tarefas sejam individuais os alunos conversam com o seu colega de mesa, esclarecendo alguma dúvida ou até ajudando a resolver a tarefa. Os alunos sabem que as dúvidas devem ser colocadas e a maioria possui abertura para as colocar.

Regra geral, não existem grandes incumprimentos ao nível do material necessário para as aulas. São alunos que possuem encarregados de educação presentes e que se envolvem na vida escolar dos seus educandos. Contudo, quando os encarregados de educação são informados de algum incumprimento por parte do aluno estes atuam no sentido de minorizar esses acontecimentos.

## **1.2. O percurso da turma**

Para se compreender o percurso da turma foram analisados os questionários iniciais (anexo 4) e finais (anexo 5) e as notas das observações assim como algumas conversas que surgiram no decorrer das aulas.

Inicialmente foi realizado um questionário inicial (anexo 4) por toda a turma, exceto a dois alunos identificados com Necessidades Educativas Especiais, abordando vários aspetos relativos à Matemática. Como já foi referido este questionário visava, sobretudo, conhecer a opinião dos alunos acerca da disciplina, de modo a ter um maior conhecimento e consciência dos principais problemas e motivações dos alunos.

Uma grande parte dos alunos manifesta satisfação em relação à Matemática, quando questionados diretamente. Esta ideia é reforçada, tendo em conta as respostas dadas pelos alunos. A participação ativa na sala de aula é revelada pela maioria da



turma. Grande parte dos alunos afirmam que gostam de ir ao quadro e que gostam de explicar e expor oralmente os seus raciocínios.

Em relação ao modo de trabalho dentro da sala de aula, grande parte prefere trabalhar em grupo. No entanto, um grupo considerável de alunos dizem preferir trabalhar individualmente. O trabalho com materiais manipuláveis é algo que agrada à maioria da turma.

O gosto da maioria dos alunos em relação à disciplina é notória, afirmando que gostam de estudar para o teste, aferindo-se que quando recebem as classificações ficam satisfeitos com o seu desempenho. No entanto, muitos dos alunos referem que para aprender a disciplina necessitam de se esforçar. Assim, no que diz respeito aos hábitos de estudo, a maioria afirma que estuda todas as semanas para a disciplina e alguns alunos revelam que apenas estudam antes do teste. Desta forma, muitos dos alunos consideram que para aprender Matemática é necessário praticar e compreender.

Em relação às tarefas que gostam de realizar em sala de aula as respostas são distintas, salienta-se a realização de exercícios e problemas “porque assim posso praticar matemática”, o uso de materiais manipuláveis pois “gosto mais de tarefas que utilizem materiais manipuláveis porque se pode fazer várias tarefas engraçadas”, “tarefas que utilizam materiais manipuláveis porque gosto de criar e construir” ou “gosto mais de realizar tarefas que utilizem materiais manipuláveis, porque é um exercício em que consigo compreender melhor” e, ainda, a resolução de problemas e investigações “porque gosto de tentar perceber as coisas” ou “porque não sou muito bom a memorizar e assim memorizo pouco e é mais fácil para mim”.

Uma grande parte dos alunos afirma que uma boa aula de Matemática deveria utilizar várias estratégias para que esta fosse mais cativante. Para tal são referidos os materiais manipuláveis, as novas tecnologias, os trabalhos de grupo e tarefas mais desafiantes.

No que diz respeito à geometria esta é relacionada com medições, ângulos, desenhos e polígonos. Alguns alunos referem que esta pode vir a ser importante na sua vida futura. Contudo, salienta-se que há alunos que referem que a geometria assume pouco interesse devido a envolver cálculos, medições, ângulos e desenhar polígonos com informações. Por outro lado, metade da turma revela não possuir dificuldades neste tema enquanto outra metade afirma ter dificuldades justificando que este é um

tema complicado, porque envolve figuras e conceitos complicados e que não gostam de trabalhar com ângulos e medições.

Todos os alunos, exceto um, concordam que a geometria assume importância na sua formação, afirmando que a geometria está presente no dia-a-dia e será importante para muitas das profissões que desejem seguir no futuro.

Em suma, a maioria dos alunos apresenta interesse pela disciplina e por aspetos que lhe estão associados. Esta atitude poderá ser reflexo do sucesso no desempenho que os alunos apresentaram durante o 1º ciclo do ensino básico. Contudo, há uma minoria de alunos que admitem ter dificuldades na disciplina. Quando confrontados com o tema geometria, a maioria dos alunos demonstra conhecimentos acerca do tema, associando-o a desenhos de figuras geométricas, ângulos e medições.

### **1.3. O desempenho da turma no decorrer da intervenção**

Apresentam-se de seguida alguns *flashes* de sala de aula que ilustram o pensar dos alunos da turma sobre alguns dos conceitos estudados e tarefas propostas.

Como já foi referido, na primeira aula foi abordado o conceito de medir. Este conceito não foi fácil de definir, surgindo uma conversa que envolveu ainda as unidades de medida convencionais e não convencionais, onde a opinião dos alunos se dividiu.

A turma reconhece que as grandezas área e perímetro são importantes no dia-a-dia, para “fazer mesas”, “colocar tijoleira” ou “vedar terrenos”. Reconheceram ainda que estas grandezas se podem medir, mas quando confrontados com a questão “o que significa medir?”, após um breve silêncio surgem respostas que retratam a dificuldade em responder e que também ilustram a confusão que existe entre medir e estimar.

**Alex:** É ver quanto mede usando uma régua.

**Carolina:** Também se pode medir com fitas métricas.

**Luna:** Medir é medir, não dá para explicar professora!

**Jade:** Medir é ver quantos metros tem alguma coisa.

**Alex:** Medir é muito confuso. Pensava que era mais fácil.

**João:** Medir é determinar uma coisa.

**Hélder:** Medir é fácil, é mais ou menos estimar.

Desta chuva de ideias destaca-se a de Jade que foi explorado para clarificar o conceito. O conceito de medir complicou-se um pouco quando foram colocadas questões em que não usavam unidades de área convencionais como, “posso medir

usando uma caneta ou usando palmos?” ou “posso dizer que esta mesa mede dez palmos de comprimento?”. A maioria dos alunos respondeu que sim, no entanto outros alunos disseram que não, veja-se alguns exemplos:

**Jade:** Não posso dizer que quero uma mesa com dez palmos de comprimento. Como é que eles sabem que são os meus dez palmos?

**Luna:** Claro, também não posso medir com uma caneta. Se disser ao carpinteiro que quero uma mesa com quinze canetas de comprimento ele não vai saber qual é a minha caneta. Ou usa outra caneta e já se fica com o comprimento errado, porque as medidas são diferentes [referindo-se às medidas das canetas].

Após concluírem que medir é comparar e que se podem usar unidades de medida não *standard*, a professora questiona os alunos sobre os conceitos de perímetro e a área. É de notar que estes conceitos são abordados no 4º ano de escolaridade, destacando-se as seguintes respostas:

**Alex:** O perímetro é aquilo de andar à volta.

**Professora:** À volta de quê?

**Alex:** Da figura.

**Professora:** Então é o comprimento da linha da fronteira da figura?

**Alex:** Sim é, mas de todos os lados.

Os restantes alunos concordaram com a opinião do colega e facilmente se recordaram do conceito de perímetro. Relativamente ao conceito de área os alunos já não se recordavam bem, veja-se algumas das intervenções:

**Luna:** Acho que tem a ver com a quantidade que está dentro.

**Professora:** A quantidade que está dentro de quê?

**Luna:** Sim, a quantidade que se pode colocar lá dentro.

**Guilherme:** Eu acho que a estou a perceber, o que ela quer dizer é o recheio.

Desmontando estas ideias chegou-se ao conceito de área.

Na tarefa “A festa de aniversário do Pedro” (anexo 6) a turma mostrou-se bastante entusiasmada para encontrar as diversas formas de dispor as mesas. Em alguns alunos foi perceptível a existência de dificuldades de visualização.

**Professora:** Então quantas maneiras de dispor as mesas encontraram?

**Hélder:** Muitas, mas ainda não acabamos.

**Professora:** [Após se aperceber que os alunos têm figuras repetidas.] Será que não têm figuras iguais? Reparem bem, porque figuras repetidas não contam.

**Hélder:** [Depois de olhar para as construções.] Nós não temos nenhuma repetida. São todas diferentes.

**Professora:** E esta figura é diferente desta? [Apontando para duas figuras iguais.]

**Hélder:** Sim são diferentes. Um tem um quadrado em cima e a outra tem em baixo.

Nesta tarefa foi possível detetar que os alunos não conseguiam manipular as figuras mentalmente. Por outro lado, a construção de *puzzles* com as várias peças dos pentaminós revelou-se complicada para os alunos, contudo isso não foi um entrave pois solicitavam calorosamente “não dê pistas professora”. Utilizar os pentaminós e abordar os conceitos de área e perímetro, simultaneamente, foi uma boa estratégia, não detetando casos de confusão entre os dois.

Note-se que as aulas com os recortes ajudaram os alunos a compreender os conceitos e a deduzir as fórmulas aplicadas para calcular a área do paralelogramo e, posteriormente, do triângulo. Na primeira aula dedicada aos recortes foi realizada uma exploração acerca da classificação de quadriláteros que demonstrou alguma confusão acerca das propriedades de cada polígono. Veja-se o discurso que surgiu relativamente à questão “um retângulo é um paralelogramo?”.

**Luna:** Claro que não, são polígonos diferentes.

**Carolina:** Também acho que não, se são figuras diferentes.

**André:** Eu acho que sim, pode ser.

**Mafalda:** Repara se têm nomes diferentes é porque não são iguais.

**André:** Sim, mas eu acho que pode ser.

**Professora:** Explica lá porquê.

**André:** Porque o retângulo tem quatro lados, tem quatro ângulos retos, tem lados paralelos dois a dois e o paralelogramo também tem quatro lados, também tem os lados paralelos dois a dois, só nos ângulos é que são diferentes. Por isso bem que podem ser um paralelogramo!

**Luna:** Visto assim até deve ser.

Quando foi solicitado aos alunos que através do recorte transformassem um retângulo num paralelogramo, para alguns alunos a tarefa revelou-se simples, para outros a tarefa foi mais complicada, pois esses alunos não tinham bem noção das propriedades do retângulo e do paralelogramo.

A segunda aula dedicada aos recortes partiu da questão “é possível transformar um retângulo em dois triângulos?”. A resposta foi imediata:

**Hélder:** Sim, se dividir ao meio.

**Professora:** Se dividir ao meio? Queres explicar melhor?

**João:** Se dividir a meio ficam dois quadrados.

**Hélder:** Não, se traçar uma reta a unir aqueles dois vértices [referindo-se a vértices opostos não consecutivos] e cortar por essa linha traçada conseguimos ter dois triângulos.

Esta tarefa foi conseguida por todos os alunos da turma, sem dificuldades. Nesta aula foram também exploradas as bases e alturas de um triângulo. Face à questão “quantas bases possui um triângulo?”, após um silêncio pensativo, a resposta de um aluno surpreendeu.

**Martinho:** Eu penso que um triângulo tem três bases.

**Professora:** Porquê?

**Martinho:** Porque se dizemos que esta é a base [apontado para um dos lados] e depois viramos temos outra e se virarmos temos outra. Por isso o triângulo tem três bases.

**Alex:** Oh, claro que é assim. Cada lado é uma base. Se tem três lados também tem três bases.

A maioria dos alunos da turma achava não ser possível um triângulo ter três bases, mas também não conseguiam justificar por que é que isso era impossível. Depois da intervenção do Martinho, a turma concordou com o seu pensamento. O mesmo sucedeu para as alturas. Quando os alunos foram confrontados com a questão “quantas alturas pode ter um triângulo?”, a maioria da turma respondeu que deveria ter três, uma vez que um triângulo tinha três bases.

Posteriormente, foram questionados acerca da relação entre a expressão para calcular a área do paralelogramo e a expressão para calcular a área do triângulo. Inicialmente os alunos achavam não ser possível relacionar as duas expressões, contudo dois alunos entre si conversavam:

**Mafalda:** Se compararmos um triângulo destes é metade de um paralelogramo.

**Martinho:** Sim, agora temos as bases e as alturas, nos dois.

**Mafalda:** Se é para descobrir a expressão para calcular a área do triângulo é só dividir a área do paralelogramo por dois.

Embora esta tarefa não fosse complicada, poucos alunos conseguiram relacionar as expressões para calcular a área do triângulo.

Relativamente às aulas em que foram utilizados os geoplanos e o papel pontado, o burburinho de fundo não influenciou o decorrer das aulas e das aprendizagens, sendo este no âmbito das tarefas que os alunos estavam a realizar, conversando e mostrando ao seu colega de mesa como tinham pensado e construído as figuras pretendidas. Estas aulas assumiram um carácter mais exploratório e autónomo, visto os alunos já terem adquirido os conteúdos principais. A maioria dos alunos não manifestou dificuldades na manipulação do material, contudo, houveram alguns alunos

que para determinar o perímetro de figuras, utilizaram a contagem de *pins*, em vez do número de segmentos unitários entre cada dois *pins*. É provável que o facto de os *pins* serem o que mais se destaca, no papel ponteadado e no geoplano, possa ter favorecido este tipo de incorreção.

É de salientar que os alunos envolveram-se na resolução das tarefas, sentindo-se o seu empenho para conseguir realizar as construções cumprindo os enunciados das tarefas.

#### **1.4. A reacção da turma durante a intervenção**

Para compreender o percurso da turma no final da unidade foram analisados os resultados ao questionário final (anexo 5). O questionário foi aplicado a todos os alunos da turma, exceto a três alunos identificados com Necessidades Educativas Especiais e a um aluno que se encontrava a faltar. Como já foi mencionado com o questionário final pretendia-se saber a opinião dos alunos acerca da Matemática após as aulas de geometria, com recurso a materiais manipuláveis.

Todos os alunos afirmaram que gostaram das aulas dedicadas ao tema da geometria, assim consideram que “foram boas porque ao usarmos materiais como o geoplano, os pentaminós e ao recortarmos aprendemos melhor”, “eu gostei das aulas de geometria porque as estratégias usadas pela professora são boas e os materiais manipuláveis também são bons”, “gostei muito de aprender áreas e perímetros porque além de aprendermos muito, também foi divertido” ou “apesar de não gostar muito e achar que a geometria é um pouco difícil achei que usar materiais manipuláveis me ajudou porque pude interagir com a matéria”.

A metodologia de trabalho utilizada durante as aulas agradou à maioria dos alunos, estes afirmaram ainda que o trabalho em pares é benéfico “porque assim podemos discutir ideias até chegar à resposta certa”, “porque ao trabalhar a pares, por qualquer dúvida que um dos colegas tenha, o parceiro pode saber e assim ficamos a saber mais”, “porque o meu par percebe melhor as coisas e eu também porque discutimos o resultado e o porquê desse resultado”, “porque ao fazermos trabalhos a pares ficamos a conhecer novas estratégias” ou “porque assim partilhamos as nossas dúvidas com os outros”. O trabalho a pares adotado, em algumas tarefas, apenas não

agradou a um aluno da turma, este justifica a sua opinião “porque eu gosto de conseguir as coisas sozinho”.

Os materiais manipuláveis que os alunos mais gostaram de utilizar foram os geoplanos e os pentaminós. Em relação ao geoplano os alunos afirmaram que gostaram deste material, “porque aprendemos de uma maneira em que construímos figuras com as áreas certas e porque foi uma técnica de sabermos mais facilmente as áreas e os perímetros das figuras” ou “porque se percebe melhor a matéria”. Os pentaminós também foram bastante elogiados, “gostei porque consegue-se compreender de uma forma mais fácil” ou “gostei porque é parecido com os *puzzles*”. O papel ponteadado foi apontado como um material não tão interessante, pois “ao ter de desenhar figuras com certas áreas e perímetros, tínhamos de adivinhar, e tornou isso mais complicado” ou “porque se tinha de apagar muitas vezes e não se percebia tão bem a matéria”.

Em relação às tarefas desenvolvidas com recurso a materiais manipuláveis todos os alunos deram um parecer positivo. Salientam-se algumas das respostas, “a minha opinião é boa porque ajudava a descobrir novas estratégias”, “eu gostei mais porque é mais fixe do que estar a fazer exercícios do manual”, “eu gostei porque fiquei a compreender melhor” e “gostei porque me ajudou a compreender a matéria”. Deste modo, os materiais manipuláveis contribuíram para a aprendizagem dos conceitos de área e de perímetro e para envolver os alunos na realização das tarefas propostas.

Os alunos referem a importância do trabalho com materiais manipuláveis, “porque é uma maneira de mais facilmente conseguirmos adivinhar os perímetros e as áreas”, “foi importante para perceber melhor porque com materiais manipuláveis as coisas parecem ser mais fáceis”, “porque consegui perceber melhor”, “porque podemos experimentar”, “porque com os materiais manipuláveis aprendemos estratégias mais fáceis” e “os materiais manipuláveis foram importantes para perceber melhor os conceitos de área e perímetro, porque era mais simples de compreender”. Assim, os alunos consideram que os materiais manipuláveis tornaram as aulas de Matemática mais interessantes, “porque além de aprendermos muito, ficamos a saber uma maneira mais fácil de resolver os problemas”, “porque foi mais fixe e educativo”, “porque tornou as tarefas mais fáceis” e “ porque tornou as aulas da professora Catarina mais divertidas”.

Para finalizar, os alunos consideram que trabalhar os conteúdos lecionados sem utilizar os materiais manipuláveis não seria tão vantajoso, pois “seria mais difícil porque não ia estar tão interessado e não ia aprender tão bem”. Com as observações, as conversas e as respostas obtidas através dos questionários pode-se afirmar que utilizar materiais manipuláveis no ensino das áreas e perímetros favoreceu uma atitude positiva nos alunos em relação aos conteúdos e em relação à Matemática.

## **2. O André**

### **2.1. Caracterização do André**

O André tem dez anos, não apresenta retenções no seu percurso escolar e pertence ao ensino articulado. É um menino educado, bem-disposto e empenhado. Apesar de ser seguro de si é, simultaneamente, tímido e, às vezes, um pouco introvertido. As suas disciplinas favoritas são a Matemática e as Ciências Naturais. No seu percurso escolar revela organização e empenho, tendo um desempenho excelente. Considera ter um bom percurso escolar, tendo classificação 5 às principais disciplinas do currículo, como Matemática, Português, Ciências Naturais e História e Geografia de Portugal. À disciplina de Matemática revela boas capacidades de compreensão, apesar de não expor oralmente os seus raciocínios. No entanto, quando questionado mostra-se convicto dos seus pensamentos.

### **2.2. O percurso do André**

O André foi selecionado para constituir um dos casos de estudo devido a ser um bom aluno a Matemática, ser calmo e organizado e, ainda, por nutrir um gosto especial em relação à disciplina. Para esta seleção contribuíram as observações efetuadas e o questionário inicial (anexo 4) aplicado à turma, de modo a compreender a opinião dos alunos face à Matemática.

O André revelou sentimentos positivos em relação à disciplina, contudo admite que explicar oralmente os seus raciocínios não é algo que faz frequentemente, apenas o faz quando questionado pelo professor. É notória a sua timidez face à comunicação



oral, este afirma “não gosto de dizer alto porque pode estar mal, mas normalmente acerto sempre”.

O aluno diz aprender facilmente Matemática, sem nenhum esforço, admitindo que apenas estuda para a disciplina antes dos testes. No entanto, revela que gosta de estudar a disciplina afirmando que é interessante. O André considera que um bom aluno a Matemática é aquele que sabe fazer corretamente cálculos numéricos e que as competências fundamentais para aprender esta disciplina são memorizar, praticar e compreender.

Em relação ao tipo de tarefas que gosta mais de realizar nas aulas de Matemática, o André afirma gostar mais de realizar exercícios. Contudo, também afirma gostar de usar materiais manipuláveis, lembrando o 4º ano de escolaridade, visto que durante o presente ano letivo os materiais nunca foram utilizados. Em relação às estratégias usadas em sala de aula, o aluno aponta como preferência a exposição da matéria pelo professor e em último lugar colocou a utilização de materiais manipuláveis.

**André:** Os professores nunca usam materiais manipuláveis, só na primária.

**Professora:** E não gostas de os utilizar?

**André:** Eu gosto, mas como quase nunca usámos então escolhi por em primeiro a exposição de matéria dada pelo professor.

**Luna:** Gostas mais de ouvir o professor a dar a matéria do que usar materiais?

**André:** Não, mas não é isso que acontece nas aulas.

**Luna:** Pois não, mas eu aprendo melhor quando mexo nas coisas. [Referindo-se à manipulação de materiais].

**André:** Eu acho que também. Mas pensei que estava a falar do que acontecia nas aulas.

O André optou dar preferência aquilo que acontece, normalmente, na sala de aula de Matemática deixando de lado os seus gostos.

Em relação à metodologia de trabalho utilizada na sala de aula, o aluno refere que gosta de trabalhar de modo individual. No entanto, também gosta de trabalhar em grupo, pelo facto de partilhar ideias e chegar mais facilmente ao resultado correto.

Uma boa aula de Matemática para o André “tinha de ter um professor rápido nas suas tarefas e exigente”, este afirma que “há professores lentos e depois perco a vontade de fazer as coisas” (referindo-se às tarefas). O aluno assume que a Matemática é fundamental e que a geometria é importante na sua formação, pois com este tema pode “aprender mais e conseguir resolver exercícios difíceis”.

## **2.3. Dificuldades na resolução de tarefas**

Neste ponto serão apresentadas e analisadas as dificuldades manifestadas pelo André na resolução das tarefas que envolvem os conceitos de área e perímetro, recorrendo aos diferentes materiais manipuláveis. As dificuldades foram agrupadas nas seguintes categorias: dificuldades de interpretação, dificuldades conceituais e dificuldades argumentativas.

### **2.3.1. Dificuldades de interpretação**

Nesta categoria incluem-se as dificuldades na interpretação de linguagem, quer Matemática como corrente, envolvendo a interpretação de expressões textuais dos enunciados, a compreensão do que é pedido ou dado e a compreensão do vocabulário utilizado. Ainda nesta categoria incluem-se as dificuldades de interpretação de figuras, sejam elas geométricas, tabelas, quadros, desenhos ou esquemas.

Na tarefa “a festa de aniversário do Pedro” (anexo 6), o André conseguiu, facilmente, organizar as cinco mesas. Contudo, teve de ser chamado à atenção para as figuras repetidas. Assim que foi chamado à atenção o aluno conseguiu identificar as figuras que tinha repetidas, dando a resposta correta à tarefa.

A tarefa “puzzles” (anexo 9) foi um pouco mais complicada para André. Apesar de este estar envolvido e motivado para a sua realização esta revelou-se um pouco demorada, contudo o aluno conseguiu terminá-la corretamente. Esta tarefa revelou que a construção de figuras obedecendo a certas regras tornou-se um entrave, pois devido à visualização o aluno precisou de mais tempo para conseguir encaixar os pentaminós.

Na tarefa 3 (anexo 12) a alínea 1.2.2. é referente a figuras com a mesma área e perímetro diferente. De seguida, apresentam-se as construções do André à referida alínea (figura 1).

