INSTITUTO POLITÉCNICO
DE VIANA DO CASTELO

RELATÓRIO FINAL DE PRÁTICA DE ENSINO SUPERVISIONADA

Mestrado em Ensino do 1º e 2º CEB

A resolução de tarefas envolvendo números racionais não negativos: um estudo com uma turma do 5º ano de escolaridade

Anaísa Amorim de Sousa Esteves

Escola Superior de Educação

2018

INSTITUTO POLITÉCNICO
DE VIANA DO CASTELO

Anaísa Amorim de Sousa Esteves

RELATÓRIO FINAL DE PRÁTICA DE ENSINO SUPERVISIONADA

Mestrado em Ensino do 1º e 2º CEB

A resolução de tarefas envolvendo números racionais não negativos: um estudo com uma turma do 5º ano de escolaridade

Trabalho efetuado sob a orientação da
Professora Doutora Isabel Vale

julho de 2018

AGRADECIMENTOS

É um momento especial concretizar uma fase na vida. Portanto, agradeço muito por tudo que aprendi, pela experiência que adquiri e pelas vivências proporcionadas no decorrer deste mestrado, que culmina com este trabalho.

À professora doutora Isabel Vale, pelas palavras sábias e conhecimentos partilhados, por todo o apoio prestado durante a orientação deste trabalho, pela disponibilidade e pelas críticas construtivas que me ajudaram a melhorar.

À minha mãe, por ser a pessoa a quem recorro nos momentos em que mais preciso de ajuda, pois está incondicionalmente ao meu lado, sempre.

Ao meu pai, pois mesmo com um oceano a nos separar, e apesar de ter sido difícil ter estado cinco anos sem o ver, sempre se preocupou comigo e deu os melhores conselhos de pai e amigo.

Ao meu irmão, pela sua amizade incondicional, pela paciência e por me ouvir sempre que preciso desabafar os problemas do dia-a-dia.

Às minhas amigas e amigos pelas palavras de apoio e por me terem motivado a nunca desistir dos sonhos e a lutar por eles.

À minha prima, por ser a minha menina, que eu adoro ensinar e educar, sendo para mim uma fonte de inspiração, para ser cada dia melhor.

Agradeço também a todos os professores que fizeram parte deste percurso académico, que deixaram as suas marcas, transmitindo-me conhecimentos que sempre serão úteis.

Aos alunos, que me permitiram ensiná-los e também me ensinaram a mim, sem a participação deles, este estudo não era possível.

Agradeço, de modo geral, a todas as pessoas que me motivaram, não me deixaram desistir e me ajudaram a superar, estando presentes, a cada etapa da vida.

RESUMO

O presente relatório foi desenvolvido no âmbito da unidade curricular Prática de Ensino Supervisionada II (PES II), numa turma do 5º ano de escolaridade. O relatório é dividido em três partes: a primeira parte contextualiza e descreve a PES, a segunda descreve o trabalho de investigação que foi realizado na área da Matemática e a terceira consiste uma reflexão global sobre a experiência didática proporcionada pela PES.

Com este estudo pretendia-se compreender como os alunos resolvem problemas que envolvem a multiplicação e a divisão de números racionais não negativos. Em particular pretendia-se analisar as estratégias de resolução utilizadas e identificar possíveis dificuldades na resolução das tarefas propostas. Para ajudar à compreensão do estudo, foram enunciadas as seguintes questões orientadoras: (Q.1.) Que estratégias são evidenciadas pelos alunos, na resolução de tarefas que envolvem o conceito de multiplicação e divisão de números racionais não negativos? (Q.2.) Como se podem caraterizar as principais dificuldades manifestadas pelos alunos, na resolução de tarefas de multiplicação e divisão de números racionais não negativos?

Para este estudo, realizado com uma turma com 22 alunos do 5º ano, adotou-se uma metodologia qualitativa na qual os dados foram essencialmente recolhidos a partir de observações e diálogos com os alunos e também a partir das produções escritas às tarefas que iam efetuando durante as aulas.

Os resultados obtidos indicam que os alunos apresentaram, de modo geral, um desempenho positivo nas resoluções das tarefas. Contudo, o conhecimento dos alunos sobre a multiplicação e a divisão de racionais foi mais de natureza procedimental do que conceitual. Constatou-se que foram capazes de se expressar durante as conversas, explicando o raciocínio que tiveram para chegar às resoluções, contrariamente às produções escritas, onde houve algumas dificuldades em clarificar os pensamentos.

Os alunos utilizaram modelos que foram apresentados durante as aulas, quando foram lecionados os conceitos de multiplicação e de divisão, mas também foram criativos ao recorrerem a desenhos e outras estratégias, facilitando as resoluções. Recorreram a um leque variado de estratégias (visuais e analíticas) durante a resolução das tarefas, apresentando flexibilidade na sua resolução.

Palavras-chave: Números Racionais Não Negativos; Multiplicação e Divisão; Estratégias de Resolução; Resolução de Problemas.

ABSTRAT

This report was developed in parallel with the Supervised Teaching Practice II (STP II), which consists on an internship, with ten years old students (5^{th} grade). The report is divided in three parts: the first one contextualizes and describes the STP (I and II), the second describes the investigation work, that was made on the mathematics area and the third consists on a global reflection about the didactic experience that was provided by the STP.

This study aimed to understand how students solve problems involving the multiplication and division of non-negative rational numbers. In particular, it was intended to analyze the resolution strategies used and to identify possible difficulties in solving the proposed tasks. To support the understanding of the study, the following guiding questions were enunciated: (Q.1.) which strategies are manifest by students in solving tasks involving the concept of multiplication and division of non-negative rational numbers? (Q.2.) How can we describe the main difficulties manifested by students in solving tasks of multiplication and division of non-negative rational numbers?

For this study, a qualitative methodology was adopted and, for this purpose, data were collected from the 22 students who make up the math class. The data were essentially collected from observations and dialogues with the students and also from the written productions to the tasks they were doing during the lessons.

The results show that the students presented, in general, a positive performance in the task resolutions. However, students' knowledge of the multiplication and division of rationals was more procedural than conceptual. It was also found that they were able to express themselves during the conversations, explaining the reasoning they had to reach the resolutions, contrary to the written productions, where there were some difficulties on expressing their thinking.

The students used models that were presented during class, when they were taught the concepts of multiplication and division, but also were creative when choose other strategies, facilitating the resolutions. They used a variety of strategies (visual and analytical) during the resolution of tasks, presenting flexibility in their resolution.

Keywords: Non-Negative Rational Numbers; Multiplication and Division; Resolution strategies; Problem Solving.

ÍNDICE

INTRODUÇÃO

O presente relatório resultou da intervenção em contexto educativo no 2º ciclo do Ensino Básico no âmbito da Prática de Ensino Supervisionada II (PES II), do Mestrado em Educação 1.º e 2.ºciclos do Ensino Básico.

A primeira parte engloba um enquadramento da prática de ensino supervisionada e encontra-se dividida em dois capítulos, no primeiro apresenta-se a caracterização do contexto educativo, nomeadamente o meio local, o contexto escolar e a turma, onde incidiu a investigação. No segundo capítulo faz-se o relato de uma aula, de cada uma das quatro áreas de intervenção, que integra uma componente reflexiva sobre essa aula.

Na segunda parte expõe-se o desenvolvimento do estudo realizado, começando pela pertinência do estudo e as questões que o orientam. No segundo capítulo desta parte, apresenta-se uma revisão da literatura, que foca o ensino-aprendizagem dos números racionais no 5º ano de escolaridade, de acordo com as orientações curriculares. Abordam-se algumas capacidades transversais. Também é feita uma visão geral sobre a resolução de problemas, que é o foco principal deste estudo. Na última parte, são analisados alguns estudos empíricos. No terceiro capítulo, apresentam-se as opções metodológicas adotadas e é descrito o processo da análise de dados. No quarto capítulo, apresenta-se a intervenção didática, onde se concretiza o estudo. No quinto capítulo, apresentam-se os principais resultados do estudo e no sexto e último capítulo, apresentam-se as conclusões.

A terceira parte deste relatório apresenta a reflexão global acerca da Prática de Ensino Supervisionada I e II, reconhecendo as capacidades adquiridas ao longo desta experiência.

PARTE I – A PRÁTICA DE ENSINO SUPERVISIONADA II

A primeira parte do relatório consiste em dois capítulos. No primeiro apresenta-se uma breve descrição do contexto onde foi desenvolvida a PES II. No segundo capítulo faz-se um percurso pelas quatro áreas disciplinares, descrevendo uma aula em cada uma das áreas, relatando algumas experiências didáticas vividas.

CAPÍTULO I – ENQUADRAMENTO DA PES

Neste capítulo apresenta-se uma sucinta caraterização do contexto educativo e da turma onde decorreu a PES II, destacando as caraterísticas principais de ambos.

1. Caraterização do Contexto Educativo

A escola onde se desenrolou a PES II pertence ao concelho de Viana do Castelo, integra a rede pública do Ministério da Educação e pertence a um agrupamento que serve seis freguesias. O agrupamento integra sete escolas básicas do 1º ciclo e 1 E.B. 2, 3 /S.

A maioria dos alunos pertence a famílias de origem rural. Toda a zona é caraterizada por um ruralismo de laivos suburbanos dada a influência da sede de Concelho e o aparecimento de pequenas empresas têxteis, oficinas de serralharia, mecânica, marcenarias e carpintarias.

Do ponto de vista socioprofissional, a maioria dos pais são assalariados da construção civil ou da indústria, lavradores, empregados de comércio ou de serviços. Em larga maioria, as mães dedicam-se aos serviços pessoais e domésticos, são operárias fabris ou empregadas de serviços.

De um modo geral, a população ativa de toda a área acumula as suas atividades profissionais com a agricultura, dado os baixos rendimentos.

No referente às habilitações académicas, a maioria dos pais tem o 1º ou o 2º Ciclo do Ensino Básico concluídos. São raros os casos de licenciados.

2. Caraterização da turma

No meu estágio do 2º ciclo, tive quatro turmas diferentes. Uma turma para cada disciplina, sendo três turmas do 5º ano para Português, Ciências e Matemática e uma turma do 6º ano para História.

Começo por descrever a turma de português. Senti desde o início grande empatia por esta turma, pois os alunos eram bastante participativos e, no geral, havia um bom ambiente de cooperação entre eles. Havia três alunos com maior dificuldade: um foi diagnosticado com um problema de falta de concentração distraia-se facilmente com qualquer coisa. Era necessário chamá-lo muitas vezes à atenção e insistir para terminar as suas tarefas. Outro aluno era muito falador, apesar de estar sozinho na carteira, tentava falar com os seus colegas, que sempre ficavam aborrecidos com ele e o chamavam de "chato", apesar destas atitudes, este aluno demonstrava interesse e também era participativo nas atividades. O último era muito distraído e revelava imensas dificuldades na compreensão dos conteúdos. No entanto, havia um grupo de seis alunos que se destacavam por serem bons alunos. Esta foi a turma que mais gostei, porque tinha bons alunos e revelavam-se muito motivados nas tarefas que eu lhes proponha.

Quanto à turma de História, era muito silenciosa, o que por um lado era excelente, porque ninguém perturbava a aula, contudo, por vezes, era preciso insistir com eles para participarem, quando lhes era colocada alguma questão. Os alunos desta turma cumpriam sempre com as tarefas que lhes eram propostas e estavam, no geral, concentrados durante as aulas, sendo muito rara a vez que tive que chamar alguém a atenção. Foi, sem dúvida, a turma com o melhor comportamento.

A turma de Ciências era uma turma muito equilibrada, no sentido de todos terem uma capacidade de aprendizagem intermédia. Os alunos desta turma mostraram-se, desde o início, muito participativos e curiosos, fazendo sempre questões acerca das informações que eu lhes transmitia. Visto que ciências é uma disciplina da qual eu gosto muito, sentia-me satisfeita por lhes poder esclarecer, com uma linguagem apropriada à sua idade, as dúvidas que eles apresentavam, e, certificava-me que eles ficassem esclarecidos. Por vezes dois alunos tinham demasiadas questões, sendo que o professor cooperante me alertou de que eu não podia despender muito tempo da aula a esclarecer as suas dúvidas.

Quanto à turma de matemática, esta era bastante heterogénea em relação às anteriores. Tinha alunos que gostavam muito de participar, outros eram conversadores e era necessário chamá-los à atenção. Uma aluna era muito trabalhadora e acabava sempre as tarefas primeiro, e, depois tinha de esperar pelos restantes. Numa fila de alunos que era composta por um muito bom aluno e por outros três que eram muito despreocupados, acontecia que estes três queriam sempre copiar a resolução pelo colega que era bom aluno. Nesta turma existiam, por um lado, alguns alunos que demonstravam interesse e eram motivados e, por outro lado, também existiam os que tinham falta de motivação e de interesse. Tinha alguns alunos que eram bons alunos, porém estes provocavam alguns distúrbios, perturbando o trabalho dos colegas e eu precisava de reprimi-los com frequência.

CAPÍTULO II – AS QUATRO ÁREAS DE INTERVENÇÃO

Neste capítulo, apresenta-se uma breve reflexão de uma aula selecionada correspondente a cada uma das áreas: Português, Ciências Naturais, História e Geografia de Portugal e Matemática.

A Intervenção em Contexto Educativo (ICE) foi exigente no sentido de que para além de termos quatro áreas de intervenção, enquanto estávamos a lecionar duas dessas áreas, tínhamos de preparar as aulas das outras duas áreas. No meu caso, comecei por lecionar Português e História e Geografia de Portugal, durante quatro semanas e, após, lecionei Ciências Naturais e Matemática nas quatro semanas seguintes. Foi sob a área da Matemática que se desenvolveu o estudo que deu origem a este Relatório Final.

A Prática de Ensino Supervisionada (PES) teve a duração de 16 semanas, sendo que a ICE decorreu durante 12 semanas, sendo as primeiras quatro para nos integrarmos na comunidade escolar, assistir às aulas, conhecer as turmas e planear o primeiro bloco de regências.

Apesar da exigência do ICE, todo o trabalho foi recompensador, porque durante a licenciatura e o mestrado, este foi o contacto mais próximo que tivemos com a realidade da nossa profissão. Aqui recai a importância desta intervenção, pois ser professor requer determinadas caraterísticas, tais como ser atento, eficaz, assertivo, justo, compreensivo, conseguir agir no tempo certo, entre outras. Contudo, apenas com a prática é que se adquirem estas qualidades.

Neste capítulo irei refletir sobre uma aula que lecionei e fundamentar os motivos que me levaram a querer descrever cada uma dessas aulas.

1. Experiências de ensino-aprendizagem nas quatro áreas de intervenção

Português

O meu percurso por esta área foi bastante atribulado, pois o português sempre foi uma das minhas disciplinas favoritas, sempre adorei estudar a gramática, ler e pesquisar sobre os autores e as suas obras literárias. Porém, lecionar português é bem mais difícil do que eu expectava.

Selecionei a última aula para falar da minha experiência, porque foi a aula que me deu mais satisfação em lecionar, visto que já estava confortável com a turma e havia uma boa interação.

A primeira aula que lecionei nesta Prática de Ensino Supervisionada foi de Português. As duas primeiras aulas desta disciplina correram bem, mantive o fio condutor, seguindo a mesma temática do início ao fim, porém, nas restantes aulas quis arriscar e fazer atividades mais lúdicas e alterar a metodologia que adotei nas duas primeiras aulas, mas não fui bem-sucedida. Aprendi que dominarmos bem os conteúdos duma disciplina e sabermos a melhor forma de ensinar esses conteúdos são polos totalmente opostos, e, para saber a melhor forma de ensinar é necessária muita prática, e também a capacidade de equidade. Pois o professor deve se adaptar a cada turma/contexto.

Os conteúdos que eu tinha para lecionar eram: o texto poético, a obra "O pássaro da cabeça" de Manuel António Pina (que é composta por poemas deste autor), o modo conjuntivo, determinantes e pronomes (possessivos e demonstrativos), e, os grupos constituintes da frase.

Fiquei desde logo muito animada por poder ler poesia junto com os alunos e, tentar, lhes transmitir o meu gosto pessoal.

Esta regência teve a duração de quatro semanas, completando um total de doze aulas de 90 minutos cada, sendo que na penúltima foi o teste de avaliação e na última a correção do teste.

Decidi comentar sobre a última aula, pois após as aulas que estive a assistir e toda a regência permitiu-me uma boa aproximação com esta turma, portanto a última aula correu muito bem, todos participavam de forma organizada e todos tiveram uma postura de interesse e curiosidade por aprender o que não tinham conseguido fazer no teste. Este tipo de atitude é o que se espera nos alunos após o teste e eu fiquei satisfeita.

Comecei a aula com uma apreciação geral sobre as correções que fiz no teste, senti-me muito à vontade a fazer estas apreciações, devido à proximidade com os alunos e à possibilidade de poder ajuda-los com as dificuldades que observei nas correções do teste. No geral, os resultados foram muito positivos, não houve nenhuma negativa e houve dois excelentes.

Depois das apreciações gerais, fiz comentários sobre cada questão em particular, sobre os erros que observei e expliquei aos alunos como se precaverem desses erros.

Após os comentários, selecionei quatro alunos para fazerem a leitura em voz alta do texto literário (um excerto da obra "A Fada Oriana"): um leu as partes do narrador, outro leu as falas da fada, outro leu as falas do peixe e outro leu as falas do poeta. Visto que na maioria das minhas aulas trabalhei poesia, também coloquei um poema no teste, acompanhado da questão: "identifica o tipo de texto que acabaste de ler"; e algumas questões sobre a estrutura do poema e o tipo de rima. Na parte final do teste (produção escrita) dei aos alunos a opção de escreverem um poema ou um texto narrativo com o tema "A Amizade". Os alunos revelaram-se muito criativos e a maioria optou pela escrita do poema, que já tinham praticado durante as aulas.

Fiz a correção do teste projetando as questões, selecionava um aluno para ler a questão e outro para responder. Depois projetei a resposta mais correta para os alunos copiarem para os seus cadernos (todos tinham de copiar a resposta, mesmo que tivessem acertado no teste e mesmo que tivessem a resposta igual à projetada).

Tinha selecionado umas questões semelhantes àquelas que os alunos tiveram mais dificuldade no teste, para praticarem, mas no final da correção não houve mais tempo.

História e Geografia de Portugal

A regência desta disciplina foi a que me causou maior nervosismo e na qual tive necessidade de me empenhar mais, visto que de todas as disciplinas é nesta que tenho maior dificuldade. O tema que me foi atribuído começa pela «Entrada de Portugal na 1.ª Guerra Mundial» e vai até à «Formação do Estado Novo». Tive de estudar bem estes temas antes de os lecionar, pois queria sentir-me à vontade caso os alunos tivessem dúvidas. Os temas foram trabalhados ao longo de 8 aulas, quatro de 90 minutos e 3 de 45 minutos, sendo a última aula utilizada para o teste, de 45 minutos.

Apresentarei a descrição da segunda aula desta regência, decidi falar sobre esta aula, pois a minha primeira aula correu bastante mal e foi assistida pela professora supervisora, mas, tanto a professora supervisora como o professor cooperante me incentivaram a não desistir e deram-me conselhos para melhorar as minhas aulas seguintes.

A segunda aula foi iniciada com a apresentação do PowerPoint sobre a matéria planificada para a aula: Fim da Primeira República e Instauração da Ditadura Militar.

Entreguei aos alunos a ficha de trabalho que foi sendo preenchido conforme o PowerPoint se desenrolava. Sobre cada slide que eu apresentava, havia uma pergunta na ficha, eu tinha de estar atenta e circular pelos lugares para observar se os alunos acompanhavam o meu discurso e conseguiam responder às questões da ficha.

Este método fez-me ficar mais descontraída, ajudou-me a melhorar a minha interação com a turma e também manteve os alunos interessados. Porém, hesitei na apresentação de alguns conteúdos, pelo que nem todos foram bem esclarecidos.

Como trabalho de casa, pedi aos alunos para pesquisarem e escreverem alguns dados biográficos sobre António Oliveira Salazar, para os alunos apresentarem na aula seguinte.

Comparativamente com a primeira aula, a segunda melhorou imenso, visto que segui o conselho da professora de dar aos alunos uma ficha para eles irem preenchendo e respondendo enquanto eu explicava e mostrava o PowerPoint. Este método resultou muito bem com esta turma.

De modo geral, na preparação destas aulas apoiei-me nos PowerPoint que preparei para as implementar, e neles fui incluindo slides de carácter mais prático, como questões de escolha múltipla, de verdadeiro e falso, de completar textos ou esquemas, de forma a levar os alunos a praticar e a pensar sobre as informações que escutaram.

Ciências da Natureza

Após as dificuldades com que me deparei no ensino da HGP, nas aulas de ciências senti que dominava perfeitamente os conteúdos e isso tornava muito mais fácil conseguir transmitir os meus conhecimentos aos alunos, apropriando a minha linguagem ao nível etário deles, mas mantendo uma linguagem cientificamente correta, clara e formal. Consegui demonstrar segurança e confiança na abordagem dos conteúdos, aproveitando as intervenções e questões dos alunos para promover o processo de aprendizagem.

A minha regência em Ciências de Natureza desenrolou-se durante quatro semanas, após terminadas as regências de Português e História. O número de aulas foi 8, quatro aulas de 90 minutos e quatro aulas de 45 minutos. Na última aula foi o teste e a sua correção, metade da aula os alunos efetuaram o teste e na segunda metade foi feita a sua correção.

De forma geral, as aulas correram bem, incorporei nas planificações as sugestões dadas pelo professor cooperante, tendo em conta os conteúdos a lecionar e os recursos da escola. Os conteúdos eram relativos ao microscópio, à célula, classificação de seres vivos, grupos taxonómicos, definição de espécie e chaves dicotómicas.

Durante a regência houve momentos mais expositivos com a utilização do projetor e dos PowerPoint e momentos que permitiram maior interação dos alunos, que foram as atividades práticas, com resolução de exercícios, ou atividades de laboratório.

Decidi comentar sobre a aula que constou de uma atividade de laboratório sobre a observação de células ao microscópio, porque a utilização do microscópio na sala de aula foi uma boa estratégia, que motivou os alunos e promoveu uma maior participação destes. Mesmo assim, o recurso a outras estratégias poderia trazer outras vantagens, talvez tornassem as aulas ainda mais dinâmicas e motivadoras.

Comecei a aula por relembrar aos alunos as principais regras de utilização do microscópio ótico. Posteriormente, dividi a turma em quatro grupos de cinco elementos cada. Cada grupo terá um microscópio e, seguem os procedimentos da ficha, para prepararem o que vão observar. Irão começar por observar a letra “F”, que eles mesmos escreveram num papel, em tamanho muito reduzido, o que lhes dará uma noção da capacidade de ampliação do microscópio.

Aproveito para explicar aos alunos que para distinguirem o parafuso macrométrico do micrométrico devem olhar para os prefixos das palavras macrométrico e micrométrico: macro significa grande e micro significa pequeno. A professora supervisora já me tinha referido a importância de “desconstruir” as palavras, para explicar aos alunos os seus significados.

Após serem feitas as observações, cada elemento dos grupos desenha aquilo que observou dentro de um círculo e efetua o cálculo da ampliação, para isso explico como terão de efetuar este cálculo (multiplicam a ampliação da lente ocular pela ampliação da objetiva).

Discuto com os alunos as caraterísticas da imagem obtida no microscópio e eles copiam-nas nos seus cadernos.

Na segunda parte da aula, os alunos observaram células vegetais (cebola). Tinha 4 preparações feitas previamente, caso os alunos não conseguissem preparar as suas ou caso houvesse algum imprevisto. Antes de os alunos iniciarem a atividade, fiz uma breve introdução ao estudo da célula, com o objetivo de conciliar a teoria à prática.

Tal como na observação anterior, cada elemento do grupo faz o desenho daquilo que observou (com a legenda e o cálculo da ampliação total).

Matemática

Na disciplina de Matemática foi me proposto de tema da multiplicação e divisão de Números Racionais Positivos. Este tema foi distribuído por 12 aulas de 90 minutos, porém, dessas 12, as duas últimas foram para o teste e a sua correção. Solicitei ao professor cooperante mais 3 aulas, para que os alunos resolvessem tarefas/fichas de trabalho. Na primeira aula da minha regência, os alunos resolveram uma ficha com a matéria dada anteriormente e nas duas últimas resolveram uma ficha e tarefas sobre a matéria que eu lecionei, de forma a eu poder observar algumas das suas dificuldades e que estratégias os alunos utilizaram na resolução das tarefas propostas.

A matemática sempre foi a disciplina com que me senti mais à vontade, e a que mais me agrada ensinar, não só devido à sua vertente prática e à sua complexidade, mas também ao facto de ser igual em todos os países, ao contrário dos idiomas.

Tal como nas outras disciplinas, senti que o mais importante no ensino-aprendizagem é a adequação da forma de apresentar conteúdos e os métodos utilizados para tal. Contudo, apesar de tentar seguir sempre a melhor abordagem, nem sempre me foi possível fazê-lo da melhor forma.

A aula selecionada debruçou-se sobre o tema da divisão de números racionais e escolhi-a porque foi uma aula que me deu gosto lecionar, apesar de ter muito a melhorar na aula que dei, por exemplo deveria ter apresentado os exemplos que tinha de forma mais calma e ter dado mais tempo para os alunos os assimilarem. Sinto que foi uma grande aprendizagem para mim, ter dado a aula que tinha sido previamente planeada e, posteriormente poder refletir sobre essa prática, desta forma consegui aprender com os erros que dei, podendo melhorá-los futuramente. Os alunos já tinham aprendido a multiplicar as frações e, portanto, nesta aula era pretendido que os alunos conseguissem “descobrir” como se divide frações, através da multiplicação. Tive gosto em lecionar estar aula porque achei que o método que utilizei era muito interessante e eficaz para os alunos terem um melhor entendimento desta matéria.

Comecei a aula com exemplos que tinham a finalidade de levar os alunos a entender o conceito de inverso de um número. Depois, cometi o erro de remeter os alunos para a resolução de uma tarefa de modo à chegarem à definição de «inverso de um número», porém, deveria ter questionado e tido mais calma, pois o objetivo é que os alunos chegassem a esta definição através dos exemplos que tínhamos explorado anteriormente.

A ficha que dei aos alunos continha mais algumas tarefas para eles praticarem os números inversos antes de passar para a divisão.

Introduzi o tema da divisão também com exemplos que ia explorando com os alunos, questionando-os. O primeiro exemplo consistia numa divisão de um número inteiro por uma fração, o segundo uma divisão de uma fração por um número inteiro e, por fim, o terceiro era uma divisão de uma fração por outra fração. Os exemplos que eu selecionei eram bons para os alunos concluírem como se divide frações. Porém, tal como fiz com os exemplos anteriores, não os explorei da melhor forma, deveria ter sido mais paciente e questionado mais os alunos, de forma a serem eles a chegarem às próprias conclusões.

A partir destes exemplos, coloquei no quadro as três divisões, e igualei-as a multiplicações, mas deixei espaços para eles preencherem com o segundo termo da multiplicação (multiplicador), o objetivo era que os alunos observassem que passando a divisão para multiplicação, o dividendo e o multiplicador são números inversos. Os alunos conseguiram observar esta situação, mas devido à complexidade deste conteúdo, deveria ter-lhes dado mais tempo para assimilarem e devia ter questionado mais. Os alunos chegaram à generalização e, depois, praticaram os seus conhecimentos através das tarefas que eu tinha colocado na ficha. Selecionei tarefas que apelavam à divisão numa perspetiva mais visual, semelhante aos exemplos que eu tinha mostrado.

O incentivo para a escolha do tema

Aquando da distribuição dos alunos pelas diferentes áreas, no início da Prática de Ensino Supervisionada II, foi-me questionada qual era a área na qual eu pretendia desenvolver o estudo. Ficaria igualmente feliz em realizar o estudo em qualquer outra área, exceto fosse HGP, pois é nesta que tenho maior dificuldade em relação aos conteúdos.

Porém, todos nós sentimos maior afeição por alguma área em particular, e, no meu caso, essa área sempre foi a Matemática. Sempre gostei de desafios, e a matemática é uma disciplina que me agrada a esse nível e que me dá prazer em lecionar.

Ao contrário de ter podido escolher a área na qual desenvolver a investigação, não pude escolher o conteúdo programático, pois este dependia daquilo que era necessário lecionar durante a PES II. No meu caso, o conteúdo programático foi «A Multiplicação e Divisão de Números Racionais Não Negativos».

Este conteúdo programático deixou-me instigada pelo desafio, visto que Lamon (2007) considera os números racionais como um dos tópicos matemáticos mais complexos e cognitivamente desafiador do currículo escolar, que necessita de mais tempo para o seu desenvolvimento e essencial para o sucesso em Matemática e em todas as outras Ciências.

PARTE II – O TRABALHO DE INVESTIGAÇÃO

A segunda parte do relatório dedica-se ao estudo desenvolvido. Os capítulos que compõem esta parte abordam todo o processo investigativo: o problema em estudo, incluindo a sua pertinência e as questões orientadoras, a revisão da literatura que o sustenta, a metodologia adotada, a intervenção, os resultados e as conclusões.

CAPÍTULO I – O PROBLEMA

Neste capítulo apresenta-se o tema escolhido para a investigação e justifica-se a sua pertinência, assim como, o problema e questões de investigação.

1. Pertinência do estudo

A matemática é uma disciplina muito importante no currículo dos estudantes, pela sua importância no dia-a-dia e também pelo papel que tem no desenvolvimento do raciocínio lógico. Se olharmos à nossa volta, a matemática está presente em diversas situações: nos contornos e formas dos objetos, nas medidas de comprimentos, na construção de edifícios/pontes, nos computadores, entre muitos outros exemplos.

A matemática é muito mais do que a ciência que estuda os números. Se quisermos dar uma definição muito concisa sobre a matemática, podemos dizer que é a ciência dos padrões.

