



INSTITUTO POLITÉCNICO
DE VIANA DO CASTELO

Daniela Silva Fernandes

**RELATÓRIO FINAL DE PRÁTICA
DE ENSINO SUPERVISIONADA**
Mestrado em Ensino do 1.º e 2.º Ciclos
do Ensino Básico

Um estudo com alunos do 5.º ano de escolaridade num contexto
de triângulos e paralelogramos recorrendo a materiais
manipuláveis

Trabalho efetuado sob a orientação da
Professora Doutora Isabel Vale

novembro de 2015

AGRADECIMENTOS

Quero agradecer a todos os que me são mais chegados e nos momentos de angústia, exaustão e desânimo, mas também nos de entusiasmo e vontade de aprender, estiveram presentes e disponíveis para ajudar, com palavras de carinho e incentivo para que tudo terminasse da melhor maneira.

Agradeço de forma especial à Professora Doutora Isabel Vale, por todo o apoio, dedicação, interesse, amizade e disponibilidade ao longo de todo o estudo.

Ao Professor Orientador Cooperante da turma onde se desenvolveu o estudo por toda a disponibilidade e compreensão prestada ao longo deste percurso e aos alunos da turma onde se desenvolveu o estudo por toda a disponibilidade e entusiasmo em todas as aulas, por toda a vontade de ajudar e querer sempre fazer melhor. E principalmente por me receberem nas suas aulas de braços abertos e sempre com um sorriso nos lábios.

Aos meus pais e irmão por toda a paciência, apoio e amor incondicional em todos os momentos.

A todos os meus colegas de mestrado por todos os momentos partilhados. Em especial, à Rute e à Catarina por todas as noites e tardes de trabalho e brincadeira, por todas as partilhas de ideias e por toda a amizade crescente e que utilizei como um grande apoio nos momentos mais difíceis.

E, por fim, mas não menos importante, à Renata, por ter estado presente em todos os momentos, mas principalmente nos mais difíceis em que as palavras e os gestos melhoravam tudo, por ter sido amiga e companheira, por todo o carinho e paciência demonstrada. Pelo seu grande coração, sempre disposto a ajudar e que sempre alegrava os meus dias, até os mais difíceis. Por todos os sorrisos e lágrimas, por todas as aprendizagens e tarefas partilhadas sem os quais jamais teria concluído este processo de forma tão gratificante e significativa.

Obrigada por me terem acompanhado neste processo e por me ajudarem, cada um à sua maneira, a terminá-lo.

RESUMO

O presente relatório está inserido na Prática de Ensino Supervisionada II, que se desenvolveu numa turma de 5º ano, numa escola do 2º e 3º Ciclos do Ensino Básico e do Secundário. Encontra-se dividido em três partes. A primeira, apresenta o contexto educativo onde decorreu toda a intervenção didática, a segunda, está diretamente relacionada com o trabalho de investigação e a terceira parte, apresenta uma reflexão sobre toda a experiência didática proporcionada pela Prática de Ensino Supervisionada I e II.

O estudo foi desenvolvido na área da Matemática e visava compreender a importância e influência dos materiais manipuláveis na aprendizagem dos conteúdos matemáticos relacionados com triângulos e paralelogramos, ao longo da intervenção didática a que os alunos foram sujeitos. Para tal, formularam-se três questões que pretendiam ajudar a delinear e orientar a investigação: (1) Como se pode caracterizar o contributo dos materiais manipuláveis no desenvolvimento de conceitos relacionados com o estudo de triângulos e paralelogramos durante a intervenção didática? (2) Que constrangimentos e potencialidades se identificam com a manipulação de materiais manipuláveis durante a intervenção didática que envolve o estudo de triângulos e paralelogramos? e (3) Como se pode caracterizar a relação dos alunos com o material manipulável durante a intervenção didática que envolve o estudo de triângulos e paralelogramos?

Optou-se por uma metodologia de investigação qualitativa no *design* de estudo de caso, tendo-se acompanhado duas alunas durante a intervenção didática realizada. Para a recolha de dados utilizaram-se observações, um questionário, entrevistas, documentos escritos, em particular as produções escritas dos alunos nas tarefas propostas, e os registos de vídeo e fotográficos.

A análise dos dados permitiu concluir que a utilização dos materiais manipuláveis no desenvolvimento das tarefas ajudam a melhorar a vontade de trabalhar dos alunos, quando lhes é disponibilizado tempo suficiente para o seu desenvolvimento e as tarefas propostas são desafiantes. A sua utilização aparenta potenciar aprendizagens significativas por levar os alunos a associar as tarefas desenvolvidas com o material com

aquelas que não os utilizam e a pensar na forma como os materiais os auxiliaram nas realizações anteriores.

Palavras-chave: Matemática, Geometria, materiais manipuláveis, triângulos e paralelogramos

ABSTRACT

This report is part of the Supervised Teaching Practice II, which it was developed into a 5th class year of a Basic Education and Secondary school. It is divided into three parts, the first reflect and presents the educational context throughout the didactic intervention was developed, the second is directly related to the research work and the third part presents a reflection on the whole learning experience provided by Supervised Teaching Practice I and II.

The study was developed in mathematics classes and aimed to understand the importance and influence of some manipulatives materials in learning of mathematical content related with triangles and parallelograms, along the didactic intervention that students had. So it were formulated three questions which aim to help design and direct the research: (1) How can we characterize the contribution of manipulatives to develop concepts related to the study of triangles and parallelograms during the didactic intervention? (2) What constraints and potentials are identified with the handling of manipulatives during the didactic intervention that involves the study of triangles and parallelograms? and (3) How can we characterize the relationship of students with manipulatives during the teaching intervention that involves the study of triangles and parallelograms?

We adopted for a qualitative research methodology in case study design, where we followed two students during the teaching intervention carried out. For data collection were used observations, a questionnaire, interviews, written documents, in particular the written productions of students to the proposed tasks, and video and photographic records.

Data analysis shows that the use of manipulatives in the development of tasks help improve the willingness to work of the students, when they are provided enough time for their development and the proposed tasks are challenging. Its use appears to enhance the significant learning by teaching pupils to associate tasks developed with the material with those who do not use them and thinking about how the material aided in the previous achievements.

Keywords: Mathematics, Geometry, manipulatives, triangles and parallelograms

ABREVIATURAS

CN – Ciências Naturais

EB – Educação Básica

HGP – História e Geografia de Portugal

MOC – Microscópio Ótico Composto

NPMEB – Novo Programa de Matemática do Ensino Básico

PES – Prática de Ensino Supervisionada

POC – Professor Orientador Cooperante

ÍNDICE

AGRADECIMENTOS.....	i
RESUMO.....	iii
ABSTRACT	v
ABREVIATURAS	vii
ÍNDICE	ix
ÍNDICE DE FIGURAS.....	xiii
ÍNDICE DE TABELAS.....	xiv
INTRODUÇÃO.....	1
PARTE I - ENQUADRAMENTO DA PRÁTICA DE ENSINO SUPERVISIONADA II.....	3
CAPÍTULO I – CARACTERIZAÇÃO DO CONTEXTO EDUCATIVO.....	5
Caraterização do agrupamento e da escola.....	5
Caracterização da turma	7
CAPÍTULO II – RELATOS DE PRÁTICAS DE SALA DE AULA	9
Introdução.....	9
As quatro disciplinas	10
Português	10
Matemática	12
Ciências Naturais (CN).....	14
História e Geografia de Portugal (HGP).....	16
PARTE II – O ESTUDO	19
CAPÍTULO I – O PROBLEMA	21
Pertinência do estudo	21
Problema e questões do estudo	24
Orientação para o tema em estudo	25
CAPÍTULO II – ENQUADRAMENTO TEÓRICO	27
O Professor de Matemática	27
A Geometria	30
Orientações curriculares sobre o ensino da Geometria	32
Ensino e aprendizagem da Matemática e da Geometria.....	34
Triângulos e Paralelogramos	40

Materiais manipuláveis e a aprendizagem na sala de aula	41
Papel e tesoura.....	45
Tangram	46
Geoplano e papel ponteados.....	48
Estudos empíricos	49
CAPÍTULO III – METODOLOGIA.....	53
Opções metodológicas	53
Participantes.....	56
Procedimentos do estudo	57
Recolha de dados	59
Observações	60
Entrevistas e Questionários	61
Documentos	65
Registos de vídeo e fotográficos	65
Análise de dados	66
CAPÍTULO IV – INTERVENÇÃO DIDÁTICA.....	71
Desenvolvimento da intervenção didática	71
As tarefas.....	75
Tarefa 1 – Classificação dos triângulos quanto ao comprimento dos lados e à amplitude dos ângulos.....	76
Tarefa 2 – Ângulos internos e externos de um triângulo.....	78
Tarefa 3 – Igualdade Triangular	81
Tarefa 4 – Desigualdade Triangular.....	82
Tarefa 5 - Paralelogramos	84
Tarefa 6 – Triângulos e paralelogramos com o Tangram.....	86
Tarefa 7 – Triângulos e paralelogramos com o Geoplano e o Papel Ponteados	88
CAPÍTULO V – OS CASOS.....	93
A turma e a sua relação com a Matemática	93
A Margarida.....	97
A Margarida como aluna.....	97
A Margarida e o desempenho nas tarefas com recurso aos materiais manipuláveis	99
A reação da Margarida às tarefas com recurso aos materiais manipuláveis.....	116
A Leonor	119

A Leonor como aluna	119
A Leonor e o desempenho nas tarefas com recurso aos materiais manipuláveis	120
A reação da Leonor às tarefas com recurso aos materiais manipuláveis	136
CAPÍTULO VI – CONCLUSÕES	139
Síntese do estudo	139
Conclusões do estudo	141
Limitações e recomendações do estudo.....	146
PARTE III – REFLEXÃO DA PRÁTICA DE ENSINO SUPERVISIONADA	149
Reflexão global	151
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	159
ANEXOS	163
Anexo 1: Pedido de autorização aos encarregados de educação	163
Anexo 2: Calendarização das tarefas para a intervenção didática	165
Anexo 3: Questionário.....	167
Anexo 4: Tarefa 1 – Classificação dos triângulos quanto ao comprimento dos lados e à amplitude dos ângulos	169
Anexo 5: Tarefa 2 – Ângulos internos e externos de um triângulo.....	171
Anexo 6: Tarefa 3 – Igualdade Triangular	175
Anexo 7: Tarefa 4 – Desigualdade Triangular	177
Anexo 8: Tarefa 5 - Paralelogramos	179
Anexo 9: Tarefa 6 – Triângulos e paralelogramos com o Tangram.....	181
Anexo 10: Tarefa 7 – Triângulos e paralelogramos com o Geoplano e o Papel Pontado	183

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1 - Representação do processo cíclico e interativo da análise de dados (Modelo segundo Miles e Huberman, 1994)	67
Figura 2 - Triângulos da tarefa 1.....	76
Figura 3 - Tabela de dupla entrada utilizada para sintetizar a tarefa 1	78
Figura 4 - Triângulos da tarefa 2.....	78
Figura 5 - Proposta de resolução à T1 da tarefa 2.....	79
Figura 6 - Ângulo externo de um triângulo	80
Figura 7 - Proposta de resolução à T2 da tarefa 2.....	80
Figura 8 - Ângulos externos de um triângulo com a mesma orientação	81
Figura 9 - Proposta de resolução à T3 da tarefa 2.....	81
Figura 10 - Critérios de igualdade triangular – Elementos para a construção de triângulos	82
Figura 11 - Critérios de igualdade triangular – Elementos para a construção de triângulos	83
Figura 12 - Proposta de resolução à T1 da tarefa 4.....	83
Figura 13 - Tabela para realizar cálculos à T2 da tarefa 4	84
Figura 14 - Proposta de resolução à T2 da tarefa 4.....	84
Figura 15 - Proposta de resolução da T1 à tarefa 5.....	85
Figura 16 - Proposta de resolução à T2 da tarefa 5.....	86
Figura 17 - Tangram.....	87
Figura 18 - Proposta de resolução à T1 da tarefa 6.....	87
Figura 19 - Proposta de resolução à T2 da tarefa 6.....	88
Figura 20 - Proposta de resolução à T2 da tarefa 7.....	90
Figura 21 - Proposta de resolução à T3 da tarefa 7.....	90
Figura 22 - Proposta de resolução à T4 da tarefa 7.....	91
Figura 23 - Proposta de resolução à T5 da tarefa 7.....	91
Figura 24 - Exemplo da organização do caderno da Margarida.....	98
Figura 25 - Recorte inicial da Margarida	101
Figura 26 - Proposta de resolução da Margarida à T1 da tarefa 2	101
Figura 27 - Proposta de resolução da Margarida à T2 da tarefa 2	103

Figura 28 - Proposta de resolução da Margarida à T3 da tarefa 2	103
Figura 29 - Construções da Margarida para a T1 da tarefa 6	105
Figura 30 - Proposta de resolução da Margarida à T1 da tarefa 6	106
Figura 31 - Construções da Margarida para a T2 da tarefa 6	108
Figura 32 – Justificação da Margarida à T2 da tarefa 6	108
Figura 33 - Proposta de resolução da Margarida à T1 da tarefa 7	110
Figura 34 - Proposta de resolução da Margarida à T2 da tarefa 7	111
Figura 35 - Proposta de resolução da Margarida para a justificação da T1 da tarefa 7	113
Figura 36 - Proposta de resolução da Margarida à T2 da tarefa 7	114
Figura 37 - Proposta de resolução da Margarida à T4 da tarefa 7	114
Figura 38 - Proposta de resolução da Margarida à T5 da tarefa 7	115
Figura 39 - Proposta de resolução da Leonor à T1 da tarefa 2	121
Figura 40 - Proposta de resolução da Leonor à T2 da tarefa 2	122
Figura 41 - Proposta de resolução da Leonor à T3 da tarefa 2	122
Figura 42 - Proposta de resolução da Leonor à T1 da tarefa 6	125
Figura 43 - Construções da Leonor para a T2 da tarefa 6	126
Figura 44 - Justificação da Leonor à T2 da tarefa 6	126
Figura 45 - Proposta de resolução da Leonor à T1 da tarefa 7	128
Figura 46 - Proposta de resolução da Leonor à T2 da tarefa 7	129
Figura 47 - Proposta de resolução da Leonor para a justificação da T1 da tarefa 7	132
Figura 48 - Proposta de resolução da Leonor à T2 da tarefa 7	132
Figura 49 - Proposta de resolução da Leonor à T4 da tarefa 7	133
Figura 50 - Proposta de resolução da Leonor à T5 da tarefa 7	134

ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 1 - Estrutura das aulas durante a intervenção didática	75
Tabela 2 - Proposta de resolução da T1 da tarefa 1	77
Tabela 3 - Proposta de resolução à T2 da tarefa 1	77
Tabela 4 - Desempenho e reação dos alunos-caso nas tarefas analisadas	139

INTRODUÇÃO

No âmbito do Mestrado em Ensino do 1º e 2º Ciclos do Ensino Básico da Escola Superior de Educação de Viana do Castelo, ao longo de todo o segundo ano do curso, decorreu uma intervenção em contexto educativo, dentro da sala de aula, nos dois ciclos de ensino a que se propõe este mestrado, 1º e 2º Ciclos do Ensino Básico (EB).

O presente relatório incide na unidade curricular da Prática de Ensino Supervisionada II, que decorreu numa turma do 5º ano do 2º Ciclo do Ensino Básico.

Encontra-se organizado em três partes distintas e fundamentais, que se interligam entre si, e caracterizam todo o trabalho realizado ao longo do 2º ciclo do EB e também ao longo de todo o ano da PES II.

Na primeira parte será apresentado o enquadramento da PES II, separado em dois capítulos, o primeiro com o título *Caraterização do Contexto Educativo* e o segundo *Relatos de Prática de sala de aula*. No primeiro capítulo é apresentada a caracterização do contexto educativo a vários níveis, da escola e serviços disponíveis, bem como o agrupamento onde se encontra inserida e da turma de trabalho. O segundo capítulo vai apresentar uma breve descrição e reflexão de uma aula de cada disciplina, Português, Matemática, Ciências Naturais e História e Geografia de Portugal, assim como qual a orientação seguida para a seleção do tema e da área da investigação realizada.

A segunda parte, denominada *O Estudo*, está dividida em seis capítulos, que resumem o trabalho de investigação realizado. O primeiro capítulo, *O Problema*, é onde se apresenta a pertinência do estudo e também o problema e as questões principais de todo o estudo. O segundo capítulo, *Enquadramento Teórico*, inclui a análise e descrição teórica de alguns temas essenciais à compreensão do estudo realizado. No terceiro capítulo, *Metodologia*, são apresentadas e descritas as opções metodológicas adotadas ao longo de todo o estudo, bem como os participantes e procedimentos de todo o estudo, os métodos de recolha de dados e a forma como serão analisados todos os dados recolhidos. De seguida, o quarto capítulo, *Intervenção Didática*, relata a forma como decorreram as aulas e como as tarefas propostas foram incluídas nas aulas. No quinto capítulo, *Os casos*, é apresentada uma contextualização da turma onde decorreu o estudo e onde estão inseridos os alunos selecionados para o estudo, assim como a

forma como estes encararam e desempenharam as tarefas. Por fim, o sexto capítulo, *Conclusões*, reflete as conclusões retiradas do estudo depois de tudo analisado.

A última parte do relatório apresenta uma reflexão global de todo o processo da PES, tanto a nível do 1º Ciclo do EB como do 2º ciclo.

Finaliza-se este relatório com as referências bibliográficas e os anexos.

PARTE I - ENQUADRAMENTO DA PRÁTICA DE ENSINO SUPERVISIONADA II

A primeira parte do presente relatório está dividida em dois capítulos. O primeiro capítulo consiste na apresentação de uma breve caracterização do local onde decorreu toda a intervenção didática, dos recursos disponíveis e também da turma onde foram desenvolvidas as atividades trabalhadas no estudo. O segundo capítulo apresenta um relato de experiências didáticas realizadas em quatro áreas científicas, Português, Matemática, Ciências Naturais e História e Geografia de Portugal.

CAPÍTULO I – CARACTERIZAÇÃO DO CONTEXTO EDUCATIVO

Neste capítulo apresenta-se uma breve caracterização do agrupamento onde a escola está inserida, assim como de uma das turmas onde decorreu a PES II e onde se realizou a intervenção pedagógica de Matemática retratada no estudo, a nível de todas as suas características mais importantes. As restantes áreas curriculares, Português, Ciências Naturais e História e Geografia de Portugal, decorreram em turmas diferentes da caracterizada neste capítulo.

Caraterização do agrupamento e da escola

O estudo realizou-se numa escola de uma zona rural da cidade de Viana do Castelo. A escola é sede do agrupamento e apresenta um leque de 621 alunos desde o 2º ciclo do Ensino Básico até ao ensino secundário, incluindo cursos profissionais e de educação e formação. Os alunos encontram-se distribuídos em: quatro turmas do 5º, quatro do 6º, quatro do 7º, quatro do 8º e quatro do 9º ano do EB, uma turma do 1º ano do CEF, uma turma do 11º e outra do 12º ano dos cursos profissionais e duas turmas do 10º ano, uma do 11º ano e duas do 12º ano do ensino secundário.

A presente escola apresenta um corpo docente constituído por 91 docentes, distribuídos por todos os ciclos de ensino, sendo 30 do 2º ciclo do EB, 63 docentes do 3º ciclo do EB e 33 do ensino secundário. Alguns dos professores da escola onde decorreu a PES II lecionam em mais do que um ciclo de ensino, devido às suas habilitações.

O agrupamento do qual a escola é sede, é constituído por oito escolas, incluindo a escola sede. Desta forma, o agrupamento inclui dois centros escolares, uma escola com valência exclusiva para o 1º ciclo do EB, quatro escolas com valências desde o Jardim de Infância e o 1º ciclo do EB e, por fim, a escola sede, com valência para alunos desde o 2º ciclo do EB ao ensino secundário.

A escola é constituída por cinco blocos, A, B, C, D e E. O bloco A tem dois pisos e é destinado, essencialmente aos Serviços Administrativos da escola, uma vez que apresenta a Direção, a Biblioteca Escolar e a Ludoteca, o Auditório, o Espaço de Educação Especial – Grupos CEI, onde o processo educativo de alguns alunos é adaptado

para lhes permitir participar e incluir-se no meio da comunidade escolar, algumas salas de trabalho para docentes, o Gabinete do Serviço de Psicologia e Orientação, o Gabinete SOS, onde são tratados casos de indisciplina na vertente preventiva e administrativa, o Gabinete de Secretariado de Exames, o Gabinete de atendimento aos Pais/Encarregados de Educação, a Reprografia, a sala de Professores, o Gabinete de Primeiros Socorros e instalações sanitárias para uso de toda a comunidade escolar.

Os blocos B e C são idênticos, variando apenas no facto de o bloco C apresentar três salas com quadro interativo, salas apropriadas para as aulas de Educação Visual e de EVT e o bloco B laboratórios de ciências, para as aulas mais específicas. No restante são muito parecidos, uma vez que ambos apresentam dois pisos, algumas salas de aula normais e outras mais específicas para a realização de aulas que requerem a utilização de materiais que vão além dos manuais escolares e dos cadernos diários, todas equipadas com pelo menos um computador e um projetor multimédia, uma sala equipada com material informático, ou seja, uma sala de TIC, instalações sanitárias e um espaço para os Assistentes Operacionais.

Os blocos D e E são os mais diferentes dos apresentados até então, tanto em estrutura como em infraestruturas disponíveis e ambos são de piso térreo. O bloco D apresenta apenas três salas, duas delas destinadas às aulas de Música/Educação Musical e uma às de Educação Tecnológica. Por outro lado, o bloco E é constituído por oito salas generalistas e uma arrecadação.

A escola detém ainda um outro bloco onde não são realizadas aulas, sendo destinado aos serviços de papelaria, à cantina, ao bar dos alunos, à sala da Associação de Estudantes e a uma sala de convívio para os Assistentes Operacionais.

Relativamente ao local onde os alunos podem praticar atividades físicas e desportivas, a escola tem à disposição um pavilhão gimnodesportivo, alugado à Câmara Municipal, e alguns campos de jogos que pertencem ao espaço escolar.

A escola tem vindo a desenvolver um conjunto de medidas que visam o desenvolvimento das capacidades dos seus alunos e de lhes possibilitar melhores aprendizagens, ao mesmo tempo que os sensibiliza para a entreatajuda que deve sempre existir, através da organização de eventos constantes onde toda a comunidade educativa é envolvida em torno de alguma causa nobre. Uma vez que com o passar dos

anos a escola pretende elevar os padrões de qualidade do ensino e reforçar os relacionamentos com todos os que estão envolvidos na comunidade escolar.

Caracterização da turma

A turma de Matemática, utilizada na realização deste estudo, é constituída por vinte e três alunos com idades compreendidas entre os 10 e os 11 anos, segundo a data de nascimento, e dos quais treze são raparigas e dez são rapazes.

Todos os alunos da turma se conhecem muito bem, uma vez que, na grande maioria, foram colegas no 1º ciclo do EB e são habitantes de freguesias muito próximas. Apresentando assim um relacionamento muito positivo entre si e de grande entreajuda.

A nível do comportamento a turma é muito barulhenta e distraída na sala de aula, esquecendo-se, por vezes, que estão na escola e não na rua a brincar uns com os outros, o que os leva a ter um fraco aproveitamento escolar, baixando as notas a todas as áreas curriculares. Relativamente ao encarar das situações propostas nas salas de aula, é possível concluir que a turma demonstra mais interesse e empenho naquelas tarefas que se mostram diferentes ou inovadoras relativamente às que são mais rotineiras, sendo visível a diferença no comportamento dos alunos quando lhes são colocadas tarefas desafiadoras.

Ainda relativamente aos alunos posso afirmar que, quanto às disciplinas onde apresentam uma maior dificuldade e às que dizem preferir existe uma grande diversidade, destacando-se apenas o Português e a História e Geografia de Portugal como as áreas em que afirmam ter mais dificuldade e a Matemática e a Educação Visual como aquelas que preferem estudar e aprender.

A turma apresenta uma grande disparidade entre o aproveitamento escolar dos alunos, existindo alunos com um bom aproveitamento escolar e com os quais as preocupações são “reduzidas” apesar de se tentar incentivar, sempre, à melhoria, através da realização de pesquisas autónomas, para a realização de trabalho extra e da entreajuda com os colegas que revelem um pouco mais de dificuldade na compreensão dos conceitos. Por outro lado, existem alunos que não apresentam hábitos de estudo nem métodos de trabalho, com os quais se tenta apelar ao esforço para conseguirem atingir os objetivos. Alguns destes alunos apresentam problemas comportamentais a

nível da atenção, da disciplina e da autodisciplina e também alunos que apresentam dificuldades na aprendizagem com os quais se realiza um trabalho mais individualizado, sempre que possível, e que se inserem num plano de acompanhamento individualizado e com apoio pedagógico.

Relativamente às habilitações escolares dos pais e encarregados de educação da turma, posso concluir que a maioria não possui um grau de ensino muito superior ao 3º ciclo do EB, quanto aos pais podemos afirmar que a sua grande maioria apresenta o 2º ciclo do EB concluído e quanto às mães podemos afirmar que a maioria apresenta como habilitações literárias o Ensino Secundário.

CAPÍTULO II – RELATOS DE PRÁTICAS DE SALA DE AULA

O presente capítulo apresenta uma seleção de quatro aulas, uma de cada área científica, onde são apresentadas, de forma breve, as atividades realizadas e onde reflito sobre os pontos fortes, os pontos fracos, o que poderia ter sido realizado de outra forma e quais as principais aprendizagens retiradas de todo o processo.

Introdução

O Mestrado em Ensino do 1º e 2º Ciclos do Ensino Básico tem como objetivo formar futuros professores e possibilitar-lhes uma experiência de estágio em contexto real, onde são influenciados pelas turmas e pelos diversos contextos escolares em que se inserem. Com a experiência da PES, os alunos, e futuros professores, têm a possibilidade de pôr em prática a teoria aprendida ao longo de toda a licenciatura e mestrado e a sua aplicabilidade na prática educativa, na dinâmica própria de uma sala de aula.

A PES II abrange quatro disciplinas, sendo elas o Português, a Matemática, as Ciências Naturais e a História e Geografia de Portugal. Ao longo das doze semanas em que a PES II decorreu, as primeiras semanas destinaram-se à observação e planificação do primeiro bloco de regências, que se iniciou cerca de três semanas depois das observações. As restantes nove semanas destinaram-se às regências de todas as áreas científicas, com três semanas dedicadas a cada área científica, as três primeiras à área de Português, as três semanas seguintes à disciplina de Matemática e as restantes três às áreas de CN e de HGP. Neste sentido, aquando da regência do primeiro bloco, Português, no meu caso, estava a planificar as regências do segundo bloco, Matemática, e, quando transitei para este, iniciei o processo de planificação do terceiro bloco e das três últimas semanas de regências, com as áreas de CN e HGP.

As quatro disciplinas

Português

Tema: “O lobo e a raposa” de José Viale Moutinho – Laboratório gramatical

Data: 9 de abril de 2015

A área de Português foi aquela com a qual dei início ao processo de regências incluídas no mestrado. Neste sentido, lecionei dez blocos de 90 minutos centrados em dois grandes temas, as Fábulas e as Lendas. Desta forma, realizei as planificações iniciais, para o bloco de Português durante as semanas iniciais de observação de todas as áreas e turmas de trabalho. Por esta razão, no decorrer das regências fui compreendendo melhor a forma de trabalho dos alunos, uma vez que estava a interagir diretamente com eles, e algumas planificações sofreram alguns ajustes para melhor se adaptarem às características específicas da turma.

A aula selecionada foi a oitava e o motivo da sua escolha centra-se no desafio que me colocou, e também aos alunos, uma vez que, por ser uma aula que se centrava em muitos temas de Gramática, podia levar os alunos a desinteressarem-se, o que me obrigava a esforçar-me ao máximo para os cativar e manter atentos.

Posto isto, a planificação feita inicialmente não correspondeu pormenorizadamente ao que aconteceu na regência, pois considerei importante acrescentar-lhe novas situações para captar a atenção e a vontade de trabalhar dos alunos. Desta forma, optei por iniciar a aula com um pequeno jogo, a construção de um puzzle em que foram os alunos, de forma ordeira e autónoma, a colocar as peças nos lugares e a descobrir duas personagens de uma fábula trabalhada anteriormente. Juntamente com o *puzzle* escondi um envelope que continha uma mensagem para os alunos encontrarem e seguirem as indicações do próximo passo a ser dado. Penso que estas duas atividades de motivação foram fulcrais para que a turma se mantivesse motivada para a ficha de trabalho que se seguiu, pois as personagens foram as descobertas no *puzzle* e os participantes na fábula revista. O meu maior receio era colocar os alunos a realizar a ficha de trabalho apenas por obrigação, a minha intenção era que estes sentissem vontade de a realizar, de rever conteúdos, de colocar as dúvidas

sem receio e considero que estas atividades me possibilitaram o mote para tal acontecer, para captar toda a energia positiva dos alunos para o trabalho que se seguia.

De seguida, iniciou-se a realização do laboratório gramatical, onde os alunos foram recebidos com uma mensagem das personagens regentes de toda a aula, para compreenderem como deveriam proceder. Esta atividade decorreu um pouco conforme as dúvidas gramaticais dos alunos, relacionadas com os temas referidos no laboratório gramatical ou não. Podiam completar respostas dos colegas ou mesmo questionar o porquê de se resolver de determinada forma e não poder ser de outra, para compreenderem exatamente como os conceitos, antónimos, campos semânticos, família de palavras, pronomes, quantificadores, etc., eram aplicados e em que situações. O laboratório gramatical não foi levado a cabo na sua totalidade mas para mim isso foi uma aprendizagem, uma vez que o delineado inicialmente não me permitia explorar dúvidas que os alunos colocaram relacionadas com outros temas gramaticais que não estavam presentes na tarefa corrigida ou na restante ficha de trabalho.

Depois de implementada a aula, repensei todas as atividades realizadas e considero que esta foi bem aproveitada, pois os alunos mantiveram sempre um entusiasmo e interesse positivo nas tarefas, querendo sempre esclarecer dúvidas e responder, mesmo quando não tinham a certeza das respostas. Este entusiasmo foi um pouco avassalador para mim, pois a turma manteve sempre uma postura sossegada, ao longo das aulas anteriores, e, na maior parte dos casos, “desinteressada” e sem grande vontade de participar. Apesar de me sentir satisfeita considero que existem sempre pormenores a corrigir, dos quais retirei alguma aprendizagem, e que, nesse caso, iriam facilitar as aprendizagens dos alunos e o decorrer da aula. Como por exemplo, uma maior atenção aos registos realizados no quadro, para que todos os alunos acompanhassem as atividades, pois, mesmo que por vezes se distraíssem, iriam conseguir situar-se de forma autónoma. E também o facto de ter compreendido que trabalhar aspetos gramaticais requerem uma grande preparação por parte do professor, pois existem muitas exceções às regras e os alunos colocam questões que, por vezes, me deixaram a pensar se estaria a ser clara na explicação ou se estaria a cometer algum erro.

Compreendi, ao longo da aula, que por vezes é muito importante manter alguns temas no abstrato, ou seja, manter determinados temas sem ligação a um qualquer

contexto trabalhado anteriormente, usados para os alunos se sentirem contextualizados, mas que podem apenas complicar a compreensão dos conceitos novos por não permitirem uma exploração tão alargada, como me aconteceu com as palavras utilizadas na ficha de trabalho para construir as famílias de palavras. Neste caso as palavras selecionadas, por estarem contextualizadas com a fábula trabalhada limitavam a busca por palavras relacionadas, não permitindo à turma compreender que nem todas as palavras são tão limitadas na sua família de palavras.

Matemática

Tema: Desigualdade triangular

Data: 23 de abril de 2015

A área curricular de Matemática foi o segundo bloco neste ciclo de regências, com todas as aulas a terem a duração de 90 minutos. A planificação das aulas de Matemática foi realizada ao mesmo tempo que as regências de Português iam acontecendo, logo a minha organização teve de ser bastante rígida, para não me desleixar em qualquer das áreas.

Apesar de me dedicar a 100% a todas as áreas científicas, a de Matemática, por ser aquela na qual o meu relatório se ia sustentar, obrigou-me a pensar nas atividades de modo a ser possível, mais tarde, recolher dados ricos, de modo a colocar os alunos a pensarem no que estavam a fazer e a permitir-me responder às questões problema. Uma vez que aquando da sua implementação não iria ter muito tempo para alterações por estar a implementá-las e a planificar as áreas científicas restantes.

Posto isto, a aula selecionada foi a 6ª de um conjunto de dez, especialmente pela reação dos alunos às atividades que se sucederam ao longo de toda a regência. Apesar de a planificação inicial ter sido seguida quase na íntegra, a aula sofreu algumas alterações, devido a todas as especificidades que esta profissão exige e aos contratempos impossíveis de prever.

Neste sentido, a aula iniciou-se com uma pequena síntese dos temas tratados na aula anterior, relativamente às relações que se estabelecem entre os ângulos e os lados

de um triângulo, seguindo-se a exploração do grande tema da aula, a Desigualdade Triangular.

Para a exploração deste tema, pretendia que os alunos investigassem todas as possibilidades e elaborassem conclusões de forma autónoma. Para isso entreguei-lhes parte de uma tabela e algumas tiras de cartolina com diferentes comprimentos. Com isto, os alunos tinham de construir os triângulos possíveis com os diferentes comprimentos e assinalar na tabela os que conseguiam ou não construir.

Nesta parte inicial considero que, apesar dos alunos se mostrarem muito entusiasmados com o material e com todo o suspense da atividade, lhes faltou um objetivo para a atividade, lhes faltou compreender o porquê de terem de construir alguns triângulos, o que iriam descobrir. Desta forma, considero que foi um grande momento de aprendizagem para mim enquanto futura docente, pois, por vezes, o que está muito claro nas nossas cabeças, durante aula não é assim tão simples de expressar e torna-se necessário recorrer a outros meios para se alcançarem os fins esperados, uma vez que os alunos não dominam o conhecimento do tema e necessitam de algumas dicas para serem capazes de desenvolverem as suas aprendizagens de forma mais simplificada.

Realizada a tarefa descrita acima, os alunos, com os dados de que dispunham, tinham de ser perspicazes e concluir que o comprimento dos lados de um qualquer triângulo influencia a sua construção, que existe uma relação entre os três lados e que os seus comprimentos não podem ser determinados ao acaso.

Este momento verificou-se um pouco confuso para alguns alunos, que baralhavam a distinção dos sinais de maior e menor, o que não esperava, uma vez que já o tinha trabalhado com a turma noutras situações de aprendizagem. Desta forma, revi estes sinais e auxiliei os alunos na sua exploração para que não os baralhassem, o que os ajudou, de forma quase autónoma a atingir os resultados esperados. Apesar disso, muitos alunos, antes desta tarefa, já me tinham confidenciado ter descoberto a regra para a construção de triângulos apenas com a manipulação das tiras de cartolina, o que para mim foi muito satisfatório e provou que estavam a gostar das atividades desenvolvidas.

A presente aula foi também selecionada por ser um grande exemplo da forma como a turma trabalha com a utilização de materiais manipuláveis e de como estes

provaram ser uma mais-valia para o desenvolvimento de novas aprendizagens nos alunos. Como os alunos requerem, na maior parte dos casos, explicações pormenorizadas sobre as atividades a realizar e são bastantes distraídos, a utilização de diversos materiais, ao longo das aulas anteriores à descrita, mostraram-se de grande importância, uma vez que o lado visual das atividades desenvolvidas ajudava a turma a concentrar-se e a compreender melhor as tarefas, muito pelo lado lúdico e por compreenderem que materiais com os quais “brincavam” tinham uma função educativa, quando explorados nesse sentido.

Assim, a minha abordagem da utilização de materiais didáticos e manipuláveis tem-se vindo a verificar importante para o desenvolvimento de aprendizagens novas nos alunos. E, apesar de inicialmente temer o “barulho” que se poderia gerar na sala de aula, fui compreendendo, ao longo das regências anteriores, que existe “barulho” saudável e que produz aprendizagens, pela entreajuda que se observava na turma e não por estarem a “brincar sem propósito”.

Logo, a presente aula foi muito rica em todos estes aspetos, os alunos mostraram-se sempre muito motivados e interessados em todas as atividades, querendo sempre iniciá-las, mas, apesar desse entusiasmo esperavam sempre que lhes fossem explicados os procedimentos das tarefas e só depois começavam a trabalhar e a mexer nos materiais de que disponham.

Ciências Naturais (CN)

Tema: À descoberta do microscópio ótico – Atividade laboratorial – Diferentes tipos de célula

Data: 11 de maio de 2015

Durante as três semanas de implementação desta disciplina, que representa metade do meu terceiro bloco de regências, foram lecionadas cinco aulas e, destas, três tiveram a duração de 45 minutos e duas a duração de 90 minutos. As planificações para todas as sessões foram realizadas ao mesmo tempo que lecionava as aulas do bloco de Matemática e ao mesmo que planificava o bloco de HGP.

A aula selecionada foi a segunda e teve a duração de 90 minutos. O que me levou a escolher esta aula foi o facto de ter sido uma aula diferente para os alunos e também para mim, uma vez que a utilização do Microscópio Ótico Composto (MOC) ia dominar toda a regência e por ter a duração de 90 minutos, o que possibilitava a todos uma exploração mais aprofundada do MOC.

Apesar de ao longo da minha experiência académica muitas terem sido as oportunidades de trabalhar com este material nunca dominei a utilização do MOC, senti sempre bastante dificuldade na sua focagem, principalmente. Desta forma, receei que este fosse um obstáculo para mim e redobrei todos os esforços para dominar esta dificuldade, treinando diretamente com os microscópios de que dispunha para a aula e selecionando os que se encontravam em melhor estado de conservação. Esta preparação foi essencial para o bom desenvolvimento da aula, pois senti-me bastante segura quando tinha de ajudar os alunos em algum pormenor da aula e na manipulação do MOC.

A aula foi iniciada com a correção dos trabalhos de casa da aula anterior, o que ajuda os alunos a visitar conteúdos anteriores e importantes para a sessão atual. Posto isto, a aula prosseguiu com uma breve apresentação teórica e a apresentação de trechos de alguns vídeos sobre a célula e o porquê desta ser a unidade básica da vida, depois de os alunos apresentarem todas as conceções alternativas que tinham sobre o tema, para as poderem confrontar no decorrer da apresentação teórica.

No final da apresentação os alunos ficaram a saber que iam realizar uma atividade laboratorial, intitulada de “Letroscopia”, apenas para compreender o funcionamento do MOC e, na aula seguinte, explorarem-no para observarem os dois tipos de células que ficaram a conhecer, assim como os seus constituintes. Considero esta atividade importante para os alunos compreenderem as características da imagem observada ao MOC e o seu funcionamento, para que assim, numa próxima utilização, dominem os manuseamentos mais simples, como o movimento da platina ou o procedimento necessário para a troca de lentes, por exemplo. E também das regras de manuseamento de um material como é o MOC.

Os grupos de trabalho foram definidos por mim e, antes de permitir o início de qualquer tarefa, o protocolo foi explorado em grande grupo e analisado passo a passo. Senti esta necessidade, uma vez que os alunos já tinham tabuleiros com todo o material

de que iam necessitar e, com certeza, iriam passar à frente, sem ler este passo. Esta atividade provocou uma grande excitação nos alunos, o que considerei normal, por estarem a trabalhar em grupo, logo não o encarei como um ponto fraco da regência, apesar de ter compreendido que a exploração do protocolo deveria ter sido realizada com os alunos ainda sentados nos seus lugares e não depois de já estarem organizados em grupo e de disporem dos materiais.

Mesmo não tendo sido possível realizar o protocolo até ao final, a parte das conclusões a retirar depois do manuseamento, joguei importante dar um pouco mais de tempo aos alunos para manusearem o MOC, para todos terem a oportunidade de focar e escolher a lente em que melhor se observavam os pormenores da imagem e, em grupo, discutirem as características observadas e quais as melhores respostas a colocar no protocolo laboratorial.

História e Geografia de Portugal (HGP)

Tema: Evolução da população portuguesa

Data: 12 de maio de 2015

O bloco de HGP foi lecionado ao mesmo tempo que o de CN, terceiro bloco de regências, o que me fez estar dividida entre estas duas áreas científicas tão distintas, tanto aquando da sua planificação como da implementação.

Desta forma, durante as três semanas de regência nesta disciplina lecionei seis aulas, duas de 90 minutos e quatro de 45 minutos. A aula selecionada foi a 2ª e teve a duração de 90 minutos.

Esta aula foi a primeira em que contactei diretamente com os alunos, uma vez que a anterior se limitou à aplicação de uma ficha de avaliação implementada pelo meu par de estágio e, por ser de apenas 45 minutos, não permitiu a exploração de nenhum conteúdo programático.

Optei por esta aula por ser a primeira de uma área com a qual não me sentia nada à vontade e por recear cometer alguns erros no decorrer das regências. Por tudo isto redobrei o esforço na preparação de todas as aulas, pesquisando e tomando notas

sobre tudo o que ia lecionar, desde as grandes questões a alguns pormenores, para conseguir responder às dúvidas que me colocassem e levar os alunos a gostar da área.

A planificação da aula foi seguida, com alguns reajustes de última hora e apenas decididos no decorrer da regência, por compreender que os alunos dominavam a definição de alguns conceitos que iriam ser trabalhados mais exaustivamente, como o da natalidade, mortalidade, emigração e imigração. Caso não optasse por esta alteração a turma iria desinteressar-se e tornar o fluir da aula muito menos simples do que o que foi na realidade. Mas também com alguns ajustes por não ter conseguido encontrar um exemplar de um censo real em papel para os alunos preencherem, daí tive de adaptar este aspeto da planificação. Neste sentido, construí uma tabela que os alunos deveriam preencher com a ajuda dos familiares para se compararem os tamanhos das famílias, quais as que apresentam uma maior quantidade de nascimentos e quais as que já apresentava um elevado valor de mortalidade.

Desta forma, a aula iniciou-se com a exploração de um tema em grande grupo, Geografia, onde os alunos tinham de selecionar a palavra que este os fazia lembrar para depois compararem com a definição, apresentarem e serem capazes de justificar se algumas palavras foram bem ou mal selecionadas, aquando da explicação por palavras suas da definição do conceito em exploração.

Posto isto, a apresentação teórica continuou mas não se limitou a ser uma apresentação teórica e na qual os alunos não tinham qualquer intervenção, por envolver os alunos em todas as atividades desenvolvidas. Desta forma captei o interesse de todos, pois nunca sabiam o que se seguiria na apresentação, se uma questão, um vídeo ou a apresentação de alguns aspetos importantes do tema em trabalho.

Considero que a exploração do *site* do Instituto Nacional de Estatística, para os alunos ficarem a conhecer uma ferramenta que podem consultar em qualquer altura em que queiram compreender a evolução da população portuguesa ao longo dos anos e qual a definição e função de um Censo, de imagens, gráficos, a colocação de questões prévias aos alunos se provaram um ponto a meu favor, pois todos se mostraram interessados e afirmaram gostar deste método de apresentação de novas aprendizagens.

Ao longo de toda a aula considero importante salientar o facto de ter permitido diversos momentos de diálogo com os alunos, orientados de forma organizada e

possibilitando a todos expor as suas dúvidas, constatações e partilhar conhecimentos anteriores, quer pelo afirmado pelos colegas quer por mim. Estas situações permitiram a captação da atenção de todos os alunos, até dos mais distraídos, que se esforçavam para estar atentos à aula, por não saberem se seriam selecionados para responder a alguma questão em grande grupo e queriam sempre ser bem-sucedidos e mostrar-se interessados.

No final da aula, e ultrapassado o nervosismo inicial, compreendi que é uma área com a qual descobri gostar de trabalhar e que a reação dos alunos a todas as atividades foi muito positiva, o que compensou todo o esforço e dedicação à disciplina de HGP.

PARTE II – O ESTUDO

A segunda parte do relatório encontra-se dividida em seis capítulos. Nestes capítulos concentra-se toda a revisão da literatura realizada para o enquadramento teórico do problema em estudo, a metodologia adotada na recolha dos dados, a forma como estes foram analisados e as atividades desenvolvidas ao longo de toda a intervenção didática na área científica de Matemática. Mas também a descrição de dois estudos de casos, a partir dos quais serão retiradas as conclusões do estudo.

CAPÍTULO I – O PROBLEMA

O presente capítulo apresenta um conjunto de argumentos que visam demonstrar a pertinência do estudo realizado, bem como qual o problema e questões de investigação pelas quais o estudo se regeu.

Pertinência do estudo

No decorrer da experiência didática que me foi possibilitada fazer, compreendi que os alunos, na sua generalidade gostam de trabalhar com materiais que vão além do manual escolar, gostam de ser eles próprios a descobrir e fazer ilações durante e após a manipulação dos mais diversos materiais, que vai confirmar, ou não, as suas ideias prévias.

Assim e apesar de no Novo Programa de Matemática do Ensino Básico (NPMEB, 2013) não ser referida a utilização de materiais didáticos, sendo apenas defendida a utilização de instrumentos de desenho e de medida, como a régua, esquadro, compasso e transferidor, entre outros, optei por estudar a problemática dos materiais manipuláveis. Apesar da pouca experiência adquirida foi fácil compreender o interesse dos alunos na manipulação de diversos materiais, como por exemplo os geoplanos, os Tangram's, os poliedros, e seguir algumas diretrizes defendidas no anterior Programa de Matemática do Ensino Básico (ME, 2007).

Neste sentido, o Programa de Matemática do Ensino Básico (ME, 2007) que já não se encontra em vigor, defendia que a utilização de materiais manipuláveis era importante para a compreensão de conceitos, pois permite estabelecer relações e tirar algumas conclusões, não só pela sua manipulação mas também por todos os registos que se vão efetuando e pela reflexão sobre estes.

Apesar de serem diferentes entre si as investigações existentes sobre os materiais didáticos e sobre a forma como estes se relacionam, positiva ou negativamente, com as aprendizagens que os alunos adquirem, esta temática interessa-me bastante e as investigações existentes deixam algumas questões em aberto que devem ser respondidas, rapidamente, pois, acima de tudo, importa levar os alunos a

desenvolver novas aprendizagens e a compreender novos conceitos, com gosto por tudo o que lhes é ensinado.

O professor, ao apresentar-se como mediador da aprendizagem dos alunos, deve ter em atenção múltiplos fatores quando a sua intenção é promover uma aprendizagem autónoma, com base na manipulação de materiais didáticos. Como Sampaio e Sousa (2000) frisam, o professor deve orientar os alunos, ajudando-os na organização de ideias, promover a discussão dos diversos resultados obtidos, ao mesmo tempo que vai apoiando as ideias mais relevantes e significativas para os conteúdos tratados, nunca deve deixar passar erros significativos e que possam condicionar futuras aprendizagens, criando conceções erradas sobre outros temas, e deve promover, juntamente com os alunos, a generalização e a aplicação do conceito discutido.

Em muitos casos, os materiais são utilizados para que os alunos compreendam que a Matemática não é uma área estanque em que os conceitos são meramente abstratos. É importante a compreensão de que muitas das coisas observadas no dia-a-dia estão relacionadas com a área e que é possível partir de situações concretas para, só mais tarde, se chegarem a situações abstratas e, assim, se retirarem conclusões a aplicar a um grande número de situações.

Tendo sempre em mente a vontade de trabalhar com materiais didáticos, foi-me destinado o tema dos “Triângulos e Paralelogramos” para trabalhar no 5º ano de escolaridade do EB. Quando tomei conhecimento deste fator tornou-se relativamente fácil decidir em que sentido pretendia desenvolver o meu estudo, pois, a Geometria “...pelas suas possibilidades de concretização, sugere um ensino em que qualquer opção de estratégia utilize material manipulável além dos correntes materiais de desenho assim como sugere abordagens através de uma grande variedade de situações problemáticas.” (Vale, 1999, p. 10). E apesar de o tema não fornecer grandes informações teóricas e já investigadas para a realização deste relatório, sempre mantive presente a minha vontade de trabalhar com materiais didáticos para ajudar os alunos a produzirem aprendizagens de forma autónoma.