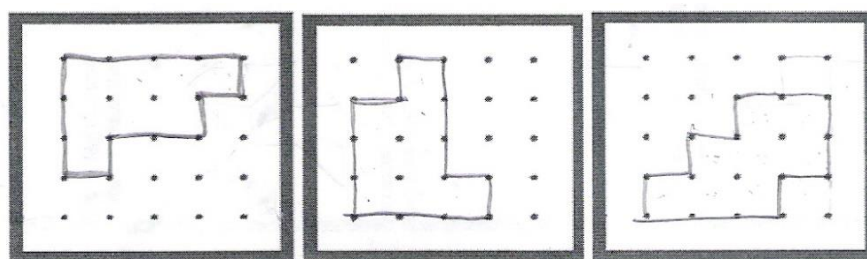


Figura 4

Figura 5

Figura 6

Área da fig. 4: 8

Área da fig. 5: 8

Área da fig. 6: 8

Perímetro da fig. 4: 14

Perímetro da fig. 5: 14

Perímetro da fig. 6: 14

Figura 1 – Resolução do André à alínea 1.2.2. da tarefa 3

**Professora:** Construíste figuras com áreas e perímetros iguais.

**André:** Sim e consegui!

**Professora:** Leste bem o enunciado?

**André:** [Lê, em silêncio e pausadamente, o enunciado.] Pois, já vi que não está correto. Aqui diz a mesma área e diferente perímetro. Li tão rápido que pensei que era as duas coisas iguais.

André após uma nova leitura deparou-se com o seu erro, pelo simples facto de ter lido atentamente o enunciado da questão. O mesmo sucedeu com a alínea 3.2. da tarefa 3 (anexo 12) que solicitava a construção de duas figuras com a mesma área e perímetros diferentes. O aluno depois de ler novamente o enunciado identificou o erro cometido. As dificuldades de interpretação dos enunciados são evidentes, visto que noutras tarefas o André não apresentou dificuldades na distinção dos conceitos de perímetro e área.

Na tarefa “áreas de triângulos” (anexo 14) o André revelou dificuldades em interpretar as figuras C, E e D e em resolver a tarefa. Para calcular as áreas destas figuras o André utilizou a mesma estratégia que utilizou para calcular as áreas das figuras A e B, as quais serão referidas no tópico das estratégias utilizadas. O André enquadró as figuras, veja-se o seu esboço na figura 2.

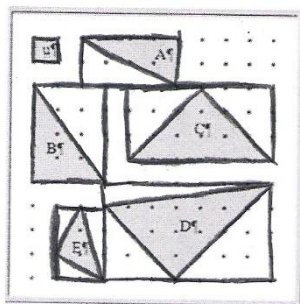


Figura 2 – Esboço do André para determinar a área dos triângulos

Contudo, quando calculou a área dos triângulos E e D este calculou, respetivamente, a área do retângulo e, posteriormente, dividiu-a por dois, considerando a área ocupada pelos triângulos não sombreados metade do retângulo. Nesta tarefa era solicitado que calculasse a área de duas formas diferentes, no entanto, o aluno apresentou apenas uma forma para calcular a área de cada figura. Quando confrontado, leu o enunciado e reparou que deveria ter calculado a área de cada figura de dois modos diferentes. Apesar o aluno ter lido a tarefa, o facto de, inicialmente, construir as figuras no geoplano fez com que este se tenha “perdido” em relação ao que era pedido no enunciado e se tenha centrado na ação, ou seja, calcular a área.

Na tarefa “o barco e a casa” (anexo 15), o André não teve dificuldade em interpretar as figuras da tarefa. Contudo, não contabilizou bem as unidade de área apresentado valores incorretos, veja-se o seu esboço na figura 3.

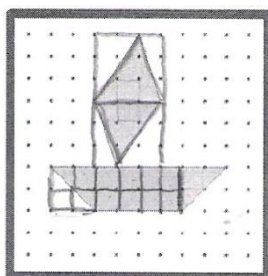


Figura 3 – Esboço do André para determinar a área do barco

Na entrevista explicou o seu pensamento:

**Professora:** Como conseguiste saber a área do barco?

**André:** Primeiro contei a parte de baixo. Meti este bocadinho a preencher aqui e deu um retângulo com 12 quadrados de área.

**Professora:** E depois como soubeste a área da vela?

**André:** Fiz um retângulo à volta de toda a vela [referindo-se ao enquadramento da vela]. Depois dividi a vela a meio e fiquei com dois triângulos. Depois reparei que os triângulos que não estavam pintados, na parte de cima, cabiam na parte que também não estava pintada, em baixo. E assim formei um quadrado para ser mais fácil de contar.

Com o discurso do André compreende-se que consegue visualizar as figuras e decompô-las noutras, manipulando-as mentalmente com facilidade.

No que concerne à linguagem Matemática, embora André seja um aluno excelente, pediu que lhe confirmasse as propriedades geométricas da tarefa 4 (anexo 13) como foi o caso do triângulo escaleno obtusângulo e o triângulo isósceles acutângulo. Ao pedir para confirmar as propriedades geométricas revelou alguma insegurança a resolver a tarefa. Após a confirmação, o André prosseguiu sem grande hesitação, realizando as construções pedidas. Durante a entrevista, este justificou a possibilidade ou impossibilidade da construção de cada figura. Quando questionado acerca de não ter construído um triângulo escaleno obtusângulo o aluno dá uma explicação sucinta, como quem explica algo óbvio.

**Professora:** Na alínea b, um triângulo escaleno obtusângulo. Onde é que está?

**André:** Não fiz, não dá para fazer.

**Professora:** Porquê?

**André:** Porque tem que ter os três lados diferentes e um ângulo obtuso.

**Professora:** E não dá para construir um triângulo como essas propriedades?

**André:** Não, porque sempre que eu fazia um ângulo maior que  $90^\circ$ , os lados ficavam iguais.

André, por vezes, considera que a diagonal<sup>1</sup> de um quadrado tem um comprimento igual ao do respetivo lado. Desta forma, considera que quando tem um ângulo obtuso dois dos seus lados serão iguais. Esta dificuldade é visível na construção do triângulo equilátero (figura 4).

d) Um triângulo equilátero.

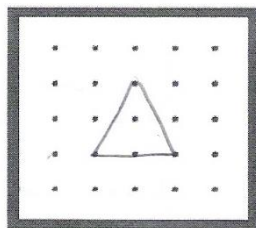


Figura 4 – Proposta do André de construção de um triângulo equilátero

André explicou que o triângulo que construiu possui os três lados iguais, considerando a base igual aos lados. Contudo, veja-se a construção do triângulo isósceles acutângulo (figura 5).

---

<sup>1</sup> O termo “diagonal” refere-se aos segmentos de reta que não estão nem na horizontal, nem na vertical.

f) Um triângulo isósceles acutângulo.

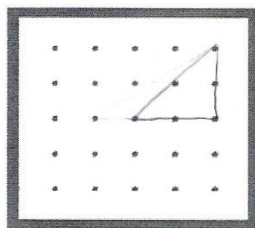


Figura 5 - Proposta do André de construção de um triângulo isósceles acutângulo

O erro no triângulo que construiu deve ao facto de possuir um ângulo de  $90^\circ$ , devendo ter os três ângulos iguais menores que  $90^\circ$  para cumprir o pretendido, que era ser acutângulo. No entanto, segundo o pensamento do André na construção do triângulo equilátero, considerou o comprimento de cada diagonal igual ao comprimento da base, então o triângulo isósceles acutângulo que construiu, segundo a sua perspectiva, apresentaria também os três lados iguais. Quando questionando André explica:

**Professora:** Repara na construção do triângulo isósceles acutângulo.

**André:** Tem que ter dois lados iguais e tem, porque este [apontando para a hipotenusa] é maior que os outros dois, que são iguais.

**Professora:** Porquê que a hipotenusa é maior?

**André:** Porque a diagonal é maior que os outros lados. Este que está deitado [referindo-se à base] é mais pequeno.

**Professora:** Mas na construção do triângulo equilátero (alínea d) tu consideras que as “diagonais” são iguais à base.

**André:** Pois... Parece-me que neste [triângulo equilátero] o comprimento é diferente. Os lados parecem todos iguais.

**Professora:** E os ângulos do triângulo isósceles acutângulo que construístes?

**André:** Tenho dois com menos de  $90^\circ$  e um de  $90^\circ$ .

**Professora:** Se tens um de  $90^\circ$  o triângulo é retângulo.

**André:** Pois é, este [referindo-se ao ângulo reto] devia ser menor que  $90^\circ$  para estar certo.

André apercebeu-se dos erros que cometeu. Todavia, em relação à explicação que era pretendida na alínea 1.2. da mesma tarefa, o aluno não justificou as impossibilidades de construção das figuras. Da interação com o André, a propósito da tarefa 4 (anexo 13), consegue-se compreender que a deficiente justificação escrita, elaborada pelo aluno, poderá ter sido influenciada pelas incertezas na interpretação dos termos matemáticos presentes nas alíneas das tarefas (triângulo isósceles acutângulo, triângulo equilátero, triângulo escaleno obtusângulo) e, eventualmente, pela dificuldade em construir um texto coerente sintetizando as impossibilidades de

construir as figuras. Durante a entrevista, o André foi justificando a razão da possibilidade e impossibilidade da construção de cada figura, apercebendo-se dos seus erros. É de notar que as justificações apresentadas oralmente permitiram ao André tomar consciência das suas dificuldades e partilhar os conhecimentos.

### 2.3.2. Dificuldades concetuais

Nesta categoria estão integradas as dificuldades em lidar com os conceitos de comprimento, perímetro e área manifestadas na resolução das várias tarefas propostas.

O André não apresentou dificuldades na distinção entre os conceitos de área e de perímetro. Em nenhuma das tarefas, em que estavam envolvidos as duas noções, simultaneamente, houve evidência de conflito. No entanto o aluno, por vezes, revela dificuldades na identificação da unidade de comprimento e de área. Veja-se a tarefa 3 (anexo 12), nomeadamente a alínea 2.3. que solicita que os alunos construam quatro figuras com seis unidades de área e, posteriormente, indiquem o seu perímetro (figura 6).

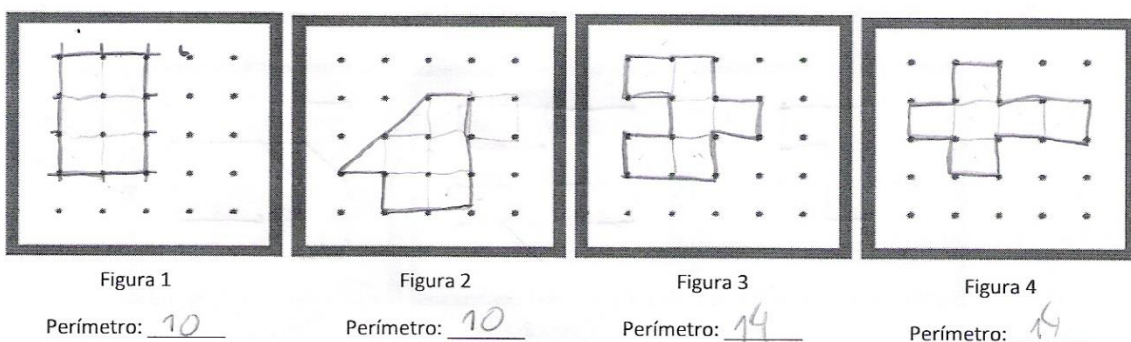


Figura 6 – Resolução do André à alínea 2.3. da tarefa 3

André construiu as figuras com seis unidades de área, tal como solicitado no enunciado. Contudo, na figura 2, presente na figura 6, o aluno contou as diagonais como unidades de comprimento. A figura foi construída atendendo às unidades de área presentes no enunciado e a determinação do perímetro é feita sem atender aos diferentes comprimentos dos segmentos de reta, procedendo simplesmente à sua contagem.

O mesmo sucede na alínea 2.4. e 3.1. da tarefa 3 (anexo 12), o aluno procedeu novamente à contagem dos segmentos de reta, contabilizando as diagonais como

unidade de comprimento. Em entrevista confrontou-se o aluno com as respostas que deu nas várias questões e este logo se apercebeu do erro.

**Professora:** Na alínea 2.3. tinhas que construir quatro figuras diferente com seis unidades de área. Certo?

**André:** Sim, todas [referindo-se às figuras] têm seis de área.

**Professora:** Depois pedia que indicasses o perímetro de cada figura que construístes.

**André:** [Após observar.] A primeira está certa, é dez. A segunda acho que está mal.

**Professora:** Qual é o erro?

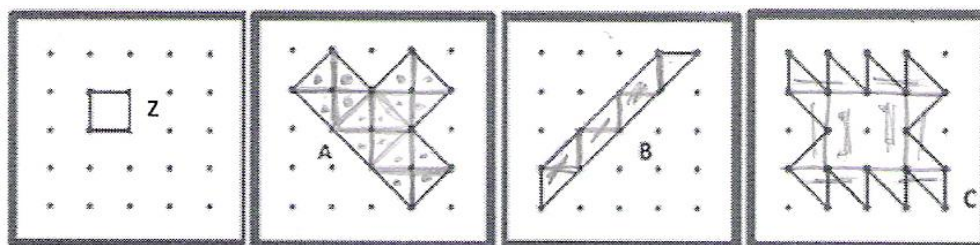
**André:** Tem linhas diagonais [apontando para um dos segmentos de reta na “diagonal”].

**Professora:** E não pode ter?

**André:** Poder até pode, mas não mede o mesmo que uma deitada [referindo-se aos segmentos horizontais]. Uma diagonal é maior.

O André, apesar de saber que o segmento de reta na diagonal apresenta um comprimento maior que a distância entre dois *pins* na horizontal ou na vertical, durante a resolução da tarefa focou-se na necessidade de fazer figuras diferentes. Pois desvalorizando o comprimento das diagonais é-lhe mais fácil dar resposta às questões. Ainda assim, quando questionado sobre esse facto tem noção de que os comprimentos são diferentes.

Na tarefa “figuras no papel pontado” (anexo 16) o André evidenciou dificuldades na identificação da unidade de área, embora apenas se tenha apercebido do erro aquando da entrevista. Há evidências que o aluno compreendeu que a unidade de área nem sempre pode ser considerada na sua forma unitária, havendo necessidade de reunir partes que constituem uma unidade inteira dividindo as figuras em triângulos e quadrados unitários. Contudo, o aluno não conseguiu determinar, corretamente, a área das figuras. Veja-se a sua resolução apresentada na figura 7.



1.1. Determina as áreas das figuras e regista o seu valor.

Área da figura A: 16 u.a.

Área da figura B: 3,5 u.a.

Área da figura C: 8 u.a.

Figura 7 – Resolução do André à alínea 1.1. da tarefa “figuras em papel pontado”



Na figura A, o André esqueceu-se da unidade de área representada no papel pontado e contabilizou os triângulos que compunham a figura, tomando-os como unidade de área. Por outro lado, na figura B, o aluno divide a figura em triângulos e contabiliza-os de acordo com a unidade de área pretendida. Na figura C, identifica corretamente a unidade de área, juntando dois triângulos, mas junta dois quadrados e contabiliza-os como uma unidade de área. Na correção da tarefa o aluno, de imediato, se apercebeu dos seus erros. O impacto visual gerado pelo posicionamento, no papel pontado, induziu o aluno em erro, causando alguma confusão que impediu a junção das partes identificadas (triângulos) em unidades de área.

### 2.3.3. Dificuldades argumentativas

São abrangidas, nesta categoria, as dificuldades associadas à comunicação Matemática para expor, explicar e justificar as estratégias utilizadas, oralmente e por escrito, na resolução de tarefas, que se revelaram, sobretudo a nível escrito, na realização do registo das tarefas.

Na tarefa 1 (anexo 10), mais precisamente na alínea d), era solicitado o cálculo da área de cada figura e para explicar como chegaram ao seu valor. O André apresentou as áreas das figuras, mas não apresentou nenhuma justificação.

**Professora:** Na alínea d) não explicaste como chegaste ao valor das áreas de cada figura.


**André:** Pois não, não sabia o que escrever.

**Professora:** Como soubeste a área da figura B, por exemplo?

**André:** Contei os quadrados, que são quatro. E na parte de cima tinha dois triângulos, que juntei e formei outro quadrado. Por isso, a área dessa figura é cinco unidades de área.

O aluno apesar de não ter registado por escrito o procedimento para cada uma das figuras, em entrevista, conseguiu explicar como procedeu. Na tarefa 2 (anexo 11), sucedeu exatamente o mesmo. Contudo, em entrevista o André conseguiu clarificar o procedimento adotado. Na mesma tarefa, na questão 3, era solicitado que os alunos calculassem de duas maneiras diferentes a área da figura E e que explicassem como pensaram. O André recorreu ao desenho de figuras para explicar de duas maneiras diferentes como calculou a área da mesma figura (figura 8).

Decompor




$$A_{fig} = A_{\square} + 2 \times A_{\square}$$

$$= 4 + 2 \times 1$$

$$= 4 + 2 = 6$$

$$A_{fig} = 6 \text{ u.a}$$

Enquadrar



$$A_{fig} = A_{\square} + 2 \times A_{\square}$$

$$= (4 \times 2) - 2 \times 1$$

$$= 8 - 2 = 6$$

$$A_{fig} = 6 \text{ u.a}$$

Figura 8 – Resolução do André à questão 3 da tarefa 2

O aluno apresentou os cálculos que efetuou e respetivos desenhos que dão a conhecer o método utilizado, enquadramento e decomposição. O André não escreveu nenhum texto para justificar os procedimentos utilizados, considerando que os registos que fez seriam suficientes para compreender o processo utilizado.

Na tarefa 4 (anexo 13) na alínea 1.2. o André desenvolveu pouco a explicação e escreveu apenas uma frase para a impossibilidade de não conseguir contruir os polígonos. O aluno optou por apresentar uma simples afirmação em que apenas manifesta a incapacidade que sentiu na construção de determinadas figuras, não sentido necessidade de clarificar, por escrito, a impossibilidade de construção das figuras.

Na tarefa “áreas de triângulos” (anexo 14) também se pode verificar que o aluno revela dificuldades para explicar, por escrito, as estratégias utilizadas. Na alínea 1.2. dessa tarefa o André afirma que usou a estratégia de decomposição, quando a estratégia utilizada foi o enquadramento. Em entrevista o aluno explicou como encontrou a área do triângulo A, referindo a estratégia utilizada.

**Professora:** Como conseguiste saber a área do triângulo A?

**André:** Fiz um retângulo com o triângulo lá dentro.

**Professora:** Então enquadreste ou decomposeste a figura?

**André:** Enquadrei, porque depois já sabia a área do retângulo e dividi por dois para saber a área do triângulo.

**Professora:** Na alínea 1.2. pedia para explicar como encontraste a área de cada triângulo.

**André:** Já vi que me enganei, escrevi decomposição e era enquadramento.

**Professora:** Mas pedia para explicar...

**André:** Pensei que dizer a técnica que usei chegava, porque também não sabia como escrever o que pensei.

**Professora:** Há pouco explicaste como fizeste para saber a área do triângulo A.

**André:** Mas a falar é mais fácil de explicar, escrever é que é complicado.

Na resposta à alínea 1.2., o André indicou apenas a estratégia que usou para determinar a área dos triângulos e não desenvolveu qualquer tipo de explicação, aparentemente sem sentir necessidade de explicitar o procedimento adotado para o cálculo de cada uma das figuras. Oralmente, o André consegue explicar como conseguiu calcular a área da figura A. Este ainda revelou que a comunicação Matemática escrita é algo complicado para ele.

O mesmo sucedeu com as tarefas “o barco e a casa” (anexo 15) e “figuras no papel ponteadado” (anexo 16). Nas questões que solicitavam a que o aluno explicasse e clarificasse o seu pensamento, este apenas apresenta afirmações sucintas, referindo a estratégia que utilizou. O André revelou que, em Matemática, “é difícil escrever, porque nunca sei como vou começar”.

## **2.4. Estratégias utilizadas na resolução de tarefas**

Após análise das dificuldades sentidas, este ponto foca os dados recolhidos tendo em conta as estratégias utilizadas pelo André na resolução das tarefas recorrendo a diferentes materiais manipuláveis. As estratégias utilizadas foram agrupadas nas seguintes categorias: contagem; tentativa e erro; utilização de fórmulas; e enquadramento e decomposição de figuras.

### **2.4.1. Contagem**

A contagem é utilizada nas tarefas com recurso ao geoplano e ao papel ponteadado, nas questões em que o aluno tem que determinar o perímetro e a área de figuras dadas ou construir figuras geométricas, obedecendo a determinados valores de área e de perímetro. Para responder as estas questões o André calculou o perímetro, contando os segmentos de reta unitários e, para determinar as áreas, procedeu à contagem das quadrículas. No entanto, o André nem sempre utilizou a contagem corretamente, como foi mostrado anteriormente, nas dificuldades conceituais.

Na tarefa 3 (anexo 12), nomeadamente na alínea 1.2.1., o André teria de construir figuras com o mesmo perímetro da figura D, mas com diferente área. O aluno construiu as figuras e utilizou a contagem para verificar se as figuras que construiu obedecia à regra pedida. No que diz respeito à contagem da área, o André procedeu corretamente. O mesmo não se pode afirmar na contagem das unidades de perímetro, já analisadas nas dificuldades concetuais. Veja-se que o aluno contabilizou as diagonais como um segmento unitário de perímetro.

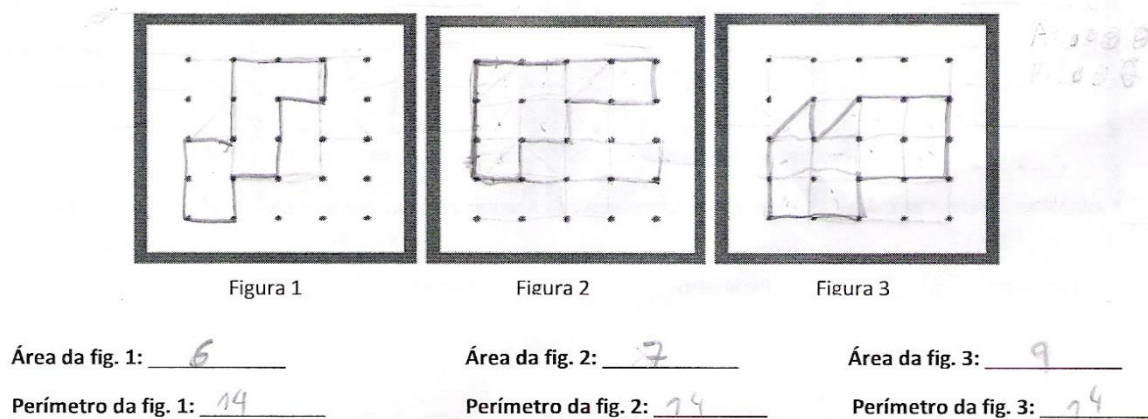


Figura 9 – Resolução do André da alínea 1.2.1 da tarefa 3

O mesmo sucedeu na alínea 2.3., 2.4. e 3.1. da mesma tarefa, onde era solicitado a construção figuras, segundo determinadas regras. André voltou a contabilizar cada uma das diagonais como um segmento unitário de perímetro.