No entanto, continua a ser uma área em que os alunos apresentam muitas dificuldades e insucesso escolar.

Podem ser vários os motivos que justifiquem este insucesso, por isso devem ser estudadas formas de expor os alunos a um ensino adequado, que os leve a melhorar e a ganhar gosto pela disciplina, de forma a melhorar estes resultados.

Matos e Serrazina (1996) defendem que no processo de ensino-aprendizagem da Matemática se deve estimular a curiosidade e a capacidade dos alunos para formular e resolver problemas com o objetivo de estes se tornarem cidadãos mais autónomos e interventivos no mundo que os rodeia.

É muito importante para os alunos entenderem o significado e a importância daquilo que estão a aprender, e a sua aplicação no seu dia-a-dia. Portanto, deve-se ter em conta o privilegiar das conexões matemáticas, dado que em situações da realidade, por exemplo, as fracções, os decimais e a razão surgem intimamente relacionadas (Monteiro & Pinto, 2005; Monteiro, Pinto & Figueiredo, 2005).

A investigação na área dos números racionais é muito escassa em Portugal, sendo este um tema de extrema importância de ser estudado, dada a sua dificuldade no ensino-aprendizagem. Lamon (2007) considera os números racionais como um dos tópicos matemáticos mais complexo e cognitivamente desafiador do currículo escolar, que necessita de mais tempo para o seu desenvolvimento e essencial para o sucesso em Matemática e Ciências superiores.

Sendo os números racionais um dos tópicos mais importantes do currículo, deveria haver mais investigação sobre este tema, de forma a dar ferramentas aos professores para que possam ajudar os seus alunos a uma melhor compreensão destes conceitos, melhorando assim o ensino-aprendizagem e melhorando também o desenvolvimento matemático dos alunos.

Os alunos apresentam dificuldades com os números racionais, suas representações e significados das operações, e muitos professores não parecem conscientes dos obstáculos com que eles se deparam, ao progredirem na conceptualização dos referidos números (Lamon 2007).

A investigação neste tema também incide na importância de ainda haver professores a não estarem totalmente preparados para um ensino eficaz dos conteúdos relacionados aos números racionais. Segundo Lamon (2007), as dificuldades evidenciadas pelos adultos podem advir da falta de tratamento adequado do campo conceptual multiplicativo no currículo de Matemática, e da vivência das mesmas experiências escolares que os atuais alunos. Portanto, conclui-se que devido à falta de investigação, não houve grande evolução nem melhoria no ensino destes conteúdos, visto que tanto os alunos como os professores continuam a mostrar dificuldades.

A aprendizagem dos números racionais é fundamental para o desenvolvimento matemático dos alunos. Behr et al., (1983) encaram a referida importância segundo três perspectivas: (i) prática, dado que a capacidade de lidar com estes conceitos melhora a capacidade de compreender e resolver situações e problemas do dia-a-dia; (ii) psicológica, dado que os números racionais proporcionam o desenvolvimento e a expressão das estruturas mentais necessárias ao crescimento intelectual; e (iii) matemática, dado que a compreensão destes conceitos proporciona uma base para futuros conhecimentos algébricos elementares.

2. Problema e questões de investigação

Após ser lecionada uma unidade de ensino sobre os números racionais, mais especificamente a multiplicação e a divisão, pretende-se identificar os conhecimentos que os alunos revelam a este nível, assim como as estratégicas que utilizam na resolução, as representações e as dificuldades que apresentam.

Com este estudo pretendia-se compreender como os alunos resolvem problemas que envolvem a multiplicação e divisão de números racionais. Após o ensino onde se valorizou o recurso aos modelos visuais para a aquisição do conceito das duas operações, esperava-se que os alunos alargassem o seu reportório de estratégias de resoluções, diversificando as representações matemáticas a que se podem recorrer na resolução de problemas que envolvem números racionais.

Deste modo, desenvolveu-se um estudo realizado com uma turma com 22 alunos do 5º ano identificar as estratégias de resolução que privilegiaram, assim como, as principais dificuldades manifestadas.

Assim, foram definidas duas questões orientadoras:

Q.1. Que estratégias são evidenciadas pelos alunos, na resolução de tarefas que envolvem o conceito de multiplicação e divisão de números racionais não negativos?

Q.2. Como se podem caraterizar as principais dificuldades manifestadas pelos alunos, na resolução de tarefas de multiplicação e divisão de números racionais não negativos?

CAPÍTULO II – REVISÃO DA LITERATURA

Neste capítulo é apresentada uma revisão da literatura que enquadra o estudo.

A primeira parte engloba as orientações curriculares para o ensino dos números racionais, mais especificamente no 5º ano de escolaridade.

A segunda parte é composta por uma visão geral da resolução de problemas.

Na terceira parte apresenta-se uma pequena análise a alguns estudos empíricos e as suas conclusões.

1. Orientações curriculares para o ensino e aprendizagem da Matemática no 2º ciclo do Ensino Básico

Os números racionais nas orientações curriculares do 5º ano

Os conteúdos do programa da matemática para o 5º ano de escolaridade estão distribuídos por quatro domínios, pertencentes ao 2º ciclo, e são os seguintes: Números e Operações; Geometria e Medida; Álgebra; Organização e Tratamento de Dados.

Dentro dos domínios números e operações e álgebra, segundo o Programa da Matemática do Ensino Básico [PMEB], pretende-se que os alunos terminem o 2º ciclo com a capacidade de facilmente utilizar os números racionais em diversos contextos e saber relacionar as várias representações em que estes números podem aparecer. Também se pretende que saibam tratar situações que envolvam proporcionalidade direta entre grandezas. É necessário que os alunos alcancem os objetivos inerentes a cada ciclo, de forma a não terem dificuldades na aprendizagem dos conteúdos do ciclo seguinte.

O domínio Números e Operações está presente nos três ciclos. Os objetivos que se pretende alcançar neste tema é promover a compreensão dos números e operações; desenvolver o sentido de número e desenvolver a fluência no cálculo. Também se pretende que os alunos consigam utilizar as capacidades que adquiriram durante o tema, para a resolução de problemas relacionados com esses conteúdos.

Os conteúdos inerentes a este domínio, no 5º ano, envolvem efetuar operações com números racionais não negativos e resolver problemas relacionados com as operações em que os números apareçam sob as diversas representações: numerais mistos, frações, dízimas e percentagens.

No PMEB (2007), o cálculo algorítmico deixa de ser o foco do trabalho em torno dos Números e Operações, sendo possível iniciar a representação fracionária antes da representação decimal. Como refere Brocardo (2010) o PMEB (2007) salienta "a importância de usar diferentes contextos que permitam aprofundar a compreensão dos números racionais e as destrezas de cálculo".

Monteiro e Pinto (2007) consideram que, na aula de matemática, o tempo dedicado a resolver cálculos rotineiros com frações e decimais é maior do que o dedicado à resolução de problemas, pelo que o PMEB (2007) privilegia a resolução de problemas neste ciclo de ensino para que possibilite ao aluno alargar o seu conhecimento sobre os números, de conceber e usar estratégias, discutir a sua adequação às situações e formular conjeturas e testá-las.

Uma das principais diferenças entre o programa de 2007 e o de 2013, no domínio dos Números e Operações, é que, anteriormente, o conceito de fração era somente introduzido no segundo ciclo, pois no primeiro ciclo os alunos apenas trabalhavam com os números inteiros e racionais não negativos na representação decimal. No programa de matemática de 2007, só no segundo ciclo é que se introduz o conceito de frações, considerando todos os seus cinco significados. No programa de matemática de 2013, as frações são introduzidas no primeiro ciclo, a partir da decomposição de um segmento de reta em segmentos de reta iguais, são também utilizadas para exprimir medidas de diferentes grandezas, fixada a unidade. Porém, o programa de 2013 não menciona que os alunos devem trabalhar um número racional nas suas várias interpretações: quociente, relação parte-todo, razão, medida e operador. Apesar de o programa não referir de modo explícito as recomendações sobre o ensino e aprendizagem do tema, sugere-se que se aborde todas estas interpretações (Pinto, 2011).

Também no programa de 2013, é dada uma especial enfâse ao cálculo mental no primeiro ciclo, para que os alunos comecem desde então a adquirir uma maior fluência de cálculo.

Nas orientações metodológicas para o domínio do Números e Operações é mencionado que, independentemente da abordagem inicial que se faça do conceito de números racional, é indispensável que a dado momento do ensino-aprendizagem, esse conceito fique associado à reta numérica, ao conceito de medida de comprimento.

Neste domínio dos Números e Operações, o programa é completado no 6º ano com a introdução dos números negativos, completando a construção do conjunto dos números racionais.

Os conteúdos para o 5º ano, segundo o programa de 2013, no tema dos números racionais não negativos consistem: na simplificação de frações; frações irredutíveis; redução de duas frações ao mesmo denominador; ordenação de números racionais representados por frações; representação de números racionais na forma de numerais mistos; operações com números racionais não negativos representados na forma de fração e adição e subtração de números racionais representados por numerais mistos; aproximações e arredondamentos de números racionais; problemas de vários passos envolvendo números racionais representados na forma de fração, dízimas, percentagens e numerais mistos.

Para concluir, fica a ideia de que apesar dos conteúdos da matemática estarem divididos por domínios no currículo, que ajuda o professor a orientar o seu trabalho, estes conteúdos estão sempre relacionados de alguma forma. É importante que o professor faça conexões entre os conteúdos durante as aulas, que esteja a ensinar um conteúdo e faça referencia a outros conteúdos previamente lecionados, para que os alunos tomem consciência das relações entres os temas.

Capacidades Transversais

Como é referido por Ponte et al (2007), o PMEB (2007) não deve ser lido como um guia direto para o trabalho do professor em cada tema, mas sim como uma específica ação dos assuntos que devem ser trabalhados e dos objetivos gerais e específicos a atingir.

No programa são apresentadas as finalidades e objetivos comuns aos 3 ciclos do ensino básico. Os objetivos gerais que se trabalha nestes 3 ciclos estão interligados com as três capacidades transversais: resolução de problemas, raciocínio matemático e comunicação matemática.

No 2º ciclo, pretende-se que os alunos resolvam os problemas e, que saibam conceber, aplicar e justificar as estratégias que utilizam nas suas resoluções. Quanto ao raciocínio matemático, os alunos devem ser capazes de saber justificar, saber argumentar e saber formular e testar conjeturas. Quando à comunicação matemática, é importante os alunos interpretarem as informações que escutam e saberem exprimir-se corretamente, de forma a ser possível discutir assuntos matemáticos.

A comunicação matemática deve ser valorizada em sala de aula, contrariando a ideia de que a comunicação é apenas do professor para o aluno. As interações em torno das ideias matemáticas providenciam aos alunos uma melhor compreensão do seu próprio pensamento, pois ao expor a suas ideias, consegue organizar melhor o pensamento. Desta forma, também se incentiva a autonomia de aprendizagem nos alunos.

A comunicação faz parte de uma aprendizagem significativa da Matemática, na medida em que proporciona aos alunos o contato com o essencial da atividade matemática e, ao professor, bons indicadores sobre o processo de ensino e aprendizagem. Ao desenvolverem uma comunicação matemática eficaz, os alunos tornam-se capazes de clarificar os seus pensamentos. A importância da comunicação matemática é, aliás, hoje reconhecida por vários documentos curriculares (NCTM, 2000).

Cabe ao professor selecionar as tarefas mais adequadas a cada aula, que estejam abertas a discussão de ideias com toda a turma, de forma ao aluno poder desenvolver as suas capacidades matemáticas e ao mesmo tempo sentir-se desafiado. Portanto, é também importante o professor selecionar tarefas com um nível de complexidade adequado e desafiador para a maioria dos alunos.

2. Uma Visão Geral da Resolução de problemas

Para que seja possível um ensino eficaz da matemática, os alunos devem ser confrontados com tarefas que promovam o raciocínio e a resolução de problemas.

Após efetuarem as tarefas, especialmente problemas, é importante que os alunos partilhem as suas resoluções, entre eles e com toda a turma. Esta partilha tem como objetivo que os alunos comparem as suas estratégias e desenvolvam a fluência processual. A discussão das suas resoluções também permite ao aluno treinar a capacidade de argumentação e melhorar a comunicação matemática.

Uma sala de aula propícia para a resolução de problemas deve promover um ensino exploratório (Ponte, 2005), onde os alunos se envolvam na resolução de tarefas e na sua discussão, e onde o professor oriente e apoie o trabalho e faça a gestão das discussões coletivas.

Cabe ao professor selecionar tarefas que tenham múltiplas formas de serem abordadas e que permitam aos alunos serem criativos nas estratégias que optam nas suas resoluções. Os alunos podem optar por usar uma resolução mais visual (desenhos, diagramas, tabelas e gráficos), esquemas, um texto para explicar como pensaram ou linguagem simbólica. A partilha e discussão das diferentes resoluções deve permitir que para além dos alunos exporem os seus raciocínios, deve procurar-se identificar aquela que é mais simples e eficiente.

As tarefas são o meio através do qual os alunos constroem os conhecimentos matemáticos, estão presentes em todas as aulas. Dada a sua importante função, devem ser selecionadas com a finalidade de cumprir os seus objetivos: introduzir ideias matemáticas, aumentar o conhecimento dum determinado tema, proporcionar desafios intelectuais, entre outros.

O que difere um problema dum mero exercício é que num problema não existe um caminho óbvio para chegar à solução, logo o aluno precisa recorrer a estratégias e métodos que o levem a dar resposta à situação apresentada.

Stein e Smith (1998) desenvolveram uma taxonomia para as tarefas matemáticas, baseada no tipo e nível de pensamento necessários para a sua resolução. Segundo estes autores, existem as tarefas de nível de exigência baixa, que correspondem às tarefas de memorização e de procedimentos sem conexões e existem as de nível de exigência elevada que são compostas pelas tarefas que envolvem procedimentos com conexão e o ‘fazer matemática’.

Para a resolução de uma tarefa com exigência elevada, o aluno terá que saber questionar, explorar e aplicar procedimentos que sejam relacionados com os conceitos e compreendê-los.

Quanto às tarefas que se baseiam em aplicar algoritmos, procedimentos ou fórmulas, que não estão ativamente ligadas ao significado, ou reproduzir factos previamente memorizados, são consideradas com nível de exigência baixa.

Um leque de tarefas variado, com diferentes níveis de exigência e diferentes possibilidades de abordagem é essencial, porque segundo Stein et al (2009), nem todas as tarefas proporcionam as mesmas oportunidades para desenvolver o pensamento e aprendizagem dos alunos. Portanto, um ensino eficaz incluirá tarefas variadas e que se “complementem”, sendo capazes de aumentar o conhecimento dos alunos e permitir-lhes que se deparem com diferentes representações matemáticas: visuais, simbólicas, físicas, contextuais e verbais.

O uso de tarefas que promovam o raciocínio dos alunos dá-lhes a oportunidade de se envolverem num nível elevado de pensamento, e, por isso, este tipo de tarefas devem ter um papel central nas aulas de matemática.

Há mais aprendizagem em aulas onde as tarefas, de forma consistente, encorajem o pensamento e o raciocínio de nível elevado do que naquelas em que as tarefas são habitualmente rotineiras e centradas nos procedimentos (Stein 1996).

Existem aulas que se baseiam quase exclusivamente em tarefas de baixo nível de exigência, rejeitando os problemas mais complexos e desafiadores, pois estes, para além de serem mais difíceis de implementar, às vezes são tão simplificados pelo professor que passam de tarefas de grande exigência cognitiva para outras de menor exigência.

Os conhecimentos matemáticos que sucedem de tarefas com diferentes exigências cognitivas não são os mesmos. De forma a adquirirem uma compreensão do que é a matemática, os alunos precisam de se envolverem em tarefas que promovam o raciocínio. No entanto, estas tarefas não têm de ocupar uma aula inteira ou várias aulas.

Outro aspeto a ter em conta quando são selecionadas as tarefas é o conhecimento prévio dos alunos e a sua experiência, com o propósito de estarem adequadas às suas capacidades e ao mesmo tempo serem desafiadoras.

Como já foi acima referido, o uso de representações matemáticas variadas torna o ensino mais eficaz, fortalecendo a capacidade de resolução de problemas. Tripathi (2008, citado em Vale 2012) observou que usar essas "diferentes representações é como examinar o conceito através de uma variedade de lentes, com cada lente a proporcionar uma perspetiva diferente que torna a imagem (conceito) mais rica e mais aprofundada."

Existe uma ligação entre os desenhos ou diagramas dos alunos (representações visuais) com o discurso matemático; pois estes apoiam-se mutuamente. Os alunos podem usar as suas representações para as mostrar, comentar ou discutir entre eles e com o professor.

Os desenhos e outros suportes visuais são de particular importância nos casos em que a língua materna do aluno não é a língua oficial do país em que este se encontra, quando há alunos com necessidades especiais ou dificuldades, porque permitem a mais alunos participarem de forma pertinente no discurso matemático na sala de aula (Moss & Case 1999).

O discurso na aula de matemática dá aos alunos oportunidades para partilharem ideias e clarificarem compreensões, para elaborarem argumentos convincentes em relação ao como e ao porquê do funcionamento das coisas, para desenvolverem uma linguagem para exprimirem as ideias matemáticas e para aprenderem a ver as coisas de outras perspetivas (NCTM, 2000).

O professor deve coordenar o discurso em sala de aula, para que se consigam discussões ao nível de toda a turma, nas quais os conteúdos programáticos, que estão a ser lecionados, sejam o aspeto central a ser discutido, levando os alunos a compreendê-los melhor e também a articular as suas ideias matemáticas, numa partilha de explicações.

Um discurso que se centre em tarefas que promovam o raciocínio e a resolução de problemas é um mecanismo de primeira importância para o desenvolvimento da compreensão de conceitos e de uma aprendizagem da matemática com significado (Moss & Case 1999).

As práticas em sala de aula têm como objetivo desenvolver a promoção de uma melhoria na capacidade de resolução de problemas. Para que tal seja possível, a escola atual carece de estar à altura das exigências do mundo atual, de forma a não desmotivar os alunos.

Os professores devem inspirar os seus alunos a ambicionarem saber mais, a terem sede de conhecimento.

Um objetivo principal do professor é ensinar o aluno a pensar, proporcionando os meios de ser ele próprio a construir o seu conhecimento. Este conhecimento constrói-se através de uma seleção dos recursos mais adequados, que sejam criativos, e que motivem os alunos.

Os recursos utilizados em sala de aula têm a finalidade de promoverem a criatividade dos alunos e ajudá-los a construir conhecimento matemático. Portanto, devem conseguir captar o interesse do aluno.

Pode se afirmar que o professor tem um papel exigente, pois é da sua responsabilidade utilizar os melhores recursos nas suas aulas, propor tarefas cativantes e com níveis elevados de exigência e insistir na resolução de problemas.

Logo, o que se pretende é uma melhoria na criatividade, inovação e capacidade de resolução de problemas. Será mais provável que os alunos consigam melhorar estas capacidades, se as práticas em sala-de-aula também melhorarem a estes níveis.

Um outro aspeto a ter em conta é dar mais atenção nas aulas de matemática às resoluções visuais que raramente são utilizadas e/ou valorizadas (Barbosa & Vale, 2014). A resolução de problemas através da utilização de representações visuais pode, em alguns casos, trazer vantagens e facilitar as resoluções, existindo problemas que apesar de ser mais óbvia uma abordagem visual, os alunos optam por uma abordagem analítica.

De acordo com Vale (2014), as resoluções visuais são, em muitos casos, as mais simples e elegantes. Nesses casos, uma abordagem mais analítica poderá ser mais complicada, e muitas das vezes conduz a resoluções menos intuitivas e propícias a mais erros.

Como refere Vale (2014), uma caraterística dos alunos matematicamente competentes é serem capazes de empenhar-se em procurar uma resolução clara, simples, curta e, portanto, elegante para um problema.

Os alunos matematicamente competentes, não se conformam com a primeira resolução e tentam encontrar outras, até encontrarem a mais "elegante". Todavia, uma grande parte dos alunos contenta-se com a primeira resolução que encontram, desde que esteja correta. Esta ideia deve ser contrariada, pois, se o aluno resolver o problema mais do que uma vez, encontrará decerto outras formas de o resolver. Assim, encontrará uma resolução mais simples e curta, que será valorizada e, ao mesmo tempo, estará a treinar as capacidades de fluência e criatividade.

Para que haja uma melhoria na criatividade dos alunos, as formas mais visuais de representação devem ser valorizadas nas práticas de sala de aula, e os alunos devem ser encorajados a utilizá-las.

Porém, tal como afirma Arcavi (1999), as resoluções que fazem uso crucial de figuras, diagramas, gráficos ou outras formas não linguísticas de representação, ou seja, mais visuais, ainda não são completamente aceites pelos professores, apesar das representações visuais serem legítimas, muitas vezes porque as suas potencialidades ainda são desconhecidas por eles.

3. O ensino e aprendizagem de números racionais não negativos

Os racionais: multiplicação e divisão

Apesar das dificuldades que são encaradas no ensino-aprendizagem dos números racionais, Behr, Lesh, Post e Silver (1983), consideram este tópico o mais importante do currículo do ensino básico, já que promove o desenvolvimento de estruturas cognitivas cruciais à aprendizagem matemática futura. Behr et al., (1983) encaram a referida importância segundo três perspectivas: (i) prática, dado que a capacidade de lidar com estes conceitos melhora a capacidade de compreender e resolver situações e problemas do dia-a-dia; (ii) psicológica, dado que os números racionais proporcionam o desenvolvimento e a expressão das estruturas mentais necessárias ao crescimento intelectual; e (iii) matemática, dado que a compreensão destes conceitos proporciona uma base para futuros conhecimentos algébricos elementares.

Segundo Pinto (2011), dados da investigação sugerem que muitos alunos: (i) têm dificuldade em relacionar o seu conhecimento sobre frações com o sentido de operação, (ii) recorrem a estratégias aditivas em situações onde são exigidas estratégias multiplicativas e (iii) apresentam uma dependência excessiva das representações que surgem nos manuais didáticos.

Sendo o conceito de número racional tão importante, embora complexo, há muitos factores a considerar no seu ensino-aprendizagem: os seus múltiplos significados, o conhecimento informal dos alunos, as dificuldades, entre outros.

Os alunos apenas adquirem o conceito de número racional se forem capazes de explorar os diferentes significados em que as frações aparecem. Os significados que as frações podem assumir são o de parte-todo, quociente, razão, medida e operador. Conforme refere Kieren (1976, citado por Pinto 2011), o facto de se compreender um dos significados de fração, não significa ter-se conhecimento do conceito de número racional, pelo que há necessidade de se compreender os vários significados e as suas inter-relações. Segundo esta autora, existem diferentes estruturas cognitivas ligadas aos vários significados, condicionantes do processo de aprendizagem.

No significado de parte-todo, a fração simboliza uma relação entre o número de partes que são tomadas (numerador) entre o número de partes em que a unidade foi dividida (denominador). Este significado é usualmente o primeiro a ser lecionado no ensino dos números racionais, porém, apesar de ter a sua importância, pode trazer dificuldades quando os alunos se deparam com uma fração maior do que a unidade, pois, neste significado, o numerador é menor do que o denominador. De acordo com Wheeldon (2008, citado em Ventura, 2013) um ensino que não vai além deste significado traz sérias dificuldades para os alunos, uma vez que estes facilmente confundem a relação parte-todo, com a relação parte-parte, ou seja, numa tarefa que peça a fração correspondente ao número de partes sombreadas, se a fração for por exemplo $\frac{3}{9}$, os alunos dirão $\frac{3}{2}$, pois associam o denominador às duas partes, a sombreada e a não sombreada. Neste significado é também necessário que os alunos tenham um determinado número de ideias associadas às relações entre as partes e o todo, tais como: a) as partes, todas juntas, devem perfazer o todo, b) quanto mais o todo é dividido, mais pequenas as partes se tornam, e c) a relação entre as partes e o todo é conservada, independentemente do tamanho, da forma, do arranjo, ou da orientação das partes equivalentes como referem Charalambous e Pitta-Pantazi, (2006 citado em Ventura, 2013).

Para o significado de quociente, a fração representa uma divisão entre o numerador e o denominador, que são dois números inteiros, com o denominador diferente de zero. Para este significado destaca-se a noção de equivalência, pois duas frações representam a mesma quantidade, se os seus quocientes forem equivalentes. Segundo Santos (2005, citado em Ventura, 2013) este significado extrapola as ideias presentes no significado parte-todo, uma vez que aqui existem duas variáveis (o que se vai dividir e o número pelo qual se vai dividir, por exemplo, pizzas e pessoas).

O significado operador está associado ao papel de transformação, ou seja, é uma ação que se deve realizar sobre um número, através da qual se transforma o seu valor, de uma forma mais simples, a noção de operador dos números racionais é sobre "encolher/esticar"; "contrair/expandir"; "ampliar/reduzir" ou "multiplicar/dividir" como refere Lamon, (2006, citado por Ventura, 2013).

Relativamente ao significado de medida, a fração é vista como a medida atribuída a um intervalo. Por este motivo é que este significado encontra-se sistematicamente associado ao uso da linha numérica ou a outros instrumentos de medida (por exemplo as réguas), para determinar distâncias de um ponto a outro expressas por $\frac{1}{x}$ unidades. Localizar frações na linha numérica, pode requerer sucessivas partições da mesma, no entanto Lamon (2006, citado em Ventura, 2013) reconhece que efetuar divisões sucessivas da unidade não é um processo fácil para os alunos, pelo que este significado deve ser introduzido depois de os mesmos terem experiência com outros significados, nomeadamente, parte-todo e quociente.

O significado de razão surge da noção de comparação entre duas quantidades, onde é indispensável o raciocínio multiplicativo. No entanto, há que fazer uma distinção entre a noção de razão "parte-parte", ou seja, a razão entre duas quantidades do mesmo tipo ("ratio"), que se referem a duas partes de um todo, por exemplo, a razão entre o número de meninos e meninas de uma turma (parte-parte); e a noção de razão entre duas grandezas de tipos diferentes ("rate"), que dá origem a uma nova grandeza, por exemplo, a razão entre a distância e o tempo necessário para a percorrer – velocidade Lamon (2006), Monteiro & Pinto, (2005, citado em Ventura 2013).

Segundo Lamon (2007), apesar de os significados se relacionarem entre si, cada um tem as suas características particulares e nem todos são um bom ponto de partida; os significados de operador e quociente são menos poderosos que os significados de medida, razão e parte-todo, para se iniciar a aprendizagem dos números racionais.

Na introdução ao estudo dos números racionais, tal como qualquer outro tema/conteúdo, o professor deve sempre apelar ao conhecimento informal do aluno, que deve ser sempre valorizado, tal como afirma Hiebert (1988, citado em Ventura 2013) embora possa existir um desfasamento entre o conhecimento formal e o informal, os conhecimentos informais dos alunos devem servir de base para o desenvolvimento dos símbolos e procedimentos matemáticos, independentemente do conteúdo abordado.

Contudo, para compreenderem os números racionais devem desenvolver uma concepção básica do que é um número racional para depois prosseguirem através de uma sequência de tópicos dentro de cada vertente dos números racionais que se baseiam em concepções matemáticas importantes (Behr et al. 1983).

Muitos autores argumentam que o conhecimento dos números inteiros exerce uma grande influência, positiva ou negativa, na aprendizagem do conceito de número racional. Todavia, o conhecimento das frações, apesar de não ser uma simples extensão do conhecimento dos números inteiros, pode surgir através da reorganização do conhecimento que o aluno tem destes números Steffe & Olive (2010 citado em Ventura 2013).

Segundo Godino, Cid e Batanero (2004), os números racionais são o primeiro conjunto de experiências numéricas que os alunos aprendem que não estão associados aos processos de contagem.

Vejamos algumas ideias sobre a multiplicação e divisão de números racionais.

Behr e Post (1992 citado por Pinto 2011) fundamentam a importância do raciocínio multiplicativo, no facto de os números racionais serem um conjunto de números que não se baseia em nenhum tipo de algoritmo de contagem.

O raciocínio multiplicativo é relativo a algo, as quantidades são relativas, ao contrário do raciocínio aditivo, onde as quantidades são contáveis (Behr & Post, 1992 citado por Pinto 2011). Por exemplo, para obter 3/4 de 24 bombons, implica que os alunos organizem a sua unidade em quatro grupos de seis bombons e que depois considerem três desses grupos, ou seja, têm de compor a unidade em quatro grupos de bombons. Este aspeto serve para evidenciar que o raciocínio multiplicativo é baseado nas relações entre quantidades e não na sua contagem podendo envolver a composição e decomposição da unidade, bem como a sua partição Wheeldon (2008 citado em Ventura 2013).

Porém, segundo Nunes e Bryant (1997, citado em Pinto 2011) são as experiências dos alunos com o raciocínio aditivo que os leva a posteriormente adquirirem o raciocínio multiplicativo, ou seja, admitem a existência de uma continuidade entre estes dois raciocínios, visto que é possível resolver alguns problemas de multiplicação recorrendo a adições sucessivas e o mesmo de passa nos problemas que envolvem divisão e se pode recorrer a subtrações sucessivas. Este facto pode levar os alunos ao erro de pensarem que a multiplicação aumenta sempre e a divisão diminui.

Para evitar esse erro de pensamento, os alunos devem ser confrontados com tarefas em que lhes seja pedido para encontrarem multiplicações em que obtenham resultados menores e divisões em que obtenham resultados maiores.

Os números racionais, multiplicação e divisão são alguns dos tópicos que integram o campo conceptual multiplicativo, um complexo sistema de inter-relação de conceitos, ideias dos alunos (tanto competências como concepções erradas), procedimentos, problemas, representações, objectos, propriedades e relações Vergnaud (1988 citado em Pinto 2011). Por conseguinte, os alunos apresentam dificuldades com os números racionais, suas representações e significados das operações, e muitos professores não parecem conscientes dos obstáculos com que eles se deparam, ao progredirem na conceptualização dos referidos números (Lamon 2007).