Neste sentido, comecei logo por pesquisar que tipo de materiais didáticos já foram utilizados para trabalhar o tema referido. Concluí que muitos são os autores (e.g. Vale, 2010; Botas, 2008) que afirmam que para o ensino da Geometria os materiais didáticos e manipuláveis têm sido utilizados com muito sucesso para o desenvolvimento

cognitivo dos alunos. Tal como Vale (2002) refere, a Geometria e os seus conceitos são adquiridos pelo contacto com o material manipulável e pelas transformações que se podem efetuar durante a sua manipulação.

Apesar de tudo o afirmado até então, os professores continuam a rejeitar a utilização de materiais didáticos e diferentes daqueles que se utilizam correntemente, pois acham que a sua utilização, como por exemplo os geoplanos, ábacos, Material Multibase, Barras *Cuisenaire*, entre muitos outros, vai provocar um frenesim na sala de aula que em nada contribui para a aprendizagem dos alunos.

Assim, as principais razões que os professores apontam para fundamentar a reduzida utilização de materiais manipuláveis nas salas de aula, de forma constante, continuada e, acima de tudo, contextualizada, tal como Vale e Barbosa (2014) defendem, são:

... uma visão tradicional de ensino da matemática e de aprendizagem, que ainda se verifica nas aulas desta disciplina, onde o foco é a memorização e a prática, na qual o professor explica o assunto, principalmente através de procedimentos, regras e algoritmos e os alunos reproduzem o que observam, fazendo exercícios repetitivos; os professores poderão não conhecer os materiais manipuláveis ou estar familiarizados com a sua utilização de modo eficaz, atendendo aos diversos temas do currículo de matemática e ao nível dos estudantes; o tempo que este tipo de abordagem necessita, assim como a dinâmica de sala de aula que proporciona, e que os professores, por razões de natureza curricular e/ou pedagógica, preferem não utilizar. (p. 5)

Apesar do referido, o mais importante é alterar algumas conceções incutidas nos professores durante anos sobre os materiais manipuláveis, de que estes dificultam o bom funcionamento das aulas. Daí, tal como defendem Vale e Barbosa (2014), os futuros professores devem adquirir competências que os ajudem a utilizar os materiais manipuláveis na sala de aula, de forma a criar um processo de ensino e aprendizagem dinâmico e desafiador.

O professor deve também ter em atenção que, quando um aluno contacta com um material manipulável pela primeira vez, deve ter a oportunidade de o explorar livremente, sem regras, para conhecer as suas dimensões e características, e só depois se deve pedir-lhe que o utilize com a intenção de descobrir e compreender conceitos, novos ou já adquiridos.

Com tudo isto, considero bastante pertinente o estudo que se apresenta de seguida, pois verifica-se importante estudar o contributo dos materiais manipuláveis no

processo de ensino e aprendizagem. Mas também estudar se, se utilizados com objetivos bem definidos, os materiais manipuláveis auxiliam os alunos no desenvolvimento de conceitos matemáticos.

Problema e questões do estudo

Na sequência do que foi dito anteriormente, com este estudo pretendeu-se compreender a importância e influência dos materiais manipuláveis na aprendizagem dos conteúdos matemáticos relacionados com triângulos e paralelogramos, ao longo da intervenção didática a que os alunos foram sujeitos. Mais concretamente, pretende-se compreender se os alunos do 5º ano, quando utilizam diversos materiais manipuláveis, estes os ajudam a adquirirem novos conhecimentos relacionados com o tema dos Triângulos e Paralelogramos, de modo mais simples e envolvente.

Assim, para uma melhor orientação e desenvolvimento do presente estudo, enunciam-se algumas questões orientadoras:

Questão 1: Como se pode caracterizar o contributo dos materiais manipuláveis no desenvolvimento de conceitos relacionados com o estudo de triângulos e paralelogramos durante a intervenção didática?

Questão 2: Que constrangimentos e potencialidades se identificam com a manipulação de materiais manipuláveis durante a intervenção didática que envolve o estudo de triângulos e paralelogramos?

Questão 3: Como se pode caracterizar a relação dos alunos com o material manipulável durante a intervenção didática que envolve o estudo de triângulos e paralelogramos?

Orientação para o tema em estudo

Ao longo do mestrado em que ingressei, fui tomando consciência do tipo de trabalho de investigação que teria de desenvolver no âmbito na unidade curricular PES II. Neste sentido, quando me foi dado a escolher entre as quatro áreas científicas nas quais a PES II se envolveu – Português, Matemática, Ciências Naturais e História e Geografia de Portugal – sempre tive a certeza que a Matemática era a minha área de eleição, levando-me a não hesitar no momento da escolha.

A Matemática, desde o início do meu 2º ciclo do EB, é uma área com a qual me identifico enquanto aluna, por colocar imensos desafios e levar as pessoas por caminhos que consideravam ser impossíveis e inexistentes para os tentar resolver. Por considerar a presente área científica tão envolvente e expectante, a sua escolha foi realizada no sentido de tentar provocar nos alunos este meu sentimento de fascínio pela unidade curricular, uma vez que quanto mais nos esforçarmos para a compreender, na minha opinião, melhores serão os nossos resultados.

Relativamente ao tema do trabalho de investigação, a escolha foi limitada, uma vez que depois de iniciadas as observações e em conversa com o Professor Orientador Cooperante (POC) compreendi que teria de tratar algum tema dentro do domínio da Geometria e Medida, uma vez que a unidade curricular já tinha uma estrutura curricular estabelecida desde o início do ano letivo. Assim, dentro deste, o POC deu-me a possibilidade de trabalhar um de dois temas diferentes, Triângulos e paralelogramos ou Áreas de figuras planas, e, após uma conversa com a Professora Supervisora, optei pelo tema dos “Triângulos e Paralelogramos”. Apesar de ter compreendido que o tema tinha sido objeto de estudo em poucas ocasiões e a informação disponível era escassa e que o domínio da Geometria e Medida representava um tema no qual os alunos tinham muitas dificuldades.

Por estas e outras razões mantive a minha escolha, pelo desafio que me ia colocar e por me obrigar a trabalhar mais para conseguir realizar um trabalho representativo do tema e que servisse de instrumento para a realização de outros estudos.

CAPÍTULO II – ENQUADRAMENTO TEÓRICO

Neste capítulo é apresentada uma revisão de literatura que serve de fundamentação a todo o relatório, onde são apresentadas perspectivas de diversos autores, quer teóricas quer empíricas, sobre temas cruciais para toda a problemática em estudo. Aborda-se a figura do professor, o seu papel dentro da sala de aula, as orientações curriculares em relação à Matemática e, em particular, à Geometria e, por fim, a importância dos materiais manipuláveis na sala de aula.

O Professor de Matemática

Tradicionalmente, os professores eram encarados como meros transmissores de conhecimento, onde a sua função na sala de aula era transmitir uma série de conteúdos aos alunos, definições, conceitos, etc., sem terem em atenção as suas dificuldades (Abrantes, 1987). Os professores apenas se limitavam a transmitir aos alunos conteúdos prontos e presentes nos livros escolares, encarados como bíblias pela maioria dos educadores. Desta forma, os alunos tinham de memorizar e assimilar os conhecimentos que lhes eram transmitidos para os poderem regurgitar nos momentos de avaliação, isto é, os testes e os exames (Villiers, 2010).

Em contrapartida, esta interpretação do papel do professor tem vindo a ser alterada. Atualmente, o professor é colocado numa posição central no processo de ensino e aprendizagem em todos os anos, o professor passa a ser encarado como um facilitador da aprendizagem dos alunos, passa a ser quem guia os alunos e lhes promove novas aprendizagens (Vale, 2002). É ele quem tem de garantir que os alunos aprendem e compreendem, acima de tudo, os conteúdos que lhes estão a ser ensinados, logo a qualidade do seu desempenho e a sua competência para exercer a função de professor são aspetos essenciais na qualidade de ensino fornecida aos alunos (Justino, 2010). As competências de um professor estão diretamente relacionadas “com a sua capacidade de racionalizar a sua prática, ou seja, criticá-la, objectivá-la, fundamentá-la.” (Cardoso, 2010, p. 12).

O método selecionado pelo professor, a abordagem para a disciplina que leciona deve manter-se coerente, ou seja, no planeamento das aulas o professor deve ter sempre em mente a abordagem inicial, para facilitar a interpretação que os alunos fazem da área (Marques, 2007).

Quer para os professores quer para os alunos, é possível encontrar vantagens quando lhes é apresentado um leque variado de estratégias de exploração para o mesmo tipo de atividade, bem como os recursos existentes e que se adequam à disciplina em causa e à atividade desenvolvida, sendo-lhes possível adequar cada estratégia que conhecem e dominam a situações específicas do processo de ensino e aprendizagem (eg. Boavida, Paiva, Cebola, Vale & Pimentel, 2008; Vale & Barbosa, 2014). Neste sentido, é possível referir que o professor, principalmente, dispõe de uma grande diversidade de suportes que o podem auxiliar dentro da sala de aula e que facilitam a aprendizagem a grande parte dos alunos, por lhes permitirem ir mais além do que o manual escolar.

Um outro ponto muito importante quando falamos de professores e do perfil do professor é o conhecimento de que estes dispõem para ensinarem os alunos e, tal como afirma Cardoso (2010, p. 13) “o conhecimento não é um fenómeno estático mas concebido em termos de uma construção progressiva, numa lógica de ensaio e erro.”.

Posto isto, é essencial que um professor mantenha o seu processo de formação em constante evolução, que não se limite àquilo que aprendeu aquando da sua formação inicial, para lhe ser sempre possível ajudar os alunos ao longo de todo o processo de desenvolvimento cognitivo e consiga proporcionar-lhes uma evolução constante, que lhe expanda os horizontes e lhe coloque novos desafios e objetivos quando os iniciais são alcançados (Caldeira, 2009, p. 163). A evolução dos professores não acontece apenas na teoria, a parte prática da profissão é tão importante como a parte teórica, pois nem sempre o que se aprende na teoria é plausível para implementação na prática, requer de uma adaptação ao contexto social, aos alunos e aos recursos disponibilizados (Cardoso, 2010).

Neste sentido, Shulman (1986, referido por Cardoso, 2010) distingue o conhecimento do professor em três categorias diferentes, mas interligadas ao ato de ensino e à formação de um profissional competente e satisfeito: (1) conhecimento do conteúdo; (2) conhecimento; e (3) conhecimento curricular.

Para Serrazina (2011), um professor, no geral, deve ter um bom conhecimento curricular da área que está a ensinar, deve dominar e conhecer bem as finalidades e os objetivos de aprendizagem referidos no currículo de cada disciplina que lecionar. Sendo salientada a necessidade de uma boa capacidade de improvisação, de respostas rápidas, de definir estratégias para situações não habituais dentro da sala de aula, de compreender se a resolução de um aluno, apesar de diferente das mais conhecidas, está correta ou errada e se o seu pensamento foi bem direcionado (Caldeira, 2009).

Mais concretamente, o professor de Matemática tem de dominar um conhecimento mais aprofundado do que aquele que está a ensinar aos seus alunos, deve saber muito mais do que realizar corretamente determinado procedimento, para permitir aos alunos a construção dos conceitos matemáticos e não se limitar a ensinar-lhes os conceitos matemáticos finais.

Atualmente o professor de Matemática não pode apenas recorrer a apresentações no quadro preto para o ensino da área, uma vez que o poder da descoberta da Matemática, da sua exploração e investigação, da interligação dos conceitos e propriedades, se centra nos alunos (Botas, 2008).

Apesar de ainda perdurar uma visão muito pesada sobre a forma como o processo de ensino e aprendizagem da matemática deve decorrer na sala de aula, este deve acontecer, na opinião de muitos académicos, de uma forma bastante tradicional, em que o professor de Matemática deve transmitir os conhecimentos aos alunos, ensiná-los a trabalhar os algoritmos, ditar-lhes as regras, conceitos, propriedades e relações entre estas e em que os alunos se limitam a seguir o ensinado e a repeti-lo vezes sem conta, nas aulas e nos momentos de avaliação.

Esta ideia da Matemática criou-se por falta de conhecimentos matemáticos, por parte de grande parte dos professores, que, para não se colocarem em situações delicadas, nas quais poderiam não saber esclarecer um aluno ou cometer uma gafe, não davam abertura aos alunos de colocar dúvidas, de tentarem compreender a Matemática, incutiam aos alunos a visão da Matemática que lhes fora transmitida, apesar de, por vezes, compreenderem que este método não era o melhor para ajudar os alunos a desenvolverem novas aprendizagens.

Com o passar dos anos, a ideia defendida anteriormente tem vindo a sofrer alterações significativas e, muitos são os autores que as explicam pela crescente

confiança que os professores têm vindo a ganhar relativamente à sua capacidade para ensinar Matemática, uma vez que “têm maiores expectativas em relação às capacidades dos seus alunos e propõem-lhes tarefas mais ricas” (Serrazina, 2011, p. 79).

Os programas de formação de professores existentes funcionam todos com o mesmo objetivo, o de tornar os futuros professores mais confiantes e competentes com exercício do ensino da Matemática aos respetivos alunos, ideia defendida por Serrazina (2011). Defendia-se que, durante a formação contínua dos professores, dar-se-lhes a conhecer diferentes estratégias de ensino e aprendizagem bem como os novos materiais que surgiram ao longo do tempo e que devidamente trabalhados e adequados aos conceitos ajudam os alunos a construir conhecimento, como sejam os materiais manipuláveis, que serão explorados mais adiante no presente relatório.

A Geometria

A Geometria é um dos ramos mais antigos da Matemática e que nem sempre foi devidamente valorizada. Ainda hoje existem muitas controvérsias, principalmente sobre a sua importância e sobre a forma como deve ser abordada nas salas de aula, pela dificuldade em definir os conteúdos, finalidades e métodos a adotar para que este processo de ensino e aprendizagem se realize com sucesso. Apesar de muitos reconhecerem a sua importância para o mundo atual e para o desenvolvimento dos alunos, para melhorar a forma como estes a observam e como a interpretam, a Geometria “é normalmente deixada para os finais dos anos lectivos e tratada a partir das definições, dando pouco espaço à acção dos alunos na compreensão dos conceitos geométricos.” (Breda, Serrazina, Menezes, Sousa, & Oliveira, 2011, p. 7).

Por ser um tema negligenciado durante muito tempo, a Geometria é um tema matemático sobre o qual, normalmente, os alunos não gostam de trabalhar, uma vez que desde muito cedo é incutido aos alunos uma série de raciocínios complexos, sem lhes ser permitido partir dos mais simples para chegarem àqueles que exigem um pouco mais, levando-os a sentirem muitas dificuldades no processo de ensino e aprendizagem do tema (Vale & Barbosa, 2014).

Por outro lado, com a crescente preocupação direcionada para a aprendizagem da Geometria, os resultados dos alunos portugueses têm vindo a melhorar, o que se prova nos resultados das provas nacionais e internacionais, levando-nos a acreditar que o trabalho desenvolvido é pertinente, quer a nível das metodologias adotadas em sala de aula, quer no reforço do tema no processo de formação de professores. Este reforço é importante, pois muitos eram os professores que não davam relevância à Geometria por terem bases enfraquecidas de todo o seu processo de formação, por nunca terem compreendido a sua utilidade no dia-a-dia (Passos & Nacarato, 2014). Desta forma, com professores bem formados e com conhecimentos vastos e sólidos, é possível levar os alunos a compreenderem melhor o tema e a terem vontade de aprender, uma vez que a Geometria “é mais do que definições; deve contemplar a descrição de relações e de raciocínios, a construção de justificações e de demonstrações” (Fonseca, 2004, p. 251).

Velosa (2008) refere que, ao longo dos últimos anos, a Geometria tem verificado uma valorização no ensino e um reforço da sua importância para o processo de ensino com que os alunos são confrontados, e aponta algumas finalidades, como o facto de

(...) permitir ao aluno o desenvolvimento do raciocínio, mostrar como a Matemática se relaciona com outras áreas do conhecimento, desenvolver a capacidade de usar a disciplina como instrumento de interpretação e intervenção no real, desenvolver a capacidade de organização e de comunicação, ..., desenvolver o espírito crítico e a criatividade, promover a realização do indivíduo como pessoa, favorecendo as atitudes de autonomia e cooperação. (p. 40)

Neste sentido, a Geometria apresenta-se como uma área onde é possível estabelecer muitas conexões, sejam elas dentro da Matemática ou fora dela, uma vez que qualquer objeto ou gosto dos alunos pode servir como ponto de partida para se trabalhar Geometria e para trabalhar e investigar os seus conceitos e propriedades, esta é uma área presente em tudo o que nos rodeia, em praticamente tudo com que convivemos diariamente. Fonseca (2004) ressalta a importância, afirmando que “As ideias geométricas são úteis na representação e na resolução de problemas de outras áreas da matemática e de situações reais.” (p. 251)

Assim, a Geometria é apresentada como o ramo da Matemática em que as formas, planas e espaciais, e todas as suas propriedades, são estudadas (Dicionário Informal, 2009) e que o sentido espacial assume um papel de relevo, uma vez que é a capacidade que permite aos alunos perceberem o mundo que os rodeia, o interpretar e

modificar. O NCTM (1991, citado em Breda et al., 2011) afirma que o sentido espacial é um conhecimento intuitivo do meio que nos cerca e dos objetos que nele existem. E que para o desenvolver são necessárias experiências que incidam em relações geométricas; na direção, orientação e perspectivas dos objetos e no modo como uma modificação numa forma geométrica se relaciona com uma mudança no tamanho.

Orientações curriculares sobre o ensino da Geometria

Atualmente, a Geometria tem vindo a ser mais valorizada ao longo de todo o processo de ensino e aprendizagem da Matemática, o contrário do que acontecia há muitos anos, em que esta era colocada em segundo plano por se considerar que as suas diretrizes não representavam conceitos essenciais para o desenvolvimento dos alunos e para a sua formação enquanto cidadão mais informado.

Esta valorização é provada no atual Programa de Matemática do Ensino Básico [PMEB] e também nas Metas Curriculares, uma vez que são apresentados os conteúdos geométricos de forma cuidada, interligada e relacionada com os restantes conteúdos matemáticos, como os Números e Operações, a Álgebra e a Organização e Tratamento de Dados, provando a importância da Geometria ao nível da matemática escolar.

O PMEB (2007) refere que o principal objetivo do ensino da Geometria é o “desenvolvimento do sentido espacial dos alunos” (p. 7) e que na passagem de ciclo o exigido aos alunos é cada vez mais complexo, ou seja, inicialmente iniciam a exploração de forma isolada, sem relacionar conceitos nem propriedades geométricas, nos anos iniciais do 1º Ciclo do EB, mas nos anos seguintes têm de começar a relacioná-los e a explorá-los como um conjunto e não como conhecimentos isolados. Este aspeto é também defendido no atual PMEB (2013), apesar de evidenciar que a ideia central é um pouco distinta, aqui é defendido que os alunos devem relacionar e utilizar os conhecimentos anteriores e adequá-los a cada situação de aprendizagem, devem utilizar os conceitos pertinentes a cada situação e desenvolvê-los.

O atual PMEB (2013), assim como o programa anterior (2007), defendem uma articulação entre todos os conteúdos e objetivos matemáticos que os alunos do EB devem adquirir e dominar no final de cada ciclo de ensino. Também a articulação entre os conteúdos e objetivos que os alunos adquiriram nos anos iniciais e transpõem para

os anos seguintes é referida para que se proceda sempre com coerência, ao longo de todos os ciclos de ensino, uma vez que grande parte deles vai sendo trabalhada com base nos conceitos matemáticos introduzidos inicialmente.

Atualmente, os programas (ME, 2013) e as metas curriculares (Bivar, Grosso, Oliveira, & Timóteo, 2012) exigem que os alunos alcancem determinados objetivos, no final de cada ciclo, para que possam iniciar o seguinte de forma eficaz e coerente.

Assim, no 1º Ciclo, os alunos, em Geometria, contactam com conceitos e propriedades que têm tanto de elementar como de fundamental para o desenvolvimento do pensamento geométrico, e que vão servir de base e fundamento ao estudo de outros conceitos introduzidos nos ciclos seguintes. Já no 2º Ciclo, refere-se a importância da articulação entre os ciclos de ensino, referindo que os alunos devem relacionar o que estão a estudar com o que já conhecem e são introduzidos conceitos e propriedades que voltam a apresentar-se como elementares e fundamentais para o processo de ensino e aprendizagem dos alunos, “envolvendo paralelismo e ângulos, com aplicações simples aos polígonos”. Neste ciclo de ensino salienta-se a utilização de instrumentos de desenho e medida, que visam permitir aos alunos uma “maior destreza na execução de construções rigorosas” e que estes “reconheçam alguns dos resultados matemáticos por detrás dos diferentes procedimentos” (ME, 2013, p. 14).

Outro documento utilizado para orientar os educadores e professores de Matemática relativamente aos objetivos que os alunos devem atingir no final de cada tema e de cada ciclo de ensino são os *Princípios e Normas para a Matemática Escolar* (NCTM, 2008), do National Council of Teachers of Mathematics, um documento muito claro e desenvolvido de forma a articular e tornar consistentes as opções curriculares de cada ciclo. Este livro apresenta uma descrição dos conteúdos e processos que orientam os docentes para uma educação matemática de qualidade, segundo um conjunto de princípios, que descrevem quais as características a desenvolver para se obter uma educação matemática de grande qualidade, e de normas, onde é descrito um conjunto de conteúdos e processos matemáticos que os alunos devem atingir de forma metódica (APM, 2008).

Concluindo, é possível afirmar, depois de vários documentos analisados, que quer o PMEB atual quer o antigo, as metas curriculares, as “normas” (2008), atribuem grande importância ao estudo da Geometria em todos os ciclos de ensino,

principalmente no 2º Ciclo, por serem introduzidos grande parte dos conceitos geométricos, os mais elementares e importantes, que os alunos devem dominar no final do seu percurso escolar.

Ensino e aprendizagem da Matemática e da Geometria

O ensino de todas as áreas deve ser cuidado e nada deve ser colocado em segundo plano quando falamos deste assunto, uma vez que os alunos precisam de um ensino de qualidade e pensado segundo a perspectiva que estes têm dele, e não da perspectiva de um professor. Professor esse que, em muitos casos, se esqueceu de que um dia foi criança e aluno e pensou que as aulas seriam muito mais interessantes se mantivesse esta ou aquela atitude.

Segundo Caldeira (2009) a “educação necessita estar comprometida com a aprendizagem, pois aprender é construir significados e atribuir sentidos às ações. Educar para compreender é educar para vir a ser, é educar para o conhecimento. Este implica a construção da própria inteligência.” (p. 164).

Neste sentido, quando o termo Matemática é pronunciado, muitos alunos “franzem a testa” e dizem não gostar da área nem de a estudar, pois, na maioria dos casos, a Matemática é, ainda, ensinada segundo a interiorização de processos mecânicos que nos vão levar a um resultado e que, quando muitos estão a resolver a mesma tarefa, o resultado a esperar é o mesmo, pois só existe um resultado correto e um único modo de o obter. Daí, ser cada vez mais importante promover nos alunos “... uma relação positiva com a disciplina e a confiança nas suas capacidades pessoais para trabalhar com ela.” (Ponte, et al., 2006, p. 3). O importante é que os alunos desenvolvam uma “... predisposição para usar a Matemática em contexto escolar e não escolar, apreciar os seus aspectos estéticos, desenvolver uma visão adequada à natureza desta ciência e uma perspectiva positiva sobre o seu papel e utilização.” (Ponte, et al., 2006, p. 6), e que compreendam que a Matemática e o seu ensino estão em constante evolução, que é uma ciência viva, pois as suas ideias são constantemente adaptadas à evolução dos tempos, como defendem Ponte et al. (2006). O mais importante é que os métodos de ensino e aprendizagem estão a mudar e, atualmente, se atribui um grande significado às aprendizagens prévias dos alunos.

Com isto não pretendo afirmar que a Matemática deve passar a ser ensinada de forma totalmente diferente do que se tem verificado até então, muito pelo contrário, tal como Boavida et al. (2008) defendem, a memorização e o treino de processos, de factos e de conceitos, no ensino da Matemática, têm um papel muito importante no processo de ensino e aprendizagem que os alunos adquirem da presente área. O que pretendo defender, tal como as autoras anteriores, é que, associado a este método de trabalho, da abordagem exploratória, se juntem outros que permitam dar a conhecer aos alunos que o ensino da Matemática pode ser divertido e adequado a situações reais, que compreendam que, apesar de a Matemática requerer um pensamento abstrato, é uma área que parte de situações reais para desenvolver este tipo de pensamento.

A passagem do concreto ao abstrato, na Matemática, deve acontecer de forma gradual, “respeitando os tempos próprios dos alunos e promovendo assim o gosto por esta ciência e pelo rigor que lhe é característico” (ME, 2013, p. 1).

Cada vez mais, o ensino da Matemática deve ser direcionado para que se esqueça a ideia de que a Matemática é uma ciência sem qualquer ligação a outra ciência ou que é uma área com a qual apenas se trabalha de forma individual.

A Matemática é uma área do saber que, apesar de ser encarada, por muitos, como desconectada de todas as restantes áreas, por possuir problemas próprios, pode interligar-se a quase todas as situações do dia-a-dia pois, tal como defende Viana (2012), “A Matemática está em todo o lado. Às vezes completamente às claras, sem deixar dúvidas da sua presença. Outras vezes bem escondida, disfarçada e oculta, mas, se soubermos olhar, lá a encontraremos.” (p. 9). A partir desta perspetiva, pode tornar-se a Matemática interessante para os alunos, levando-os a gostar de a procurar nos locais e objetos onde se encontra escondida, a desenvolver o gosto por esta área do saber, a partir dos seus gostos pessoais e das situações que lhes chamam mais à atenção. Com esta procura, o aluno vai estar a utilizar conhecimentos matemáticos sem se aperceber e a dar utilidade a processos que, inicialmente, considerou desinteressantes e sem qualquer utilidade para o seu futuro. Levando-nos a combater a maior deficiência do ensino da Matemática, na opinião de Ponte (2002), que afirma que esta está presente “no facto de não promover, como seria necessário, a capacidade de pensar em termos matemáticos e de usar as ideias matemáticas em contextos diversos” (p. 51).

Claro que não podemos esquecer que a presente área do saber apresenta problemas muito próprios, que não se relacionam com outras áreas do conhecimento, mas isto acontece com todas as outras, todas têm as suas características específicas.

Logo, importa ressaltar que “uma componente essencial da formação matemática é a compreensão de relações entre ideias matemáticas, tanto entre diferentes temas de Matemática como no interior de cada tema, e ainda de relações entre ideias matemáticas e outras áreas de aprendizagem...” (ME, 2001, p. 70), e, para que todos consigam atingir essa compreensão, é essencial a disponibilização, a todos os alunos, de uma série de tarefas que evidenciem todas as conexões que se estabelecem para trabalhar a Matemática.

A Matemática é uma das ciências mais antigas do mundo e, como defendido até então, fundamental para o nosso dia-a-dia, pois desde o início da humanidade, seguramente, o Homem sentiu a necessidade de agrupar, quantificar, ..., para poder organizar a civilização e controlá-la. Atualmente, os propósitos defendidos para o ensino desta ciência são diferentes dos anteriores, uma vez a Matemática se torna importante, cada vez mais, importante no processo de ensino e aprendizagem a que os alunos são sujeitos.

Segundo o atual PMEB (2013), três finalidades são destacadas para o ensino da Matemática, (1) a estruturação do pensamento, conseguida através da hierarquização de conceitos matemáticos, pois os conceitos mais básicos são a base dos mais complexos; (2) a análise do mundo natural, sem essa análise não conseguiríamos prever acontecimentos nem compreender grande parte dos fenómenos do mundo em que vivemos; e, por fim, (3) a interpretação da sociedade, que vai permitir a todos a prática de uma cidadania consciente e responsável. Para que o anteriormente afirmado seja alcançado, os alunos, na progressão dos ciclos de ensino, devem desenvolver os seus conhecimentos, evoluí-los, pois em cada ciclo é pedido um pouco mais do que trabalharam no anterior, são definidos objetivos diferentes e mais exigentes à passagem de cada ciclo de ensino, para que o processo de ensino e aprendizagem seja produtivo e enriquecedor para os alunos.

Uma forma de tornar a Matemática apelativa, agradável e estimulante para os alunos, é o aspeto lúdico que esta permite abordar no momento da sua exploração. É uma área que permite aprender a partir de jogos e objetos, além dos tradicionais, que,

quando utilizados de forma correta, ajudam os alunos a compreender características matemáticas, conceitos e propriedades (Boavida et al., 2008).

De acordo com Vale (2002; 2011) um dos principais pensamentos em educação matemática é ensinar os estudantes a tornarem-se flexíveis e reflexivos para poderem aplicar os seus conhecimentos matemáticos nas mais variadas situações. Mas também dar a oportunidade de os alunos conectarem a Matemática aprendida de forma informal, fora da escola, com a Matemática formal, que aprendem nas escolas, uma vez que, muitas vezes, conhecendo o passado dos alunos, as suas aprendizagens anteriores, os seus conhecimentos básicos se evitam repetições que tornam a área repetitiva.

Neste sentido, o processo de aprendizagem a que o aluno é sujeito relaciona-se com os significados matemáticos que estes atribuem a todas as atividades que realizam, às relações que estabelecem entre os conhecimentos prévios e aqueles que estão a desenvolver e descobrir como novos e mais evoluídos e com o meio onde se inserem, escola e sociedade (Abrantes, 1995).

Ponte (2002) defende que, em algumas situações, é necessário escutar simplesmente o professor e reproduzir algumas resoluções de exercícios para o desenvolvimento de algumas competências matemáticas, mas não é a forma de as adquirir na totalidade. O autor afirma que o processo de ensino e aprendizagem tem de permitir que os alunos se envolvam em situações de experimentação, investigação, para compreenderem que o “Aprender resulta sobretudo de fazer e de reflectir sobre esse fazer” (p. 41).

Dentro da grande área que é a Matemática, com todas as suas características específicas, encontramos domínios mais pequenos mas que devem ser encarados como um todo pelos alunos, uma vez que os conceitos desenvolvidos em cada domínio se relacionam com os restantes (Boavida et al., 2008). Desta forma, a Matemática engloba vários domínios, os domínios dos Números e Operações, a Geometria e Medida, a Organização e Tratamento de Dados, a Álgebra, etc., que variam consoante o ciclo de ensino em que os alunos se encontram.

No presente relatório darei mais importância ao domínio da Geometria e Medida. Neste sentido, e como referido anteriormente, os alunos quando ingressam no percurso escolar já têm ideias prévias, e as ideias geométricas não são exceção, como comprovam Breda et al. (2011) ao afirmar que

quando chegam à escola as crianças têm já muitas noções intuitivas acerca de espaço e um grande conhecimento das formas, que é preciso continuar a desenvolver. Muitas vezes, a escola em vez de ampliar este conhecimento acaba por voltar a repetir aquilo que as crianças já sabem (p. 9).

Apesar de se defender que o processo de ensino e aprendizagem da Geometria deve ser iniciado com atividades que apresentem um baixo nível de raciocínio, é sempre necessário adequá-las ao grupo de trabalho, pois podemos estar perante alunos que precisam de um maior cuidado e de avançar mais cautelosamente ou alunos que apresentam um nível de raciocínio mais elevado e com os quais é possível, por vezes, saltar alguns passos. Mas, seja como for, com o passar do tempo devem ser exigidos, aos alunos, níveis de raciocínio cada vez mais complexos, para continuar o seu processo de desenvolvimento de forma positiva e significativa. Sem nunca esquecer que “aprender geometria não significa que o aluno apenas reconheça as figuras, mas também as suas relações e as suas propriedades.” (Hoffer, 1997, citado em Passos & Nacarato, 2014, p. 1150).

Apesar de toda a valorização que o ensino da Geometria tem vindo a verificar nas escolas nos últimos anos, ainda é possível afirmar, que em grande parte dos casos e “embora os conteúdos geométricos estejam presentes ao longo dos livros didáticos, os professores optam (...) para deixá-los para o final do ano e, com isso, eles não são ensinados, ou são apresentados aos alunos de forma acelerada e reduzida.” (Passos & Nacarato, 2014, p. 1148). O motivo anterior constitui apenas um dos muitos que contribuíram para o descrédito da Geometria. Segundo Vale (2011), as experiências a que os alunos são sujeitos a nível da Geometria exigem-lhes, normalmente, níveis de raciocínio bastante baixos, levando-os a desenvolver o raciocínio geométrico a um nível muito pouco benéfico, e, assim, representam outro forte motivo para a desvalorização da área da Geometria.

Uma boa forma de aprender geometria e de cativar os alunos para o processo de ensino e aprendizagem, é colocá-los a desenvolver os conceitos através da visualização, coloca-los a pensar visualmente. Uma outra é a forma como a área se apresenta, se nos limitarmos a debitar os conceitos e as propriedades geométricas aos alunos vamos torna-la pouco atrativa, mas se a apresentarmos de forma a estimular a curiosidade dos alunos, a vontade de investigar e descobrirem por si só os conceitos geométricos e as

relações entre as mais variadas propriedades, vamos melhorar a sua receção à área e à sua aprendizagem.

“O fato de alguns tópicos de matemática, em particular da Geometria, apresentar alto grau de abstração que muitas vezes os estudantes não conseguem superar, traz à luz algumas alternativas de estudo aceitáveis tal como é a utilização de Materiais Manipuláveis.” (Pereira & Oliveira, 2011). Os materiais manipuláveis são uma outra forma, cada vez mais utilizada atualmente, de abordar a Geometria e de produzir um ensino de qualidade de forma atrativa para os alunos. Este aspeto será explorado mais pormenorizadamente num dos tópicos que se seguem.

O pensamento geométrico evolui, segundo vários autores (e.g. Vale, 1999; Boavida et al., 2008), de uma forma organizada, onde a passagem para pensamentos mais desenvolvidos só é possível se a ideia que lhe servirá de base estiver completamente desenvolvido. Neste sentido, no final da década de 50, surge um casal, Pierre e Dina van Hiele, que desenvolveu um modelo de ensino e aprendizagem baseado na psicologia da aprendizagem e que propõe que o pensamento geométrico decorre de forma lenta e progressiva (Villiers, 2010).

Os cinco níveis do modelo de aprendizagem de van Hiele são: Nível 1 (visualização) – os alunos entendem o espaço apenas como algo que existe em volta deles, reconhecem as figuras geométricas pela sua forma, pelo que se parecem, não identificando as suas partes ou propriedades, identificam o que é um retângulo porque este se parece com uma porta, por exemplo; Nível 2 (descrição/análise) - os alunos iniciam a análise dos conceitos neste segundo nível, começam aos poucos a distinguir as características e propriedades das figuras geométricas com que trabalham, mas não as relacionam entre si, não relacionam as propriedades de uma determinada figura com as de outra; Nível 3 (dedução informal) - é o nível onde os alunos começam a estabelecer relações relativamente às propriedades de cada figura geométrica e entre figuras diferentes, começam a aglomera-las em classes; Nível 4 (dedução formal) – os alunos entendem geometria como um processo dedutivo; e Nível 5 (rigor) – os alunos estudam os diversos sistemas axiomáticos para a geometria (Ponte & Serrazina, 2000; Villiers, 2010). Dos cinco níveis apresentados, apenas os três primeiros são atingidos a nível escolar e os outros dois destinam-se mais a trabalhos de matemáticos, segundo Vale (2002).

Para além disso, o aluno deve iniciar a exploração geométrica pelo reconhecimento de diversas figuras e diferenciá-las pelo aspeto físico, sendo esta uma abordagem mais intuitiva e experimental do ensino da Geometria, e, só posteriormente, analisá-las e associá-las segundo as relações das diferentes propriedades que cada uma apresenta, segundo uma perspetiva onde as formas dedutivas mais elaboradas se articulam, pela relação da intuição e da dedução (Ponte & Serrazina, 2000).

Triângulos e Paralelogramos

Na sequência do apresentado anteriormente, considero importante situar os conceitos, triângulos e paralelogramos, quer no atual PMEB quer nas Metas Curriculares de Matemática. Assim, tal como referido, o PMEB (2013) encontra-se dividido em quatro domínios de conteúdos, os conceitos apresentados e a sua forma de exploração encontra-se explicitado no domínio da Geometria e Medida (GM) e no conteúdo dos Triângulos e Quadriláteros. Por sua vez, as Metas Curriculares de Matemática encontram-se igualmente divididas em quatro domínios de conteúdos um dos quais o da GM, uma vez que os dois documentos defendem os mesmos objetivos, sendo que um deles é apenas mais específico, concreto, onde estes dois conceitos são apresentados. Mais concretamente, estes dois conceitos, dentro do domínio de conteúdo onde são inseridos, encontram-se referenciados no subdomínio das Propriedades Geométricas e no segundo de três objetivos gerais “Reconhecer propriedades de Triângulos e paralelogramos.” (Bivar et al., 2012, p. 32)

“Os triângulos são das figuras mais simples de estudar. Mesmo as crianças do Pré-Escolar conseguem distinguir triângulos de quadriláteros e de círculos desde que não estejam presentes casos muito complicados (paralelogramos, por exemplo).” (Matos & Serrazina, 1988, p. 55). Desta forma, são uma das figuras geométricas mais ricas para trabalhar com os alunos, para realizar investigações diferentes das já existentes e, assim, descobrir novas relações, por todas as características que os distinguem e, por outro lado, os aproximam, uma vez que muitas das classificações adotadas para os triângulos se relacionam umas com as outras, não são estanques, existe sempre alguma exceção ou um caso especial (Matos & Serrazina, 1988). Não são apenas os triângulos que apresentam uma riqueza a nível da descoberta das suas

classificações, os quadriláteros, dos quais fazem parte os paralelogramos, são também um belo exemplo da grande riqueza que a investigação geométrica apresenta.

“Para se chegar à compreensão da necessidade de classificar figuras da forma como é usual na geometria euclidiana, é necessário ter compreendido as suas vantagens matemáticas.” (Matos & Serrazina, 1988, p. 45). Os alunos devem ter vontade de conhecer as figuras geométricas que estudam, para compreenderem o porquê de as organizarem de determinada forma, para serem capazes de concluir as ligações existentes entre elas mas, acima de tudo, devem ser capazes de reconhecer que se as figuras e as suas classificações não forem compreendidas e clarificadas nunca vão compreender o significado de muitas afirmações e descobertas na sala de aula.

Os triângulos e os paralelogramos são atualmente lecionados de uma forma sequencial, ou seja, em quase todos os manuais escolares de 5º ano estes dois temas se encontram seguidos.

Materiais manipuláveis e a aprendizagem na sala de aula

“A presença de materiais didáticos nas aulas de matemática vem sendo incentivada e, atualmente, é impossível que se discuta o ensino desta ciência sem citar esse recurso de ensino.” (Gaertner, Stopassoli, & Oechsler, 2007, p. 2)

De qualquer forma, os materiais didáticos levantam muita controvérsia sobre a sua utilização e importância na sala de aula como instrumento facilitador da aprendizagem dos alunos e, apesar de existirem há muito tempo, a sua utilização é por vezes negligenciada pelos docentes. Quer pela visão tradicional existente sobre a Matemática, quer pela preparação que exigem por parte do docente, pois este tem de conhecer o material que vai utilizar e reconhecer as suas limitações e potencialidades. As limitações que os materiais utilizados apresentam não devem passar despercebidas aos professores, uma vez que se não forem tidas em atenção, a experiência que se pretendia rica para os alunos, pode, rapidamente, tornar-se em algo frustrante.

Para além destas razões uma outra é trazida à discussão e que os professores referem como sendo apenas mais um fator que contribui para a fraca utilização destes materiais, a escassa disponibilidade destes recursos nas escolas. Desta forma, quando

os professores não dispõem destes materiais a sua utilização fica em causa (Abreu, 2013).

É, também, importante reter que se o material manipulável for utilizado de forma incorreta a experiência dos alunos é igualmente frustrante, tanto para os alunos como para os professores que estão a orientar os alunos, pois não se está a adquirir o conhecimento esperado. Esta má utilização do material pode advir não só por não se ter em causa as suas limitações como pela má explicação do seu manuseamento (Gaertener et al., 2007, p. 3).

A utilização de um material na sala de aula que vise ajudar a promover nos alunos novas aprendizagens requer uma exploração, não basta os alunos observarem a sua manipulação pelo professor para serem capazes de elaborar conjeturas e (re)construírem novos conceitos matemáticos (Ponte & Serrazina, 2000). Se o aluno estiver a manusear o material sem lhe conhecer o objetivo ou sem conhecer que este lhe vai proporcionar as aprendizagens adquiridas não serão significativas (Ponte & Serrazina, 2000). “O acto de manipular permite ao aluno experimentar padrões e relações que são o foco da matemática” (Vale, 2002, p. 22).

Segundo Vale e Barbosa (2014), a utilização de materiais concretos na sala de aula remonta a tempos bastante longínquos, tendo tido altos e baixos sobre o que utilizar ao ensino da Matemática.

Muitas são as definições que se podem encontrar para os materiais concretos utilizados na sala de aula, fala-se, por exemplo, de materiais didáticos, materiais manipuláveis, entre outros, e, por vezes, cometem-se alguns erros na sua distinção, misturando os materiais e denominando-os como sendo aquilo que não são (Botas & Moreira, 2013). Desta forma, é importante distinguir os diferentes tipos de materiais referidos previamente.

Segundo Vale (2002), os materiais didáticos são todos os materiais a que recorreremos durante o processo de ensino-aprendizagem da Matemática e que promovem e estimulam novas aprendizagens nos alunos. Dentro deste conjunto, é possível afirmar, que, de todos os materiais didáticos a que o professor tem acesso, o manual escolar é o recurso mais utilizado. Estes incluem todos os materiais utilizados na sala de aula, logo, podem dividir-se em três grupos, concretos, simbólicos e pictoriais, estando cada um relacionado com o outro (Vale, 2002).

Os materiais simbólicos são aqueles que permitem que os alunos ouçam, leiam e escrevam com papel e lápis; permitem uma representação de uma ideia matemática através de numerais e sinais aceites universalmente e que indicam uma operação ou relação matemática. Os pictoriais, tal como o nome indica, relacionam-se com imagens, permitem que os alunos observem apresentações audiovisuais, observem demonstrações pelo professor ou usem desenhos ou imagens de materiais concretos. Os materiais pictoriais são os desenhos dos materiais concretos, aparecem, por exemplo, quando o aluno é confrontado com uma tarefa onde o material multibase está desenhado e não palpável. Por fim, os materiais concretos são os que permitem que os alunos trabalhem em contacto direto com eles; permitem uma representação de uma ideia matemática através de objetos a três dimensões.

Estes últimos incluem outra distinção entre os materiais que são utilizados na sala de aula: os materiais comuns e os materiais educacionais. Os materiais comuns, tal como o nome indica, são aqueles que se encontram disponíveis diariamente, com diversas utilidades, mas que podem ser utilizados na aula de Matemática para produzir conhecimento matemático. Por outro lado, os materiais educacionais são aqueles que se constroem exclusivamente para o uso dentro da sala de aula, com o objetivo específico de facilitar a aprendizagem de determinados conceitos pelos alunos. Apesar de distintos, ambos os materiais dão um grande contributo ao ensino da Matemática e pela motivação que geram nos alunos, ao compreenderem que não são apenas os materiais desenvolvidos especificamente para a área da Matemática que os auxilia na descoberta de conceitos, mas também aqueles que, muitas vezes, estão presentes no seu dia-a-dia (Vale, 2002).

É no conjunto dos materiais concretos que aparecem os materiais manipuláveis, uma vez que estão inseridos neste conjunto, logo, podemos dizer que os materiais manipuláveis são materiais concretos, mas importa ressaltar que nem todos os materiais concretos são materiais manipuláveis. Uma vez que, para um material ser manipulável, deve permitir a sua manipulação e o envolvimento ativo dos alunos e existem materiais concretos que não o permitem, tal como o livro de texto, é um material concreto mas não é considerado um material manipulável, por não permitir a sua manipulação, no sentido de que não é por passar as páginas que se produz conhecimento (Vale, 2002).

Neste sentido, os materiais manipuláveis podem ser entendidos como todos os objetos a que podemos recorrer com o intuito de promover o processo de ensino e aprendizagem, quer tenha sido ou não construído com este propósito (Vale, 2002)

Segundo Breda et al. (2011), os materiais manipuláveis, como por exemplo o geoplano, o tangram, as formas poligonais, os *polydrons* ou os policubos, têm um papel fundamental para o processo de ensino e aprendizagem dos alunos, funcionando como mediadores da aprendizagem de diversos temas geométricos, juntamente com os materiais próprios do tema, como são exemplo os materiais de desenho.

Desta forma, os materiais manipuláveis devem ser trabalhados pelos alunos, sempre com a orientação do professor da disciplina, para que seja fornecida aos alunos a informação do objetivo da tarefa, dos conceitos matemáticos que devem desenvolver. Acima de tudo os objetivos são muito importantes, pois quando o aluno se lança “às cegas” no desenvolvimento de uma atividade sem compreender o seu significado, muitos são os perigos que podem advir dessa situação (Boavida et al., 2008). Um antigo provérbio chinês é representativo da importância de serem os alunos a trabalharem com os materiais, “Se ouço, esqueço; se vejo, lembro; se faço, compreendo”, o que vem salientar que os alunos aprendem se mexerem e experimentarem.

Ainda no sentido do afirmado anteriormente, relativamente à importância do acompanhamento do professor quando os alunos estão a trabalhar com materiais manipuláveis, importa salientar que o facto de utilizar materiais manipuláveis, por si só, não constitui “... uma garantia de haver aprendizagem significativa” (Vale, 2002, p. 19). Este aspeto torna toda a manipulação de materiais numa questão fulcral e que vários autores referem como algo importantíssimo quando se considera utilizar materiais manipuláveis na sala de aula para auxiliar os alunos.

Estes representam um poderosíssimo e privilegiado recurso a ter em atenção e que pode, e deve, ser utilizado na sala de aula para auxiliar grande parte do processo de aprendizagem a que os alunos são sujeitos e como ponto de partida para a realização de muitas tarefas na sala de aula (e.g. Oliveira, 2010; Vale & Barbosa, 2014).

Assim, os alunos devem manipular o material destinado à resolução a determinada tarefa, elaborar conjeturas e, acima de tudo, desenvolver discussões críticas e interpretativas sobre a sua manipulação e as conjeturas elaboradas inicialmente, para atribuírem significados matemáticos, conceitos matemáticos, a todo

o trabalho que realizaram. Caso contrário, existe o perigo de os alunos se ficarem apenas pela manipulação e não serem capazes de produzir novas aprendizagens, tornando a atividade obsoleta (Vale, 2002).

Neste ponto torna-se importante frisar o facto de que quanto mais significativa for a experiência para os alunos mais significativa se vai tornar a aprendizagem pois vão reconhecer que a atividade os ajudou a desenvolver novos conceitos matemáticos ou até mesmo a solidificar alguns aprendidos anteriormente, mas que não tinham sido completamente compreendidos.

O mais importante é que os alunos sejam capazes de separar os conceitos matemáticos da atividade que estão a realizar, ou seja, que os alunos sejam capazes de compreender que o material utilizado foi apenas um meio, um auxílio, para atingirem determinados objetivos e não o único meio de adquirir um conceito específico.

Um outro aspeto que se deve ter em conta, aquando da utilização de materiais manipuláveis, é que a sua utilização em diferentes tarefas obriga a uma flexibilidade por parte do professor e a um grande domínio sobre estes, por exigirem um grande rigor na sua utilização e por provocarem um pouco mais de ruído e bastante mais participação por parte dos alunos (Abreu, 2013, pp. 9 - 13). Contudo, importa salientar que os materiais, quando utilizados com regularidade e de forma ativa pelos alunos, originam cada vez menos distração e confusão na sala de aula, uma vez que os alunos os passarão a ver como um instrumento de trabalho e não como um "brinquedo" (Vale, 2002).