Na tarefa “o barco e a casa” (anexo 15) o André utiliza a contagem para determinar a área do barco e da casa, combinando-a com o enquadramento das figuras (figura 3). Contudo, não contabilizou bem as unidades de área, apresentando valores incorretos. Em entrevista explicou como procedeu para determinar as áreas das figuras.

**Professora:** Como conseguiste saber a área do barco?

**André:** Primeiro contei a parte de baixo. Meti este bocadinho a preencher aqui e deu um retângulo com 12 quadrados de área.

**Professora:** E depois como soubeste a área da vela?

**André:** Fiz um retângulo à volta de toda a vela [referindo-se ao enquadramento da vela]. Depois dividi a vela a meio e fiquei com dois triângulos. Depois reparei que os triângulos que não estavam pintados, na parte de cima, cabiam na parte que também não estava pintada, em baixo. E assim formei um quadrado para ser mais fácil de contar.

**Professora:** E a área da casa foi mais fácil?

**André:** Sim, foi mais fácil, porque foi só contar.

**Professora:** Como determinaste a área do retângulo da casa?

**André:** Fiz o comprimento vezes a largura.

**Professora:** E a parte de cima?

**André:** Conte os quadradinhos e no triângulo do telhado, sabia que metade dele encaixava do outro lado do telhado. Depois foi só contar e somar ao retângulo de baixo.

**Professora:** Muito bem.

Nesta tarefa André utilizou, além da contagem, o enquadramento de figuras e recorreu ao uso de fórmulas, que serão estratégias abordadas adiante. Apesar de o aluno ter apresentado apenas a área de cada figura, não explicando como procedeu, na entrevista André apresenta uma outra desenvoltura explicando o seu pensamento, referindo as estratégias utilizadas.

#### 2.4.2. Tentativa e erro

A estratégia de tentativa e erro é utilizada na construção de figuras com os pentaminós e na construção de figuras no geoplano e no papel ponteados.

Na tarefa “área e perímetros dos pentaminós” (anexo 8) para construir duas figuras obedecendo aos critérios da questão, o aluno fez várias tentativas e utilizou diferentes pentaminós para conseguirem obter o perímetro 22, veja-se uma das suas construções na figura 10.

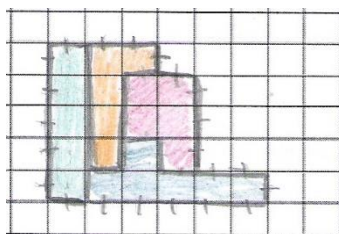


Figura 10 – Proposta de construção à alínea 1.1 da tarefa “área e perímetro dos pentaminós”

**André:** Foi um bocadinho difícil. Eu sabia que para ter área 20 tinha que usar quatro pentaminós e para ter área 25 tinha que usar cinco pentaminós. Mas depois o perímetro é que foi mais complicado...

**Professora:** Porquê?

**André:** Porque quando já achava que estava feito, contava o perímetro e não dava 22. E tinha que virar as peças para ver se já dava.

A estratégia tentativa e erro também foi utilizada pelo aluno na tarefa “puzzles” (anexo 9) no entanto, o aluno apenas executou um dos *puzzles* solicitados devido ao tempo demorado na realização da tarefa.

Ao longo da tarefa 3 (anexo 12) o aluno utilizou a tentativa e erro de forma a conseguir obedecer aos critérios solicitados. Na tarefa 4 (anexo 13) o André realizou

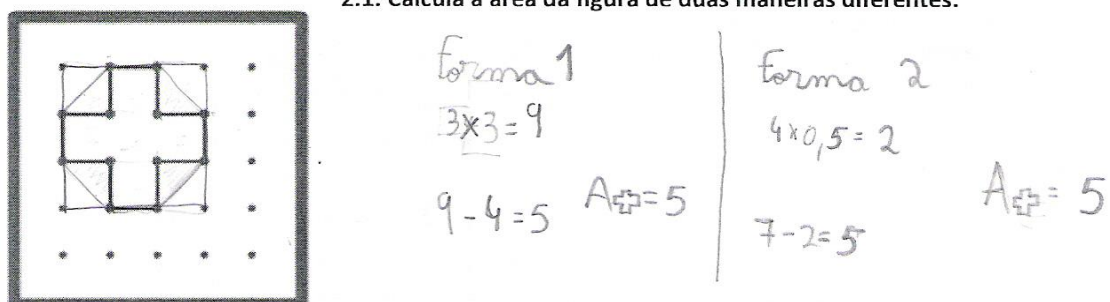
várias tentativas para realizar as construções, validando-as ou não consoante as propriedades geométricas das figuras.

### 2.4.3. Utilização de fórmulas

A utilização de fórmulas é uma estratégia que o André utilizou conjuntamente com outras. Na tarefa 2 (anexo 11) o aluno combina a estratégia de enquadramento e decomposição, contagem e utilização de fórmulas, como se pode ver na figura 8.

Na tarefa 3 (anexo 12), na alínea 2.1, é igualmente solicitado o cálculo da área da figura de dois modos diferentes. Veja-se a resolução do André na figura 11.

2.1. Calcula a área da figura de duas maneiras diferentes.



Forma 1  
 $3 \times 3 = 9$   
 $9 - 4 = 5$   $A_{\square} = 5$

Forma 2  
 $4 \times 0,5 = 2$   
 $7 - 2 = 5$   $A_{\square} = 5$

Figura 11 – Resolução do André à alínea 2.1. da tarefa 3

André procede ao enquadramento da figura num quadrado de lado três, calculando a sua área utilizando a fórmula, posteriormente, retira quatro unidades para determinar a área da figura pretendida. Outra forma utilizada por André, consistiu em enquadrar a figura num octógono, analisada na categoria de enquadramento e decomposição de figuras.

Na tarefa “áreas de triângulos” (anexo 14) o André utilizou a fórmula da área do triângulo e a estratégia de enquadramento, para calcular a área de cada triângulo. Nos triângulos A e B o aluno calculou a área do retângulo onde a figura estava enquadrada e dividiu por dois para obter a área do triângulo, utilizando a sua fórmula. No entanto, o aluno seguiu este procedimento para todos os triângulos apresentados, não verificando que a área dos triângulos D e E não era metade do retângulo que esboçou (figura 2).

Na tarefa “o barco e a casa” (anexo 15) André utiliza a fórmula da área do retângulo para calcular a parte de baixo da casa, aliando esta estratégia à contagem (figura 3).

#### 2.4.4. Enquadramento e decomposição de figuras

O enquadramento e decomposição de figuras são estratégias de cálculo de áreas utilizadas pelo André na resolução de algumas tarefas, com recurso ao geoplano e ao papel pontado. Esta estratégia é utilizada conjuntamente com outras, como a contagem e a utilização de fórmulas. Como já foi mencionado, na questão 3 da tarefa 2 (anexo 11), André combina a estratégia de enquadramento e decomposição, contagem e utilização de fórmulas (figura 8).

**Professora:** Podes explicar-me como calculaste a área da figura E de duas formas diferentes?

**André:** Sim, usei a decomposição e enquadramento [apontando para cada uma das formas].

**Professora:** Como fizeste a decomposição da figura?

**André:** A parte de baixo num retângulo e depois deixei estes dois quadradinhos [apontando para os dois quadrados superiores].

**Professora:** Como soubeste a área do retângulo?

**André:** contei os quadradinhos, que eram quatro. E depois sabia que os outros valiam um [referindo-se à unidade de área].

**Professora:** Muito bem! E a outra forma?

**André:** Fiz um retângulo à volta da figura [referindo-se ao enquadramento] e calculei a área dele. Depois tirei estes dois quadrados [apontando para a sua figura] para ficar com a área da figura que queria.

**Professora:** Muito bem!

Na questão 2 da tarefa 3 (anexo 12) era pretendido que os alunos calculassem a área da figura de dois modos distintos. Como se verifica na figura 11 o André usou o enquadramento num quadrado para determinar a área da figura. No entanto, a outra forma utilizada pelo aluno consistiu em enquadrar a figura num octógono.

**Professora:** Podes explicar-me a forma 2?

**André:** Sim fiz à volta da figura outra figura [referindo-se ao enquadramento].

**Professora:** Sim... e depois?

**André:** Depois fiquei com quatro triângulos pequenos [referindo-se aos triângulos retângulos formados pelo enquadramento]. Sabia que a área deles era metade de um quadrado, por isso era 0,5.

**Professora:** Muito bem, continua.

**André:** Depois multipliquei por quatro para saber quantas quadrículas é que esses triângulos davam. Deu dois.

**Professora:** De seguida foste tirar dois a sete.

**André:** Sim, porque a figura que construí [referindo-se à figura do enquadramento] tem sete quadrados de área. Depois tirei dois para ficar com a área da figura que era pedida.

Na tarefa “área de triângulos” (anexo 14), como foi analisado anteriormente, o André utilizou o enquadramento de figuras aliado ao uso de fórmulas para calcular a área dos triângulos, contudo utilizou-o incorretamente, visto que determinou a área dos triângulos como estes fossem sempre metade do retângulo (figura 2). O aluno apesar de compreender o processo, não prestou a atenção ao enquadramento, que tinha efetuado anteriormente, e focou-se na estratégia que utilizou para determinar a área dos primeiros triângulos, calculando a área do retângulo e dividindo por dois.

Na tarefa “o barco e a casa” (anexo 15) o André utilizou o enquadramento para determinar a área da vela do barco (figura 3).

**Professora:** E depois como soubeste a área da vela?

**André:** Fiz um retângulo à volta de toda a vela [referindo-se ao enquadramento da vela]. Depois dividi a vela a meio e fiquei com dois triângulos. Depois reparei que os triângulos que não estavam pintados, na parte de cima, cabiam na parte que também não estava pintada, em baixo. E assim formei um quadrado para ser mais fácil de contar.

Como foi analisado na categoria contagem, o aluno admite que para determinar a área da vela recorre ao enquadramento.

## **2.5. Reação do André aos materiais manipuláveis**

Neste ponto apresenta-se a reação do André relativamente ao uso dos diferentes materiais manipuláveis utilizados na intervenção dedicada ao ensino das áreas e perímetros. Assim, a reação do aluno relativamente aos materiais manipuláveis foi baseada no questionário final aplicado, na observação ao longo das aulas, nas conversas e nas entrevistas realizadas.

Inicialmente, numa conversa, o André referiu que já há muito tempo que não utilizava materiais manipuláveis e que, provavelmente, já não iria utilizá-los mais numa vez que já estava no 5º ano. Pode constatar-se que o aluno associa os materiais manipuláveis aos anos mais baixos de escolaridade, pois foi durante esse período que os utilizou.

O André refere que gostou das aulas de geometria relacionadas com perímetros e áreas devido à metodologia utilizada, este afirma que conseguiu compreender os conteúdos mais facilmente.



O André diz gostar mais de trabalhar com o geoplano porque “é divertido mas também conseguimos aprender e nós, as crianças, gostamos de nos divertir e aprender”. É notório o gosto do André na resolução de tarefas com o geoplano, este demonstra envolvimento e vontade de realizar a tarefa corretamente.

**Professora:** E tu André, com que material gostaste mais de trabalhar?

**André:** Eu gostei mais do geoplano, porque era divertido descobrir figuras com áreas iguais e figuras com áreas diferentes e perímetros iguais. Além disso, era para fazer com elásticos e dava mais jeito.

O André revelou que se sentia motivado para a aprendizagem devido ao carácter lúdico e dinâmico que o material confere à aula e ainda pelas possibilidades de manipulação e exploração. Este refere que tarefas que envolvem materiais manipuláveis “são mais simples, são mais fáceis de compreender e são muito divertidas”. Para além disso, o aluno reconhece a importância dos materiais manipuláveis na compreensão dos conceitos de área e perímetro, pois considera que os materiais o ajudaram a compreender os conceitos “porque não só podemos ver, como experimentar e fazer”.

O aluno considera que a utilização de materiais tornou as aulas de Matemática mais interessantes, “porque ficamos a divertir-nos e assim temos mais vontade de aprender”. O André referiu que, se voltasse a ter aulas sobre áreas e perímetros e não utilizasse os materiais, a sua aprendizagem seria diferente porque não estaria motivado e “não teria a mesma vontade de aprender”.

Das interações com o André e pelas suas respostas ao questionário final pode-se afirmar que o aluno se sentiu motivado e envolvido durante a realização de tarefas com recurso a materiais manipuláveis, favorecendo a sua aprendizagem, o gosto e as atitudes positivas em relação à Matemática.

### **3. A Luna**

#### **3.1. A caracterização da Luna**

A Luna tem dez anos e não apresenta retenções no seu percurso escolar. É uma menina simpática, responsável, bem-disposta, empenhada e muito participativa. Gosta de aprender, é curiosa e muito comunicativa, exprimindo-se de forma clara. A Luna é a

melhor aluna da turma, tendo um desempenho excelente, 5 a todas as disciplinas, e pertence ao ensino articulado, toca violino. Esta quer ser a melhor em tudo que faz, sendo notório o seu desejo de saber. Gosta de todas as disciplinas e considera-as importantes na sua formação. Na Matemática sente-se bastante à vontade, revelando boas capacidades de compreensão, raciocínio e comunicação. Gosta de oportunidades de aprendizagem como desafios e “coisas de pensar” como ela diz. Aprecia o trabalho de grupo por ser mais fácil partilhar ideias afirmando que “é importante discutir as coisas para não responder à toa”.

### **3.2. O percurso da Luna**

A Luna foi selecionada para constituir um dos estudos de caso devido às suas características, é boa aluna e possui uma boa capacidade de comunicação, tanto oral como escrita, fazendo-a com muita assertividade e objetividade. Além disso, a aluna é organizada, tem gosto em aprender e resolve com dedicação todas as tarefas propostas. Para esta seleção contribuiu o questionário inicial (anexo 4) e a vontade demonstrada pela aluna em participar no estudo.

A Luna revelou ter uma boa relação com a disciplina e com os aspetos que com ela estão relacionados considerando-a importante para a sua formação. A aluna considera a Matemática importante na vida quotidiana e afirma que a geometria é útil porque pode ser aplicada a situações da vida real.

A aluna afirma aprender Matemática facilmente, sem nenhum esforço, admitindo que estuda apenas quando faz os trabalhos de casa e antes dos testes. No entanto, afirma que gosta de estudar Matemática porque gosta muito da disciplina. Considera que um bom aluno a Matemática é aquele que sabe fazer corretamente cálculos numéricos e que sabe encontrar estratégias para resolver a tarefa. No entanto, afirma que a competência fundamental para aprender Matemática é praticar.

Em relação ao tipo de tarefas que a aluna gosta mais de realizar, esta salienta que gosta mais das tarefas que utilizam materiais manipuláveis porque “ajudam-me a perceber ainda melhor e também gosto de fazer experiências com materiais”. Para a aluna uma boa aula de Matemática “seria uma em que todos participassem igualmente e que trabalhasse-mos em grupo”. A Luna afirma que muitas vezes os alunos com mais

dificuldades poderiam ser ajudados se os professores os deixassem participar e colocar as suas dúvidas, além disso a aluna privilegia o trabalho de grupo pois dessa forma poderia partilhar as suas ideias e ajudar os colegas com mais dificuldades.

### **3.3. Dificuldades na resolução de tarefas**

Neste ponto serão apresentadas e analisadas as dificuldades manifestadas pela Luna na resolução das tarefas que envolvem os conceitos de área e perímetro, recorrendo aos diferentes materiais manipuláveis. As dificuldades foram agrupadas nas seguintes categorias: dificuldades de interpretação, dificuldades conceituais, dificuldades técnicas e dificuldades argumentativas.

#### **3.3.1. Dificuldades de interpretação**

Nesta categoria incluem-se as dificuldades na interpretação de linguagem, quer Matemática como corrente, envolvendo a interpretação de expressões textuais dos enunciados, a compreensão do que é pedido ou dado e a compreensão do vocabulário utilizado. Ainda nesta categoria incluem-se as dificuldades de interpretação de figuras, sejam elas geométricas, tabelas, quadros, desenhos ou esquemas. Estas dificuldades estão, muitas vezes, relacionadas com as dificuldades de visualização ou com a dificuldade em identificar elementos geométricos que constituem as figuras e, conseqüentemente, com a dificuldade de construção e reconstrução de figuras obedecendo a certas regras.

Na tarefa “a festa de aniversário do Pedro” (anexo 6), a Luna conseguiu, facilmente, organizar as cinco mesas. Contudo, começou a juntar os quadrados de cartolina sem organização, o que originou alguma insegurança na realização da tarefa. Posteriormente, a aluna foi chamada à atenção para as figuras repetidas.

**Professora:** Então, de quantas maneiras se pode organizar as mesas?

**Luna:** De muitas, já tenho 16!

**Professora:** Serão tantas? Toma atenção às figuras repetidas.

**Luna:** Acho que não tenho nenhuma repetida. Mas também aqui [referindo-se ao enunciado] não diz nada sobre as repetidas.

Este procedimento revela dificuldades de interpretação do texto do enunciado, pois a aluna considerou que poderiam ser registadas as construções de figuras em

posições diferentes, tomando isso como uma nova figura. A aluna quando confrontada com a expressão “figuras repetidas” verificou no enunciado se havia algum indício para que isso pudesse acontecer. A Luna, inicialmente, não identificou as figuras repetidas que tinha. Assim, esta falha por parte da aluna deve-se à dificuldade de visualização, sendo esta uma das capacidades facilitadoras da aprendizagem em geometria. Inicialmente, a aluna não possuiu capacidade de manipular mentalmente as imagens. No entanto, o contexto da tarefa e a forma como estava a ser resolvida fez com que esta compreendesse que possuía algumas figuras repetidas. Da interação com a Luna, durante a entrevista, a propósito da tarefa “a festa de aniversário do Pedro” esta admitiu que tem alguma dificuldade em manipular as figuras mentalmente.

Na tarefa “área e perímetro dos pentaminós” (anexo 8) a Luna demorou algum tempo a realizar a tarefa e solicitou ajuda, pois não estava a conseguir obedecer ao solicitado no enunciado. A intervenção dada foi no sentido de conduzir a aluna a uma nova leitura do enunciado, pedindo-lhe que identificasse os aspetos que lhe levantavam dificuldades. Após uma nova leitura mais pausada, a Luna apropriou-se do seu erro.

**Luna:** Já percebi onde errei. Estive tanto tempo a contruir isto e errei.

**Professora:** Qual foi o erro?

**Luna:** Aqui [referindo-se ao enunciado], diz para construir duas figuras de áreas 20 e 25. Podiam ser duas figuras à minha escolha e eu estava a fazer com quadrados e retângulos, assim claro que nunca conseguia ter as áreas 20 e 25 com o perímetro 22.

Após o desbloqueio da situação, a Luna prosseguiu, sem grande hesitação, realizando corretamente uma figura com os pentaminós. A aluna nesta tarefa revela dificuldade de interpretação do texto do enunciado, focando-se apenas nos valores dados. Na entrevista, assumiu que considerou a construção de figuras como a construção de quadriláteros e se focou nos valores apresentados.

Na tarefa “puzzles” (anexo 9) a Luna teve dificuldades em executar o pretendido. Apesar de a aluna estar envolvida na tarefa e estar bastante motivada para a sua realização esta afirmou que a tarefa era um pouco difícil, pois, por vezes, não conseguia encaixar os pentaminós. Como foi referido, a construção de figuras obedecendo a certas regras tornou-se um entrave pois a Luna teve dificuldade em manipular mentalmente as peças de modo a que estas encaixassem. Contudo, apesar de demorar mais tempo a realizar a tarefa conseguiu terminá-la. A tarefa da construção do *puzzle* revelou que a

aluna possui algumas dificuldades de visualização e, por esse motivo a construção e reconstrução de figuras obedecendo a certas regras tornou-se mais complicada.

### **3.3.2. Dificuldades conceituais**

Nesta categoria estão integradas as dificuldades em lidar com os conceitos de comprimento, perímetro e área manifestadas na resolução das várias tarefas propostas.

No entanto, a Luna não apresentou dificuldades na distinção entre os conceitos de área e de perímetro, pois conseguiu realizar todas as tarefas que envolviam estes conceitos corretamente.

### **3.3.3. Dificuldades argumentativas**

São abrangidas, nesta categoria, as dificuldades associadas à comunicação Matemática para expor, explicar e justificar as estratégias utilizadas, oralmente e por escrito.

Na tarefa “qual será a área e o perímetro dos pentaminós” (anexo 7) a Luna apresentou respostas às questões e justificou sucintamente as suas respostas, como se fosse algo óbvio que não necessitasse de explicações. No entanto, na alínea 1.2. a aluna não foi clara, afirmando apenas que as figuras não têm o mesmo perímetro, não justificando. Contudo, no decorrer da entrevista a aluna apresenta outra desenvoltura, apresentando um discurso mais esclarecedor.

**Professora:** Os pentaminós apresentam todos o mesmo perímetro?

**Luna:** Não.

**Professora:** Então porquê?

**Luna:** Porque eles têm formas diferentes.

**Professora:** Mas são constituídos pelo mesmo número de quadrados.

**Luna:** Sim, são constituídos por cinco quadrados. Cada quadrado tem de perímetro quatro, mas quando estão dispostos para formar figuras diferentes existem lados que não se contam para saber o perímetro. E como os pentaminós têm formas diferentes o seu perímetro pode não ser sempre o mesmo.

Na tarefa 1 (anexo 10) a Luna considerou as figuras B e D as mais difíceis de construir no geoplano, segundo ela “porque estica mais o elástico”. Na alínea d) era pedido que calculassem a área de cada figura e que explicassem como chegaram ao valor da área de cada figura. A Luna calculou a área de cada figura, contudo apresentou

uma justificação geral para o modo como chegou ao valor das áreas das figuras (figura 12).

$$\begin{aligned}
 A &= 1 \text{ ua} \\
 B &= 5 \text{ ua} \\
 C &= \frac{1}{2} \text{ ua} \\
 D &= 1 \text{ ua} \\
 E &= 2 \text{ ua}
 \end{aligned}$$

*Cortei as quadrículas e quando era metade juntei.*

Figura 12 – Resposta da Luna à alínea d) da tarefa 1

Na tarefa 2 (anexo 11) a aluna apresentou corretamente a área para cada uma das figuras, contudo não explicou os procedimentos que utilizou para resolver a tarefa. De modo geral, a Luna de modo oral conseguiu explicar como procedeu para resolver a tarefa. Na mesma tarefa, na questão 3, a aluna recorreu ao desenho para explicar como calculou a área da figura, como se pode constatar na figura 13.

$$\begin{aligned}
 A &= 2 + 2 + 2 = 6 \text{ u.a.} \\
 \square + \square + \square \\
 A_{\square} + A_{\square} + 2 \times A_{\square} \\
 2 + 2 + 2 \times 1 \\
 &= 6 \\
 A_{\text{fig}} &= 6 \text{ u.a.}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 A_{\text{fig}} &= A_{\square} + 2 \times A_{\square} \\
 &= 4 + 2 \times 1 \\
 &= 4 + 2 = 6 \\
 A_{\text{fig}} &= 6 \text{ u.a.}
 \end{aligned}$$

Figura 13 – Resolução da Luna à questão 3 da tarefa 2

A aluna não escreveu qualquer tipo de afirmação, considerando que os registos que fez seriam suficientes para compreender o processo utilizado.