Principais dificuldades no ensino-aprendizagem de números racionais

O tema dos números racionais (frações) já é conhecido por estar entre os temas mais difíceis no 2º ciclo. É um tema difícil de ensinar e, consequentemente, de aprender.

As frações fazem parte do dia-a-dia e aparecem em muitas situações. São utilizadas, por exemplo: para seguir receitas, na leitura de mapas ou na estimativa de descontos, entre outras.

Também na matemática, o papel desempenhado pelas funções é fundamental nos raciocínios de probabilidades, algébricos e de proporcionalidades.

As dificuldades que os alunos encaram neste tema devem ser conhecidas e tidas em conta, pois estas podem levá-los a sentir ansiedade matemática. Esta ansiedade pode afetar as oportunidades de os alunos se envolverem, mais tarde, em estudos matemáticos e científicos, afetando o seu futuro profissional.

Estas dificuldades podem advir de vários factores, porém, existem aquelas que são observadas em grande parte dos alunos, sendo nessas que nos devemos focar para conseguirmos contorná-las.

Uma das principais dificuldades é que os alunos, inconscientemente, utilizam as propriedades dos números naturais quando estão a trabalhar com os números racionais. Visto que estão no início do estudo deste tipo de números, ainda é novidade para eles, e, pensam que as propriedades dos números que eles já dominam também se aplicam a todos os outros.

Segundo Siegler et al. (2011 citado em Gabriel 2013), as crianças que ainda não estão familiarizadas com as frações acreditam que as propriedades dos números inteiros são as mesmas para todos os números. Então, os alunos têm tendência a confundir as propriedades que existem apenas no conjunto dos inteiros com as propriedades deste novo conjunto que estão a aprender: os números racionais. Portanto, é importante que saibam que cada conjunto de números tem as suas próprias propriedades, que os distinguem. O facto de os alunos não separarem as propriedades, também pode levá-los a pensar que os números inteiros não podem ser transformados em fração.

De forma a ultrapassarem estas dificuldades, os professores devem levar os seus alunos a inferir quais são as diferenças fundamentais entre os números inteiros e os racionais.

Uma das diferenças é que os números inteiros formam um conjunto discreto e os números racionais formam um conjunto contínuo, ou seja, entre dois números racionais existe uma infinidade de números, ao contrário do que se passa entre dois números inteiros, que não existe nenhum outro número inteiro.

Outra diferença ou até “novidade” no conjunto dos racionais deve-se ao facto de existir uma infinidade de formas de escrever o mesmo número, sob a forma de fração, pois, para cada fração existem uma infinidade de frações equivalentes.

Segundo Nunes e Bryant (1996, citado em Gabriel 2013), os alunos aplicam processos que apenas podem ser usados por números inteiros.

Por outro lado, os alunos pensam no numerador e no denominador como dois números separados.

Devido a este pensamento, o tipo de erro que é mais frequentemente observado na adição de frações é os alunos adicionarem os numeradores e, depois, adicionarem os denominadores, em vez de somarem os numeradores de frações equivalentes às que aparecem inicialmente, mas com os mesmos denominadores.

Também nas comparações de frações de observam erros comuns, tal como os alunos pensarem que um oitavo é maior do que um terço, por observarem que o 8 é maior do que 3.

Os alunos devem saber que a fração pode ser vista como uma divisão, logo se o denominador for maior, o número que a fração representa será menor.

Quanto à multiplicação de frações, a dificuldade que é mais observada reside no facto de no conjunto dos números naturais, o produto da multiplicação é sempre um número maior, porém, no caso de multiplicarmos um número por uma fração própria, o produto será menor.

Segundo Stafylidou e Vosniadou (2004, citado em Gabriel 2013), a fim de superar esses erros, seria necessário que os estudantes realizassem uma reorganização conceitual que integrasse os números racionais como uma nova categoria de números, com as suas próprias regras e funcionamento.

Para concluir, fica a ideia de que o conhecimento conceitual ainda permanece bastante aquém daquilo que seria o ideal, pois os alunos aprendem os algoritmos sem sequer entender os conhecimentos matemáticos que lhes dão origem.

Estudos Empíricos

No âmbito do desenvolvimento deste estudo, foi feito um levantamento de alguns estudos empíricos com uma temática semelhante. É de salientar que os estudos sobre os números racionais ainda são escassos em Portugal.

O estudo desenvolvido por Pinto (2011) analisou o desenvolvimento do sentido da multiplicação e divisão de números racionais de alunos do 6º ano de escolaridade e também as potencialidades e limitações de uma unidade de ensino sobre esse tema. O seu design é um estudo de caso múltiplo, sendo realizados três estudos de caso. O objetivo do estudo é compreender as estratégias e as dificuldades, reveladas pelos alunos, na resolução de tarefas de multiplicação e divisão de números racionais não negativos. É importante referir que a recolha de dados foi feita em três fases: durante, no fim e após seis meses da realização de uma EU que envolvia estes conceitos. Foram numerosas as observações que se fizeram neste estudo, pelo que apenas apresentarei algumas, que me pareceram relevantes. Na fase inicial, os alunos recorriam a esquemas informais, como, por exemplo, o modelo da área retangular; revelaram também que ainda utilizavam o raciocínio aditivo em situações onde se pretendia o raciocínio multiplicativo; a maioria dos alunos revelou não adquirir uma compreensão da divisão como operação inversa da multiplicação; não apresentavam grande flexibilidade para usar as propriedades das operações, optando pelos logaritmos, em vez de utilizarem as propriedades das operações; também na elaboração de enunciados para expressões que envolviam produtos/quocientes, os alunos demonstraram pouca familiaridade com este tipo de tarefa. Na fase de durante e no fim da realização da UE, os três alunos passaram a apresentar familiaridade com as diferentes representações das frações, flexibilidade na comparação, ordenação e densidade de números racionais, bem como na capacidade de usar símbolos e linguagem matemática formal; relativamente ao sentido da multiplicação e divisão de números racionais, os alunos identificaram e usaram sempre a operação envolvida, independentemente do seu significado e contextos das tarefas, tendo recorrido sempre a procedimentos multiplicativos durante e no fim da realização da unidade de ensino. Também é de salientar que os alunos recorreram a uma diversidade de significados da multiplicação e divisão para a elaboração de enunciados para expressões. Seis meses após a realização da unidade de ensino, viu-se reduzida a necessidade de modelarem as tarefas, quer na multiplicação como na divisão.

Continuaram a apresentar flexibilidade no uso das propriedades das operações, razoabilidade na análise de processos e resultados e, ainda capacidade de usar símbolos e linguagem matemática formal, o que revela que adquiriram o sentido de multiplicação e divisão de números racionais.

Um segundo estudo, realizado por Mamede (2015) analisou os efeitos de uma intervenção de ensino sobre as frações nas suas três diferentes situações: quociente, parte-todo e fração como operador. Cada grupo de intervenção aprendeu as frações em apenas uma das categorias acima referidas, de forma a ser possível analisar de que forma cada situação de aprendizagem iria influenciar a aprendizagem/compreensão dos alunos sobre as frações. O objetivo deste estudo foi investigar o impacto de cada situação em que as frações foram ensinadas na aprendizagem dos alunos. Sendo que as crianças que aprenderam nas situações de quociente demonstraram maior flexibilidade no raciocínio e na nomenclatura/leitura das frações, mas não generalizaram estas aprendizagens para os outros contextos em que as frações aparecem. As crianças que aprenderam as outras duas situações (parte-todo e operador) apenas aprenderam a identificar as frações, sendo nulo o progresso em tarefas de raciocínio. Após a análise dos resultados, concluiu-se que aprender em situação de quociente é mais eficaz, visto que as crianças mostram progresso em ambos itens de raciocínio e nomenclatura, mas por outro lado, não transferiram os conhecimentos para os outros casos. Em oposição, nas outras duas situações de aprendizagem, os alunos não mostraram progresso no raciocínio, porém, o uso de legendas para as frações foi generalizado entre as duas situações: de parte-todo e fração como operador.

O estudo de Cardoso e Mamede (2017) teve como objetivo analisar as práticas dos professores no ensino do conceito de fração e as suas diferentes representações, no 1º ciclo do Ensino Básico (2º e 3º anos de escolaridade). Este estudo permitiu identificar algumas fragilidades no ensino. Observou-se durante as aulas situações em que o professor não explicava a tarefa numa abordagem da fração como quociente, optando pela abordagem parte-todo. Outra fragilidade é ignorar o facto de os alunos dividirem as imagens em partes desiguais, quando lhes é pedido a representação simbólica da fração. Isto condiciona o trabalho com frações. Também são observadas fragilidades no âmbito da interpretação da fração como operador, pois é dada enfâse aos procedimentos algébricos e vez da compreensão das ideias matemáticas por detrás deles, e também na marcação de frações na reta numérica. Na ordenação e equivalência de frações também se apresentaram muitas fragilidades. Conclui-se que existe uma necessidade de mudar estas práticas de ensino enraizadas, pois levam o aluno a uma má compreensão do conceito de fração. Para tal, devem ser aprofundados os conhecimentos matemáticos e didáticos relativos a este tema.

Outro estudo de Mamede e Oliveira (2012) trouxe o exemplo de uma experiencia bem-sucedida, usando a interpretação de fração como quociente para introduzir o tema das frações às crianças. Apesar de ainda ser necessária mais pesquisa acerca de forma como introduzir este tema nas salas de aula, usando a interpretação de quociente, este estudo mostra que é possível as crianças entenderem o conceito de fração.

O estudo de Ventura (2013) teve como finalidade compreender a evolução dos alunos, de uma turma do 5º ano, na aprendizagem do conceito de número racional, e, as potencialidades da sequência de tarefas que se utilizou para o ensino-aprendizagem desse conceito. Este estudo consiste num estudo de caso de quatro alunos. Os resultados deste estudo evidenciaram que a integração do modelo da barra numérica foi uma mais-valia e ajudou os alunos nos seus raciocínios. Concluiu-se que os alunos tiveram evolução na aprendizagem do conceito de número racional, mostrando-se capazes de resolver os problemas propostos, que envolviam frações nos diferentes significados, apesar de revelarem maior dificuldade no significado de razão. Relativamente à interpretação do conceito da unidade, alguns alunos tiveram dificuldades, sobretudo se os problemas envolvessem o significado de fração como operador, pois, na resolução dos problemas, para além de não terem em conta a unidade de referência, também cometiam erros no algoritmo. Quando à utilização de números de referência, para subdividir a unidade em partes iguais, de forma a facilitar a marcação de números na linha numérica, alguns alunos mostraram dificuldade neste aspeto, devido ao pouco rigor na divisão do modelo. O recurso a estes números de referência revela que os alunos compreendem a noção do tamanho em que as partes do todo se dividem como refere Clarke, Mitchell e Roche, (2007 citado em Ventura, 2013). É importante referir que neste estudo, os alunos mostram que têm noção da densidade dos números racionais, visto que numa tarefa, na qual não se pretendia estudar este conceito, os alunos reconhecem que entre duas frações podem existir muitas percentagens. Inicialmente, os alunos não reconheciam as diferentes representações dos números racionais, sendo que, mais tarde, se verifica a utilização dessas múltiplas representações e também apresentam flexibilidade na conversão entre frações, numerais mistos e percentagens, o que é uma vantagem na resolução de problemas, visto que são capazes de utilizar a fração mais adequada a cada contexto com que se deparam. Os resultados desta investigação mostram que a percentagem é a representação que os alunos mais utilizam nas situações de ordenação, comparação, densidade e adição. É importante para o desenvolvimento matemático do aluno o conhecimento das várias formas de representação dos números racionais, pois umas formas são mais úteis do que outras, dependendo da situação. Quanto às estratégias utilizadas pelos alunos, verificou-se que foram diversificadas, foram identificados procedimentos de cálculo, estratégias simbólicas, gráficas e flexíveis. O uso do modelo da barra numérica foi uma estratégia usada frequentemente. Os resultados e as conclusões deste estudo evidenciam a relevância para a promoção e aprendizagem dos números racionais da utilização de uma abordagem significativa das várias representações dos números racionais, percorrendo os seus significados e apoiando-se no modelo da barra numérica.

CAPÍTULO III - METODOLOGIA

Neste capítulo apresentam-se as opções metodológicas que se adotaram ao longo do desenvolvimento deste estudo. São clarificados os procedimentos e os instrumentos utilizados na fase de recolha de dados. Para terminar, é feita uma descrição do processo da análise de dados.

1. Opções metodológicas

Esta investigação tem como objetivo compreender como os alunos resolvem problemas que envolvem a multiplicação e a divisão de números racionais não negativos, identificando as estratégias de resolução utilizadas e as dificuldades que os alunos revelam na resolução dessas tarefas. Deste modo, optou-se por uma metodologia de investigação de natureza qualitativa de caráter exploratório, visto que poderá fornecer indícios para futuros estudos.

Devido à natureza do problema a estudar e às respetivas questões que se pretendeu dar resposta, esta metodologia é a mais adequada, sendo também a mais utilizada em investigações educacionais, pois estuda os acontecimentos em contexto real onde ocorre a ação analisada. Portanto, é tido em conta o contexto de sala-de-aula, que é onde as ações/acontecimentos se passam e são registadas/observadas/escutadas.

A investigação qualitativa é a mais adequada aos estudos realizados na área da educação, pois possibilita o desenvolvimento e a exploração de dinâmicas educativas, tanto ao nível do conhecimento prático, como do teórico, que é revelado pelos intervenientes.

Pode se caraterizar a investigação qualitativa como um "método multifacetado envolvendo uma abordagem interpretativa e individualista do assunto em estudo. Isto significa que os investigadores qualitativos estudam as coisas no seu ambiente natural numa tentativa de interpretar o fenómeno" Denzin & Lincoln (1994 citado em Vale, 2004).

Neste tipo de investigação, destaca-se o papel do investigador que deve ser possuidor dos conhecimentos sobre o tema/problema em estudo e ter as competências de interpretação e compreensão dos dados que irão advir do seu trabalho. O papel do investigador é recolher os dados, estar inserido no contexto e o mais importante é que seja capaz de compreender as relações dos objetos de estudo com as situações que se deparam e a forma como se deixam envolver pelo contexto. Estas competências exigidas ao investigador recaem no facto de ser necessário registar o máximo de informações, que passariam despercebidas a alguém que não tem os mesmos conhecimentos inerentes ao tema em estudo.

É possível afirmar que o objetivo principal de uma investigação qualitativa é analisar o comportamento, o percurso das pessoas ou objetivos, uma vez que o mais importante é o meio e não o fim, por este não nos permitir compreender as dificuldades e todos os obstáculos ultrapassados pelo objeto do estudo/pessoa, acima de tudo não permite compreender a forma utilizada para se seguir em frente quando determinado obstáculo se interpôs no nosso caminho e nos obriga a alterar as metas iniciais (Bogdan & Biklen, 1994, citado em Vale, 2004).

Numa investigação qualitativa, os resultados que se irão obter são desconhecidos. O facto de se desconhecerem os resultados finais, permite aos investigadores surpreenderem-se com as conclusões finais e, acima de tudo, focar-se no que mais importa neste tipo de investigação, "(…) responder a questões de "como" e "porquê", pois o controlo que se tem sobre os acontecimentos é quase nulo." (Yin, 1989, citado por Vale, 2004, p.139).

É importante referir as caraterísticas deste tipo de investigação, de acordo com Bogdan e Biklen (1994 citado em Vale, 2004), a investigação qualitativa possui cinco caraterísticas: a) fonte direta dos dados é o ambiente natural, sendo o investigador o seu principal instrumento, b) a investigação é descritiva dado que os dados recolhidos incluem transcrições de entrevistas, imagens, documentos e notas de campo; c) o investigador importa-se mais com os processos do que com os resultados; d) os dados são analisados de forma indutiva, as abstrações são construídas à medida que se vão agrupando os dados particulares recolhidos e e) a compreensão do significado é essencial, nesse tipo de abordagem, ou seja, os investigadores qualitativos preocupam-se a aprender as perspectivas dos participantes.

Também é importante referir os estádios, através dos quais de desenvolve a investigação qualitativa, Morse (1994, citado por Vale, 2004), identifica seis. O primeiro, *estádio de reflexão* começa com a identificação de um problema para investigar. O segundo, *estádio de planeamento* compreende o local do estudo, a estratégia de investigação, e são delineadas as questões de investigação, que são o ponto de partida, do estádio de entrada, no qual se procede à recolha de dados, dando continuidade ao estádio seguinte, *estádio de produção e recolha de dados*, que incluiu a análise dos dados recolhidos no estádio anterior, e a continuação do processo de recolha de dados para uma análise mais profunda. No *estádio de afastamento*, o investigador deve refletir sobre o trabalho efetuado. Por último, o *estádio de escrita*, onde o investigador apresenta a sua interpretação dos dados, recorrendo a literatura relevante para o tema.

2. Contexto e Procedimentos do Estudo

O presente estudo foi desenvolvido com uma turma de vinte e dois alunos do quinto ano de escolaridade do ensino básico, dos quais quinze são rapazes e sete são raparigas. Este estudo foi realizado numa escola que integra o segundo e terceiro ciclos do ensino básico, localizada numa freguesia do concelho e distrito de Viana do Castelo. A investigadora encontrava-se a reger a disciplina de Matemática e em contexto da Prática de Ensino Supervisionada II.

Foi pedida uma autorização a todos os encarregados de educação dos alunos da turma, para participarem no estudo, serem filmados/fotografados e entrevistados. Esta autorização foi assinada e unânime.

Este estudo decorreu ao longo de distintas fases.

A primeira, a fase de observações, na qual se observou a turma com a qual se realizou o estudo. Esta fase teve a duração de três semanas, nas quais as aulas foram lecionadas pelo professor orientador cooperante [POC].

Esta fase tem como objetivo observar a forma e a estrutura da aula dada pelo POC, identificar os alunos com maior e menor dificuldade de aprendizagem, identificar os alunos mais participativos e os que precisam de ser mais incentivados à participação. Ou seja, esta fase permite conhecer a turma, pois de modo a conseguir lecionar com equidade, é necessário conhecer a personalidade de cada aluno, para saber lidar com cada um deles da melhor forma, tanto individualmente como em grupo. Serviu também esta fase para observar as estratégias de ensino-aprendizagem utilizadas pelo POC, de forma a ajudar-me a definir a estratégias que penso que melhor se adequarão. Foi também nesta fase que comecei a preparar o planeamento e na qual se selecionou o problema a trabalhar. O planeamento serve de suporte a todo o trabalho a ser posto em prática.

A segunda fase do estudo corresponde à regência das aulas ao longo de três semanas, onde se trabalharam os conteúdos relacionados com os racionais não negativos, de acordo com a tabela junto. Foi nesta fase que foram também recolhidos os dados, o que se tornava uma tarefa mais complicada, por ser necessário conciliar o facto de estar a lecionar e a recolher dados em simultâneo.

Nesta fase, também continuaram a ser feitas observações, de modo a continuar a adaptar o ensino às necessidades dos alunos.

O objetivo deste período era recolher a maior quantidade de dados possível, que pudessem contribuir para o estudo.

As adaptações eram uma constante ao longo da regência, pois aquilo que é planeado serve como estrutura/apoio, mas nem sempre é possível ser seguido o plano tal como foi previamente delineado. Só no momento de contacto com os alunos é que se vai percebendo as dificuldades que demonstram e por vezes pode ser necessário dar mais tempo para a exploração de determinado tema/conteúdo.

Na última semana de regência, foram gravadas duas aulas, com formato de imagem e de áudio, nas quais os alunos resolveram tarefas, que seriam usadas para analisar as estratégias que utilizaram para as resoluções.

A terceira fase corresponde ao desenvolvimento do estudo, que apenas se inicia após a recolha dos dados. Para o estudo são apenas selecionados os dados que podem ter uma contribuição positiva, para serem analisados, dando informações pertinentes ao problema a ser estudado.

3. Recolha e Análise de Dados

Nesta investigação, as técnicas de recolha de dados utilizadas, foram as recomendadas pela literatura para um estudo desta natureza (e.g. Bogdan e Biklen, 1994), pelo que recaíram nas observações, entrevistas, gravações de vídeo, fotografias e documentos recolhidos de produção escrita dos participantes. Também algumas notas de campo das observações feitas podem contribuir. Quando se incorpora uma investigação de caráter qualitativo, os dados não somente se baseiam em observações e entrevistas como também em documentos e questionários (Vale, 2004).

Observações

Lincoln e Guba (1985, citado em Vale, 2004) argumentam que as observações maximizam a habilidade do investigador para agarrar motivos, crenças, preocupações, interesses, comportamentos inconscientes, costumes, etc., além de permitirem capturar o fenómeno nos seus próprios termos e agarrar a sua cultura no ambiente natural.

A observação decorreu ao longo de toda a intervenção, com a finalidade de registar tudo que fosse pertinente. Esta técnica apresenta-se como a melhor para a recolha de dados, por permitir comparar aquilo que é dito, com o que não é dito e o que se faz.

Neste estudo, foi feita uma observação participante, que decorreu durante cerca de sete semanas, que possibilitaram o registo de comportamentos, interações, atitudes e metodologias. Estas observações, como já referi, possibilitaram a adaptação das estratégias de ensino-aprendizagem. Tiveram um papel importante sobretudo durante a regência da multiplicação e divisão de números racionais e sobre o comportamento e desempenho dos alunos nas resoluções das tarefas propostas.

Assim, sendo o próprio investigador, o instrumento principal de observação, o seu nível de envolvimento torna-se bastante elevado na medida em que assume um duplo papel de professora e investigadora, o que, apesar de acarretar algumas condicionantes em termos de tempo para registar e refletir sobre as observações, permite criar, pelo investigador, situações que forneçam dados complementares, através do questionamento, com o objetivo de conhecer a perspetiva dos alunos e compreender de que forma raciocinavam aquando da resolução das tarefas propostas (e.g. Goyette & Boutin, 1994; Patton, 2002; Vale, 2004).

Vale (2004) defende que a relação existente entre as entrevistas e as observações é muito equilibrada, uma vez que uma fonte de recolha de dados enriquece a outra e vice-versa. Apesar de o que é observado, na maioria dos casos, não ser influenciado pelo investigador, que espera que as situações se desenrolem como se este não estivesse presente. As observações permitem ao investigador tirar ideias para possíveis questões das entrevistas.

Entrevistas

Neste estudo optou-se por entrevistas semiestruturadas no sentido de poder reformular as questões no momento, acompanhando assim a linha de pensamento dos alunos, e obter o máximo de informação possível de uma forma natural. Por outro lado poderão permitir diminuir a dificuldade na organização e a sua posterior análise (Vale, 2004).

Estas entrevistas foram encaradas como conversas, nas quais se pretendia entender os motivos do aluno optar por aquela forma de resolução ou entender o ponto de vista do aluno sobre a tarefa que o levou a não conseguir fazê-la corretamente. Nestas entrevistas, as perguntas foram pensadas previamente e foram selecionados os alunos que se pretendia entrevistar, conforme as resoluções realizadas e as dúvidas e esclarecimentos que suscitavam.

As entrevistas foram feitas após a regência e, após se ter realizado uma primeira análise às tarefas efetuadas pelos alunos. Porém, também durante as regências, os alunos foram questionados, de forma a entender os seus raciocínios, como pensaram para chegar às suas resoluções e entender as dificuldades encaradas no processo de resolução.

O importante, acima de tudo, aquando da realização e da análise de uma entrevista é escutar tudo com muita atenção, de interpretar todas as palavras como se fossem as mais importantes e as que realmente nos dão a chave para as grandes descobertas, de questionar quando algo parece pouco claro, esclarecendo sempre que o problema é do entrevistador que não conseguiu acompanhar o raciocínio, uma vez que o "processo de entrevista requer flexibilidade" Bogdan & Biklen (1994, citado em Vale, 2004).

Registos de vídeo e fotográficos

As gravações vídeo/áudio possibilitam a captação de linguagem verbal como linguagem não-verbal, ou seja, não só permite registar as intervenções orais dos participantes, como também memoriza as expressões destes, o que pode contribuir fortemente para o problema em estudo. Segundo Cohen, Manion e Morrison (2011, citado em Vale, 2004), “as gravações vídeo representam algo ao vivo e são um excelente meio para a gravação de situações de evolução e interações, detalhes que o observador pode perder” (p. 530).

Este meio veio completar as observações, dando-lhes apoio. Neste estudo, foram gravadas duas aulas em que os alunos efetuaram tarefas e também foram gravadas as entrevistas.

O facto de este registo permitir uma repetição constante, permite que seja possível captar pormenores que sejam relevantes.

Documentos

O principal método de recolha de dados foi através dos documentos, pois é nesta categoria que recaem as produções escritas realizadas pelos alunos às tarefas propostas, que foram recolhidas, e, é a partir dessas tarefas que se irá recolher os dados mais pertinentes para o estudo.

Os documentos abarcam ainda “toda a variedade de registos escritos e simbólicos, assim como todo o material e dados disponíveis” (Vale, 2004, p. 180) necessários a ter em conta num tipo de estudo como este, qualitativo.

Neste sentido, é também defendido por (Stake 1995, citado por Vale, 2004) que os documentos são, muitas vezes, utilizados como registos de atividades que o investigador não conseguiu observar diretamente, logo os dados neles contidos são importantes para ajudar a completar interpretações realizadas a partir de outros meios de recolha de dados.

Análise de Dados

A análise de dados é um dos processos que exige mais trabalho, pois é um processo que nos leva a ler, interpretar, e organizar uma grande quantidade de dados que foram recolhidos, que terão de ser apresentados ao público. Assim sendo, Bogdan e Biklen (1994, citado por Vale, 2004) descrevem a análise como “o trabalho com os dados, a sua organização, divisão em unidades manipuláveis, síntese, procura de padrões, descoberta dos aspectos importantes” (p.205) o que implica que o investigador tome opções para organizar este processo.

Neste estudo, foram objeto de análise todos os dados recolhidos, provenientes das entrevistas/conversas, das observações e das produções escritas, que permitiram a triangulação dos dados e das fontes utilizadas, de modo a contribuir para a consistência do estudo.

Neste sentido, os dados foram organizados numa grande categoria, o desempenho às tarefas propostas, e em duas subcategorias, as estratégias utilizadas e as principais dificuldades identificadas, que emergiram das questões orientadoras do estudo e dos dados recolhidos.

CAPÍTULO IV – A INTERVENÇÃO DIDÁTICA

Neste capítulo é apresentada a intervenção didática do conteúdo programático Números Racionais Não Negativos, que foi implementada durante a PES II, descrevem-se algumas das tarefas que foram implementadas e que serviram de base a este estudo, focando os seus objetivos e as expectativas de resolução de sucesso e erro.

1. A intervenção

A intervenção realizada no âmbito da PES II, no segundo ciclo, decorreu numa turma do 5º ano de escolaridade, numa escola do concelho de Viana do Castelo.

Esta intervenção desenrolou-se na área da matemática, no período entre 14 de Novembro de 2016 e 14 de Dezembro de 2016, fazendo um total de 14 aulas de 90 minutos, sendo que a décima aula foi destinada a revisões, na décima-primeira os alunos fizeram o teste de avaliação e na décima-segunda foi feita a correção do teste de avaliação.

Como já foi referido anteriormente, o tema incidiu sob os Números Racionais Não Negativos e os conteúdos lecionados foram a multiplicação de números racionais não negativos; as propriedades da multiplicação: comutativa, associativa, a existência de elemento neutro e a existência de elemento absorvente; propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição e em relação à subtração; propriedade da existência do inverso de um número; divisão como operação inversa da multiplicação; resolução de problemas envolvendo a multiplicação e a divisão; expressões numéricas; valores aproximados e valores arredondados e percentagens. Estes conteúdos foram sempre acompanhados de tarefas de resolução de problemas, dando destaque às que envolviam multiplicação e a divisão de números racionais não negativos.

Ao longo das observações realizadas durante as aulas lecionadas, constatei que a turma era bastante heterogénea, tendo alunos que resolviam as tarefas com bastante facilidade e outros que tinham muitas dificuldades, por outro lado, alguns alunos eram bastante comunicativos, no sentido que tinham facilidade em explicar a forma como pensaram para chegar à solução e, outros alunos, apesar de terem acertado o resultado, tinham dificuldade em expressarem o seu raciocínio. Apesar de toda a turma ter participado na resolução das tarefas, foquei as minhas entrevistas e as questões nos alunos que se mostravam mais comunicativos e interessados.

Quando selecionei tarefas para os alunos, procurei que fossem adequadas ao que eles tinham aprendido, até ao momento, e, que fossem também cognitivamente exigentes. Antes de entregar as tarefas para os alunos resolverem, estas foram anteriormente resolvidas por mim, para poder antecipar as respostas dos alunos. Durante a resolução das tarefas pelos alunos, acompanhei as suas respostas e, de acordo com aquilo que eu pretendia, selecionei alguns alunos para irem ao quadro mostrar as suas resoluções, de modo que a turma pudesse contactar com outras formas de resolver as tarefas, e tendo o cuidado de salientar os aspetos relevantes de cada uma (e.g. estratégias, conceitos, conexões).