Apesar de a maior parte dos estudos, realizados até então, ser inconclusivo relativamente aos benefícios da utilização dos materiais, muitos são os autores (e. g. Matos & Serrazina, 1996) que afirmam que as evidências existentes em alguns deles são bastante fortes. Uma vez que encaminham o pensamento de quem os analisa e as suas conclusões no sentido de que a sua utilização favorece a aprendizagem e o desenvolvimento cognitivo dos alunos, por envolvê-los, de forma positiva, na disciplina e em todas as atividades em que os manipuláveis são utilizados.

Papel e tesoura

O papel e a tesoura representam um material manipulável de uso comum, ou seja, ambos são materiais que não foram concebidos especificamente com o intuito de

desenvolver um conceito matemático, ou com qualquer objetivo educacional. Apesar disto, se devidamente trabalhados, podem ser utilizados com essa finalidade, tal como acontece com muitos outros materiais de uso comum utilizados em contexto de sala de aula para auxiliar o desenvolvimento de algum conceito e facilitar o processo de ensino e aprendizagem a que os alunos são sujeitos, como por exemplo as pedras, os paus, as linhas, etc.

Estes dois materiais permitem aos alunos criarem recortes e dobragens, o que lhes possibilita, em muitas ocasiões, trabalhar alguns conceitos matemáticos a três dimensões, descobrir regularidades e até mesmo características de algumas figuras geométricas que não iriam ser capazes de descobrir se continuassem a trabalhar apenas a duas dimensões, se continuassem somente a realizar desenhos.

O desenho, por ser algo que não se pode manipular, torna os conceitos matemáticos muito abstratos, para os alunos, quando está provado que estes aprendem melhor se trabalharem com o comum, com aquilo que visualizam diariamente, com aquilo em que podem mexer, em momentos iniciais e só depois têm a capacidade para passar esses novos conhecimentos para o mundo abstrato da Matemática (Vale, 2002).

Desta forma, o desenho continua a ser uma boa forma de os alunos aprenderem, mas deve ser utilizada numa fase posterior, como registo daquilo que investigaram.

Tanto o papel e a tesoura são materiais há muito disponíveis, podendo ser utilizados por muitos professores como um meio para os alunos poderem construir formas geométrica e trabalharem-nas a nível tátil. Permitem manipular figuras que estavam habituados a ver apenas nos livros e que em nada os ajudavam no processo de ensino aprendizagem. São materiais muito utilizados em sala de aula, por serem bastante acessíveis a nível económico, para professores e alunos, permitindo através da dobragem e/ou recortes visualizar determinados conceitos de uma forma mais clara e significativa.

Tangram

O Tangram é um quebra-cabeças chinês, de origem milenar, e que apresenta múltiplas funcionalidades para o processo de ensino e aprendizagem da Matemática, principalmente na área da Geometria e Medida.

É um material manipulável que contribui para o desenvolvimento do raciocínio lógico dos alunos e da noção de espaço que cada um tem, pelas diferentes dimensões que as suas peças apresentam. O Tangram desenvolve a imaginação dos alunos, pela estimulação da criatividade em criar novas figuras e pela competição, saudável, que se pode estabelecer, levando os alunos a criar novas imagens e a relacioná-las com a Matemática.

A história, ou lenda, que se conta para explicar a origem do Tangram não é muito clara, por existirem várias versões do que realmente aconteceu. Desde um chinês que derrubou um ladrilho quadrado e o partiu em vários pedaços, até o mesmo chinês ter partido um espelho no qual se admirava e não um ladrilho, ou a de um pobre homem que tentava consertar um quadrado de porcelana. O importante é que este material representa um objeto de brincar e aprender que quase todos conhecemos e já manipulamos em algum momento das nossas vidas.

Apesar das diferentes lendas, todas são coerentes em dois aspetos, no facto de os intervenientes compreenderem a utilidade dos cacos do material partido e na quantidade e forma das peças que constituem este material.

O Tangram chinês é constituído por sete peças, cinco triângulos retângulos isósceles (dois grandes, que representam, cada um, um quarto do quadrado de onde se construiu o Tangram, um médio, que representa um oitavo do Tangram completo, e dois pequenos, que representam um dezasseis avos do Tangram, cada um), um quadrado e um paralelogramo, que representam, cada um, um oitavo do Tangram.

O material aqui referido apresenta apenas algumas regras básicas a ter em conta aquando da sua utilização, a de serem utilizadas todas as peças, sete, a de que nenhuma se sobreponha a outra e se toquem sempre, nem que seja apenas nos vértices e de serem utilizadas deitadas sobre uma superfície.

O Tangram é um material manipulável utilizado por muitos professores de Matemática ao longo do processo de ensino e aprendizagem com os alunos por ser um método de trabalhar a geometria de forma lúdica e permitir a aprendizagem em modo de “brincadeira”, uma vez que facilita o reconhecimento de algumas figuras geométricas e algumas das suas características. Permite comparar figuras congruentes e compreender que algumas das figuras que o constituem são equivalentes e o porquê de assim o serem, o significado deste conceito, entre outros objetivos.

Por fim, é de salientar que o Tangram é um material de fácil construção, tanto para alunos como professores, daí ser tão utilizado em sala de aula. Desta forma, como afirmado anteriormente, os alunos valorizam mais um material quando são eles próprios a construí-lo, tirando mais proveito e tornando mais significativas as aprendizagens que o “seu” material os ajudou a desenvolver (Vale & Barbosa, 2014).

Geoplano e papel ponteadado

O Geoplano é um material usado como recurso auxiliar no ensino das figuras e formas geométricas planas, sendo um excelente meio para as crianças explorarem problemas geométricos (Matos & Serrazina, 1988) mas também pode ser utilizado para trabalhar conceitos geométricos específicos, quer de forma isolada ou interligada, como por exemplo o de perímetro e área de uma figura.

Os geoplanos são utilizados pelos professores, em muitos casos, por possibilitar que os alunos, individualmente, inventem, testem conjeturas, explorem e descubram conceitos matemáticos. E também por favorecerem a visualização e a comparação de figuras geométricas, em posições diferentes, e a identificação de algumas propriedades destas, através da visualização e discussão de conjeturas (Bolzan, 2008).

É um material que, inicialmente, foi construído com um tabuleiro quadrado com uma série de pregos colocados, tanto na horizontal como na vertical, sempre à mesma distância, formando sempre linhas paralelas. Este material é construído com bastante facilidade pelos alunos, o que vai levá-los a valorizar o material e a atribuir mais importâncias às aprendizagens daí provenientes, como defendido por Marques (2013).

O geoplano é um material educacional o que significa que foi desenvolvido, exclusivamente, numa vertente educacional, com o objetivo de auxiliar os alunos a desenvolverem conceitos matemáticos. E, para além disso, é sem dúvida um material manipulável, uma vez que representa um objeto que se pode tocar, movimentar e por permitir a sua manipulação, uma vez que os alunos, com bastante facilidade, movem os elásticos para formar outras figuras geométricas e trabalharem outros conceitos matemáticos (Vale, 1999).

O geoplano pode apresentar várias dimensões, 3x3, 5x5 e 10x10, embora o de 5x5 seja o mais utilizado em sala de aula, por não ser demasiado grande para os alunos

transportarem diariamente, nem ser demasiado pequeno que não permita a exploração de uma maior variedade de situações.

O geoplano é um modelo matemático que oferece um apoio elementar e uma etapa para o caminho da abstração, por proporcionar uma experiência geométrica e algébrica rica ao estudante (Sousa, 2010). Neste sentido, o estudante deve utilizar o geoplano quando inicia a exploração sobre um determinado conceito matemático, e o papel ponteadado, que representa o geoplano, onde o aluno regista as várias experiências realizadas com a ajuda dos elásticos no geoplano.

Estudos empíricos

Para o desenvolvimento do presente estudo, verificou-se necessária a realização de uma pesquisa sobre os estudos existentes e relacionados principalmente com triângulos e com paralelogramos, assim como com a utilização de materiais manipuláveis. Contudo, os poucos estudos encontrados são diversificados, aplicados em anos escolares diferentes e abordam temas igualmente distintos dos selecionados e trabalhados neste estudo. Assim, selecionaram-se apenas cinco estudos, por se aproximarem mais dos objetivos propostos para esta investigação, que se apresentam sumariamente de seguida.

O estudo desenvolvido por Velosa (2008) pretende compreender como é que alunos do 7º ano de escolaridade, quando utilizam materiais manipuláveis, adquirem conhecimentos geométricos e como se apropriam de novos conceitos de Geometria. Assim, concluiu que a introdução e utilização de materiais manipuláveis diversificados na sala de aula favorecem o processo de ensino e aprendizagem da Matemática, que os alunos se demonstram, constantemente, mais motivados, interessados e entusiasmados aquando da realização das tarefas que utilizem materiais manipuláveis e que o papel do professor para o sucesso das tarefas com manipuláveis é muito importante, uma vez que todas devem ser preparadas de forma cuidadosa, para garantirem qualidade no processo de ensino e aprendizagem aos alunos e desafiarem os alunos de formas variadas.

Oliveira (2010) apresenta um estudo focado em alunos do 7º ano de escolaridade, com um *design* de estudo de caso e com o objetivo de compreender,

conhecer e analisar, na perspectiva dos alunos e da professora/investigadora, as principais causas de sucesso e insucesso na área da Matemática e o de compreender se a utilização de recursos didáticos diversificados ajudam os alunos a obter melhores resultados e a aprenderem Matemática de forma significativa. Assim, a autora concluiu que, quer para os professores, para os alunos, para as escolas e comunidades educativas, existem diferentes causas que levam ao insucesso verificado na área da Matemática ao longo dos anos. A falta da utilização de recursos didáticos, diversificados e existentes em maior número com o passar e o evoluir dos tempos, nas aulas de Matemática não ajuda a incutir interesse e motivação nos participantes e, por isso, o processo de ensino e aprendizagem de novos conteúdos tradicional mantém as aulas maçadoras e em nada diferentes das de há uns anos atrás, em que os recursos didáticos disponíveis eram bastante escassos e pouco esclarecedores para os professores os utilizarem com confiança. Relativamente aos alunos, Oliveira (2010) assinala como causa principal do insucesso da Matemática a falta de interesse pelos conteúdos lecionados, a pouca atenção e tempo dedicado à sua exploração. Por outro lado, no que aos professores diz respeito, é concluído que a falta de pré-requisitos para lecionar Matemática, a desmotivação para ensinar uma disciplina que poucos alunos têm gosto em aprender e os poucos métodos e hábitos de trabalhos são as principais causas encontradas para o insucesso da disciplina de Matemática.

Por sua vez, Pinheiro (2012), que realizou um estudo de caso numa turma do 6º ano de escolaridade, tentou compreender a forma como os materiais manipuláveis contribuem para o desenvolvimento do pensamento geométrico, mais especificamente num contexto de isometrias. Pretendia, mais particularmente, compreender se a aquisição de conteúdos geométricos relacionados com as isometrias é facilitada pela utilização dos materiais manipuláveis. A autora concluiu, através dos dados obtidos, que a utilização de materiais manipuláveis facilita e potencia a representação e descrição de ideias e conceitos matemáticos, levando a uma melhor compreensão das propriedades das isometrias. Apesar de ser com a utilização dos materiais manipuláveis que as aprendizagens são facilitadas e potenciadas, os alunos, em algumas situações, começam a descartá-los, principalmente quando já dominam o conceito que o material pretende trabalhar e quando encontram uma forma mais rápida de resolver as tarefas. Este caso em concreto foi verificado pela autora em alunos com melhores resultados à disciplina.

Uma outra conclusão a que Pinheiro (2012) chegou foi o facto de a utilização destes materiais didáticos levarem a um maior envolvimento dos alunos nas aulas em que estes estão presentes, provando-se mais motivados, por coloca-los em situações de comunicação e argumentação oral.

Marques (2013) desenvolveu a sua investigação numa turma do 1º Ciclo do EB. O estudo recolheu e analisou dados da totalidade dos alunos e tinha como objetivo compreender quais as vantagens que surgem da utilização dos materiais manipuláveis e quais os materiais existentes e que podiam ser construídos em sala de aula pelos alunos, levando-os a um maior envolvimento e empenho na realização das tarefas e em toda a aula. A análise dos dados recolhidos levou a autora a concluir que a utilização de alguns materiais didáticos, como por exemplo os sólidos geométricos, e não a simples utilização dos desenhos destes, possibilitaram aos alunos uma descoberta mais rápida das características e propriedades de cada um. Concluiu também que os alunos estavam mais motivados, interessados e entusiasmados por lhes ser dada a oportunidade de construir o seu próprio conhecimento matemático de forma autónoma e que os alunos que demonstravam um aproveitamento matemático mais baixo ficaram mais motivados e seguros do seu trabalho, ajudando-os a desenvolver uma maior e melhor autonomia de trabalho e até a melhorar os seus resultados matemáticos.

Por último, o estudo desenvolvido por Abreu (2013) com uma turma de alunos do 9º ano de escolaridade pretendia compreender como é que utilizavam os materiais manipuláveis para aprender conceitos geométricos, quais as dificuldades reveladas aquando da utilização dos mesmos e a relação, indicada pelos alunos, entre os materiais manipuláveis e as aprendizagens em geometria. Desta forma, as conclusões do estudo indicam que nas tarefas em que os materiais a utilizar não eram explícitos os alunos revelaram dúvidas e tinham de os experimentar até encontrar o mais adequado. Logo, a autora, concluiu que a utilização de materiais manipuláveis deve ser acompanhada de um objetivo específico e que a utilização facilitou a construção dos conteúdos geométricos e a reflexão das ações sobre todos os processos matemáticos mobilizados para cada tarefa. As principais dificuldades detetadas relacionavam os conceitos de forma isolada com o material utilizado para a sua exploração, ou seja, se determinado conceito, como por exemplo os eixos de simetria, era mais complicado para os alunos, por existir falta de conhecimento sobre o tema, a manipulação do material iria ser

igualmente complicada. Também a falta de autonomia da turma, por serem muito dependentes de um feedback constante, representa uma das dificuldades encontradas, uma vez que por serem dependentes do professor não conseguiam elaborar conjeturas em tempo útil, precisando de mais tempo para a realização da tarefa, que se não fosse disponibilizado, levava os alunos a cometer erros e a descuidarem aspetos importantes para o desenvolvimento das tarefas. Por fim, os alunos indicaram que a utilização dos materiais ajudou a melhorar a sua motivação para aprender Matemática, encarando-os como um meio incentivador e referindo que promovem uma aprendizagem eficaz e que diminuem o grau de dificuldade das tarefas. Mas referem também que a sua utilização, em sala de aula, representa um meio de distração e barulho entre os alunos, destabilizando a organização das aulas em que estes participam.

CAPÍTULO III – METODOLOGIA

O terceiro capítulo direciona-se para a apresentação das opções metodológicas adotadas ao longo de todo o estudo, de forma a ficarem claros os procedimentos e instrumentos utilizados, tanto na recolha de dados como na sua análise.

Opções metodológicas

Atendendo a que o problema a estudar e as questões a responder influenciam, diretamente, o tipo de metodologia a adotar, optou-se no presente estudo por uma metodologia qualitativa.

Assim sendo, importa salientar que este tipo de investigação, ao incidir sobre vários aspetos da vida educativa, visa responder a problemas que ajudem a melhorar as aprendizagens dos alunos e a relação destes com a escola e com os professores.

A investigação qualitativa é muito utilizada em investigações educacionais, uma vez que, com este tipo de investigação, para além do acontecimento e da ação analisada, se tem em atenção o contexto onde esta ocorreu e qual a sua influência.

Na investigação qualitativa privilegia-se o estudo dos acontecimentos observados em contexto real, ou seja, neste caso o estudo de alunos em contexto de sala de aula, uma vez que só assim se consegue observar, escutar, registar, etc., tudo o que pode ajudar a compreender o problema em estudo. Ao iniciar uma investigação qualitativa, todos têm de ter conhecimento que os resultados a obter são desconhecidos, que estes são direcionados no sentido das influências criadas, pelo investigador ou pelo meio envolvente (Bogdan & Biklen, 1994).

Segundo Bogdan e Biklen (1994), a investigação qualitativa assenta em cinco princípios básicos, mas nem todas as investigações qualitativas precisam de se orientar segundo todos os princípios, podendo mesmo existir investigação qualitativa sem o recurso a qualquer um dos cinco princípios. As cinco características para a investigação qualitativa defendidas por Bogdan e Biklen (1994) assentam no seguinte: (1) na investigação qualitativa a fonte direta de dados é o ambiente natural, ou seja, para a investigação qualitativa é essencial ter em atenção o ambiente onde esta vai decorrer,

o seu contexto e a sua influência sobre os objetos de estudo; (2) a investigação qualitativa é descritiva, o que quer dizer que se deve ter o cuidado de se apresentarem os dados de forma cuidadosa sem ter receio de o trabalho se tornar extenso devido a este aspeto; (3) os investigadores qualitativos interessam-se mais pelo processo do que simplesmente pelos resultados ou produtos e, neste sentido, os resultados não são idealizados nem pré-concebidos, o importante é compreender a forma como se obtém determinados resultados, o porquê de determinada situação acontecer, o que a provocou; (4) os investigadores qualitativos tendem a analisar os seus dados de forma indutiva, esta característica é importante pelo facto de ser aquela que permite analisar os dados recolhidos e, só a partir dessa análise, partir para a apresentação e formulação de resultados, uma vez que são os dados que vão fornecer ao investigador o fio condutor para este conseguir obter um resultado, uma resposta aos seus problemas; e (5) o significado é de importância vital na abordagem qualitativa, uma vez que a opinião dos participantes é tão, ou mais, importante que a interpretação que o investigador faz dos dados, pois neste tipo de investigação é essencial que se apresentem os diversos pontos de vista de forma adequada e coerente.

Assim, para que uma investigação qualitativa seja considerada de qualidade é necessário que o investigador que a implementa o faça com responsabilidade, que esteja completamente dentro do tema do estudo para conseguir retirar informações de dados que, por vezes, podem passar despercebidos àqueles que não dominam o tema.

Tal como referido anteriormente, o investigador assume, neste tipo de investigação, um papel de grande realce, uma vez que é ele quem recolhe a maioria dos dados, por estar inserido no contexto, no “campo”, ao longo de toda a investigação, e compreende melhor a forma como os objetos de estudo encaram cada situação, como se deixam influenciar pelo meio, entre muitas outras situações que apenas quem está envolvido na situação consegue aperceber-se.

Posto isto, é possível afirmar que o objetivo principal de uma investigação qualitativa é analisar o comportamento, o percurso das pessoas ou objetos para atingirem determinados objetivos, uma vez que o mais importante é o meio e não o fim, por este não nos permitir compreender as dificuldades e todos os obstáculos ultrapassados pelo objeto do estudo/pessoa, acima de tudo não permite compreender a forma utilizada para se seguir em frente quando determinado acontecimento se

interpôs no nosso caminho e nos obriga a alterar as metas iniciais (Bogdan & Biklen, 1994).

Com o presente estudo pretendia-se compreender se os materiais manipuláveis ajudam os alunos a adquirir novas aprendizagens, relacionadas com o tema “Triângulos e quadriláteros”, de forma autónoma e se tornam as aulas mais cativantes.

Neste sentido, os “processos de observar, registar, analisar, reflectir, dialogar e repensar ...” (Vale, 2004, p. 5) são os aspetos essenciais que pretendo seguir para compreender se os objetivos são alcançados, uma vez que o objetivo deste trabalho é “compreender” a importância, ou não, da utilização de materiais num contexto específico.

Para este estudo, optou-se pelo *design* de estudo de caso qualitativo, uma vez que o objetivo é compreender em profundidade o “como” e os “porquês” dos vários indivíduos estudados e por ser o método mais utilizado em investigações no âmbito da educação matemática, quando a intenção é responder a questões relacionadas com as aprendizagens dos alunos e das práticas profissionais dos professor (Ponte, 2006).

Um estudo de caso apresenta todas as características que pretendo preservar no meu estudo, como Ponte (2006) afirma, um estudo de caso baseia-se imenso no trabalho de campo e na análise de documentos e apresenta um forte cunho descritivo. Apesar de ser fortemente descritivo, um estudo de caso não se caracteriza apenas por essa característica, mas sim pelo agrupamento de muitas outras. Segundo Merriam (1988, citada por Vale 2004, p. 20) “um estudo de caso é uma descrição analítica, intensa, globalizante e holística de um fenómeno limitado”.

Um estudo de caso coloca em foco uma situação, interroga-a, confronta-a com outras que já existem e levanta questões que nunca foram trabalhadas anteriormente que podem, assim, ser utilizadas em futuras investigações. Uma vez que a ideia é compreender as situações estudadas, sem influenciar os comportamentos dos participantes, uma vez que não se conhece o que vai acontecer.

O facto de se desconhecerem os resultados finais permite aos investigadores surpreenderem-se com as conclusões finais e, acima de tudo, focar-se no que mais importa neste tipo de investigação, responder às questões de “como” e “porquê”, pois o controlo que têm sobre os acontecimentos é quase nulo (Yin, 1989, referido por Vale, 2004, p. 139).

Apesar da metodologia qualitativa não estar preocupada com a generalização, muitos são os autores que defendem que o mais importante quando se realiza um estudo de caso qualitativo é a observação de um contexto de forma pormenorizada, de um indivíduo, que vai apresentar soluções e levantar questões não estudadas anteriormente, e que o investigador não está tão preocupado com os resultados, mas sim com o processo utilizados para resolver situações, com a forma como o objeto de estudo, o indivíduo dá sentido às diversas experimentações a que está sujeito durante todo o estudo (Bogdan & Biklen, 1994; Vale, 2004).

Por tudo o apresentado anteriormente e como o objetivo da presente investigação é a compreensão do contributo dos materiais manipuláveis aos alunos na aprendizagem de um dos tópicos da Geometria, opta-se por uma investigação qualitativa no *design* de estudo de caso.

Participantes

Como referido anteriormente, o estudo decorreu numa turma com 23 alunos do 5º ano de escolaridade, com um aproveitamento escolar baixo e uniforme entre todos os alunos. As aulas, por vezes, eram um pouco barulhentas, por serem uma turma bastante efusiva, conversadora e todos quererem expor as suas opiniões em simultâneo.

Como participantes para o estudo optei, inicialmente, por escolher cinco alunos que foram selecionados de acordo com alguns critérios, sendo eles a sua facilidade de expressão oral, os desempenhos diferenciados a Matemática, a disponibilidade para participarem no estudo.

À medida que a intervenção didática decorria fiquei com dois alunos, uma vez que os outros não estavam a acrescentar nada de novo ao problema em estudo, além de que era difícil fazer um acompanhamento profundo de todos, uma vez que se pretendia compreender a forma como a utilização dos materiais manipuláveis auxilia os alunos no desenvolvimento das suas aprendizagens. Deste modo, selecionou-se a Margarida e a Leonor, nomes fictícios para salvaguardar o anonimato dos alunos.

Os casos, bem como a turma no geral, tinham autorização dos encarregados de educação (anexo 1) para participarem no estudo, para poderem ser filmados e

fotografados, entrevistados e para que fossem recolhidos documentos variados de sua própria produção, assim como as fichas de trabalho de todas as tarefas descritas no capítulo da Intervenção Didática, apresentado de seguida.

Procedimentos do estudo

O estudo em análise ocorreu entre 14 de abril de 2015 e 5 de maio de 2015, com uma turma do 5º ano de escolaridade do EB, no decorrer do ensino de toda a unidade didática “Triângulos e paralelogramos”, sendo depois necessários outros dias para a implementação de novas tarefas e outras atividades. Desta forma, todos os dados recolhidos ocorreram em ambiente natural de sala de aula e na área da Matemática.

O desenvolvimento do estudo decorreu segundo três fases de desenvolvimento previstas e completamente distintas, uma vez que cada fase influencia o estudo e a sua evolução a ritmos diferentes. Antes de partir para a implementação do estudo foi necessária uma fase de planeamento, iniciado com a seleção do problema a trabalhar e que orienta todas as fases seguintes.

A primeira fase do estudo remete para uma série de observações realizadas na turma selecionada para o desenvolvimento do estudo. As observações decorreram durante cerca de seis semanas, sendo que as primeiras três foram lecionadas pelo POC e as últimas três pelo meu par de estágio. Esta fase permitiu-me observar a turma, o seu funcionamento, desde o comportamento dos alunos aos hábitos de trabalho que mantinham, conhecer o aproveitamento escolar do coletivo e de alguns alunos em especial, por se mostrarem alunos com os quais deveria ter mais atenção e cuidado nas aulas. Para além disto, considero que o período atribuído às observações foi uma mais-valia, por me possibilitar a observação de estratégias de ensino e aprendizagem variadas, implementadas tanto pelo POC como pelo par de estágio, e definir algumas estratégias que levaram os alunos a resultados positivos e a um maior aproveitamento escolar. Este foi o período dedicado, também, ao planeamento das aulas que implementaria no momento das regências, à seleção das tarefas a analisar e utilizar nas conclusões do estudo e da seleção dos métodos de recolha de dados que melhor se adequavam à turma em análise. Os tópicos de trabalho para as minhas regências foram-me atribuídos, pelo POC, logo nas primeiras semanas de observação, permitindo-me

automaticamente iniciar uma pesquisa sobre os temas e conhecer, desde logo, os maiores desafios que me seriam colocados, enquanto docente e aos alunos, uma vez que a literatura afirma que os alunos, desde sempre, demonstram muitas dificuldades no processo de ensino e aprendizagem da Geometria.

A segunda fase do estudo centra-se na regência das aulas, referidas em cima, ao longo de três semanas, onde também realizei algumas observações do comportamento que os alunos mantinham para adequar o meu trabalho e produzir aprendizagens significativas em todos os alunos. Este período destinava-se, também, à recolha do maior número de dados, à recolha de informação em grande quantidade, que, acima de tudo, contribuísse, de forma positiva, para o estudo. Como já foi referido, a teoria é completamente diferente da prática e, apesar de uma planificação cuidada e rigorosa de todas as aulas lecionadas, com o passar do tempo, todas precisavam de adaptações, por compreender que determinado tema levantava mais dúvidas aos alunos, necessitando de mais tempo na sua exploração e outros temas não despendiam, por vezes, o tempo planeado para a sua exploração. Todas as alterações realizadas foram pensadas e implementadas para melhorar o estudo e, acima de tudo, o aproveitamento escolar dos alunos.

Praticamente todas as aulas onde as tarefas foram implementadas foram gravadas, com formato de imagem e de áudio, para que alguns dados que passassem despercebidos pudessem ser analisados posteriormente, ao mesmo tempo que iam sendo tiradas algumas fotografias captando, mais ao pormenor, o manuseamento que os casos estavam a dar ao material utilizado na tarefa.

Contudo, nem sempre foi fácil prestar mais atenção aos casos, uma vez que toda a turma realizava todas as tarefas e existiam dúvidas e esclarecimentos constantes a prestar, o que me fazia perder pormenores e, por vezes, antecipar passos que os alunos deveriam concluir de forma autónoma.

Apesar de os alunos apresentarem pouca autonomia na realização das tarefas, mostraram-se sempre muito disponíveis e com vontade de trabalhar, querendo sempre conhecer a data da implementação da próxima tarefa e qual o material que iriam utilizar em seguida.

Ao longo de todas as aulas, os alunos-caso, resolviam as tarefas que eram propostas de forma individual e autónoma, para conseguirem obter resultados e

conclusões através da manipulação de materiais. Os resultados obtidos apenas eram discutidos no final das tarefas, ou seja, as conclusões que cada aluno encontrava eram apresentadas quando todos terminassem a tarefa e era discutida a validade das conclusões, testando para vários casos e comparando com as dos colegas que, por vezes, eram muito idênticas.

As tarefas foram implementadas ao longo de doze aulas de noventa minutos, sendo que inicialmente estavam previstas apenas dez aulas, sendo que as tarefas foram planeadas e elaboradas com o objetivo de ser possível de recorrer à utilização de materiais didáticos e manipuláveis, como os recortes, o papel pontado, o geoplano e o tangram. Mas foi precisa uma adaptação para uma nova recolha de dados por parte da professora estagiária e investigadora ao compreender que os dados de que disponha após as dez aulas não eram significantes e eram muito pouco esclarecedores.

As duas sessões organizadas posteriormente às implementações iniciais representam o esforço para tentar recolher dados que, depois de uma análise superficial dos dados iniciais, se verificaram necessários, uma vez que os alunos nem sempre corresponderam às expectativas e foram capazes de realizar as tarefas de forma autónoma, necessitando do auxílio da professora estagiária e investigadora, o que enviesou alguns dados.

Por fim, a terceira fase centra-se no desenvolvimento do estudo, que só se poderia iniciar com a finalização da recolha dos dados, com todos os dados recolhidos, procedendo-se à sua análise, selecionando-se os que permitiam a recolha de informações pertinentes para o estudo.

Para se tornar mais clara a intervenção realizada encontra-se em anexo (anexo 2) a calendarização das tarefas e respetivos materiais.

Recolha de dados

“A recolha de dados é uma fase crucial em qualquer investigação, e há algumas técnicas e instrumentos que nos podem ajudar nessa recolha.” (Vale, 2004, p. 7). Assim sendo, muitas são as técnicas utilizadas para recolher os dados de uma investigação e, no presente relatório utilizei algumas das técnicas de recolha de dados mais apropriadas para uma investigação qualitativa, como as observações, as entrevistas, os

questionários, as gravações de vídeo e áudio e fotografias e os documentos recolhidos dos participantes.

Observações

“As observações são a melhor técnica de recolha de dados do indivíduo em actividade, em primeira mão, pois permitem comparar aquilo que diz, ou que não diz, com aquilo que faz” (Vale, 2004, p. 179), obrigando o investigador a focar-se nos aspetos que vão ajudá-lo a responder às questões problema e não em pormenores que em nada contribuem para o desenvolvimento da investigação, uma vez que não é possível registar, em tempo útil, tudo o que se observa, caso contrário poderíamos perder acontecimentos essenciais por estarmos a registar tudo.

Vale (2004) defende que a relação existente entre as entrevistas e as observações é muito equilibrada, uma vez que uma fonte de recolha de dados enriquece a outra e vice-versa. Apesar de o que é observado, na maioria dos casos, não ser influenciado pelo investigador, que espera que as situações se desenrolem como se este não estivesse presente. As observações permitem ao investigador tirar ideias para possíveis questões das entrevistas.

No decorrer das observações, o investigador pode exercer um de dois papéis, bastante distintos entre si. Pode ser um observador passivo e que em nada intervém no acontecimento, estando, por isso, no exterior do acontecimento, ou pode ser um observador ativo, envolvido nas tarefas, nos acontecimentos, influenciando-os diretamente, pela sua ligação com os investigados e por permitir que a sua opinião fique explícita a todos, sendo denominado de observador participante.

Quando o investigador é passivo a influencia prestada aos acontecimentos é quase nula, por outro lado, quando é um investigador ativo, ou quando o investigador se torna um observador participante, que desempenha um papel nas atividades e participa nelas, podem existir alguns problemas, tal como defendido por Yin (1989, referido por Vale, 2004). Desta forma, a autora defende que o investigador sendo observador participante pode não ter tempo para efetuar registos pertinentes das observações realizadas, pode influenciar as suas interpretações das observações, “...

quando o objectivo era precisamente o contrário: compreender as perspectivas dos outros.” (p. 180).

No decorrer de todas as observações os registos que realizei foram escassos, pois, estando em contexto real, não é possível observar todos os pormenores, por existirem alunos que necessitam de auxílio recorrente para acompanharem a turma e as aprendizagens desenvolvidas. Para além disso, estando dentro da sala de aula, não me era possível observar com mais atenção os alunos selecionados para o estudo, pois muitos são os acontecimentos que desviam a nossa atenção para outras situações, levando-me a perder alguns pormenores importantes da maneira de estar e aprender dos sujeitos a investigar. No entanto, no final de cada aula, tomava notas que podiam ser imprescindíveis para a descrição dos casos

As observações realizadas para o estudo decorreram ao longo de seis semanas e, como já referido anteriormente, foi, provavelmente, a fase mais importante do estudo, na minha opinião, por me permitir compreender algumas características específicas da turma e de alguns alunos em particular. Com isto foi-me possibilitada a oportunidade de seleccionar os alunos-caso que me forneciam dados ricos, pela forma como encaravam a disciplina e como se comportavam perante situações de ensino e aprendizagem variadas. Durante as regências, a observação que realizei passou a ser completamente participante, enquanto, nas semanas anteriores era um pouco mais passiva, tornando-se participante nos momentos em que os alunos requeriam o meu auxílio.

Entrevistas e Questionários

“A finalidade das entrevistas é a de obter certo tipo de informações que não se podem observar directamente, como sejam sentimentos, pensamentos, intenções e factos passados” (Vale, 2004, p. 178). Estas representam uma conversa intencional, entre duas pessoas, na maioria dos casos, embora possam ser realizadas a várias pessoas em simultâneo, com o objetivo de serem retiradas informações do entrevistado por parte do entrevistador.

Na investigação qualitativa este método de recolha de dados assume um papel preponderante, podendo ser utilizadas de duas formas distintas. Bogdan e Biklen (1994)

afirmam que estas podem ser utilizadas como estratégias dominantes na recolha de dados, ou seja, como o instrumento de recolha de dados principal de toda a investigação, ou podem ser utilizadas em conjunto com outras formas de recolha de dados, como são exemplo os questionários. Apesar de ambas as formas permitirem a recolha de dados descritivos e compreender a forma como os entrevistados interpretam as situações sobre as quais estão a ser entrevistados, questionados.

No estudo aqui relatado, as entrevistas foram encaradas como conversas, sempre com um objetivo definido, que foram acontecendo, quase todas, naturalmente e, em muitos casos sem marcações prévias, uma vez que já conhecia todos os sujeitos a entrevistar e a formalidade de uma entrevista não se colocava. Neste sentido, Bogdan e Biklen (1994) defendem que as entrevistas podem surgir quando o sujeito apresenta alguns minutos e se mostra recetivo a uma breve conversa sobre um acontecimento, não se verificando necessária a introdução do que se vai questionar nem de qual o objetivo daquela entrevista específica. As entrevistas, por serem realizadas pessoalmente, permitem a elaboração, constante e sempre que se verificar pertinente, de novas questões, para o aprofundamento ou esclarecimento de alguns pormenores. Uma vez que os sujeitos a investigar são alunos numa baixa faixa etária e por vezes se retraem quando lhes é colocada uma questão que os faz pensar nas situações de aprendizagem desenvolvidas em sala de aula.

O papel do entrevistador quando realiza uma entrevista no decorrer de uma investigação qualitativa é tão importante como o do entrevistado, uma vez que se este não for incentivador e apoiante, o entrevistado nunca vai abrir-se e informá-lo sobre o que realmente importa, sobre as suas interpretações e processos utilizados no decorrer de determinado acontecimento. Uma vez que a colocação de questões que produzem como resposta do entrevistado “sim” ou “não”, não permitem ao investigador retirar dados ricos da entrevista nem levam o sujeito a desenvolver um raciocínio e a apresentar os seus pontos de vista (Bogdan & Biklen, 1994). As perguntas ideais, para o estudo eram as que permitiam a exploração das situações, para que os sujeitos revelassem pormenores que os despertaram, tornando bastante mais simples a compreensão do pensamento destes e o raciocínio utilizados para a obtenção e definição de cada procedimento e conclusão.

Quando se realiza uma entrevista, uma conversa com os entrevistados, muitos são os entrevistadores que temem o silêncio por parte dos entrevistado, mas este silêncio deve ser encarado como uma forma do sujeito organizar o seu pensamento e retomar a conversa, atribuindo ao silêncio não uma conotação negativa, mas sim positiva, dando a entrevista um novo fôlego (Bogdan & Biklen, 1994).

Apesar de se querer sempre a realização de “boas entrevistas”, nem sempre se verifica possível, pois nem todas as pessoas são iguais e se expressam com a mesma facilidade, algumas precisam de um pouco de treino para serem capazes de começar a desenvolver as suas respostas orais e o seu poder de argumentação, e de algumas é possível retirar mais informação do que outras, mas “...mesmo uma má entrevista pode proporcionar informação útil” (Bogdan & Biklen, 1994, p. 136).

O importante, acima de tudo, aquando da realização e da análise de uma entrevista é escutar tudo com muita atenção, de interpretar todas as palavras como se fossem as mais importantes e as que realmente nos dão a chave para as grandes descobertas, de questionar quando algo parece pouco claro, esclarecendo sempre que o problema é do entrevistador que não conseguiu acompanhar o raciocínio, uma vez que o “processo de entrevista requer flexibilidade” (Bogdan & Biklen, 1994, p. 137), e não do entrevistado para que este não fique constrangido e se feche, deixando de comunicar de forma expressiva. O entrevistador, que tem de dar respostas imediatas ao entrevistado, respostas a situações inesperadas e imprevistas inicialmente, uma vez que não é possível prever as respostas de uma pessoa que será entrevistada, e tem de manter-se, sempre, imparcial.

Apesar de as entrevistas se provarem um dos modos mais eficazes de recolher informações, por permitirem o constante pedido de esclarecimento e de ser possível visualizar sentimentos e emoções dos sujeitos, no decorrer do estudo estas não foram muito utilizadas, pois os alunos não se sentiam muito à vontade a apresentar os seus pontos de vista e não tinham à-vontade para explicar as suas perspetivas e conclusões. Quando lhes era pedido um esclarecimento matemático, a argumentação matemática dos alunos-caso não era clara e ficavam “intimidados”, chegando mesmo a afirmar que estavam nervosos por serem entrevistados, apesar de lhes ter sido explicado, várias vezes que não seria nada muito formal, que era como uma conversa que podia acontecer na sala de aula.

Neste sentido, as entrevistas realizadas são bastante escassas em informação que os alunos forneceram, sendo muito mais proveitoso o trabalho desenvolvido em sala de aula, onde os sujeitos se expressavam com maior facilidade. Estas foram também realizadas num sentido geral, referindo as diversas atividades realizadas até então, com o objetivo de os alunos, ao verem-se envolvidos numa “conversa” mais longa se sentissem mais à-vontade, respondendo de forma mais aberta e clara a todas as questões colocadas.

Desta forma, cada aluno-caso foi sujeito a duas entrevistas e todas eram semiestruturadas e tinham como auxílio as fichas de trabalho dos alunos entrevistados, para estes relembrem as resoluções e identificarem algum erro.

Todas as entrevistas realizadas foram realizadas fora do contexto de sala de aula e num horário acessível aos alunos-caso e ao investigador. Apesar de serem realizadas de forma individual, as entrevistas tinham a presença de todos os alunos-caso, para que o entrevistado se sentisse menos pressionado para a situação.

As entrevistas desenvolvidas e implementadas eram entrevistas semiestruturadas, para permitirem ao investigador organizar e analisar os dados, posteriormente, sem grande dificuldade (Yin, 1989, referido por Vale, 2004).

Estas tinham como principal objetivo compreender a relação que os alunos estabeleceram com os materiais e em que medida estes os ajudaram a desenvolver novas aprendizagens, a descobrirem novos conceitos matemáticos de forma autónoma.

Por seu lado, os questionários apresentam-se com um propósito muito idêntico ao das entrevistas, sendo que, em alguns casos, a única diferença é que não exigem a presença do investigador, por serem questões impressas e poderem ser aplicados a uma maior amostra em simultâneo.

Um questionário é sempre estruturado, não permite o acrescento de questões se o investigador compreender que alguma questão não está a ser tão clara como o pretendido, embora as suas questões possam ser abertas ou fechadas. Este método de recolha de dados é talvez o mais utilizado aquando de uma investigação, e independente do tema a investigar, uma vez que são bastante simples de administrar, fornecem respostas diretas às questões colocadas.

No estudo foi apenas implementado um questionário (anexo 3), na primeira sessão e tinha como objetivo tentar compreender qual a opinião dos alunos sobre a área

da Matemática, qual o subtópico que gostavam mais de trabalhar, se conheciam alguns materiais didáticos e manipulativos e qual a forma que mais gostavam de trabalhar quando um tópico lhes era introduzido, ou seja, qual a forma que preferiam de estar numa sala de aula, o método escolhido pelo professor para os levar a desenvolver novas aprendizagens.

Por fim, as entrevistas “quando utilizadas em conjugação com questionários e tarefas permitem a validação das respostas e contribuem para a sua melhor interpretação, assim como dão a possibilidade ao investigador de clarificar determinados aspectos ligados com o participante” (Vale, 2004, p. 178).

Documentos

Erlandson, Harris, Skipper e Allen (1993, citados em Vale, 2004) afirmam que o termo documentos é utilizado para se “referir toda a variedade de registos escritos e simbólicos, assim como todo o material de dados disponíveis” e que os “dados obtidos a partir dos documentos devem ser usados do mesmo modo que aqueles que são obtidos com as observações e as entrevistas” (p. 180).

Neste sentido, é também defendido por Stake (1995, referido por Vale, 2004) que os documentos são, muitas vezes, utilizados como registos de atividades que o investigador não conseguiu observar diretamente, logo os dados neles contidos são importantes para ajudar a completar interpretações realizadas a partir de outros meios de recolha de dados.

Para o estudo, a recolha dos documentos consistiu nas fichas de trabalho que os alunos realizaram ao longo das aulas e no questionário implementado no início da regência. Também foram retirados dados, disponibilizados pela Diretora de Turma, pelo POC e pela escola, que permitiram caracterizar a turma e os alunos

Registos de vídeo e fotográficos

Quer as gravações áudio e vídeo, quer os registos fotográficos, completam as observações realizadas nas salas de aula, captando algumas situações que podem passar

despercebidas aquando das observações, dando apoio às observações e aos registos realizados.

É principalmente nos registos de áudio e de vídeo que o investigador consegue refletir sobre as atitudes dos alunos, é no momento das transcrições que o investigador consegue interpretar os silêncios e as pausas que o aluno realiza para elaborar o pensamento e a explicação. Com os registos de vídeo, o investigador pode voltar a observar todos os acontecimentos da aula, o comportamento dos alunos e tudo o que disseram.

Estes registos permitem a sua repetição constante, logo, o investigador pode detetar factos e pormenores que lhe poderão ter escapado durante as situações reais, quando inserido no contexto, uma vez que dentro de uma sala de aula, muitas situações decorrem em simultâneo e é impossível observar ao pormenor todas elas.

No decorrer das aulas, foram realizados registos de vídeo que em nada condicionaram os alunos nem as suas atitudes, por terem sido precavidos e passado pela experiência em aulas anteriores às utilizadas para a investigação, para se familiarizarem com os instrumentos. O mesmo aconteceu com os registos fotográficos.

Relativamente aos registos fotográficos, estes podem ser utilizados de várias formas, o que se verificou o longo da investigação, uma vez que o investigador tirou fotografias para recolher informação factual ou para corroborar alguns aspetos registados no momento das observações e para registar algum pormenor sobre o qual deveria refletir mais tarde (Bogdan e Biklen, 1994).

Antes de iniciar o estudo, foi entregue a todos os alunos um pedido de autorização (anexo 1), para os encarregados de educação, que visava requerer a todos a autorização para a recolha de registos de vídeo e fotográficos dos seus educandos, ao longo de todas as regências, explicando-lhes o objetivo do estudo e qual a utilidade dos referidos registos.

Análise de dados

A análise de dados é entendida por Bogdan e Biklen (1994) como um processo de busca e de organização sistemático de transcrições de entrevistas, de notas de campo e de outros materiais que foram sendo acumulados, com o objetivo de

aumentar a sua próprias compreensão desses mesmos materiais e de lhe permitir apresentar aos outros aquilo que encontrou. (p. 205).

Desta forma, segundo Wolcott (1994 referido por Vale, 2004) a análise de dados apresenta três componentes importantes, a descrição, a análise e a interpretação dos dados. A descrição é o processo que se deve levar a cabo para descrever e apresentar os dados iniciais, de forma o mais fiel possível, é o componente no qual o investigador deve “contar uma história”. A análise é o componente da análise de dados que vai um pouco mais além que a descrição, é o componente que organiza e relata os dados, de forma cuidadosa e ordenada, que identifica os aspetos essenciais de todos os dados recolhidos através dos diversos métodos de recolha de dados utilizados no estudo. Por fim, a interpretação dos dados, tal como o nome indica, é a componente que vai permitir interpretar e tirar conclusões dos dados recolhidos, organizados e analisados. Esta última fase pretende responder a algumas questões, como por exemplo “Qual o significado de tudo isto?” e “O que se vai fazer com isto tudo?”.

Tendo por base as componentes defendidas por este autor, importa salientar que o mais importante é que o investigador tenha bem presente o tipo de problema a que pretende dar resposta e qual a finalidade do seu estudo, para, assim, decidir a qual componente a que deve dar mais, ou menos, ênfase.

No mesmo sentido podemos encontrar outros autores com linhas de ação idênticas, como é o caso de Miles e Huberman (1994, referidos por Vale, 2004), uma vez que apresentam, também, um modelo de análise idêntico ao anterior, assente em três componentes distintas mas interligadas entre si, sendo elas a redução dos dados, a apresentação dos dados e as conclusões e verificações dos dados, como representado no esquema que se segue.

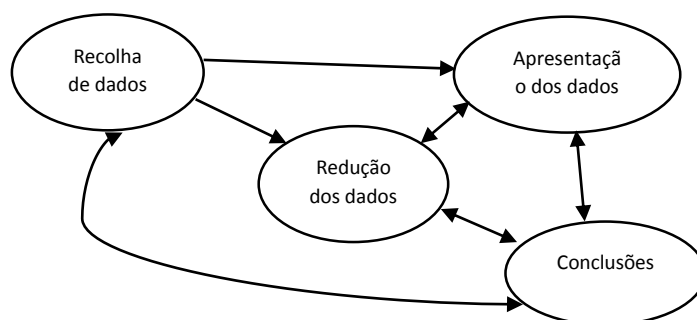


Figura 1 - Representação do processo cíclico e interativo da análise de dados (Modelo de Miles e Huberman, 1994)

A componente da redução dos dados é a fase em que se seleciona, foca, simplifica, abstrai, transforma e organiza os dados recolhidos ao longo de toda a investigação. Este processo está presente a partir do momento em que o investigador decide o tipo de investigação que vai realizar, quando seleciona os sujeitos a estudar e investigar e quando decide as questões orientadoras de todo o trabalho de investigação e os métodos para recolher os dados. O segundo momento, o da apresentação dos dados, consiste na segunda maior atividade da análise, pois permite ao investigador compreender em que ponto de situação está o seu estudo e saber se está no caminho certo ou se se verificam alterações necessárias ao plano que está a seguir. Por fim, as conclusões e a verificação dos dados refletem as conclusões que vão surgindo ao longo de toda a análise que se vai desenvolvendo dos dados, dos seus significados que, por sua vez, “... têm de ser testados pela sua plausibilidade (razoabilidade), a sua consistência e a sua “confirmação”, isto é, a sua validade.” (Vale, 2004, p. 183).

O terceiro momento referido por Miles e Huberman (1994, citados em Vale, 2004) é comparável com a afirmação de Bogdan e Biklen (1994, p. 50) em que caracterizam o processo da análise de dados como um funil, por se verificar necessária a redução dos dados para ser possível retirar conclusões que ajudem a responder às questões orientadoras colocadas no início do estudo e que definiram a realização de todas as atividades.

O modelo apresentado anteriormente, de Miles e Huberman (1994, citados em Vale, 2004), foi o selecionado para o desenvolvimento desta investigação. Apesar de muitos serem os autores que afirmam que não existe apenas um bom sistema para analisar os dados recolhidos para uma investigação qualitativa.

Posto isto, e como o principal objetivo é compreender, acima de tudo, se os alunos, utilizando materiais manipuláveis, conseguem desenvolver, de forma autónoma, novas aprendizagens relacionadas com o tema “Triângulos e Quadriláteros”, optei por analisar os dados de acordo com as categorias selecionadas. Descrevendo o desempenho dos alunos-caso em cada uma das tarefas, juntamente com as atitudes tomadas para com os materiais didáticos e manipuláveis selecionados, escolhendo a melhor forma de “contar a minha história”, de dar a conhecer os dados recolhidos através de diferentes métodos de recolha de dados, assim como o processo de análise a que foram sujeitos, e as conclusões retiradas dessa mesma análise.