Na tarefa 4 (anexo 13) na alínea 1.2. a Luna apresenta uma justificação mais completa para cada um dos polígonos que não conseguiu construir.

Na tarefa “áreas de triângulos” (anexo 14), na alínea 1.2. a Luna apenas indicou a estratégia que utilizou, o enquadramento, revelando não ser necessário explicar o seu pensamento para determinar a área de cada triângulo. Esta, posteriormente, revela que

sente dificuldades em descrever os procedimentos adotados. Contudo, oralmente, a aluna consegue fazer-se entender e dá a conhecer o seu modo de pensar.

O mesmo sucedeu com as tarefas “o barco e a casa” (anexo 15) e “figuras no papel ponteadado” (anexo 16), nas questões que solicitavam que explicasse o seu pensamento para dar resposta às tarefas, esta apenas apresentou numa afirmação sucinta a estratégia que utilizou. Como foi referido anteriormente, a aluna apesar de ser uma ótima comunicadora, a nível escrito possui algumas dificuldades em descrever o modo como pensou para resolver as tarefas. No entanto, a nível oral a Luna revela boas capacidades para expor o seu pensamento, para argumentar e dar a conhecer as estratégias que utiliza na resolução das tarefas.

### **3.4. Estratégias utilizadas na resolução de tarefas**

Após a análise das dificuldades sentidas, este ponto foca os dados recolhidos tendo em conta as estratégias utilizadas pela Luna na resolução das tarefas recorrendo a diferentes materiais manipuláveis. As estratégias utilizadas foram agrupadas nas seguintes categorias: contagem; tentativa e erro; utilização de fórmulas; e enquadramento e decomposição de figuras.

#### **3.4.1. Contagem**

A contagem é utilizada nas tarefas com recurso ao geoplano e ao papel ponteadado, nas questões em que a Luna tem que determinar o perímetro e a área de figuras dadas ou construir figuras geométricas, obedecendo a determinados valores de área e de perímetro. Para responder a estas questões a aluna calculou o perímetro, contando os segmentos de reta unitários e, para determinar as áreas, procedeu à contagem das quadrículas. A Luna não cometeu erros nem manifestou dificuldades nas resoluções que envolviam esta estratégia.

Na tarefa 3 (anexo 12) Luna conseguiu dar resposta a todas as questões corretamente, adotando como estratégia a contagem, veja-se o seguinte excerto de uma conversa onde explica como procedeu para construir as figuras da alínea 1.2.2:

**Professora:** Como é que conseguiste manter a área da figura E?

**Luna:** Como um quadrado é uma unidade de área contei oito quadrículas. E fui construindo.

**Professora:** E como soubeste o perímetro?

**Luna:** [Aponta para uma das figuras, enumerando os vários segmentos de reta que a constituem] um, dois, três, quatro, cinco, seis, sete, oito, nove, dez, onze, doze, treze, catorze.

**Professora:** Muito bem! E nas outras figuras tinhas de manter a área e alterar o perímetro. Foi difícil?

**Luna:** Um bocadinho, mas ao construir comecei logo a contar os tracinhos [referindo-se à unidade de perímetro] e depois contei as quadrículas, para ter área oito, como as outras.

### 3.4.2. Tentativa e erro

A tentativa e erro é utilizada na construção de figuras com os pentaminós e na construção de figuras no geoplano e no papel ponteadado.

Na tarefa “área e perímetros dos pentaminós” (anexo 8) para construir duas figuras obedecendo aos critérios da questão, a Luna fez várias tentativas e utilizou diferentes pentaminós para conseguir obter o perímetro 22. A aluna admite que gostou de realizar esta tarefa, no entanto referiu que achava que devia construir um quadrado ou um retângulo e por isso demorou muito tempo. A aluna não leu com atenção o enunciado, induzindo-se em erro.

**Professora:** Foi fácil construir as figuras da tarefa?

**Luna:** Não foi muito fácil, porque eu achava que tinha que ser um quadrado ou retângulo... Mas eu gostei de fazer.

**André:** Foi um bocadinho difícil. Eu sabia que para ter área 20 tinha que usar quatro pentaminós e para ter área 25 tinha que usar cinco pentaminós. Mas depois o perímetro é que foi mais complicado...

**Professora:** Porquê?

**André:** Porque quando já achava que estava feito, contava o perímetro e não dava 22. E tinha que virar as peças para ver se já dava.

A estratégia tentativa e erro também foi na tarefa “puzzles” (anexo 9), a aluna demorou bastante tempo para terminar o *puzzle* pretendido, talvez pela sua dificuldade em manipular mentalmente as figuras. No entanto, afirmou que esta tarefa “foi desafiante, porque me obrigou a pensar”.

Relativamente à construção de figuras no geoplano e no papel ponteadado, a Luna salienta que “é mais fácil tentar fazer as figuras no geoplano, assim não é preciso apagar”. Ao longo da tarefa 3 (anexo 12) esta estratégia foi combinada com a contagem e foi utilizada pela aluna de forma a conseguir obedecer aos critérios das questões.



Também na tarefa 4 (anexo 13) a aluna fez várias tentativas para realizar as construções solicitadas, validando-as ou não consoante as propriedades geométricas das figuras.

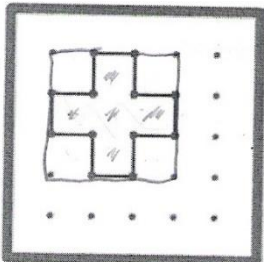
### 3.4.3. Utilização de fórmulas

A utilização de fórmulas é uma estratégia que a Luna utiliza conjuntamente com outras.

Na tarefa 2 (anexo 11) Luna recorreu a esta estratégia conjuntamente com outras. Na questão 3 é pedido para calcular a área da figura E de dois modos distintos. A aluna resolveu a questão e num dos modos utiliza, mentalmente, a fórmula da área do quadrado, apesar de saber que uma quadrícula corresponde à unidade unitária de área (figura 13).

Na tarefa 3 (anexo 12), na alínea 2.1, é igualmente solicitado o cálculo da área da figura de dois modos diferentes. Veja-se a resolução da Luna na figura 14.

2.1. Calcula a área da figura de duas maneiras diferentes.



$$A_{fig} = A_{\square} + 3 \times A_{\square} = 2 + 3 = 5 \quad A_{fig} = 5 \text{ u.a.}$$

$$A_{fig} = A_{\square} = 4 \times A_{\square} = 3 \times 3 - 4 \times 1 = 9 - 4 = 5 \quad A_{fig} = 5 \text{ u.a.}$$

Figura 14 - Resolução da Luna à alínea 2.1. da tarefa 3

A aluna utilizou, na primeira, uma expressão que resultou da sua visualização, vendo a figura como dois quadrados nos extremos e três quadrados centrais, sabendo que a unidade de área é a quadrícula, não precisando de fazer cálculos para determinar a área de cada um dos quadrados. A segunda forma, resulta do enquadramento da figura, num quadrado de lado três, calculando a sua área através da fórmula e, posteriormente, retirando quatro unidades referentes à área de cada quadrado que não pertence à figura da qual pretende saber a área.

Na tarefa “áreas de triângulos” (anexo 14) a Luna utilizou a fórmula do triângulo e a estratégia de enquadramento, para calcular a área de cada triângulo. Luna, com algum esforço, conseguiu enquadrar todos os triângulos, exceto o triângulo E, numa figura conhecida, o retângulo. Esta estratégia permitiu-lhe de forma descomplicada

determinar a área de cada figura. Para tal, através da fórmula calculou a área do retângulo e, posteriormente, dividiu por dois (figura 15).

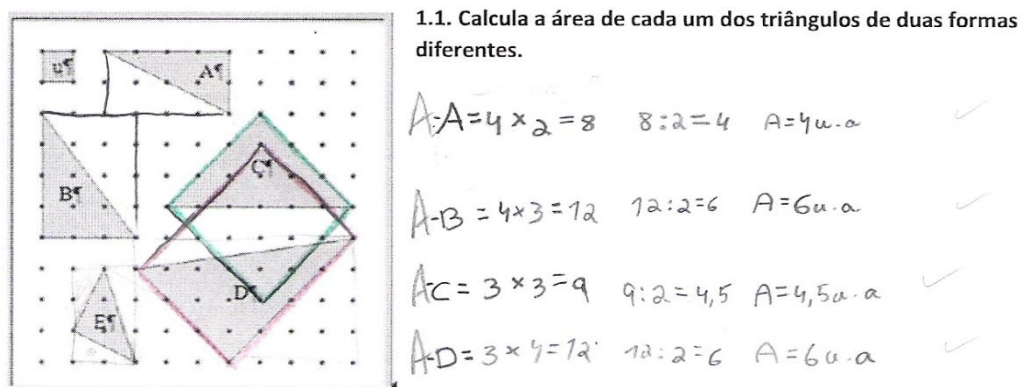


Figura 15 – Resolução da Luna à alínea 1.1. da tarefa “áreas de triângulos”

Como já foi referido, a Luna admitiu ter dificuldades na resolução desta tarefa, sobretudo para calcular a área dos triângulos C, D e E. Note-se que a aluna não efetuou nenhum registo acerca da área da figura E.

#### 3.4.4. Enquadramento e decomposição de figuras

O enquadramento e decomposição de figuras são estratégias de cálculo de áreas utilizadas pela Luna na resolução de algumas tarefas, com recurso ao geoplano e ao papel pontado. Esta estratégia é utilizada conjuntamente com outras, como a contagem e a utilização de fórmulas.

Na questão 2 da tarefa 3 (anexo 12) era pretendido que os alunos calculassem a área da figura de dois modos distintos. No primeiro modo Luna optou por utilizar uma expressão que resultou da sua visualização. A segunda opção foi utilizar o enquadramento para calcular a área da figura. A aluna enquadrou a figura num quadrado de lado três, calculando a sua área através da fórmula e, posteriormente, retirou quatro unidades referentes à área de cada quadrado que não pertence à figura da qual pretendia saber a área (figura 14).

**Professora:** Qual foi a segunda forma que utilizaste para calcular a área da figura?

**Luna:** Fiz um quadrado à volta da figura, para ela ficar lá dentro [referindo-se ao enquadramento].

**Professora:** E depois?

**Luna:** Calculei a área desse quadrado, fazendo lado vezes lado, que deu 9. E depois tirei 4 unidades porque não pertenciam à figura que eu queria saber a área.

Na tarefa “área de triângulos” (anexo 14), a Luna utilizou o enquadramento de figuras aliado ao uso de fórmulas para calcular a área dos triângulos (figura 15). A aluna compreendeu o processo, enquadrando corretamente cada triângulo. Esta justifica-se afirmando que optou por esta estratégia por ser mais fácil de determinar a área de cada triângulo.

**Professora:** Tiveste dificuldades em resolver a tarefa “áreas de triângulos”?

**Luna:** Ao princípio tive um bocadinho, mas depois acho que consegui arranjar uma estratégia mais fácil.

**Professora:** Que estratégia foi essa?

**Luna:** Desenhei um retângulo à volta de cada triângulo [referindo-se ao enquadramento]. Depois como o triângulo já estava lá dentro [enquadrado] calculei a área do retângulo.

**Professora:** Como calculaste a área do retângulo?

**Luna:** Fiz o comprimento vezes a largura.

**Professora:** E depois?

**Luna:** Depois dividi o resultado por dois, para descobrir a área do triângulo. Porque a área do triângulo é metade da área do retângulo.

### 3.5. Reação da Luna aos materiais manipuláveis

Neste ponto apresenta-se a reação da Luna relativamente ao uso dos diferentes materiais manipuláveis utilizados na intervenção dedicada ao ensino das áreas e perímetros. Deste modo, a reação da Luna relativamente aos materiais manipuláveis foi baseada no questionário final aplicado, na observação ao longo das aulas, nas conversas e nas entrevistas realizadas.

Inicialmente, numa conversa, a Luna confessou que achava que os conteúdos a abordar seriam difíceis, mas com as tarefas propostas e com recurso aos materiais manipuláveis a sua opinião mudou. Veja-se parte de uma conversa informal que surgiu no final da ficha de avaliação (anexo 17) dos conteúdos lecionados:

**Luna:** Quando eu soube que ia ser a professora a dar a parte das áreas e perímetros fiquei um bocadinho triste.

**Professora:** Porquê?

**Luna:** Primeiro porque eu gostava muito das suas aulas de Ciências, fazíamos sempre experiências e muitas atividades práticas. E depois porque já tinha ouvido falar que essa matéria era difícil e um bocadinho chata.

**Professora:** Mas agora que as aulas sobre esse conteúdo já passaram o que achaste?

**Luna:** Ai eu gostei muito! Afinal nem foi chato, nem difícil!

**Professora:** Utilizar os materiais manipuláveis contribuiu para as aprendizagens?

**Luna:** Sim e as aulas até pareciam que passavam mais rápido. Tenho a certeza que era por estar a fazer as tarefas e a utilizar os materiais.

A Luna já gostava de Matemática e dá a sua opinião em relação às aulas de geometria relacionadas com perímetros e áreas afirmando que “as explicações da professora foram muito boas, os materiais que utilizamos ajudaram-me a compreender melhor e as tarefas utilizadas tinham problemas interessantes”. A aluna refere que o material que mais gostou de utilizar foram os pentaminós e em último lugar da sua preferência coloca o papel ponteadado.

**Professora:** De todos os materiais utilizados nas aulas, quais é que gostaram mais de utilizar?

**Luna:** Eu gostei mais de usar os pentaminós.

**Professora:** Porquê?

**Luna:** Porque dá pra ver melhor como são as figuras. Podemos colocar de muitas maneiras e ver que várias figuras têm a mesma área. Se fosse numa folha de papel e aparecessem os passos para fazer era mais complicado e confundíamos. Assim somos nós a fazer e dá mais jeito.

(...)

**Professora:** E qual foi o material que menos gostaram?

**Luna:** Eu não gostei lá muito do papel ponteadado.

**Professora:** Porquê?

**Luna:** Porque se fosse só no geoplano era melhor, não tínhamos que estar a apagar. E eu estava sempre a enganar-me.

Ela refere que as tarefas desenvolvidas com recurso a materiais manipuláveis motivou-a para a aprendizagem devido à sua possibilidade de manipulação e experimentação, esta afirma que “com os materiais manipuláveis compreendemos melhor a matéria pois podíamos tentar de diversas maneiras”. Neste sentido, a Luna refere que a utilização dos materiais contribuiu para tornar as aulas mais interessantes, pois ficava mais interessada na matéria e mais empenhada em resolver as tarefas propostas.

A Luna refere que se voltasse a ter aulas sobre área e perímetros, sem a utilização de materiais, a sua aprendizagem seria diferente, afirmando que “aprenderia pior, porque não estava tão interessada”. Das interações, observações durante a intervenção e respostas dadas pode-se afirmar que, no final da intervenção, ficou com uma atitude positiva face à Matemática, para tal contribuiu o uso de materiais manipuláveis na compreensão dos conceitos de área e perímetro. A aluna sentia-se incentivada para as tarefas propostas e empenhada em resolvê-las, deste modo foi possível compreender os conteúdos de forma descomplicada, atribuindo sentido à aprendizagem.

## **CAPÍTULO 5 – Conclusões do estudo**

O presente e último capítulo apresenta as principais conclusões do estudo. Este capítulo organiza-se em duas secções. Na primeira secção apresentam-se as principais conclusões que procuram dar resposta às questões orientadoras do estudo, tendo por base a análise de dados e a revisão de literatura efetuada. Na segunda secção discutem-se os principais constrangimentos e limitações do estudo desenvolvido e sugerem-se recomendações que poderão ser tidas em conta em futuras investigações semelhantes.

### **1. Principais conclusões do estudo**

O presente estudo tinha como objetivo compreender o desempenho dos alunos na resolução de tarefas, que envolvessem os conceitos de área e perímetro, com recurso a materiais manipuláveis. Para a sua concretização, seguiu-se uma abordagem qualitativa, optando-se pelo *design* de estudo de caso de dois alunos, que permitiu dar resposta às questões orientadoras formuladas inicialmente em relação ao problema em estudo.

Ao longo da intervenção utilizou-se um conjunto de tarefas que recorriam a diferentes materiais manipuláveis, conferindo um carácter exploratório às aulas, refletindo-se num ambiente de sala de aula agradável havendo lugar para a partilha e discussão de ideias. Da resolução das tarefas emergiram estratégias de resolução e dificuldades de várias naturezas. De modo a tornar mais perceptíveis as conclusões retiradas do estudo estas estão organizadas de acordo com as questões orientadoras.

**(Q<sub>1</sub>) Como se caracterizam as principais dificuldades manifestadas pelos alunos na resolução de tarefas, recorrendo a materiais manipuláveis, envolvendo o conceito de área e de perímetro?**

Durante a intervenção de ensino registaram-se algumas dificuldades sentidas pelos alunos na resolução das tarefas que envolvem os conceitos de área e perímetro com recurso a materiais manipuláveis. Assim, as dificuldades apresentadas, na resolução das tarefas propostas, são diversificadas, tendo sido agrupadas em

dificuldades de interpretação, conceituais e argumentativas. É de referir que existem dificuldades que estão inter-relacionadas e que podem estar presentes em mais do que uma categoria.

No que diz respeito às dificuldades de interpretação são consideradas as dificuldades de linguagem, quer na linguagem corrente quer na linguagem Matemática, bem como, dificuldades ao nível da interpretação de figuras. Estas últimas, por vezes, estão associadas à dificuldade de visualização ou de identificação de elementos que constituem as figuras. Tanto a Luna como o André mostraram alguma dificuldade em interpretar o texto dos enunciados das tarefas, comprometendo, muitas vezes, a sua resolução. O que vai de encontro a estudos realizados por outros autores (e.g. Battista, 2006; Candeias, 2006; Lavrador, 2010; Ramalho & Correia, 1994 e Ventura, 2013) Esta dificuldade pode estar associada à existência de um elemento que chame mais a atenção dos alunos e, por esse motivo, estes descartem informações relevantes para a resolução das tarefas ou até esqueçam o que é pedido. No caso de algumas tarefas os alunos centraram a sua atenção nos materiais a ser utilizados ou nos valores de área ou de perímetro solicitados. Segundo Ventura (2013), esta dificuldade está relacionada com a existência de um elemento “central” no texto do enunciado, que chama a atenção dos alunos fazendo-os esquecer o restante texto. A Luna sentiu dificuldades relacionadas com a visualização o que, por vezes, comprometeu a construção e a reconstrução de figuras obedecendo a certas regras. No entanto, a aluna não apresentou dificuldades em relação à linguagem Matemática utilizada. Por outro lado, o André consegue manipular mentalmente as figuras, facilitando a construção e reconstrução de figuras. No entanto, possui dúvidas em relação a determinados termos matemáticos, revelando alguma insegurança na resolução das tarefas. É de salientar que as dificuldades de interpretação de figuras prendem-se, essencialmente, com a visualização. Segundo Parzysz (1988, citado em Lavrador, 2010) o resultado da visualização pode conduzir a diferentes significados dos conceitos geométricos em determinadas construções, sendo influenciados pela sua perceção visual.

No que diz respeito às dificuldades conceituais são consideradas as dificuldades em lidar com os conceitos de comprimento, perímetro e área. Há vários estudos que revelam que há uma forte confusão entre a noção de perímetro e a noção de área. Na presente investigação os alunos não evidenciaram dificuldades na distinção entre área

e perímetro, uma possível justificação poderá ser por os conceitos serem lecionados conjuntamente e não de modo isolado. O que não é concordante com outros estudos realizados (Douady & Perrin-Glorian, 1989; Jaquet, 2000; Lavrador, 2010; Pires, 1995; Serrazina & Matos, 1988). Contudo, o André demonstrou dificuldades na identificação da unidade de comprimento, como foi possível verificar em várias alíneas da tarefa 3 (anexo 12). O aluno determina o perímetro sem atender aos diferentes comprimentos dos segmentos de reta, procedendo simplesmente à sua contagem, incorrendo em erros de cálculo. Ainda que pontualmente, é de salientar que o mesmo aluno na tarefa “figuras no papel ponteadado” (anexo 16) evidenciou dificuldades na identificação da unidade de área. Segundo Abrantes, Serrazina e Oliveira (1999) existem vários estudos e investigações que revelam que alguns alunos, do 2º e 3º ciclos, não estão convictos da conservação do comprimento, de área,... e outros esquecem a unidade usada para os medir, o que leva à necessidade de um reforço das competências relacionadas com a medida revisitando o conceito. Além disso, no geoplano e no papel ponteadado, verificou-se que a posição das figuras nas quadrículas pode conduzir a erros, nomeadamente, na identificação das unidades de medida de perímetro e de área e, conseqüentemente, nas suas medidas.

Em relação às dificuldades de argumentação, são abrangidas por esta categoria as dificuldades associadas à comunicação Matemática, para comunicar, explicar e justificar as estratégias utilizadas, oralmente e por escrito, na resolução de tarefas. Ao longo da intervenção o André quando responde por escrito tende a utilizar poucas palavras e exprime-se sinteticamente. A nível oral o aluno não participa espontaneamente. No entanto, quando questionado elabora, geralmente, respostas mais completas, clarificando os procedimentos que realizou. É de salientar que se o discurso não for orientado o aluno não se alonga nas explicações. Noutros estudos (e.g. Lavrador, 2010; Ventura, 2013) também foram detetadas dificuldades de explicação e de justificação, quer oralmente, quer por escrito, dos raciocínios, das estratégias e procedimentos utilizados ou dos resultados obtidos. Por outro lado a Luna apresenta uma desenvoltura mais completa, tanto a nível escrito como a nível oral. A aluna quando responde por escrito apresenta respostas mais completas, no entanto, são respostas rápidas. Isto denota a dificuldade da aluna em pôr em palavras o seu raciocínio. A nível oral, a aluna é ótima comunicadora pelo que apresenta respostas completas que

clarificam os procedimentos utilizados na resolução das tarefas. É de notar que ambos os alunos na expressão oral recorrem a outras formas de comunicação que colmatam algumas dificuldades que sentem na expressão escrita, muitas vezes recorrem às figuras presentes nas tarefas para substituir termos matemáticos ou para explicar de forma mais detalhada os procedimentos utilizados. Embora Luna seja mais ativa oralmente e possua um léxico vocabular excelente, conseguindo expor e explicar os seus raciocínios, isto não se verifica noutros elementos da turma, nem mesmo com o André. Assim, pensa-se que em diferentes momentos de aula os alunos deveriam ser incentivados a expor os seus pensamentos e defendê-los, argumentando-os, de modo a desenvolver competências linguísticas e, simultaneamente, competências matemáticas. Através de momentos de partilha de raciocínios e confronto de ideias e opiniões, os alunos poderiam mobilizar saberes sendo capazes de compreender outros pensamentos. O que se verifica é que a maioria da turma sente dificuldade em exprimir o seu raciocínio e os seus procedimentos, ainda que nos alunos em estudo isso também se verifique, em parte, com o André. No entanto, como foi referido, quando o discurso é orientado este consegue expor e justificar as suas resoluções.