Durante as aulas, deu-se privilégio ao modelo de Stein (2009), para a exploração das tarefas, juntamente com o modelo de aula com tarefas exploratórias. Procurei tarefas significativas para promover o ensino exploratório da matemática, ou seja, promover discussões coletivas com a turma que fizessem surgir o conhecimento matemático e desenvolver as capacidades de resolução de problemas, raciocínio e comunicação matemática. Ao longo das aulas, o meu objetivo não era apenas o de orientar o trabalho dos alunos, mas também compreender e interpretar as respostas que eles apresentavam às tarefas propostas, de modo a explorá-las. O objetivo era conseguir, a partir das respostas deles, levá-los à resposta correta. A realização de uma tarefa tinha momentos distintos: inicialmente era feita a apresentação da tarefa, que era introduzida de forma desafiante e era interpretada, para que não houvesse margem de erro por falta de compreensão daquilo que era pedido na tarefa. De seguida, os alunos efetuavam as tarefas de forma individual, podendo trocar algumas ideias entre eles. O meu papel como professora enquanto os alunos efetuavam tarefas era esclarecer eventuais dúvidas, mas sem resolver a tarefa por eles. Após terminarem as suas resoluções, é o momento da discussão, em que são apresentadas pelos alunos as diferentes resoluções que possam ter surgido e é feito questionamento pertinente para que os restantes alunos entendam as diferentes resoluções que outros colegas tenham optado. No fim, é o momento da síntese, no qual se dá enfâse aos conceitos/ideias/procedimentos aprendidos e, para tal, era também solicitada a participação dos alunos.

As aulas eram sempre iniciadas com a correção dos trabalhos de casa, em que os alunos tinham também a oportunidade de expor eventuais dúvidas, que seriam discutidas em grande grupo.

Na parte central das aulas, era lecionado aos alunos um novo tema, começando sempre por apelar aos seus conhecimentos prévios. O objetivo era levar os alunos a observarem tarefas sobre o tema que estão a aprender, e através de questionamento, levá-los a chegar às conclusões e às definições sobre aquilo que eu pretendia que eles aprendessem.

Nas aulas sobre a multiplicação e a divisão de números racionais não negativos, as tarefas que selecionei permitiram o recurso a estratégias analíticas, mas também a estratégias mais visuais (e.g. desenhos). Portanto, com a prática, os alunos iam abandonando os seus desenhos e modelos visuais, e apresentavam apenas os cálculos.

A última parte das aulas era usualmente destinada à resolução de tarefas em que os alunos tinham a oportunidade de recorrer aos seus conhecimentos sobre os conceitos que estavam a ser lecionados.

Nas duas últimas aulas em que os alunos resolveram algumas tarefas, cada tarefa foi apresentada numa folha individual, onde os alunos registaram as suas resoluções e justificaram os seus raciocínios, por palavras e/ou recorrer a esquemas e/ou cálculos.

2. Descrição das Tarefas

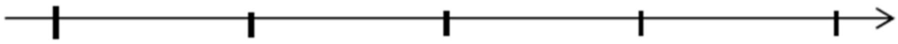
Apresentam-se de seguida as tarefas que os alunos resolveram e que serviram de base ao estudo que se desenvolveu. Antes de resolver cada uma das tarefas, estas eram lidas, de forma a permitir que a sua leitura pudesse ajudar à sua compreensão.

Assim, apresentam-se de seguida o enunciado de cada tarefa, sugerem-se algumas possíveis resoluções e apresenta-se o nível de expectativa de resolução por parte dos alunos a cada uma delas.

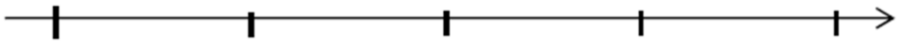
Tarefa 1 – Caminhada

Os amigos da Marta organizaram uma caminhada de 4 km na montanha.

1) A Luísa parou para descansar após ter percorrido $\frac{3}{8}$ do percurso. Quantos quilómetros já tinham sido percorridos pela Luísa? Assinalem-nos na reta numérica.



2) A Marta estava muito cansada e quando resolveu parar só tinha percorrido $\frac{2}{3}$ do percurso feito pela Luísa antes de parar. Ao fim de quantos quilómetros parou a Marta? A que parte do percurso corresponde?



(adaptado de Hélia Pinto 2011)

O objetivo da primeira alínea desta tarefa é os alunos recorrerem ao conceito de multiplicação, neste caso, entre uma fração e um número inteiro, e consigam assinalar o resultado dessa multiplicação na reta numérica. Visto que a reta já está dividida em 4 partes, espera-se que os alunos aproveitem este facto para usarem cada parte como sendo 1km.

As possíveis resoluções esperadas são: que os alunos identifiquem a multiplicação ($\frac{3}{8} \times 4$) e assinalem o resultado em forma de fração ($\frac{12}{8}$), ou fração irredutível ($\frac{3}{2}$), ou número decimal (1,5); que os alunos apenas calculem $\frac{3}{8} \times 4$, mas não assinalem o resultado na reta, ou assinalem errado; que os alunos não identifiquem a multiplicação e assinalem na reta os $\frac{3}{8}$, por ser a fração que aparece no enunciado.

Espera-se que a maioria dos alunos consiga resolver corretamente esta tarefa, pois durante as aulas foram efetuadas tarefas semelhantes, envolvendo o conceito de multiplicação e também de assinalar números na reta numérica.

A maioria dos alunos deve conseguir identificar a multiplicação, mas os que não conseguirem, poderão ser levados em erro e pensar que é o número $\frac{3}{8}$ que deve ser representado na reta numérica.

Na segunda alínea, colocou-se a reta numérica como sendo um “apoio”, para os alunos identificarem a parte do percurso a que corresponde, porém, desta vez não é pedido para assinalar o resultado na reta.

Nesta tarefa, os alunos também precisam identificar a multiplicação e precisam do resultado da alínea anterior. Os que não tiverem acertado na anterior não poderão acertar nesta. A reta pode ajudar na resposta à pergunta que pede “a parte do percurso”. Pretende-se que os alunos usem a reta nesse sentido e, para tal, assinalem na reta o resultado, mesmo que não seja pedido.

Os alunos poderiam resolver esta tarefa efetuando a multiplicação de $\frac{2}{3}$ por $\frac{12}{8}$; ou também da fração pelo número decimal: $\frac{2}{3}\times 1{,}5$ ou $\frac{2}{3}\times(\frac{3}{8}\times 4)$. Após saberem que a resposta à primeira pergunta é 1km, assinalam na reta, e observam que 1km corresponde a $\frac{1}{4}$ do percurso. Outra opção de resolução seria, em vez de efetuarem o cálculo da multiplicação, poderiam assinalar na reta o número de quilómetros efetuado pela Luísa (1,5km) e dividir em 3 partes de 0.5km cada uma, sendo que 2 partes dessas 3 partes corresponde a 1km, portanto 1km foi o percurso efetuado pela Marta, que corresponde a uma parte das quatro partes totais.

Espera-se que os alunos sejam bem-sucedidos nesta tarefa, tal como na anterior. Porém, é provável que os alunos caiam no erro de, como na alínea anterior, assinalarem o resultado e se esquecerem de responder à segunda pergunta que é feita “a que parte do percurso corresponde?”.

Tarefa 2 – Limonada

A Anita foi ao supermercado comprar duas garrafas de $\frac{1}{2}$ litro de limonada. 1) Se tivesse comprado 4 garrafas iguais, que porção de limonada tinha trazido? 2) Quando chegou a casa, a Anita bebeu um quarto de uma das garrafas que tinha comprado. Que porção de limonada bebeu a Anita?

(adaptado de Hélia Pinto 2011)

Esta tarefa engloba duas alíneas. Na primeira alínea, o objetivo é os alunos utilizarem a multiplicação em vez de adição, pois como já aprenderem a multiplicação, não necessitam fazer adições consecutivas do mesmo número, mas que nada impede que o façam. Portanto, o esperado é que os alunos calculem $4 \times \frac{1}{2}$ ou $4 \times 0{,}5$. Também podem pensar que 4 é o dobro das duas garrafas, então se comprasse 4 em vez de duas, teria trazido o dobro de 1 litro, que são 2 litros.

Sendo uma multiplicação de um número inteiro por uma fração, ou por número decimal, espera-se que os alunos não revelem dificuldades em efetuar este cálculo e consigam chegar facilmente ao resultado.

Há também a hipótese de os alunos optarem por um modelo visual, por exemplo, dividir uma barra retangular em 4 "$\frac{1}{2}$", como se pode observar na figura 1.

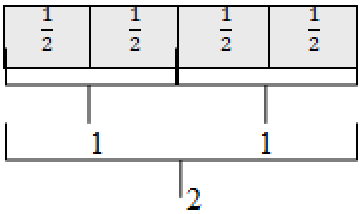


Figura 1 – Modo de resolução da tarefa 2

Fazendo corresponder cada duas partes a 1, sendo 1+1 igual a 2, as quatro partes correspondem a 2.

Espera-se que os alunos não demonstrem dificuldade nesta tarefa pelo seu baixo nível de complexidade.

Na segunda alínea, pretende-se que os alunos saibam, novamente, identificar a multiplicação. Neste caso, a Anita tinha comprado 1 litro de limonada e bebeu $\frac{1}{4}$ de uma garrafa que continha $\frac{1}{2}$ litro, então bebeu $\frac{1}{8}$ da limonada total. Como neste caso a limonada total corresponde à unidade (1 litro), a porção de limonada que a Anita bebeu foi $\frac{1}{8}$. Os alunos podem apresentar a resposta sob a forma de fração, pois a Anita bebeu um oitavo do total da limonada que tinha comprado (1), mas também podiam apresentar a resposta em número decimal e colocar que a Anita bebeu 125 ml ou 0,125 litros.

Para resolver esta tarefa, calcula-se $\frac{1}{4} \times \frac{1}{2}$ ou $\frac{1}{4} \times 0{,}5$. Outra forma seria desenhar dois retângulos, que correspondessem às duas garrafas, e dividir cada um em quatro partes, selecionando uma parte numa das garrafas, a parte selecionada corresponde a $\frac{1}{8}$, do litro, como se pode observar na figura 2.

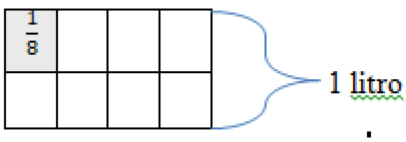


Figura 2 - Modo de resolução da tarefa 2

Espera-se que os alunos optem pela multiplicação da fração pelo número decimal, por ainda ser mais "familiar" para eles apresentar o resultado sob a forma decimal. Por ser um cálculo fácil, é pouco provável que os alunos optem por fazer desenhos ou modelos.

O nível de complexidade desta alínea, tal como a anterior, é baixo, logo espera-se que os alunos consigam efetuá-la sem dificuldades.

Tarefa 3 – A Ração do Gato

A família do André vai de férias e levou o gato. Durante os 10 dias que vão estar fora, o gato come 2 $\frac{1}{2}$ kg de ração. Sabendo que todos os dias o gato come a mesma quantidade de ração, quanto come por dia? Explica como chegaste à tua resposta, podes fazê-lo através da apresentação de cálculos, desenhos ou palavras.

(adaptado de Hélia Pinto 2011)

Para resolverem esta tarefa, os alunos devem dividir a quantidade de ração que o gato come nos dias todos pelo número total de dias, de forma a descobrir quanto ele come a cada dia, pois a cada dia ele come sempre a mesma quantidade.

Visto que a quantidade de ração aparece sob a forma de numeral misto, antes de efetuarem a divisão, os alunos podem preferir transformar o numeral misto em número decimal ou em fração.

Para chegar ao resultado basta dividirem 2,5 ou $\frac{5}{2}$ por 10. Outra opção de resolução seria fazer uma estimativa, por exemplo se gato comesse por dia 0,5kg de ração, 2,5kg dariam para 5 dias, então para 10 dias tem de ser metade de 0,5.

É esperado que os alunos prefiram transformar o numeral misto num número decimal, por lhes parecer mais fácil efetuar a divisão desta forma.

Espera-se que alguns alunos consigam resolver o problema corretamente, pois estes conceitos foram trabalhados nas aulas e também já tinham efetuado problemas que envolvessem divisão de fração ou decimal por um número inteiro, e, neste caso é o 10, que torna a divisão menos complexa. Porém, alguns alunos podem revelar dificuldade por o número aparecer no enunciado sob a forma de numeral misto ou podem não conseguir entender que o resultado se obtém duma divisão.

Os alunos que não conseguirem identificar a divisão, poderão pensar que para resolver o problema é suficiente transformar o numeral misto num número decimal.

Tarefa 4 – Três Netos

A avó da Marta repartiu igualmente pelos seus três netos metade de uma tarte de morango. Que parte da tarte comeu cada um dos netos? Explica como chegaste à tua resposta.

Para conseguirem realizar esta tarefa, os alunos precisam dividir a unidade, que neste caso é uma tarte, a meio, e, de seguida, dividir essa meia tarte pelos três netos. O objetivo desta tarefa é observar se os alunos aprenderam que a divisão é a operação inversa da multiplicação, que dividir é o mesmo que multiplicar pelo seu inverso.

Portanto, os alunos poderiam fazer a divisão de $\frac{1}{2} \div 3$ que equivale a multiplicar $\frac{1}{2}$ por $\frac{1}{3}$. Porém, visto que durante as aulas foram utilizados modelos visuais, quando se introduziu o tema da divisão de números racionais, é esperado que os alunos resolvam este problema apoiando-se num modelo circular que represente a tarte. Neste modelo, espera-se que os alunos dividam o círculo ao meio, selecionando a metade do círculo e dividem-na em três partes, sendo que cada uma dessas partes corresponde à "fatia" de tarte que comeu cada um dos netos.

Esta tarefa convida os alunos a fazerem o desenho circular, sendo que refere uma tarte e requere partes de um todo, que neste caso o "todo" inicialmente é a tarte inteira, mas acaba por ser $\frac{1}{2}$ dessa tarte, pois só metade da tarte é considerada para ser divida pelos 3 netos.

Este problema envolve o conceito de divisão e parte-todo, podendo também envolver o conceito de operador e de multiplicação.

Espera-se que os alunos sejam bem-sucedidos nas suas resoluções, visto que trabalhou-se bastante este conceito nas aulas. Também se espera que a maioria utilize o desenho circular como já referi.

Tarefa 5 – Tarte de Morango

Em quantos $\frac{1}{8}$ de uma tarte de morango se pode dividir $\frac{1}{2}$ dessa tarte? Explica como chegaste à tua resposta.

Tal como a tarefa anterior, esta tarefa também apela ao uso de modelos visuais. As frações que aparecem também remetem à sua interpretação através do significado de parte-todo.

Esta tarefa pretende observar se os alunos são capazes de usar o conceito de fração como parte-todo para resolver a divisão e também se pretende observar se os alunos entendem o conceito de divisão: quantas vezes o divisor cabe no dividendo.

Uma possível resolução é desenhar um círculo (que representa a tarte) e dividir em oito partes. Depois, selecionam as partes que "cabem" em metade do círculo, que serão 4.

Esta é a resolução mais esperada para esta tarefa, pois é uma forma mais simples de chegarem ao resultado e mostrarem que entenderam o conceito de divisão.

Uma outra resolução seria efetuar a divisão $\frac{1}{2} \div \frac{1}{8}$ transformando-a em multiplicação e obter o resultado 4. Neste caso, os alunos deveriam explicar que efetuaram a divisão para descobrir quantas vezes é que $\frac{1}{8}$ cabe em metade da tarte de morango.

Para esta tarefa, espera-se que grande parte dos alunos consiga recorrer ao modelo circular, porque durante as aulas foi um modelo bastante trabalhado. Porém, talvez nem todos os alunos que consigam utilizar este modelo, que traduza uma correta interpretação do conceito de divisão e que lhes permita responder adequadamente à pergunta.

Tarefa 6 – Barra de Cereais

A Marta tem 4 barras de cereais. Vai distribuir essas barras por alguns dos seus amigos. Com quantos amigos vai partilhar as barras de cereais se cada um receber $\frac{2}{3}$ de uma barra? Explica como chegaste à tua resposta.

Nesta tarefa, pretende-se que os alunos saibam identificar o conceito de fração parte-todo como operador, pois precisam de calcular $\frac{2}{3}$ de cada barra. Também está envolvido o conceito de divisão, porque se pretende saber quantos $\frac{2}{3}$ cabem em 4. Prevê-se que os alunos optem, mais uma vez, por desenhos nas suas resoluções.

Uma resolução esperada é que os alunos desenhem as quatro barras de cereais e as dividam em três partes e, de seguida, considerem todas essas partes, já divididas, das quatro barras, e considerem que cada “duas partes” serão entregues a um amigo. Como se pode observar no esquema da figura 3, em que cada cor diferente representa cada amigo.

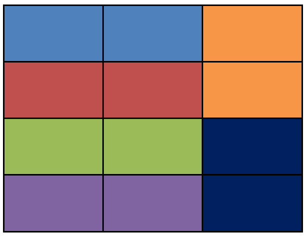


Figura 3 - Modo de resolução da tarefa 6

Uma outra resolução poderá ser efetuar a divisão de 4 por $\frac{2}{3}$.

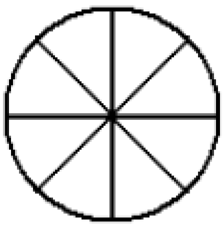
Esta tarefa, tal como as duas anteriores, também sugere aos alunos que se apoiem nos desenhos para resolverem o problema, pois ajuda-os na compreensão e resolução do problema.

Não se espera que os alunos recorram à forma analítica por ser mais difícil de interpretar.

Espera-se que os alunos consigam chegar à resolução através de desenhos. Porém, por esta tarefa já ter um nível de complexidade mais elevado, nem todos os alunos conseguirão efetuá-la, apesar de se ter trabalhado estes conceitos nas aulas.

Tarefa 7 – Marcar Divisão e Significado da Divisão

Considera o diagrama:



1) Marca no diagrama $\frac{1}{2} \div \frac{1}{8}$.
2) O que significa $\frac{1}{2} \div \frac{1}{8}$? Traduz em linguagem corrente.

(adaptado de Hélia Pinto 2011)

Em relação à primeira questão, pretende-se que os alunos consigam chegar ao resultado da divisão e sombrear no diagrama a parte correspondente a esse resultado.

Para chegarem ao resultado, os alunos podem efetuar a divisão das frações, tal como aprenderam nas aulas, ou seja, transformando a divisão numa multiplicação, neste caso ficaria $\frac{1}{2}$ x 8.

Outra opção de resolução seria, olharem para o desenho, que já está dividido em 8 partes equitativas, sendo que cada parte representa $\frac{1}{8}$. Os alunos podem interpretar a divisão como "quantos $\frac{1}{8}$ cabem em metade". Desta forma, facilmente se percebe que em metade da figura cabem 4 partes de $\frac{1}{8}$.

Também poderiam reparar que o desenho já se encontra dividido em 8 partes, e, se transformarmos a divisão em multiplicação, $\frac{1}{2}\times 8$, segundo o conceito de operador, fica "metade de 8", portanto basta sombrear metade do desenho.

As expectativas de sucesso para esta tarefa são inferiores às das demais, porque é uma tarefa mais complexa e por ser muito específica sobre a divisão, apesar de ilustrar a divisão no significado de medida.

O facto de o desenho já estar dividido em 8 partes pode ajudar ou pode confundir o aluno, pois se não tiverem o conceito da divisão, mesmo entre números inteiros, não entenderão que têm de marcar os 4 "$\frac{1}{8}$" que já estão na figura e, podem ser levados em erro, pensando que devem voltar a dividir essas partes.

Nesta tarefa são esperadas algumas dificuldades, por exemplo espera-se que alunos possam confundir a divisão com a multiplicação e pensar que se pretende que seja para marcar metade de $\frac{1}{8}$ ou até que pensem que devem marcar metade e também $\frac{1}{8}$ como se de uma adição se tratasse, apesar de ser uma situação menos provável.

Em relação à segunda questão, os alunos tiveram de explicar o que significa uma divisão, que neste caso é uma divisão entre duas frações.

O significado é quantas vezes a fração $\frac{1}{8}$ cabe em $\frac{1}{2}$. Se pensarmos no diagrama da tarefa anterior, também se pode afirmar que esta divisão significa quantas partes de $\frac{1}{8}$ cabem em metade do desenho.

Os alunos podem também transformar esta divisão na sua operação inversa, a multiplicação, que fica $\frac{1}{2} \times 8$, sendo o seu significado "metade de 8".

Os alunos também podem simplesmente dizer que se divide a fração de um meio pela fração um oitavo, mas esta resposta não estaria completa, pois não explicam que essa divisão significa quantas vezes o divisor cabe no dividendo.

Sendo esta questão bastante específica e mais conceitual, espera-se que poucos alunos a consigam acertar na totalidade, apesar de nas aulas ter sido referido inúmeras vezes o significado deste conceito.

CAPÍTULO V – RESULTADOS

Neste capítulo faz-se uma breve descrição de como correram as aulas de matemática e a relação dos alunos com esta disciplina. De seguida, apresentam-se os principais resultados do estudo, de acordo com o desempenho dos alunos da turma ao longo das tarefas.

1. A turma e a Matemática

De modo geral, pode-se afirmar que a turma teve um bom desempenho na realização das tarefas ao longo das aulas, revelando interesse pelas tarefas a executar e colocando dúvidas sempre que necessário. Os alunos também mostraram ter uma participação positiva, sempre que lhes eram colocadas questões. Estavam sempre dispostos a participar e alguns alunos explicavam detalhadamente (quando solicitado) a forma como tinham respondido às questões.

Colocava-lhes frequentemente questões do género "a que fração corresponde 50%", ou "a que fração corresponde 0,5", ao que os alunos respondiam prontamente, interiorizando as várias representações em que o mesmo número racional pode aparecer.

Durante as aulas, foi valorizada a comunicação com os alunos, através de diálogos sobre a matéria que estava a ser lecionada e também entre os pares, que poderiam explicar as resoluções das tarefas entre eles, de forma a utilizarem uma linguagem de mais fácil entendimento para os colegas. O questionamento sobre a matéria que estava a ser lecionada no momento ou sobre matéria das aulas anteriores, tinha o intuito de avaliar as aprendizagens e também de treinar a comunicação matemática. Por vezes, demorava-se mais tempo numa tarefa devido a estes diálogos com os alunos, mas penso que não deixavam de ser relevantes, para os fazer interiorizar melhor os conhecimentos, privilegiando as suas descobertas, ou seja, que o papel do professor não fosse de lhes dar a resposta, mas levá-los a descobrir a resolução, através dos seus pensamentos/raciocínios. Muitas vezes esta situação implicava que eu respondesse a uma pergunta com outra pergunta.

Os alunos, na maioria, eram rápidos a resolver as tarefas, quando tinham entendido bem aquilo que se pretendia que eles fizessem.

Em várias situações, era solicitado a um aluno que explicasse como resolveu determinada tarefa em voz alta, pois a comunicação entre pares também ajuda à melhor compreensão. Sendo que, desta forma, os colegas passavam também a entender melhor a tarefa. Nesta turma os alunos eram muito responsivos. Contudo, quando era uma tarefa com um nível de dificuldade mais elevado, que exigisse mais raciocínio, os alunos tinham tendência a se distraírem e a perturbarem a aula, sendo mais difícil pedir a outros alunos que explicassem para a turma as suas resoluções.

Durante as aulas, foi privilegiado o recurso a diferentes representações visuais, para que quando os alunos chegassem à construção dos algoritmos, conseguissem ter um maior entendimento. A flexibilidade de pensamento dos alunos é sempre valorizada, portanto, apesar da importância dada à utilização, dos algoritmos, nas suas resoluções, eram valorizadas também, outras formas de resolver que não recorressem aos algoritmos, mas mostrassem um pensamento alternativo correto.

É importante que os alunos tenham uma compreensão conceitual dos números e das operações, para além da fluência na utilização dos procedimentos subjacentes (e.g. regras, algoritmos…).

2. Desempenho da turma nas tarefas

Tarefa 1

Como já foi referido, com esta tarefa (anexo), pretendia-se essencialmente que os alunos fossem capazes de utilizar a multiplicação de uma fração por um número inteiro e assinalar corretamente os números na reta numérica.

Tabela 1 - Resultados obtidos na tarefa 1

Tarefa	Não Resolveu	Resolveu Parcialmente	Resolveu Corretamente
1.1	9,1%	18,2%	72,7%
1.2	31,8%	13,6%	54,6%

A tabela 1 resume o desempenho da turma, como se observa, o desempenho geral dos alunos para esta tarefa foi positivo, pois na primeira alínea 72,7% dos alunos resolveu corretamente e para a segunda alínea, 54,6%. Esta descida na percentagem de alunos pode dever-se ao facto dos alunos necessitarem da resposta da primeira alínea para responder à segunda, sendo, na segunda alínea, necessária uma multiplicação entre duas frações, ou uma fração e um decimal, ou até poderia ser entre uma fração e um numeral misto (apesar de ninguém ter optado por esta hipótese), e, a primeira consistia numa multiplicação entre uma fração e um número inteiro, o que eventualmente se pode considerar mais simples de efetuar.

Visto que esta tarefa envolvia a reta numérica, apenas houve resoluções analíticas, nenhum aluno recorreu a resoluções visuais.

As principais dificuldades detetadas residiram no facto de não entenderem o conceito de fração como operador, pois houve alunos que marcaram na reta a fração que tinham o papel de operador, sendo que não correspondia ao ponto da reta onde era colocada. Também foi revelada alguma dificuldade em entender a divisão da reta numérica, pois apesar de ela já estar dividida em quatro partes, um aluno tentou, incorretamente, dividi-la em três partes.

Um aluno também revelou desconhecimento do conceito de fração ao marcar na reta o número 3,8 (visto que a fração que aparece no enunciado é três-oitavos).

Alguns alunos passaram 4km a 4000m, para efetuarem a multiplicação pela fração, e, no fim, colocaram a resposta em quilómetros, mas sem voltar a efetuar a conversão para quilómetros, ou seja, colocaram 1500km em vez de 1,5km.

Um aluno decidiu marcar as frações na reta, ao lado do número correspondente ao ponto da reta, contudo marcou mal as frações, para 1,5km colocou como sendo $\frac{1}{2}$ e para 1km, colocou $\frac{1}{4}$, revelando uma confusão com o significado de parte-todo, pois era 1km em 4km na segunda alínea e na primeira colocou $\frac{1}{2}$, eventualmente porque o 1,5 se encontra entre o 1 e o 2, como se pode observar na figura 1, que mostra esta resolução. Conclui-se que todos os alunos que acertaram foram os que recorreram à interpretação da fração como operador, como mostra a figura 1.

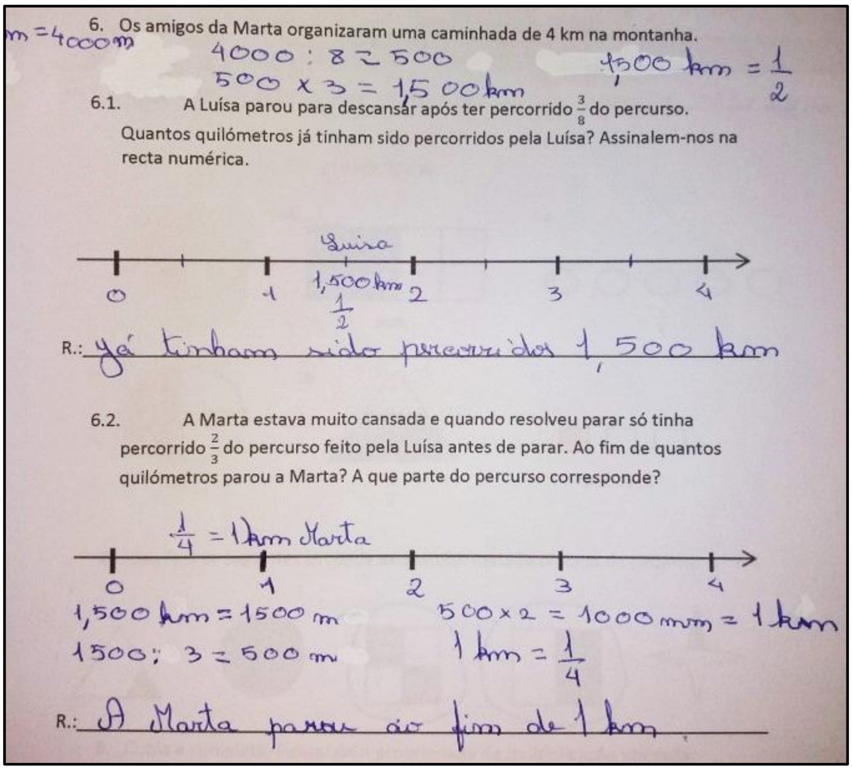


Figura 4 – Resolução 1 da tarefa 1

A estratégia mais utilizada foi a ilustrada na figura 2:

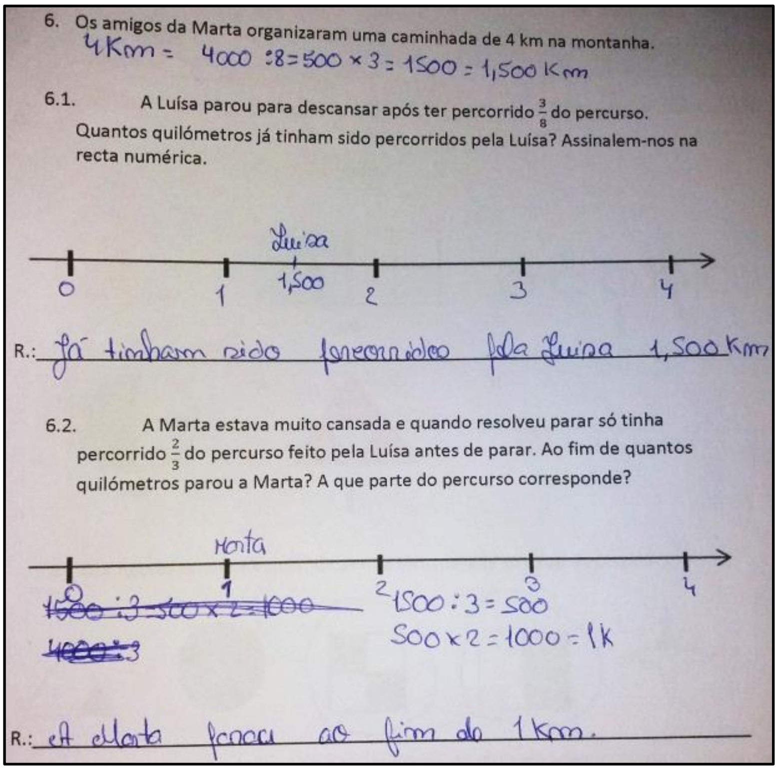


Figura 5 – Resolução 2 da tarefa 1

Os alunos, no geral, não utilizaram a regra da multiplicação de uma fração por um inteiro, no entanto, como se observa na resolução da figura anterior, primeiro dividiram por oito e, depois, multiplicaram o resultado por três.