Desta forma, o “ investigador qualitativo usa uma análise indutiva, o que significa que as categorias, temas e padrões surgem a partir dos dados” (Vale, 2004, p. 184). As categorias pelas quais se organizam os dados para a sua análise vão aparecendo conforme estes vão sendo interpretados, analisados, interpretados. Apesar de se defender que cada resposta é única, estas vão apresentando regularidades que permitem o seu agrupamento, para a formação de categorias ou temas.

A seleção de categorias é um processo intuitivo, mas que segue sempre uma série de orientações no sentido de promover o estudo. Lincoln e Guba (1985, referidos por Vale, 2004) apresentam algumas recomendações que se devem seguir para a construção das categorias. Defendem que: (1) devem refletir o propósito da investigação; (2) devem ser exaustivas, isto é, todos os itens dos documentos devem ser contemplados nas categorias; (3) devem ser mutuamente exclusivas, isto é, uma unidade não deve ser colocada em mais do que uma categoria; (4) devem ser independentes, de modo que a distribuição de qualquer um dos dados pelas categorias não afete a classificação de outros dados; e (5) todas as categorias devem resultar de um princípio simples de classificação.

Depois da recolha dos dados, a análise foi efetuada tendo por base a recolha através da análise das técnicas utilizadas e as questões iniciais para responder ao problema. Deste modo, decidiu-se organizar os dados de acordo com duas categorias: o desempenho e a reação dos alunos às tarefas propostas e ao material utilizado.

Na primeira categoria, vai ter-se em atenção o desempenho dos alunos-caso referindo se resolveram ou não a tarefa, identificando as principais dificuldades e a forma como utilizaram o material para o desenvolvimento da tarefa. Por sua vez, na segunda categoria, vai analisar-se o envolvimento dos alunos com a tarefa e com os materiais, se os utilizavam, ou não, quando sentiam mais dificuldades, se apenas o utilizaram no início ou se a utilização foi recorrente em todas as tarefas e a reação afetiva para com os materiais manipuláveis.

Um aspeto também importante quando se realizam estudos qualitativos é a necessidade de se comprovar a sua qualidade. Para tal, Miles e Huberman (1994, referidos por Vale, 2004) apresentam uma série de critérios que se devem ter em atenção na realização de investigações deste género assim como algumas técnicas que permitem assegurar essa mesma qualidade, os critérios são: a confirmabilidade, a

fidedignidade, a credibilidade, a transferibilidade e a aplicabilidade. No presente estudo assegurou-se a qualidade do estudo ao recorrer a vários métodos de recolha de dados que permitiu efetuar a triangulação dos resultados obtidos que traduziram o que realmente aconteceu em contexto e efetuando descrições pormenorizadas dos dados recolhidos e transcrições sempre que possível.

CAPÍTULO IV – INTERVENÇÃO DIDÁTICA

Neste capítulo é apresentada a intervenção didática realizada durante as regências do bloco da Geometria “Triângulos e Paralelogramos”. É apresentada também uma descrição de cada tarefa, da forma como foram implementadas, assim como os objetivos e as expectativas em relação aos alunos para cada uma delas.

Desenvolvimento da intervenção didática

A regência de Matemática decorreu durante cerca de três semanas, de 14 de abril de 2015 a 5 de maio de 2015, sendo lecionadas dez aulas “oficiais”, com a duração de 90 minutos. Para além destas dez sessões foram implementadas mais duas, extra, para complementar a recolha dos dados, sendo que uma delas teve a duração de 45 minutos e outra de 90 minutos. Esta possibilidade de implementar atividades em aulas posteriores à minha regência foi-me facilitada pelo POC, por compreender a importância da recolha de dados e, principalmente, por não interferir no trabalho do meu par de estágio que, nesta altura, já não estava a implementar aulas de Matemática.

Em todas as sessões o tema abordado foi a Geometria, mais propriamente os Triângulos e Quadriláteros, onde foram estudados especificamente os paralelogramos, com a exploração das propriedades de cada uma das figuras geométricas. Assim, os conteúdos abordados foram, relativamente aos triângulos: a classificação de triângulos quanto ao comprimento dos lados e quanto à amplitude dos ângulos, a noção de ângulo interno, externo e adjacente a um lado de um polígono, as características e definições específicas de um triângulo retângulo, as relações entre os ângulos dos triângulos, internos e/ou externos, a construção de triângulos, os critérios de igualdade triangular, as relações existentes entre os ângulos e os lados de um triângulo, a desigualdade triangular. Relativamente aos quadriláteros, os paralelogramos: as relações existentes entre os lados desta figura geométrica, entre os ângulos opostos do paralelogramo e entre os ângulos adjacentes ao mesmo lado.

Desta forma, a intervenção didática não foi iniciada sem antes serem planeadas todas as aulas, definidos os objetivos a atingir em cada aula, o conjunto dos conteúdos

a abordar e as tarefas a desenvolver. Para tal, foi definido desde o início que a ordem presente no manual escolar dos alunos seria a “respeitada”, também para que estes se orientassem melhor em momentos de estudo em casa. Mesmo sendo seguida a organização do manual escolar para a determinação dos conteúdos e dos objetivos a abordar em cada aula, o estudo não se baseou no manual escolar, mas sim nas tarefas implementadas para alcançar todos os objetivos propostos nas aulas.

A elaboração das planificações não foi condicionada por nenhum momento específico imposto pelo POC, como poderia acontecer pela imposição de uma data para a realização da ficha de avaliação sumativa a que os alunos teriam de ser sujeitos, ou seja, foi-me dada liberdade de definir esta data e, desta forma, organizar as minhas sessões em torno desse momento, sem ter de apressar a exploração de determinado conteúdo que estaria presente na ficha de avaliação sumativa.

Um aspeto definido de forma aproximada nas planificações era o tempo destinado a cada momento da aula, apesar de previsto este não era cumprido à risca, uma vez que só no momento da implementação de cada tarefa é que se compreendia se os alunos estavam a demonstrar mais ou menos dificuldades no seu desenvolvimento. Assim, a aula era reajustada no momento, sendo disponibilizado mais tempo ao desenvolvimento de uma tarefa, deixando-se de parte outras situações planeadas, ou menos tempo, encontrando-se situações para colocar aos alunos e manter um trabalho contínuo.

Pretendia-se que os alunos, de forma autónoma, descobrissem novos conceitos matemáticos com o auxílio de materiais manipuláveis. O tempo que lhes era disponibilizado, e que fora planificado, teve em atenção o facto destes precisarem de alguma liberdade para experimentar e manipular, para chegarem às conclusões pretendidas.

Apesar de todos os aspetos referidos anteriormente serem importantes, a definição das tarefas a desenvolver revelava-se fulcral para o desenvolvimento de todo o estudo, pois seria através delas que iria recolher grande parte dos dados. Este aspeto foi por vezes difícil de gerir pois a investigadora, no momento da implementação didática era também a professora, logo não podia estar atenta apenas aos alunos-caso, ou seja, a recolher dados para o estudo mas tinha de dar atenção a todos os alunos.

As tarefas implementadas só foram selecionadas e adaptadas após a realização de alguma pesquisa teórica sobre o tema a trabalhar, em diferentes manuais escolares, artigos científicos e pedagógicos, livros relacionados com a área da Matemática e da Geometria e nos documentos oficiais, que dão orientações para a forma como a disciplina se deve organizar: o PMEB, as Metas Curriculares e o Caderno de apoio de Matemática.

Outro fator tido em conta na seleção das tarefas foi a possibilidade de se utilizarem, de umas para as outras, materiais didáticos e manipuláveis diferentes, para que assim os alunos contactassem com uma variedade de materiais que se podem utilizar numa aula de matemática e que, se trabalhados de forma adequada, permitem um processo de ensino e aprendizagem de descoberta, exploratório.

Os materiais manipuláveis utilizados ao longo de toda a intervenção didática foram o tangram, o geoplano e o papel (recorte), por serem os que mais se adequavam aos objetivos do estudo e aos conteúdos, apresentados anteriormente, e que se pretendiam desenvolver, para além do material de desenho, como a régua, o compasso, o transferidor e a tesoura.

As aulas decorreram sempre com uma estrutura idêntica para que se desenrolassem sem sobressaltos e os alunos não contactassem com os conceitos explorados antes de as realizarem. Desta forma, as aulas eram iniciadas com uma síntese da aula anterior, identificando os conteúdos explorados. Muitas vezes este momento acontecia aquando da correção dos trabalhos para casa (TPC), para que os alunos compreendessem que, apesar de os conteúdos serem trabalhados separadamente estavam interligados, para estabelecerem conexões entre todos os temas explorados. O momento que se seguia nas aulas era destinado a uma breve introdução da tarefas e dos seus objetivos, mas sem revelar aos alunos os conceitos a trabalhar, para não influenciá-los. Fazia-se também a apresentação do material manipulável a trabalhar na aula, iniciando-se com uma breve história de cada um. Quando o material era distribuído pela turma, eram-lhes disponibilizados alguns minutos para a sua manipulação livre, para que quando chegasse o momento de realização da tarefa não tivessem a curiosidade nem a excitação por estarem a trabalhar com um material novo e, assim, encaravam as tarefas mais calmamente, utilizando o material como um apoio para a realização das tarefas propostas.

As tarefas eram desenvolvidas através do trabalho individual, devido às características da turma, que era muito agitada e conversadora, e também porque o trabalho de pares não era um hábito na turma na disciplina de Matemática, logo encaravam-no como uma oportunidade para conversarem com o colega de tudo menos dos conteúdos que estavam a aprender, como me foi possível observar noutras situações de aprendizagem da turma, nomeadamente noutras áreas curriculares. No momento da distribuição das fichas de trabalho estas eram lidas em grande grupo, para que todos os alunos se mantivessem atentos e clarificassem a que se pretendia, sem comprometer o desenvolvimento individual da tarefa.

Apesar do trabalho em pares não estar presente e de muitos autores defenderem que esta abordagem é uma mais-valia para os alunos por possibilitar-lhes o alargamento do conhecimento e argumentação matemática, por conversarem com os colegas e terem de expor-lhes pontos de vista diferentes, a turma era constantemente colocada em situações semelhantes, em que lhes era requerida uma exploração dos procedimentos adotados e dos resultados obtidos, tanto em grande grupo como de forma individual, com o professor a deslocar-se aos lugares dos alunos e a questioná-los diretamente. Uma outra forma adotada para que os alunos fossem obrigados a argumentar os procedimentos e soluções encontradas era solicitando que justificassem os resultados obtidos.

O último momento da aula era, precisamente, destinado à apresentação e discussão dos resultados obtidos, dos diferentes procedimentos adotados, pelos diferentes alunos e da discussão das diferentes estratégias para se encontrar a solução. O tempo destinado a este momento é muito importante, pois é quando os alunos podem colocar dúvidas e expressar-se matematicamente. É quando o professor, em muitos casos, compreende se o aluno apresenta algumas dificuldades e precisa de mais apoio para continuar a avançar.

Tabela 1 - Estrutura das aulas durante a intervenção didática

Momentos de uma aula

- Revisão dos conteúdos abordados nas aulas anteriores.
 - Breve introdução aos objetivos da aula e apresentação dos materiais didáticos e manipuláveis a utilizar.
 - Distribuição e manipulação livre dos materiais.
 - Distribuição e resolução da tarefa.
 - Apresentação e discussão dos procedimentos, resultados e conclusões encontradas, em grande grupo.
-

Esta forma de organização da aula obriga a um grande planeamento das atividades e do tempo disponibilizados para cada uma delas, uma vez que se tal não acontecesse poderia destinar-se demasiado tempo à exploração de determinado tema, o que levaria a um descuido de outros para se poder cumprir o Programa de Matemática. Que é muito extenso e obriga a uma gestão de tempo muito apertada para qualquer conteúdo, não permitindo muitas das vezes a exploração de várias tarefas diferentes para cada um dos conteúdos, ficando comprometida a variedade de situações a que os alunos devem ser sujeitos para que o processo de ensino e aprendizagem da Matemática seja significativo.

Apesar de ter verificado esta situação no momento das observações e de ter tentado alterá-la, na prática verifiquei que não seria exequível, pois os alunos não são máquinas que assimilam automaticamente o que o professor está a ensinar, têm dúvidas, gostam de comparar situações, entre outras situações que só a prática nos faz compreender, precisam de tempo para ouvir, para falar, para fazer.

As tarefas

De seguida será apresentada, pormenorizadamente, cada tarefa utilizada na intervenção e que foram objeto de estudo, as expectativas em relação a cada uma e qual a relação que existia entre elas.

Tarefa 1 – Classificação dos triângulos quanto ao comprimento dos lados e à amplitude dos ângulos

A tarefa 1 (anexo 4) colocava os alunos em duas situações de aprendizagem distintas, T1 e T2, para alcançarem o objetivo da aula: classificar os triângulos quanto ao comprimento dos lados e à amplitude dos ângulos.

Desta forma, para a T1 da tarefa 1, era disponibilizado um envelope com sete triângulos diferentes, em dimensões e cores, como apresentados na Figura 2, que tinham de ser agrupados em “famílias” segundo o comprimento dos lados. O objetivo era que os alunos medissem todos os lados dos triângulos e os agrupassem com uma lógica, que soubessem justificar posteriormente, principalmente, que criassem três “famílias” de triângulos, uma em que os triângulos têm os três lados com o mesmo comprimento, outra com o comprimento de pelo menos dois lados iguais e outra em que os três lados de um triângulo apresentassem comprimentos diferentes, definindo-se como triângulos equiláteros, isósceles e escalenos, respetivamente.

As definições serão registadas nos triângulos correspondentes, para mais tarde serem utilizadas.

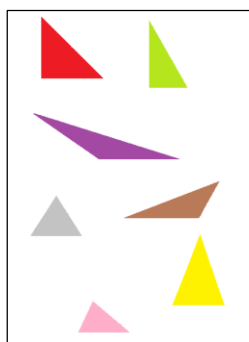


Figura 2 - Triângulos da tarefa 1

Na T1 espera-se que os alunos não demonstrem grandes dificuldades na criação das diferente “famílias” (conjuntos), uma vez que a tarefa a desenvolver é simples, por terem apenas de medir os lados dos triângulos e organizá-los. Mesmo assim, se se verificarem dificuldades são apresentadas pistas aos alunos pelo professor de modo a levar os alunos ao que se pretende.

A Tabela 2 apresenta a única proposta de resolução da primeira tarefa desenvolvida.

Tabela 2 - Proposta de resolução da T1 da tarefa 1

Equilátero	Isósceles	Escaleno
- Triângulo cinza.	- Triângulo vermelho; - Triângulo lilás; e - Triângulo amarelo.	- Triângulo verde; - Triângulo castanho; e - Triângulo rosa.

A T2 segue o procedimento da T1 e utiliza os mesmos triângulos (Figura 2), sendo alterado o objetivo. Neste caso, os alunos terão de agrupar os triângulos segundo a amplitude dos seus ângulos internos. Para a T2 foi lembrada a classificação dos ângulos quanto à sua amplitude: dos agudos, os ângulos que apresentam uma amplitude inferior a 90° , dos retos, os que apresentam uma amplitude igual a 90° e dos obtusos, os que apresentam uma amplitude superior a 90° .

O objetivo é que os alunos organizem os triângulos como acutângulos, retângulos e obtusângulos, sendo que os primeiros têm de ter todos os ângulos agudos, os segundos um ângulo reto e, os últimos, um ângulo obtuso. Apesar de não conhecerem os conceitos, devem ser capazes de explicar que num grupo todos os triângulos têm todos os ângulos agudos, por exemplo. As classificações são apresentadas e registadas em cada triângulo, tal como aconteceu no caso da classificação dos triângulos quanto ao comprimento dos lados.

Na T2, espera-se que os alunos determinem a amplitude de cada um dos ângulos corretamente e os agrupem pelas suas especificidades, uma vez que num triângulo retângulo, por exemplo, existem ângulos retos e agudos, mas apenas um deles é reto, tornando-o especial e diferente daqueles que apresentam apenas ângulos agudos. Como nesta tarefa o nível de complexidade é mais elevado, por existirem diferentes tipos de ângulos num triângulo, os alunos são informados que devem criar as “famílias” pelo que apresentam de diferente uns dos outros.

A solução da T2 é apenas uma. A tabela seguinte (Tabela 3) apresenta a proposta de resolução.

Tabela 3 - Proposta de resolução à T2 da tarefa 1

Acutângulo	Retângulo	Obtusângulo
- Triângulo cinza; - Triângulo amarelo; e - Triângulo rosa.	- Triângulo vermelho; e - Triângulo verde.	- Triângulo lilás; e - Triângulo castanho.

Posto isto, os alunos compreendem que num só triângulo encontram dois conceitos, um relacionado com o comprimento dos lados do triângulo e outro com a amplitude dos ângulos do mesmo, logo concluem que um triângulo é classificado, sempre, segundo a amplitude dos ângulos e o comprimento dos lados. A informação de que os alunos dispõem é preenchida numa tabela de dupla entrada (Figura 3), o que os leva a compreender e a justificar que nem todos os espaços da tabela se podem preencher, nomeadamente correspondente à existência de um triângulo retângulo equilátero e de um triângulo equilátero obtusângulo.

Comprimento dos lados \ Amplitude dos ângulos	Escaleno _____ os lados com comprimentos _____.	Isósceles _____ lados têm comprimentos _____.	Equilátero _____ lados com comprimentos _____.
Acutângulo _____ os ângulos são _____.			
Retângulo _____ ângulo _____.			
Obtusângulo _____ ângulo _____.			

Figura 3 - Tabela de dupla entrada utilizada para sintetizar a tarefa 1

Tarefa 2 – Ângulos internos e externos de um triângulo

A tarefa 2 (anexo 5) inclui três tarefas para os alunos desenvolverem, T1, T2 e T3, que se referem às relações existentes entre os ângulos internos e externos de um triângulo.

Na T1, o objetivo colocado é o de os alunos encontrarem a relação existente entre todos os ângulos internos de um triângulo com recurso aos recortes, ou seja, para a T1 os alunos dispõem de um triângulo (Figura 4) que têm de recortar segundo o referido na ficha de trabalho e retirar as conclusões necessárias.

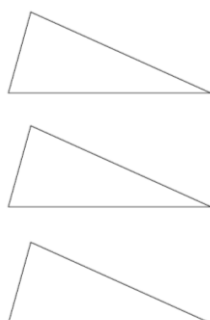


Figura 4 - Triângulos da tarefa 2

Para a T1 as expectativas eram altas, uma vez que os passos que os alunos deviam seguir estavam claros, levando-os a conclusões rápidas, e estavam envolvidos na descoberta, o que os motivava bastante, como observado em sessões anteriores. Mesmo assim, esperavam-se dificuldades na explicação dos resultados encontrados, ou seja, os alunos revelaram, nas aulas anteriores, dificuldades em expressar-se matematicamente, principalmente por escrito.

A Figura 5 apresenta a proposta de resolução para a T1, assim como as conclusões encontradas, uma vez que o objetivo era compreender se os alunos encontravam relações entre os ângulos internos de um triângulo e se conseguiam retirar informações dos resultados encontrados, relacionar a colagem com conceitos trabalhados anteriormente.

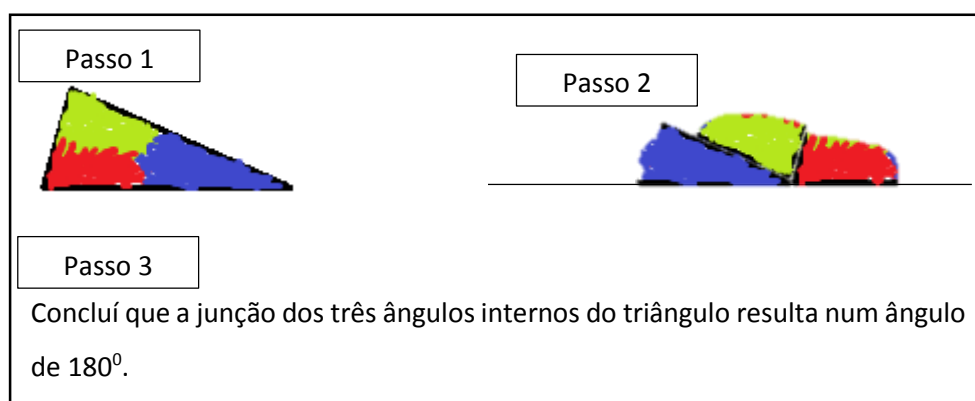


Figura 5 - Proposta de resolução à T1 da tarefa 2

Na T2, o procedimento que os alunos adotam é igual ao da T1, tendo à disposição um dos triângulos da Figura 4, mas, para esta tarefa, os alunos tinham como objetivo descobrir a relação existente entre um ângulo externo do triângulo com os dois ângulos internos não adjacentes.

As expectativas para esta tarefa não eram tão elevadas como na T1, por ser compreensível a dificuldade que os alunos demonstrariam na representação do ângulo externo do triângulo. Para ultrapassar esta dificuldade foi-lhes explicado como deveriam representar um ângulo externo e como selecionar os dois ângulos internos que não contactam com o ângulo externo selecionado, ou seja, dois ângulos não adjacentes ao ângulo externo considerado. Os alunos necessitavam de saber que um ângulo externo aparece quando se prolonga um dos lados do triângulo e se utiliza outro adjacente (Figura 6).

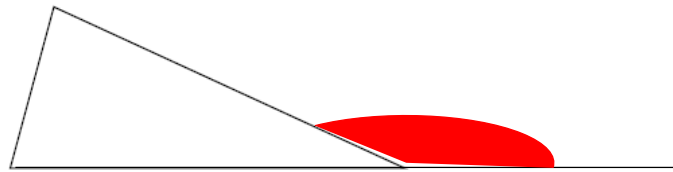


Figura 6 - Ângulo externo de um triângulo

A Figura 7 apresenta a proposta de resolução associada à T2 da tarefa 2.

Passo 1	
Passo 2	
Passo 3	<p>Concluí que a amplitude do ângulo externo é igual à soma das amplitudes dos ângulos internos não adjacentes ao ângulo externo.</p>

Figura 7 - Proposta de resolução à T2 da tarefa 2

Por fim, a T3 tinha como objetivo os alunos encontrarem a relação existente entre três ângulos externos provenientes de vértices diferentes e todos com o mesmo sentido. Os procedimentos e os materiais a adotar são os mesmos da T1.

Para esta tarefa as expectativas eram elevadas, uma vez que na anterior os alunos já trabalharam o conceito de ângulo externo, logo será fácil identificá-los. O único aspeto que os pode baralhar será o facto de os ângulos externos terem de ser considerados no mesmo sentido. Os ângulos teriam de ser seleccionados, desenhados, no sentido do ponteiro dos relógios ou no sentido contrário, mas que acima de tudo tinham de estar todos “virados” para o mesmo lado, como no exemplo da Figura 8.

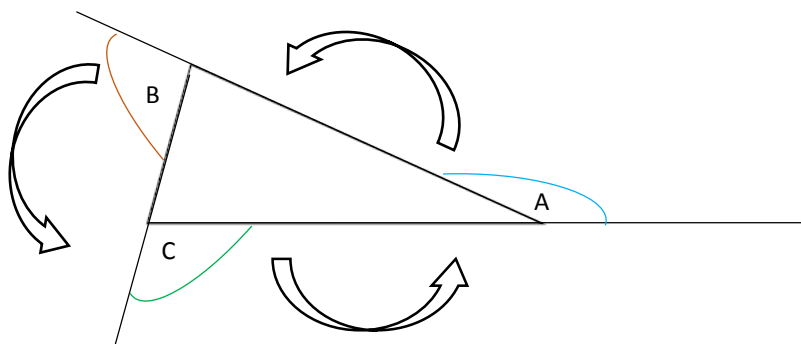


Figura 8 - Ângulos externos de um triângulo com a mesma orientação

A Figura 9 apresenta a proposta de correção à T3 da investigação 2.

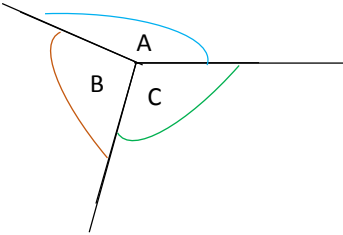
Passo 1	
Passo 2	
<p>Concluí que a soma das amplitudes de três ângulos externos, selecionados seguindo o mesmo sentido, é igual à amplitude de um ângulo giro, 360°.</p>	

Figura 9 - Proposta de resolução à T3 da tarefa 2

Tarefa 3 – Igualdade Triangular

A tarefa 3 (anexo 6) inicia-se com a identificação dos elementos necessários a todos os triângulos, sendo eles, três lados, três ângulos, que podem apresentar comprimentos e amplitudes, respetivamente, todas iguais, duas iguais ou uma igual e vice-versa, e três vértices.

Posto isto, os alunos eram confrontados com uma questão que lhes propunha a descoberta do menor número de elementos necessários à construção de triângulos, ou seja, os alunos tinham de compreender quais os elementos que tinham de conhecer para poderem construir triângulos, sabendo que não poderiam conhecê-los todos, que alguns dados seriam descobertos depois dos elementos conjugados e que para a seleção dos elementos iam sempre precisar de pelo menos um lado do triângulo. Desta forma, o objetivo principal era que os alunos descobrissem três modos diferentes de construir

triângulos, os critérios que ditam a igualdade triangular, que mesmo que pessoas diferentes construam triângulos baseados em elementos iguais, com os mesmos comprimentos de lados e amplitudes dos ângulos, estes são iguais. Os critérios são conhecidos depois de expostas as soluções encontradas, sendo eles o critério LLL (em que são conhecidos os comprimentos dos três lados do triângulo), o critério LAL (em que tem de se conhecer o comprimento de dois lados do triângulo e a amplitude do ângulo que ambos formarão) e o critério ALA (onde se conhecem as amplitudes de dois ângulos e o comprimento do lado adjacentes a estes). A tarefa será explorada em grande grupo e através da colocação de questões que levem os alunos a experimentar o material disponível, tiras de cartolina para representar os lados e alguns ângulos desenhados na cartolina e recortados para se colocar entre os lados e se começar a formar triângulos.

Nesta investigação as expectativas são intermédias, uma vez que a reação dos alunos é inesperada, como sempre, mas principalmente por lhes ser exigido um grau de abstração para com a tarefa mais elevado. Os alunos tinham de construir os triângulos passo a passo e determinar quais os elementos essenciais à construção de triângulos iguais.

Na T1 os alunos constroem um triângulo para cada um dos critérios (Figura 10) e, no final, comprovam que os triângulos, 1, 2 e 3, são iguais para todos os alunos. A verificação acontece quando os alunos recortam os seus triângulos e os sobrepõem nos dos colegas.

Triângulo 1: Critério LLL	Triângulo 2: Critério LAL	Triângulo 3: Critério ALA
Lados do triângulo [ABC]: AB = 6 cm AC = 5 cm BC = 4 cm	Lados do triângulo [ABC]: AB = 6 cm AC = 4 cm Amplitude do ângulo: BĀC = 60°	Lado do triângulo [ABC]: AB = 6 cm Amplitude dos ângulos: BĀC = 50° ABC = 40°

Figura 10 - Critérios de igualdade triangular – Elementos para a construção de triângulos

Tarefa 4 – Desigualdade Triangular

A tarefa 4 (anexo 7) tinha duas partes, T1 e T2, que pretendiam, dando continuidade ao estudo dos triângulos, das suas classificações e propriedades, explorar o tema da desigualdade triangular. O objetivo da tarefa era os alunos chegarem à

propriedade da desigualdade triangular, ou seja, determinar qual a relação que deve existir entre os três lados do triângulo para que este possa ser construído.

Assim, para o desenvolvimento da T1, os alunos têm ao dispor 9 tiras de cartolina com medidas e cores diferentes (Figura 11) que devem utilizar para construir triângulos segundo as regras da T1.

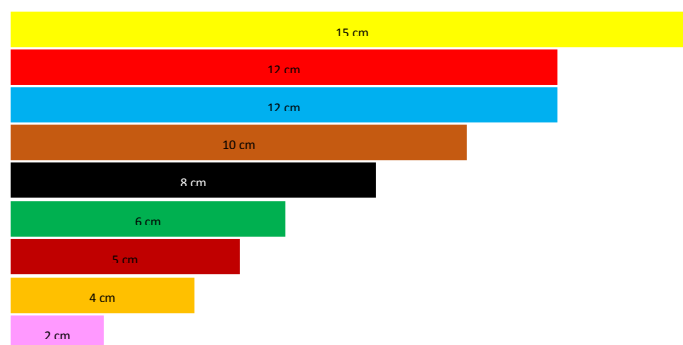


Figura 11 - Critérios de igualdade triangular – Elementos para a construção de triângulos

Para esta tarefa, as expectativas eram bastante elevadas, por ser bastante simples e utilizar tiras de papel que podiam ser manipuladas.

A Figura 12 apresenta a proposta de resolução à T1 da tarefa 4.

Comprimento dos lados			É possível construir o triângulo?	
a	b	c	Sim	Não
10	12	15	✘	
10	6	4		✘
6	15	8		✘
15	12	12	✘	
12	5	2		✘

Figura 12 - Proposta de resolução à T1 da tarefa 4

Na T2, como se pode observar na Figura 13, está representada a segunda parte de uma tabela onde os alunos têm de realizar uma série de cálculos, utilizando as medidas da T1 (Figura 12). O objetivo desta tarefa é que os alunos preencham a tabela e possam concluir, a partir de possibilidades ou não de construí-lo, se o comprimento de um lado é maior, menor ou igual que a soma dos outros dois.

Tal como as expectativas anteriores, as relacionadas com a T2 eram igualmente altas, uma vez que não era requerido aos alunos nada que não estivessem habituados a trabalhar nem conteúdos novos, tinham apenas de mobilizar os conhecimentos anteriores.

Relacionar o comprimento de 1 lado do triângulo com o comprimento dos outros dois					
a	b+c	b	a+c	c	a+b

Figura 13 - Tabela para realizar cálculos à T2 da tarefa 4

A dificuldade esperada era na descoberta da propriedade da desigualdade triangular, onde o comprimento de qualquer lado do triângulo tem de ser sempre menor que a soma dos outros dois para se poder construir um triângulo.

Na Figura 14 são apresentadas as propostas de resolução à T2, com todos os cálculos realizados.

a	b+c	b	a+c	c	a+b
10	$\frac{12+15 = 27}{< 27}$	12	$\frac{10+5 = 15}{< 15}$	15	$\frac{10+12 = 22}{< 22}$
10	$\frac{6+4 = 10}{= 10}$	6	$\frac{10+4 = 14}{< 14}$	4	$\frac{10+6 = 16}{< 16}$
6	$\frac{15+8 = 23}{< 23}$	15	$\frac{6+8 = 14}{> 14}$	8	$\frac{6+15 = 21}{< 21}$
15	$\frac{12+12 = 24}{< 24}$	12	$\frac{15+12 = 27}{< 27}$	12	$\frac{15+12 = 27}{< 27}$
12	$\frac{5+2 = 7}{> 7}$	5	$\frac{12+2 = 14}{< 14}$	2	$\frac{12+5 = 17}{< 17}$

Figura 14 - Proposta de resolução à T2 da tarefa 4

Tarefa 5 - Paralelogramos

A tarefa 5 (anexo 8) inclui duas tarefas, T1 e T2, para os alunos realizarem relacionadas com as propriedades dos paralelogramos. Para cada tarefa os alunos dispõem de um paralelogramo para manipularem e obterem resultados.

Assim, a T1 tem como objetivo principal a descoberta da relação existente entre os ângulos opostos de um paralelogramo, o paralelogramo deve apresentar os ângulos internos pintados com cores diferentes para depois de cortados os alunos os identificarem.

Para tal, as expectativas relativas às descobertas dos alunos eram razoáveis, uma vez que com duas partes do paralelogramo os alunos têm uma maior facilidade de manipulação e encontrar resultados. Os alunos tinham como objetivo descobrir que os ângulos internos opostos de um paralelogramo apresentam amplitudes iguais.

A Figura 15 apresenta a proposta de solução à T1 incluída na tarefa 5.

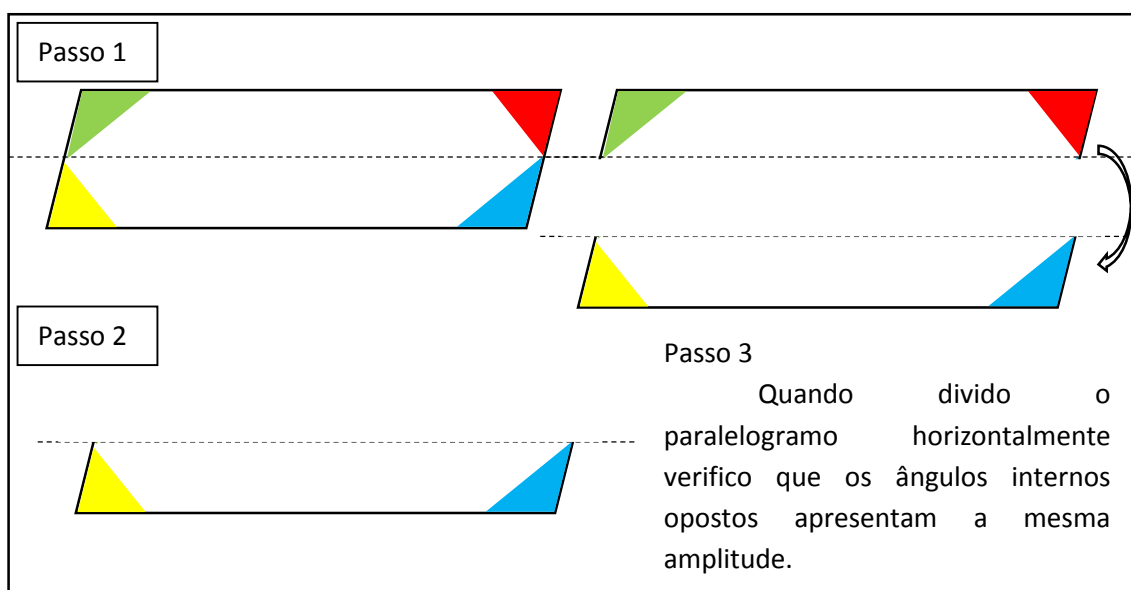


Figura 15 - Proposta de resolução da T1 à tarefa 5

A T2 apresenta como objetivo descobrir a relação existente entre os ângulos internos adjacentes de qualquer paralelogramo. Novamente, as expectativas para a tarefa são elevadas, uma vez que se repetem as condições referidas anteriormente e que as propriedades a descobrir são facilmente descobertas através da manipulação dos paralelogramos.

A Figura 16 apresenta uma das propostas de resolução à T2 da tarefa 5, uma vez que para esta tarefa os alunos podiam cortar o paralelogramo quer horizontal quer verticalmente.

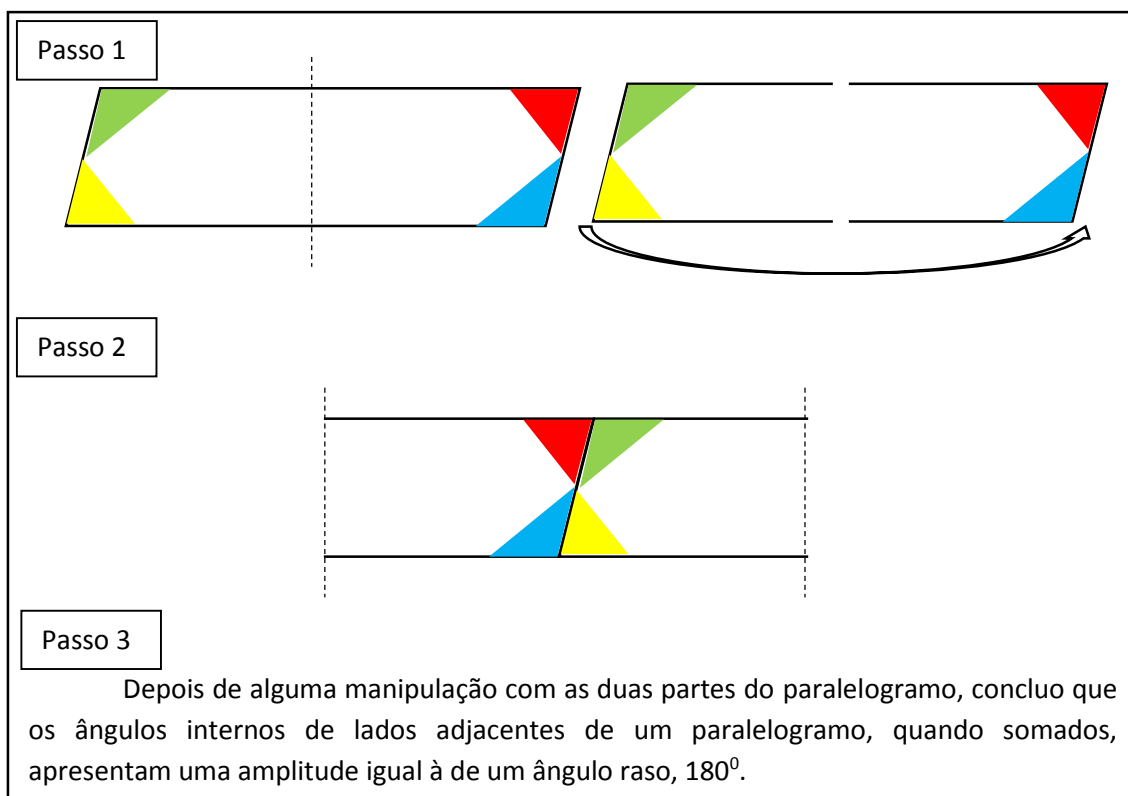


Figura 16 - Proposta de resolução à T2 da tarefa 5

As duas tarefas apresentadas posteriormente foram desenvolvidas e implementadas fora das implementações estipuladas inicialmente, por ser considerado que os dados existentes até então eram escassos. Ambas visam revisitar os conteúdos abordados ao longo de todas as aulas com a utilização de novos materiais manipuláveis, para se concluir se os alunos relacionam os conhecimentos e a sua exploração com a utilização dos materiais. Se estes os ajudam a esclarecer e compreender aspetos mais complexos e nos quais, os alunos, demonstraram mais dificuldade, e se através a utilização de manipuláveis conseguem resolver as tarefas propostas.

Tarefa 6 – Triângulos e paralelogramos com o Tangram

A tarefa 6 (anexo 9) apresenta duas tarefas, T1 e T2, onde se pretende rever alguns dos conteúdos abordados nas tarefas descritas anteriormente, como a classificação de triângulos, quanto ao comprimento dos lados e à amplitude dos ângulos, e a definição de paralelogramo.

A T1 tem como objetivo relembrar a classificação dos triângulos quanto ao comprimento dos lados e à amplitude dos ângulos e divide-se em dois momentos.

Assim, no primeiro momento, é requerida a construção de um triângulo, ou mais triângulos, recorrendo a duas peças do Tangram, para, no segundo momento da tarefa, se classificarem quanto à amplitude dos ângulos e ao comprimento dos lados. Os pares de peças utilizadas são selecionados pelos alunos.

As expectativas para a tarefa são altas, uma vez que todos os alunos possuem o seu Tangram (Figura 17) e podem manipular e selecionar as peças que lhes permitam a construção de um ou mais triângulos e classifica-los. O primeiro momento da T1 reúne expectativas um pouco mais elevadas que o segundo, uma vez que este já requer que os alunos mobilizem conhecimentos anteriores, que podem estar um pouco “esquecidos”.

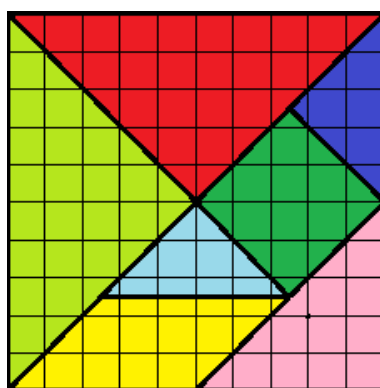


Figura 17 - Tangram

A Figura 18 apresenta a proposta de solução à T1 da tarefa 6.

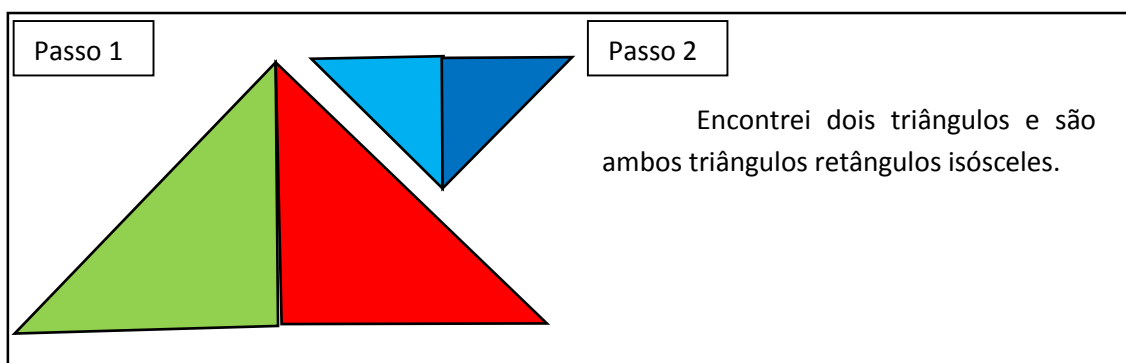


Figura 18 - Proposta de resolução à T1 da tarefa 6

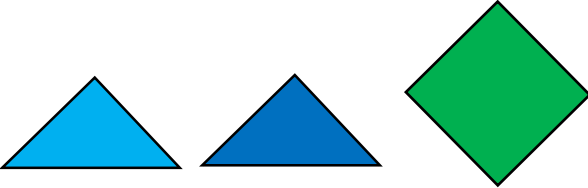
A T2 relembra os paralelogramos e as condições necessárias para a sua construção, quer pela sua construção com peças do Tangram estabelecidas, quer pela indicação escrita dessas condições, obrigando os alunos a comunicar matematicamente, por escrito.

Para esta tarefa as expectativas são um pouco mais baixas que as da T1, uma vez que as dificuldades que os alunos demonstraram na exploração do conteúdo relacionado com os paralelogramos, principalmente na definição das condições necessárias para uma figura geométrica ser considerada um paralelogramo, eram mais reduzidas que as detetadas para a T1.


A Figura 19 apresenta uma proposta de resolução da T2.

Passo 1

Peças para a construção dos paralelogramos:



Passo 2



Paralelogramo 1 Paralelogramo 2

Passo 3

Para que as figuras construídas com as peças do Tangram sejam paralelogramos têm de ter os lados opostos paralelos e os ângulos internos opostos têm de apresentar amplitudes iguais, assim como a soma dos quatro ângulos internos tem de apresentar a amplitude de 360° .

Figura 19 - Proposta de resolução à T2 da tarefa 6

Tarefa 7 – Triângulos e paralelogramos com o Geoplano e o Papel Ponteadado

A tarefa 7 (anexo 10) foi desenvolvida para ser trabalhada com o auxílio de um material manipulável “novo” para a turma, o geoplano e o papel ponteadado, que, por sua vez, é a representação do geoplano no papel. Esta está dividida em duas partes, o grupo I e o grupo II, com tarefas para trabalhar e relembrar os conteúdos relacionados com os triângulos e outras para rever os paralelogramos, respetivamente.

A primeira parte da tarefa está dividida em duas tarefas, T1 e T2. A T1 tem como objetivo principal colocar os alunos a construírem triângulos diferentes na sua classificação e não no seu tamanho. Os triângulos construídos não têm de ser classificados, por isso as expectativas para a tarefa são altas, apesar de alguns alunos, certamente, desenharem triângulos diferentes no tamanho, mas que apresentam a

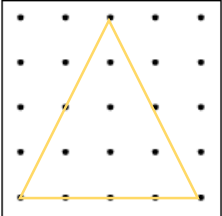
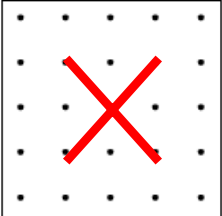
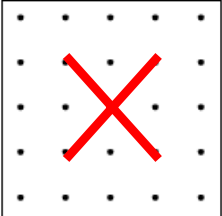
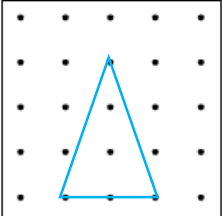
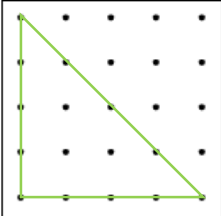
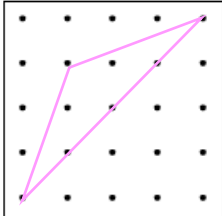
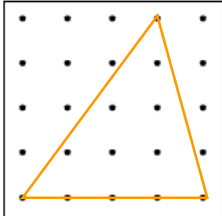
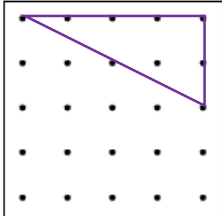
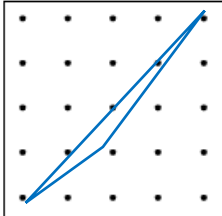
mesma classificação quanto ao comprimento dos lados e à amplitude dos ângulos. O objetivo nesta tarefa é o de concluir a abstração dos alunos quanto à comparação dos triângulos que encontraram com a manipulação do geoplano e desenharam no papel pontado da ficha de trabalho, se estes conseguem identificá-los e indicar a quantidade de triângulos diferentes que encontraram.

A T1 apresenta uma solução de acordo com os triângulos descobertos no geoplano e desenhados no papel pontado mas é esperado que os alunos encontrem apenas sete triângulos diferentes, uma vez que já estudaram as suas classificações, principalmente a relação existente entre as classificações dos triângulos quanto à amplitude dos ângulos e ao comprimento dos lados.

A T2 está diretamente relacionada com anterior, uma vez que coloca os alunos a rever a classificação de triângulos quanto à amplitude dos ângulos e ao comprimento dos lados, através da sua representação no geoplano e da justificação da possibilidade da sua construção ou falta dela.

As expectativas relativas à T2 são intermédias, uma vez que obriga os alunos a visitar os conteúdos relacionados com a classificação dos triângulos e o motivo que leva à impossibilidade da construção de alguns triângulos, uma vez que algumas classificações dos triângulos relacionadas com a amplitude dos ângulos e ao comprimento dos lados não permitem a sua construção.

A Figura 20 apresenta a proposta de resolução à T2 da tarefa 7.

Passo 1				
Triângulo equilátero acutângulo:	Triângulo equilátero retângulo:	Triângulo equilátero obtusângulo:	Triângulo isósceles acutângulo:	Triângulo isósceles retângulo:
				
Triângulo isósceles obtusângulo:	Triângulo escaleno acutângulo:	Triângulo escaleno retângulo:	Triângulo escaleno obtusângulo:	
				

Passo 2

Consegui construir os seguintes triângulos: equilátero acutângulo, isósceles acutângulo, isósceles retângulo, isósceles obtusângulo, escaleno acutângulo, escaleno retângulo e escaleno obtusângulo. Por outro lado, não consegui construir apenas dois triângulos, o equilátero retângulo e o equilátero obtusângulo.

O triângulo equilátero retângulo não se pode construir, uma vez que num triângulo equilátero todos os lados têm de apresentar o mesmo comprimento, o que implica que todos os ângulos apresentem a mesma amplitude. Por outro lado, um triângulo retângulo apresenta características próprias, uma vez que a hipotenusa é o lado maior de qualquer triângulo retângulo e que este se opõe ao ângulo reto. Ou seja, para ser retângulo deveria ter um ângulo de 90° , por outro lado, para ser equilátero os três ângulos têm de ser iguais a 90° o que daria $3 \times 90 = 270^\circ$ o que é impossível. Logo, este triângulo não pode ser construído, logo não existe.

Para o triângulo equilátero obtusângulo faz-se um raciocínio idêntico ao anterior.

Figura 20 - Proposta de resolução à T2 da tarefa 7

Por fim, a segunda parte da ficha de trabalho, relacionada com os paralelogramos, está dividida em 3 tarefas, T3, T4 e T5, que têm como objetivo principal relembrar os conteúdos abordados anteriormente sobre os paralelogramos, como a relação existente entre um ângulo interno e o ângulo externo adjacente ao interno desta figura geométrica e entre os ângulos internos opostos de um paralelogramo.