**(Q<sub>2</sub>) Como se caracterizam as principais estratégias utilizadas pelos alunos na resolução de tarefas, recorrendo a materiais manipuláveis, envolvendo o conceito de área e de perímetro?**

Na resolução das várias tarefas tidas em conta no presente estudo as estratégias utilizadas são distintas. Os alunos utilizaram estratégias como a contagem, a tentativa e erro, a utilização de fórmulas e a decomposição e enquadramento de figuras. Nas várias tarefas foi possível constatar-se que os alunos utilizaram a combinação de várias estratégias na determinação da área das figuras propostas.

A estratégia de contagem foi utilizada nas tarefas com recurso aos pentaminós, ao geoplano e ao papel pontado, sobretudo nas questões para determinar o perímetro e a área de figuras construídas ou construir figuras obedecendo a certos valores de área e de perímetro. Por vezes, a contagem dos *pin* e respetivas unidades de área e comprimento nem sempre foram contabilizadas de forma correta. O mesmo sucedeu



no estudo realizado por Ventura (2013), em que esta estratégia foi utilizada para determinar valores de perímetros e áreas de figuras dadas, quer para verificar os valores de área e perímetros de figuras construídas. Como já foi referido, o André contabilizava os segmentos de reta sem atender ao seu comprimento. Assim, considera-se que estes erros podem estar relacionados com as dificuldades de interpretação de figuras e ainda com as dificuldades conceituais, uma vez que há dificuldade em identificar a unidade de comprimento ou de área. Por outro lado, a Luna utilizou corretamente esta estratégia conseguindo dar resposta correta às questões propostas.

A tentativa e erro foi uma estratégia adotada sobretudo na construção de figuras no geoplano, no papel pontado e nos pentaminós. Essas construções obedeciam a determinados valores de área e/ou perímetro fornecidos no enunciado das várias tarefas, o que vai de encontro ao estudo realizado por Ventura (2013). As tarefas onde esta estratégia foi utilizada não são de resolução imediata. Assim, considera-se natural que os alunos para resolvê-las tivessem que realizar várias tentativas e verificar, posteriormente, se a sua resolução se enquadrava nos critérios solicitados. Este processo faz com que os alunos tentassem diversas vezes a construção e reconstrução da figura até obter o desejado. No geoplano, no papel pontado e nos pentaminós a verificação das figuras construídas foi realizada através da contagem das unidades de perímetro ou de área, consoante os casos. É de salientar que esta estratégia concorreu para a tomada de consciência da impossibilidade de construir determinadas figuras propostas na tarefa 4 (anexo 13).

A utilização de fórmulas é uma estratégia utilizada diversas vezes para o cálculo de áreas de figuras conhecidas. Contudo, tanto a Luna como o André utilizaram pouco esta estratégia, o que não é concordante com o estudo realizado por Lavrador (2010), onde se consta que os alunos usam a fórmula desde que tenham valores necessários para a sua aplicação. Muitas vezes, os alunos recorreram a outras estratégias para confirmar o valor obtido através da fórmula. Isto é concordante com o estudo de Ventura (2013), onde a aluna em estudo, mesmo depois de utilizar a fórmula, recorria à contagem para confirmar a resolução.

A utilização de fórmulas foi utilizada conjuntamente com outras estratégias, como a contagem ou o enquadramento de figuras. Na tarefa “área de triângulos” (anexo 14) o André generalizou e utilizou sempre o mesmo procedimento e consequentemente

a mesma fórmula para calcular a área das figuras. O aluno achou que se utilizasse o enquadramento e a fórmula daria a resposta correta à tarefa, esquecendo-se que as figuras não possuem todas as mesmas propriedades, enquadrando as figuras de forma incorreta. A Luna, na mesma tarefa, recorreu corretamente à relação de que a área do triângulo é metade da área do retângulo, recorrendo à fórmula da área do retângulo e, posteriormente, dividiu por dois. Deste modo, nesta tarefa, a fórmula de cálculo de área do triângulo nunca foi utilizada dissociada da sua “inscrição” num retângulo. É notório que ambos os alunos apresentam dificuldades em dissociar-se da necessidade de usarem uma figura conhecida para fazer o enquadramento. A comparação de figuras tendo em conta apenas a sua superfície e o comprimento das linhas que as limitam, facilita a compreensão da noção de área e perímetro, e só numa fase seguinte aparece associada a uma medida de comprimento e a uma unidade que expressa a quantidade de superfície (NCTM, 2007). Assim, está presente alguma dificuldade no abandono da estratégia adotada, que tem por base a determinação da área do triângulo através da comparação entre as áreas do retângulo e do triângulo nele inscrito.

A decomposição e o enquadramento de figuras são estratégias usadas pelos alunos no cálculo de áreas, decompondo a figura noutras figuras conhecidas ou enquadrando a figura pretendida numa outra mais simples. Estas estratégias foram utilizadas nas tarefas com recurso ao geoplano e ao papel pontado e estão relacionadas com a capacidade de visualização. Na tarefa 2 e 3 (anexo 11 e 12) ambos os alunos recorreram a estas estratégias e, posteriormente, aplicaram outro tipo de estratégia como a contagem e o uso de fórmulas. Como já foi referido na tarefa “áreas de triângulos” (anexo 14) esta estratégia foi utilizada corretamente pela Luna, enquadrando o triângulo numa figura conhecida. Salienta-se que ao longo das tarefas os alunos recorreram mais ao enquadramento do que à decomposição de figuras. Supõe-se que isso se deva ao facto de ser uma estratégia mais rápida e que utiliza figuras que lhes são familiares.

**(Q<sub>3</sub>) Como é que os alunos reagem perante um ensino exploratório, recorrendo a materiais manipuláveis, envolvendo o conceito de área e de perímetro?**

O estudo realizado contribuiu para compreender de que modo é que os materiais manipuláveis facilitam o ensino e aprendizagem dos conceitos de área e de perímetro. O tipo de trabalho adotado durante a intervenção didática permitiu que os alunos adquirissem e desenvolvessem atitudes positivas em relação à Matemática, para além de favorecer atitudes relacionadas com a cooperação, como a interajuda e a partilha de ideias.

Este aspeto deve-se à natureza das tarefas e dos materiais utilizados, assim como ao desenvolvimento do processo de ensino e aprendizagem que deu oportunidade aos alunos de explorarem os materiais, de resolver as tarefas a partir de diferentes abordagens e de discutir e partilhar as suas ideias. A manipulação dos materiais favoreceu a participação e o envolvimento dos alunos nas tarefas, sendo notória uma mudança de atitude em relação à aprendizagem, tornando-a mais significativa. Segundo Caldeira (2009) a utilização de materiais permite ao aluno construir, modificar, integrar, interagir com o mundo físico e com os seus pares, aprender fazendo, desmistificando a negatividade que se atribui à Matemática.

Durante a intervenção assistiu-se à troca de ideias e estratégias, à partilha de conhecimentos e experiências, assim como interpretações sobre as situações com que se deparavam. Vale (1999) refere que o trabalho com materiais permite aos alunos refletir sobre as suas experiências e comunicar uns com os outros originando uma aprendizagem mais significativa e duradoura. Constatou-se que momentos de discussão e partilha oral de ideias foram fulcrais e contribuíram para que os alunos se envolvessem na realização das tarefas, sendo notória a sua persistência, fortalecendo os conceitos envolvidos. É de realçar que estes momentos são importantes no sentido de dar a conhecer diferentes modos de pensar e diferentes estratégias de resolução, clarificando aspetos que por vezes não são totalmente corretos. Assim, a comunicação e a compreensão Matemática foi desenvolvida pelos alunos aquando do trabalho com os materiais manipuláveis, visto que estes expunham as suas ideias, ouviam estratégias de outros colegas, questionavam, discutiam estratégias e argumentavam em defesa das suas opiniões.

O gosto em trabalhar com materiais manipuláveis era notório nos alunos, estes consideram-nos fundamentais para compreender e distinguir os conceitos de área e perímetro. Os alunos em estudo e a turma dizem sentir-se motivados para aprender Matemática quando usam materiais manipuláveis. No entanto, como é referido na literatura (Lorenzato, 2006; ME, 2007; Vale, 1999, 2000; Vale & Barbosa, 2015; Velosa, 2008), as tarefas que envolvem materiais favorecem tanto os alunos com dificuldades como os alunos mais capazes, sendo que os alunos com dificuldades não se desprendem tão rapidamente do material. Os alunos reconhecem que esta metodologia de ensino e aprendizagem é um meio incentivador e motivador para aprender, possibilitando uma aprendizagem mais eficaz.

Salienta-se que uma minoria de alunos reconhecem que a utilização de materiais pode ser um meio de distração e que é necessário mais tempo para realizar as tarefas. O ruído provocado pelo entusiasmo no manuseamento dos materiais pode ser um entrave ao sucesso de uma tarefa. Contudo, cabe ao professor compreender se esse ruído advém da atividade Matemática ou de brincadeiras dos alunos, para que saiba como intervir. Esta é uma situação que pode ser contornada, caso os alunos utilizem com frequência materiais, deste modo vão ultrapassando dificuldades e habitam-se a diferentes tipos de tarefas. Durante a intervenção não ocorreram casos indesejáveis, para tal contribuiu o facto de os alunos serem empenhados e considerarem as tarefas desafiantes, mantendo-os envolvidos na sua realização. O tempo destinado para a resolução de determinada tarefa com materiais manipuláveis é, muitas vezes, uma incógnita, pois depende de muitos fatores. Contudo, na implementação das tarefas teve-se em conta a heterogeneidade da turma, o ritmo de aprendizagem e a dependência do material. Pois, como é referido por Vale (1999) devem-se utilizar materiais manipuláveis durante o processo de ensino e aprendizagem da Matemática, não esquecendo que estes não são a panaceia para todos os problemas de aprendizagem em Matemática. Nesse sentido, de nada valerão se o aluno não os quiser utilizar e se o professor não tiver conhecimentos científicos e didáticos.

Para finalizar, conclui-se que a reação dos alunos perante um ensino exploratório revelou-se positiva e que os materiais manipuláveis contribuíram para um ensino e aprendizagem mais lúdico, que incentiva os alunos para a aprendizagem e para o gosto pela Matemática, contribuindo para o seu sucesso. De acordo com Vale (1999), o aspeto

lúdico é importante no processo de aprendizagem, sendo que os materiais podem proporcionar momentos agradáveis com um forte envolvimento dos alunos. Deste modo, conseguiu-se envolver os alunos na realização das tarefas propostas, estes demonstraram a sua persistência e desenvolveram atitudes positivas em relação à Matemática.

## **2. Limitações do estudo e propostas para futuras intervenções**

Neste ponto apresentam-se os principais constrangimentos e limitações do estudo desenvolvido e sugerem-se algumas recomendações que poderão ser tidas em conta em futuras investigações semelhantes.

Após a análise realizada, considera-se importante que quando os alunos utilizam materiais manipuláveis pela primeira vez, mesmo havendo referência que já utilizaram esse material antes, devem explorá-lo. Deste modo, ao explorá-lo livremente, os alunos vão satisfazendo as suas curiosidades, familiarizando-se com ele ou relembrando o seu funcionamento. Durante a intervenção conseguiu-se, através de situações simples, que os alunos explorassem os materiais antes de realizarem as tarefas propostas. Relativamente aos materiais utilizados, foi essencial os alunos terem à sua disposição pentaminós, geoplanos e papel pontado para realizarem as tarefas. No entanto, a escola não possuía material suficiente para a turma e colmatou-se a situação construindo pentaminós em cartolina e requisitando geoplanos para cada aluno. Esta seria uma limitação que poderia por em causa a realização das tarefas com estes materiais e o próprio estudo. O principal constrangimento do estudo foi o período dedicado à intervenção em contexto para realização da investigação. Este revelou-se escasso pois poderiam ter sido implementadas outro tipo de tarefas com recurso a outros materiais manipuláveis, mas que teriam outras implicações, como por exemplo o tempo que os alunos iriam despender para as resolver e discutir, o que iria comprometer a programação das aulas dedicadas aos diferentes conteúdos programáticos.

De seguida, apresentam-se algumas questões que foram surgindo ao longo deste estudo e que podem, futuramente, ser objeto de investigação noutros estudos.

O presente estudo foi realizado numa turma de quinto ano, todavia seria interessante alargar o estudo a um contexto de intervenção mais amplo. Nesse sentido, seria interessante compreender, por exemplo, se num mesmo ano de escolaridade e num dado conteúdo, num agrupamento ou mesmo em território nacional, quais são as principais dificuldades e estratégias de resolução de tarefas com recurso a materiais manipuláveis e verificar o sucesso da aprendizagem.

Outra questão pertinente seria a realização deste estudo num contexto de intervenção que pudesse ser analisado num período de tempo mais alargado, de um ano letivo, ou até de um ou mais ciclos de estudo, em vários conteúdos matemáticos. Deste modo, seria possível avaliar se a familiaridade em trabalhar com materiais manipuláveis permitia colmatar algumas desvantagens destes como, o tempo despendido, o ruído e a falta de autonomia.

Um outro aspeto que poderia ser interessante e pertinente, visto que estamos na era da tecnologia, seria realizar um estudo que comparasse o uso de materiais manipuláveis e o uso da tecnologia, com materiais manipuláveis virtuais, para um mesmo conteúdo programático. O objetivo seria compreender as dificuldades e estratégias de resolução dos alunos, além de se verificar qual dos recursos contribuía para o envolvimento e sucesso dos alunos na aprendizagem Matemática.

Para finalizar pode-se constatar que a utilização de materiais manipuláveis em contexto sala de aula foi um meio que impulsionou a aquisição de conceitos matemáticos, nomeadamente de área e de perímetro e que desenvolveu nos alunos uma atitude mais positiva em relação à Matemática.

### **PARTE 3 – REFLEXÃO FINAL**

A parte final deste trabalho refere-se à reflexão final acerca da Prática de Ensino Supervisionada I e II. Nesta apresenta-se a reflexão sobre esta unidade curricular que é fundamental num curso de formação de professores e em todo o caminho académico percorrido.





## **Uma visão sobre a Prática de Ensino Supervisionada**

No final desta etapa surge a necessidade de pensar e repensar na experiência vivida na PES I e na PES II, que me deu a oportunidade de contactar diretamente com dois contextos educativos com características e realidades bastante diferentes.

Antes de iniciar, vou enveredar por caminhos antes percorridos, nomeadamente a licenciatura. Quero salientar a importância de todas as práticas e didáticas realizadas no âmbito da unidade curricular de Iniciação à Prática Profissional (IPP), embora estas pouco tenham que ver com a exigência da PES. No âmbito da IPP tive a oportunidade de experienciar os diversos ciclos, passando pelo pré-escolar, 1º ciclo e 2º ciclo. Trabalhar em cada ciclo permitiu-me ter um maior conhecimento e conhecer a realidade de cada um. Devo referir que os projetos efetuados e as aulas lecionadas contribuíram para que estes dois anos de mestrado, marcados por trabalho e agitação, não fossem algo inesperado. Contudo, saliento que a experiência vivida em 2º ciclo me desapontou, pois não me deu a conhecer a realidade vivida, que conheci posteriormente na PES, pois trabalhei uma área transversal, cidadania. Reconheço que é um tema fulcral que deve estar presente no processo ensino aprendizagem, contudo penso que deve estar interligado com as diferentes áreas do saber e não estar confinado a um bloco de quarenta e cinco minutos por semana. Penso que seria muito mais proveitoso, enquanto futura professora, trabalhar este tema relacionando-o com outra área do saber. Enveredar pelo ensino do 1º e 2º ciclos em detrimento do pré-escolar foi uma opção tomada em função da experiência vivida durante o 1º ciclo, a qual me permitiu experienciar a realidade de uma sala de aula deste ciclo, o que não aconteceu no 2º ciclo. A IPP desenvolveu-se ao longo dos três anos de formação inicial, contudo devo salientar que nada tem que ver com as vivências e exigências que a Prática de Ensino Supervisionada implica. Todavia, contribuiu para o gosto pela intervenção no processo ensino aprendizagem, pela criação de atividades e didáticas dinâmicas, motivantes e desafiantes, pela interação junto do público mais novo, contribuindo para a decisão acerca do mestrado profissionalizante a seguir.

Num breve olhar pelas experiências vividas antes de iniciar a PES é importante dar destaque ao primeiro ano de mestrado como um ano repleto de vivências e rico em aprendizagens, tanto a nível teórico, como a nível da arte do saber planificar de acordo

com as necessidades da turma, com os objetivos a atingir e com os conteúdos a trabalhar. Foi um ano diferente dos anteriores, com um ritmo de trabalho mais exigente relativamente à formação inicial, mas que me permitiu desenvolver a capacidade de dar resposta a situações inesperadas e desenvolver a capacidade de planificar em qualquer uma das áreas de ensino envolventes.

Agora com algum distanciamento vejo como cresci, vejo como a PES foi fundamental durante estes dois anos pelos seguintes aspetos: permitiu-me ter alcançado um conhecimento profundo dos contextos educativos sobre os quais a minha formação incide; permitiu-me saber planificar os vários processos de intervenção, assim como aplicar conhecimentos teóricos e didáticos nas diferentes áreas e domínios do saber; permitiu-me encontrar e dar solução a problemas que surgiram durante a prática educativa de forma a superar os obstáculos que se impunham e permitiu-me incentivar os alunos a aprender de uma forma mais significativa. Além destes aspetos, outros são fundamentais para a prática docente e pessoal, como a reflexão, a avaliação, a análise crítica das nossas ações para que possamos melhorar as intervenções futuras. Durante o meu percurso vim tendo consciência do que é necessário para ser um bom professor e tudo que isso envolve. Ser professor exige trabalho! É necessário estar consciente das práticas e mantermo-nos atualizados num mundo que está em constante evolução.

No final do primeiro ano de mestrado sentia-me cansada e por vezes indignada pelo facto de não ter havido contacto com a realidade educativa em contexto, agora compreendo que é necessário ter uma panóplia de conhecimentos para enfrentar as adversidades que estão presentes quando se está perante uma turma. Comecei o segundo ano com determinação, preparada para enfrentar o que “viesse”. Estava ansiosa mas ao mesmo tempo receosa e cheia de expetativas do que viria.

A PES I, decorrida em contexto de 1º ciclo do ensino básico, foi um misto de emoções, começando pelo nervosismo por estar pela primeira vez em frente a uma turma, pela responsabilidade imposta a qualquer docente em lecionar, pela vontade aplicar tudo que foi aprendido em anos anteriores e pela excitação de me ver num papel que há muito desejava. Quando me deparei com uma turma do 2º ano não me senti desconfortável perante um público tão heterogéneo e exigente. Ser professora não foi uma paixão de sempre, mas sinto que será para sempre. Considero que a minha presença em contexto de sala de aula, o contacto com os alunos e as explicações acerca

de cada conteúdo surgem de forma natural. Muitos entraves surgiram, mas consegui ultrapassá-los e não desisti perante as dificuldades. Quando esta etapa terminou senti que tinha conseguido atingir os objetivos traçados inicialmente.

Começou a segunda etapa, no 2º ciclo do ensino básico, com novos métodos, novas aprendizagens, novo contexto, novos alunos e um conjunto de outras coisas diferentes. Esta mudança fez com que o ritmo de trabalho que tinha adquirido nos últimos meses também mudasse. Apesar de o 2º ciclo ser, em determinados momentos, semelhante ao 1º ciclo é necessário ter em conta que o ambiente de lecionação é mais formal, os alunos são mais velhos, as suas personalidades são mais evidentes, há mais disciplinas, há mais professores e, como é natural, a parte mais “maternal”, acolhedora e afetiva esmorece em relação ao primeiro.

Quando iniciei esta nova etapa não me sentia capaz, nem com ânimo para recomeçar mais uma jornada. Talvez pelo cansado acumulado do semestre anterior ou por me ter afeiçoado aos alunos com quem já tinha trabalho anteriormente e ainda, porque quando já tinha uma rotina e estava organizada, tudo terminou e iria começar do zero, novamente. Comecei sem expectativas, com receio e desejosa que os dias passassem. Sentia-me cansada, incapaz e desmotivada sem saber muito bem o porquê.

Esta fase findou quando conheci a nova turma, alunos descontraídos e com um dom de palavra incrível para a idade. Senti-me desafiada por eles, uma turma heterogénea, com personalidades fortes, uma curiosidade inesperada e um sentido de humor contagiante que os tornava únicos. Apercebi-me que a turma que me foi atribuída era uma das melhores do 5º ano, tanto a nível de comportamento, como a nível de aproveitamento e aprendizagem. Isto fez-me alterar a minha postura e aproveitar para trabalhar com esta turma dando o meu melhor.

Depois das primeiras semanas de trabalho com os alunos e entrar no ritmo, senti que dar aulas no 5º ano era, de certa forma, semelhante a dar aulas no 2º ano. É certo que noutros aspetos a coisa mudava de figura, os horários mais rigorosos, o cumprimento e gestão do tempo era essencial, mais do que no 1º ciclo, as planificações apresentavam uma estrutura diferente e a rotina inigualável. Todavia, os alunos apresentavam um comportamento adequado e as estratégias e metodologias a adotar seguiam as mesmas linhas, tendo de ser desafiantes e motivadoras. Como é óbvio dar aulas ao 2º ano é diferente de dar aulas ao 5º ano, mas a verdade é que a mudança não

me chocou. Assim, considero que o trabalho que desenvolvi no 1º ciclo contribuiu para que a PES II decorresse melhor, uma vez que já tinha adquirido um conjunto de competências essenciais para esta prática.

A meu ver, no decorrer da prática educativa as semanas dedicadas à observação foram fundamentais para recolher dados e informações, como o comportamento dos alunos e docentes, que métodos seriam mais eficazes, entre outros aspetos que foram essenciais ao desenvolvimento da prática pedagógica e que ajudaram na preparação das aulas. Outro papel importante para a prática docente prende-se com a planificação, esta que é tantas vezes descurada. No meu entender, planificar uma aula deve dar tanto gosto como implementá-la. É um erro tremendo preparar menos, ou não preparar, um conteúdo ou uma aula só porque se julga tê-lo dominado. Nunca dominados o que quer que seja, é certo que podemos ter conhecimentos, mas nunca se sabe tudo. Durante as minhas intervenções algo que aprendi é que há sempre algum aluno que nos pode questionar sobre algo que não vem explícito em livro algum, e que apenas com a preparação devida é que conseguimos mobilizar conhecimentos para lhe dar uma resposta. Tudo bem que muitas vezes se pode dar o caso de não saber responder e, nesse momento, é necessário ter humildade suficiente para assumir as nossas limitações. É preferível reconhecer que não se sabe e responder noutro momento, do que dar uma resposta errada. O professor não sabe, nem tem porque saber, tudo. Retomando a importância da planificação, é através desta que temos de fazer e ver o “filme” da aula. Na verdade, muitas das vezes foi necessário readaptar estratégias depois de as ter planeado. As dinâmicas criadas só poderiam ser reajustadas depois de as ter planeado e pensado se iriam resultar. Outras vezes, algumas metodologias falhavam e não iam de encontro ao objetivo traçado. Ora quando isto acontecia era necessário pensar por que não deu certo.