De seguida, apresenta-se um diálogo com uma aluna sobre a sua resolução, apresentada na figura 3:

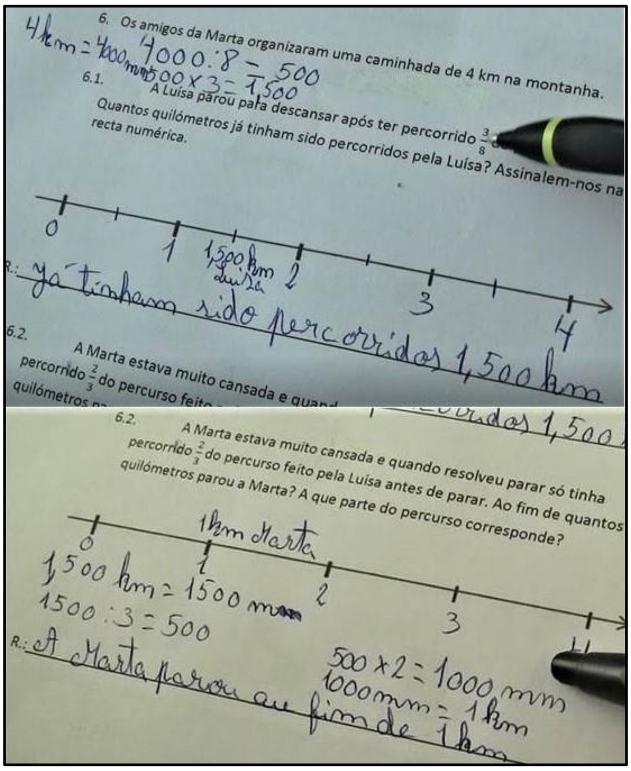


Figura 6 – Resolução 3 da tarefa 1

Professora: Como é que fizeste a 6.1?
Aluna: Passei o 4 a metros, que dá 4000, e depois dividimos por 8 que dá 500. O 500 multipliquei por 3 e deu-me 1 e 500.
Professora: E porque é que dividiste por 8?
Aluna: Porque ela tinha percorrido $\frac{3}{8}$. E então depois multipliquei por 3.
Professora: E estes cálculos eram a mesma coisa do que teres feito 4000 vezes…?
Aluna: Três oitavos.
Professora: Muito bem. E quanto deu então?
Aluna: 1,500 quilómetros.
Professora: Não, então se te deu 500 vezes 3, quanto dá?
Aluna: Mil e quinhentos. Nós passamos para quilómetros.
Professora: Dá mil e quinhentos metros, depois é que passaste para quilómetros. Mas se primeiro passaste para metros e depois para quilómetros. Achas que era necessário teres passado para metros?
Aluna: Não sei. Mas foi mais fácil de fazer.
Professora: Porque é que foi mais fácil?
Aluna: Quatro a dividir por oito é muito difícil.
Professora: Como é que fica quatro a dividir por oito?

Aluna: Calculadora?
Professora: Vocês já aprenderam as frações. Como é que fica? Não precisam ir à calculadora.
Aluna: Fica 0,5.
Professora: Mas não precisa ser em número decimal, podem apresentar em número fraccionário. Quatro a dividir por oito?
Aluna: Um meio.
Professora: Então depois de multiplicarmos um meio por três, obtemos um quilómetro e meio. E na outra alínea? Como fizeste?
Aluna: Pegamos no percurso da Luísa e pusemos outra vez em metros. E dividimos o 1500 por três, que deu 500, depois multiplicamos o 500 por 2, deu 1000 metros. E ao 1000 metros, pusemos em quilómetros.
Professora: E a Marta parou ao fim de 1km. E a que parte do percurso corresponde? Faltou responder a essa pergunta. Qual era o percurso total?
Aluna: Era 4 quilómetros, então é $\frac{1}{4}$.
Professora: $\frac{1}{4}$. Muito bem, porque era 1 km em 4, ou seja, $\frac{1}{4}$ do percurso.

Neste diálogo, a aluna explica os cálculos que executou para chegar à resposta do problema. A aluna não utilizou a regra de multiplicação de um número inteiro por uma fração, optando por fazer por partes, tal como explica no diálogo. Porém, através do questionamento, a aluna consegue perceber que os cálculos equivalem a multiplicar pela fração. Repare-se que a aluna também preferiu utilizar o metro em vez de quilómetro, para dividir o 4000 por 8 em vez de 4 por 8, por lhe parecer mais fácil desta forma. Esta situação revela que a aluna ainda tem pouca familiaridade com os números fracionários. Relativamente à segunda parte da tarefa, a aluna, mais uma vez, não utilizou a regra de multiplicação de um número inteiro por fração. Quanto à pergunta que pedia a parte do percurso a que corresponde, era necessário os alunos entenderem o conceito de fração como parte-todo, ao que a aluna respondeu corretamente, mostrando facilidade na compreensão deste conceito.

Na figura 4 mostra-se outra resolução à qual se apresenta um diálogo com um aluno de seguida.

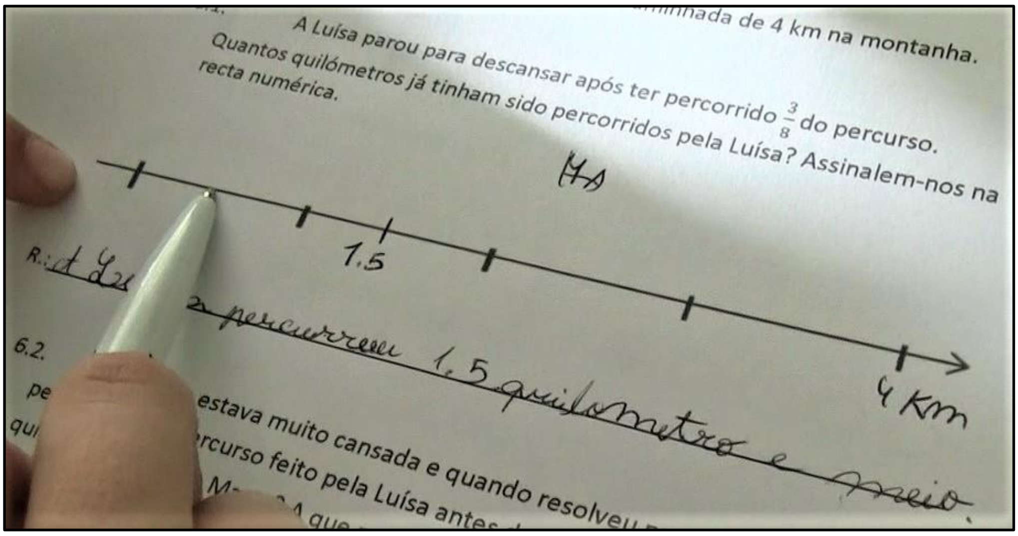


Figura 7 – Resolução 4 da tarefa 1

Professora: Explica-me como fizeste a 6.1.
Aluno: Porque $\frac{4}{8}$ é como se fosse um meio, e três partes é (apontando para a reta numérica), um meio é $\frac{1}{8}$, depois $\frac{2}{8}$, e $\frac{3}{8}$. E, aqui (apontando na reta, onde tinha apontado a fração $\frac{3}{8}$) deu-me 1 quilómetro e meio.
Professora: Então tu pensaste que metade de 4 é 2, que é aqui (apontando na reta).
Aluno: Sim, e depois como são três partes, tirei meio quilómetro em cada parte.
Professora: Mas são três partes em oito.
Aluno: Sim…Então fiz (apontando) um meio é 1, aqui 2, aqui 3, aqui 4, aqui 5, aqui 6, aqui 7 e aqui 8. E depois, como são três oitavos, pus uma, duas, três (apontando na reta para o $\frac{3}{8}$).
Professora: Muito bem, então a Luísa quantos quilómetros percorreu?
Aluno: Percorreu 1 quilómetro e meio.

Neste diálogo, o aluno mostra a sua resolução, que foi diferente das demais. A sua resolução foi simples e clara, nem precisou de apresentar cálculos, pois teve um raciocínio mais intuitivo, revelando um maior entendimento do conceito de fração. Durante o diálogo, o aluno ia apontando na reta a forma como a dividiu em 8 partes e como observou que os $\frac{3}{8}$ na reta correspondem a 1,5 km.

Tarefa 2

Nesta tarefa (anexo) pretendia-se que os alunos calculassem $4 \times \frac{1}{2}$ ou $4 \times 0,5$.

Tabela 2 - Resultados obtidos na tarefa 2

Tarefa	Não resolveu	Resolveu parcialmente	Resolveu corretamente
2.1	0%	4,5%	95,5%
2.2	68,2%	0%	31,8%

A tabela 2 resume o desempenho da turma a esta tarefa. Quanto à primeira alínea, todos os alunos resolveram e só um dos alunos é que não acertou completamente, portanto a percentagem de resolução foi de 95,5%. Houve um desfasamento acentuado em relação à segunda alínea, em que apenas 31,8% dos alunos conseguiram resolver corretamente.

Em relação à primeira alínea, sete alunos acertaram recorrendo à adição de frações e doze alunos acertaram recorrendo à regra da multiplicação de uma fração por um inteiro. Dois exemplos das resoluções corretas são os seguintes, apresentados na figura 5:

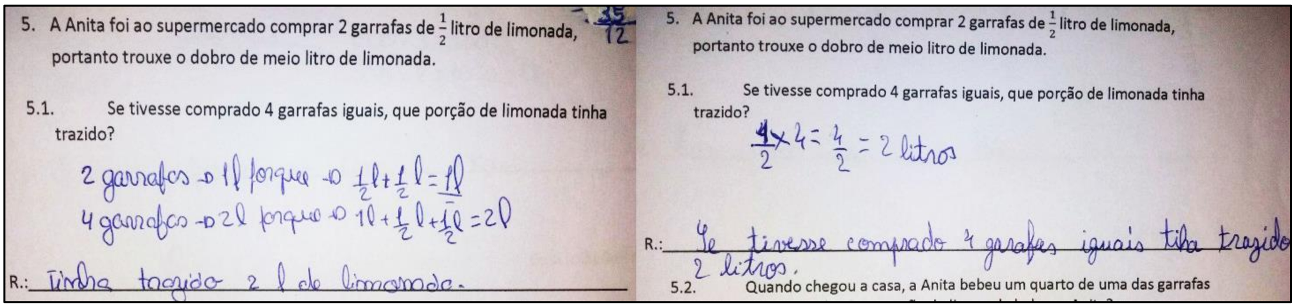


Figura 8 – Resolução 1 e 2 da tarefa 2

Em relação à segunda alínea, o principal motivo do insucesso dos alunos deve-se ao facto de, em vez de terem feito $\frac{1}{4}$ de $\frac{1}{2}$, como indica o enunciado (pois cada garrafa corresponde a $\frac{1}{2}$ litro), fizeram $\frac{1}{4}$ de 1 litro, como se cada garrafa tivesse 1 litro, como mostra a figura 6:

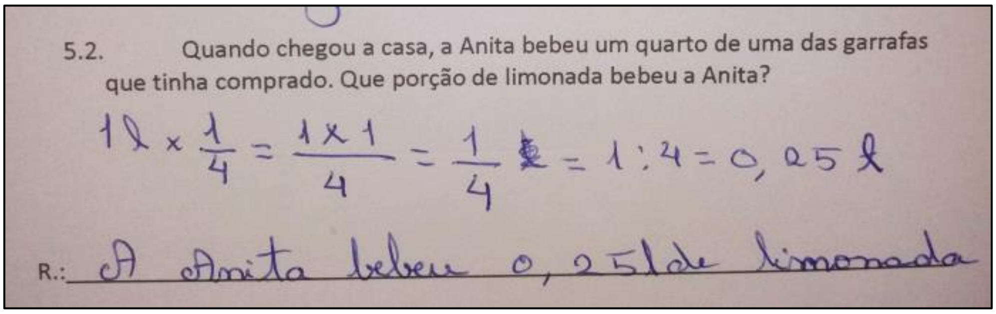


Figura 9 – Resolução 3 da tarefa 2

Apenas conseguiram resolver corretamente a segunda alínea os alunos que identificaram $\frac{1}{4}$ de $\frac{1}{2}$, ou que fizeram $\frac{1}{4}$ de 500ml ou através de esquemas que os levassem à fração $\frac{1}{8}$.

Cinco alunos não fizeram nada, dois alunos colocaram uma das frações do enunciado e um outro aluno multiplicou $\frac{1}{4}$ por 2 em vez de $\frac{1}{2}$.

A baixa percentagem nesta tarefa pode-se atribuir a que, quando a resolveram, os alunos ainda não tinham consolidado a regra da multiplicação entre duas frações, uma vez que tinha sido lecionado recentemente.

Na figura 7, observamos uma resolução em que se apresentará, de seguida, um diálogo que se teve com a aluna que resolveu dessa forma.

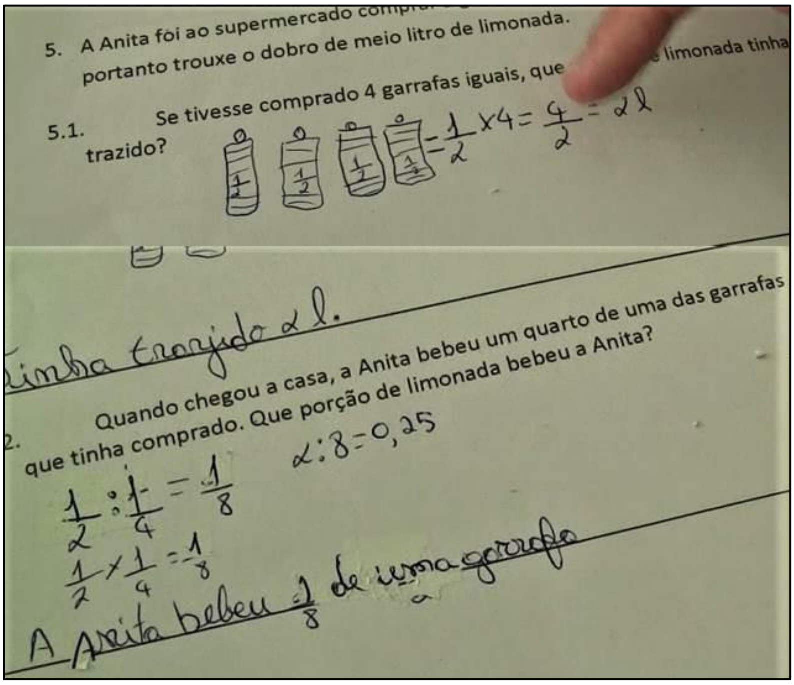


Figura 10 – Resolução 4 da tarefa 2

Professora: Como fizeste a 5.1?
Aluna: Então, eu pus quatro garrafas de um meio litro. Uma garrafa levava um meio litro, então eu meti um meio vezes 4, que era um meio que cada garrafa levava, vezes quatro, porque eram quatro garrafas e, então, deu-me quatro meios, que é igual a dois litros, porque dois vezes dois é quatro.
Professora: Muito bem. E a 5.2 como fizeste?
Aluna: Então, meti um meio, das garrafas, a dividir por um quarto, que ela bebeu, e deu-me um oitavo e, depois multipliquei-o, porque dividir um número é o mesmo que multiplicá-lo, com fração.
Professora: Multiplicar…por?
Aluna: Multipliquei-o por um quarto.

Professora: Dividir um número não é o mesmo que multiplicar. Tu não podes passar duma divisão a uma multiplicação e deixar tudo igual. A multiplicação e a divisão são operações que são…?
Aluna: Inversas.
Professora: Sim. Vamos ler outra vez o problema. A Anita bebeu um quarto de uma das garrafas, então bebeu um quarto de quê? Qual é a quantidade?
Aluna: De um meio.
Professora: Um quarto de um meio. Como é que fazes um quarto de um meio?
Aluna: Multiplico.
Professora: Pronto. Então não tinhas de fazer divisão. Bastava multiplicar. Um quarto de um meio. Mas aqui tinhas um meio de um quarto.

Neste diálogo, a aluna explica os cálculos que fez para chegar ao resultado. Na figura 7 também se observa que o diálogo foi feito com a aluna a apontar enquanto explica. Na segunda parte da tarefa, a aluna revelou dificuldade em distinguir os conceitos de multiplicar e dividir frações, como se da mesma operação se tratassem quando envolve frações. Talvez esta confusão se deva ao facto da aluna estar a pensar no significado da fração como quociente.

Tarefa 3

Para esta tarefa (anexo) pretendia-se que os alunos fossem capazes de identificar a divisão de um numeral misto por um número inteiro.

A tabela 3 resume o desempenho da turma nesta tarefa, que não foi tão positivo como se esperava.

Tabela 3 - Resultados obtidos na tarefa 3

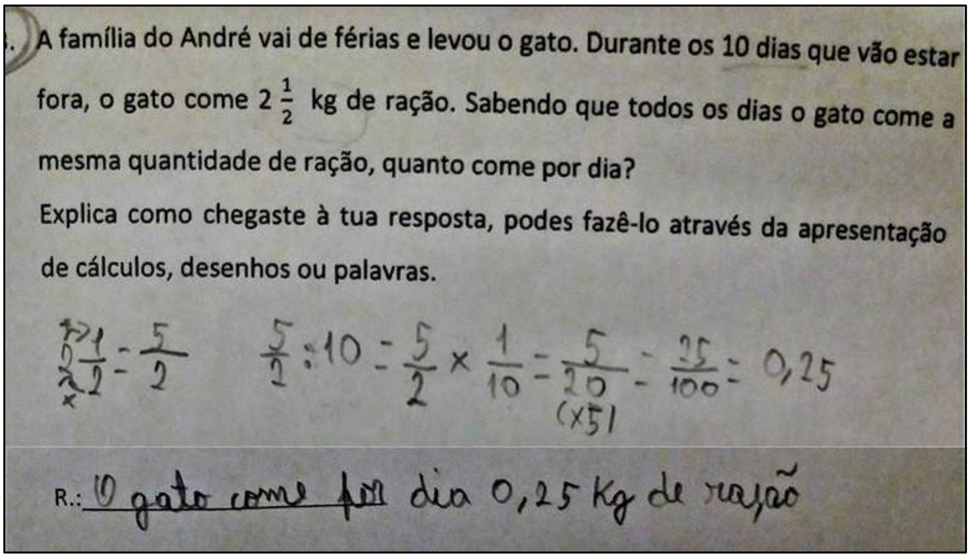
Tarefa	Não resolveu	Resolveu parcialmente	Resolveu corretamente
3	86,4%	0%	13,6%

Apenas três alunos conseguiram resolver corretamente a tarefa. A percentagem de alunos que não resolveu (86,4%) foi muito elevada.

Todos os alunos optaram por resolver esta tarefa de forma analítica, contudo, erraram muito nos cálculos.

Relativamente às resoluções dos restantes alunos, apenas um aluno deixou a tarefa em branco, os restantes dezoito alunos fizeram tentativas de resolução completamente erradas, como por exemplo: deram erros nos cálculos ou apenas fizeram metade do processo. Houve também alunos (três) que, na sua resolução, apenas transformaram a fração representada por numeral misto em fração simples.

A resolução efetuada pelos alunos que resolveram corretamente apresenta-se na seguinte figura 8. Nesta resolução, por exemplo, um aluno conseguiu chegar à conclusão, pois para saber a quantidade de ração que o gato come por dia, tinha de dividir a quantidade total de ração ($2\frac{1}{2}$) pelo número de dias (10).


A família do André vai de férias e levou o gato. Durante os 10 dias que vão estar fora, o gato come $2\frac{1}{2}$ kg de ração. Sabendo que todos os dias o gato come a mesma quantidade de ração, quanto come por dia?

Explica como chegaste à tua resposta, podes fazê-lo através da apresentação de cálculos, desenhos ou palavras.

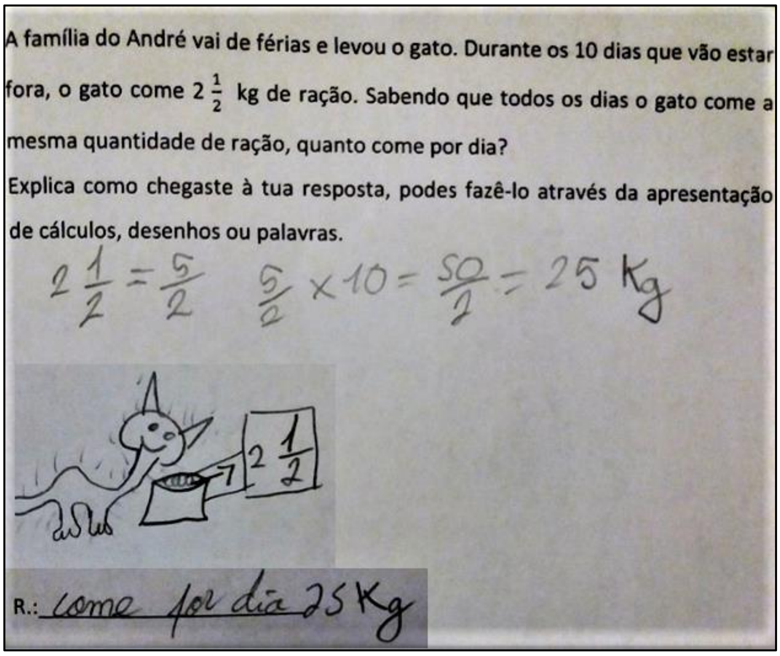
$2\frac{1}{2} = \frac{5}{2}$ $\quad \frac{5}{2} : 10 = \frac{5}{2} \times \frac{1}{10} = \frac{5}{20} = \frac{25}{100} = 0,25$

(x5)

R.: O gato come por dia 0,25 Kg de ração

Figura 11 – Resolução 1 da tarefa 3

Uma das resoluções com erros foi a de um grupo de quatro alunos que, em vez de dividir, multiplicaram o numeral misto por dez, como a figura 9 exemplifica. Esta resolução, para além de mostrar que os alunos não identificaram a divisão, mostra que não têm noção de número, pois se para os dez dias o gato tem 2,5 kg de ração, não poderia ter por dia 25kg.



A família do André vai de férias e levou o gato. Durante os 10 dias que vão estar fora, o gato come $2\frac{1}{2}$ kg de ração. Sabendo que todos os dias o gato come a mesma quantidade de ração, quanto come por dia?

Explica como chegaste à tua resposta, podes fazê-lo através da apresentação de cálculos, desenhos ou palavras.

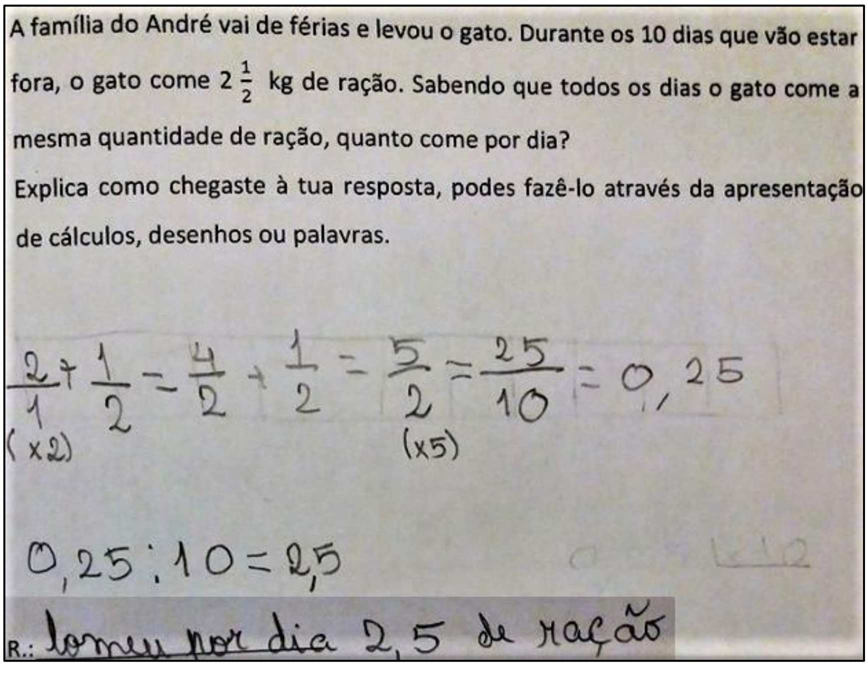
$2\frac{1}{2} = \frac{5}{2}$ $\frac{5}{2} \times 10 = \frac{50}{2} = 25$ Kg

$2\frac{1}{2}$

R.: come por dia 25 Kg

Figura 12 – Resolução 2 da tarefa 3

Outra resolução com erros nos cálculos foi a de um aluno que estava próximo de acertar, mas enganou-se porque colocou que a fração $\frac{25}{10}$ é igual a 0,25 em vez de 2,5 e, depois, ao dividir 0,25 por dez, colocou 2,5. Estes dois erros consecutivos revelam uma dificuldade na divisão por dez, que pode tê-lo levado a errar a tarefa. A figura 10 mostra esta resolução.



A família do André vai de férias e levou o gato. Durante os 10 dias que vão estar fora, o gato come $2\frac{1}{2}$ kg de ração. Sabendo que todos os dias o gato come a mesma quantidade de ração, quanto come por dia?

Explica como chegaste à tua resposta, podes fazê-lo através da apresentação de cálculos, desenhos ou palavras.

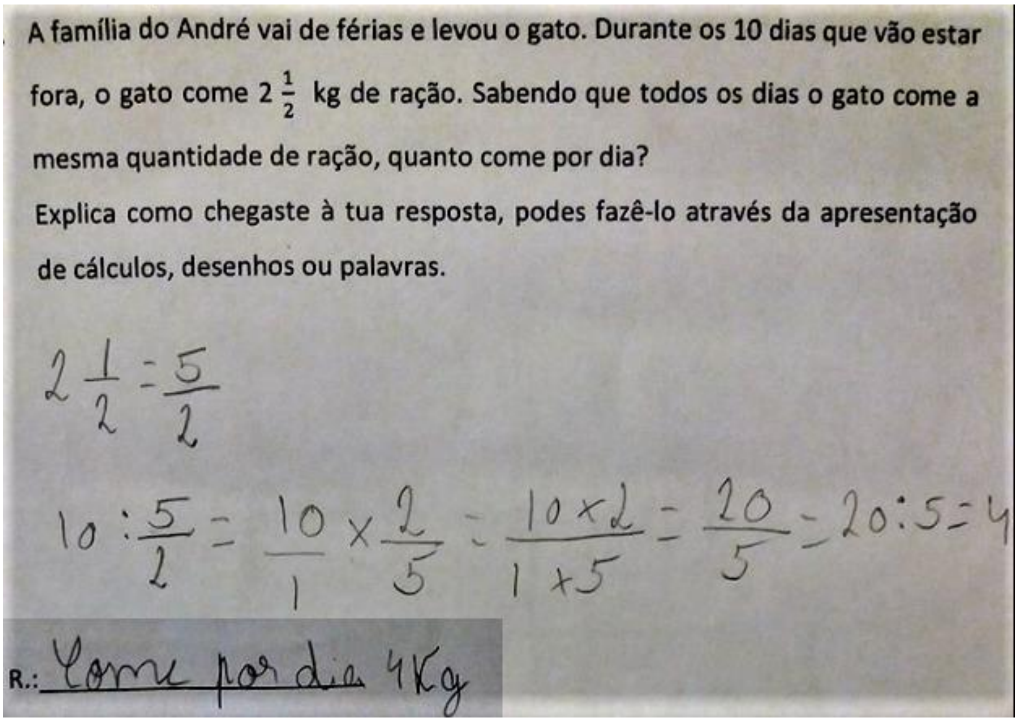
$\underset{(\times 2)}{\frac{2}{1}} + \frac{1}{2} = \frac{4}{2} + \frac{1}{2} = \underset{(\times 5)}{\frac{5}{2}} = \frac{25}{10} = 0,25$

$0,25 : 10 = 2,5$

R.: comeu por dia 2,5 de ração

Figura 13 – Resolução 3 da tarefa 3

Dois alunos trocaram a ordem dos números da divisão. Em vez de dividirem a quantidade total de ração pelo número de dias, fizeram o contrário, ou seja, dividiram 10 por 2 $\frac{1}{2}$, o que leva a concluir que ou foi uma má-interpretação do problema ou uma má interpretação da operação divisão, como mostra a figura 11 seguinte:


A família do André vai de férias e levou o gato. Durante os 10 dias que vão estar fora, o gato come 2 $\frac{1}{2}$ kg de ração. Sabendo que todos os dias o gato come a mesma quantidade de ração, quanto come por dia?

Explica como chegaste à tua resposta, podes fazê-lo através da apresentação de cálculos, desenhos ou palavras.