A T1 pretende rever alguns dos paralelogramos que os alunos conhecem, levando a expectativas bastante elevadas, uma vez que os conteúdos já foram abordados na aula várias vezes e os alunos têm apenas de os representar no papel pontado depois da manipulação do geoplano.

A Figura 21 apresenta a proposta de resolução à T3 da tarefa 7.

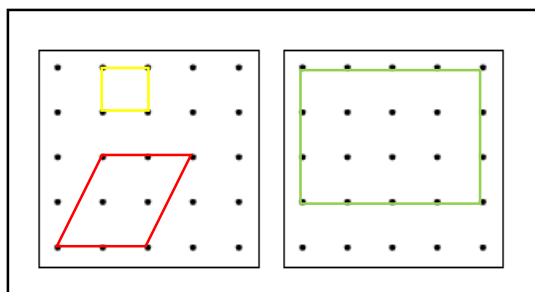


Figura 21 - Proposta de resolução à T3 da tarefa 7

A T4 tem como objetivo relembrar a relação existente entre os ângulos internos de um qualquer paralelogramo. Para esta tarefa as expectativas são mais baixas do que na T3, uma vez que obriga os alunos a relembrar conteúdos “novos”, lecionados no ano

letivo em que se encontram, enquanto os anteriores, relacionados com a identificação dos paralelogramos são conteúdos abordados de forma recorrente ao longo do percurso escolar.

A Figura 22 apresenta uma proposta de resolução para a T4 da tarefa 7.

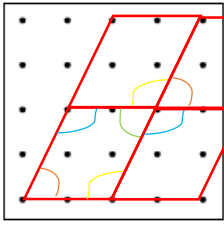
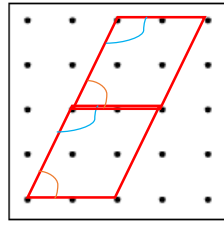
<p>Passo 1</p>	<p>Passo 2</p>	
<p>Os ângulos internos de um paralelogramo, quando somados resultam numa amplitude de 360°. E, quando somados dois ângulos internos adjacentes, encontramos a mesma amplitude que num ângulo raso, 180°.</p>		

Figura 22 - Proposta de resolução à T4 da tarefa 7

Para concluir, a T5 apresenta como objetivo rever os conteúdos relacionados com a relação entre um ângulo interno e o ângulo adjacente de um paralelogramo e a relação entre os ângulos internos opostos de um paralelogramo.

As expectativas para a tarefa são baixas, por abordar conteúdos um pouco mais complexos para os alunos que revelaram alguma dificuldade na sua exploração anterior.

A Figura 23 apresenta uma proposta de resolução para a T5 da tarefa 7.

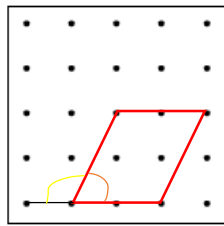
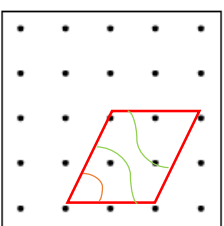
<p>Passo 1</p>	<p>Um ângulo interno quando somado ao ângulo externo adjacente resulta na amplitude igual a um ângulo raso, 180°. A amplitude de um ângulo interno de um paralelogramo é igual à amplitude do ângulo interno oposto.</p>	
<p>Passo 2</p>		

Figura 23 - Proposta de resolução à T5 da tarefa 7

CAPÍTULO V – OS CASOS

O quinto capítulo apresenta, inicialmente, uma caracterização da turma onde foi desenvolvido o estudo, a nível da relação com a Matemática e ao nível do seu desempenho.

De seguida, descreve-se cada um dos alunos-caso ao nível da relação com a Matemática, do desempenho e reação para com as tarefas e respetivos materiais manipuláveis utilizados durante o estudo. O relato escrito teve como base os dados recolhidos através das observações, do questionário, das entrevistas efetuadas, sempre encaradas como conversas informais, pela investigadora/professora e pelos alunos, das produções escritas dos alunos-caso, dos seus documentos, das fichas de trabalho e dos cadernos diários e dos registos de vídeo e fotográficos.

A turma e a sua relação com a Matemática

Como mencionado anteriormente, o estudo desenvolveu-se numa turma do 5º ano de escolaridade, com 23 alunos e com um baixo aproveitamentos escolar a todas as áreas curriculares, principalmente àquelas que exigem dos alunos estudo em casa, não sendo a Matemática uma exceção.

No geral, são alunos muito distraídos e conversadores, o que contribui para um nível académico abaixo do esperado e das capacidades dos alunos que constituem a turma, uma vez que são bastante curiosos e gostam de ser desafiados, de ser colocados em situações de aprendizagem das tradicionais, e aprender conteúdos novos. Estas características, observadas quer nas regências quer nas observações iniciais, permitem afirmar que a maioria dos alunos, apesar de gostarem de aprender Matemática e reconhecerem a sua utilidade em situações diárias, se distraem se as situações propostas para o desenvolvimento e aprendizagem de novos conteúdos não forem cativantes, se se limitarem a repetir procedimentos e as tarefas colocadas os levem a trabalhar sempre da mesma forma, com os mesmos processo e sem qualquer desafio.

Relativamente aos vários métodos de ensino e aprendizagem existentes, a turma é bastante heterogénea nas preferências pessoais. Embora uma boa percentagem de

alunos considere as aulas expositivas e as que recorrem a resoluções constantes de tarefas idênticas menos atrativas, levando-os a estar mais propícios a desviar a atenção para outros acontecimentos da sala de aula e a desconcentrarem-se da matéria, perdendo aspetos importantes para a compreensão dos conteúdos na sua totalidade. Salientando a utilização de materiais para adquirir novos conhecimentos como a forma preferencial para as aulas serem desenvolvidas.

De todos os alunos, apenas um assume que não gosta da área científica, apontando como principal razão o facto de a matéria ser “muito complicada”. Os restantes indicam razões diversificadas para gostarem da área da Matemática, como o facto de gostarem de aprender novos conteúdos e realizarem as atividades a eles associadas, da utilizada que a área representa diariamente, da forma como o professor cativa os alunos para a aula, por considerarem que a área é “divertida” e por lhes possibilitar a utilização, regular, de diversos materiais.

No geral, a turma refere diferentes situações que os fazem gostar da área curricular, desde os diferentes conteúdos que lhes são ensinados, à forma de trabalho, apontando dois domínios como os preferenciais nas suas aprendizagens, o da Geometria e o dos Números e Operações. No que concerne às formas de trabalho, a turma, apesar, de como já referido, gostar de aprender e trabalhar com materiais manipuláveis diferentes e de todos defenderem que os materiais os ajudam a desenvolver novas aprendizagens, a compreender melhor o conteúdo em que os utilizam, os alunos da turma estudada dão preferência aos que já utilizaram e conhecem melhor, como é o exemplo do material de desenho na sua globalidade, compassos, régulas, esquadros, compassos, dos sólidos geométricos, dos recortes e do tangram.

No que concerne às tarefas realizadas neste estudo e que recorrem à utilização de diversos materiais manipuláveis, a turma demonstrou uma reação entusiasta, querendo sempre manusear diferentes materiais e compreender a forma correta da sua utilização para poderem adquirir novas aprendizagens através deles.

A turma, relativamente às explicações pedidas dos processos utilizados para resolver as diferentes tarefas que lhes iam sendo colocadas, reconhece grandes dificuldades, principalmente por não se sentirem confiantes na realização de exposições orais, por serem tímidos e não terem a certeza se o que vão apresentar aos colegas e professores está correto, pelo receio de errarem. De todos os alunos, surge apenas um

que afirma não sentir dificuldades quando lhe pedem para justificar ou explicar a forma “como pensou” para encontrar a solução para determinada tarefa, afirmando que “basta dizer como fiz e quem não percebeu vai perceber logo, basta explicar a tarefa a quem não compreendeu”.

Pode referir-se, como a maior dificuldade sentida por todos os alunos, a manipulação dos recortes, ou seja, nas atividades em que os alunos tinham à sua disposição triângulos e paralelogramos para recortar segundo as indicações dadas nas fichas de trabalho, e a falta de domínio no manuseamento dos materiais de desenho, como o transferidor, principalmente, apesar de o seu manuseamento, após algumas utilizações ter apresentado algumas melhorias e facilitar o trabalho dos alunos. Na situação dos recortes, a grande maioria da turma, inicialmente, não demonstrou um desempenho positivo, realizando os cortes nas figuras geométricas de qualquer forma e sem respeitar as indicações assinaladas nas fichas de trabalho que recorriam à sua utilização e às pistas fornecidas pela professora, oralmente. Estas situações provocavam alguma confusão nos alunos e no normal funcionamento das aulas, uma vez que por muito que manipulassem os recortes, as partes dos triângulos e dos paralelogramos, os alunos não conseguiam elaborar raciocínios concretos, lógicos e, assim, descobrir as propriedades das figuras geométricas estudadas para este estudo.

Nas restantes tarefas, tarefas 1, 3, 4, 6 e 7, onde os alunos manipularam materiais diferentes, o tangram, o geoplano e nas que não precisavam de recortar, em que dispunham de materiais manipuláveis previamente preparados, como nas tarefas 1 e 4, por exemplo, os alunos reagiram melhor e obtiveram desempenhos positivos mais rapidamente do que nas referidas anteriormente e com recurso a recortes. A facilidade de manipulação nestas tarefas está intimamente relacionada com as características de todos os alunos da turma, alunos que se distraem com muita facilidade e demonstraram algumas dificuldades em seguir regras e orientações.

Apesar de sentirem mais ou menos dificuldades na realização de todas as tarefas propostas, com ou sem a utilização de materiais manipuláveis, mas principalmente naquelas em que estes eram utilizados, os alunos demonstraram uma reação muito positiva e entusiasta, provando ter vontade de aprender novos conteúdos e vontade de ser colocados em situações novas e desafiadoras, que os levem a percorrer caminhos novos e muito interessantes.

Ao longo do desenvolvimento e resolução de todas as tarefas, os alunos recorreram à utilização dos materiais manipuláveis que tinham à disposição de forma mais afincada no início, nas tarefas que visavam introduzir os conteúdos e nas que eram utilizadas para confirmar estes, utilizando os materiais disponíveis para iniciar a tarefa, para a desenvolver e para comprovar e confirmar as teorias e conclusões encontradas. Com a continuidade das aulas e com a realização de tarefas que visavam o treino dos conteúdos introduzidos com as tarefas de investigação, a turma, na sua grande maioria, passou a encarar e a utilizar os materiais manipuláveis como um recurso para a sua resolução e não como o elemento principal, sendo que muitos alunos chegaram mesmo a descartá-los por completo quando compreendiam os conteúdos na sua plenitude e/ou descobriam processos mais rápidos e sem terem de recorrer à manipulação de determinado material didático.

O desempenho positivo dos alunos a nível dos conteúdos referidos nesta investigação e que recorreram aos materiais manipuláveis para serem introduzidos, de forma constante, é comprovado nos resultados do teste de avaliação implementado no final das regências que referiam as propriedades dos triângulos e dos paralelogramos. Os resultados deste elemento de avaliação apresentaram uma melhoria significativa relativamente ao anterior, provando que a alteração no método de aprendizagem foi recebida com sucesso pelos alunos, que a utilização dos materiais manipuláveis ajudou os alunos, na maioria, a compreender melhor todos os conteúdos e a associar, no momento da avaliação, a utilização dos manipuláveis em sala de aula com as tarefas propostas no teste de avaliação, com os conteúdos e com a forma correta de resolver as tarefas. O rácio dos testes de avaliação anterior para o referido nesta investigação é de aproximadamente 17% de positivas para mais de 50%, respetivamente. No momento da correção dos testes, muitos alunos iam referindo que determinada tarefa era parecida com alguma realizada anteriormente, em que se socorreram dos materiais manipuláveis como auxiliares à sua resolução e, como no teste não os tinham, bastou pensar “como fizeram na aula”.

Um outro fator que demonstra uma melhoria nos resultados gerais da turma é a sua dependência, inicial, do professor na resolução de qualquer tarefa, em que, desde o primeiro momento da resolução da tarefa queriam dar a conhecer ao professor as suas perspetivas para ficarem logo a saber se estavam no “caminho” certo ou errado.

No final das minhas regências os alunos provaram-se bastante mais autónomos e confiantes do seu trabalho, os alunos estão mais independentes e realizam as tarefas na sua totalidade para descobrirem, de forma autónoma, os conteúdos, para confirmarem conjecturas e saber se algo precisava de ser adaptado ou estavam corretos, não necessitando de uma assistência, pelo professor, de forma tão pormenorizada.

É de salientar, também, que, de todos os materiais utilizados em sala de aula, a turma se mostrou mais cativada, motivada e interessada nos tangram's e nos geoplanos, encarando, por isso, as tarefas que recorriam ao seu auxílio de forma diferente. Muitos foram os alunos que referiram que trabalhar com recortes foi interessante mas um pouco "chato, por serem utilizados em mais do que uma aula e por não dominarem o manuseamento da tesoura e do material de desenho, o que dificultou o desenvolvimento inicial das tarefas. Apesar de reconhecerem que a sua utilização foi importante e que os ajudou a realizar atividades diferentes e a melhorar a forma de manipulação destes materiais.

Concluindo, a turma acolheu os materiais manipuláveis de forma muito positiva e utilizou-os para auxiliar o desenvolvimento de novas aprendizagens, podendo estes ser encarados como um bom contributo para a melhoria dos resultados, relacionados com todas as tarefas, na turma.

A Margarida

A Margarida como aluna

A Margarida é uma aluna com um comportamento muito curioso na aula de Matemática. É uma aluna que tenta acompanhar todos os conteúdos introduzidos desde o início e que coloca todas as dúvidas quando não os compreende, procura estar sempre atenta a todas as explicações para colmatar todas as dificuldades e ser melhor aluna. Apesar destas características, a aluna demonstra-se muito distraída e sem interesse pela aula e pela disciplina de Matemática, principalmente nas aulas que se realizam da parte da tarde, verificando-se um cansaço intelectual mais acentuado.

Contudo, o caderno diário da Margarida é bastante organizado e apresenta constantes apontamentos e referências orais da professora que a ajudam a clarificar a matéria nos momentos de estudo, em casa e bastante escassos, na resposta a questões

de esclarecimento e na resolução das tarefas propostas, quer em sala de aula quer como trabalho de casa. A Figura 24 apresenta um bom exemplo da organização do caderno da Margarida.

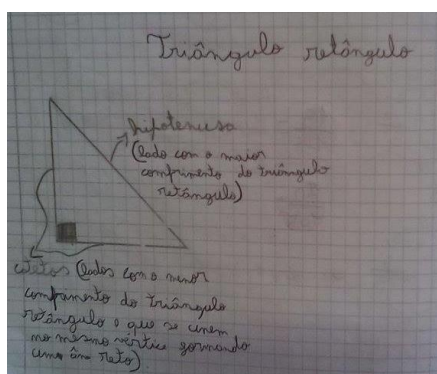


Figura 24 - Exemplo da organização do caderno da Margarida

O aproveitamento escolar da Margarida é médio, quer a Matemática quer às restantes áreas curriculares, apesar de serem esperados resultados mais elevados no que diz respeito a esta disciplina, pelo raciocínio matemático lógico que a aluna demonstra e por ser uma aluna capaz de, rapidamente, encontrar soluções para as atividades, por muito diferentes que se provem do habitual.

É uma aluna sempre disposta a ajudar os colegas quando estes não compreendem algum pormenor e gosta de verificar que a sua ajuda foi importante para estes, sentindo-se satisfeita consigo mesma. Apesar de ser bastante participativa e de gostar de expor as suas conjeturas aos colegas, por vezes fica um pouco tímida, por ter medo de cometer alguma gafe, e não consegue ser muito clara, por não dominar as expressões matemáticas adequadas aos conteúdos a que cada tarefa se propõe, por dominar um baixo leque de conceitos matemáticos e, assim, dificultar a sua comunicação específica. No sentido contrário, quando lhe é requerida alguma demonstração, que não recorresse a exposições orais, só no quadro da sala de aula ou com a utilização de materiais manipuláveis, por exemplo, esta consegue ser, na grande maioria das vezes, clara para os colegas, por realizar todos os passos da tarefa, até os mais elementares, para todos compreenderem, mesmo os colegas que demonstram mais dificuldades a Matemática. Esta situação, dos passos mais elementares e intermédios que os alunos aprendem a eliminar com o tempo, por conseguirem realizá-los mentalmente, era utilizada pela aluna apenas no quadro, uma vez que no seu

caderno diário, apesar de muito organizado e de apresentar diversos apontamentos, a aluna “saltava” essas etapas.

A Margarida, ao longo deste processo, fez os trabalhos de casa em todas as situações em que estes existiram. Apesar de ser possível observar a sua dedicação e atenção a todo o processo de correção dos trabalhos de casa, esta aluna estava com mais atenção àquelas tarefas em que tinha “falhado”, ou por não ter conseguido resolvê-la ou por o ter feito de forma errada, uma vez que não tinha só de confirmar os seus resultados e processos.

É uma aluna assídua, mas que demorava um pouco de tempo a preparar os materiais necessários à aula, caderno diário, manual escolar, porta-lápis, etc., por gostar de conversar com os colegas e por arrastar, em algumas situações, as brincadeiras e conversas do recreio para o ambiente de sala de aula.

A Margarida e o desempenho nas tarefas com recurso aos materiais manipuláveis

De seguida é apresentado o desempenho da Margarida em algumas das tarefas descritas no capítulo anterior, denominado de Intervenção Didática, uma vez que nem todas apresentam informação relevante.

Desta forma, as tarefas a analisar são a tarefa 2, a tarefa 6 e a tarefa 7. As tarefas referidas são as únicas a serem analisadas neste estudo, uma vez que as resoluções apresentadas não sofreram alterações depois de serem corrigidas em grande grupo na sala de aula, ao contrário das restantes, que os alunos alteraram resoluções depois do explicado oralmente, pelos colegas e pela professora, no sentido de todos obterem as mesmas aprendizagens, comprometendo os dados para a análise.

Apesar de cada uma das tarefas referidas anteriormente ser subdividida em mais do que uma tarefa, em quase todas as situações, as tarefas serão analisadas de uma forma global, uma vez que os processos utilizados pelos alunos em cada tarefa da mesma ficha de trabalho são idênticos e de se verificarem dificuldades e potencialidades da utilização do material manipulável e estratégias idênticas, por lhes ter sido pedido que realizassem cada tarefa segundo o mesmo padrão de manipulação. Para uma melhor compreensão dos dados da Margarida, todas as afirmações são acompanhadas de evidências, que vão desde fotografias da aluna a manipular o material que tinha à

disposição, a excertos de conversas entre a Margarida e os colegas e professora e também a fotografias de alguma resposta ou imagem contida no caderno diário ou ficha de trabalho.

Tarefa 2: Seguidamente, são analisados os dados da Margarida referentes ao seu desempenho na tarefa 2, intitulada de ângulos internos e externos de um triângulo.

Na tarefa 2, em que se pretendia descobrir a relação existente entre os ângulos internos de um triângulo, a relação entre um ângulo externo e os dois ângulos internos não adjacentes a este e a relação entre três ângulos externos provenientes de vértices diferentes e colocados todos no mesmo sentido, a grande dificuldade sentida pela Margarida não foi a realização de conjeturas nem o encontrar das resoluções para cada uma das três tarefas desta ficha de trabalho, mas sim a manipulação do material didático, triângulos para recortar. Esta situação dificultou, inicialmente, todo o trabalho desenvolvido pela Margarida, uma vez que logo na primeira tarefa da ficha de trabalho, a que relacionava os ângulos internos de um triângulo, a aluna utilizou mais do que um triângulo dos três disponíveis, sendo que apenas um se destinava ao desenvolvimento de cada tarefa, começando a sentir-se nervosa por considerar que estava a comprometer a realização das restantes. Para além deste aspeto, a aluna tinha de recortar o triângulo pelos seus ângulos internos, três, levando o triângulo a ficar “partido” em três partes, mas tal não aconteceu. A Margarida identificou corretamente os três ângulos internos, pintando-os com o lápis antes de realizar qualquer corte no triângulo que tinha à disposição, mas, no momento do recorte, o seu triângulo ficou dividido em quatro partes e não em três como seria de esperar e como pedido pela professora, que tinha referido que para a T1 da primeira tarefa de investigação os alunos tinham de utilizar o triângulo na totalidade, que não podia “sobrar” nenhuma parte. O que aconteceu foi que a aluna cortou o triângulo pelos três ângulos de forma errada, como demonstrado na Figura 25 e, desta forma, era obrigada a questionar-se do que fazer à parte que “sobrava”.

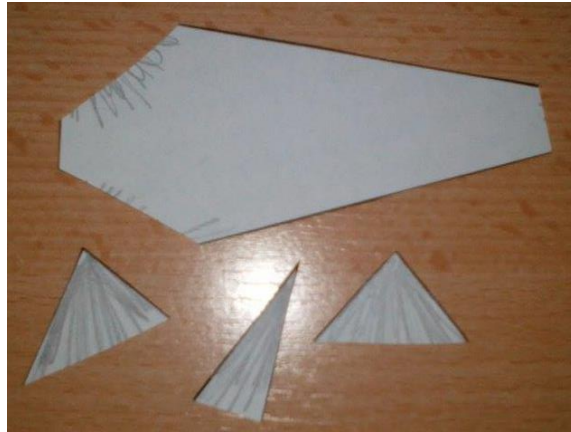


Figura 25 - Recorte inicial da Margarida

Quando questionou a professora sobre este problema e sobre o que fazer para o solucionar, por querer cumprir as regras imposta na ficha de trabalho e pela professora, a aluna ficou a saber que os ângulos não tinham de ser recortados tão perto dos vértices, que o triângulo teria que ficar dividido em três partes, pelos seus três ângulos.

Com esta informação, a aluna conseguiu iniciar a resolução da tarefa e a elaboração de conjeturas, uma vez que passou a ter três partes do mesmo triângulo e não quatro como inicialmente. Desta forma, a aluna, com as três partes do triângulo, em que cada uma tinha um ângulo interno, começou imediatamente a manipulá-las, juntando-as até conseguir encontrar uma conjetura plausível e que conseguisse explicar aos colegas e à professora.

A Figura 26 apresenta a resolução proposta pela Margarida assim como a sua justificação.

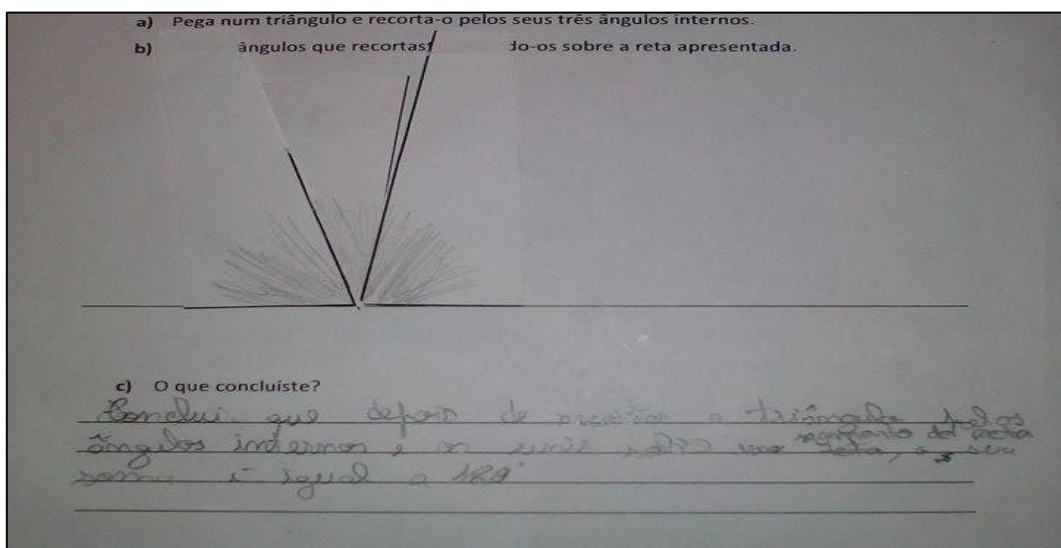


Figura 26 - Proposta de resolução da Margarida à T1 da tarefa 2

Após a análise da T1 é possível verificar que, quer a resolução apresentada após a manipulação do material didático quer a justificação desta resolução, a apresentação da conclusão, fornecidas pela aluna na ficha de trabalho, comprovam que esta conseguiu, de forma eficaz, compreender a relação existente entre os ângulos internos de um triângulos, ou seja, que a Margarida compreendeu que a soma das amplitudes dos três ângulos internos de um triângulo é igual a 180° . Apesar de, inicialmente, a aluna demonstrar algumas dificuldades na utilização e manipulação do material.

Num momento de reflexão e confronto das resoluções assinaladas na T1 desta ficha de trabalho, a Margarida ainda se lembrava da estratégia utilizada e do conteúdo abordado, demonstrando-se rápida na justificação e explicação dos procedimentos utilizados e demonstrados quando olhava rapidamente para a ficha de trabalho.

O diálogo seguinte apresenta a justificação da Margarida ao apresentado na tarefa e ao processo selecionado.

Professora: Na ficha dos ângulos internos e externos de um triângulo, por que colocaste assim estes ângulos internos?

Margarida: Para fazer um ângulo raso.

Professora: E percebeste o quê?

Margarida: Que se cortarmos um triângulo em três partes obtemos um ângulo de 180° .

Por outro lado, no desenvolvimento da T2 e da T3 da ficha de trabalho que referia os conteúdos relacionados com os ângulos internos e externos de um triângulo, a Margarida não demonstrou a mesma dificuldade na manipulação do material, principalmente por ter compreendido que a realização das tarefas exigia concentração e uma manipulação correta do material didático disponível.

Desta forma, realizou as tarefas restantes de uma forma mais rápida que a anterior e igualmente corretas, apresentando conclusões e justificações adequadas às colagens elaboradas, apesar de na T2 e, conseqüentemente, na T3 ter apresentado algumas dificuldades na determinação dos ângulos externos, necessitando do auxílio da professora fornecido em grande grupo. O que significa que até então a Margarida tentou desenhar o ângulo externo no triângulo sem sucesso, uma vez que estava sempre a representar ângulos côncavos.

As figuras seguintes (Figuras 27 e 28) apresentam as resoluções propostas pela Margarida assim como as suas justificações para as duas últimas tarefas da ficha de trabalho que pretendia trabalhar as relações entre os ângulos internos e externos de um triângulo, sendo que a T2 pretendia relacionar um ângulo externo com os dois ângulos internos não adjacentes e que a T3 levava a aluna a relacionar três ângulos externos de um triângulo, provenientes de três vértices diferentes e com o mesmo sentido.

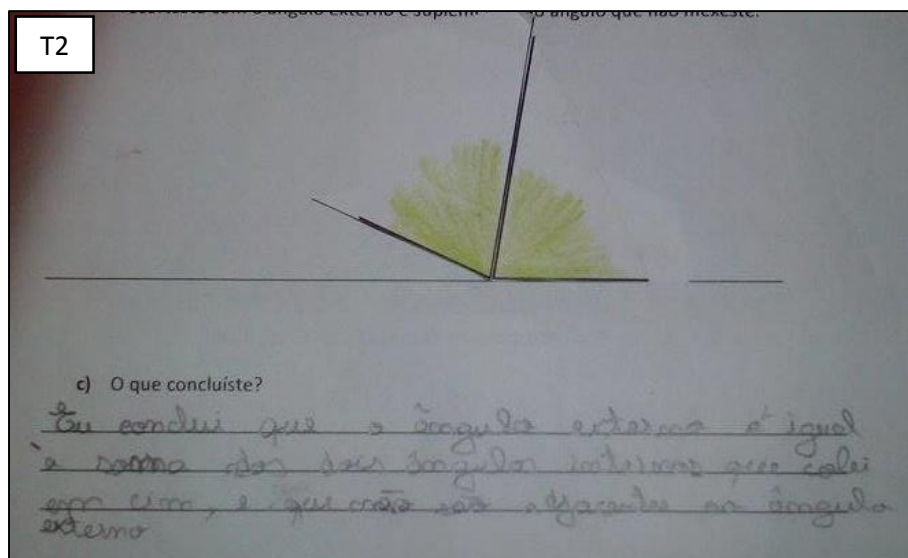


Figura 27 - Proposta de resolução da Margarida à T2 da tarefa 2

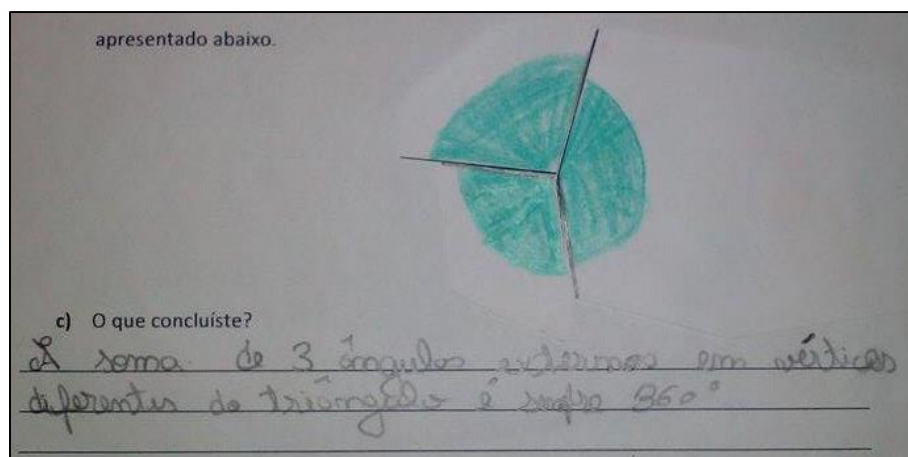


Figura 28 - Proposta de resolução da Margarida à T3 da tarefa 2

Depois de analisadas ambas as tarefas apresentadas anteriormente, é possível afirmar que a aluna conseguiu compreender as relações existentes entre os ângulos do triângulo e justificar as suas conclusões de forma clara, por escrito, uma vez que quando lhe foi pedido que as explicasse oralmente a aluna se retraiu um pouco, demonstrando

receio de apresentar conceções erradas e ser julgada por esse erro, como apresentado no diálogo seguinte.

Professora: Eu pedi para desenharem um ângulo externo e recortarem os ângulos internos não adjacentes, o que concluíste com isso?

Margarida: Que ...

Professora: Então pensa lá, tu por baixo colaste o ângulo externo que desenhaste, sim?

Margarida: Sim.

Professora: E por cima os dois ângulos internos não adjacentes a esse ângulo. O que podes concluir?

Margarida: Que se nós recortarmos os dois ângulos do triângulo, interior, e fizermos um ângulo externo, que se colarmos por cima, a medida é sempre a mesma.

Professora: A amplitude é a mesma.

No diálogo anterior a aluna necessitou de ser incentivada a explicar o seu raciocínio, relacionado com a T2, provando-se incapaz de o explicar de uma só vez, mas quando lhe foram colocadas questões mais específicas e pormenorizadas conseguiu expor o seu raciocínio.

O desenvolvimento da T3 foi mais simples do que a T2, uma vez que a Margarida já sabia determinar um ângulo externo e, por isso, facilmente os desenhou no triângulo disponível para manipular, os recortou e chegou à conclusão de que a soma de três ângulos externos de um triângulo, provenientes de vértices distintos e todos selecionados no mesmo sentido, é igual a 360° .

Apesar de tudo isto, a aluna afirmou que a utilização dos recortes não foi algo que apreciara tanto como a utilização de outros materiais, como os tangram's e os geoplanos, uma vez que verificou que não era tão fácil como pensava inicialmente e, por essa razão, a tarefa não foi tão esclarecedora no início, mesmo tendo conseguido chegar às conclusões esperadas e ter correspondido de forma positiva às expectativas da atividade.

Relativamente às relações descobertas pela Margarida, é possível afirmar que todas foram adquiridas de forma significativa, uma vez que nas aulas que se seguiram à sua investigação a aluna conseguiu sempre identificar as relações sem erros e de forma eficaz, sem grandes tempos de espera, principalmente nos momentos de revisão existentes no início de todas as aulas.

Tarefa 6: De seguida, é analisado o desempenho da Margarida na tarefa 6, onde se trabalhavam as propriedades dos triângulos e dos paralelogramos com o auxílio do Tangram.

A tarefa 6, na qual eram trabalhadas as propriedades dos triângulos e dos paralelogramos estudadas em sala de aula com o auxílio do Tangram, foi encarada pela Margarida como uma tarefa completamente nova e que visava explorar conteúdos novos, uma vez que as dificuldades sobre a classificação dos triângulos quanto ao comprimento dos lados e à amplitude dos ângulos, principalmente, eram bastante acentuadas. A aluna baralhava as definições de cada classificação, assim como a sua explicação, sempre que questionada sobre o assunto.

A tarefa 6 encontra-se dividida em duas tarefas, a primeira referente às propriedades dos triângulos e a segunda referente às dos paralelogramos.

Na T1, a Margarida conseguiu construir dois triângulos utilizando pares de peças do Tangram. Apesar de ambos estarem mal desenhados, como apresentado na Figura 29, a aluna reconheceu o erro e justificou-o ao afirmar que para o desenhar colocou as peças do Tangram no quadriculado e as contornou, não reparando que as tinha colocado desalinhadas com o quadro apresentado.

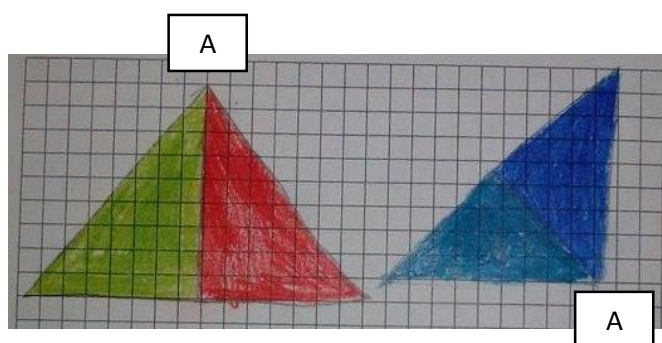


Figura 29 - Construções da Margarida para a T1 da tarefa 6

Neste sentido, a Margarida reconheceu, numa entrevista que visava refletir sobre as tarefas da ficha de trabalho que reunia as tarefas da tarefa 6, que o triângulo apresenta um ângulo reto, como o representado no excerto a seguir.

Professora: Isto é um ângulo quê? Se estivesse bem desenhado? [A professora questiona a aluna sobre os ângulos A's da Figura.]

Margarida: Reto.

Professora: Então é um triângulo ...

Margarida: ... retângulo.

No geral da tarefa com o tangram, a aluna compreendeu a forma correta de manipular o material de que dispunha e, com ele, resolver as tarefas da ficha de trabalho mesmo que resolvidas de forma parcial ou incorreta. Compreendeu acima de tudo que este material, muitas vezes utilizado para estimular a criatividade dos alunos, pode auxiliar no estudo de alguns conteúdos geométricos e tornar as atividades mais chamativas e “divertidas, porque parece que estamos a brincar ao mesmo tempo que aprendemos”. Apesar de ter manipulado o material de forma a obter as figuras geométricas pedidas, a Margarida demonstrou muitas dificuldades no conteúdo referente às classificações dos triângulos quanto ao comprimento dos lados e à amplitude dos ângulos, por baralhar as definições de classificação relativas ao comprimento dos lados, principalmente. Esta dificuldade é retratada na resposta à T1, uma vez que a aluna demonstra claramente que não compreendeu a intenção, como demonstrado na Figura 30.

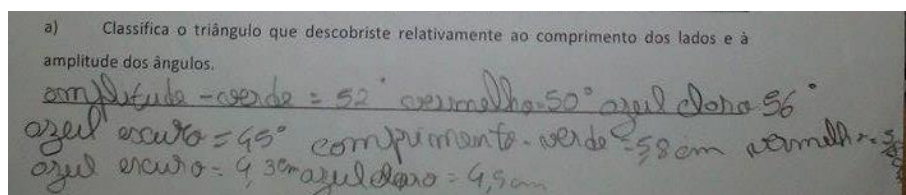


Figura 30 - Proposta de resolução da Margarida à T1 da tarefa 6

No momento em que a Margarida teve de explicar a tarefa, as respostas apresentadas ao longo de toda a ficha de trabalho, foi-lhe pedido que classificasse os triângulos que construiu. As respostas obtidas na entrevista foram um pouco diferentes das apresentadas anteriormente, tal como demonstrado, de seguida, no excerto da entrevista à Margarida.

Professora: Na ficha do tangram, eu pedi para vocês usarem as peças do Tangram e agruparem em pares para construir triângulos, certo?

Margarida: Certo.

Professora: Tu construístes dois triângulos, certo? E eu pedi para classificarem os triângulos quanto ao comprimento dos lados e à amplitude dos ângulos. Como é que classificamos os triângulos? Como equiláteros, isósceles e escalenos, quanto ao comprimento dos lados. Quanto à amplitude dos ângulos, obtusângulo, acutângulo e retângulo. Como é que nós classificamos estes triângulos?

Margarida: Este é retângulo. [Aluna aponta para o triângulo verde e vermelho e identifica-o corretamente.]

Professora: Retângulo e ... agora quanto ao comprimento dos lados.

Margarida: E ... [Aluna muito hesitante em dar a resposta por não se recordar da definição atribuída à classificação de triângulos quando ao comprimento dos lados.]

Professora: Tem os lados todos iguais, dois lados iguais ou os lados todos diferentes?

Margarida: Dois lados iguais.

Professora: Então é ...

Margarida: ... isósceles (Aluna responde com algum receio de errar, por confundir as designações de isósceles e equilátero.)

Professora: Muito bem, o verde e o vermelho. E o outro?

Margarida: Este é acutângulo.

Professora: Tem os ângulos todos agudos?

Margarida: Não.

Professora: Isto é um ângulo quê? Se estivesse bem desenhado? [A professora questiona a aluna sobre os ângulos A's da Figura.]

Margarida: Reto

Professora: Então é um triângulo ...

Margarida: ... retângulo.

Professora: E tem dois lados iguais, todos iguais ou todos diferentes?

Margarida: Todos diferentes.

Professora: Todos diferentes, porquê?

Margarida: Não, são dois iguais e um diferente.

Professora: Tu é que sabes. [Esta afirmação ajuda a aluna a expor o seu raciocínio sem recear ser julgada por estar errada ou correta.]

Margarida: Dois iguais e um diferente.

Professora: Dois iguais e um diferente, então é também retângulo e ...

Margarida: ... isósceles.

Professora: Isósceles. Então os dois triângulos, apesar de terem dimensões diferentes são o quê?

Margarida: Os dois isósceles.

Professora: E os dois ...

Margarida: ... retângulos.

Por outro lado, a aluna não demonstrou dificuldade nos conteúdos relacionados com os paralelogramos, conseguindo construir os dois requeridos na T2 desta tarefa, com a manipulação de peças do Tangram também previamente determinadas, para que os alunos não perdessem demasiado tempo e se focassem automaticamente na revisão dos conteúdos. A Figura 31 apresenta os dois paralelogramos construídos pela Margarida.

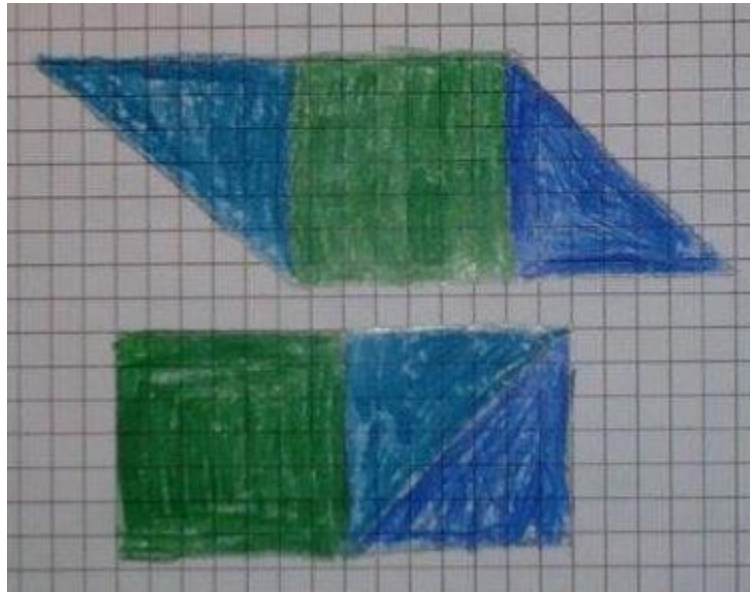


Figura 31 - Construções da Margarida para a T2 da tarefa 6

Os desenhos da Margarida não são perfeitos, novamente, por ter delimitado as figuras no quadriculado a partir das peças manipuláveis do Tangram e por não ter tido cuidado em seguir as medidas exatas, mas apesar disso demonstrou o conhecimento do necessário para explicar as condições necessárias à construção de um qualquer paralelogramo, como apresentado na Figura 32 e no excerto seguinte da entrevista.

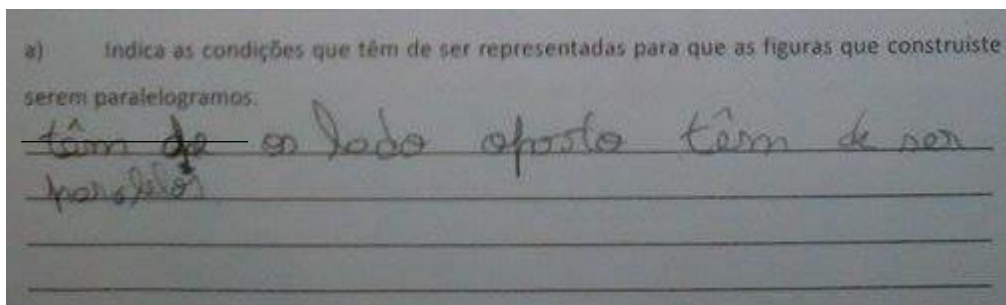


Figura 32 – Justificação da Margarida à T2 da tarefa 6

Professora: Aqui nos paralelogramos, tu desenhaste dois paralelogramos diferentes. Um é um paralelogramo e o outro é um ...

Margarida: ... retângulo.

Professora: Que também é um paralelogramo, porque tem os lados opostos ...

Margarida: ... paralelos.

Professora: Depois eu pedi para me dizerem as condições que têm de estar presentes para ser um paralelogramo, tem de ter, como já dissemos, os lados ...

Margarida: Todos os lados opostos têm de ser paralelos.

Professora: Isso tens nas duas figuras. E depois? Há mais alguma coisa?

Margarida: Não há. [A aluna hesitou um pouca antes de responder, principalmente, porque precisou de organizar as ideias e recorrer aos conhecimentos anteriores sobre o conteúdo em análise.]

Após a análise da tarefa é possível verificar que a utilização de um material manipulável nunca antes utilizado pela aluna neste ciclo de ensino a ajudou a interessar-se mais pela tarefa e a querer obter respostas corretas, mas acima de tudo, a Margarida queria realizar a tarefa na totalidade, mesmo não tendo a certeza de estava no caminho correto, como aconteceu na T1. Tarefa na qual a aluna, mesmo não se recordando das classificações dos triângulos quanto ao comprimento dos lados e quanto à amplitude dos ângulos, tentou demonstrar algum empenho e dedicação à atividade, ao assinalar as medidas dos triângulos que a auxiliariam, futuramente, a classificá-los.

Tarefa 7: Por fim, são analisados os dados representativos do desempenho da Margarida na tarefa 7, em que as propriedades dos triângulos e dos paralelogramos eram revistas com o auxílio do Geoplano e do Papel Pontado.

A tarefa 7, em que se pretendia trabalhar conteúdos matemáticos com o auxílio do geoplano relacionados com as duas figuras geométricas trabalhadas nesta investigação, os triângulos e os paralelogramos, provou-se uma tarefa desafiante para a Margarida, que afirmou ainda não ter trabalhado com este material manipulável.

A tarefa em análise encontra-se dividida em dois grupos, o primeiro destinado à análise do tópico da classificação dos triângulos quanto ao comprimento dos lados e à amplitude dos ângulos e o segundo grupo às propriedades, já estudadas, dos paralelogramos.

Como verificado anteriormente, a Margarida demonstrou muitas dificuldades no primeiro grupo, em que se reviam os conteúdos relacionados com a classificação dos triângulos, o que prova que a distração inicial da aluna nas aulas de Matemática a levou a perder informações importantes e a descuidar as suas aprendizagens e por não ser uma aluna que estuda de forma regular, estes conteúdos ainda suscitaram bastantes dúvidas.

Logo a primeira tarefa do primeiro grupo, T1, em que a Margarida deveria ter desenhado os triângulos que conhecia, os triângulos: (1) isósceles retângulo; (2) isósceles obtusângulo; (3) isósceles acutângulo; (4) escaleno retângulo; (5) escaleno

obtusângulo; (6) escaleno acutângulo; e (7) equilátero acutângulo, apenas desenhou quatro, como representado na Figura 33, sendo que os dois primeiros são triângulos isósceles retângulos, o último da primeira fila é um triângulo escaleno retângulo e o da segunda fila é um triângulo escaleno acutângulo.

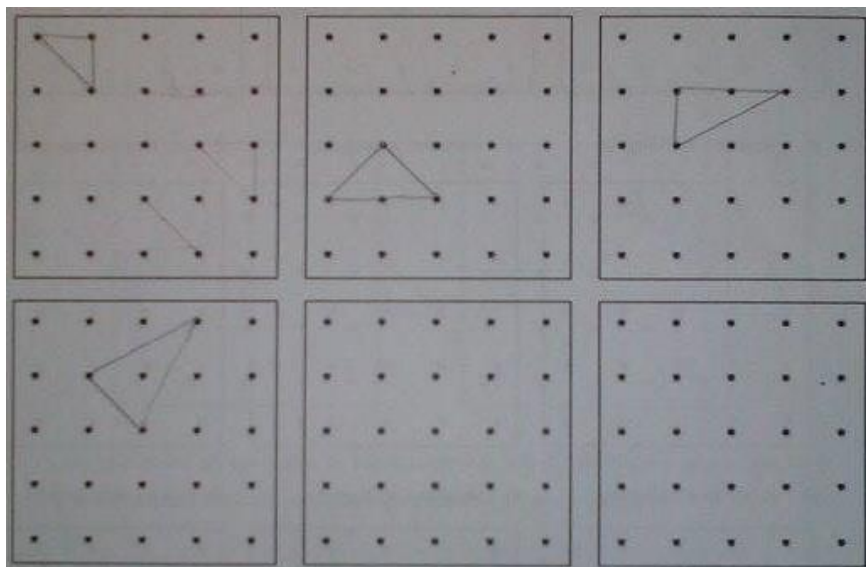


Figura 33 - Proposta de resolução da Margarida à T1 da tarefa 7

Desta forma é possível concluir que a Margarida encarou a indicação dada no enunciado da questão de “diferentes” não em relação à classificação dos triângulos quanto ao comprimento dos ângulos e à amplitude dos ângulos mas sim em relação às duas dimensões e localizações no geoplano, não correspondendo a qualquer expectativa da professora para com a tarefa em análise por não dominar os conteúdos em análise. E quando questionada sobre as resoluções apresentadas à T1, sobre o critério utilizado para a construção de apenas quatro triângulos, a aluna respondeu apenas “Lado, lado, lado.”.

A T2 desta tarefa foi um pouco surpreendente depois dos resultados apresentados anteriormente, uma vez que a Margarida demonstrou um pouco mais de domínio sobre as classificações dos triângulos relativamente à amplitude dos ângulos e ao comprimento dos lados, uma vez que desenhou corretamente quase todos os triângulos requeridos, compreendendo que um triângulo isósceles tem de ter pelo menos dois lados com o mesmo comprimento, que os escalenos apresentam lados com os comprimentos todos diferentes, que um triângulo retângulo tem de ter um ângulo reto, com uma amplitude igual a 90^0 , que um triângulo obtusângulo apresenta um ângulo obtuso, e por isso tem de ter uma amplitude superior a 90^0 , e que um triângulo

acutângulo tem de apresentar todos os ângulos agudos, com amplitudes iguais ou diferentes, desde que sejam inferiores a 90° .