Refletir antes, durante e após é essencial para que tenhamos sucesso nas nossas práticas. A reflexão permite-nos avaliar, tanto o nosso desempenho, como o desempenho dos alunos, através da análise da nossa postura em contexto de sala de aula, da metodologia que optamos, dos recursos didáticos que utilizamos e ainda da capacidade de responder a situações imprevistas. A meu ver, a reflexão permite analisar todos os momentos da aula, apontando os mais positivos e os menos positivos, que deverão ser ajustados. É um processo que nos ajuda a prever situações e a remediar

erros de forma a enriquecer a prática. Aliada à reflexão estão os professores orientadores e supervisores que, pela sua experiência em educação, deram contributos para melhorar. Considero que me ajudaram neste percurso, criticando construtivamente as minhas práticas para que fosse melhorando e tivesse sucesso como professora. Vejo nos contributos que me deram oportunidades para aprender e melhorar.

Após esta experiência no 5º ano, considero que fui capaz de chegar até aos alunos, partilhar, ouvir, aconselhar, ensinar e esclarecer. Dei o meu melhor e esforcei-me para contribuir para as aprendizagens e sei que eles foram eles próprios dando o melhor de si.

Em relação às áreas que lecionei, a Matemática e as Ciências Naturais são áreas nas quais me sinto mais à vontade e pelas quais nutro um gosto especial. Contudo, a História e Geografia de Portugal desafiou-me e o Português surpreendeu-me pela positiva.

História e Geografia de Portugal era uma área que não me sentia muito à vontade, tinha algum receio, talvez porque durante o ensino secundário enveredei pelas ciências exatas. As aulas de História são, erradamente, marcadas pela teoria e pela exposição de sucessivos acontecimentos, assumindo uma visão pouco agradável para os alunos. Não queria que as minhas aulas de História fossem cansativas, nem me queria tornar numa professora chata, por isso desafiei-me a mim mesma a criar aulas interativas e motivantes para os alunos. O que sucedeu foi que os alunos se envolverem realmente nas aulas e colocavam questões, por mera curiosidade, às quais nem sempre consegui responder. Este facto deixava-me entusiasmada a pesquisar e a aprender mais. Muitas vezes dava por mim a pesquisar possíveis questões acerca dos conteúdos para já estar preparada e saber esclarecê-los ou então para lhes dar determinada curiosidade acerca do tema.

Lecionar Português surpreendeu-me pela positiva. Gostei de planificar as aulas e criar enredos para cada texto trabalhado, que mantinha os alunos interessadas e a desejar que a aula não terminasse. Sentia orgulho ao ver que os alunos vinham para as minhas aulas com vontade e com expectativas do que iria acontecer. Ampliar-lhes o gosto pela leitura e interpretação de obras de literatura infanto-juvenil foi o meu objetivo em cada aula.

Por sua vez, nas Ciências Naturais o tema que abordei cativou todos os alunos, afinal quem não gosta de animais? O interesse, o empenho e a curiosidade estiveram presentes em todas as aulas. Destaco o papel das aulas práticas, que permitiram aos alunos testarem as suas ideias, desenvolverem de forma autónoma os seus conhecimentos, explorarem os materiais, tocarem e sentirem os animais. Certamente que as aulas com as minhocas e caracóis ou a reunião para decidir o futuro do lobo ibérico tornaram as aprendizagens dos alunos muito mais significativas, permitindo-lhes assimilar e relacionar de forma eficaz os conteúdos programáticos.

Pela Matemática nutro um gosto especial e penso que consegui passar esse gosto aos alunos. Mostrar que a Matemática não é um “bicho-de-sete-cabeças” e que é possível fazer aprendizagens matemáticas através de um ensino exploratório era o meu principal objetivo. A Matemática é uma área encarada como a mais difícil do currículo, a mais difícil de aprender por causa de problemas complicados e raciocínios complexos. Muitos alunos quando confrontados com esta área desistem, sem se aperceberem que não é assim tão difícil e que, com orientação, conseguem encontrar o caminho para o sucesso e ainda para verificarem como ela é útil e faz parte do nosso dia-a-dia. Com o projeto de investigação que desenvolvi nesta área consegui acompanhar os alunos e a sua evolução face ao gosto pela disciplina. Utilizar os materiais manipuláveis foi uma forma de os alunos verificarem que afinal aprender Matemática pode ser divertido e que afinal esta área não é assim tão complicada como dizem. As tarefas desafiantes contribuíram para se envolverem na sua resolução. Confesso que o balanço foi positivo, contudo a reformulação constante das aulas e das tarefas foi trabalhosa. Todavia, sei que todos os alunos ficaram a conhecer uma Matemática um pouco diferente daquela que estavam habituados e que o seu gosto pela disciplina se elevou. Mais me orgulho de afirmar que, no tema de geometria, os meus alunos tiveram um desempenho bastante satisfatório, sendo este comprovado pelos resultados da ficha de avaliação, havendo apenas dois alunos abaixo de satisfaz.

Concluindo, posso afirmar com todas as certezas que a experiência que vivi ao longo deste ano foi enriquecedora, tanto a nível profissional como a nível pessoal. Todo o esforço valeu a pena! Por mais exausta que estivesse, mal uma aula começava e ouvia os alunos a comentarem o que se ia trabalhar ou o porquê de determinado material estar ali, a minha energia repunha-se! Sentir confiança perante uma turma e ver que os

alunos confiam em nós é gratificante. Tenho a certeza que marquei positivamente os alunos tal como eles me marcaram a mim. E, se algum dia tive dúvidas que ser professora era o que queria, hoje afirmo que é realmente o que quero e é por esta profissão que vou lutar para exercer no futuro. Planificar as aulas, construir materiais e propor estratégias é algo que me desafia, algo que me inquieta para saber qual será a reação dos alunos, pois ver as suas expressões de contentamento é algo que me leva a continuar.

Foram cinco anos intensos, que exigiram trabalho e dedicação e se consegui dar resposta a todas as situações e sempre senti um gosto enorme ao lecionar, o que posso mais querer? Ser professora, mas não uma professora qualquer, ser uma professora com gosto pelo que faz! E continuarei a caminhada investindo na formação, diversificando-a e enriquecendo-me.





## Referências

- Abrantes. (1999). Investigações em Geometria na Sala de Aula. Em E. Veloso, J. P. Ponte, & P. Abrantes, *Ensino da Geometria ao Virar do Milénio*. Lisboa: Departamento de Educação da FCUL.
- Abrantes, P., Serrazina, L., Oliveira, I., Loureiro, C., & Nunes, F. (1999). *A Matemática na Educação Básica (1ª ed.)*. Lisboa: Ministério da Educação - Departamento da Educação Básica.
- Abreu, A. C. (2013). *O ensino e a aprendizagem de geometria com recurso a materiais manipuláveis: uma experiência com alunos do 9º ano de escolaridade* (Tese de mestrado). Braga: Universidade do Minho.
- APM. (1988). *Renovação do Currículo de Matemática*. Lisboa: APM.
- Battista, M. (2006). Understanding the development of students thinking about length. *Teaching Children Mathematics*, 13(3), 140-147.
- Boavida, A. M., Paiva, A. L., Cebola, G., Vale, I., & Pimentel, T. (2008). *A Experiência Matemática no Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação - DGIDC.
- Bogdan, R., & Biklen, S. (1994). *Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos*. Porto: Porto Editora.
- Botas, D., & Moreira, D. (2013). A utilização dos materiais manipuláveis nas aulas de Matemática - Um estudo no 1º ciclo. *Revista Portuguesa de Educação* 26(1), 253-286.
- Branco, M. G. (2013). Ad dificuldades dos alunos quando trabalham com tarefas de exploração e investigação. *Revista Quadrante*, XXII(1), 107-127.
- Burger, W. F., & Shaughnessy, J. M. (1986). Characterising the Van Hiele levels of development in geometry. *Journal for Research in Mathematics Education*, 17, 31-48.
- Caldeira, M. (2009). A importância dos materiais para uma aprendizagem significativa da matemática. Em *Atas do X Congresso Internacional Galego-Português de Psicopedagogia* (pp. 3306-3321). Braga: Universidade do Minho.
- Canavarro, A. P. (2003). *Práticas de ensino da Matemática: Duas professoras, dois currículos* (Tese de doutoramento). Lisboa: Universidade de Lisboa.
- Candeias, N., Costa, S., Molarinho, M., Simões, A., Garcia, C., Marques, et al. (2006). Estratégias de raciocínio e dificuldades dos alunos portugueses do 2º ciclo do ensino básico em visualização, medida e área. *Itinerários - Investigar em Educação*, 377-391.
- Cohen, L., Manion, L., & Morrison, K. (2011). *Research Methods in Education*. London: Routledge.

- Curry, M., Mitchelmore, M., & Outhred, L. (2006). Development of children's understanding of length, area and volume measurement principles. Em J. Novotná, M. Krátká, & N. Stehlíková, *Proceedings 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 377-384). Prague: PME.
- Douady, R., & Perrin-Glorian, M. J. (1989). Un processus d' apprentissage du concept d'aire de surface plane. *Journal for Research in Mathematics Education*, 20(4), 387-424.
- Duval, R. (1998). Geometry from a cognitive point of view. Em C. Mammama, & V. Villani (Eds.), *Perspectives on the Teaching of Geometry for the 21 Century* (pp. 37-52). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Erickson, F. (1986). Qualitative methods in research on teaching. Em M. C. (Ed.), *Handbook of research on teaching* (pp. 119-161). New York: MacMillan.
- Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an educational task (1ª ed.)*. Dordrecht: D. Reidel Publishing Company.
- Guerreiro, M. H., Portugal, M. J., & Palhares, P. (2008). O trabalho cooperativo na resolução de problemas de áreas. Em R. Luengo, B. Gómez, M. Camacho, L. Blanco (Eds.), *Atas Seminário de Investigação em Educação Matemática XII* (pp. 647-658). APM.
- Jaquet, F. (2000). Il conflitto area-perimetro. *L'educazione Matematica*, 2,(2), 66-77.
- Lavrador, C. M. (2010). *Resolução de tarefas envolvendo áreas e perímetros-um estudo com alunos do cursos de educação e formação (Tese de Mestrado)*. Lisboa: Universidade de Lisboa.
- Lopes, C. L. (2013). *A aprendizagem de perímetros e áreas com geogebra: uma experiência de ensino* (Tese de mestrado). Lisboa: Universidade de Lisboa.
- Lorenzato, S. (2006). Laboratório de ensino de matemática e materiais didáticos manipuláveis. Em S. Lorenzato (Eds.), *Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores* (pp. 3-38). Campinas: Autores associados.
- Marchett, P., Medici, D., Vighi, P., & Zaccomer, E. (2005). Comparing perimeters and areas: Childrens' preconceptions and spontaneous procedures. pp. 766-776. Obtido de [www.mathematik.uni-dortmund.de/~erme/CERME4/CERME4\\_WG7.pdf](http://www.mathematik.uni-dortmund.de/~erme/CERME4/CERME4_WG7.pdf)
- Marshall, L., & Paul, S. (2008). Exploring the Use of Mathematics Manipulative Materials: Is It What We Think It Is? *EDU-COM International Conference* (pp. 338-348). Australia: Cowan University.
- Martins, C., Maia, E., Menino, H., Rocha, I., & Pires, M. (2002). O trabalho investigativo nas aprendizagens iniciais da Matemática. Em J. P. Ponte, C. Costa, A. I. Rosendo,

- E. Maia, N. Figueiredo, & A. Diónísio (Orgs.), *Atividades de investigação na aprendizagem da matemática e na formação dos professores* (pp. 59-80). Lisboa: Secção de Educação Matemática da SPCE.
- Mascarenhas, D., Maia, J., Martinez, T., & Lucena, F. (2014). A importância das tarefas de investigação, da resolução de problemas e dos materiais manipuláveis no ensino e aprendizagem de perímetro, área e volume no 5º ano de escolaridade. *Quadrante, XXIII, (1)*, 3-28.
- Matos, J. F. (1991). *Logo na educação Matemática: um estudo sobre as concepções e atitudes dos alunos* (Tese de doutoramento). Lisboa: Projeto MINERVA, DEFCUL.
- Matos, J. F. (1992). Conhecimento, sociedade e afectividade. Em M. Brown, D. Fernandes, J. F. Matos, & P. Ponte, *Educação Matemática*. (pp. 185-239) Lisboa: IIE - SPCE.
- Matos, J., & Serrazina, L. (1996). *Didáctica da Matemática*. Lisboa: Universidade Aberta.
- ME. (1990). *Reforma Educativa - Ensino Básico - Programa do 1º ciclo*. Lisboa: Direcção Geral do Ensino Básico e Secundário - Ministério da Educação.
- M.E. (2001). *Currículo Nacional do Ensino Básico. Competências Essenciais*. Lisboa: Ministério da Educação.
- ME. (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação - DGIDC.
- ME. (2013). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação - DGIDC.
- NCTM. (1991). *Normas para o Currículo e a Avaliação em Matemática Escolar*. Lisboa: APM e IIE.
- NCTM. (2007). *Princípios e Normas para a Matemática Escolar*. Lisboa: APM.
- Outhred, L., & Mitchelmore, M. (2000). Young Children's Intuitive Understanding of Rectangular Area Measurement. *Journal for Research in Mathematics Educations, 31(2)*, 144-167.
- Owens, K., & Outhred, L. (2006). The Complexity of Learning Geometry and Measurement. Em A. Gutiérrez, & P. Boero (Eds.), *Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education* (pp. 83-115). SensePublishers: Rotterdam.
- Pires, M. (1995). *Os conceitos de perímetro e área em alunos do 6º ano: concepções e processos de resolução de problemas* (Tese de Mestrado). Lisboa: APM.
- Pires, M. (2006). Os materiais curriculares na construção do conhecimento profissional do professor de Matemática: Três estudos de caso (Tese de Doutoramento). Santiago de Compostela: USC.
- Pimentel, T., & Vale, I. (2013). Reasoning in geometry: the role of the tasks. Em B. Di

- Paola (Ed.), *Proceedings of CIEAEM 65 - Mathematics in a globalized environment* (pp. 147-156). Italy: Università de Torino.
- Ponte, J. P., & Serrazina, L. (2000). *Didáctica da Matemática do 1º ciclo*. Lisboa: Universidade Aberta.
- Ponte, J. P., & Serrazina, L. (2004). Práticas profissionais dos professores de Matemática. *Quadrante*, 12(2), 51-74.
- Ponte, J. P., Matos, J. M., & Abrantes, P. (1998). *Investigação em Educação Matemática: Implicações Curriculares*. Lisboa: Instituto de Inovação Educacional.
- Ramalho, G., & Correia, T. (1994). Análise de erros e estratégias utilizadas pelos alunos de 9 anos no teste de Matemática incluídas no "Second International Assessment of Educational Progress": Medida e geometria. Em *Atas do V Seminário de Investigação em Educação Matemática* (Orgs.), (pp. 51-72). Lisboa: APM.
- Ribeiro, A. (1995). *Concepções de Professores de 1º Ciclo. A Matemática, o seu Ensino e os Materiais Didáticos (Tese de Mestrado, Universidade de Lisboa)*. Lisboa: APM.
- Rodrigues, F., & Gazire, E. (2012). Reflexões sobre o usos de material didático manipulável no ensino da matemática: da ação experimental à reflexão. *Revemat* 7(2), 187-196.
- Senk, S. (1989). Van Hiele levels and achievement in writing geometry proofs. *Journal for Research in Mathematics Education*, 20(3), 309-321.
- Serrazina, L. (1990). Os materiais e o ensino da Matemática. *Educação e Matemática*, nº 13.
- Serrazina, L. (1991). A Aprendizagem da Matemática: a Importância da Utilização de Materiais. *NOESIS*, 21, 37-39.
- Serrazina, L., & Matos, J. (1996). *O geoplano na sala de aula*. APM.
- Stephan, M., & Clements, D. (2003). Linear and area measurement in prekindergarten to grade 2. Em D. H. Clements, & G. Bright, *Learning and teaching measurement* (pp. 3-16). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Suydam, M. (1985). The Shape of Instruction in Geometry: Some Highlights from Research. *Mathematics Teacher*, 78(6), 481-486.
- Szendrei, J. (1996). Concrete materials in the classroom. Em A. Bishop, K. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick, & C. Laborde, *International Handbook of Mathematics Education, Part 1, Vol 4* (pp. 411-434). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Tuckman, B. (2000). *Métodos de investigação em educação*. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian.

- Vale, I. (1999). Materiais manipuláveis na sala de aula: o que se diz, o que se faz. *Actas do ProfMat 99* (pp. 111-120). Lisboa: APM.
- Vale, I. (2002). *Materiais Manipuláveis*. Viana do Castelo: Laboratório de Educação Matemática - ESEVC.
- Vale, I. (2004). Algumas Notas sobre a Investigação Qualitativa em Educação Matemática - O Estudo de Caso. *Revista da ESE*, 171-202.
- Vale, I., & Barbosa, A. (2015). Materiais manipuláveis para aprender e ensinar geometria. *Boletim GEPEM*, (65), 3-16
- Velosa, R. M. (2008). *A aprendizagem da geometria com recurso aos materiais manipuláveis no 7º ano de escolaridade (Tese de Mestrado)*. Madeira: Universidade da Madeira.
- Veloso, E. (1998). *Geometria. Temas actuais. Materiais para professores*. Lisboa: Instituto de Inovação Educacional.
- Veloso, E. (2000). *Geometria. Temas actuais. Materiais para professores*. Lisboa: Instituto de Inovação Educacional.
- Ventura, S. R. (2013). *O geoplano na resolução de tarefas envolvendo os conceitos de área e perímetro: um estudo no 2º Ciclo do ensino básico (Tese de Mestrado)*. Lisboa: Universidade de Lisboa.
- Yin, R. (1984). *Case study research: Design and methods*. Newbury Park, CA: Sage.
- Zimmermann, W., & Cunningham, S. (1991). Editors' introduction: What is mathematical visualization. Em W. Zimmermann, & S. Cunningham. (Orgs), *Visualization in teaching and learning mathematics* (pp. 1-7). Washington, DC: Mathematics Association of America.



## **ANEXOS**





## Anexo 1 - Tópicos, objetivos específicos e notas – Perímetros e áreas, 1º ciclo (M.E., 2007)

3.º e 4.º anos

| Tópicos                                                                                                                                                                                                                                                                | Objectivos específicos                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | Notas                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>Comprimento, massa, capacidade, área e volume</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Medida e medição</li> <li>• Unidades de medida <i>SI</i></li> </ul><br><ul style="list-style-type: none"> <li>• Perímetro, área e volume</li> <li>• Estimação</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Compreender a noção de volume.</li> <li>• Realizar medições de grandezas em unidades <i>SI</i>, usando instrumentos adequados às situações.</li> <li>• Comparar e ordenar medidas de diversas grandezas.</li> <li>• Calcular o perímetro de polígonos e determinar, de modo experimental, o perímetro da base circular de um objecto.</li> <li>• Estimar a área de uma figura por enquadramento.</li> <li>• Desenhar polígonos em papel quadriculado com um dado perímetro e uma dada área.</li> <li>• Resolver problemas relacionando perímetro e área.</li> <li>• Compreender e utilizar as fórmulas para calcular a área do quadrado e do rectângulo.</li> <li>• Determinar o volume do cubo de uma forma experimental.</li> <li>• Realizar estimativas de medidas de grandezas.</li> <li>• Resolver problemas respeitantes a grandezas, utilizando e relacionando as unidades de medida <i>SI</i>.</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Propor o preenchimento de volumes por empilhamento de objectos de igual volume contando as unidades necessárias.</li> <li>• Construir com os alunos as seguintes unidades de medida: <i>m</i>, <i>dm</i>, <i>cm</i> e <i>dam</i>; <i>cm</i><sup>2</sup>, <i>dm</i><sup>2</sup> e <i>m</i><sup>2</sup>; <i>dm</i><sup>3</sup>. Projectar a construção do <i>m</i><sup>3</sup> a partir do <i>dm</i><sup>3</sup>. Propor a realização de medições.</li> <li>• Para o estudo da capacidade, usar recipientes correspondentes às várias unidades de medida e estabelecer as relações correspondentes. Proceder de modo análogo para as outras grandezas.</li> <li>• Usar o método das metades e do enquadramento em figuras desenhadas no geoplano e em papel pontado ou quadriculado, para calcular aproximadamente a respectiva área.</li> <li>• Promover a utilização do geoplano, tangram e pentaminós para investigar o perímetro de figuras com a mesma área e a área de figuras com o mesmo perímetro.</li> <li>• Promover a exploração de volumes de objectos, colocando-os num recipiente graduado com líquido.</li> <li>• Propor, por exemplo, a estimação da massa de objectos e comparar com o valor obtido por pesagem.</li> </ul> |



**Anexo 2 - Tópicos, objetivos específicos e notas – Perímetros e áreas, 2º ciclo (M.E., 2007)**

| Tópicos                                                                                                                                                                      | Objectivos específicos                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | Notas                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p><b>Perímetros</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Polígonos regulares e irregulares</li> <li>• Círculo</li> </ul>                                            | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Determinar o perímetro de polígonos regulares e irregulares.</li> <li>• Determinar um valor aproximado de <math>\pi</math>.</li> <li>• Resolver problemas envolvendo perímetros de polígonos e do círculo.</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Propor a determinação experimental de um valor aproximado de <math>\pi</math>.</li> <li>• Usar situações experimentais para encontrar a fórmula do perímetro do círculo.</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                                          |
| <p><b>Áreas</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Equivalência de figuras planas</li> <li>• Unidades de área</li> <li>• Área do triângulo e do círculo</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Compreender a noção de equivalência de figuras planas e distinguir figuras equivalentes de figuras congruentes.</li> <li>• Relacionar a fórmula da área do triângulo com a do rectângulo.</li> <li>• Calcular a área de figuras planas simples, decomponíveis em rectângulos e em triângulos ou por meio de estimativas.</li> <li>• Determinar valores aproximados da área de um círculo desenhado em papel quadriculado.</li> <li>• Resolver problemas que envolvam áreas do triângulo e do círculo, bem como a decomposição e composição de outras figuras planas.</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Usar a sobreposição, composição e decomposição de figuras.</li> <li>• Propor situações que evidenciem a distinção entre área e perímetro. Por exemplo, a separação e a reorganização das partes de uma figura que alterem o seu perímetro mas não a sua área (e reciprocamente).</li> <li>• Usar figuras e respectivo enquadramento em papel quadriculado.</li> <li>• Usar situações experimentais, para determinar a fórmula da área do círculo.</li> </ul> |



### Anexo 3 – Pedido de autorização aos encarregados de educação

Exmo.(a) Sr.(a) Encarregado(a) de Educação

Eu, Catarina Calheiros Afonso, professora estagiária, na Escola Básica do 2º e 3º Ciclos Dr. Pedro Barbosa, encontro-me a realizar um trabalho de investigação no âmbito do curso de Mestrado em Ensino do 1º e 2º Ciclos do Ensino Básico, da Escola Superior de Educação de Viana do Castelo. Este trabalho irá incidir num ensino exploratório, utilizando os materiais manipuláveis envolvendo os conceitos de área e perímetro e consequentemente melhorar as suas aprendizagens.