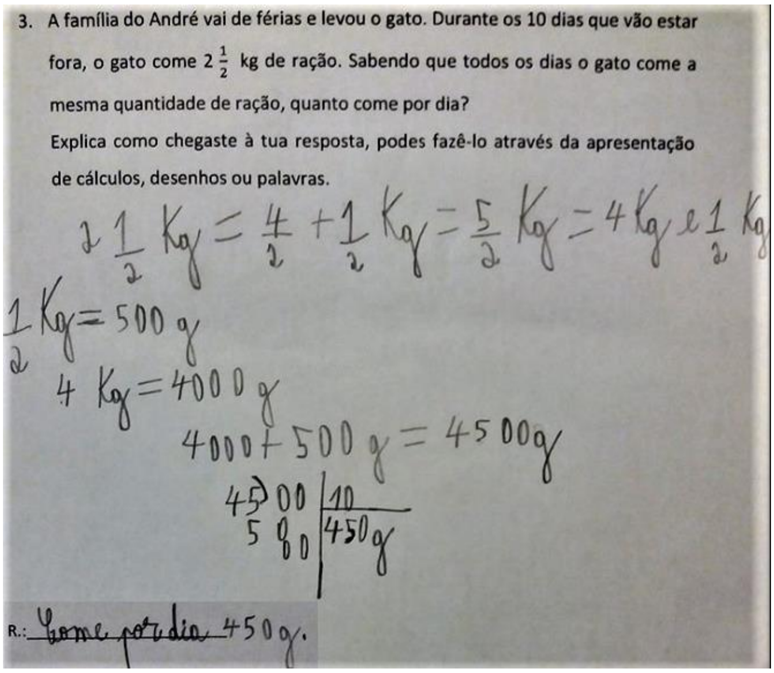
$2\frac{1}{2} = \frac{5}{2}$

$10 : \frac{5}{2} = \frac{10}{1} \times \frac{2}{5} = \frac{10 \times 2}{1 \times 5} = \frac{20}{5} = 20 : 5 = 4$

R.: Come por dia 4Kg

Figura 14 – Resolução 4 da tarefa 3

Também houve um aluno que esteve perto de acertar, como mostra a figura 12. Nesta resolução, o aluno conseguiu transformar corretamente o numeral misto na fração $\frac{5}{2}$, mas depois igualou a fração a $\frac{4}{2} + \frac{1}{2}$, o que continua correto, contudo, no seguinte passo, igualou o $\frac{4}{2}$ ao número quatro, o que está errado, e, mesmo tendo acertado no facto de se ter de dividir por dez, o divisor estava errado.



3. A família do André vai de férias e levou o gato. Durante os 10 dias que vão estar fora, o gato come $2\frac{1}{2}$ kg de ração. Sabendo que todos os dias o gato come a mesma quantidade de ração, quanto come por dia?
Explica como chegaste à tua resposta, podes fazê-lo através da apresentação de cálculos, desenhos ou palavras.

$2\frac{1}{2}$ Kg $= \frac{4}{2} + \frac{1}{2}$ Kg $= \frac{5}{2}$ Kg $=$ 4 Kg e $\frac{1}{2}$ Kg

$\frac{1}{2}$ Kg $=$ 500 g

4 Kg $=$ 4000 g

4000 + 500 g $=$ 4500 g

4500 : 10 = 450 g

R.: Come por dia 450 g.

Figura 15 – Resolução 5 da tarefa 3

Este conjunto de resoluções erradas revela uma falta de compreensão dos alunos de número racional na representação de numeral misto e ainda uma falta de prática em resolver tarefas que envolvam esta representação de número racional e também a divisão de números racionais.

De seguida apresentam-se dois diálogos com alunos sobre as suas resoluções. Um dos diálogos foi:

> **Professora:** Em dez dias, ele comeu esta quantidade de ração. Que cálculo tens de fazer?
> **Aluno:** Tenho de saber quanto é este numa fração.
> **Professora:** Sim, mas que cálculo tens de fazer para saber quanto é que ele comeu por dia?
> **Aluno:** Dividir.
> **Professora:** O quê?
> **Aluno:** A quantidade que ele comeu vezes os dez dias.
> **Professora:** Vezes?
> **Aluno:** A dividir.
> **Professora**: Nós aprendemos que para dividir temos de passar a divisão a uma…?
> **Aluno**: Multiplicação.
> **Professora**: Então dividir é o mesmo que multiplicar pelo…? O que é este número àquele?
> **Aluno**: É o inverso.
> **Professora**: Então tu dividiste corretamente, porque dividir é o mesmo que multiplicar pelo…
> **Aluno**: Inverso.

Neste diálogo, observa-se que o aluno consegue explicar os cálculos, com ajuda do questionamento, porém ainda revela alguma confusão entre os conceitos das operações (multiplicação e divisão). Também se observa, logo no início do diálogo, que a maior preocupação do aluno era transformar o numeral misto numa fração simples.

E o diálogo com outro aluno:

> **Aluno:** Tinha de passar o numeral misto para uma fração para ser mais fácil fazer o resto.
> **Professora:** Muito bem. E depois? Que cálculo tinhas de fazer para saberes a quantidade de comida que ele come em cada dia, sendo que ele come esta quantidade em dez dias?
> **Aluno:** Tinha de saber quanto é que isto dava numa fração só, por exemplo $\frac{1}{2}$, e, dividir por dez.
> **Professora:** E sabes passar o numeral misto a uma fração?
> **Aluno:** Sim, tenho de fazer dois mais dois, quatro, mais um, cinco.
> **Professora:** Não, não é mais. Vamos pensar assim, temos um numeral misto, porque tem uma parte inteira e uma parte…
> **Aluno:** Decimal?
> **Professora:** Fraccionária. Mas se fosse decimal, um a dividir por dois, quanto é que dá?
> **Aluno:** 0,5.
> **Professora:** Então é como se tivesses 2 mais 0,5. Quanto é que dá?
> **Aluno:** 2,5.
> **Professora:** E agora a essa quantidade o que tens de fazer?
> **Aluno:** Dividi-la pelos dez dias.

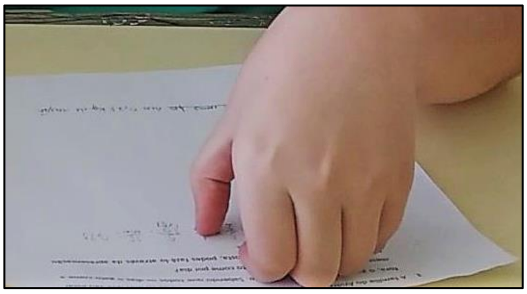


Figura 16 - Um aluno explica a sua resolução

Na figura 13 observa-se que o aluno tem a preocupação de ir apontando na sua resolução, enquanto explicava o que tinha feito. Tal como o aluno do diálogo anterior, este tinha a preocupação de transformar o numeral misto numa "fração só" como refere, ou seja, numa fração simples. Porém, para contrariar esse pensamento, através do questionamento levei o aluno a transformar a fração num número decimal. O aluno mostrou que tinha entendido que o problema precisava ser resolvido através de uma divisão.

Tarefa 4

O desempenho dos alunos nesta tarefa (anexo) pode considerar-se bom, pois 72,8% dos alunos conseguiram resolver corretamente, identificando que a parte da tarte que cada neto comeu corresponde à fração $\frac{1}{6}$, como mostra a tabela 4:

Tabela 4 - Resultados obtidos na tarefa 4

Tarefa	Não Resolveu	Resolveu Parcialmente	Resolveu Corretamente
4	13,6%	13,6%	72,8%
4	3	3	16

As estratégias que os alunos utilizaram para resolver esta tarefa podem dividir-se em 3 grupos: os que recorreram ao modelo circular, os que utilizaram uma barra retangular e os que calcularam a divisão ($\frac{1}{2}$÷3), recorrendo à multiplicação pelo inverso do divisor.

Sendo a estratégia mais utilizada, o recurso ao modelo circular, complementada com a operação divisão, como mostra a figura 14 seguinte:

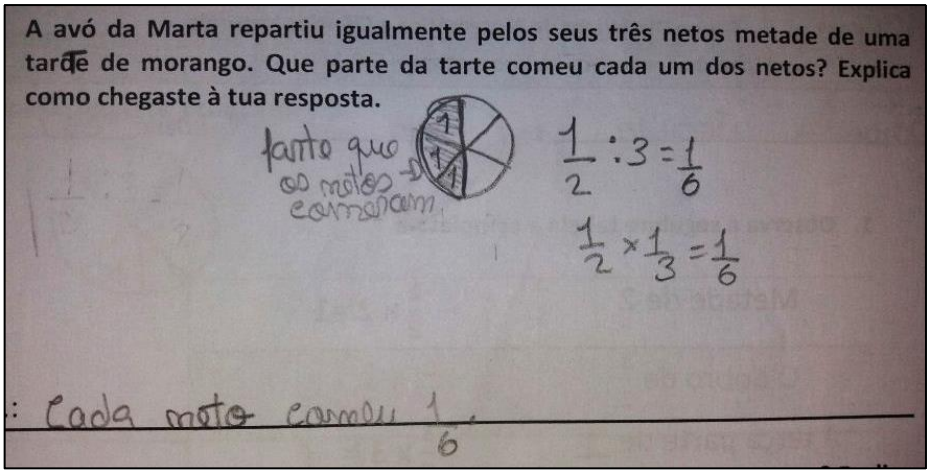


Figura 17 – Resolução 1 da tarefa 4

Houve apenas um aluno que utilizou o cálculo de $\frac{1}{2}$÷3 na sua resolução, sem recorrer a nenhum desenho ou esquema.

Um outro aluno recorreu ao modelo retangular, considerou metade e depois dividiu uma metade (a meia tarte) por 3 (os três netos), ou seja, cada parte corresponde a $\frac{1}{6}$, recorreu também a processos analíticos, ou seja dividiu $\frac{1}{2}$ por 3 como se pode observar melhor na seguinte figura 15:

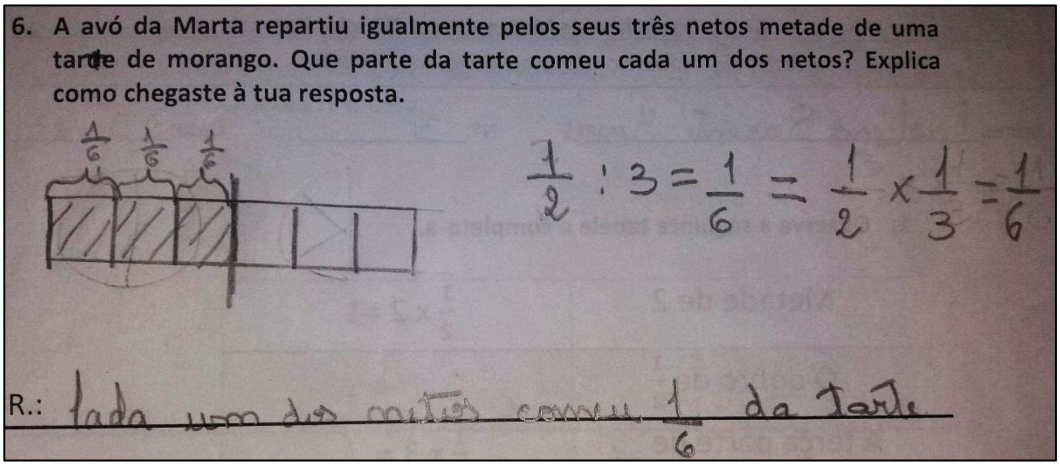


Figura 18 – Resolução 2 da tarefa 4

Outro aluno também recorreu a um esquema semelhante ao anterior, desenhou um retângulo, dividiu-o em 6 partes, como se pode ver na figura 16, e selecionou 3 dessas partes, identificando a fração $\frac{1}{2}$. Depois, fez corresponder cada parte dessa metade para cada neto e deu a resposta correta.

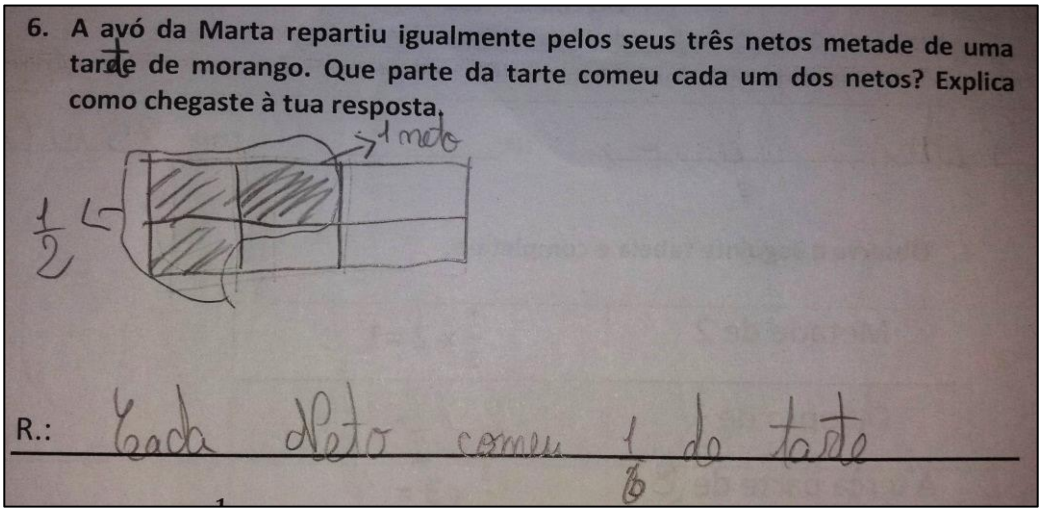


Figura 19 – Resolução 3 da tarefa 4

Quatro alunos que usaram o modelo circular, dividiram mal o círculo, induzindo-os em erro, visto que dividiram-no em 8 partes, o resultado deu-lhes $\frac{1}{8}$. Porém, houve um aluno que fez os cálculos bem, apesar do desenho estar errado, como se observa na figura 17.

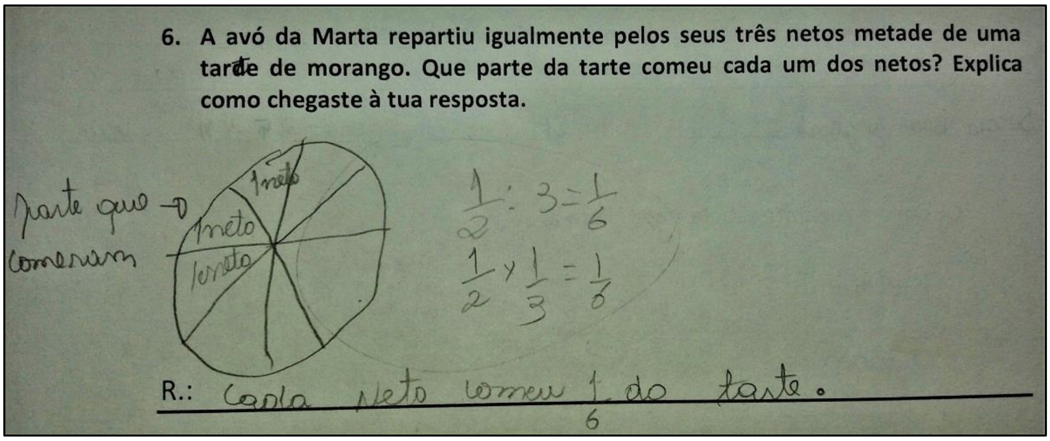


Figura 20 – Resolução 4 da tarefa 4

Também entre os alunos que resolveram corretamente, houve quem utilizasse o modelo circular de forma correta.

Um aluno efetuou do seguinte modo: Primeiro desenhou um círculo para dividir em duas partes e identificar a metade, depois desenhou apenas meio círculo e dividiu em três partes, identificando cada parte como $\frac{1}{3}$. Depois calculou metade de um terço, mas deveria ter sido um terço de metade, como mostra a seguinte figura 18:

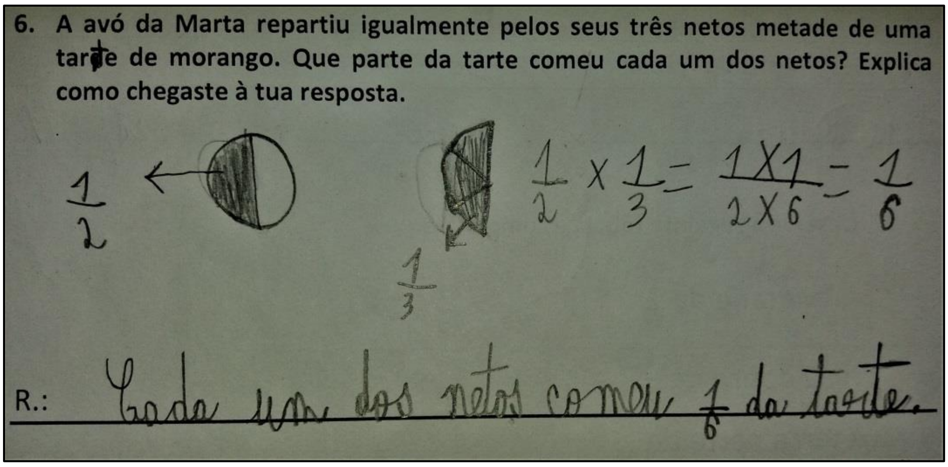


Figura 21 – Resolução 5 da tarefa 4

Os alunos foram bastante explícitos nas suas produções escritas nesta tarefa, pois grande parte recorreu a esquemas complementados com expressões mais analíticas, ou seja, de operações e cálculos com frações.

A principal dificuldade detetada foi a divisão do círculo em seis partes, pois, houve um pequeno grupo de alunos, que se enganou e dividiu o círculo em oito partes.

De referir que dos alunos que recorreram à divisão de $\frac{1}{2}$ por 3, não apresentaram dificuldades nos cálculos que efetuaram.

Tarefa 5

Esta tarefa (anexo) pretendia observar se os alunos entendem o conceito de divisão e se são capazes de usar o conceito de fração como parte-todo para resolverem a divisão implícita na tarefa.

O desempenho dos alunos foi muito positivo, 77,3% dos alunos foi capaz de resolver corretamente, sendo que apenas 9,1% (que corresponde a 2 alunos) é que não resolveu, como mostra a tabela 5.

Tabela 5 - Resultado obtidos na tarefa 5

Tarefa	Não resolveu	Resolveu parcialmente	Resolveu corretamente
2	2	3	17
2	9,1%	13,6%	77,3%

Para esta tarefa, as estratégias utilizadas foram as demonstradas na seguinte figura 19:

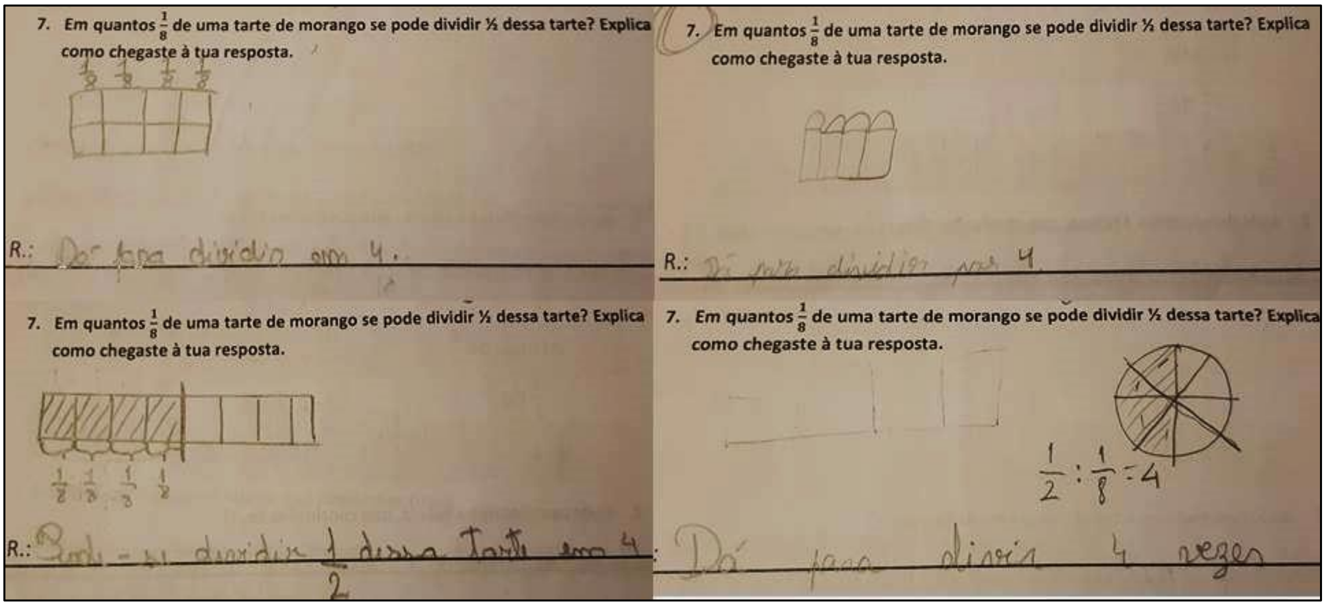


Figura 22 – Resoluções 1, 2, 3 e 4 da tarefa 5

A estratégia demonstrada na primeira resolução foi a que a maioria dos alunos recorreu (doze alunos). Optaram por dividir a unidade, neste caso desenharam um retângulo, em oito partes e observam que em metade desse retângulo estão quatro partes, portanto em metade da tarte, estão quatro $\frac{1}{8}$. Na segunda estratégia, foi também a segunda mais utilizada (por 5 alunos), que apenas desenharam a metade de oito, que corresponde a quatro vezes a fração $\frac{1}{8}$. Apenas uma aluna recorreu à estratégia demonstrada na terceira figura, na qual desenhou uma barra retangular dividida em 8 partes, e depois marcou a metade, de seguida identificou que cada parte correspondia a $\frac{1}{8}$. Por fim, também foi apenas um aluno que optou pela quarta estratégia acima apresentada, dividiu um círculo em 8 partes, sendo que a metade desse círculo corresponde a quatro, este aluno também apresentou os cálculos, mostrando que entendeu qual era a divisão que a tarefa pedia. Este último modo de resolução apresentado parece-me o mais explícito, ao combinar o desenho com os cálculos, mostrando que houve uma compreensão do problema. Porém, apesar de não estarem tão completos, os outros modos de resolução também mostram que os alunos entendem que se pretende saber "quantos $\frac{1}{8}$ há em $\frac{1}{2}$.

É importante referir que dois alunos revelaram dificuldade na resolução, como se pode observar na figura 20 seguinte:

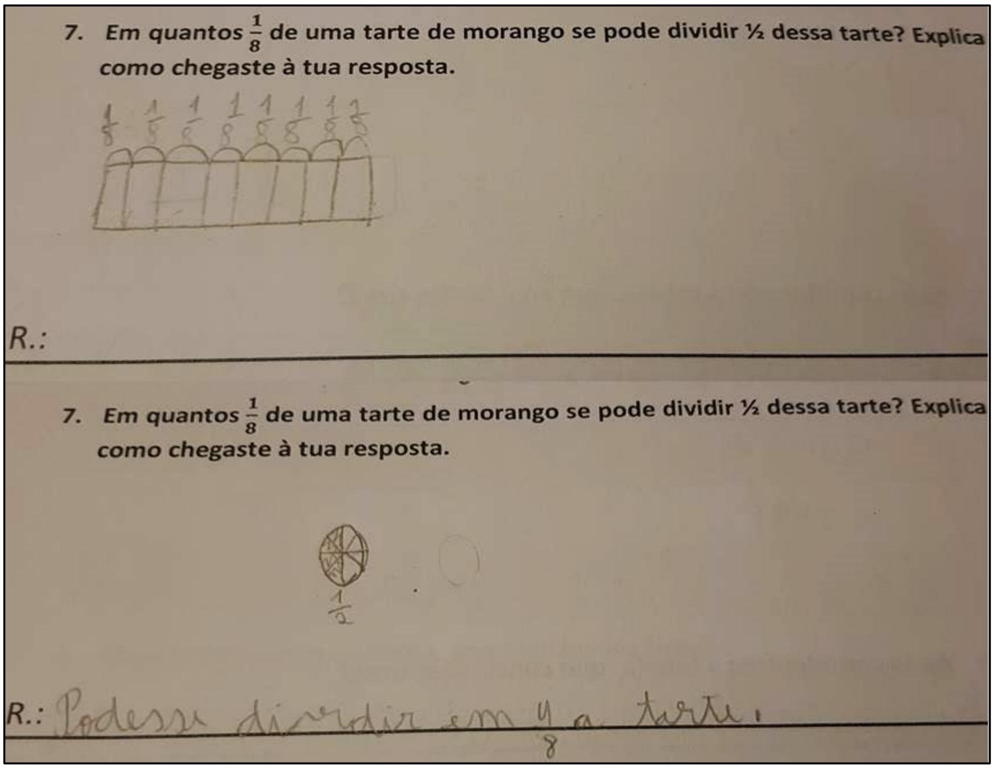


Figura 23 – Resoluções 5 e 6 da tarefa 5

Na primeira resolução, o aluno apenas desenhou a unidade, representada por uma barra retangular, e dividiu-a em oito partes, fazendo corresponder cada parte a um oitavo. Está incompleto, bastava ver "quantos $\frac{1}{8}$" há em metade da barra, que seriam quatro. Na segunda resolução, o aluno dividiu um círculo em oito partes e identificou a metade, que corresponde a quatro partes, porém, na resposta colocou a fração $\frac{4}{8}$ em vez de quatro, eventualmente o aluno queria dizer que a metade são quatro partes em oito, e, para tal, utilizou a fração como parte-todo, o que neste caso está errado, de acordo com o que o enunciado pede.

Tarefa 6

Para esta tarefa (anexo) esperava-se que os alunos recorressem a desenhos ou esquemas para a resolverem, pois seria mais difícil optar pelo modo analítico.

O desempenho nesta tarefa não foi tão bom como nas anteriores, pois a percentagem de alunos que conseguiu resolver corretamente, sem nenhuma falha foi 45,4%. Dos oito alunos que não resolveram, quatro deles deixaram em branco e os outros quatro fizeram resoluções erradas, como mostra a tabela 6:

Tabela 6 - Resultados obtidos na tarefa 6

Tarefa	Não resolveu	Resolveu parcialmente	Resolveu corretamente
6	8	4	10
6	36,4%	18,2%	45,4%

A estratégia de resolução mais utilizada foi a de desenharem as quatro barras e dividirem cada uma delas em três partes, fazendo corresponder um amigo a cada duas dessas partes, até verem quantos amigos são no total, como mostra a figura 21 seguinte:

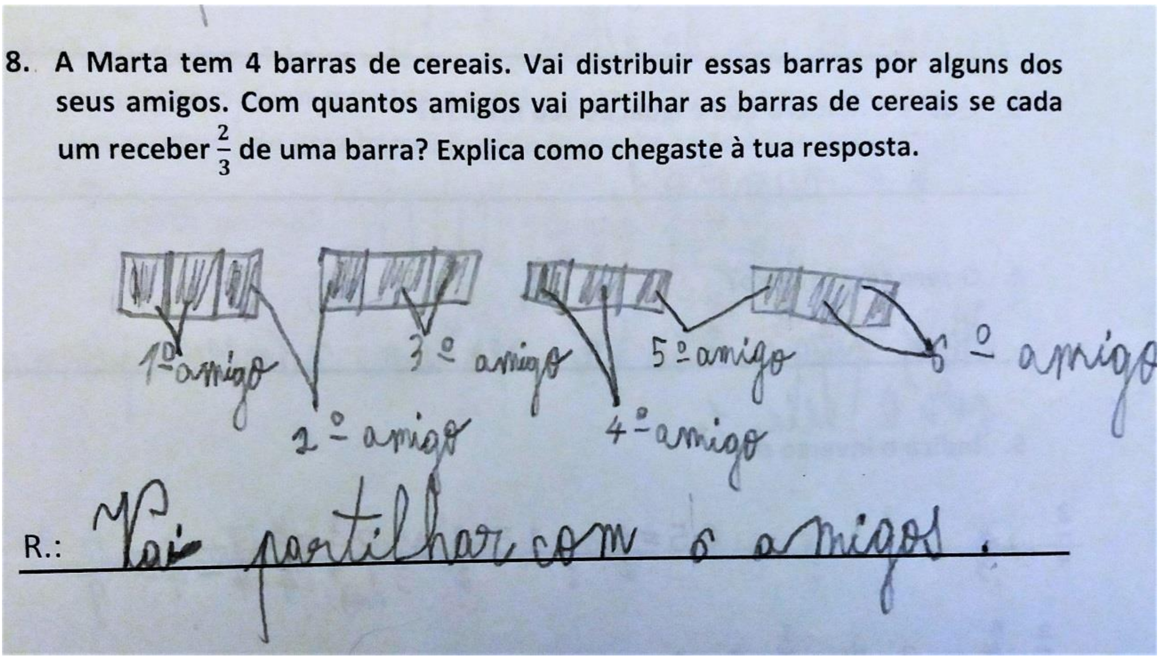


Figura 24 – Resolução 1 da tarefa 6

Foram oito alunos que recorrem a esta estratégia anterior. Porém, houve três alunos, que acrescentaram seis adições sucessivas da fração $\frac{2}{3}$, e, colocaram o resultado dessas adições como sendo $\frac{6}{3}$, como se pode observar na figura 22. Nesta resolução, apesar do esquema desenhado e da resposta estarem corretos, o aluno apresenta erros nos cálculos e revela não dominar o algoritmo de adição de frações.