A Figura 34 apresenta as construções da Margarida, representadas no papel pontado depois de as ter construído no geoplano.

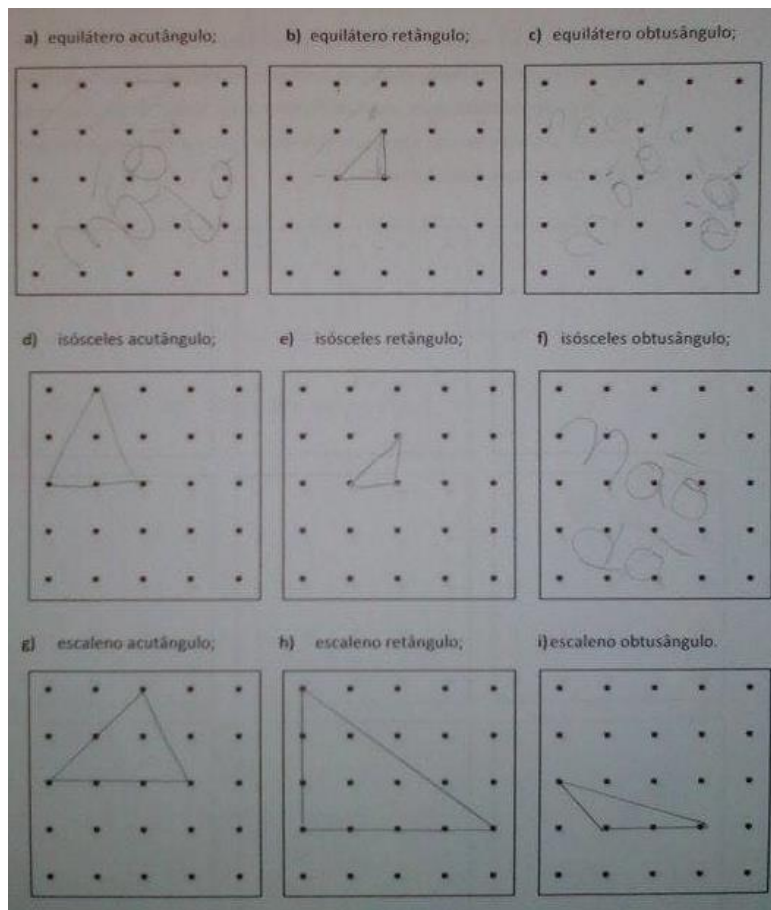


Figura 34 - Proposta de resolução da Margarida à T2 da tarefa 7

Como é possível observar, a aluna afirma que não consegue construir três triângulos: (1) o equilátero acutângulo; (2) o equilátero obtusângulo; e (3) o isósceles obtusângulo. E no momento em que a tarefa foi analisada, a aluna explicou o porquê de não os conseguir construir, como apresentado no excerto da entrevista seguinte e compreendeu se as suas escolhas e ideias iniciais sobre os triângulos possíveis de construir, estavam corretas ou erradas.

Professora: O equilátero acutângulo, este triângulo tinha de ter os lados todos ...

Margarida: ... todos agudos.

Professora: Os ângulos todos agudos e os lados todos ...

Margarida: ... todos ... dois lados iguais?

Professora: Um equilátero tem de ter dois lados iguais, todos os lados iguais ou nenhum lado igual?

Margarida: Tem de ter todos iguais.

Professora: Ou seja, este triângulo tinha de ter o comprimento dos três lados igual e os três ângulos tinham de ser ... agudos. Conseguíamos?

Margarida: Não.

Professora: Não? Porquê?

Margarida: Porque se nós fizermos um triângulo vai ter sempre um ângulo ou obtuso ou reto ou agudo, não vai ter todos agudos. [A aluna responde de forma muito hesitante a todas as questões que lhe são colocadas sobre o tema, demonstrando insegurança nos seus conhecimentos e um certo nervosismo e receio de errar por essa mesma razão.]

...

Professora: Aqui, equilátero, os lados todos ... [A professora aponta para o local onde é pedida a construção de um triângulo equilátero retângulo.]

Margarida: ... iguais.

Professora: Retângulo? Um ângulo reto. Eu tinha dito que a distância de um prego [do geoplano] na horizontal é mais pequena que a distância na diagonal, mas não é só isso. Num triângulo retângulo como se chamam os lados? Existem dois ...

Margarida: ... catetos e a hipotenusa

Professora: : E nós aprendemos que a hipotenusa é o lado maior ou mais pequeno do triângulo retângulo?

Margarida: Maior.

Professora: Porquê? Porque num triângulo ao maior ângulo, neste caso o de 90° , opõe-se o maior lado ou o menor lado?

Margarida: Opõe-se o maior lado.

Professora: Ou seja, se temos um ângulo maior, o lado maior vai estar oposto. Então podíamos ou não podíamos construir?

Margarida: Sim.

Professora: Então!? Equilátero retângulo! Equilátero, os lados todos iguais.

Margarida: Então não!

Professora: Se temos um ângulo maior, vamos ter, obrigatoriamente, um lado ...

Margarida: ... maior.

...

Professora: E o equilátero obtusângulo, não conseguiste construir e muito bem, porquê? Era a mesma situação do equilátero retângulo, se temos um ângulo maior, com maior amplitude, que é o caso do obtuso, que tem de ter mais de 90° , vais ter oposto um lado maior ou menor?

Margarida: Maior.

Após esta conversa, é possível afirmar que a Margarida, quando obrigada a pensar sobre os conteúdos matemáticos tenta compreendê-los e explicá-los da melhor forma e que as informações que lhe são transmitidas de forma mais direta, mais

personalizada a ajudam a desenvolver aprendizagens significativas. Apesar de ser notória uma confusão entre o conceito de ângulo e de lado, em várias situações, e, por isso, as resoluções relacionadas com as classificações dos triângulos quanto ao comprimento dos lados e à amplitude dos ângulos saírem prejudicadas. A Figura 35 apresentar um exemplo escrito desse conflito de conceitos, mesmo depois de se terem encontrado situações semelhantes em exposições orais.

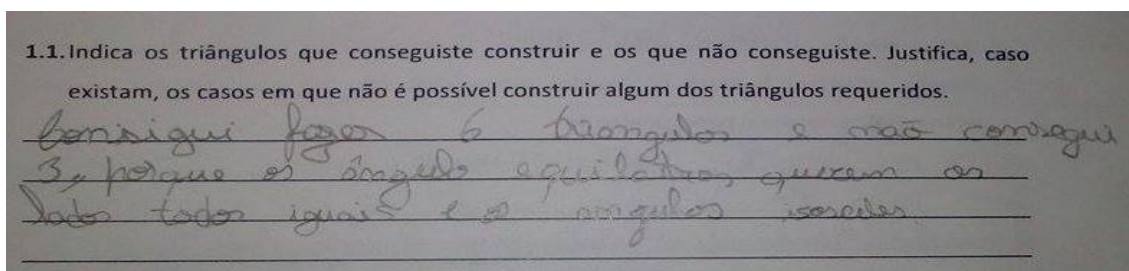


Figura 35 - Proposta de resolução da Margarida para a justificação da T1 da tarefa 7

Depois de analisadas as tarefas referentes ao tema da classificação dos triângulos é possível afirmar que a aluna não correspondeu às expectativas e não domina o conteúdo, por nunca ter dedicado algum tempo de estudo a este, uma vez que na aula em que foi introduzido a aluna se provou, visivelmente, desinteressada. Apesar de aos poucos começar a relacionar todos os conceitos com as suas definições, fazendo cada vez menos confusões.

Prosseguindo, o segundo grupo, que engloba a T3, a T4 e a T5, trabalha as propriedades dos paralelogramos e, como verificado anteriormente, são conteúdos que a Margarida adquiriu com mais facilidade, por estar mais atenta na aula em que foram introduzidos, principalmente, por ter tomado consciência que o seu comportamento na sala de aula a prejudicava e não a ajudava a adquirir novas aprendizagens nem aproveitamento quantitativo positivo nos momentos de avaliação. Foi por isso um grupo que abordou conteúdos que não colocaram grandes entraves ao seu desenvolvimento, apesar de se terem verificado algumas dificuldades.

Assim, a T3 foi resolvida corretamente e como era expectado, para a aluna, como apresenta a Figura 36.

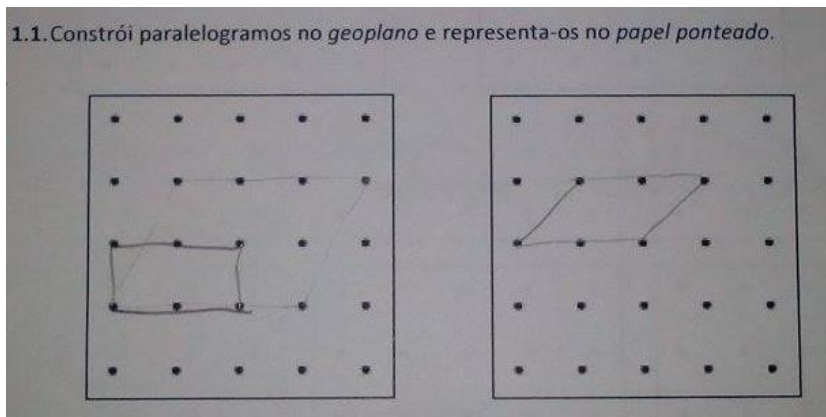


Figura 36 - Proposta de resolução da Margarida à T2 da tarefa 7

Esta resolução não colocou qualquer entrave a aluna, que mesmo sabendo como desenhar os dois paralelogramos no papel pontado sem o auxílio do geoplano decidiu utilizá-lo apenas por ser um material diferente na sala de aula e ter demonstrado muito interesse na sua manipulação, utilizando-o em todas as oportunidades que surgiram.

Por outro lado, a T4 e a T5 foram um pouco mais complicadas para a Margarida, que mesmo sabendo que a soma dos ângulos internos de um triângulo é igual a 360° e as relações dos ângulos internos com os ângulos externos adjacentes e entre os ângulos internos opostos de um paralelogramo, não foi capaz de o justificar corretamente, nem por escrito nem com o auxílio do geoplano e do papel pontado, como apresenta a Figura 37 e 38.

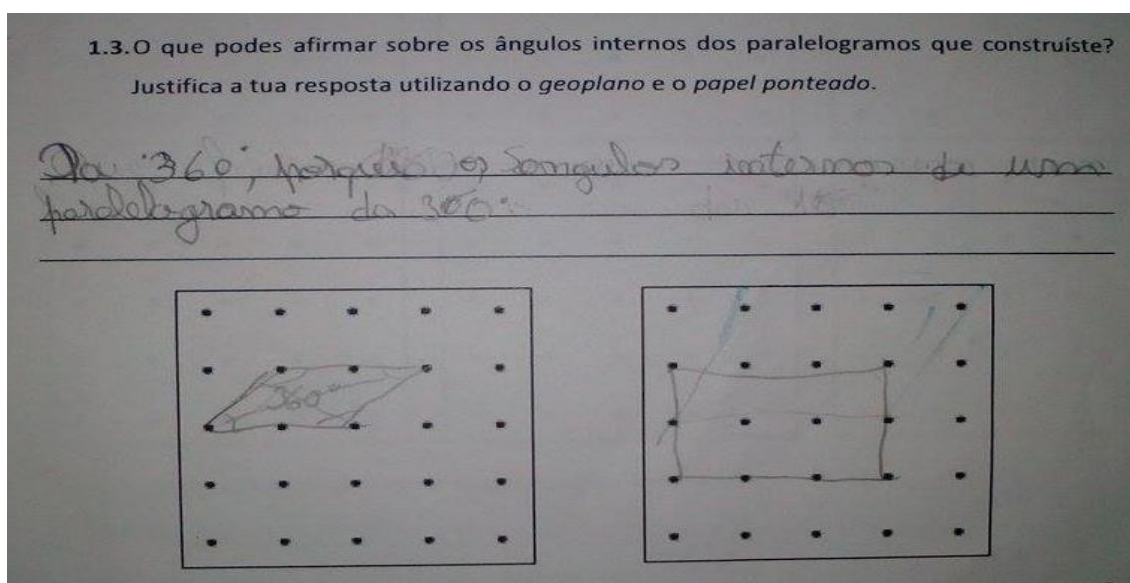


Figura 37 - Proposta de resolução da Margarida à T4 da tarefa 7

1.4. Qual a relação estabelecida entre os ângulos internos de um paralelogramo e os seus ângulos externos? E entre os ângulos internos opostos do paralelogramo? Justifica utilizando o geoplano o papel pontado

Se os ângulos são 180° , porque se deslocarmos um lado do paralelogramo dá 180° e mais $180 + 180$ dá 360° . Por isso os ângulos todos dão 360° e os ângulos opostos ^{opostos externos têm} a mesma medida

Figura 38 - Proposta de resolução da Margarida à T5 da tarefa 7

Nestes casos, a Margarida teria de ter relacionado as amplitudes dos ângulos internos opostos e não adjacentes, afirmando que eram iguais e que a soma de dois ângulos internos adjacentes era igual a 180° . E, por isso, sendo quatro os ângulos internos e a soma de dois internos adjacentes ser igual a 180° , $180 + 180 = 360$. Mas a resolução da Margarida é justificada pela afirmação de que a soma das amplitudes dos ângulos internos ser igual a 360° .

O excerto seguinte representa a justificação da aluna no momento em que lhe foram solicitadas algumas explicações sobre as resoluções que apresentou anteriormente.

Professora: Depois pedi para me dizeres o que sabias sobre os ângulos internos. O que podes afirmar sobre os ângulos internos dos paralelogramos que construístes?

Margarida: Que se nós juntarmos todos os ângulos internos o resultado vai ser 360° .

Professora: Porquê?

Margarida: Porque os ângulos internos são todos ...

Professora: ... são todos iguais, todos diferentes?

Margarida: Não, diferentes.

Professora: Então, num paralelogramo, temos quatro ângulos internos diferentes?

Margarida: Não.

Professora: Então?

Margarida: Dois são iguais.

Professora: quais é que são iguais?

Margarida: Os verticalmente opostos

Professora: E relativamente aos ângulos externos? Se eu desenhar aqui um ângulo externo vai ser igual ao quê? [A professora desenha um ângulo externo ao lado de um ângulo externo para a aluna compreender a pergunta.]

Margarida: Vai ser igual a este.

Professora: O externo vai ser igual ao ângulo interno ...

Margarida: ... oposto.

Professora: E ...

Margarida: ... adjacente.

Professora: Porque têm um lado em comum.

No final desta tarefa, é possível verificar que a manipulação do geoplano e a consequente passagem das construções para o geoplano não colocaram grandes problemas à Margarida, que provou compreender a correta manipulação de ambos os materiais e manipulá-lo para auxiliar as suas resoluções e a revisão de conteúdos introduzidos anteriormente. Mas que, apesar desta situação, as estratégias de resolução da aluna nem sempre foram claras, levando a resoluções incorretas ou apenas parcialmente corretas, o que corrobora o afirmado sobre a aluna anteriormente, que apesar de conseguir ser clara em quase todas as demonstrações, a sua comunicação matemática é um pouco aquém do esperado.

A reação da Margarida às tarefas com recurso aos materiais manipuláveis

A Margarida é uma aluna que se foi revelando ao longo de todas as aulas, provando que gosta de ser desafiada e de aprender Matemática e faz tudo por tudo para compreender as várias formas de resolução que uma só tarefa pode apresentar, principalmente quando estas se apresentam diferentes da resolução que encontrou.

Relativamente aos materiais manipuláveis e à sua utilização na sala de aula, a aluna, em entrevista, referiu que a utilização destes “torna as aulas um bocadinho mais fáceis” e que estes são uma “forma mais divertida de aprender”. Mas, ao mesmo tempo, a Margarida afirma que se lhe for dado a conhecer o objetivo para a utilização dos materiais didáticos as aulas se tornam mais fáceis, caso este não seja claro, as aulas tornam-se confusas e o material não ajuda em nada o desenvolvimento e resolução das tarefas em que são utilizados.

Apesar de afirmar com toda a convicção que os manipuláveis facilitam as aulas e o desenvolvimento das tarefas, a Margarida refere também que estas mesmas aulas são “ao mesmo tempo, também mais complicadas” por ter de se ter mais atenção à utilização dos materiais, à sua correta manipulação, para que possam auxiliar na produção de conjeturas e na formação novas aprendizagens.

A maioria das tarefas utilizadas para esta investigação foram todas recebidas, de forma bastante positiva, pela Margarida, principalmente por recorrerem a materiais didáticos diferentes daqueles que utilizam, normalmente, em contexto de sala de aula. Contudo, a aluna demonstrou algumas dificuldades iniciais nas tarefas em que era necessário recorrer aos recortes, por não possuir a destreza necessária para a manipulação da tesoura mas também por querer desenvolver as tarefas sem ler com atenção as orientações das fichas de trabalho. Nesta situação, a Margarida, depois de realizar alguns testes ao material e de não alcançar resultados concretos, dedicava algum tempo à análise da tarefa na ficha de trabalho, das indicações fornecidas, quer na ficha quer oralmente pela professora, e, assim, realizava os recortes nos sítios adequados e conseguia atingir resultados satisfatórios.

De qualquer forma, em algumas tarefas, a aluna demonstrou-se muito pouco interessada nas aulas e bastante distraída, principalmente nas tarefas iniciais da investigação. Foi uma situação reconhecida pela aluna ao pedir para trocar de lugar para ficar mais concentrada nas aulas e conseguir desenvolver as tarefas de forma mais eficaz, desenvolvendo novas aprendizagens sem se distrair tanto com os colegas. O que prova que as tarefas desenvolvidas estavam a cativar a Margarida e lhe desenvolveram a vontade de se envolver mais e de tornar as suas aprendizagens mais significativas.

As tarefas que envolviam e referiam os conteúdos relacionados com a classificação de triângulos, quanto ao comprimento dos lados e à amplitude dos ângulos, de todas, foram as que colocaram mais desafio à aluna, que baralhava os conceitos constantemente por não conhecer bem as suas definições e que se verificam facilmente nas fichas de trabalho, nas respostas da aluna e nas entrevistas em que estas atividades eram questionadas e em que eram requeridas algumas explicações das mesmas.

A aluna referiu ainda, em diferentes aulas, que as atividades da aula em que tinha de usar os materiais manipuláveis eram as que mais a ajudavam em casa na realização de tarefas mais “tradicionais”, uma vez que lhe bastava “pensar como fez na aula com o

material” para conseguir fazer em casa. E que a utilização de materiais fáceis de construir e que podiam levar para casa era mais divertido e ajuda na realização de tarefas em casa e nos momentos de estudo da disciplina de Matemática.

Concluindo, por tudo o observado nas aulas, é possível afirmar que os materiais manipuláveis ajudaram, de forma razoável, a Margarida a ultrapassar as dificuldades, por tornar as aulas mais didáticas e interessantes. Principalmente por fomentar na aluna uma maior vontade de iniciar a aula de Matemática, de aprender conteúdos novos e descobrir novos materiais. Este aspeto é observável em algumas melhorias encontradas nas tarefas analisadas, nomeada e principalmente ao nível da classificação dos triângulos, em que a aluna revelou, aos poucos, melhores conhecimentos, e também no domínio desde sempre das propriedades dos paralelogramos, que a aluna demonstrou dominar, em praticamente todas as situações. Contudo, a aluna utilizou os materiais manipuláveis para realizar todas as tarefas propostas, mesmo quando conhecia de antemão o conteúdo abordado e dominava os conteúdos.

A Leonor

A Leonor como aluna

A Leonor é uma aluna que apresenta um aproveitamento escolar relativamente bom a todas as áreas curriculares, apesar de a Matemática ser uma área em que a aluna apresenta resultados abaixo dos esperados, por todas as capacidades demonstradas em contexto de sala de aula e por apresentar um raciocínio matemático muito perspicaz. É uma aluna que provou não conseguir revelar os seus conhecimentos, nos momentos de avaliação, por se atrapalhar e ficar um pouco nervosa por querer melhorar os resultados quantitativos.

É uma aluna que apresenta um comportamento razoável, contudo, em determinadas situações, também gosta de conversar com os colegas do lado sobre assuntos extra-aula. Apesar de se distrair, em algumas ocasiões, reconhece o erro e tenta não voltar a cometê-lo, concentrando-se mais nos conceitos explorados. Apesar disso, cumpre sempre os horários e é uma aluna, que em contexto de sala de aula mostra ser demonstra participativa, por vontade própria mas apenas nas situações em que tem a certeza do raciocínio que elaborou e vai apresentar, nas restantes situações é pouco participativa, mas mostra-se constantemente atenta a todas as explicações da professora, com o objetivo de tentar melhorar os seus próprios resultados e de estes se aproximarem um pouco mais do seu esforço. A Leonor é uma aluna que estuda Matemática diariamente, precisamente para melhorar os resultados nos momentos de avaliação.

A realização dos trabalhos de casa e a revisão dos conteúdos abordados em todas as aulas são encarados apenas como um momento de confirmação dos resultados que encontrou em casa, uma vez que a sua mãe, por ser professora de Matemática, lhe presta bastante auxílio, nunca se antecedendo na introdução dos conteúdos que ainda não foram abordados em sala de aula. Apesar desta situação, a Leonor é uma aluna curiosa que gosta de aprender quando um colega apresenta uma correção diferente da sua e procura compreendê-la, para poder utilizá-la em situações futuras.

A Leonor apresenta um caderno diário bem organizado, com os títulos devidamente assinalado, para conseguir situar-se, em casa, quando estuda.

A personalidade da Leonor, extrovertida, curiosa, brincalhona, reflete-se, por vezes na sala de aula, mas na grande maioria das situações de sala de aula, a aluna demonstra uma atitude bastante mais sossegada e organizada, para compreender todos os conteúdos e lhe ser dada a oportunidade de comunicar com os colegas, de lhes dar a conhecer o seu ponto de vista sobre determinada tarefa. A comunicação matemática da aluna é bastante confusa, uma vez que sempre que lhe é pedido que justifique alguma conjectura que elaborou, tanto por escrito como oralmente, a aluna baralha as informações e não consegue expor os conhecimentos que, em muitos casos, se sabem que esta domina.

É uma aluna que tenta sempre ajudar os colegas, mas apenas depois de concluir as suas atividades, e que se sente satisfeita com o auxílio dados aos colegas e por ajudá-los a melhorar. Gosta de ser desafiada e colocada em situações de investigação, por poder explorar as suas ideias e provar as suas conjecturas.

A Leonor e o desempenho nas tarefas com recurso aos materiais manipuláveis

De seguida é apresentado o desempenho da Leonor a algumas das tarefas descritas no capítulo anterior, uma vez que nem todas apresentam informação relevante. Desta forma, as tarefas a analisar são a tarefa 2, a tarefa 6 e a tarefa 7.

Tarefa 2: Nesta tarefa, em que se pretendia descobrir a relação existente entre os ângulos internos de um triângulo, a relação entre um ângulo externo e os dois ângulos internos não adjacentes a este e a relação entre três ângulos externos provenientes de vértices diferentes e colocados todos no mesmo sentido, a Leonor apresentou como principal dificuldade a justificação das figuras que apresentou na ficha de trabalho referente a esta tarefa, uma vez que as suas construções levam a concluir que esta compreendeu a melhor forma de manipular o material de que disponha e atingiu as expectativas. Ou seja, a Leonor manipulou o material de forma a tirar conclusões corretas mas não conseguiu, em grande parte, justificar as conjecturas encontradas ao longo da tarefa.

Desta forma, na T1 a Leonor cortou de imediato o triângulo tendo utilizado o tempo disponível foi utilizado para ler toda a tarefa com atenção e para colocar algumas dúvidas sobre a sua compreensão.

Para a T1, a Leonor conseguiu apresentar uma justificação plausível e adequada à conjectura elaborada, como apresenta a Figura 39.

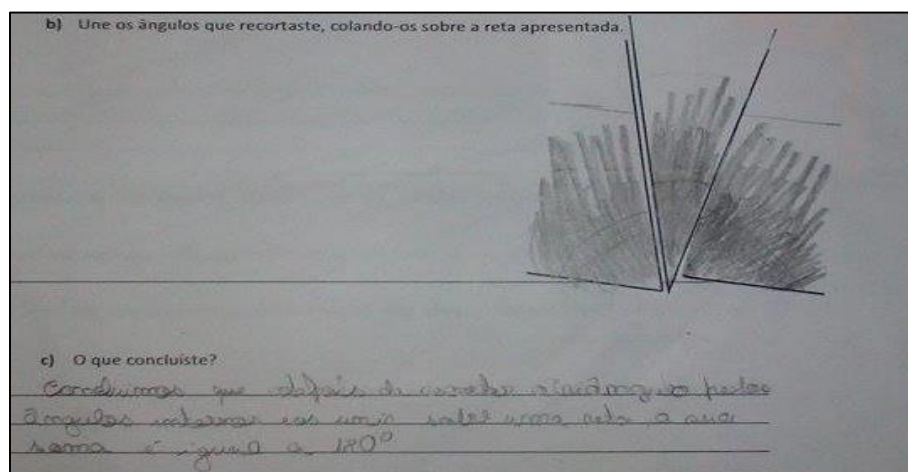


Figura 39 - Proposta de resolução da Leonor à T1 da tarefa 2

Após a análise desta tarefa, é possível afirmar, segundo o observado na Figura 39, que a Leonor conseguiu concluir o esperado, apesar de ter sido observado que a justificação encontrada foi desenvolvida após uma breve conversa com os colegas por apresentarem justificações idênticas e até iguais à da Leonor. Ainda assim, é de salientar que a aluna conseguiu juntar os três ângulos do triângulo de forma a concluir visualmente que a sua junção resulta num ângulo raso, igual a 180° , apesar dos três não terem sido colocados corretamente e fora do segmento de reta apresentado para servir como orientação ao desenvolvimento da T1.

No momento de confronto e reflexão sobre a T1, desenvolveu-se o seguinte diálogo, em que a aluna recorreu à tarefa para rever as conjecturas elaboradas na ficha de trabalho da tarefa 2 e a professora para colocar as questões que visavam a sua reflexão.

Professora: Aqui [A professora aponta para a T1 da tarefa 2.] analisamos os ângulos internos e externos de um triângulo, quando pedi para tu recortares os três ângulos do triângulo tu recortaste e o que conseguiste fazer com eles?

Leonor: Um ângulo de 180° .

Professora: Porquê?

Leonor: Porque a soma dos ângulos internos de um triângulo é sempre 180° .

Ainda na orientação do apresentado anteriormente, a Leonor apresentou resoluções às restantes tarefas da ficha de trabalho igualmente corretas e justificadas de forma bastante esclarecedora, como as figuras seguintes comprovam (Figuras 40 e 41).

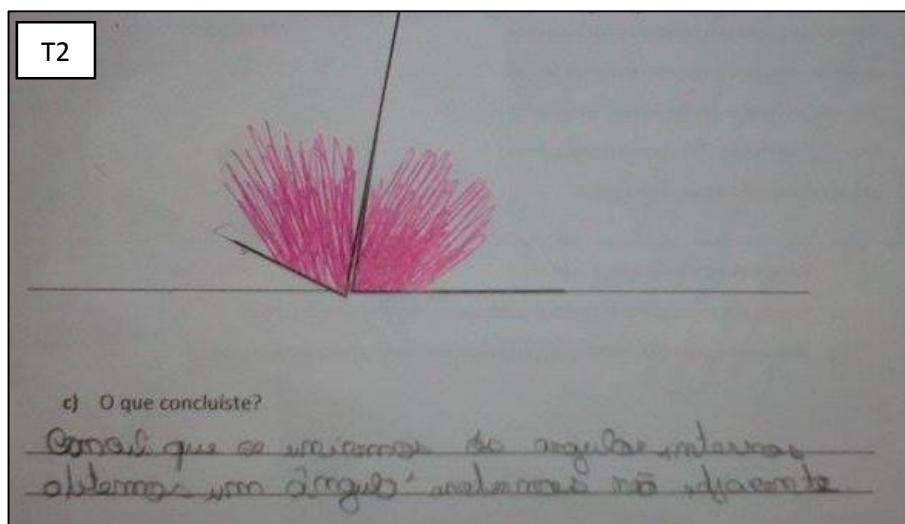


Figura 40 - Proposta de resolução da Leonor à T2 da tarefa 2

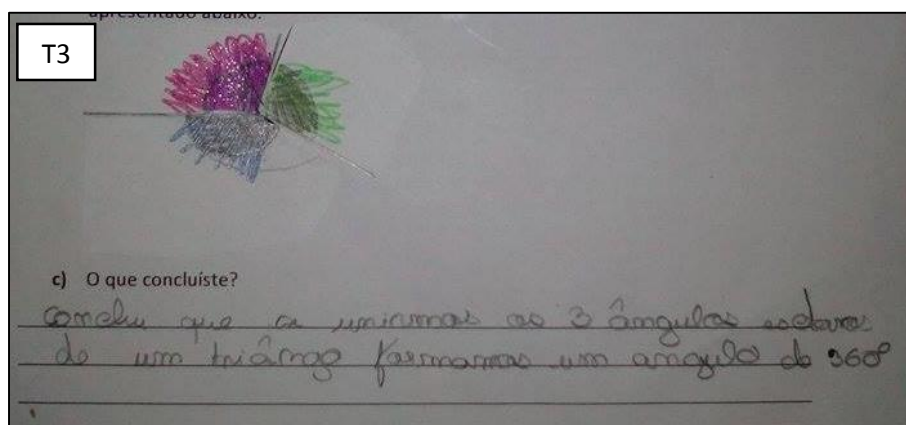


Figura 41 - Proposta de resolução da Leonor à T3 da tarefa 2

Nestas tarefas, T2 e T3, a principal dificuldade da Leonor foi a determinação dos ângulos externos, necessitando de uma explicação, por não se recordar do método necessário para a sua determinação.

Desta forma e ultrapassada esta dificuldade, a aluna conseguiu manipular o material com bastante facilidade, não sentindo qualquer dificuldade no manuseamento do material de desenho. Em ambas as tarefas a aluna correspondeu às expectativas colocadas no desenvolvimento da tarefa 2, quer pelo manuseamento do material que demonstrou e foi possível observar quer pelas conjeturas formadas, levando-a a concluir que a amplitude de um ângulo externo de um triângulo é igual à soma dos dois ângulos

internos não adjacentes, na T2, e que a soma das amplitudes de três ângulos externos provenientes de três vértices diferentes e selecionados todos tendo em conta a mesma orientação é igual a 360° .

No momento em que a Leonor tinha de refletir sobre as resoluções apresentadas na ficha de trabalho e correspondentes às tarefas T2 e T3, conseguiu ser clara na explicação do raciocínio, lembrando as conclusões encontradas com o auxílio do material, mostrando-se familiarizada com os conceitos pela rapidez de resposta que demonstrou em relação a quase todas as questões que lhe foram colocadas, como se pode verificar no excerto de uma entrevista apresentado de seguida.

Professora: Aqui [A professora aponta para a T2 da tarefa 2], fala dos ângulos externos e internos de um triângulo. Foi quando pedi para recortarem um ângulo externo e os dois ângulos internos não adjacentes. O que é que nos podemos concluir daí?

Leonor: Que ao unirmos os ângulos internos podemos obter um ângulo externo não adjacente.

Professora: E relativamente aos ângulos externos de um triângulo?

Leonor: Hum ... [A aluna demorou um pouco a responder, ao contrário das situações anteriores].

Professora: Olha para aqui [A professora aponta para a T3 da tarefa 2], tu aqui tens três ângulos externos do triângulo. O que é que concluíste?

Leonor: Que ao unirmos estes três podemos fazer um ângulo de 360° .

Professora: Ou seja, ...

Leonor: ... a soma de três ângulos externos de um triângulo é 360° .

Posto isto, é possível verificar que a Leonor apenas hesitou na exposição das relações existentes entre três ângulos externos de um triângulo, mas quando lhe foi pedido que olhasse para a construção desenvolvida com os recortes, a aluna, automaticamente, compreendeu o conceito e se recordou da regra.

Com o desenvolvimento da tarefa 2, a Leonor afirmou que a utilização de materiais torna as aulas mais interessantes e que o facto de serem desafiados a descobrirem os conceitos, as relações existentes entre os ângulos dos triângulos tornou a aula mais divertida e lhes possibilitou expor a “forma como pensamos”. É, então, possível afirmar que as aprendizagens foram adquiridas, pela Leonor, de forma significativa, principalmente por serem introduzidas de forma diferente das tradicionais e habituais, uma vez que nas aulas seguintes a aluna referiu, nas situações em que tinha

de recorrer a estes conteúdos, o material utilizado e a forma como o utilizou para desenvolver as conjecturas.

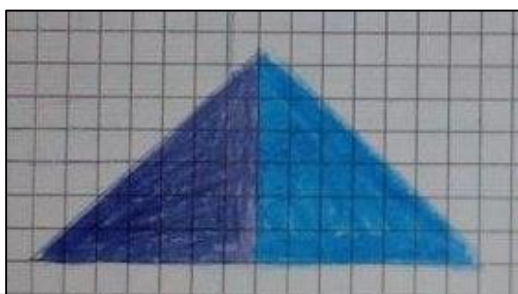
Tarefa 6: De seguida, é analisado o desempenho da Leonor na tarefa 6, onde foram trabalhadas as propriedades dos triângulos e dos paralelogramos, estudadas e introduzidas em aulas anteriores, com o auxílio do Tangram.

A tarefa 6 foi bem recebida pela Leonor, principalmente por lhe ter sido concedida a oportunidade de manipular um material que conhecia mas não tinha percebido que podia ser utilizado como um auxílio na descoberta e exploração de conteúdos matemáticos.

Apesar de os conteúdos que a tarefa 6 referia, a Leonor, nas aulas anteriores, demonstrou algumas dificuldades, quer no que concerne aos triângulos quer aos paralelogramos, assim, a tarefa não foi explorada pela aluna com muita facilidade. Contudo, existem alguns aspetos que a aluna domina, ou seja, mesmo não dominando os conteúdos, a Leonor consegue apresentar uma resposta visual bastante esclarecedora. Por outro lado, as suas justificações escritas vão contra o apresentado e colocam em dúvida os conhecimentos da aluna, que aparenta não os dominar na sua totalidade, conseguindo chegar a algumas conclusões com o auxílio da manipulação do material mas quando lhe era requerido uma explicação escrita das conclusões retiradas com o material não conseguiu demonstrar-se eficaz.

A presente tarefa encontra-se dividida em duas tarefas, a T1 e a T2, referentes às propriedades dos triângulos e às dos paralelogramos, respetivamente.

Assim, na T1 a Leonor apenas construiu um triângulo, no quadriculado, utilizando os dois triângulos pequenos do Tangram e classificou-o de forma parcialmente correta, como apresenta a Figura 42. O triângulo foi desenhado pela Leonor quase na perfeição e seguindo as linhas orientadoras do quadriculado.



a) Classifica o triângulo que descobriste relativamente ao comprimento dos lados e à amplitude dos ângulos.

retângulo, equilátero

Figura 42 - Proposta de resolução da Leonor à T1 da tarefa 6

Num momento de reflexão sobre a figura apresentada e sobre o requerido na T1, a Leonor explicou o porquê de ter construído apenas um triângulo e as principais dificuldades encontradas na exploração da presente tarefa, como apresentado no excerto da entrevista seguinte.

Professora: Nesta ficha do tangram, porque é que só construístes um triângulo? Tinhas de usar duas peças para construir triângulos, porque é que só construístes um?

Leonor: Porque aqui ao construir o triângulo eu achava que não ia caber mais um triângulo.

Professora: Mas caber no espaço ou não conseguiste construir a utilizar as peças?

Leonor: Não consegui muito bem construir a utilizar as peças.

Professora: Quando manipulaste não conseguiste construir outro?

Leonor: Não.

Professora: E dizes que é um triângulo retângulo e equilátero porquê?

Leonor: Retângulo porque tem aqui um ângulo reto. [A aluna identifica erradamente o ângulo reto no triângulo que construiu.]

Professora: Aqui? Não, porque isto não é nenhum vértice do triângulo [A aluna apontava para a união dos dois triângulos dos tangram mas com insistência reconhece o erro.] e porque é que é um triângulo equilátero?

Leonor: É porque tem o comprimento dos lados tem a mesma medida.

Professora: São todos iguais? É o que tu estás a dizer? Então aqui é equilátero?

Leonor: Acho que não.

Professora: Então? Porque é que não é? Que lados é que têm o mesmo comprimento na imagem?

Leonor: Este e este. [A aluna identifica-os corretamente.]

Professora: E este, tem o mesmo comprimento? [A professora aponta para a hipotenusa do triângulo.]

Leonor: Não.

Professora: Então? É um triângulo retângulo, certo. E...porque tem

Leonor: Hum hum. [A aluna com esta expressão pretende reforçar a ideia de que o triângulo apresentado é retângulo, como afirmado pela professora.] E isósceles ... porque tem dois lados com comprimento igual

Professora: Porque tem ...

Leonor: ... porque tem dois lados com comprimento igual.

Posto isto, é possível verificar que a aluna não tem completamente esclarecidas as classificações dos triângulos quanto ao comprimento dos lados, principalmente, e à amplitude dos ângulos, uma vez que afirmou, inicialmente, que o triângulo tinha os lados todos com o mesmo comprimento e só depois de ser obrigada a repensar a sua resposta concluiu que um dos lados do triângulo apresentava um comprimento superior aos outros dois, sendo por isso um triângulo isósceles.

Por sua vez, a T2, referente às propriedades dos paralelogramos, prova a grande dificuldade da Leonor, a de se expressar matematicamente, ou seja, nesta tarefa, a aluna conseguiu construir os dois paralelogramos pedidos na presente tarefa, como apresenta a Figura 43. Por outro lado, quando lhe foi pedido que indicasse as condições necessárias para que as figuras que apresentou sejam consideradas paralelogramos, a Leonor limitou-se a expor a forma como colocou as peças do Tangram, como apresenta a Figura 44.

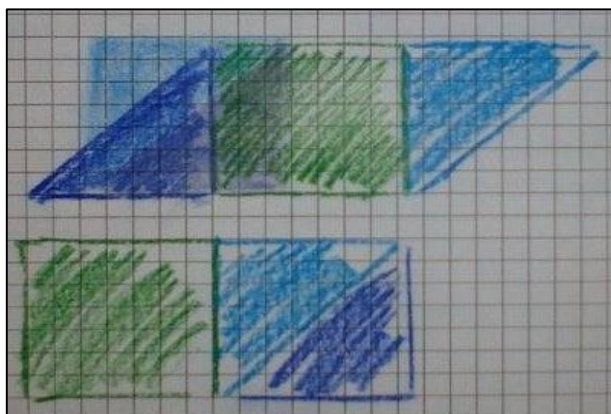


Figura 43 - Construções da Leonor para a T2 da tarefa 6

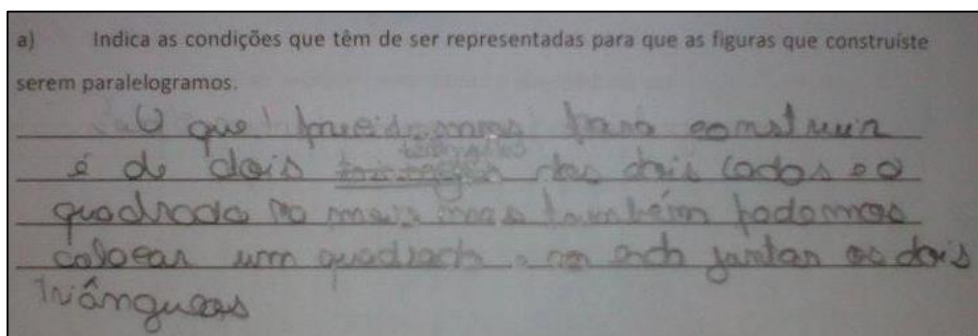


Figura 44 - Justificação da Leonor à T2 da tarefa 6

Neste caso, a Leonor não apresentou desenho tão perfeccionistas, uma vez que ao colocar as peças do Tangram no quadriculado não teve em atenção as linhas destes para se orientar, desenhando os lados dos quadrados ou dos triângulos no meio das quadrículas.

O excerto seguinte aconteceu no momento em que a Leonor teve de refletir sobre a tarefa 6.

Professora: E aqui, na parte dos paralelogramos com o tangram, porque é que construístes esses dois paralelogramos? Antes de mais, o que é um paralelogramo?

Leonor: Um paralelogramo é ...

Professora: Para termos um paralelogramo temos de ter o quê? Pensa no nome.

Leonor: Tem os lados paralelos.

Professora: O que são dois lados paralelos?

Leonor: Que nunca se cruzam.

Professora: Então quais são os lados paralelos?

Leonor: Este e este. [A aluna indica os lados paralelos corretamente.]

Professora: São os lados ...

Leonor: ... opostos.

Professora: Tem de ter os lados opostos ...

Leonor: ... paralelos.

Professora: e então isto é um paralelogramo e isto também? [A professora aponta respetivamente para cada um dos paralelogramos representados na Figura 43.] Porquê? [A professora questiona a aluna em relação às figuras da ficha de trabalho.]

Leonor: Sim, porque ...

Professora: ... no primeiro ...

Leonor: Neste paralelogramo ... [A aluna aponta para o primeiro paralelogramo da Figura 43.] ... se nós ao construirmos um retângulo e depois fizermos dois triângulos, metemos um deste lado e outro deste e fazemos um paralelogramo.

Professora: Porque continuamos a ter os lados opostos paralelos. Porquê?

Leonor: Porque este é oposto a este e este é oposto a este. [A aluna identifica os lados opostos paralelos corretamente.]

Professora: E aqui? [A professora aponta para o segundo paralelogramo da Figura 43.]

Leonor: Também.

Professora: Então podemos dizer que um retângulo é um paralelogramo?

Leonor: Sim.

Professora: Porquê?

Leonor: Porque ... hum ... porque os lados são paralelos.

Professora: Sim, porque tem os lados opostos paralelos, muito bem.

Desta forma, é possível compreender que a Leonor, inicialmente, apresentou algumas dúvidas na identificação das condições necessárias para se construírem paralelogramos, mas quando foi pressionada rapidamente a identificou e reconheceu que os lados paralelos são aqueles que nunca se cruzam e os identificou corretamente em ambas as figuras geométricas da Figura 43.

Tarefa 7: Por fim, analisam-se os dados da tarefa 7, em que se trabalhavam as propriedades dos triângulos e dos paralelogramos eram revistas com o auxílio do Geoplano e do Papel Pontado, introduzidas anteriormente.

A tarefa 7 encontra-se dividida em dois grupos, o primeiro destinado à análise do conteúdo da classificação dos triângulos quanto ao comprimento dos lados e à amplitude dos ângulos, com as tarefas T1 e T2, e o segundo grupo ao das propriedades, dos paralelogramos, com as tarefas T3, T4 e T5. Todos os conteúdos abordado nesta tarefa foram introduzidos anteriormente e reforçados até então, por serem aqueles em que todos demonstraram mais dificuldades, incluindo a Leonor.

Desta forma, a Leonor, logo na primeira tarefa da ficha de trabalho, apresenta triângulos que quando classificados são “iguais” e só o compreende quando levada a refletir sobre o assunto, como o apresentado no excerto da entrevista que se segue à Figura 45.

A figura apresentada de seguida (Figura 45) demonstra a resolução da Leonor à T1 e o excerto da entrevista a reflexão sobre a mesma, assim como uma justificação a cada uma das opções tomadas.

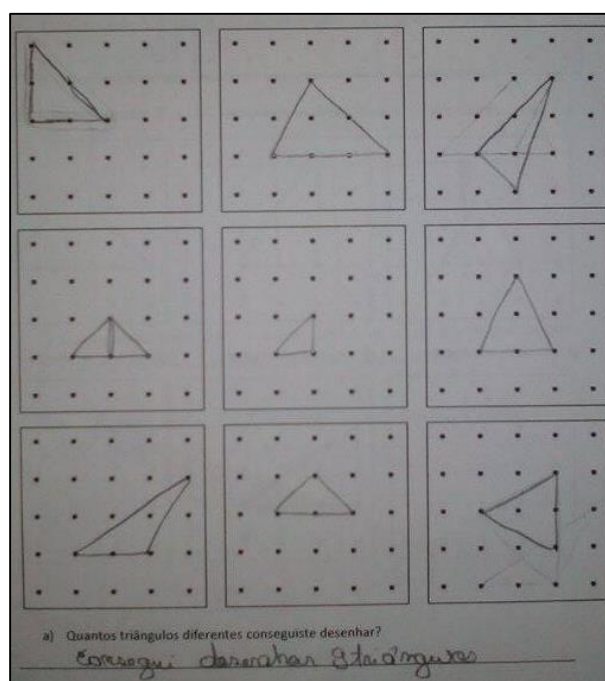


Figura 45 - Proposta de resolução da Leonor à T1 da tarefa 7

Professora: Na ficha do geoplano e do papel pontado tu encontraste 9 triângulos, certo? Se te pedir para classificar estes triângulos relativamente ao comprimento dos lados e à amplitude dos ângulos, tu achas que vai haver algum igual?

Leonor: Sim.

Professora: Quais?

Leonor: [A aluna identifica os triângulos com classificações iguais corretamente.]

Posto isto, é possível verificar que aluna já domina os conteúdos relacionados com a classificação de triângulos quanto ao comprimento dos lados e à amplitude dos ângulos, uma vez que reconheceu os que apresentam classificações iguais, de todos os desenhados na T1.

Os triângulos que a Leonor construiu não englobam todas as classificações que conhece, (1) isósceles retângulo; (2) isósceles obtusângulo; (3) isósceles acutângulo; (4) escaleno retângulo; (5) escaleno obtusângulo; (6) escaleno acutângulo; e (7) equilátero acutângulo, apesar de ter conseguido construir quatro triângulos com classificações diferentes. Dos nove triângulos que a aluna construiu, quatro são triângulos isósceles retângulos, dois são triângulos escalenos acutângulos, dois são triângulos isósceles acutângulos e um deles é um triângulo escaleno obtusângulo, como o apresentado na Figura 45.

Um facto que prova que a aluna se tem vindo a empenhar para desenvolver as suas aprendizagens relacionadas com a classificação dos triângulos quanto ao comprimento dos lados e à amplitude dos ângulos é o excerto, onde a Leonor, quando colocada a refletir sobre a resolução apresentada à T2, como apresenta a Figura 46, reconhece rapidamente as classificações e respetivas definições e se os triângulos que construiu estão corretos e se os que não construiu podiam ou não ser construídos corretamente.

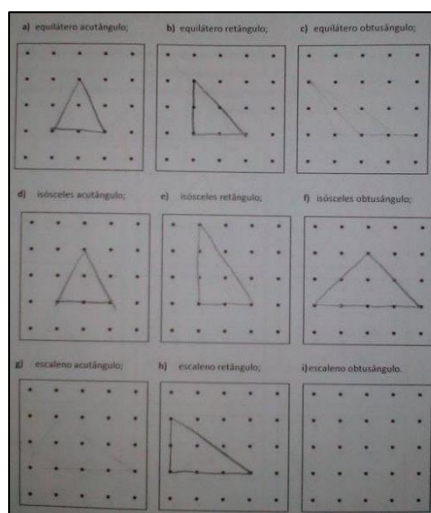


Figura 46 - Proposta de resolução da Leonor à T2 da tarefa 7

Professora: Que triângulos é que tu não conseguiste construir?

Leonor: O equilátero obtusângulo e ... o escaleno obtusângulo.

Professora: Porque é que não conseguiste construir?

Leonor: Porque ao construir o equilátero obtusângulo eu fazia com os elásticos ...

Professora: Um ângulo obtuso?

Leonor: Sim, e depois para ser equilátero este comprimento tinha de ser igual a este, estes dois comprimentos tinham de ser iguais e tinham de ser iguais a este, e não dava. [A aluna refere que o lado oposto ao ângulo obtuso tinha de ter o mesmo comprimento que os outros dois ângulos.]

Professora: Ou seja, ...

Leonor: ... os lados do triângulo tinham de ser todos iguais e não dava para construir.

Professora: Porque o ângulo obtuso, faz com que o lado oposto seja ...

Leonor: ... diferente.