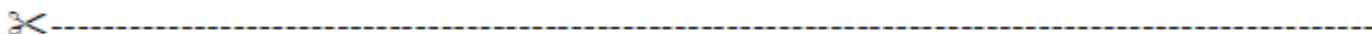
Neste sentido, é necessário proceder à recolha de dados junto da turma em causa, através de gravação em vídeo/áudio das aulas, de entrevistas a alunos e de alguns trabalhos produzidos pelos mesmos. Em todo o processo será salvaguardado o anonimato dos alunos.

Face ao exposto, solicito autorização para implementar o trabalho de investigação descrito através do preenchimento da declaração em anexo.

Antecipadamente grata pela colaboração e atenção dispensada.

A Professora Estagiária

---



Eu, \_\_\_\_\_ Encarregado(a) de Educação do aluno(a) \_\_\_\_\_ nº \_\_\_\_\_, autorizo/não autorizo (**riscar o que não interessa**) a participação do meu educando neste trabalho de investigação.

Encarregado(a) de Educação

---






## Anexo 4 – Questionário inicial

Nome: \_\_\_\_\_




























Este questionário serve para saber a tua opinião sobre aspetos relacionados com a aprendizagem da Matemática.

### 1ª PARTE

Imagina que estás a viver as situações que se seguem. Qual a expressão do rosto que melhor descreve os teus sentimentos em cada situação? (Assinala as tuas respostas como no exemplo).

Exemplo: Hoje está um dia de sol.   

|              |                                                                                     |
|--------------|-------------------------------------------------------------------------------------|
| Satisfação   |  |
| Indiferença  |  |
| Insatisfação |  |

1. Estás no intervalo e toca para entrar para a aula de matemática.   
2. A professora de Matemática pede para tu ires ao quadro.   
3. A professora de Matemática pede para tu explicares oralmente como pensaste.   
4. Estás a trabalhar em grupos na aula de Matemática.   
5. Estás a trabalhar de forma individual na aula de Matemática.   
6. Estás a resolver uma tarefa de Matemática com materiais manipuláveis.   
7. Estás a resolver uma tarefa de Matemática no caderno/livro.   
8. Estás a resolver uma tarefa de Matemática e encontras uma solução.   
9. Estás a estudar para o teste de Matemática.   

10. O tempo para realizares o teste de Matemática está a terminar. 😊 😐 😞

11. Sabes a tua classificação do teste de Matemática. 😊 😐 😞

## 2ª PARTE

Nas questões seguintes rodeia a(s) letra(s) da alternativa que mais concordas.

### 1. Eu aprendo Matemática:

- a) Facilmente, sem nenhum esforço;
- b) Facilmente, com algum esforço;
- c) Dificilmente, com esforço;
- d) Não consigo aprender matemática.

### 2. Eu gosto da disciplina de Matemática.

- a) Concordo;
- b) Concordo plenamente;
- c) Discordo;
- d) Discordo totalmente,

### 3. Estudo Matemática porque:

- a) Gosto muito;
- b) É interessante;
- c) Ajuda a resolver os problemas do dia-a-dia;
- d) Sou obrigado.

### 4. Estudo Matemática:

- a) Todos os dias;
- b) Todas as semanas;
- c) Apenas quando faço os trabalhos de casa;
- d) Antes dos testes.



**5. Um bom aluno a Matemática é aquele que:**

- a) Sabe fazer corretamente cálculos numéricos;
- b) Sabe resolver a maioria das tarefas;
- c) Sabe encontrar estratégias para resolver a tarefa;
- d) Não sei responder.

**6. Normalmente, quando estou perante problemas matemáticos eu:**

- a) Consigo resolvê-los facilmente;
- b) Tenho algumas dificuldades em resolvê-los;
- c) Tenho muitas dificuldades em resolvê-los;
- d) Não sou capaz de resolvê-los.

**7. Eu acho que para aprender Matemática é necessário:**

- a) Memorizar;
- b) Praticar;
- c) Compreender;
- d) Resolver muitos problemas.

**8. Dos temas matemáticos o que gosto mais é:**

- a) Números e Operações;
- b) Geometria e Medida;
- c) Álgebra;
- d) Organização e Tratamento de Dados;
- d) Não gosto de nenhum tema.

### **3ª PARTE**

**1. Que tipo de tarefas gostas mais de realizar nas aulas de Matemática (exercícios, problemas, tarefas de exploração, tarefas que utilizem materiais manipuláveis, investigações)? Porquê?**

---

---

---

---

**2. Como seria para ti uma boa aula de Matemática?**

---

---

---

---

**3. Gostas de estudar Geometria? Porquê?**

---

---

---

---

**4. Sentes dificuldades na aprendizagem da Geometria? \_\_\_\_\_ Indica duas razões que justifiquem a tua resposta.**

---

---

---

---

**5. Aprender Geometria é importante para a tua formação? \_\_\_\_\_ Indica duas razões que justifiquem a tua resposta.**

---

---

---

---

**6. Existem vários métodos e estratégias para aprender Matemática. Numera-os por ordem de preferência.**

- \_\_\_\_\_ Exposição da matéria pelo professor.
- \_\_\_\_\_ Utilização de materiais manipuláveis.
- \_\_\_\_\_ Resolução de tarefas relacionados com situações reais.
- \_\_\_\_\_ Organização de debates para discutir soluções encontradas.
- \_\_\_\_\_ Resolução de tarefas do manual para praticar.
- \_\_\_\_\_ Trabalho de grupo.
- \_\_\_\_\_ Trabalho individual.

## Anexo 5 – Questionário final

Nome: \_\_\_\_\_

Este questionário serve para saber a tua opinião sobre aspetos relacionados com a aprendizagem da Matemática, nomeadamente a aprendizagem da geometria.

**1. Qual é a tua opinião em relação às aulas de geometria relacionadas com perímetros e áreas? Justifica a tua opinião baseando-te nas estratégias usadas pela professora, nas tarefas utilizadas, nos materiais utilizados...**

---

---

---

---

**2. Nas aulas de matemática, muitas vezes, trabalhaste a pares. Gostas de trabalhar a pares? Esse trabalho contribuiu para a resolução das tarefas?**

---

---

---

---

**3. Nas aulas sobre áreas e perímetros realizaste várias tarefas com a ajuda de alguns materiais manipuláveis. Indica por ordem de preferência aqueles que mais gostaste de utilizar.**

Pentaminós \_\_\_\_\_

Geoplano \_\_\_\_\_

Papel e tesoura (recortes) \_\_\_\_\_

Papel pontado \_\_\_\_\_

**3.1. Dos materiais utilizados, seleciona o que mais gostaste de usar e menos, explicando porquê.**

Mais \_\_\_\_\_ porque \_\_\_\_\_

---

---

Menos \_\_\_\_\_ porque \_\_\_\_\_

---

---

**4. Os materiais manipuláveis foram importantes para compreenderes melhor os conceitos de área e perímetro? Porquê?**

---

---

---

---

**5. Seria mais fácil compreenderes melhor os conceitos de área e perímetro com ou sem materiais manipuláveis? Justifica a tua resposta.**

---

---

---

---

---

**6. Na tua opinião, as tarefas matemáticas desenvolvidas nas aulas com materiais manipuláveis tornaram as aulas de Matemática mais interessantes. Porquê?**

---

---

---

---

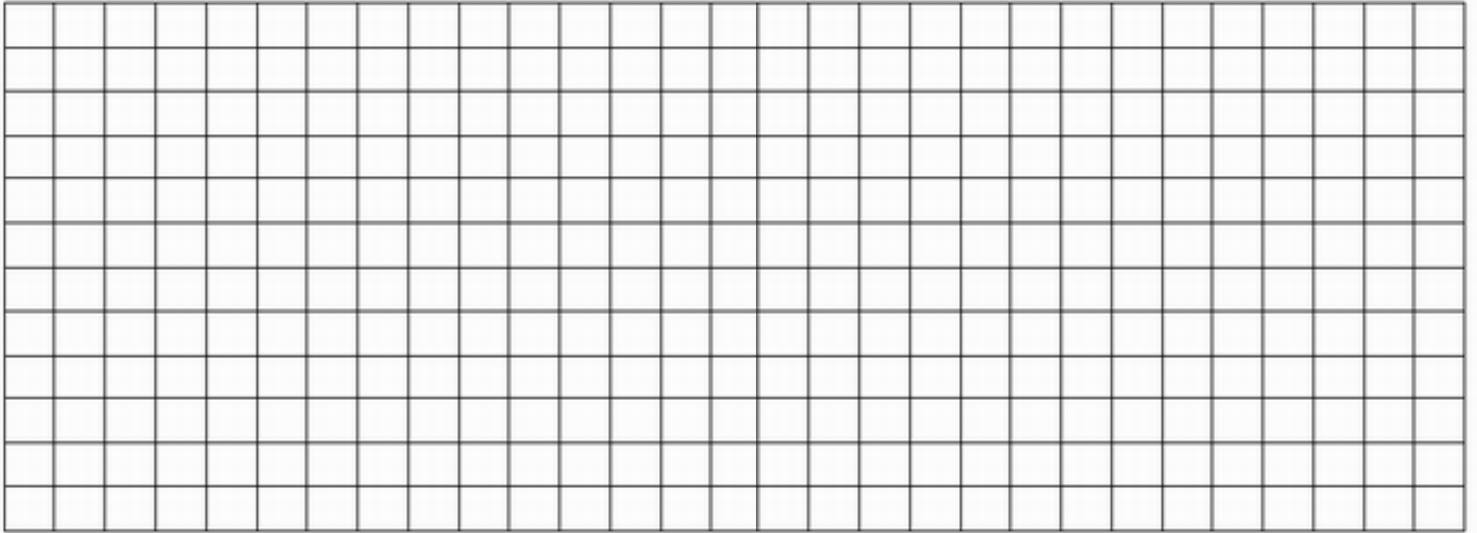




## Anexo 8 - Tarefa “Área e perímetro dos pentaminós”

1. Considera a unidade de área uma quadrícula e a unidade de comprimento  $\text{—}$ .

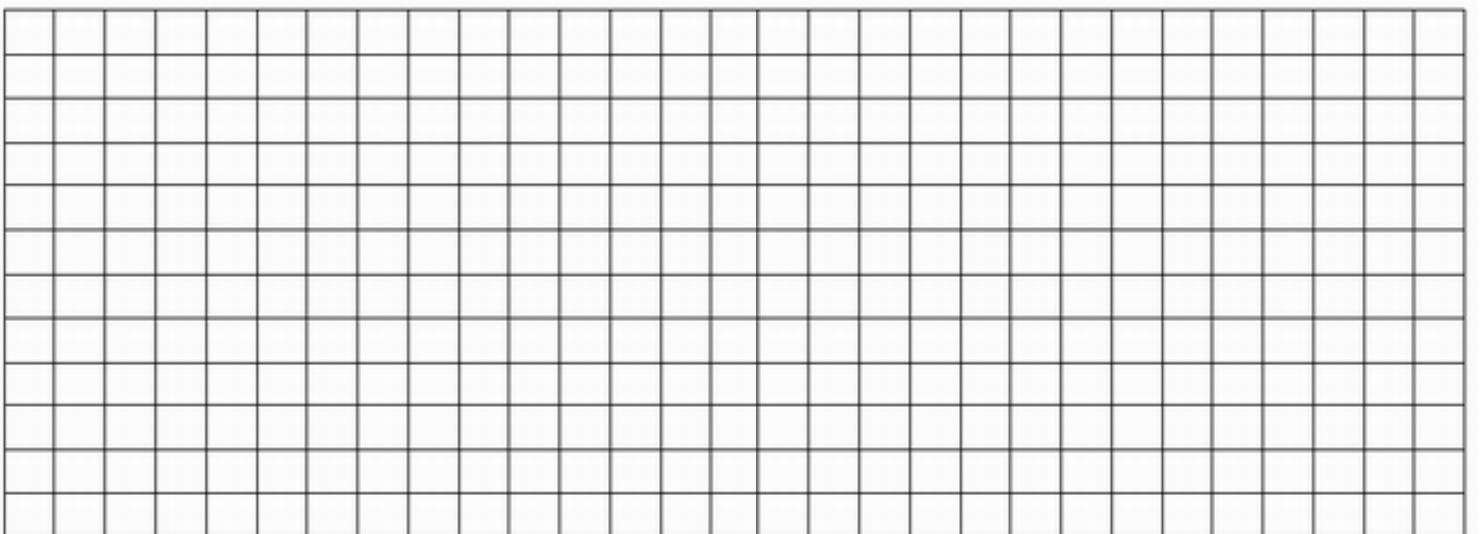
1.1. Usando os pentaminós constrói duas figuras com áreas de 20 e 25. Ambas as figuras construídas devem ter de perímetro 22 cm.



## Anexo 9 – Tarefa “Puzzles”

1. Considera a unidade de área uma quadrícula e a unidade de comprimento  $\text{—}$ .

1.1. Constrói 2 *puzzles* em formato retangular, 6 x 10 e 4 x 15, usando todos os pentaminós.

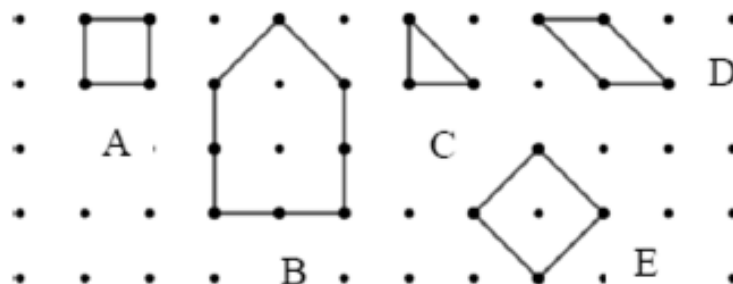






## Anexo 10 – Tarefa 1

1. Constrói no geoplano cada uma das figuras apresentadas abaixo, utilizando apenas um elástico para cada figura.



a) Que figuras construístes com facilidade? \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_


b) Que figuras foram mais difíceis? Porquê? \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

c) Identifica as figuras geométricas representadas pelas letras. Quantos vértices tem cada uma?

- A - \_\_\_\_\_ - \_\_\_\_\_
- B - \_\_\_\_\_ - \_\_\_\_\_
- C - \_\_\_\_\_ - \_\_\_\_\_
- D - \_\_\_\_\_ - \_\_\_\_\_
- E - \_\_\_\_\_ - \_\_\_\_\_

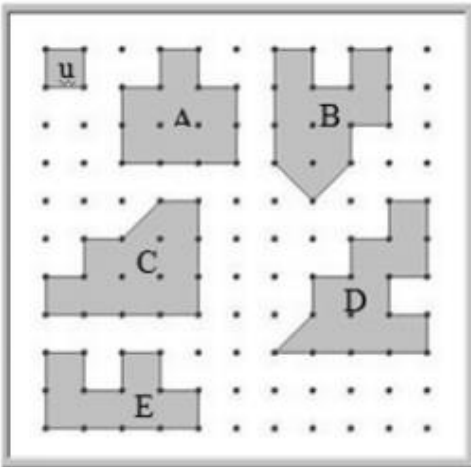
d) Considera a unidade de medida da área a quadrícula  . Calcula a área de cada uma das figuras.

Explica como chegaste ao valor da área de cada figura.



## Anexo 11 – Tarefa 2

1. Constrói no geoplano cada uma das figuras abaixo.



2. Calcula a área de cada uma das figuras, considerando como unidade de área a quadrícula. Explica como pensaste.

3. Calcula de duas maneiras diferentes a área da figura E. Explica como pensaste.

4. Existem figuras equivalentes? Quais? Justifica.

---

---

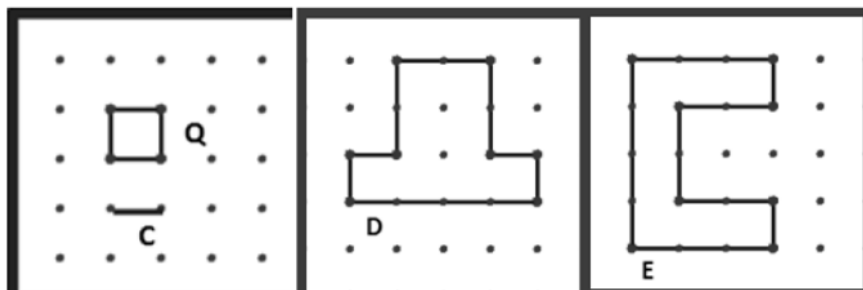
---

---



## Anexo 12 – Tarefa 3

1. Considera a unidade de comprimento, o comprimento do segmento C e como unidade de área, a área do quadrado Q representados na figura abaixo.



1.1. Calcula o perímetro e a área das figuras D e E. Regista-as.

Perímetro da figura D: \_\_\_\_\_

Perímetro da figura E: \_\_\_\_\_

Área da figura D: \_\_\_\_\_

Área da figura E: \_\_\_\_\_

1.2. Constrói as figuras D e E no geoplano.

1.2.1. Modifica a figura D de forma a obteres outras figuras com o mesmo perímetro, mas com área diferente. Desenha as figuras que obteste no papel pontado.

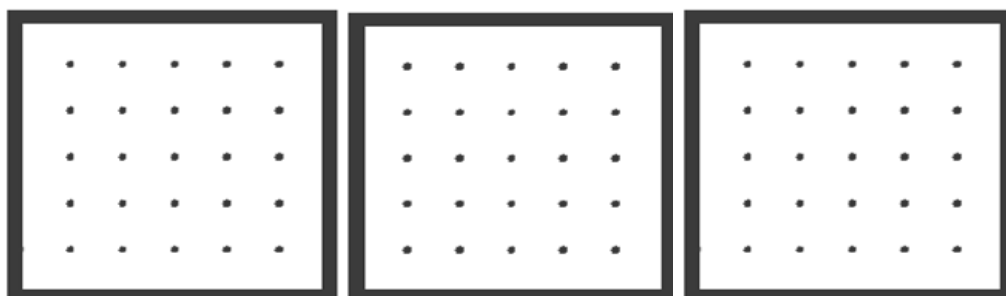


Figura 1

Figura 2

Figura 3

Área da fig. 1: \_\_\_\_\_

Área da fig. 2: \_\_\_\_\_

Área da fig. 3: \_\_\_\_\_

Perímetro da fig. 1: \_\_\_\_\_

Perímetro da fig. 2: \_\_\_\_\_

Perímetro da fig. 3: \_\_\_\_\_

1.2.2. Modifica a figura E de forma a obteres outras figuras com a mesma área e diferente perímetro. Desenha as figuras que obteste no papel pontado.

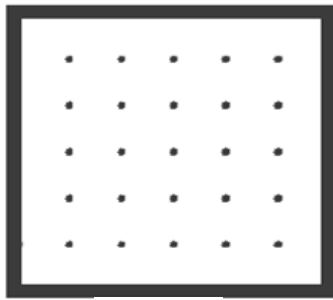


Figura 4

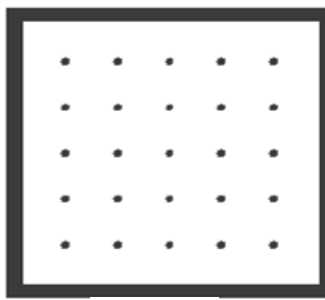


Figura 5

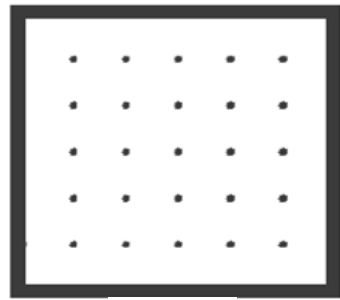


Figura 6

Área da fig. 4: \_\_\_\_\_



Área da fig. 5: \_\_\_\_\_

Área da fig. 6: \_\_\_\_\_

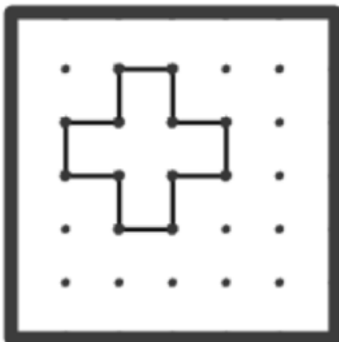
Perímetro da fig. 4: \_\_\_\_\_

Perímetro da fig. 5: \_\_\_\_\_

Perímetro da fig. 6: \_\_\_\_\_

2. Constrói no geoplano a figura abaixo. Considera a unidade de área, a quadrícula  e a unidade de comprimento, o seu segmento de reta .

2.1. Calcula a área da figura de duas maneiras diferentes.



2.2. Qual é o perímetro da figura?

\_\_\_\_\_

2.3. Constrói, no geoplano, quatro figuras diferentes com 6 unidades de área. Desenha-as no papel pontado e indica o perímetro de cada uma.

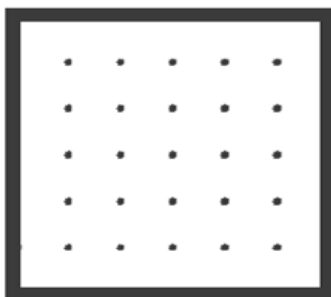


Figura 1

Perímetro: \_\_\_\_\_

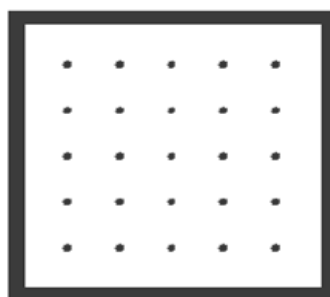


Figura 2

Perímetro: \_\_\_\_\_

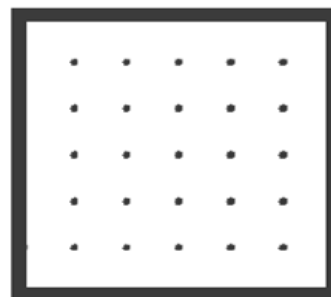


Figura 3

Perímetro: \_\_\_\_\_

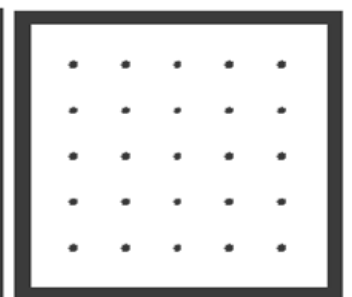


Figura 4

Perímetro: \_\_\_\_\_

2.4. Constrói, no geoplano, quatro figuras diferentes com perímetro 8. Desenha-as no papel pontado e indica a área de cada uma.