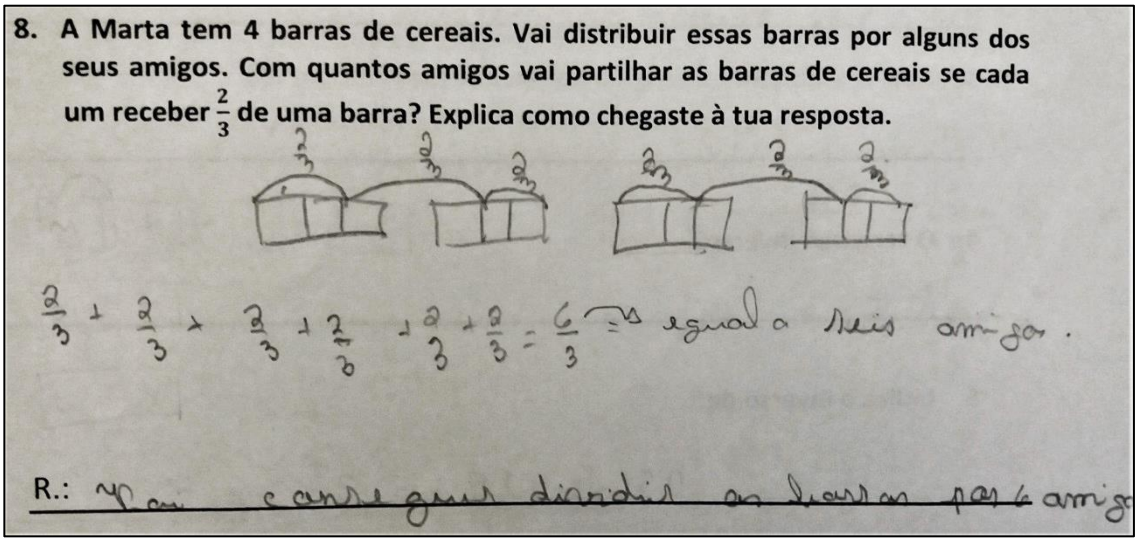


Figura 25 – Resolução 2 da tarefa 6

Também houve alunos que, mesmo recorrendo a essa estratégia, apresentaram outros erros na resolução. Neste caso, o aluno utilizou o algoritmo da multiplicação em vez das adições sucessivas, subentende-se que o aluno pretende mostrar que a fração $\frac{2}{3}$

aparece seis vezes, portanto são seis amigos, todavia, os cálculos apresentados estão errados, apesar do esquema que usou estar correto, bastava contar as vezes que aparece a fração. Como mostra a figura 23:

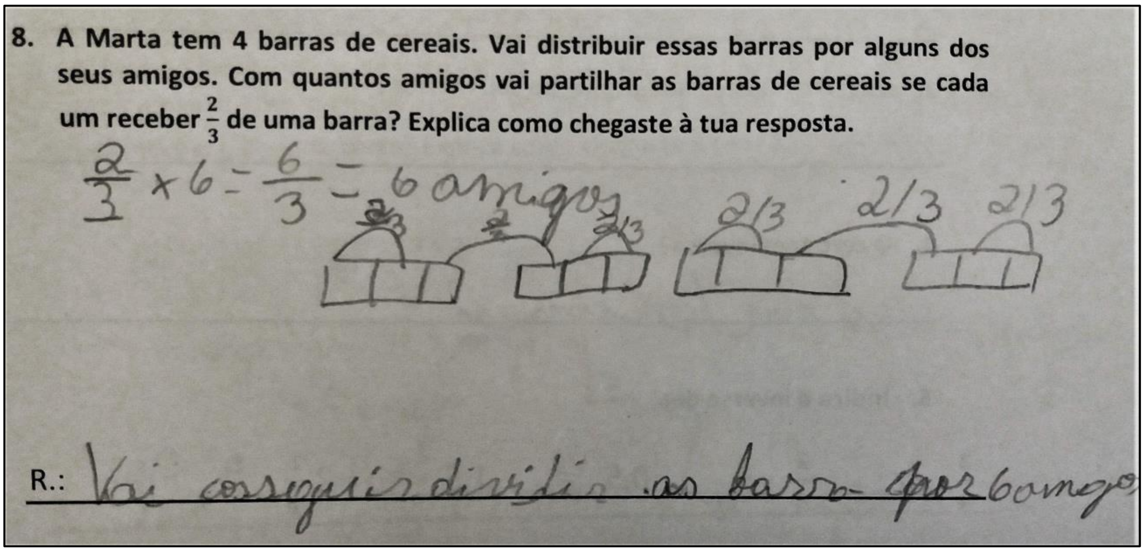


Figura 26 – Resolução 3 da tarefa 6

Por outro lado, houve dois alunos que, apesar de usarem um esquema errado, conseguiram resolver a tarefa analiticamente, como apresenta a figura 24. Nesta resolução, o aluno apresenta os cálculos corretos, pois a divisão de quatro pela fração dois terços corresponde ao número de amigos, visto que a divisão representa o número de vezes que dois terços cabe em quatro, que nesta tarefa é igual ao número de amigos com quem a Marta vai partilhar as barras de cereais. Contudo, este aluno, apesar dos cálculos corretos, deu a resposta errada, por se ter enganado no esquema, pois considerou as quatro barras, mas dividiu cada uma em duas partes e deveria ter dividido em três.

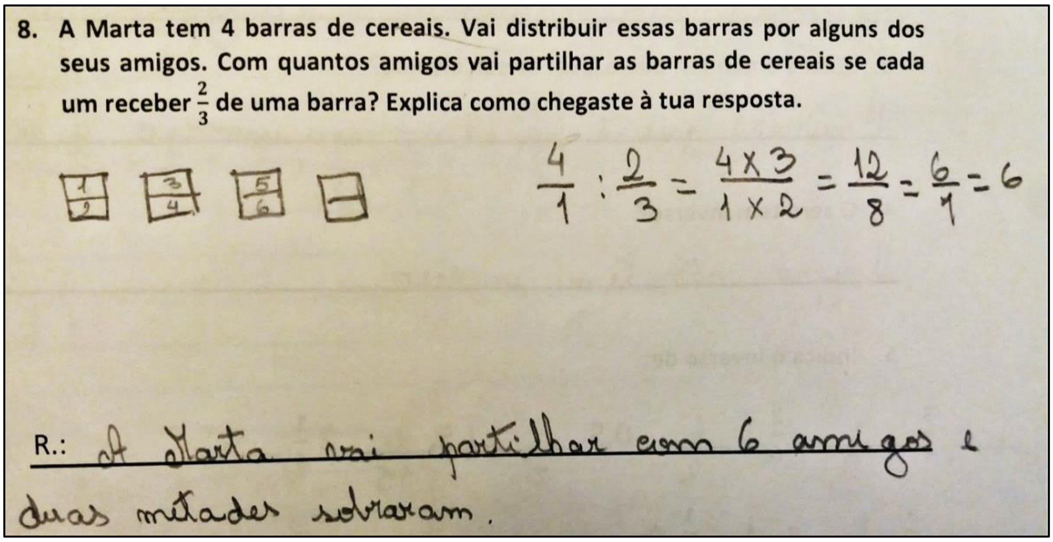


Figura 27 – Resolução 4 da tarefa 6

Houve um aluno que pensou ao contrário, ou seja, deve ter pensado em descobrir o número de amigos, e ver se esse número multiplicado pela parte que comeu ($\frac{2}{3}$) daria as quatro barras. Como se pode ver na figura 25 seguinte:

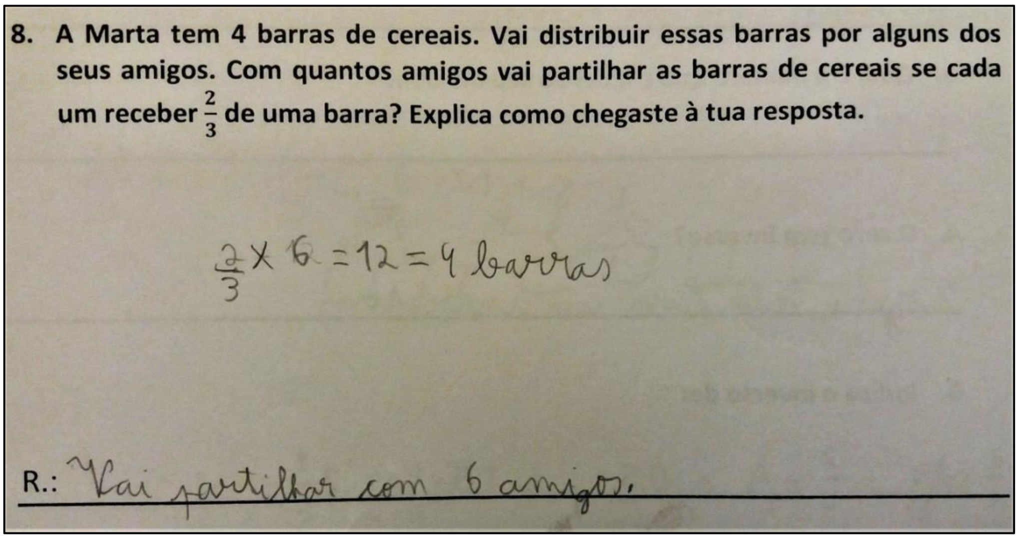
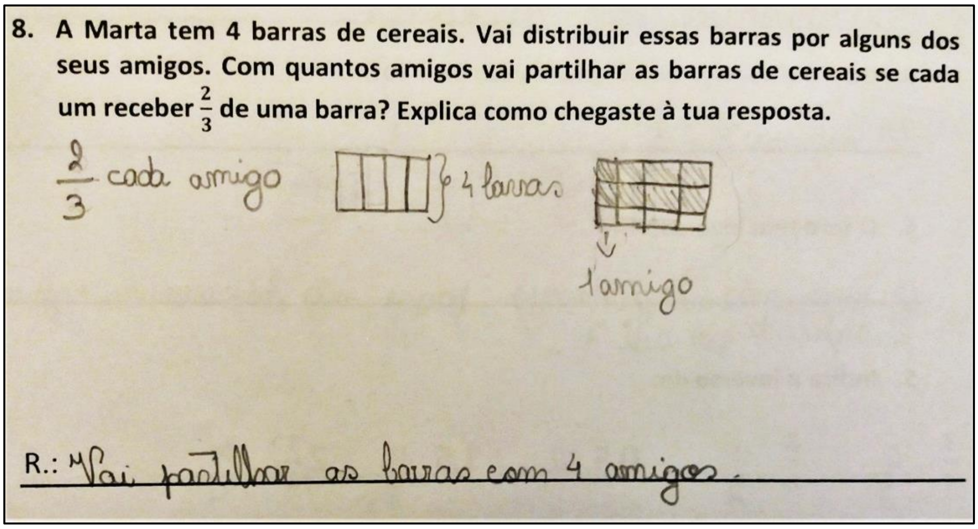


Figura 28 – Resolução 5 da tarefa 6

Contudo, nesta resolução (fig. 25) não se consegue saber a forma como o aluno descobriu o número seis, pois apenas comprova que se multiplicar seis pela fração, se obtém o número de barras total. Pode ter sido por tentativas e ter acertado numa primeira tentativa.

Houve um aluno que não conseguiu resolver a tarefa, apesar de ter tentado fazer um esquema (figura 26):


8. A Marta tem 4 barras de cereais. Vai distribuir essas barras por alguns dos seus amigos. Com quantos amigos vai partilhar as barras de cereais se cada um receber $\frac{2}{3}$ de uma barra? Explica como chegaste à tua resposta.

$\frac{2}{3}$ cada amigo

4 barras

1 amigo

R.: "Vai partilhar as barras com 4 amigos.

Figura 29 – Resolução 6 da tarefa 6

Pelo esquema apresentado, o que se entende é que o aluno possa ter pensado que, no contexto do problema, cada amigo ia comer dois terços de uma barra e que a Marta ia ficar com um terço de cada barra. O que eventualmente pode resultar do enunciado do problema, por referir a palavra "partilhar", poderá ter pensado que incluiria os amigos e a Marta.

A principal dificuldade detetada nesta tarefa foi na identificação da divisão do número inteiro pela fração.

Tarefa 7

Na primeira parte desta tarefa (anexo) pretendia-se que os alunos sombreassem a parte do diagrama que correspondesse ao resultado da divisão e para a segunda parte, que explicassem o significado dessa divisão.

Tabela 7 - Resultados obtidos na tarefa 7

Tarefa	Não resolveu	Resolveu parcialmente	Resolveu corretamente
7.1	36,4%	13,6%	50%
7.2	77,3%	18,2%	4,5%

Quanto à primeira parte da tarefa, metade dos alunos foram bem-sucedidos na resolução, sombreando a parte correta do diagrama e também mostraram os cálculos que efetuaram, mesmo que o enunciado não pedisse. Relativamente à segunda parte, os resultados foram os mais negativos de todas as tarefas, pois apenas um aluno conseguiu dar a resposta completamente correta, foram tidas em conta outras quatro respostas que estavam perto de estarem corretas, sendo consideradas na categoria de “resolveu parcialmente” (ver tabela 7).

O desempenho dos alunos foi positivo na primeira parte, mas oito alunos mostraram dificuldades, nesta primeira parte da tarefa, e três conseguiram resolver parcialmente, pois mostraram erros na resolução, apesar de apresentarem a resposta correta.

A estratégia que os onze alunos que resolveram corretamente utilizaram foi efetuar o cálculo da divisão, transformando-a numa multiplicação, ou seja, foram resoluções analíticas, para descobrir quantas partes iriam precisar, como mostra a seguinte figura 27:

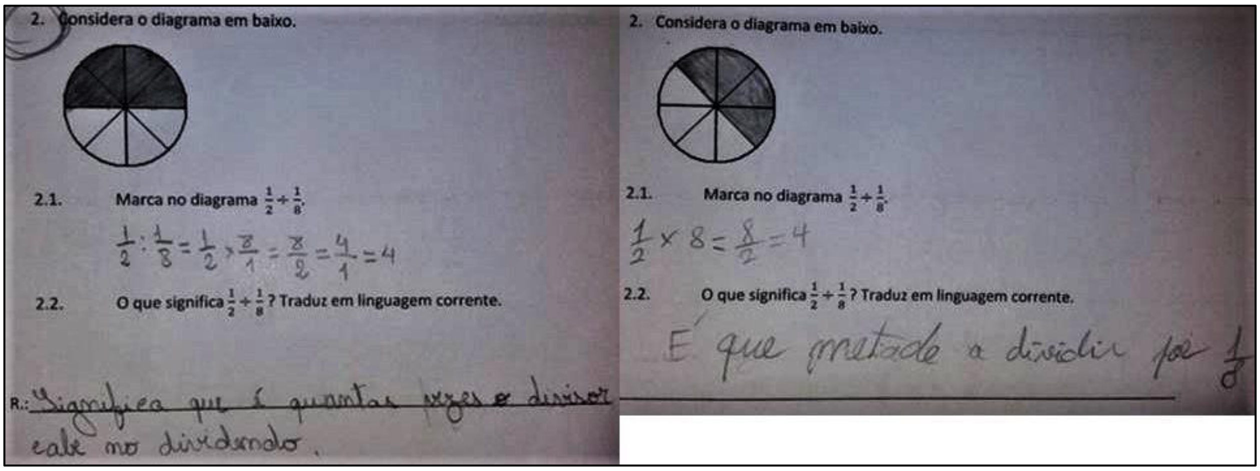


Figura 30 – Resolução 1 da tarefa 7

A resolução da esquerda da figura 27 mostra a única resposta correta à alínea 2.2. Sendo que a segunda figura mostra uma resposta que foi para a categoria de “resolveu parcialmente”.

Para a primeira parte da tarefa, os restantes modos de resolução foram: um aluno sombreou 5 partes, porém, os cálculos apresentados estavam corretos, como mostra a figura 28:

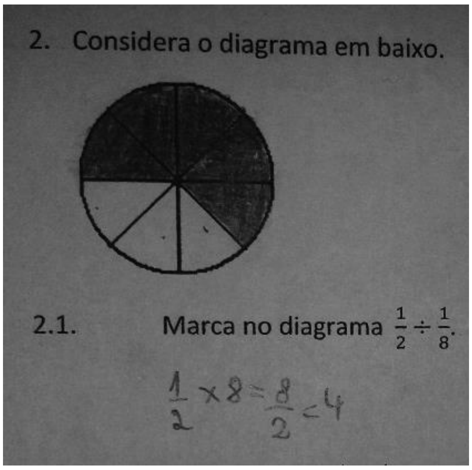


Figura 31 – Resolução 2 da tarefa 7

Outros cinco alunos resolveram de forma parecida, sombrearam metade de um oitavo, já marcado no diagrama, sendo que três deles sombrearam mais "levemente" as quatro partes correspondentes ao resultado, mas sombrearam mais forte metade de uma dessas partes, como se observa na figura 29:

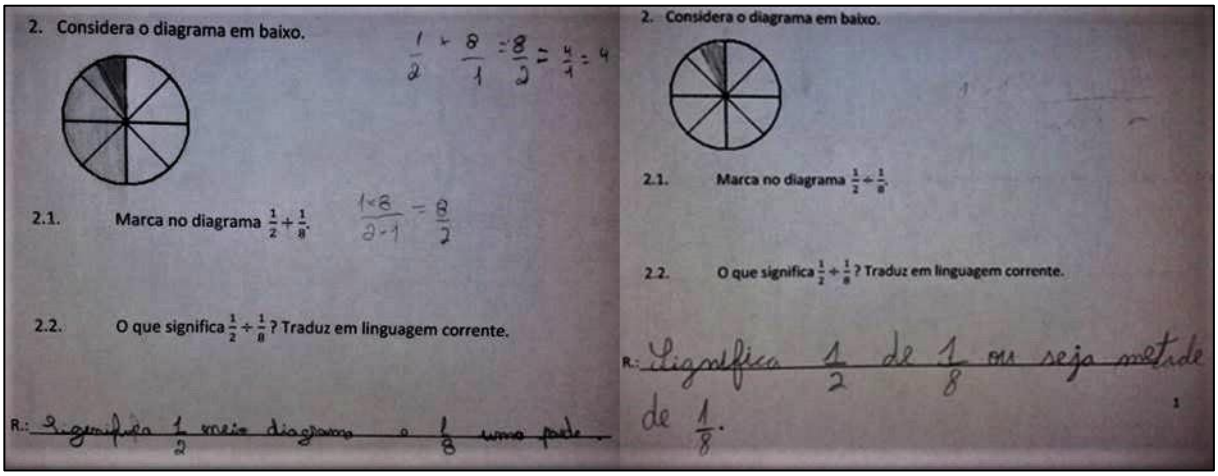


Figura 32 – Resolução 3 e 4 da tarefa 7

Todavia, na resolução do lado esquerdo da fig. 29, o aluno apresentou os cálculos corretos. É relevante referir que, na resolução da direita, o aluno respondeu à segunda questão que a divisão significa metade de um oitavo, ou seja, confundiu a divisão com a multiplicação, porém, foi exatamente o resultado dessa multiplicação que o aluno marcou no diagrama, que seria um dezasseis avos.

Houve um aluno que sombreou duas partes, sem mostrar nenhum cálculo e, por fim, quatro alunos, na tentativa de sombrear metade de 1/8, sombrearam "metade" de uma parte mas dividiram mal, ou seja, em vez de dividir o círculo por um dos seus raios, para dar exatamente metade, dividiram como mostra a figura 30, o que não está correto. Este aluno, tal como o aluno anterior, também confundiu a divisão com a multiplicação, como também se comprova através da resposta que deu à segunda questão.

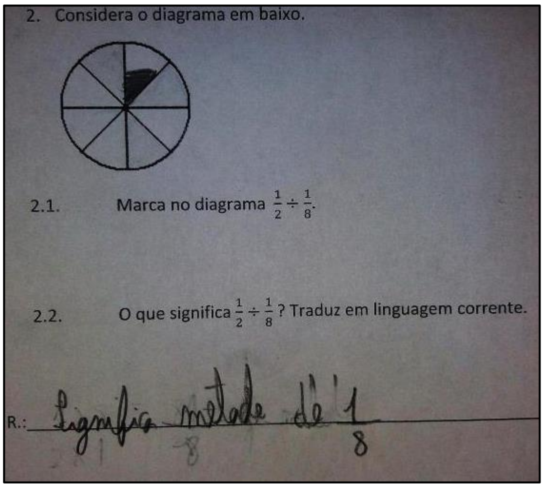


Figura 33 – Resolução 5 da tarefa 7

Os modos de resolução para a segunda parte da tarefa foram: quatro alunos deixaram em branco, sendo que dois deles tinham respondido corretamente à questão anterior de resolver a divisão; dois alunos mencionaram "distribuição" e "comparar um meio de um oitavo; seis alunos referiram que significa metade de um oitavo, como se de uma multiplicação se tratasse, quatro deles foram os que tentaram sombrear metade no diagrama, mas não sombrearam "metade" e os outros dois sombrearam metade de um oitavo corretamente; um aluno referiu que significa que a divisão é igual a quatro, o que é certo neste contexto, mas não era essa a resposta pretendida; um aluno respondeu que é como se tivéssemos meia piza a dividir por 8 pessoas, outra vez confundiram a divisão com a multiplicação; um aluno respondeu que ½ significa metade e 1/8 é uma parte da imagem (faltava referir a divisão entre esses números); um aluno respondeu corretamente que é metade a dividir por um de oito, mas no diagrama sombreou 5 partes, um aluno respondeu que é quantas vezes o divisor cabe no dividendo, está correto, mas podia ter acrescentado qual o divisor e qual o dividendo, nesta situação; dois alunos responderam que é metade a dividir por um oitavo; dois alunos responderam que um meio é dividido por um oitavo, um dele referiu o diagrama e o outro referiu "um meio do bolo…"; um aluno respondeu que um meio é meio diagrama e um oitavo é uma parte.

Na primeira parte, os alunos que acertaram foram explícitos, pois fizeram acompanhar a resolução com cálculos, para mostrarem o pensamento que fizeram para conseguirem resolver. Relativamente à segunda parte, devido ao nível de complexidade da questão, os alunos tiveram mais dificuldade em serem explícitos.

A principal dificuldade detetada nesta tarefa foi o facto de alguns alunos ainda confundirem o algoritmo da multiplicação com o da divisão e vice-versa.

De seguida, apresenta-se um diálogo com um aluno, acerca da sua resolução para esta tarefa:

> **Professora:** Aqui pediu para marcares no diagrama $\frac{1}{2}$ a dividir por $\frac{1}{8}$. Tens de marcar o resultado desta divisão. Então como pensaste para marcar as quatro partes?
> **Aluno:** Pensei que… Eu fiz aos bocadinhos. Primeiro marquei a metade e depois tinha de dividir por $\frac{1}{8}$.
> **Professora:** Ok. Então nessa metade quantos $\frac{1}{8}$ tinha?
> **Aluno:** $\frac{1}{8}$ não tinha nenhum. Eu tinha de dividir mais.
> **Professora**: Então repara, este diagrama já está dividido, certo? Cada parte corresponde a que fração do diagrama total?
> **Aluno**: $\frac{1}{8}$.
> **Professora**: E tu em metade quantos $\frac{1}{8}$ marcaste?
> **Aluno**: 4. Só tinha de marcar 1?!
> **Professora**: Porque só tinhas de marcar 1? Tu resolveste esta divisão, quanto é que deu?
> **Aluno**: Deu 4.
> **Professora**: Como é que fizeste? Passaste a divisão a…?
> **Aluno**: Multiplicação.

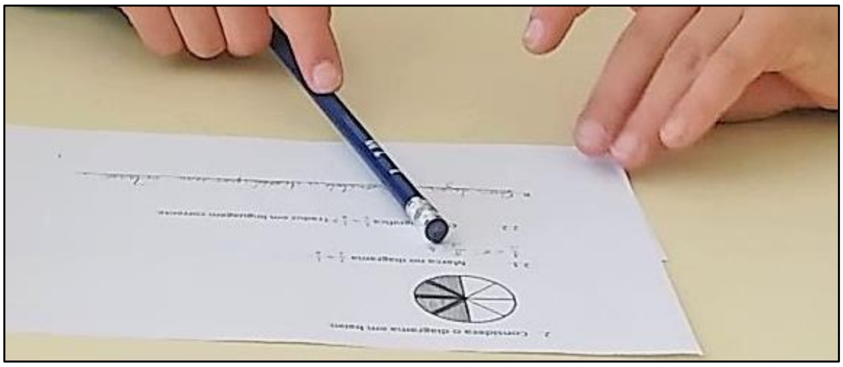


Figura 34 - Aluno explica a sua resolução da tarefa 7

No diálogo identifica-se que com o questionamento que fui fazendo com o aluno, ele até consegue responder corretamente, mas bastava contar os "$\frac{1}{2}$" que cabiam em "$\frac{1}{8}$", mas ele simplesmente utiliza a regra de transformar a divisão, numa multiplicação, ou seja, recorre ao algoritmo da divisão de frações.

De referir que, como se observa na figura 31, o aluno ia apontando com o lápis a sua resolução, enquanto explicava o que tinha feito.

Nesta tarefa, a resposta mais correta seria «quantas vezes $\frac{1}{8}$ cabe em $\frac{1}{2}$», ou «quantos $\frac{1}{8}$ há em $\frac{1}{2}$». Contudo, não houve nenhum aluno a responder exatamente desta forma. O que mais se aproximou foi o aluno que respondeu "quantas vezes o divisor cabe no dividendo".

CAPÍTULO VI – CONCLUSÕES

Este capítulo apresenta as principais conclusões, organizadas nas questões orientadoras que se delinearam para este estudo. Serão ainda referidas algumas das limitações identificadas neste estudo.

1. Principais conclusões do estudo

Como já referido, desenvolveu-se, durante a PES II, no âmbito do Mestrado em Ensino do 1º e 2º ciclos do Ensino Básico, este estudo que decorreu durante as aulas de matemática de uma turma do 5º ano de escolaridade. Este estudo pretendia identificar que conhecimentos os alunos revelam ao nível da multiplicação e divisão de números racionais positivos na forma de frações, identificando as estratégias utilizadas nas resoluções de tarefas propostas e as dificuldades que apresentaram. Para a sua concretização, foram definidas duas questões orientadoras para este estudo: Q.1. Que estratégias são evidenciadas pelos alunos, na resolução de tarefas que envolvem o conceito de multiplicação e divisão de números racionais não negativos? E Q.2. Como se podem caraterizar as principais dificuldades manifestadas pelos alunos, na resolução de tarefas de multiplicação e divisão de números racionais não negativos?

É importante referir que durante o ensino da multiplicação e da divisão recorreu-se sempre quer a modelos analíticos que a modelos visuais, para ajudar à compreensão das operações apresentadas.

Antes de responder às questões do estudo sintetizam-se os principais resultados obtidos ao nível das estratégias e das dificuldades manifestadas pelos alunos e descritas no capítulo anterior.

Apresenta-se na tabela 8, as principais estratégias que se identificaram para cada tarefa.

Tabela 8 – Principais estratégias usadas pelos alunos

Tarefa	Estratégias
1	Nesta tarefa, os alunos recorreram a resoluções analíticas. Para resolverem corretamente, na primeira alínea multiplicaram o número inteiro pela fração, recorrendo à interpretação da fração como operador. Na segunda alínea, também recorreram ao mesmo conceito de fração, porém, houve quem

	efetuasse a multiplicação por um número inteiro e houve quem multiplicasse por decimal, dependendo se o número se encontrasse em quilómetros ou em metro. Destaca-se a resolução de um aluno, que não efetuou cálculos, mas para marcar a fração na reta numérica, dividiu a reta no número de vezes correspondente ao denominador da fração, e contou o número de vezes correspondente ao numerador, conseguindo marcar corretamente a fração na reta sem recorrer a cálculos e descobrir o resultado que se pretendia com a multiplicação da fração pelo número inteiro.
2	Para a primeira alínea desta tarefa, os alunos recorreram maioritariamente à multiplicação de uma fração por um inteiro, de seguida à adição de frações e também houve alunos que recorreram a desenhos, utilizando o conceito de fração como parte-todo. Na segunda alínea, recorreram à multiplicação entre duas frações, à fração por um inteiro e também a esquemas que os levaram à fração correta.
3	Os alunos que resolveram corretamente esta tarefa, resolveram analiticamente, transformando o numeral misto em fração simples e efetuando a divisão dessa fração pelo número dez.
4	As estratégias utilizadas nesta tarefa foram: modelo circular, barra retangular, cálculo da divisão de uma fração por um inteiro. Sendo a estratégia mais utilizada nas resoluções o recurso ao modelo circular complementado com a operação divisão.
5	Na resolução desta tarefa, as estratégias pictóricas predominaram nas resoluções dos alunos, houve quem desenhasse retângulos, de forma a utilizar o conceito parte-todo, houve quem recorresse ao modelo circular complementado com cálculos e houve quem utilizasse uma barra retangular.
6	A resolução mais utilizada nesta tarefa foi visual, pois a própria tarefa pedia uma resolução mais intuitiva, sendo o recurso a um modo analítico de resolver mais difícil. Os alunos conseguiram resolver a tarefa corretamente apenas com o recurso aos desenhos de barras retangulares, mas também houve alunos que mostraram cálculos, complementando os desenhos.
7	Nesta tarefa, os alunos tinham de sombrear o resultado duma divisão, ou seja, mostrar que sabem representar a fração como parte-todo e que entendem o conceito de divisão. Na primeira alínea, os alunos mostraram os cálculos da divisão para sombrear corretamente, ou seja, resolveram analiticamente uma tarefa que poderia ter sido resolvida de forma intuitiva, sem o recurso a cálculos. À segunda alínea, apenas um aluno acertou completamente, colocando que a divisão significa "quantas vezes o divisor cabe no dividendo".

Em algumas tarefas onde a percentagem de resoluções corretas é baixa pode deve-se também ao facto de, em várias aulas em que as tarefas eram efetuadas no final da aula, os alunos que demoravam mais tempo a resolver não tinham tempo suficiente para terminá-las.

Como se pode observar, os alunos recorreram frequentemente a resoluções visuais (pictóricas), mas, na maior parte das vezes, fizeram acompanhar essas resoluções de cálculos. Apesar de terem sido resolvidas tarefas apenas recorrendo a modelos visuais durante as aulas, o facto de os alunos complementarem os desenhos com cálculos, transparece o pensamento, por parte dos alunos, de que os modelos não são suficientes para terem a tarefa completamente correta.

Apresenta-se na tabela 9 as principais dificuldades encontradas ao longo das resoluções das tarefas.