Professora: Com maior ou menor comprimento?

Leonor: Maior.
O escaleno acutângulo, ao pôr aqui o elástico em baixo ... [A aluna identifica o lado do triângulo que serviria como base.]

Professora: O que é escaleno acutângulo? Escaleno?

Leonor: Tem os lados todos diferentes.

Professora: Os lados todos diferentes. E acutângulo?

Leonor: Tem os ângulos agudos.

Professora: Todos os ângulos agudos. Nesta sombra que tens aqui, os ângulos são todos agudos? [A professora refere a sombra do desenho apagado pela aluna na ficha de trabalho.]

Leonor: Não.

Professora: Não? Então?

Leonor: Este aqui é reto. [A aluna identifica como um ângulo reto um ângulo agudo.]

Professora: De certeza?

Leonor: Acho que não. [A aluna responde muito timidamente por receio de errar e não ter a certeza de qual a resposta correta.] Não.

Professora: Então se não é reto, é ...

Leonor: ... agudo.

Professora: Ou seja, os três ângulos são ...

Leonor: ... agudos.

Professora: E os três lados são diferentes ou iguais?

Leonor: Diferentes.

Professora: Então escaleno acutângulo, todos os lados diferentes e todos os ângulos agudos, dava ou não dava para construir?

Leonor: Sim. [A aluna demonstra-se novamente tímida, mas desta vez por perceber que tinha construído o triângulo escaleno acutângulo corretamente.]

Professora: E agora, o escaleno obtusângulo, porque é que não conseguiste construir? Tínhamos que ter um ângulo ...

Leonor: ... obtuso.

Professora: E os lados todos ...

Leonor: ... diferentes.

Professora: Sim, e porque é não conseguiste construir?

Leonor: Eu ao fazer o ângulo obtuso, este lado é igual a este [A aluna aponta para os lados adjacentes ao ângulo obtuso.] e este aqui era diferente [A aluna refere o lado que se opõe ao ângulo obtuso.]

Professora: Mas não precisava de ser obrigatoriamente igual, podias baixar um “preguinho” [No geoplano.] e já não ficava igual a este, não era? E tinhas na mesma o ângulo obtuso e tinhas um lado com um comprimento, outro lado com outro comprimento, e o que ia unir os dois vértices ia ser com outro comprimento, ou seja, todos os lados ...

Leonor: ... diferentes.

Professora: E um ângulo ...

Leonor: ... obtuso.

Professora: Aqui, equilátero retângulo, um ângulo ...

Leonor: ... Hum ... reto ... [A aluna demonstra-se hesitante na resposta a dar, mas acaba por compreender que sabe a resposta.]

Professora: E equilátero ...

Leonor: ... os lados todos iguais.

Professora: Estes lados são todos iguais?

Leonor: Não.

Professora: Então? Porque é que puseste que eram todos iguais?

Leonor: Porque aqui este espaço ...

Professora: A hipotenusa?

Leonor: É maior que o destes.

Professora: Ou seja? A distância de um prego para o outro que se encontra “oposto” vai ser diferente, se traçar um segmento de reta, vai ser diferente daquele que traçarmos na diagonal, ou seja, este comprimento é maior do que ...

Leonor: ... esse... [A aluna aponta para os catetos do triângulo retângulo.]

Professora: Então, este triângulo está certo?

Leonor: Não.

Professora: Ou seja, este triângulo podemos construir ou não podemos construir?

Leonor: Não.

Professora: Porquê? Porque num triângulo retângulo quantos lados podemos ter iguais?

Leonor: Dois.

Professora: Os ... como é que se chamam?

Leonor: Os catetos.

Professora: Porque a hipotenusa é sempre o maior lado do triângulo ...

Leonor: ... retângulo

Assim, é possível afirmar que a Leonor consegue expor os seus raciocínios oralmente de forma clara e que domina bem os conteúdos da classificação de triângulos, mesmo quando o apresentado na tarefa não está correto na totalidade. Ao contrário do

que acontece com as justificações escritas que são pedidas à Leonor, ou seja, em grande parte dos casos em que tem de explicar o processo ou a resolução que encontrou, a Leonor não consegue ser clara nem expor as suas conclusões, apesar destas terem sido descobertas com o auxílio do material anteriormente e de a aluna demonstrar, nas aulas que compreendeu a conjectura elaborada e a conclusão alcançada, o conteúdo trabalhado. Um bom exemplo desta situação é a Figura 47 que se prova muito confusa e vai contra o apresentado pela Leonor no excerto apresentado anteriormente.

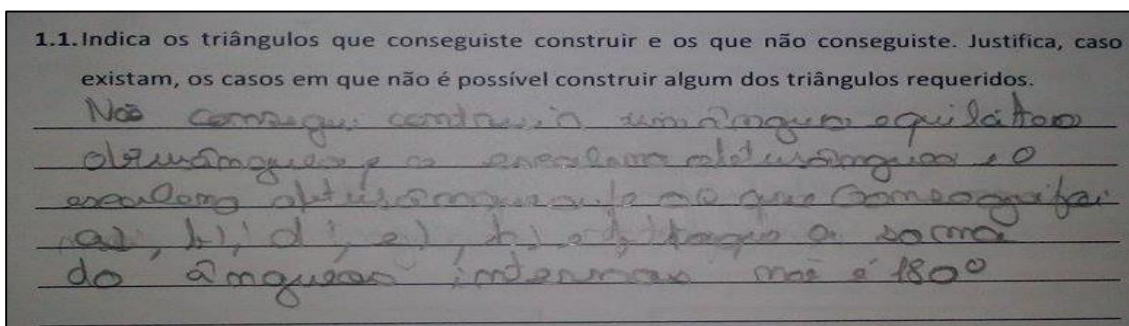


Figura 47 - Proposta de resolução da Leonor para a justificação da T1 da tarefa 7

Por fim, após a análise das tarefas referentes à classificação de triângulos quanto à amplitude dos ângulos e ao comprimento dos lados, é possível afirmar que a Leonor apresenta um bom domínio sobre o conteúdo e apesar de ser um conteúdo que poderia causar-lhe confusão se provou sempre muito entusiasmada na sua exploração, uma vez que assim, o dominaria melhor, sem demonstrar hesitação sempre que questionada sobre o assunto.

A última parte da tarefa 7, que trabalha as propriedades dos paralelogramos, foi um pouco confusa para a Leonor, que mesmo dominando os conteúdos, como demonstra o excerto seguinte da entrevista, não conseguiu desenvolver as tarefas T3, T4 e T5 de forma esclarecedora, no que concerne às explicações escritas, principalmente, como demonstrado de seguida.

Na T3 a Leonor não conseguiu ser muito perspicaz, apesar de ter conseguido construir dois paralelogramos, tal como aconteceu com a tarefa anterior, tarefa 6, e como prova a Figura 48.

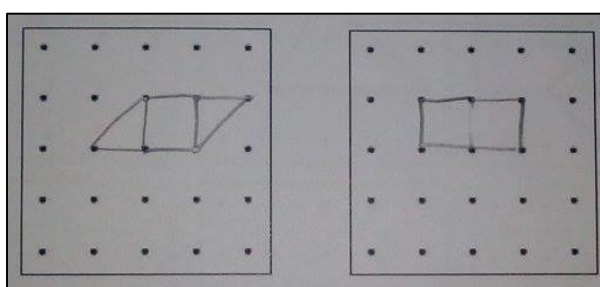


Figura 48 - Proposta de resolução da Leonor à T2 da tarefa 7

É possível observar, na figura anterior, que a Leonor desenhou os paralelogramos no papel pontado tal e qual como estes foram construídos no geoplano, ou seja, os desenhos da Leonor, principalmente o primeiro, apresentam a separação do paralelogramo em figuras geométricas uma vez que quando manipulou o geoplano a aluna utilizou três elásticos e desenhou-os com todas as linhas, não teve destreza para compreender que deveria manter apenas as linhas exteriores e que pertencem realmente ao paralelogramo.

Neste sentido, a T4 e a T5 demonstram mais uma vez a dificuldade da Leonor de colocar por escrito e de forma esclarecedora os seus conhecimentos, uma vez que a aluna, mesmo sabendo que a soma dos ângulos internos de um paralelogramo é igual a 360° , que os ângulos internos opostos não adjacentes apresentam amplitudes iguais e que a soma de dois ângulos internos adjacentes resulta numa amplitude de 180° , tal como a soma de um ângulo interno com o ângulo externo adjacente, não consegue justificar esse conhecimento.

As Figuras 49 e 50 apresentam as resoluções da Leonor às tarefas T4 e T5 e retratam as dificuldades sentidas pela aluna.

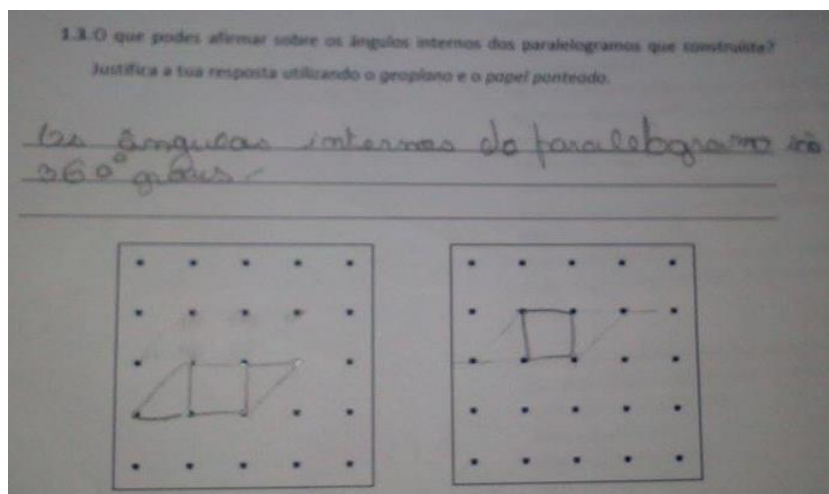


Figura 49 - Proposta de resolução da Leonor à T4 da tarefa 7

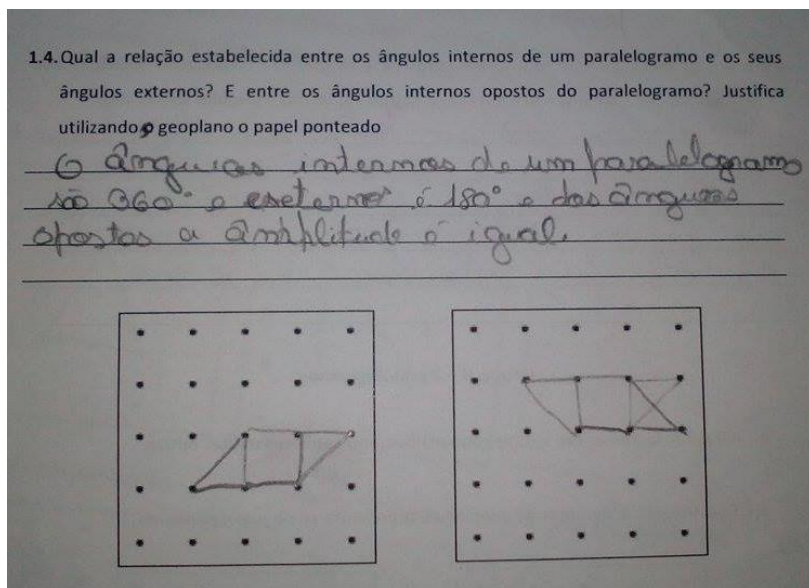


Figura 50 - Proposta de resolução da Leonor à T5 da tarefa 7

Posto isto, é possível verificar que a Leonor não correspondeu às expectativas colocadas para estas tarefas, no sentido em que não conseguiu munir-se do material para obter resultados nem explicar os conteúdos que já conhecia e dominava. Ou seja, a Leonor, apesar de reconhecer que a soma dos ângulos internos de um paralelogramo é igual a 360° , não foi capaz de explicar como chegou a essa conclusão, afirmando que como a soma de dois ângulos internos adjacentes é igual a 180° e que os ângulos internos opostos e não adjacentes têm amplitudes iguais, ao somar $180+180$, encontrava uma amplitude de 360° , representante da soma dos ângulos internos de um paralelogramo.

O excerto seguinte retrata a justificação da Leonor no momento em que lhe foram solicitadas algumas explicações sobre as resoluções que apresentou anteriormente, no momento em que refletiu sobre a tarefa 7.

Professora: Agora nos paralelogramos, eu pedi para justificares o que conheces sobre os ângulos internos de um paralelogramo e tu disseste que todos têm a soma de 360° , certo?

Leonor: Sim.

Professora: Porquê?

Leonor: Porque este ângulo é oposto a este e têm a mesma amplitude e este e este também têm a mesma amplitude. [A aluna refere que os ângulos internos opostos de um paralelogramo têm a mesma amplitude.]

Professora: Sim, mas depois o que é que tu podes concluir? Sabes que este e este são iguais e que este e este são iguais, mas este e este não são iguais.

Leonor: Não.

Professora: Mas, e se somares este com este vai dar o quê? [A professora indica dois ângulos internos adjacentes de um paralelogramo.]

Leonor: 180° .

Professora: E 180° mais ...

Leonor: ... 180° , dá 360° .

Professora: A relação entre os ângulos internos, os ângulos internos opostos e os externos. Então, o que é que nós podemos dizer? Já estivemos a ver que os ângulos internos opostos são ...

Leonor: ... iguais.

Professora: Que os ângulos internos adjacentes, resultam em ...

Leonor: ... 180° .

Professora: E os ângulos externos?

Leonor: 180° ?

Professora: Hum, se eu fizer um ângulo externo aqui, o que é que eu posso afirmar? Este ângulo vai ser igual a qual? [A professora desenha um ângulo externo no paralelogramo.]

Leonor: A este. [A aluna indica o ângulo corretamente.]

Professora: A este de dentro? Este é igual a este? [A professora aponta para o ângulo interno adjacente ao ângulo externo.]

Leonor: Não.

Professora: Então? Este é igual a qual?

Leonor: A este. [A aluna indica o ângulo corretamente.]

Professora: Ou seja, um ângulo externo é igual ao ângulo interno ...

Leonor: ... oposto.

No final da tarefa 7, é possível verificar que a Leonor, apesar de ter demonstrado um grande entusiasmo por trabalhar com o geoplano e ter compreendido rapidamente a forma correta de transpor as construções deste para o papel pontado, apresentou algumas dificuldades nas justificações das conclusões apresentadas. As dificuldades da aluna não se prendiam no domínio dos conteúdos abordados na tarefa, mas sim na sua explicação escrita, uma vez que sempre que foi questionada sobre estes conseguiu expressar-se de forma esclarecedora.

A reação da Leonor às tarefas com recurso aos materiais manipuláveis

A Leonor é uma aluna que sempre demonstrou um grande interesse por trabalhar com os materiais manipuláveis e que afirma gostar muito de estudar e aprender Matemática.

No que concerne aos materiais manipuláveis, a aluna referiu, em entrevista, que considera que a utilização dos materiais manipuláveis em sala de aula são mais interessantes do que aquelas em que os materiais não são utilizados de qualquer forma, afirmando que estes são “uma maneira melhor de aprendermos e gostarmos mais da matéria que estamos a falar.” Ao mesmo tempo que indica que o facto de poderem investigar os conceitos de forma autónoma é preferível na sua opinião, por considerar que “é uma maneira de nós darmos a nossa opinião e de conseguirmos fazer o nosso trabalho sozinhos, (...) sem a ajuda do professor (...) e conseguir desenvolver o nosso raciocínio.”.

Todas as tarefas implementadas e descritas na intervenção didática foram recebidas com muito entusiasmo pela Leonor, por a colocarem a desenvolver investigações autónomas com o auxílio de materiais manipuláveis que não estava habituada a utilizar nas aulas de Matemática.

Apesar de receber bem todas as tarefas, foi possível observar, nas aulas, que a Leonor demonstrou algum desinteresse quando as tarefas utilizavam materiais repetidos, por esperar sempre materiais diferentes de modo a permitir-lhe ampliar os seus conhecimentos sobre este conteúdo, desenvolvendo-os com empenho mas com menos entusiasmo. Por outro lado, esta situação ajudou-a a desenvolver as tarefas de forma mais calma e concentrada, por já estar habituada a manipulá-los e não os utilizar para brincar, diminuindo a sua excitação.

De entre todos os conteúdos introduzidos, a Leonor não demonstrou grandes dificuldades na compreensão de nenhum em específico nem no desenvolvimento das tarefas que recorriam ao material manipulável, mas no que concerne às justificações das tarefas, a aluna, em praticamente nenhuma situação, conseguiu exprimir o seu pensamento por escrito, dando justificações que não são pedidas e não fornecendo as informações necessárias, chegando mesmo a existir situações em que a aluna se limita a expor as condições da questão que lhe foi colocada.

Por fim, pode afirmar-se que a Leonor gostou de trabalhar com materiais e que estes a ajudaram a ultrapassar algumas dificuldades sentidas, nomeadamente na memorização dos conteúdos, por associá-los à utilização do material manipulável nos momentos de avaliação em que estes não estavam à sua disposição, principalmente quando estes eram utilizados em mais do que uma aula, não constituindo sempre uma novidade para a aluna e levando-a a iniciar o trabalho requerido de forma mais eficaz. Neste sentido, é de salientar que, apesar de gostar de trabalhar com matérias manipuláveis e destes a ajudarem a interiorizar as novas aprendizagens e a torna-las mais significativas, a Leonor nem sempre os utilizou da forma mais adequada, uma vez que em algumas situações os utilizou para brincar e não como auxílio ao desenvolvimento das suas aprendizagens. Contudo, a aluna utilizou os materiais manipuláveis para realizar todas as tarefas propostas, mesmo quando conhecia de antemão o conteúdo abordado e dominava os conteúdos.

CAPÍTULO VI – CONCLUSÕES

O último capítulo da segunda parte apresenta uma síntese dos resultados obtidos, as conclusões do estudo, onde são dadas respostas às questões orientadoras iniciais do problema e as limitações sentidas ao longo do desenvolvimento do estudo, quer na recolha quer na análise dos dados.

Síntese do estudo

Como referido anteriormente, no âmbito da PES II, inserida no Mestrado em Ensino do 1º e 2º Ciclos do Ensino Básico, desenvolveu-se um estudo numa turma do 5º ano de escolaridade, que pretendia compreender se os alunos do 5º ano, quando utilizam materiais manipuláveis, estes os ajudam na aquisição de novos conceitos relacionados com o tema dos Triângulos e dos Paralelogramos. Assim, realizou-se um estudo de natureza qualitativa no *design* de estudo de caso, a Margarida e a Leonor.

Na Tabela 4 apresenta-se uma síntese dos principais resultados dos alunos-caso.

Tabela 4 - Desempenho e reação dos alunos-caso nas tarefas analisadas

	Margarida	Leonor
Retrato	<ul style="list-style-type: none">•Curiosa, organizada e responsável.•Atenta às explicações, apesar de distraída nas aulas da parte da tarde.•Aproveitamento escolar médio e abaixo dos expectados.•Participativa e disposta a ajudar, mesmo sendo um pouco tímida e recear cometer um erro.•Comunicação matemática um pouco reduzida, apesar de apresentar justificações representativas, a aluna não se sente à vontade para explicar o seu raciocínio oralmente.	<ul style="list-style-type: none">•Aproveitamento escolar médio e abaixo dos expectados.•Dificuldade em demonstrar os conhecimentos nos momentos de avaliação.•Bem comportada, mas com momentos de distração.•Responsável, curiosa, organizada e participativa apenas quando domina um conteúdo.•Comunicação matemática confusa, apesar de a escrita ser menos esclarecedora que a oral.
Desempenho	<ul style="list-style-type: none">•Apresenta grandes dificuldades no domínio do conteúdo relacionado com a classificação dos triângulos.•Apresenta justificações escritas esclarecedoras.	<ul style="list-style-type: none">•Apresenta algumas dificuldades no domínio do conteúdo relacionado com a classificação dos triângulos.•Apresenta justificações escritas pouco esclarecedoras.

	<ul style="list-style-type: none"> • Domina os conteúdos relacionados com as relações existentes entre os ângulos internos e externos de um triângulo e com as propriedades dos paralelogramos. • Apresenta dificuldades na definição e construção de um ângulo externo de um triângulo e/ou paralelogramo. • Interpreta aos enunciados de forma incorreta, em alguns casos. • Compreende rapidamente a forma correta de manipular o material manipulável. 	<ul style="list-style-type: none"> • Apresenta domínio sobre as relações existentes entre os ângulos internos e externos de um triângulo. • Apresenta algumas imprecisões na manipulação do material manipulável. • Apresenta dificuldades na definição e construção de um ângulo externo de um triângulo e/ou paralelogramo. • Nem sempre interpreta aos enunciados de forma correta. • Compreende rapidamente a forma correta de manipular o material manipulável.
Reação	<ul style="list-style-type: none"> • Reflete sobre as resoluções apresentadas de forma retraída. • Considera os materiais manipuláveis uma forma divertida de aprender. • Refere o cuidado e atenção a ter quando se desenvolve uma tarefa com a utilização do material manipulável. • Encara quase todas as tarefas com manipuláveis de forma positiva. • Atividades com materiais repetidos são encaradas como banais e sem novidade. • Evidencia dificuldades na manipulação de materiais de desenho. • Refere a importância de trabalhar com materiais manipuláveis • Utiliza o material manipulável de forma recorrente. 	<ul style="list-style-type: none"> • Reflete sobre as tarefas de forma esclarecedora. • Considera as aulas com manipuláveis mais interessantes. • Gosta de aprender de forma autónoma. • Refere as tarefas individuais como mais produtivas, por permitirem desenvolver o raciocínio e a partilha de diferentes opiniões. • Evidencia algum desinteresse pela repetição da utilização dos materiais manipuláveis. • Manipula os recortes com bastante facilidade, por dominar o manuseamento do material de desenho utilizado. • Utiliza sempre o material manipulável para o desenvolvimento das tarefas propostas.

Após a análise dos dados da Margarida e da Leonor no capítulo anterior e conforme se pode observar na tabela, é possível afirmar que tanto a Margarida como a Leonor, apesar de díspares em algumas tarefas analisadas, apresentam desempenhos semelhantes. Apesar de apresentarem resoluções às tarefas semelhantes e dificuldades idênticas nas tarefas analisadas, as alunas apresentam algumas diferenças no que toca à comunicação matemática e à justificação dos resultados obtidos, ou seja, a Margarida consegue, em grande parte dos casos, justificar por escritas os métodos utilizados e as

conclusões alcançadas, demonstrando uma comunicação escrita em matemática clara e com conceitos relativamente adequados aos conteúdos abordados, por outro lado, a Leonor não consegue apresentar uma comunicação matemática esclarecedora, principalmente nas situações em que tinha de justificar a manipulação do material baseada em conteúdos introduzidos anteriormente e que deveriam estar adquiridos. Contudo, as alunas são novamente diferentes no que toca à comunicação oral, uma vez que a Margarida neste caso é um pouco mais insegura que a Leonor, que consegue expor os conhecimentos que domina mesmo que a resolução de determinada tarefa sobre a qual está a refletir esteja resolvida de forma incorreta enquanto a Margarida se retrai por medo de estar a cometer alguma gafe.

Do que se verificou anteriormente e de todas as observações realizadas, é possível concluir que ambas as alunas-caso apresentaram um maior grau de dificuldade no desenvolvimento de tarefas relacionadas com a classificação de triângulos quanto ao comprimento dos lados e à amplitude dos ângulos, o que se pode justificar por, na primeira aula, todos os alunos da turma, incluindo os casos estarem bastante distraídos. Esta distração e confusão inicial foi-se dissipando com as aulas seguintes, em que os alunos passaram a utilizar materiais manipuláveis com maior regularidade e estes passaram de um “brinquedo” utilizado raramente pra um objeto que os vai ajudar a adquirir e desenvolver novas aprendizagens, como defende Vale (2002).

Conclusões do estudo

De seguida apresentam-se as principais conclusões do estudo, sustentadas nos resultados obtidos e na revisão de literatura efetuada, tendo-se optado por organizá-las segundo as questões enunciadas assinaladas no início deste relatório.

Questão 1: Como se pode caracterizar o contributo dos materiais manipuláveis no desenvolvimento de conceitos relacionados com o estudo de triângulos e paralelogramos durante a intervenção didática?

Neste estudo, foi possível verificar que qualquer uma das alunas-caso utilizou os materiais manipuláveis de forma recorrente em todas as tarefas desenvolvidas. Um bom exemplo disso foi a manipulação com o geoplano e o papel pontado, em que ambas,

mesmo depois de compreenderem a utilização do papel ponteadado, continuaram a representar todas as figuras no geoplano e, só depois, as copiavam para o papel ponteadado. Contudo, foi possível verificar que as alunas-caso, apesar desta “dependência” do material manipulável, conseguiam realizar tarefas com os mesmos conteúdos e sem o auxílio deste com algum sucesso, evidenciando domínio sobre grande parte das propriedades dos triângulos e dos paralelogramos.

Apesar de recorrerem ao material manipulável e referirem a sua manipulação em diversas situações, as alunas-caso evidenciaram a maior parte das dúvidas no conteúdo relacionado com a classificação de triângulos quanto ao comprimento dos lados e à amplitude dos ângulos. Estas foram sendo esbatidas, aos poucos, por serem trabalhadas mais do que uma vez com recurso a materiais manipuláveis diferentes, o que levou a Margarida e a Leonor a compreenderem que diferentes materiais manipuláveis podem trabalhar o mesmo conteúdo e aos poucos tornarem as suas aprendizagens mais significativas.

Estes resultados são concordantes com Serrazina e Matos (1988) quando defendem que as figuras geométricas enunciadas anteriormente são ricas e permitem a realização de investigações diferentes das existentes para se descobrirem as relações existentes entre todos os seus componentes, uma vez que as propriedades dos triângulos e dos paralelogramos se relacionam entre si. Por outro lado, concluiu-se que os materiais manipuláveis levaram os alunos a querer compreender as figuras geométricas estudadas, os triângulos e os paralelogramos, uma vez que os fizeram encarar as atividades de forma mais lúdica, contribuindo para a formação de aprendizagens mais significativas, que os materiais manipuláveis contribuíram para melhorar a atitude face à Matemática (Vale & Barbosa, 2014).

É também possível afirmar que os manipuláveis foram utilizados pelas alunas, principalmente, por contribuírem para atribuir um cunho mais lúdico a todas as tarefas, e ajudou-as a compreender que o estudo da Matemática podia ser interessante, que a aprendizagem desta área também se pode tornar divertida e ajudar em situações rotineiras (Vale, 2002).

Questão 2: Que constrangimentos e potencialidades se identificam com a manipulação de materiais manipuláveis durante a intervenção didática que envolve o estudo de triângulos e paralelogramos?

Um dos principais constrangimentos identificados com a manipulação de materiais manipuláveis durante a intervenção didática foi a agitação das aulas, que se tornaram automaticamente mais barulhentas, tal como referido por vários autores (e.g. Abreu, 2013; Vale, 2002).

Apesar de os materiais manipuláveis terem contribuído para desenvolver os conceitos relacionados com os triângulos e paralelogramos de forma mais significativa, pode afirmar-se que a sua utilização em sala de aula contribuiu, inicialmente, para o desenvolvimento de aulas mais barulhentas e um pouco confusas. Este aspeto levou os alunos a distraírem-se do objetivo da utilização do material e a não adquirir as aprendizagens pretendidas, como se verificou, em particular, na aula em que foram trabalhadas as classificações dos triângulos quanto ao comprimento dos lados e à amplitude dos ângulos, o que justifica as maiores dificuldades sentidas nas tarefas que trabalhavam estes conteúdos. Contudo, a agitação e o “barulho” foram, em grande parte dos casos, produtivos, sendo possível escutar os alunos a conversarem sobre a manipulação do material e partilharem descobertas com os colegas que tinham perto.

É então possível concluir, que durante a intervenção didática em que foram utilizados materiais manipuláveis para estudar triângulos e paralelogramos, os alunos se mostraram mais dinâmicos e participativos sempre que lhes era disponibilizado tempo suficiente para o desenvolvimento das tarefas, incluindo algum tempo inicial para descobrirem os materiais manipuláveis, as suas potencialidades e os constrangimentos, para “brincarem” e depois o utilizarem como um recurso ao desenvolvimento das tarefas. Foi também perceptível o envolvimento de todos os alunos em todas as tarefas, quer os que obtêm resultados académicos mais elevados quer os que têm resultado mais baixos, o que leva a acreditar que os materiais manipuláveis potenciam o interesse pela área e, por isso, podem contribuir para uma melhoria dos resultados de todos os alunos (Vale, 1999).

Porém, para que as tarefas se desenvolvessem de forma produtiva foi essencial o domínio destas por parte do professor, uma vez que assim conseguia orientar os alunos corretamente, conhecia os constrangimentos e potencialidades do material

manipulável utilizados e orientava os alunos para aprendizagens mais significativas e reduzia a agitação da aula.

Na intervenção didática verificou-se que a distribuição organizada dos materiais foi uma mais-valia para o bom funcionamento das regências, uma vez que os alunos rapidamente compreenderam que quando o material tinha mais do que um elemento tinham de esperar até receberem todas as partes para iniciarem a resolução das tarefas e tal só acontecia se se mantivessem calmos e sossegados.

Verificou-se que a utilização dos materiais manipuláveis potenciou a vontade de aprender dos alunos, por quererem sempre desenvolver novas tarefas, com novos materiais manipuláveis, para descobrirem os novos conteúdos ou até mesmo trabalhar alguns já introduzidos, mas que por serem abordados segundo a perspetiva dos manipuláveis foram encaradas de forma diferente, encaradas como se estivessem a ser introduzidos pela primeira vez. É possível obter esta conclusão pela manipulação que as alunas-caso apresentaram, uma vez que os manipularam sempre para “descobrir”, mesmo conhecendo, por exemplo, diversos paralelogramos de antemão representaram-nos sempre no geoplano.

Foi evidente o interesse dos alunos em partilhar descobertas, em partilhar, nos momentos de discussão, as conjeturas que elaboraram, a sua vontade de participar (Velosa, 2008), o que foi potenciado pela utilização de materiais manipuláveis.

Outro constrangimento sentido no estudo foi a dificuldade dos alunos, no desenvolvimento de tarefas com o auxílio de materiais manipuláveis, de se abstraírem da sua utilização, ou seja, os alunos utilizaram os materiais disponíveis em todas as tarefas, mesmo quando descobriam outra forma mais simples e rápida de a resolver. Assim, foi importante fazer os alunos compreender que os conteúdos estudados não estavam presentes nos materiais manipuláveis (Vale, 2011), mas que estes eram apenas um auxílio e uma base para a sua descoberta e exploração, que mesmo sem os materiais é possível trabalhar os conteúdos matemáticos e que estes são apenas a base para os alunos criarem aprendizagens significativas.

Questão 3: Como se pode caracterizar a relação dos alunos com o material manipulável durante a intervenção didática que envolve o estudo de triângulos e paralelogramos?

De um modo geral, os alunos demonstraram muito interesse na realização das tarefas desenvolvidas com o auxílio do material manipulável, uma vez que estes representaram uma novidade no desenvolvimento das tarefas e ambiente de sala de aula. Desta forma, foi estabelecida uma relação bastante positiva com os materiais manipuláveis na realização das tarefas em que estes estavam presentes e verificou-se uma relação, estabelecida pelos alunos, entre estas e as tarefas onde não eram utilizados manipuláveis. Os materiais manipuláveis promoveram um maior envolvimento dos alunos na realização das tarefas, uma vez que lhes foi proporcionada a oportunidade de descobrirem diferentes conteúdos de forma autónoma, de produzirem e promoverem as suas aprendizagens de forma significativa e para consolidarem conceitos, como defendido por alguns autores (e.g. Botas, 2008).

Foi possível verificar, ao longo de toda a intervenção didática, que os alunos queriam sempre saber como construir os materiais que utilizaram, para os utilizarem em casa, para estudar e resolver as tarefas, e que sempre que possível, pediam para guardar os materiais para si, desde os recortes, aos *pins* que ajudavam a unir os recortes para uma melhor manipulação, até mesmo aos elásticos do geoplano.

A Margarida e a Leonor tiveram reações diferentes em relação aos materiais utilizados. A Margarida, em todas as tarefas em que os materiais manipuláveis representavam uma novidade na sala de aula, pois eram diferentes das das sessões anteriores, mostrou entusiasmo e bastante curiosidade. Por outro lado, naquelas em que se utilizaram materiais manipuláveis repetidos de outras sessões, desinteressou-se e não realizou as tarefas com a mesma curiosidade, simplesmente os manipulava como pedido nas fichas de trabalho e não se sentia tentada a utilizá-los para trabalhar outros conteúdos matemáticos.

A Leonor, por sua vez, aproveitava as tarefas que utilizaram materiais manipuláveis já trabalhados em tarefas anteriores para as desenvolver de uma forma mais concentrada e eficaz, sem desperdiçar tempo com a manipulação inicial do material manipulável, tornando-se uma aluna cada vez mais autónoma e com processos de trabalho mais regulares. O material manipulável tornou-se um auxílio regular para a

realização das tarefas. Aquelas em que o material manipulável era “novo” eram iniciadas, pela Leonor, com um pouco de “brincadeira”, para conhecer as propriedades e as limitações do material em causa.

É de salientar que todos os alunos passaram a encarar a disciplina de Matemática de forma mais entusiasta, por quererem conhecer novos materiais, para serem desafiados a descobrirem novos conteúdos e métodos de resolução de tarefas, por se sentirem divertidos enquanto aprendem Matemática, mesmo aqueles alunos que evidenciavam mais dificuldades no estudo da área. Para tal, foi importante a utilização de materiais manipuláveis, por despertarem o interesse nos alunos, que passaram a estabelecer uma relação positiva com a Matemática por compreenderem que esta está presente em várias situações e não se limita à repetição de regras para se obter apenas um resultado. Não basta ouvir e repetir, mas fazer, tantas as vezes que fossem necessárias para compreender (Vale, 2011).

Limitações e recomendações do estudo

O estudo desenvolvido teve no seu percurso algumas limitações e alguns constrangimentos. Em primeiro lugar salienta-se a dificuldade de ser investigador e professor em simultâneo, uma vez que a junção destes dois papéis em contexto de sala de aula é difícil de gerir e acaba sempre por prejudicar uma das vertentes, sendo que no presente caso se privilegiou mais o papel de professor e não o de investigador, deixando passar informações importantes, relacionadas com as alunas-caso. O papel de professor saiu privilegiado uma vez que a utilização de materiais manipuláveis em sala de aula obriga a uma grande disponibilidade, por parte deste, para acompanhar todos os alunos da turma, que não estavam habituados a trabalhar com manipuláveis.

Além disso, pode salientar-se que a turma, por ser muito exigente e todos quererem atenção pormenorizada por parte da professora, não foi possível acompanhar os alunos-caso de forma mais atenta e pormenorizada, para, por exemplo, se poderem registar afirmações realizadas em sala de aula.

É de salientar a má qualidade dos registos de vídeo de cada aula lecionada, uma vez que a turma onde se desenvolveu o estudo é bastante barulhenta e não é possível

identificar as vozes dos alunos e as suas ideias. Por outro lado, a turma era muito distraída e não conseguia assimilar praticamente nenhuma informação desde o princípio. Necessitavam de várias repetições, o que não permitia a exploração de determinadas situações com o tempo adequado para o seu desenvolvimento e melhor compreensão.

Apesar de se terem desenvolvido e implementado as sete tarefas descritas no capítulo IV da segunda parte, apenas três delas foram analisadas neste estudo, por se ter verificados que nas restantes não se conseguiram retirar informações claras e relevantes. Por esta razão, os dados recolhidos foram bastante reduzidos e limitados.

Os resultados não permitem concluir se materiais manipuláveis são facilitadores das aprendizagens e as tornam mais significativas. Contudo, é de frisar o facto de os alunos se envolverem cada vez na realização das tarefas propostas, quererem conhecer o material manipulável que iam manipular e conhecer a sua história. Este aspeto pode indicar que estes sejam um meio impulsionador do processo de aprendizagem a que os alunos devem ser sujeitos, para que estes façam uma matemática com mais significado.

Posso salientar como outra limitação a implementação de apenas um questionário à turma, pois teria sido interessante aplicar outro questionário no final da intervenção para conhecer algumas das ideias dos alunos sobre os materiais manipuláveis e da sua utilidade na aprendizagem.

Em estudos futuros seria interessante analisar a forma como diferentes materiais manipuláveis ajudam diferentes alunos a adquirir um determinado conceito. Por outro lado seria também bastante interessante compreender de que forma os materiais manipuláveis auxiliam os alunos a desenvolver a comunicação matemática.

PARTE III – REFLEXÃO DA PRÁTICA DE ENSINO SUPERVISIONADA

A última parte do relatório apresenta uma reflexão da PES, I e II, focando as aprendizagens desenvolvidas, as dificuldades encontradas, as expectativas e as soluções encontradas para solucionar problemas. Acima de tudo, reflete todas as possibilidades proporcionadas pela unidade curricular de PES, por toda a experiência profissional que disponibiliza.

Reflexão global

“O Estágio Supervisionado deve ser considerado um instrumento fundamental no processo de formação do professor” (Kulcsar, 2008, pp. 64,65), uma vez que é uma altura em que se contacta, de uma forma próxima e inserida no contexto de ensino, com as características que a profissão de docente exige.

A PES é a altura em que o docente em formação tem oportunidade de estar em contexto de sala de aula, de compreender as provações diárias a que um professor é sujeito, de contactar diretamente com os alunos e de poder observar a sua evolução e reação às atividades desenvolvidas nas aulas, adquirindo uma experiência impossível de obter de outra forma, aprendendo que dar uma aula é mais do que a teoria. É também a oportunidade de o aluno, futuro professor, assumir responsabilidades na formação de novas aprendizagens dos alunos presentes nas suas regências.

Esta situação obriga a uma adaptação constante da teoria, da forma de abordar os conteúdos a ensinar aos diferentes contextos escolares que um professor encontra, uma vez que nenhuma turma é iguala outra, por conter alunos com experiências diferentes, tornando as dinâmicas de sala de aula “únicas” para cada turma.

É uma experiência que contribui muito para a formação profissional, por dar a possibilidade de contactar diretamente com os alunos, com a realidade onde é possível desenvolver atividades educativas, de permitir “experimentar” técnicas e verificar as que produzem melhores resultados, aplicando recursos e materiais diversos, de confirmar o gosto pela área do ensino, pela possibilidade de formar os alunos enquanto cidadãos, de adquirir experiência, entre outros aspetos tão ou mais importantes que os referidos.

O estágio representa, desta forma, a integração e a articulação da teoria com a prática, de relacionar o aprendido nas instituições de formação de professores com as escolas em que é inserido, com as comunidades, onde pode, principalmente, demonstrar as suas competências, desenvolver a sua postura em sala de aula e aumentar a criatividade, por querer possibilitar aos alunos experiências diversificadas que os ajudem, sempre, a produzir novas aprendizagens.

Mesmo assim, quando se inicia o estágio, um momento tão importante para o futuro professor, colocamos em dúvida a importância de muitas das unidades

curriculares que desenvolvemos ao longo do percurso escolar que nos prepara para este momento, por abordarem conteúdos mais elaborados do que os alunos do 1º e 2º Ciclos do Ensino Básico necessitam. Mas rapidamente compreendemos que são esses conteúdos que nos dão uma compreensão mais aprofundada dos conteúdos mais simples que estes alunos estudam. Sem nunca esquecermos que a autonomia na pesquisa mais aprofundada de todos os conteúdos abordados em sala de aula é sempre necessária, para se disponibilizar o máximo de informações corretas aos alunos e provermo-nos de várias armas para responder a todas as situações de sala de aula com celeridade e coerência.

O mestrado que me permitiu desenvolver esta investigação habilita-me para a docência no 1º e 2º Ciclos do EB e deu-me a oportunidade de desenvolver um período de estágio em cada um dos ciclos, ao longo de um ano letivo. A experiência didática do 1º Ciclo do EB, a PES I, decorreu numa turma do 2º ano de escolaridade, com 21 alunos, por outro lado, a PES II foi desenvolvida em três turmas, em simultâneo, do 5º e 6º anos de escolaridade, mais concretamente, duas turmas do 5º ano, uma na área do Português, com 21 alunos, outra nas de CN e Matemática, com 25 alunos, e uma turma do 6º ano de escolaridade, na área curricular de HGP, com 19 alunos. O estudo aqui apresentado foi desenvolvido numa das turmas do 5º ano, a da Matemática.

Este período, nos dois ciclos, foi uma constante aprendizagem e uma grande possibilidade para a minha formação enquanto futura docente, permitiu-me moldar a minha personalidade perante os alunos e deparar-me com situações inesperadas que rapidamente eram resolvidas por mim e, em alguns casos, com o auxílio dos POC's. Foi, acima de tudo, um período de grande crescimento profissional e pessoal.

Por ser desenvolvido em dois contextos educativos distintos, esta oportunidade permitiu-me o contacto com professores e métodos de ensino distintos, a comparação entre os métodos e a seleção daquele que considerava o que mais se adequava à minha personalidade e aos objetivos que pretendia atingir. O meu trabalho foi desenvolvido sempre com o objetivo de proporcionar aos alunos uma articulação dos conteúdos através de um leque de atividades e estratégias variadas e diversificadas.

Apesar da comparação referida e de selecionar uma prática que considerava adequada, com o passar do tempo verifiquei melhorias, adaptações e alguma evolução. Tudo isto advém da experiência, dos sucessos adquiridos, dos erros cometidos e de

muita reflexão crítica sobre todas as atividades implementadas, sobre todos os momentos das regências, para conseguir obter resultados sempre melhores que os anteriores, quer para mim quer para os alunos que eram dotados de processos de ensino e aprendizagem cada vez mais enriquecedores.

Relativamente aos dois ciclos referidos muitas são as diferenças que saltam à vista, desde as características dos alunos, a organização dos programas, metas e conteúdos, a gestão e organização de sala de aula, etc.

Uma das primeiras grandes diferenças que notei na passagem do 1º Ciclo do EB para o 2º Ciclo foi a organização do horário, a carga e a flexibilidade que um ciclo permitia e comparação com o outro. No 1º Ciclo, apesar de se lecionarem diferentes disciplinas, como no 2º Ciclo, e de se cumprir a carga horária de cada uma, existia alguma flexibilidade por ser sempre o mesmo professor e os alunos estarem sempre na mesma sala, movimentando-se apenas quando a unidade curricular era mais específica e a instituição de ensino disponibilizava salas apropriadas para o seu desenvolvimento, como por exemplo as salas de TIC. Isto não acontecia no 2º Ciclo, por me ser exigido o cumprimento das planificações para o tempo de aula, 90 ou 45 minutos, uma vez que os alunos mudavam constantemente de professor, sala e unidade curricular, não se podendo prolongar a exploração de um ponto para a aula a seguir e se fosse deixado para a aula da disciplina seguinte os alunos esqueciam-no, obrigando-me a repetir todas as atividades para o desenvolvimento e a aprendizagem de um conteúdo.

O período de estágio do 1º Ciclo do EB foi encarado com algum nervosismo inicial, por ser um ciclo com o qual não me identificava e por considerar que não me iriam ser colocados desafios a nível do desenvolvimento de conteúdos e do desenvolvimento dos processos de aprendizagem. Mas, depois de iniciado, todas estas perceções iniciais foram dissipadas, foi um ciclo que me conquistou e me colocou imensos desafios, pela idade dos alunos, 2º ano de escolaridade, e por serem mais exigentes do que esperava. Os alunos com que trabalhei neste ciclo queriam sempre saber mais do que aquilo que lhes era dito inicialmente, queriam conhecer pormenores históricos e científicos dos diferentes fenómenos que estudavam, tinham uma grande “sede de saber”.

Mesmo assim, o receio foi um sentimento presente, uma vez que era o primeiro contacto duradouro com o sistema educacional na sua plenitude, a responsabilidade por

trabalhar aos alunos conhecimentos em todas as áreas que o ciclo envolve, Matemática, Português, Estudo do Meio e em todas as Expressões. O primeiro contacto com a profissão que sempre ansiara, apesar de ao longo da licenciatura terem sido disponibilizados contactos esporádicos com contextos reais, nunca tinha tido a oportunidade de acompanhar uma turma ao longo de mais do que duas, três semanas. Neste caso, a PES I decorreu durante cerca de 15 semanas e foi possível acompanhar o desenvolvimento dos alunos, a evolução e combater as dificuldades que iam aparecendo para que as aprendizagens transmitidas fossem significativas.

Este sentimento só me obrigou a querer trabalhar ainda mais, a ser ainda mais perfeccionista para que os alunos, que estão no início da sua formação profissional, adquirissem aprendizagens significativas e essenciais ao longo de todo o processo de ensino e aprendizagem a que seriam sujeitos ao longo dos anos seguintes. Uma vez que o primeiro ciclo é a base, a fundação de toda a nossa aprendizagem, é onde adquirimos aprendizagens um pouco mais gerais e que mobilizamos ao longo de toda a vida.

No final da PES I, os sentimentos que predominavam eram completamente diferentes dos referidos anteriormente, reinava a satisfação, o orgulho e a vontade de querer seguir esta profissão. O 1º Ciclo conquistou-me completamente, pelas características dos alunos, que sabem reconhecer o trabalho desenvolvido para eles, que o recebem com entusiasmo e vontade de aprender, pela grande cooperação da POC, que sempre se mostrou disponível para esclarecer dúvidas e auxiliar nas tarefas que exigiam um pouco mais dos alunos e que queria sempre conhecer os recursos tecnológicos utilizados ao longo das aulas, o que vem provar que o professor tem de ser um eterno estudante, acompanhar a evolução dos tempo para responder aos alunos de acordo com a geração em que se estão a desenvolver.

Um outro aspeto que me fez acreditar que as regências foram bem-sucedidas e eram inovadoras e cativantes, foi o interesse crescente que os alunos com Necessidades Educativas Especiais demonstraram, por quererem participar nas atividades, apesar de por vezes serem um pouco complexas. Neste caso, prestava-lhes toda a ajuda necessária para se sentirem integrados e, ao mesmo tempo, aprenderem com os colegas.

O estágio decorrido no 1º Ciclo, difere também no número de POC's, uma vez que aqui só uma professora nos orientava em todas as unidades curriculares e no 2º Ciclo, para cada área científica em que a PES II está envolvida existe um POC diferente.

Finalizada a PES I o maior obstáculo que me foi colocado foi o receio de adaptação a um novo ciclo, a diferentes meios de ensino e formas de organização dos conteúdos a ensinar, das instituições de ensino, dos alunos e das suas personalidades e idades. Apesar de tudo isto, a vontade de triunfar era mais forte, de experimentar e conhecer outras realidades, e acima de tudo de aprender tudo o que me fosse ensinado. O mais importante para mim, era descobrir a minha capacidade de resposta a situações diferentes das encontradas no 1º Ciclo, uma vez que neste os desafios científicos são mais baixos e o conhecimento exigido era um pouco mais “elementar”. No 2º Ciclo tonaram-se perceptíveis algumas falhas existentes na formação inicial de professores, quer na licenciatura quer no mestrado, apesar de serem mais flagrantes as falhas encontradas e relacionadas com o primeiro processo de formação.

Sempre tive vontade de trabalhar para superar as adversidades e no final olhar para o percurso de formação e ver uma vitória, ou uma etapa, que inicialmente pudesse parecer inalcançável, finalizada com êxito.

Assim, a PES II representa uma mudança muito brusca mas necessária, na minha opinião, uma vez que os dois ciclos apresentam metas diferentes e importantes, para que os alunos continuem a desenvolver e a evoluir nas suas aprendizagens, acima de tudo, o 2º Ciclo do EB vem dar a continuidade necessária ao anterior.

Um dos aspetos mais importantes deste mestrado é a possibilidade de formação em quatro áreas científicas, Matemática, Português, Ciências Naturais e História e Geografia de Portugal, apesar de considerar que por isso existem falhas no desenvolvimento de qualquer área, pois nem todos apresentamos a mesma capacidade e gosto para ensinar todas as áreas científicas de forma equitativa.