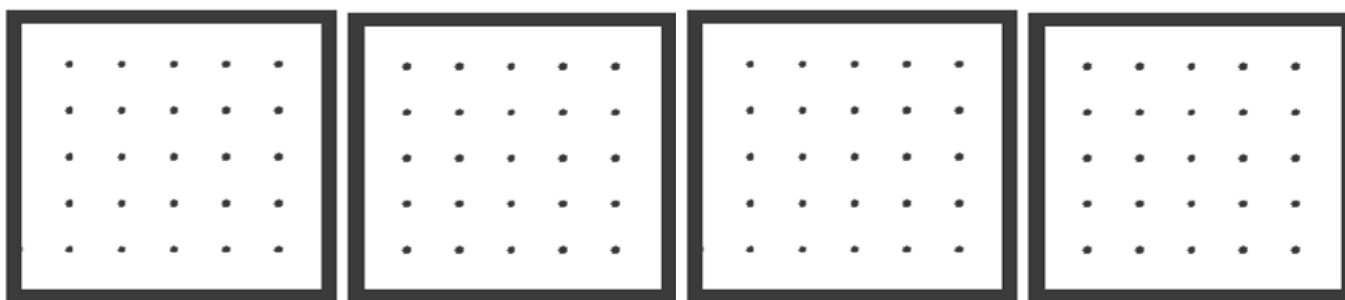



Figura 5  
Área: \_\_\_\_\_

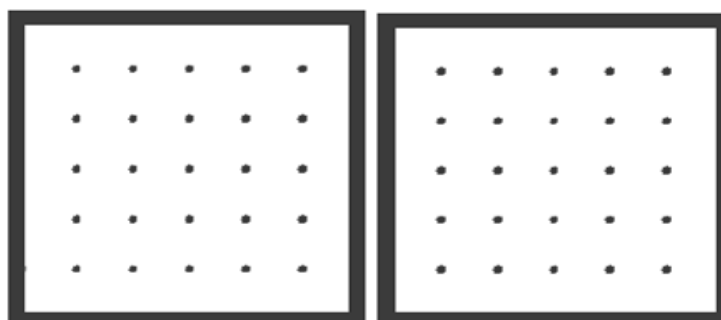
Figura 6  
Área: \_\_\_\_\_

Figura 7  
Área: \_\_\_\_\_

Figura 8  
Área: \_\_\_\_\_

3. Considera a unidade de área, a quadrícula  e a unidade de comprimento, o seu segmento de reta.

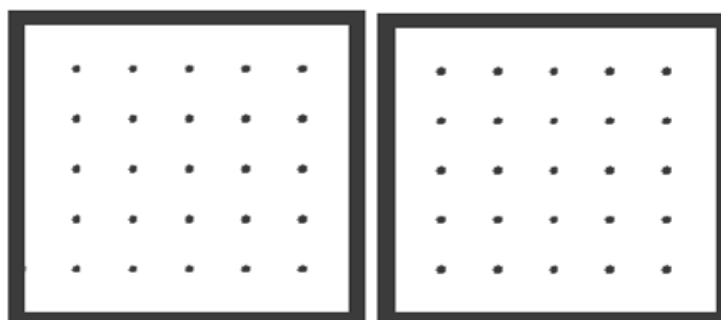
3.1. Constrói no geoplano duas figuras com o mesmo perímetro e áreas diferentes. Desenha-as no papel pontado.



Perímetro: \_\_\_\_\_  
Área: \_\_\_\_\_

Perímetro: \_\_\_\_\_  
Área: \_\_\_\_\_

3.2. Constrói no geoplano duas figuras com a mesma área e perímetros diferentes. Desenha-as no papel pontado.



Perímetro: \_\_\_\_\_  
Área: \_\_\_\_\_

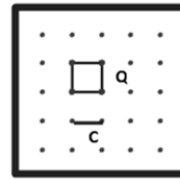
Perímetro: \_\_\_\_\_  
Área: \_\_\_\_\_





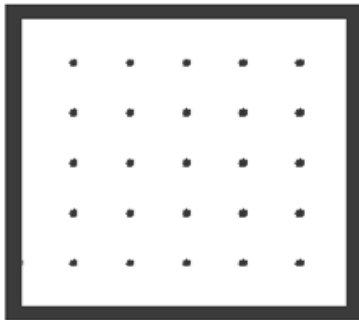
## Anexo 13 – Tarefa 4

1. Considera como unidade de comprimento, o comprimento do segmento de reta C e como unidade de área, a área do quadrado Q, representado no papel pontado do esquema abaixo.

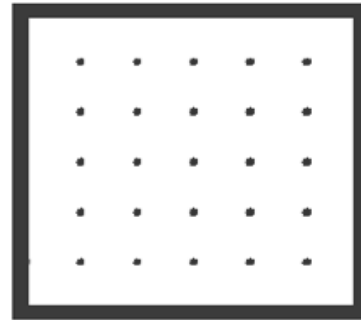


1.1. Constrói no geoplano cada um dos polígonos a seguir indicados. Desenha no papel pontado aqueles que conseguiste construir.

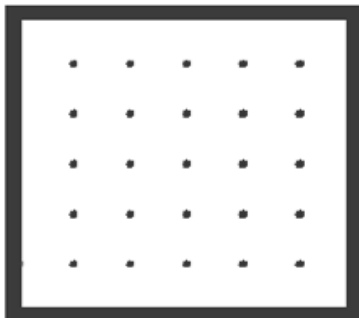
a) Um retângulo com perímetro 10.



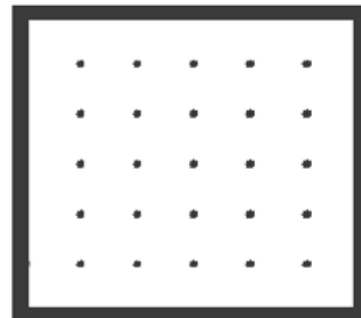
b) Um triângulo escaleno obtusângulo.



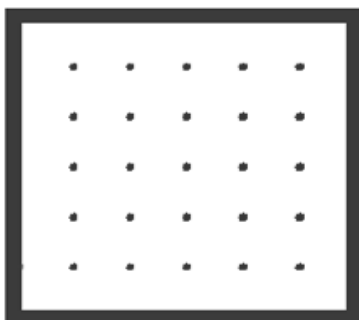
c) Um quadrado de área 9.



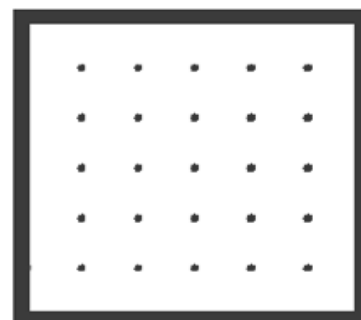
d) Um triângulo equilátero.



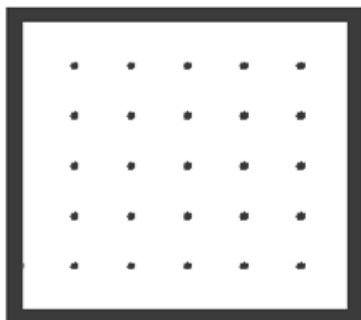
e) Um quadrado de perímetro 2.



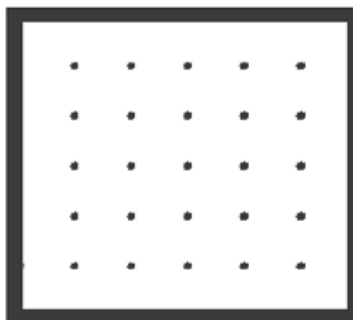
f) Um triângulo isósceles acutângulo.



g) Um quadrado de área 10.



h) Um quadrado de lado 3.



1.2. Em relação aos polígonos que não conseguiste contruir explica a razão por que isso não foi possível.

---

---

---

---

---

---

---

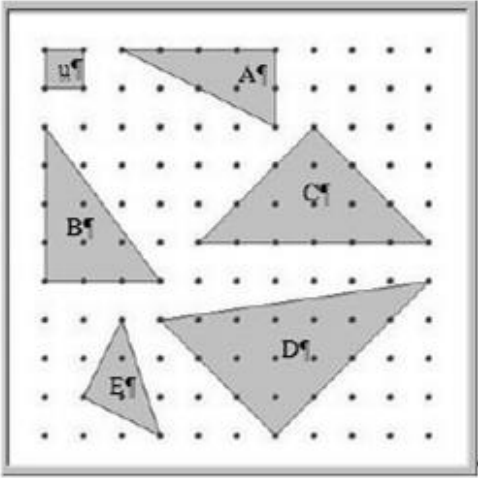
---

---

---

## Anexo 14 – Tarefa “Áreas de triângulos”

1. Constrói cada um dos triângulos abaixo no geoplano.



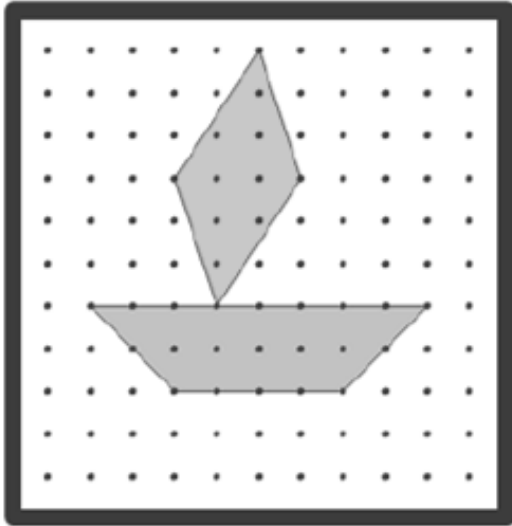
1.1. Calcula a área de cada um dos triângulos de duas formas diferentes.

1.2. Explica com contraste a área de cada triângulo.

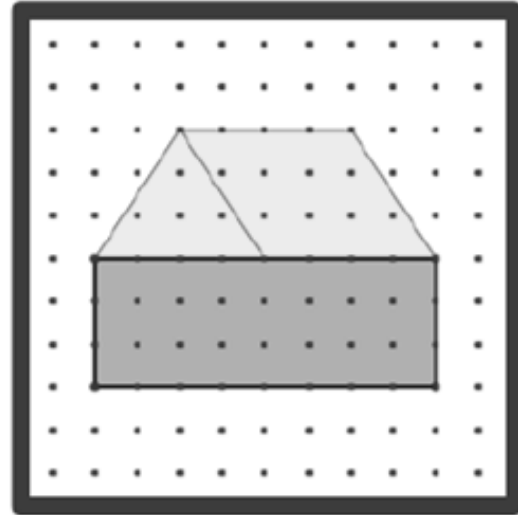


## Anexo 15 – Tarefa “O barco e a casa”

As figuras representadas no papel pontado foram construídas num geoplano.



**Barco**



**Casa**

Determina a área da figura *Barco* e explica como procedeste para chegar ao seu valor.

---

---

---

---

---

---

Determina a área da figura *Casa* e explica como procedeste para chegar ao seu valor.

---

---

---

---

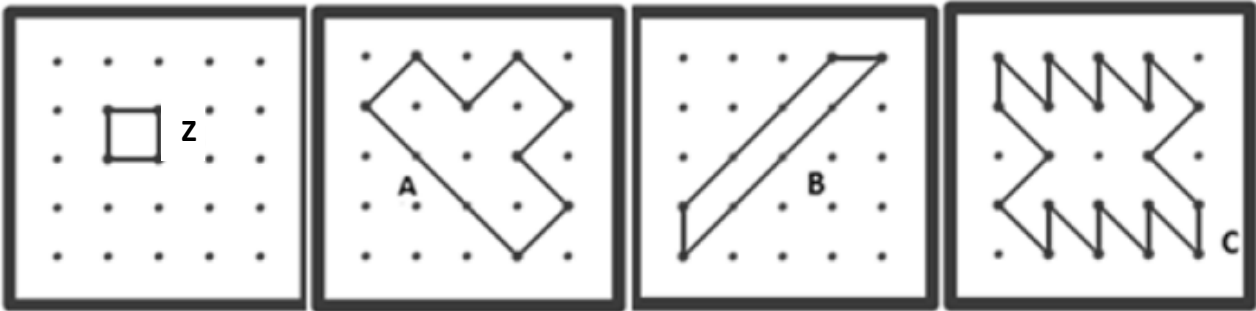
---

---



## Anexo 16 – Tarefa “Figuras no papel ponteadado”

1. Considerando como unidade de área, a área do quadrado Z representado no papel ponteadado, constrói as figuras A, B e C no geoplano.



1.1. Determina as áreas das figuras e regista o seu valor.

Área da figura A: \_\_\_\_\_

Área da figura B: \_\_\_\_\_

Área da figura C: \_\_\_\_\_

1.2. Explica por palavras tuas como chegaste ao valor da área de cada figura.

---



---

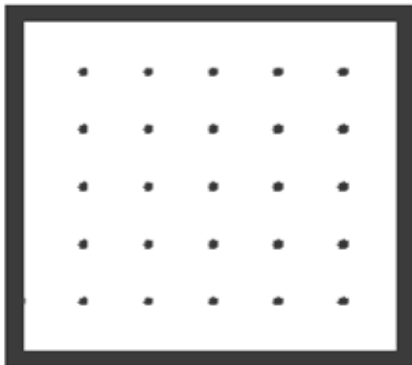


---



---

1.3. Constrói, com dois elásticos, uma figura à tua escolha no geoplano. Regista-a abaixo e determina a sua área.



Área da tua figura: \_\_\_\_\_

1.3.1. Explica por palavras tuas como chegaste ao valor da área da figura.

---



---



---



---



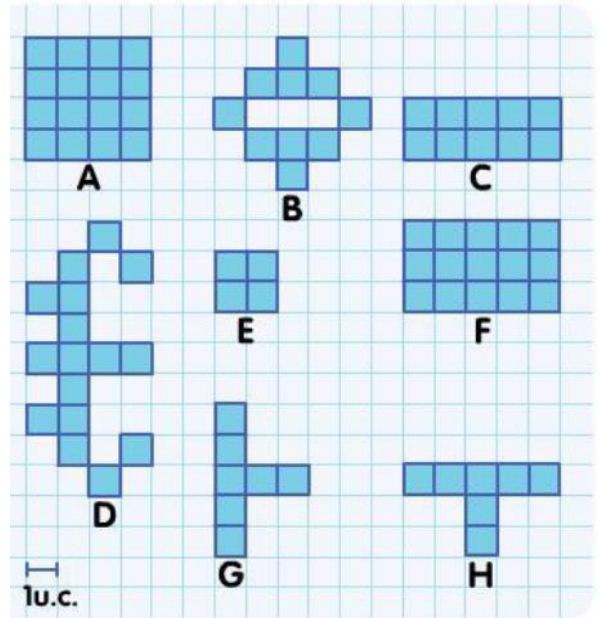


## Anexo 17 – Ficha de avaliação

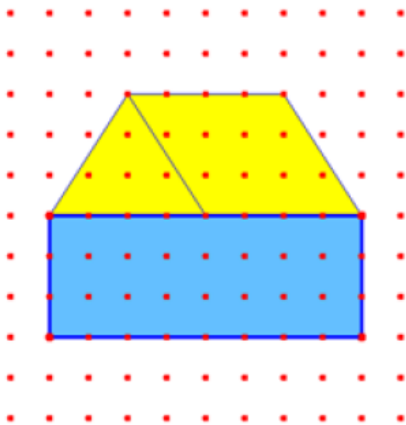
Lê atentamente cada uma das questões e resolve cada uma apresentando todos os cálculos necessários.

1. Observa a figura. Assinala com V (verdadeiro) ou F (falso) as afirmações.

- a) A figura A tem 16 unidades de área. \_\_\_\_\_
- b) A figura C tem a mesma área que a figura G. \_\_\_\_\_
- c) As figuras A e D são equivalentes. \_\_\_\_\_
- d) A figura A é equivalente à figura E. \_\_\_\_\_
- e) A área da figura A é igual ao seu perímetro. \_\_\_\_\_
- f) O perímetro da figura C é igual ao da figura D. \_\_\_\_\_
- g) A figura B e C são equivalentes. \_\_\_\_\_



2. Observa a figura. Assinala a opção correta.



Tomando uma quadrícula como unidade de área:

- a) A área do retângulo que constitui a figura é 34.
- b) A área da figura representada é 42.
- c) A área da figura representada é 38,5.
- d) A área do telhado é igual à área do retângulo.

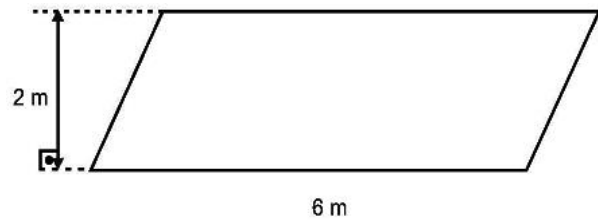
3. Assinala a opção correta, apresentando os cálculos que levaram à tua resposta.

O Tiago comprou um terreno retangular, com 380 metros de comprimento e 100 metros de largura, por 34 000 euros. A área do terreno que o Tiago comprou é:

- a)  $34\ 000\ m^2$
- b)  $380\ 000\ m^2$
- c)  $38\ 000\ m^2$
- d)  $3\ 800\ 000\ m^2$

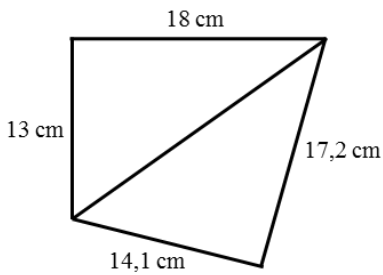
4. A Maria e a Eva têm opiniões diferentes em relação à área da figura. Sublinha a opção correta.

- a) A área de metade da figura é  $12 \text{ m}^2$ .
- b) A área da figura é  $10 \text{ m}^2$ .
- c) O triplo da área da figura é  $36 \text{ m}^2$ .



4.1. Justifica a resposta anterior apresentando cálculos.

5. Calcula a área do quadrilátero representado na figura.



6. O Rafael e o Duarte estiveram a formar figuras com os 12 pentaminós. Observa as figuras que cada um construiu.

Figura construída pelo Rafael

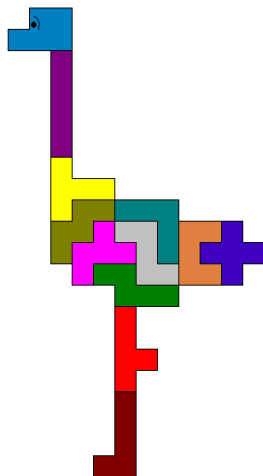
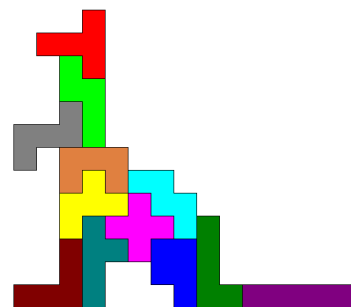


Figura construída pelo Duarte



O Duarte afirmou: “A minha figura tem maior área do que a tua”.

O Rafael afirmou: “As nossas figuras são equivalentes”.

6.1. Comenta as afirmações de cada um. Justifica a tua opinião.

---



---



---

6.2. Sabendo que a área de cada pentaminó é  $4 \text{ cm}^2$ , qual a área das figuras?

7. O senhor José está a construir uma vedação para o seu pomar e precisa de 49,4 metros de rede para o vedar. Um dia, de manhã, foi à loja comprar os materiais necessários e a rede. O senhor da loja só lhe pode vender um número inteiro de rede. Quantos metros de rede teve o senhor José de comprar? Justifica a tua resposta.

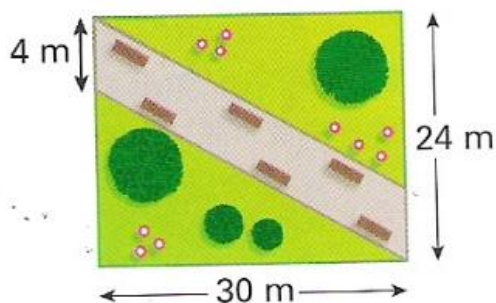
---

---

---

---

8. Na cidade há um jardim que tem forma retangular de 24 metros por 30 metros. O jardim está dividido em três partes, um passeio e duas partes ajardinadas, como mostra a figura.



a) Calcula a área da parte ajardinada.

b) Calcula a área do passeio.

9. A Inês recebeu pelos anos uma moldura quadrada, em madeira trabalhada, na qual colocou uma fotografia sua.

9.1. Qual a medida da área ocupada pela parte de madeira?



9.2. A fotografia da Inês tinha a forma retangular e media 10 cm por 15 cm.

Qual a medida da área da fotografia que teve que ser cortada?

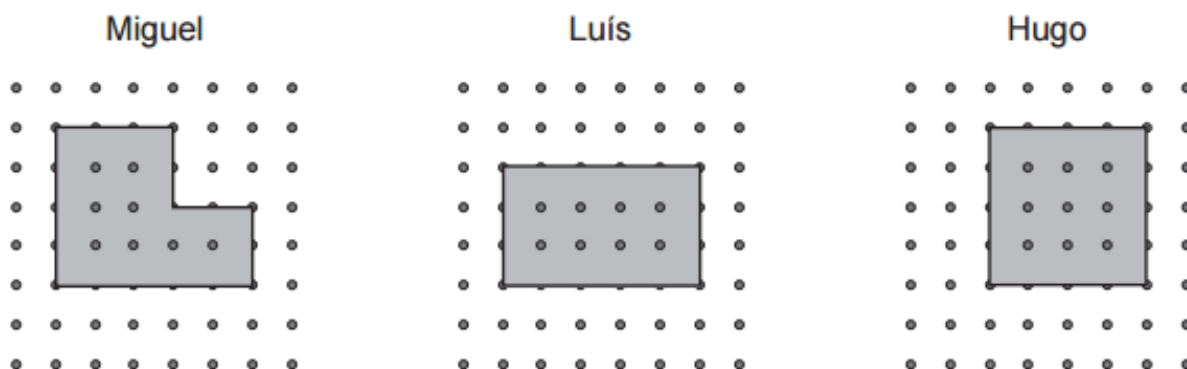
10. Um campo retangular tem 225 metros de comprimento e a largura é  $\frac{2}{5}$  do comprimento.

10.1. Qual é a largura do campo, em metros?

10.2. Calcula a área do campo, em  $m^2$ .

10.3. O campo estava à venda por € 20 o metro quadrado, mas no ato do pagamento houve um desconto de 30%. Quanto custou o campo?

11. A professora pediu aos alunos que representassem, em papel pontado, um retângulo com 16 unidades de área. Depois de ver os trabalhos do Miguel, do Luís e do Hugo, a professora encontrou dois que estavam errados.



11.1. Completa as frases, identificando os nomes dos dois alunos que apresentaram trabalhos errados e escrevendo, para cada trabalho, uma razão que mostre que esse trabalho está errado.

O trabalho do \_\_\_\_\_ está errado, porque \_\_\_\_\_

---



---



---

O trabalho do \_\_\_\_\_ está errado, porque \_\_\_\_\_

---



---



---

*Bom trabalho!*