Com isto não quero dizer que o ensino e as regências das áreas menos “adoradas” são descuidadas e as ideias trabalhadas com menos rigor, quero dizer e defender precisamente o contrário, uma vez que nos vemos obrigados a prepararmos com mais afinco, para sermos capazes de responder a todas as situações de sala de aula e esclarecer as dúvidas dos alunos, para sabermos mais além daquilo que ensinamos, para ensinarmos com compreensão e não por memorização de uma série de conceitos e acontecimentos.

Esta situação, por vezes, revela-se de grande importância e prova que o gosto pode ser trabalhado e desenvolvido. Na minha experiência, o meu maior receio era

trabalhar na área de HGP, o que me fez estudar todos os pormenores que se relacionavam com os conteúdos que a minha regência ia abordar e descobrir um gosto por este estudo, um gosto pelo ensino da área que considerei insatisfatória desde o início da PES II.

Como referido anteriormente a PES II, no meu caso, decorreu em três turmas em simultâneo, praticamente uma para cada área científica, o que me fez ter mais dificuldade na adaptação do trabalho, por ter de planificar tarefas e atividades adequadas às características de cada turma, por comunicar neste momento com três dinâmicas de sala de aula completamente diferentes. Mesmo assim e no final de toda a PES II conclui que a minha experiência foi muito enriquecedora, por ter contactado com a realidade de muitos docentes, que lecionam a mesma área científica em diferentes turmas e em diferentes anos escolares, provendo-me de armas para a adaptação a diferentes contextos de sala de aula desde o início da minha experiência profissional. Esta oportunidade permitiu-me experimentar diferentes métodos de ensino em turmas diferentes e compreender que os alunos são todos diferentes e que o que resulta com um grupo não resulta com outro, que são precisas adaptações constantes, mesmo com um só grupo de trabalho.

No final de toda esta experiência didática, olho para trás e relembro horas de trabalho sem fim, muitas inseguranças, incertezas e nervosismo, muita ansiedade para começar, momentos de desalento, mas compreendo que tudo isto só me trouxe aprendizagens e uma sensação de trabalho realizado com êxito, por me ter sido possibilitada a observação da evolução dos alunos, da verificação dos processos de aprendizagens.

Compreendi também que os alunos, independentemente do ciclo de ensino em que se encontram estão sempre expectantes e gostam de ser colocados à prova, de ser confrontados com situações desafiadores e, ao mesmo tempo, exigentes, que os coloquem à prova e os ajudem a desenvolver novos conhecimentos, o que me colocaram, a mim enquanto estagiária, em situações de constante empenho e vontade de querer fazer mais e melhor para satisfazer todas as exigências que me eram colocadas, direta e indiretamente.

Um aspeto preponderante na minha formação constante e que me ajudaram a desenvolver competências específicas e a ultrapassar os diversos obstáculos que

encontrei foram as reflexões constantes, que me obrigaram a pensar nos aspectos mais bem-sucedidos e naqueles que podem ter prejudicado o desenvolvimento das aulas.

Acima de tudo, tenho consciência de ter feito tudo o que consegui, de ter utilizados todos os recursos ao meu alcance, de ter apresentado e realizado as aulas com rigor e gosto pela profissão, para promover a mudança e a inovação a que a área está constantemente sujeita, apesar de em alguns momentos, depois de ultrapassados, considerar que outros métodos teriam sido mais adequados e levariam a uma compreensão mais eficaz e rápida.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Abrantes, P. (janeiro de 1987). Associação de Professores de Matemática: Esperança e Desafio. *Educação e Matemática*, 3 - 6.
- Abrantes, P. (julho - setembro de 1995). Viver e pensar a aula de Matemática. *Educação e Matemática*, 35.
- Abreu, A. C. (2013). *O ensino e a aprendizagem da geometria com recurso a materiais manipuláveis: uma experiência com alunos do 9º ano de escolaridade*. Braga: Universidade do Minho.
- Bivar, A., Grosso, C., Oliveira, F., & Timóteo, M. C. (2012). *Metas Curriculares do Ensino Básico - Matemática*. Lisboa: Ministério da Educação e Ciência.
- Boavida, A. M., Paiva, A. L., Cebola, G., Vale, I., & Pimentel, T. (2008). *A Experiência Matemática no Ensino Básico - Programa de Formação Contínua em Matemática para Professores dos 1º e 2º Ciclos do Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação - DGIDC.
- Bogdan, R., & Biklen, S. K. (1994). *Investigação Qualitativa em Educação - Uma introdução à teoria e aos métodos*. Porto: Porto Editora.
- Bolzan, L. (25 de maio de 2008). *Portfólio de Aprendizagens*. Obtido em outubro de 2015, de Blogspot.pt: <http://peadportfolio156704.blogspot.pt/2008/05/o-que-um-geoplano.html>
- Botas, D., & Moreira, D. (2013). A utilização dos materiais didáticos nas aulas de Matemática - Um estudo no 1º Ciclo. *Revista Portuguesa de Educação*, 26(1), pp. 253 - 286.
- Breda, A., Serrazina, L., Menezes, L., Sousa, H., & Oliveira, P. (2011). *Geometria e Medida no Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação - Direção Geral de Inovação e Desenvolvimento Curricular.
- Caldeira, M. F. (2009). *A Importância dos Materiais para uma Aprendizagem Significativa da Matemática*. Málaga: Universidad de Málaga, Facultad de Ciencias de la Educación, Departamento de Didáctica de la Lengua y la Literatura y Escola Superior de Educação João de Deus.
- Cardoso, M. T. (2010). *O conhecimento matemático e didático, com incidência no pensamento algébrico, de professores do primeiro ciclo do ensino básico: que*

- relações com um programa de formação contínua.* Universidade do Minho: Instituto de Estudos da Criança: Braga.
- Dicionário Informal. *Geometria*. Obtido de Dicionário Informal: <http://www.dicionarioinformal.com.br/geometria/>. (18 de maio de 2009).
- Fonseca, L. (2004). Geometria no Plano. Em P. Palhares (Coord.), *Elementos de Matemática para Professores do Ensino Básico* (pp. 251 - 302). Lisboa: Lidel - edições técnicas, lda.
- Gaertner, R., Stopassoli, M. A., & Oechsler, V. (2007). Materiais Didáticos nas Aulas de Matemática no Ensino Médio: uma proposta viável. *IX Encontro Nacional de Educação Matemática*. Belo Horizonte - Brasil: IX ENEM - "Diálogos entre a Pesquisa e a Prática Educativa".
- Justino, D. (2010). *Difícil é Educá-los*. Lisboa: Fundação Francisco Manuel dos Santos.
- Kulcsar, R. (2008). O Estágio Supervisionado como Atividade Integradora. Em S. C. Piconez, *A Prática de Ensino e o Estágio Supervisionado* (pp. 63 - 71). Brasil: Papyrus Editora.
- Marques, P. M. (2007). Notas sobre o ensino da geometria: Pontos de partida para a geometria. *Educação e Matemática*, 92, 11 - 13.
- Marques, T. I. (2013). *A implementação de materiais pedagógicos no 1.º Ciclo*. Lisboa: Escola Superior de Educação João de Deus. Obtido em outubro de 2015, de <http://comum.rcaap.pt/bitstream/123456789/3926/1/Relat%C3%B3rioMestrado.pdf>
- Matos, J. M., & Serrazina, L. (1988). *O Geoplano na Sala de Aula*. Lisboa: Associação de Professores de Matemática.
- ME. (2001). *Currículo Nacional do Ensino Básico - Competências Essenciais*. Lisboa: Ministério da Educação.
- ME. (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação.
- MEC. (2013). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação.
- NCTM. (2008). *Princípios e Normas para a Matemática Escolar* (2ª ed.). (APM, Trad.) Lisboa: APM.

- Oliveira, C. A. (2010). *(In)Sucesso na Matemática e a utilização de recursos didáticos no 7º ano de escolaridade: estudo de caso*. Porto: Universidade Portucalense Infante D. Henrique: Departamento de Ciências da Educação e do Património.
- Passos, C. L., & Nacarato, A. M. (2014). O ensino de geometria no ciclo de alfabetização: um olhar a partir da provinha Brasil. *Educação Matemática Pesquisa*, pp. 1147 - 1168.
- Pereira, J., & Oliveira, A. M. (2011). Materiais Manipuláveis na Aprendizagem de Geometria. *XV Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática*. Campina Grande, Brasil: Anais XV EBRAPEM.
- Pinheiro, C. (2012). *Os Materiais Manipuláveis e a Geometria - Um estudo no 6º ano de escolaridade do Ensino Básico num contexto de isometrias"*. Viana do Castelo: Escola Superior de Educação de Viana do Castelo.
- Ponte, J. P. (2002). O Ensino da Matemática em Portugal: Uma Prioridade Educativa? *O Ensino da Matemática - Situação e Perspectivas* (pp. 21 - 56). Lisboa: E. N. E. Obtido em setembro de 2015
- Ponte, J. P. (2006). Estudos de caso em educação matemática. *Bolema*, 25, pp. 105 - 132.
- Ponte, J. P., & Serrazina, M. (2000). *Didáctica da Matemática do 1º Ciclo*. Lisboa: Universidade Aberta.
- Serrazina, M. (2011). A Formação Contínua de Professores em Matemática: Conhecimento, Supervisão e Práticas. Em L. Serrazina, F. Gomes, J. Rosa, & J. Portela, *Formação Contínua. Relatos e Reflexões* (pp. 61 - 81). Lisboa: Escola Superior de Educação: Instituto Politécnico de Lisboa.
- Sousa, M. (17 de abril de 2010). *MatheusMáthica: Geoplano*. Obtido em outubro de 2015, de Blogspot.pt: <http://matheusmathica.blogspot.pt/2010/04/geoplano.html>
- Vale, I. (1999). Materiais manipuláveis na sala de aula: o que se diz, o que se faz. *ProfMat99* (pp. 111-120). Lisboa: APM.
- Vale, I. (2002). *Materiais Manipuláveis*. Viana do Castelo: Instituto Politécnico de Viana do Castelo - Escola Superior de Educação.
- Vale, I. (2004). Algumas Notas sobre a Investigação Qualitativa em Educação Matemática - O Estudo de Caso. *Revista da Escola Superior de Educação. Viana do Castelo*, 5, pp. 171 - 202.

- Vale, I. (2011). Tarefas Geométricas com recurso a Materiais Manipuláveis: Alguns Exemplos com Futuros Professores do Ensino Básico. Em L. Serrazina, F. Gomes, J. Rosa, & J. Portela, *Formação Contínua. Relatos e Reflexões* (pp. 83 - 99). Lisboa: Escola Superior de Educação: Instituto Politécnico de Lisboa.
- Vale, I., & Barbosa, A. (julho - dezembro de 2014). Materiais manipuláveis para aprender e ensinar geometria. *GEPEM*, pp. 3 - 16.
- Velosa, R. M. (2008). *A aprendizagem da Geometria com recurso soa materiais manipuláveis no 7º ano de escolaridade*. Madeira: Universidade da Madeira: Departamento de Matemática e Engenharias.
- Viana, J. P. (2012). *Uma Vida Sem Problemas - A Matemática nos desafios do dia a dia*. Lisboa: Clube do Autor.
- Villiers, M. (2010). Algumas reflexões sobre a Teoria de Van Hiele. *Educação Matemática Pesquisa*, 12 (3), 400 - 431.

ANEXOS

Anexo 1: Pedido de autorização aos encarregados de educação

Pedido de autorização aos Encarregados de Educação

Ex. ^{mo(a)} Sr. ^(a)

Encarregado (a) de Educação do (a) aluno (a)

_____, n.º _____, do 5º ano e da turma D.

Eu, Daniela Silva Fernandes, aluna da Escola Superior de Educação de Viana do Castelo e professora estagiária na Escola 2/3 e Secundário Pintor José de Brito, encontro-me a desenvolver um trabalho de investigação, no âmbito do Mestrado do 1º e 2º Ciclos do Ensino Básico em colaboração com o professor de Matemática da turma do(a) seu (sua) educando(a).

O objetivo deste trabalho é procurar compreender como alunos do 5º ano de escolaridade reagem os alunos ao ensino da Geometria, se os materiais manipuláveis contribuem para uma melhor compreensão destes, como se caracteriza o modo de resolução de algumas tarefas que abordam os conceitos de ângulos e triângulos e quais as principais dificuldades que se podem identificar aquando da utilização dos materiais manipuláveis.

Assim torna-se importante e necessário observar e recolher dados sobre os trabalhos desenvolvidos pelos alunos, pelo que solicito que autorize o(a) seu (sua) educando(a) a participar na recolha de dados necessárias à realização de todo o meu trabalho, assim, vão ser utilizadas fotocópias de muitos dos trabalhos realizados pelos alunos, questionários iniciais e finais, entrevistas e gravações áudio e vídeo de algumas das aulas de Matemática.

Os dados recolhidos serão apenas usados no âmbito desta investigação, pelo que se manterá o anonimato do(a) aluno(a) e a confidencialidade da informação.

Fico à inteira disposição de V. Ex.ª e agradeço desde já toda a disponibilidade apresentada. Solicito que assine a declaração em baixo, devendo destaca-la e devolvê-la, para que possa anexá-la ao trabalho em questão.

Com os melhores cumprimentos,

(Daniela Silva Fernandes)

✂

Declaro que autorizo o(a) meu(minha) educando(a) _____,
a participar na recolha de dados conduzida pela Professora Daniela Silva Fernandes no âmbito da sua dissertação de Mestrado.

____ / ____ / ____

O(A) Encarregado(a) de Educação

Anexo 2: Calendarização das tarefas para a intervenção didática

Tarefa	Data	Material didático manipulável utilizado	e	Tópico	Objetivo
T ₁ Questionário	14 de abril	_____	_____	_____	Conhecer as preferências dos alunos quando à disciplina de Matemática
T ₂ Classifica os triângulos	14 de abril	Triângulos cartolina.	em	Triângulos. Notação e classificação. Classificação de triângulos quanto à amplitude dos angules e ao comprimento dos lados.	Descobrir como se os triângulos têm diferentes classificações quanto ao comprimento dos lados e à classificação dos ângulos.
T ₃ Descobre os ângulos de um polígono	15 de abril	Régua; Transferidor.		Ângulo interno, ângulo externo e ângulos adjacentes ao lado de um polígono.	Utilizar corretamente os termos “ângulo interno”, “ângulo externo” e “ângulos adjacentes a um lado” de um polígono convexo.
T ₄ Ângulos internos e externos de um triângulo	16 de abril	Triângulos em papel; Tesoura; Régua; Cola.	em	Ângulos internos e externos de um triângulo	Reconhecer que a soma dos ângulos internos de um triângulo é 180° , que um ângulo externo de um triângulo é igual à soma dos ângulos internos não adjacentes e que num triângulo a soma de três ângulos externos de três vértices diferentes é igual a 360° ou a um ângulo giro.
T ₅ Igualdade triangular	21 de abril	Recortes papel; Taxas.	de	Critérios de igualdade de triângulos.	Construir triângulos geometricamente iguais segundo elementos dados e discutir essa possibilidade. Compreender que existem três critérios de igualdade triangular, LLL, LAL e ALA.
T ₆ Desigualdade triangular	23 de abril	Tiras cartolina; Taxas.	de	Desigualdade triangular.	Descobrir que em qualquer triângulo o comprimento de qualquer lado é sempre inferior à soma dos outros dois.
T ₇ Paralelogramos	28 de abril	Paralelogramos em papel; Tesoura.		Propriedades dos paralelogramos.	Definir o conceito “paralelogramo” como uma figura geométrica com os lados opostos paralelos.

					Descobrir que os lados opostos dos paralelogramos apresentam a mesma amplitude e que dois lados opostos são iguais a dois lados adjacentes ao mesmo lado suplementar.
T ₈	Relembra e aprende com o Tangram	28 de maio	Tangram.	Classificação de triângulos quanto ao comprimento dos lados e à amplitude dos ângulos. Características dos paralelogramos.	Relembrar as classificações dos triângulos quanto ao comprimento dos lados e à amplitude dos ângulos e as características necessárias a uma figura geométrica para esta se constituir como um paralelogramo.
T ₉	Relembra e aprende com o geoplano	8 de junho	Geoplano; Elásticos.	Classificação de triângulos. Critérios de desigualdade triangular. Propriedades dos paralelogramos.	Relembrar a classificação de triângulos, os critérios de desigualdade triangular e as propriedades dos paralelogramos quanto à relação que os ângulos apresentam entre si.

Anexo 3: Questionário

Questionário

O presente questionário tem como objetivo principal ficar a conhecer a tua opinião sobre a disciplina de Matemática e dos seus domínios, mas também o que pensas sobre a utilização de materiais, em sala de aula, para além do caderno e do lápis para resolveres tarefas diversas.

Assim, peço-te que respondas com muita sinceridade a todas as questões que se seguem uma vez que vão ser muito importantes para o estudo que estou a desenvolver com a tua turma.

O questionário é confidencial.

Obrigada pela colaboração.

1. Gostas da disciplina de *Matemática*?

Sim. _____ Não. _____

Justifica a tua resposta, assinalando pelo menos uma razão.

2. O que mais gostas de fazer na aula de *Matemática*? Porquê?

3. O que mais gostas de aprender em *Matemática*?

Números e operações. _____

Geometria. _____

Organização e tratamento de dados. _____

4. Assinala os materiais manipuláveis que conheces.

Geoplano. _____

Polidrons. _____

Material de desenho (compasso, régua, transferidor, esquadro, tesoura). _____

Sólidos geométricos. _____

Barras *Cuisenaire*. _____

Moldura do 10. _____

Colar de contas. _____

Dobragens. _____

Ábaco horizontal. _____

Recortes. _____

Ábaco vertical. _____

Tangram. _____

Mira. _____

Material multibásico. _____

5. Dos materiais que já utilizaste nas aulas de *Matemática*, quais os que mais gostas?

6. Quando utilizas materiais manipuláveis achas que te ajudam a compreender melhor determinado tema?

Sim. _____ Não. _____

7. Quando falamos em *Geometria* que palavras associas?

8. Quando numa tarefa te pedem para explicar como pensaste, tens dificuldade? Justifica.

9. Existem diversos meios de ensinar, de entre os seguintes numera-os de 1 a 7 pela tua ordem de preferência, sendo que o 1 é o que mais gostas e o 7 é o que menos gostas.

_____ Exposição oral da matéria pelo professor.

_____ Resolução de exercícios.

_____ Resolução de problemas.

_____ Utilização de materiais manipuláveis.

_____ Discussão em grande grupo.

_____ Trabalho individual.

_____ Trabalho em pares/grupo.

Anexo 4: Tarefa 1 – Classificação dos triângulos quanto ao comprimento dos lados e à amplitude dos ângulos

1. Completa os espaços em branco na tabela e desenha os triângulos segunda as características apresentadas, caso não seja possível, justifica com uma pequena frase.

Comprimento dos lados Amplitude dos ângulos	Escaleno _____ os lados com comprimentos _____.	Isósceles _____ lados têm comprimentos _____.	Equilátero _____ lados com comprimentos _____.
Acutângulo _____ os ângulos são _____.			
Retângulo _____ ângulo _____.			
Obtusângulo _____ ângulo _____.			

Anexo 5: Tarefa 2 – Ângulos internos e externos de um triângulo



Escola Básica e Secundário Pintor José de Brito

Ângulos internos e externos de um triângulo

Nome: _____ N.º _____ 5.º _____ Data: _____

Lê atentamente todas as informações dadas e elabora a tua investigação de forma coerente.

Tendo em conta os triângulos apresentados no anexo desta ficha de trabalho encontra relações entre os ângulos internos, entre os ângulos externos e os internos não adjacentes e entre os ângulos externos provenientes de diferentes vértices. Para te ajudar a entenderes melhor as relações existentes faz recortes, colagens e desenhos, o que achares melhor para que consigas provar e explicar o que descobriste.

1. Relação entre os ângulos internos de um triângulo.
 - a) Pega num triângulo e recorta-o pelos seus três ângulos internos.
 - b) Une os ângulos que recortaste, colando-os sobre a reta apresentada.

c) O que concluíste?

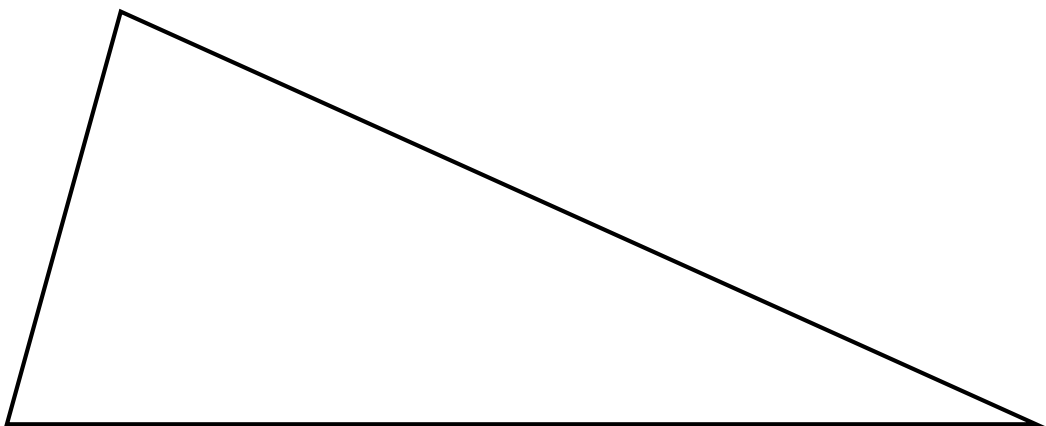
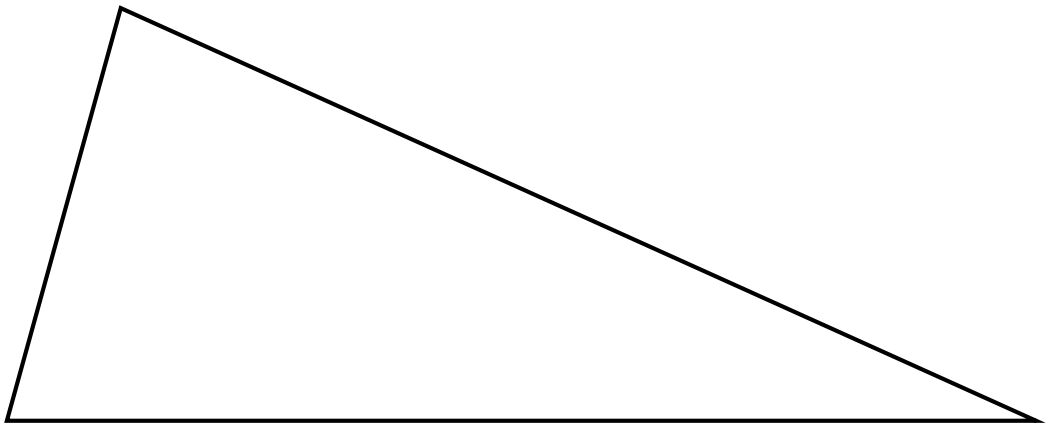
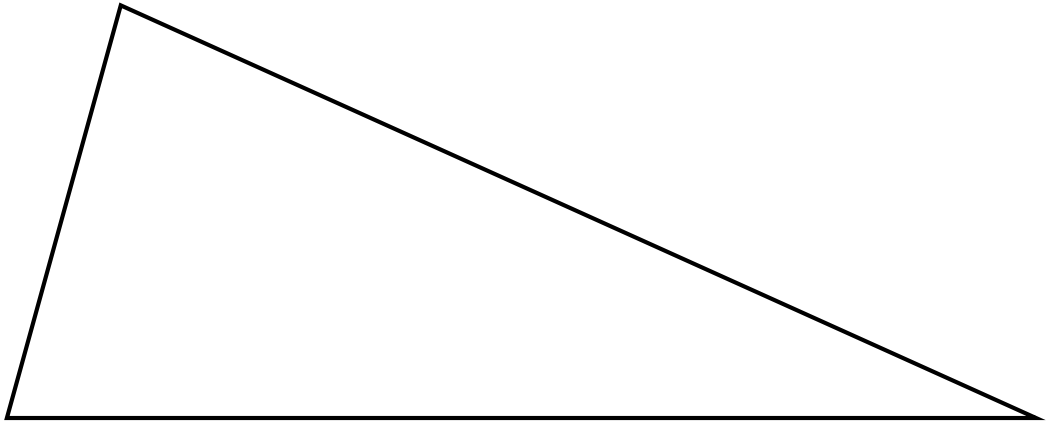
- 2.** Relação entre um ângulo externo e internos não adjacentes de um triângulo.
- a)** Pega noutra triângulo e recorta-lhe novamente os ângulos, mas desta vez apenas dois deles.
 - b)** Cola o resto do triângulo sobre a reta apresentada abaixo e relaciona os ângulos que recortaste com o ângulo externo e suplementar ao ângulo que não mexeste.

- c)** O que concluíste?

- 3.** Relação entre três ângulos externos de um triângulo, provenientes de vértices diferentes.

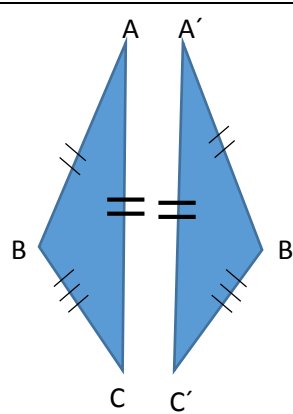
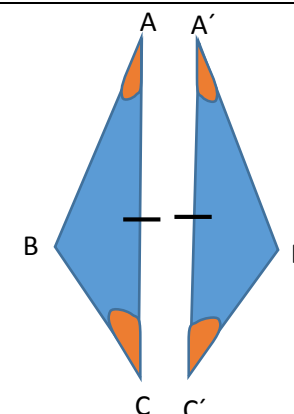
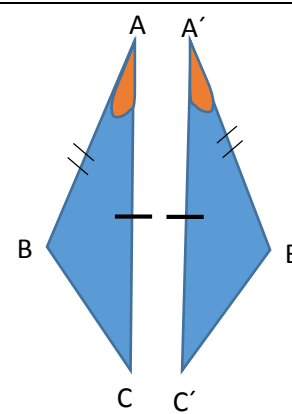
- a)** Pega no último triângulo que te resta e desenha-lhe três ângulos externos em três vértices diferentes.
- b)** De seguida recorta os três ângulos que desenhaste e cola-os no espaço em branco apresentado abaixo.

- c)** O que concluíste?



Anexo 6: Tarefa 3 – Igualdade Triangular

Completa a tabela seguinte de acordo com as informações de que dispões sobre os critérios de igualdade de triângulos.

Critérios de igualdade de triângulos		
		
<p>Dois triângulos são iguais quando têm, de um para o outro,</p> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <p style="text-align: center;">Critério _____ (_____, _____, _____)</p>	<p>Dois triângulos são iguais quando têm, de um para o outro,</p> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <p style="text-align: center;">Critério _____ (_____, _____, _____)</p>	<p>Dois triângulos são iguais quando têm, de um para o outro,</p> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <p style="text-align: center;">Critério _____ (_____, _____, _____)</p>

Anexo 7: Tarefa 4 – Desigualdade Triangular

Comprimento dos lados			É possível construir o triângulo?		Relacionar o comprimento de 1 lado do triângulo com o comprimento dos outros dois					
a	b	c	Sim	Não	a	b+c	b	a+c	c	a+b
10	12	15								
10	6	4								
6	15	8								
15	12	12								
12	5	2								

Anexo 8: Tarefa 5 - Paralelogramos



Escola Básica e Secundário Pintor José de Brito

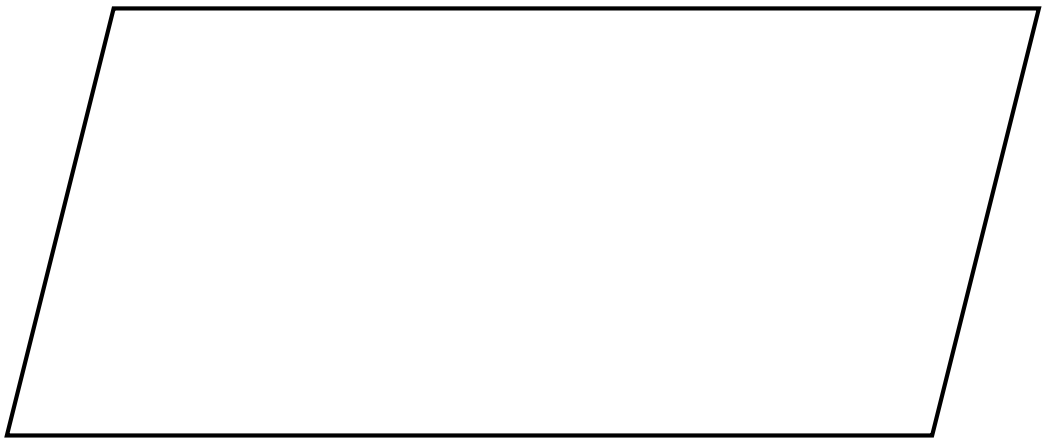
Paralelogramos

Nome: _____ **N.º** _____ **5.º** _____ **Data:** _____

Lê atentamente todas as informações dadas e elabora a tua investigação de forma coerente. Boas investigações.

1. Utilizando um dos paralelogramos anexados a esta ficha de trabalho, o que verificas, relativamente aos ângulos, quando o cortas na horizontal relativamente aos ângulos?

2. Com o outro paralelogramo o que podes verificar, relativamente aos ângulos, quando o cortas na vertical e colocas lado a lado?



Anexo 9: Tarefa 6 – Triângulos e paralelogramos com o Tangram



Escola Básica e Secundário Pintor José de Brito

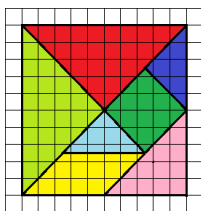
Matemática – Tangram

Nome: _____ N.º _____ 5.º _____ Data: _____

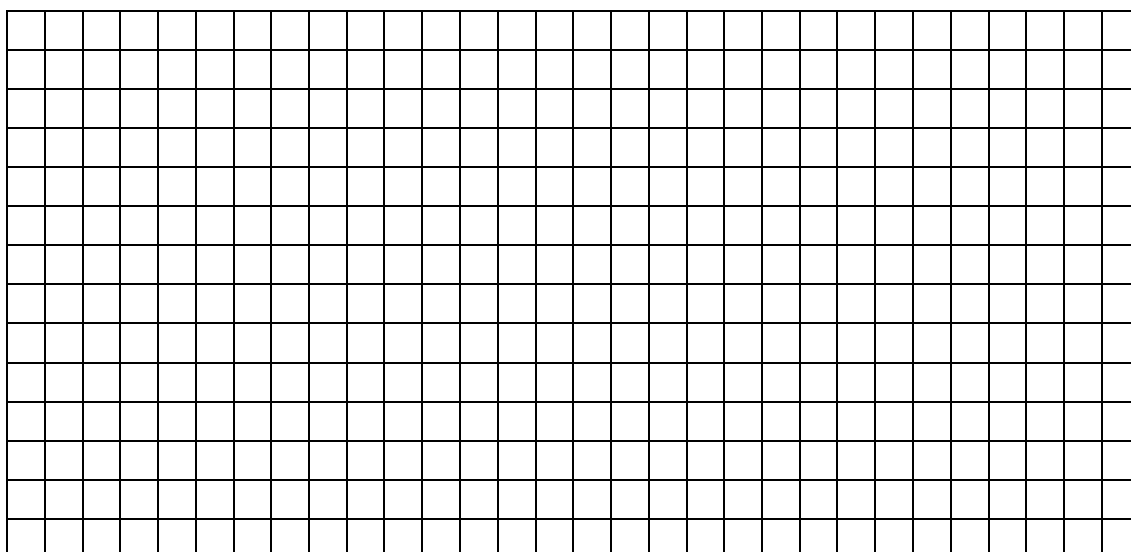
Breve história do *Tangram*

O *tangram* é um quebra-cabeças chinês, de origem milenar. Muitas são as lendas que se contam sobre a sua origem, desde um espelho partido em sete pedaços a um azulejo que se tentou consertar, mas apesar destas este é um material muito interessante para brincar e aprender.

Este material é constituído por sete peças, praticamente todas diferentes, cinco triângulos com diferentes dimensões, um quadrado e um paralelogramo, e tem como objetivo principal a construção de várias figuras sem que as peças se sobreponham. É um jogo muito utilizado nas aulas de *Matemática*, pois ajuda os alunos a desenvolverem a criatividade e o raciocínio lógico.



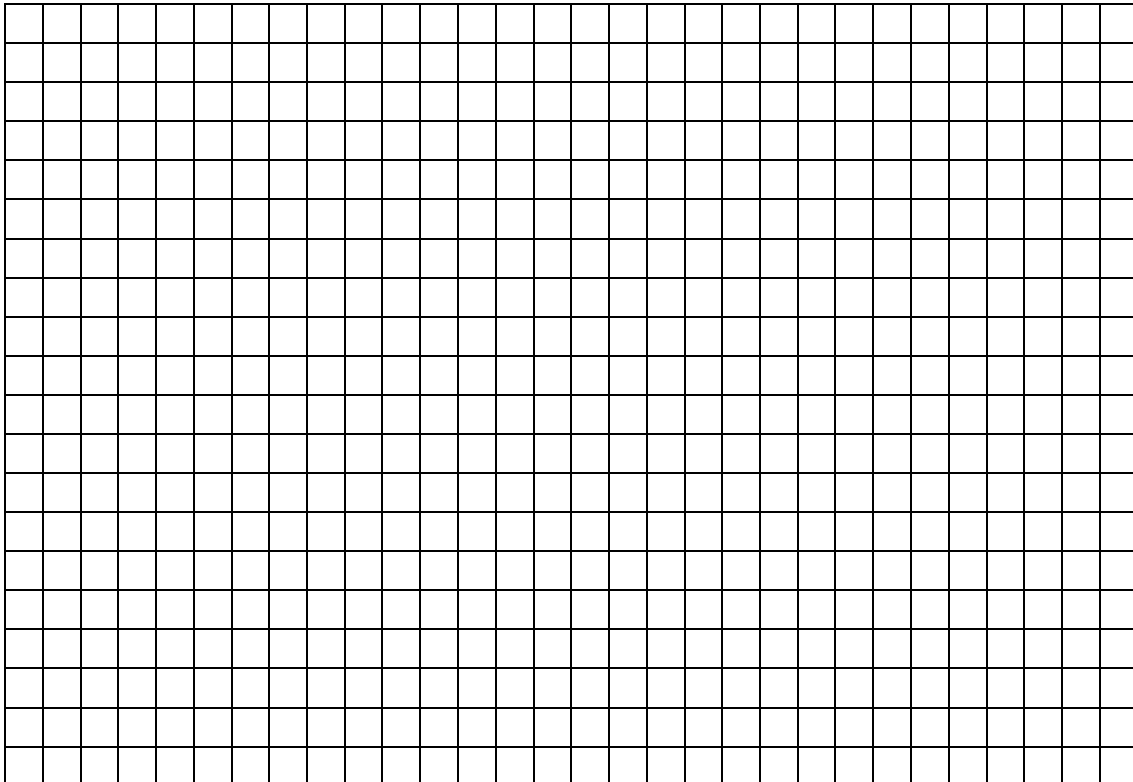
1. Utiliza duas peças do *tangram* para construíres um triângulo. Não te esqueças de o representar no quadriculado abaixo com as cores das peças que manipulaste. Podes construir mais do que um triângulo e utilizar diversos pares de peças.



a) Classifica o triângulo que descobriste relativamente ao comprimento dos lados e à amplitude dos ângulos.



2. Utiliza 4 peças do *tangram* (o triângulo médio, os dois triângulos pequenos e o quadrado) e constrói dois paralelogramos. Não te esqueças de o representar no quadriculado abaixo com as cores das peças que manipulaste.



a) Indica as condições que têm de ser representadas para que as figuras que construístes serem paralelogramos.

Anexo 10: Tarefa 7 – Triângulos e paralelogramos com o Geoplano e o Papel Ponteadado



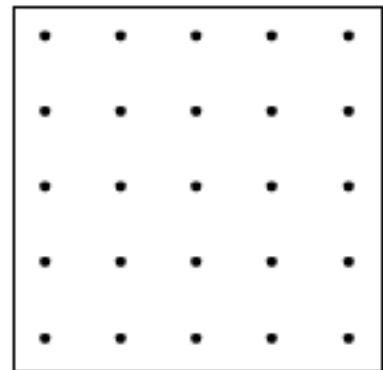
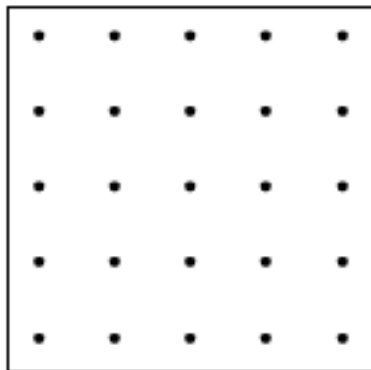
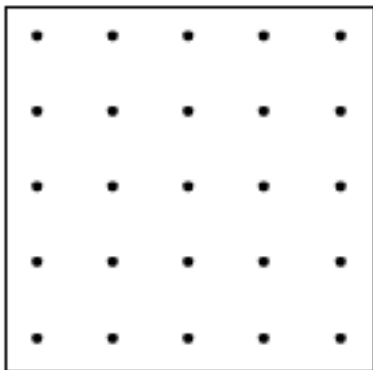
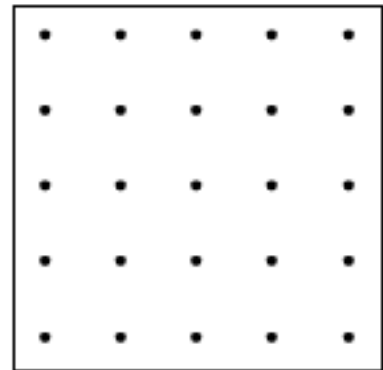
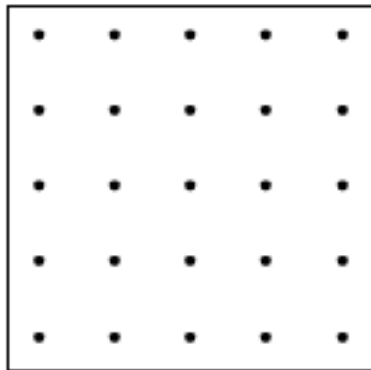
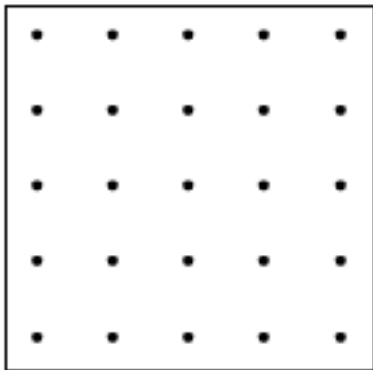
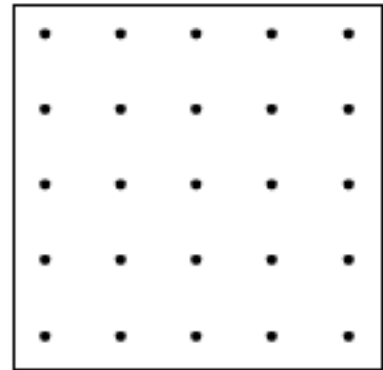
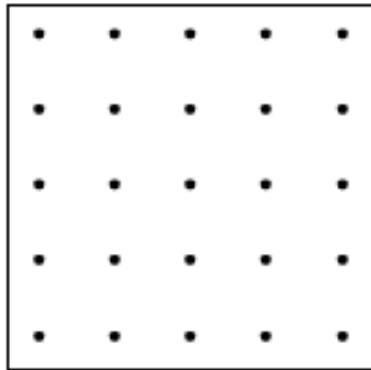
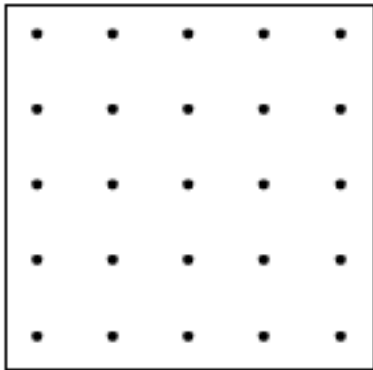
Escola Básica e Secundário Pintor José de Brito

Matemática – Geoplano e Papel Ponteadado

Nome: _____ N.º _____ 5.º _____ Data: _____

Grupo I – Triângulos

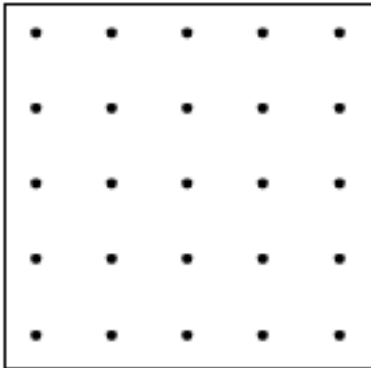
1. Utiliza o *geoplano* para representar triângulos. Os triângulos que desenhares devem ser todos diferentes entre si e representados no *papel ponteadado* abaixo apresentado. (Não te esqueças que um ponto no *papel ponteadado* representa um “prego” do *geoplano*. Para esta atividade vais trabalhar com o *geoplano* delimitado – 5x5 e podes representar mais do que um triângulo em cada *geoplano*.)



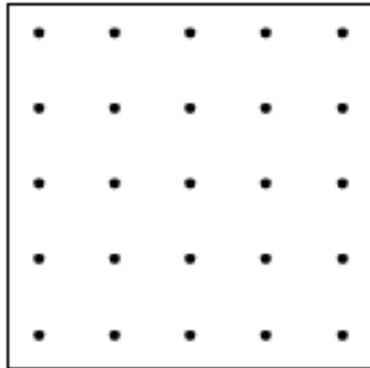
- a) Quantos triângulos diferentes conseguiste desenhar?

2. Os triângulos podem ser classificados quanto ao comprimento dos lados, como equilátero, isósceles e escaleno, e quanto à amplitude dos ângulos, como acutângulo, retângulo e obtusângulo. Representa no *geoplano* e no *papel pontado* um triângulo:

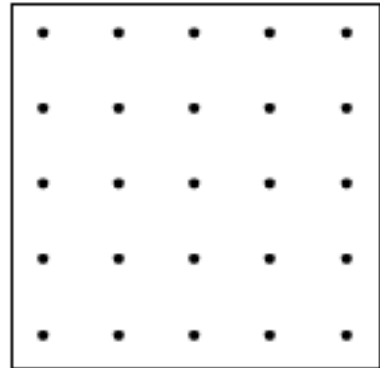
a) equilátero acutângulo;



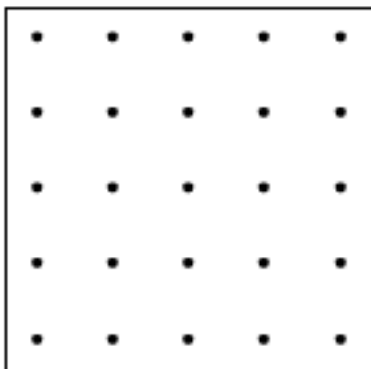
b) equilátero retângulo;



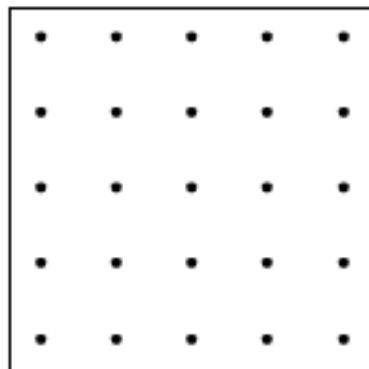
c) equilátero obtusângulo;



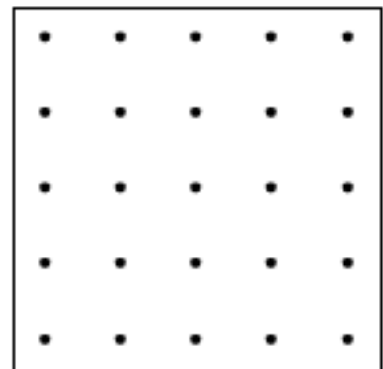
d) isósceles acutângulo;



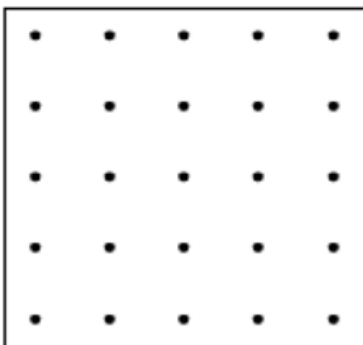
e) isósceles retângulo;



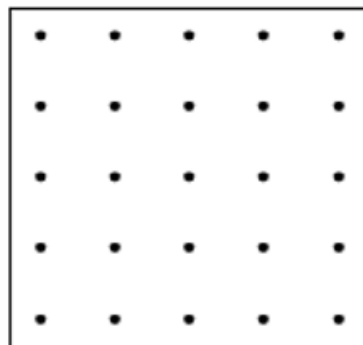
f) isósceles obtusângulo;



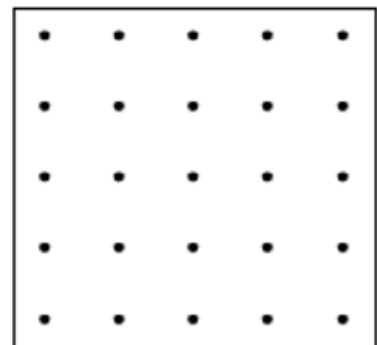
g) escaleno acutângulo;



h) escaleno retângulo;



i) escaleno obtusângulo.



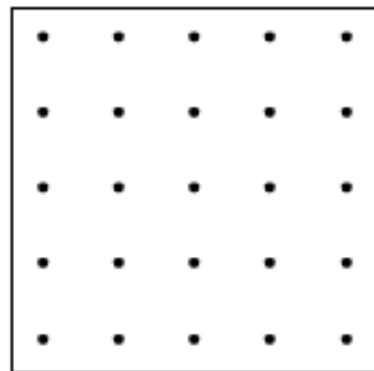
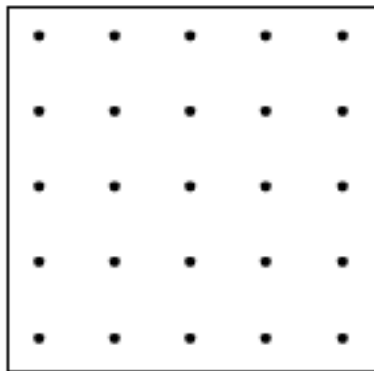
1.1. Indica os triângulos que conseguiste construir e os que não conseguiste. Justifica, caso existam, os casos em que não é possível construir algum dos triângulos requeridos.

Grupo II – Paralelogramos

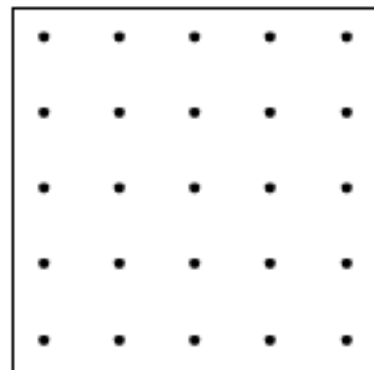
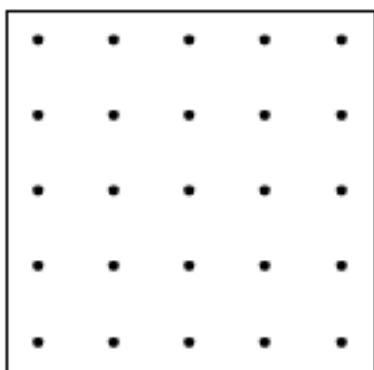
1. Os paralelogramos são figuras geométricas como conheces muitas outras.

1.1. Constrói paralelogramos no *geoplano* e representa-os no *papel pontado*.

1.2.



1.3. O que podes afirmar sobre os ângulos internos dos paralelogramos que construístes? Justifica a tua resposta utilizando o *geoplano* e o *papel pontado*.



1.4. Qual a relação estabelecida entre os ângulos internos de um paralelogramo e os seus ângulos externos? E entre os ângulos internos opostos do paralelogramo? Justifica utilizando p geoplano o papel pontado