Tabela 9 – Principais dificuldades encontradas nas resoluções das tarefas

Tarefas	Dificuldades
1	Houve poucas dificuldades na resolução desta tarefa, visto a baixa percentagem de alunos que não resolveu. Contudo, houve alunos que revelaram algumas dificuldades: não identificaram a multiplicação que era necessária para descobrir o número que tinham de marcar na reta ou não descobriram outra forma mais intuitiva de marcar o número. Houve alguma dificuldade em entender que a fração que aparece no enunciado é operador, pois houve alunos que marcaram essa fração na reta, sem efetuar os cálculos e também houve um caso em que marcou na reta um meio como sendo 1,5. Na alínea dois, também houve um caso de marcar a fração um quarto no lugar do número 1, pois de facto era um em quatro, mas revelou dificuldade em entender os pontos na reta numérica.
2	Na primeira alínea desta tarefa, não houve nenhuma dificuldade revelada, quanto à segunda alínea, eventualmente houve uma má interpretação do enunciado, por distração dos alunos, pois houve alunos que erraram por multiplicarem a fração por 1 (e por 2) em vez de $\frac{1}{2}$. Os alunos que erraram dessa forma, pelo menos mostraram que entenderam que a fração $\frac{1}{4}$, nesta contexto, tinha a função de operador.
3	A principal dificuldade nesta tarefa deve-se ao facto de alguns alunos não terem sido capazes de transformar o numeral misto em fração simples ou em número decimal, para depois efetuarem a divisão. Por outro lado, houve alunos que passaram o numeral misto a uma fração simples, mas não identificaram a divisão.
4	Nesta tarefa a principal dificuldade dos alunos recaiu na divisão do modelo circular que utilizaram, em vez de dividirem em 6 partes, alguns dividiram em 8.
5	Alguns alunos mostraram dificuldade nas suas resoluções com recurso a modelos visuais, eventualmente não foram capazes de mostrar, através dos seus desenhos, o que pensaram para resolver.
6	A dificuldade sentida nesta tarefa foi a identificação da divisão do número inteiro pela fração, pois os alunos apenas conseguiram resolver de forma intuitiva, através de modelos visuais.
7	A dificuldade nesta tarefa recai no facto dos alunos ainda não dominarem o significado do conceito d divisão.

De seguida, apresentam-se as principais conclusões organizadas nas duas questões do estudo.

Q.1. Que estratégias são evidenciadas pelos alunos, na resolução de tarefas que envolvem o conceito de multiplicação e divisão de números racionais não negativos?

Apesar de se ter privilegiado a parte visual durante as aulas em que se lecionou os conceitos referidos, os alunos, na resolução dos problemas, optaram muitas vezes por recorrer a processos analíticos, ou seja, resolvendo as tarefas utilizando propriedades e operações com os racionais, recorrendo a cálculos.

Como já foi referido, os alunos mostraram uma tendência de complementar os desenhos com cálculos, o que mostra flexibilidade de pensamento, apresentando resoluções mais completas e mais explícitas.

Porém, entende-se que, eventualmente, os alunos julguem que se apresentarem uma resolução apenas baseada em desenhos, sem os cálculos, não seja suficiente para que a tarefa seja considerada resolvida. Ou então, os alunos sentem-se mais confortáveis em efetuar cálculos. Este facto pode dever-se à pouca utilização dos modelos visuais durante o percurso escolar dos alunos ou, tal como afirma Arcavi (1999, citado em Vale e Barbosa 2017), as resoluções que fazem uso crucial de figuras, diagramas, gráficos ou outras formas não linguísticas de representação, ou seja, mais visuais, ainda não são completamente aceites pelos professores, apesar das representações visuais serem legítimas, muitas vezes porque as suas potencialidades ainda são desconhecidas por eles.

No entanto, uma imagem visual traduz grande parte das informações relacionadas com determinada situação, o que permite compreender e/ou explicar um conceito mais rapidamente do que uma sequência de palavras (e.g. Vale & Barbosa, 2017). As caraterísticas visuais de uma tarefa são uma mais-valia para os alunos chegarem à resolução de uma forma mais simples, evitando os procedimentos e conceitos matemáticos, que podem complicar a sua resolução.

De acordo com alguns autores Polya, (1945), Presmeg, (2014, citado em Vale e Barbosa, 2017), as representações visuais fazem frequentemente parte de estratégias que permitem soluções poderosas e criativas. Contudo, apesar de diferentes recomendações que sublinham o poder das abordagens visuais, ainda não são comuns nas experiências matemáticas dos alunos.

As resoluções visuais são as mais adequadas para certos problemas, tendo a função de, em muitos casos, abrirem caminho para a resolução simbólica. Porém, para grande parte dos alunos, estas resoluções são consideradas mais difíceis, pois durante o percurso escolar, estão acostumados a resoluções mais analíticas. Muitas vezes, tem-se a ideia, errada, de que optar por uma resolução visual requer menos conhecimentos matemáticos, o que também é errado, pois é necessário saber as propriedades e ter os conhecimentos necessários a se poder aplicar essas resoluções.

As produções escritas apresentadas, de modo geral, são pouco reveladoras do modo como os alunos pensaram, pois, na escrita, os alunos têm dificuldade em explicar escrevendo os processos de pensamento utilizados.

Durante as conversas com os alunos sobre as tarefas, recorriam a gestos, apontando aspetos das resoluções, enquanto explicavam, ou seja, os alunos recorriam às suas representações para as mostrar, comentar ou discutir com o professor, eventualmente devido à ligação que existe entre as representações visuais com o discurso matemático. De acordo com Vale (2017), as resoluções visuais são, em muitos casos, as mais simples e elegantes. Nesses casos, uma abordagem mais analítica poderá ser mais complicada (como é o caso da tarefa 6 em que nenhum aluno recorreu à forma analítica), e muitas das vezes conduz a resoluções menos intuitivas e propícias a mais erros.

Na tarefa 6, todos os alunos recorreram a modelos visuais, pois era uma tarefa mais intuitiva, em que uma resolução de forma mais analítica seria complicada, pois a tarefa em si, requer uma abordagem mais "imediata".

As tarefas 4 e 5 também apelavam a uma abordagem mais intuitiva, sem recurso a expressões analíticas, todavia, nestas duas tarefas, as expressões eram mais fáceis de descobrir e de efetuar, portanto, os alunos, apresentaram-nas nas suas resoluções, complementando as representações visuais.

De um modo geral, os alunos utilizaram tanto as expressões analíticas, como recorram a modelos visuais, sendo que muitas vezes as duas abordagens apareciam como complementares, paralelas, como já referido.

Pode-se, portanto, afirmar que os alunos foram flexíveis nas estratégias que utilizaram, pois, muitas vezes, combinavam mais do que um tipo de estratégia (modelo e símbolos), o que, de acordo com Keijzer (2003, citado em Ventura 2013) é uma característica do processo de matematização.

Numa primeira fase, a resolução visual é mais fácil de compreender pelos alunos do que a resolução analítica. Torna-se importante que o professor trabalhe em simultâneo as resoluções mais numéricas e as mais visuais, mostrando a correspondência entre as duas, de modo a dar significado às expressões matemáticas e às palavras envolvidas. Posteriormente será o aluno a optar pela melhor estratégia (Vale & Barbosa, 2017).

Q.2. Como se podem caraterizar as principais dificuldades manifestadas pelos alunos, na resolução de tarefas de multiplicação e divisão de números racionais não negativos?

O desempenho dos alunos na resolução das tarefas propostas mostra, de modo geral, que estes possuem os conhecimentos básicos sobre multiplicação e divisão de números racionais, sobretudo na forma de fração. Estes conhecimentos, contudo, são mais de natureza procedimental do que conceitual.

As principais dificuldades detetadas, quer nas produções escritas dos alunos às tarefas, quer durante as aulas, recaíram na identificação da operação que precisavam de efetuar para resolver a tarefa.

Creio que era mais fácil para o aluno se a tarefa requeresse uma abordagem mais intuitiva, que pudesse ser resolvida através de modelos, pois se fosse uma tarefa em que fosse necessário resolver analiticamente, os alunos mostravam mais dificuldade, quer na identificação da operação a efetuar, quer durante os cálculos. De acordo com Arcavi (2003, citado em Vale e Barbosa 2017) a visualização pode acompanhar a construção de uma representação simbólica, uma vez que uma imagem, pela sua vertente concreta, pode ser determinante no auto convencimento e na sensação de validade quase imediata. Neste sentido, a associação das representações visuais às notações numéricas e aos "problemas de palavras" tem sido considerada uma forma crucial de demonstrar conhecimento conceitual dos números racionais, o que frequentemente está em falta nos alunos (e.g. Lesh et al., 1987, citado em Vale e Barbosa, 2017)

Na tarefa 2, houve casos de alunos que optaram por uma adição consecutiva da mesma fração em vez de multiplicar, o que, segundo Pinto (2011), dados da investigação sugerem que muitos alunos têm dificuldade em relacionar o seu conhecimento sobre frações com o sentido de operação e ainda recorrem a estratégias aditivas em situações onde são exigidas estratégias multiplicativas.

Os alunos também mostraram dificuldade em entender o significado em que a fração aparecia no contexto das tarefas (parte-todo, operador…). Contudo, de modo geral, a turma conseguiu consolidar o modo de efetuar o algoritmo da multiplicação entre frações ou entre uma fração e um inteiro e também a divisão, como operação inversa da multiplicação.

Em síntese, ao longo das tarefas, pode concluir-se que, no geral, os alunos foram capazes de utilizar a divisão entre frações ou entre um número inteiro e uma fração, porém, apesar de dominarem o algoritmo, ainda não dominavam o seu significado.

2. Limitações do estudo

Relativamente às limitações sentidas durante a concretização do estudo, destaca-se o facto do duplo papel de professora/investigadora, sendo que é difícil desempenhar os dois papéis simultaneamente. O papel de professora sobrepôs-se, pois durante as aulas, era difícil tomar notas ao mesmo tempo em que se lecionava e também não havia hipótese de registar diálogos com os alunos sobre as tarefas que estavam a resolver, pois havia uma maior preocupação, no papel de professora, em conseguir aprofundar os conteúdos que estavam a ser lecionados e verificar se os alunos estavam a entendê-los. Portanto, o recurso a filmagens e às produções escritas dos alunos foi essencial para a recolha de dados.

A complexidade do tema também exigiu uma preocupação com a compreensão dos diferentes conceitos a lecionar, o que reforça a ideia expressa que a professora se sobrepôs à investigadora, com todas as implicações que teve para a profundidade na recolha de dados.

Outra limitação é o tema em si, que ainda é um tema pouco estudado em Portugal, tornando difícil sustentar os resultados deste estudo com outros já analisados.

PARTE III – REFLEXÃO FINAL

Nesta parte é apresentada uma reflexão global da Prática de Ensino Supervisionada, evidenciando as aprendizagens ao longo deste percurso, as dificuldades sentidas e as formas de solucionar as adversidades.

1. Reflexão da Prática de Ensino Supervisionada

Durante todo o meu percurso académico, foi a Prática de Ensino Supervisionada que me trouxe maior capacidade de encarar a minha futura profissão. Não desvalorizando o restante percurso, penso que não é suficiente possuirmos o conhecimento da teoria, é também necessário saber como pôr em prática esses conhecimentos. No meu caso, ser professora, requer não só o conhecimento dos conteúdos a lecionar, mas também o conhecimento das metodologias e as melhores formas de transmitir esses conteúdos aos alunos.

As recomendações da formação de professores segundo Albuquerque et al. (2008) enfatizam a importância do desenvolvimento da compreensão aprofundada da matemática que se vai ensinar, o conhecimento da natureza desta ciência e a capacidade de continuar a aprender.

Como aprendi nesta prática, a melhor metodologia nunca é uma só, deve se adaptar vários fatores, que influenciam por exemplo a turma, o contexto, etc.

O meu estágio no primeiro ciclo foi realizado em mobilidade Erasmus, o que foi uma experiência muito enriquecedora. A minha prática realizou-se no colégio “La Salle”, que está localizado a 6 Km de Valência e pertence à localidade chamada Paterna. Este colégio é religioso e “concertado”, é de natureza privada, mas apenas parte dos gastos é financiada pelos pais dos alunos e outra parte é subvencionada.

A zona envolvente do colégio é calma. O colégio tem excelentes condições e transmite um clima de paz e hospitalidade. Dentro do recinto existe uma igreja, o que aumenta o contacto com a comunidade local. Também existe um museu de história natural: “Museo de Ciencias Naturales Hermano León”. Outra mais-valia deste colégio é a existência de um teatro "Teatro del Colegio La Salle de Paterna".

Relativamente à relação da escola com as famílias, notei que há muito boa comunicação entre ambas. O “tutor”, que é o professor responsável pela turma e que leciona a maioria das disciplinas, comunica à família tudo que se passa com o aluno que tenha especial relevância e há diversas formas de contacto, quer seja por correio eletrónico ou pela “agenda” (caderneta) do aluno. Esta “agenda” é um material didático bastante interessante, pois cada aluno usava a agenda para marcar os trabalhos de casa, as datas dos testes e outros acontecimentos. Parece-me muito importante que comecem nestas idades a usarem a agenda como forma de organizarem o seu trabalho escolar e as suas responsabilidades.

O tutor também se reúne com os encarregados de educação uma vez a cada trimestre, a família é muito participativa na vida escolar das crianças e estão sempre a par do que se passa na escola.

Estive 4 meses com uma turma do 3º ano de primária. Em Espanha, do 1º ao 6º ano chama-se primária. Contudo, como eu precisava da experiência de "1º ciclo", tivera de estar com uma turma que correspondesse a um ano entre o 1º e o 4º ano de primária.

A turma era constituída por 30 alunos que estavam em 6 grupos de 5 alunos. Os grupos não eram escolhidos aleatoriamente, cada grupo era formado por pelo menos um bom aluno e um aluno com maior dificuldade e os restantes com capacidades intermédias. Os elementos do grupo também tinham determinadas tarefas, como por exemplo ser o responsável por verificar se os restantes elementos terminaram as tarefas que o professor mandou fazer. Estas responsabilidades dos elementos do grupo eram alteradas a cada semana.

La Salle recomendava escolher entre os alunos, os mais capazes e os mais estudiosos, que seriam encarregados da vigilância, de fazer os outros repetirem as lições do professor, além de repreender os alunos quando estes se descuidavam de seus deveres.

A forma de ensino era muito bem estruturada, seguindo sempre os manuais próprios do colégio, portanto foi relativamente fácil eu me adaptar à forma de ensinar. Na minha primeira semana de estágio comecei por dar as aulas de artes "Arts and Crafts", que eram em inglês, visto ser um colégio de línguas. Depois, na segunda semana comecei a dar as aulas de inglês, que eram com outra professora que não era o tutor. Na terceira semana comecei a dar as aulas de "matemáticas" e de "lengua castellana". Posteriormente, o tutor indicava-me com alguma antecedência as aulas que eu tinha de lecionar. Também ajudava na correção dos testes e fazia as cotações. A turma tinha uma aluna com dislexia, portanto muitas vezes eu sentava-me ao lado dela para ajudá-la nas tarefas, apesar das dificuldades esta aula era muito trabalhadora e motivada.

No final do estágio custou-me ter de me despedir desta turma, pois após estes 4 meses tinha criado uma ligação forte com a turma e já os conhecia a todos muito bem e sabia como lidar com cada um deles.

Penso que ter tido a oportunidade de estagiar neste contexto tão diferente do que eu estava habituada e com um método de ensino próprio (método lasaliano), concedeu-me uma experiencia marcante e uma boa preparação e visão para o trabalho como professora.

No segundo semestre, de volta a Portugal, o meu estágio realizou-se numa escola EB 2/3 do concelho de Viana do Castelo.

Passei de um contexto para outro totalmente diferente. Porém, rapidamente me adaptei às turmas e à escola.

A parte mais difícil deste estágio era o facto de estarmos a lecionar duas disciplinas e, simultaneamente, a planear as aulas das outras duas disciplinas que tínhamos de lecionar. Pois, enquanto estávamos a lecionar as disciplinas havia sempre muito trabalho a fazer, por vezes tínhamos de alterar as aulas planeadas e fazer novos materiais didáticos ou tarefas.

As planificações das aulas têm muita importância na organização do trabalho pedagógico do professor, apesar de serem trabalhosas, acabam por facilitar o trabalho do professor na prática, dando eficácia à sua ação. As planificações eram corrigidas pelos professores cooperantes e supervisores previamente. Estas correções eram uma grande ajuda e as dicas eram essenciais para a nossa boa prática.

É importante os professores planearem as suas aulas, em vez de se basearem em seguir um livro didático, pois se se limitarem a administrar o livro escolhido, deixam de planear segundo a realidade e o contexto dos seus alunos.

Para Moretto (2007, p.100) “Há, ainda, quem pense que sua experiência como professor seja suficiente para ministrar suas aulas com competência.” Na minha opinião, quem pensa assim desconhece as vantagens do planeamento, tal como desconhece as vantagens de saber adaptá-lo a cada comunidade escolar, respeitando a sua cultura e as suas necessidades. Pois ensinar não é apenas transmitir conhecimentos, como já referi no início desta reflexão.

Este estágio fez-me ver que os planos de aula são fundamentais, especialmente para quem está no início de carreira, pois faz-nos sentir mais confiantes para dar as aulas. Também é fundamental focarmo-nos nos objetivos de cada atividade, pois tendo em conta o que se pretende levar o aluno a alcançar com determinada tarefa, é-nos mais fácil guiá-los a esse objetivo.

Muitas vezes, as aulas não decorriam de forma como tinha planeado, ou como as tinha organizado mentalmente, pois acontecem sempre imprevistos, e, como professora iniciante ainda me era muito difícil contornar essas situações. Porém, penso que com a prática a criatividade e a intuição torna-se mais aguçada e será mais fácil para conseguir gerir as situações que não correm segundo as minhas expectativas ou da forma que tinha planeado/pensado.

Para mim, o mais difícil deste estágio foi o facto de que apesar de as aulas estarem planeadas, cada aula é uma "incógnita", e o plano de aula é a base para saber o que tem de ser lecionado e os conteúdos que devem ser trabalhados. Porém, sendo uma "incógnita", nem sempre é possível cumprir o plano de aula e é necessária muita prática e muita capacidade de gestão para que a aula seja significativa para os alunos daquele momento, daquele contexto, com as suas necessidades próprias. Senti em muitas situações que é difícil gerir a aula no sentido de manter o plano e lecionar os conteúdos previstos ou então dar outro rumo à aula, se os alunos mostrarem necessidade de aprender outro conteúdo relacionado que seja igualmente importante para o currículo.

O certo a fazer é conduzir a aula no sentido de suprir as dúvidas dos alunos, pois o ensino deve ser significativo. Espero que com a prática me torne uma melhor profissional neste sentido, de conseguir gerir as minhas aulas consoante o que os alunos precisem para aprender cada vez mais e melhor.

Posso concluir que o planeamento não deve ser usado estritamente como um regulador das ações, mas como uma base para a tomada de decisões, as resoluções de problemas e na escolhas dos caminhos a serem percorridos partindo do senso comum até atingir as bases científicas.

Após cada aula, era feita uma reflexão da mesma, o que era para mim um ótimo momento para refletir sobre o que tinha corrido menos bem e pensar nas formas de melhorar e ultrapassar as minhas dificuldades. Penso que as reflexões são um ótimo meio de vincar as aprendizagens feitas durante a prática.

Entre todos os saberes necessários à prática educativa, é, segundo Freire (1996) "[…] na formação permanente dos professores, o momento fundamental é o de reflexão sobre a prática."

Quando uma atividade não corre bem, ou não corre da forma prevista, é necessário refletir sobre o que levou a que isso acontecesse e corrigir o erro, mudar a atividade ou a forma como foi implementada. O objetivo das reflexões é a mudança, ou seja, após analisar os motivos que levaram a algo não correr bem na prática é necessário corrigir o erro.

Durante o planeamento das aulas, era necessário consultar o currículo para definir claramente os objetivos que pretendia alcançar e as competências que os meus alunos deviam desenvolver. Contudo, é também necessário ligar os conteúdos a desenvolver aos seus objetivos sem perder de vista a realidade dos alunos. Penso que na maioria das vezes estive mais preocupada com os objetivos, portanto tenho que pensar mais na realidade dos alunos e adaptar as tarefas a todos e a cada um.

Outro aspeto que senti alguma dificuldade, principalmente na disciplina de português, foi em manter o "fio condutor" da aula, apresentando os conteúdos de forma organizada e estruturada. Não era por falta de preparação prévia, mas pelo nervosismo do momento que me levava a não conseguir manter a organização que havia pensado previamente.

Também preciso melhorar a minha capacidade de alterar o seguimento da aula quando vejo que os alunos demonstram falta de motivação, ou que o nível da atividade seja mais difícil que o esperado ou por falta de tempo.

Todo este ano de Prática de Ensino Supervisionada também me fez refletir sobre as competências profissionais que um professor deve ter: evidenciar cultura; capacidade de trabalhar em equipa, preocupar-se com o contexto, educar em valores.

Durante a PES II tive contacto com 5 turmas diferentes, uma do 3º ano, duas do 5º ano e duas do 6º, o que me ajudou a saber manter relações adequadas com os alunos, baseadas na confiança e respeito mútuo. Senti o complicado que é saber como tratar cada pessoa com equidade, pois todos somos diferentes e é necessário conhecer cada aluno para saber que tipo de relação manter com ele. Penso que consegui ser bem-sucedida e reagir de forma correta perante comportamentos menos adequados dos alunos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Albuquerque, C., Veloso, E., Rocha, I., Santos, L., Serrazina, L., & Nápoles, S. (2008). *A Matemática na Formação Inicial de Professores.* Lisboa: APM.

Arcavi, A. (2006). El desarrollo y el uso del sentido de los símbolos. In I. Vale, T. Pimentel, A. Barbosa, L. Fonseca, L. Santos & P. Canavarro (Orgs.), *Números e Álgebra na aprendizagem da matemática e na formação de professores*. (pp.29-48). Lisboa: SEM-SPCE.

Behr, M., Lesh, R., Post, T., & Silver, E. (1983). Rational number concepts. In R.A. Lesh & M. Landau (Eds.), *Acquisition of mathematics concepts and processes* (91-126). Orlando, FL: Academic Press.

Brocardo, J. (2010). Trabalhar os números racionais numa perspetiva de desenvolvimento do sentido do número. *Educação e Matemática*, 109, 15 – 23.

Brocardo, J., Serrazina, L. & Kraemer, J. (2003). Algoritmos e sentido do número. *Educação e Matemática, 75*, 11-15.

Brown, B. (2015). The relational nature of rational numbers. *Pythagoras, 36*(1), 1-8.

Canavarro, P., Oliveira, H., & Menezes, L. (2012). Práticas de ensino exploratório da matemática: o caso de Célia. In Canavarro, P., Santos, L., Boavida, A., Oliveira, H., Menezes, L., & Carreira, S. (Orgs), *Actas do Encontro de Investigação em Educação Matemática 2012: Práticas de Ensino da Matemática.* Portalegre: SPIEM.

Canelas, A. (2017). Resolução de problemas com números racionais (Dissertação de doutoramento). Setúbal: Instituto Politécnico de Setúbal.

Cardoso, J. (2016). Ensinar frações no 5º ano de escolaridade (Dissertação de doutoramento). Setúbal: Instituto Politécnico de Setúbal.

Cardoso, P., & Mamede, E. (2017). *Dificuldades em ensinar frações no 1. º Ciclo do Ensino Básico.* Braga: Universidade do Minho.

Cid, E., Godino, J.D. e Batanero, C. (2004). Sistemas Numéricos para Maestros. In: Godino, Juan. *Matemáticas para Maestros: Manual para el Estudiante.* Granada.

Cohen, L., Manion, L., & Morrison, K. (2011). *Research Methods in Education.* London: Routledge.´

Freire, P., *Pedagogia da Autonomia: Saberes necessários à prática educativa.* São Paulo: Paz e Terra, 1996.

Gabriel, F., Coché, F., Szucs, D., Carette, V., Rey, B., & Content, A. (2013). A componential view of children's difficulties in learning fractions. *Frontiers in psychology, 4*, 715.

Lamon, S. (2007) Rational numbers and proportional reasoning. In F. Lester (Ed), *Second handbook ok mathematics teaching and learning* (pp 629-667). Greenwich, CT: Information Age Publishing.

Mamede, E. (2015). Exploring young children's reasoning and naming of fractions. *BSRLM Proceedings.* Braga: Universidade do Minho.

Mamede, E., & Oliveira, M. (2012). Promoting the power of mathematics: children learning fractions with understanding. *Quaderni di Ricerca in Didattica: Mathematics, 1*(22), 356-360.

Mamede, E., & Silva, A. (2012). Exploring partitive division with young children. In B. Maj-Tatsis, Konstantinos Tatsis, *Generalization in mathematics at all educational levels* (pp. 113 – 122). Rzeszów: Wydawnictwo Uniwersytetu Rzeszowskiego.

Matos, J. M. & Serrazina, L. (1996). *Didáctica da Matemática.* Lisboa: Universidade Aberta.

Ministério da Educação (2004). *Organização curricular e programas* (4.ª edição). Lisboa: Ministério da Educação.

Ministério da Educação (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: ME - DGIDC.

Ministério da Educação (2013). *Programa e Metas Curriculares de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação.

Monteiro, C., & Pinto, H. (2005). A aprendizagem dos números racionais. *Quadrante,* 14 (1), 89- 108.

Monteiro, C. & Pinto, H. (2007). *Desenvolvendo o sentido do número racional.* Lisboa: APM.

Monteiro, C., Pinto, H. & Figueiredo, N. (2005). As frações e o desenvolvimento do sentido do número racional. *Educação e Matemática, 84*, 47-51.

Morais, C., Cerca, R., Quaresma, M., & da Ponte, J. P. (2014). Os números racionais no 2. º ano: um estudo diagnóstico. In M. H. Martinho, RA, Tomás Ferreira, AM Boavida, & L. Menezes (Eds.), *Atas do XXV Seminário de Investigação em Educação Matemática*, (pp. 91-109). Lisboa: SPIEM.

Moretto, Vasco Pedro. *Planejamento: planejando a educação para o desenvolvimento de competências.* Petrópolis, RJ: Vozes, 2007.

Moss, J., & Case, R. (1999). Developing children's understanding of the rational numbers: A new model and an experimental curriculum. *Journal for research in mathematics education*, 122-147.

National Council of Teachers of Mathematics (2007). Princípios e normas para a Matemática escolar. Lisboa: APM.

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2014). *Principles to actions: Ensuring mathematical success for all.* Reston: NCTM

Obersteiner, A., & Tumpek, C. (2016). Measuring fraction comparison strategies with eye-tracking. *ZDM*, *48*(3), 255-266.

Pinto, H. (2004). *Aprendizagem do conceito de número racional no 2º ciclo do ensino básico, no contexto da Matemática Realista* (Tese de Mestrado). Lisboa: Universidade Aberta.

Pinto, H. (2011). *O desenvolvimento do sentido da multiplicação e da divisão de números racionais* (Tese de Doutoramento). Lisboa: Instituto da Educação da Universidade de Lisboa.

Ponte, J. (2005). Gestão curricular em Matemática. In APM, *O professor e o* desenvolvimento curricular (pp. 11-34). Lisboa: APM.

Ponte, J. P., Serrazina, L., Guimarães, H. M., Breda, A., Guimarães, F., Sousa, H., Menezes, L., Martins, M. E., & Oliveira, P. (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico.* Lisboa: Ministério da Educação/DGIDC.

Serrazina, M. D. L., Barbosa, A., Caseiro, A., Ribeiro, A., Monteiro, C., Loureiro, C., ... & Menezes, L. (2014). *O conhecimento matemático dos estudantes no início da licenciatura em educação básica: um projeto envolvendo três escolas superiores* *de educação*. Formação inicial de professores e educadores, 115-131. Lisboa: Instituto Politécnico de Lisboa.

Simões, A. R. H. S. (2016). *Desafios 2012: a noção de número racional em alunos do 4º ano de escolaridade* (Dissertação de mestrado). Leiria: Instituto Politécnico de Leiria.

Stein, M. K., & Smith, M. S. (1998). Mathematical tasks as a framework for reflection: From research to practice. *Mathematics Teaching in the Middle* School, 3, 268–275.

Stein, M., & Smith, M.(2009). Tarefas matemáticas como quadro para a reflexão: Da investigação à prática (artigo original publicado em 1998). *Educação e Matemática, 105*, 22–28.

Vale, I. & Barbosa (prelo). Os modelos visuais na resolução de problemas com números racionais e os futuros professores de matemática. In E. Mamede, H. Pinto e C. Monteiro (Eds), *Contributos para o ensino e aprendizagem de números racionais no ensino básico.*

Vale, I. (2004). Algumas notas sobre investigação qualitativa em educação matemática, o estudo de caso. *Revista da Escola Superior de Educação, 5*, 171-202.

Vale, I. (2017) Resolução de Problemas um Tema em Contínua Discussão: vantagens das Resoluções Visuais. In L. de la Rosa Onuchic, L. C. Leal Junior & M. Pironel (Org), *Perspetivas para a Resolução de Problemas* (pp. 131 – 162). S. Paulo, Brazil: Editora Libraria da Física.

Vale, I., & Pimentel, T. (2004) Resolução de Problemas. In P. Palhares (coord). *Elementos da Matemática para professores do ensino básico* (pp. 7 – 51). Lisboa: Lidel

Vale, I., & Pimentel, T. (2012). Um novo-velho desafio: da resolução de problemas à criatividade em Matemática. In A. P. Canavarro, L. Santos, A. M. Boavida, H. Oliveira, L. Menezes, & S. Carreira (Eds.), *Investigação em Educação Matemática (2012): Práticas de Ensino da Matemática*, pp. 347-360. Portalegre: SPIEM

Ventura, H. & Oliveira, H 4. Uma abordagem paralela das várias representações dos números racionais através de tarefas que promovem o modelo da barra numérica por Hélia Ventura, Hélia Oliveira. In J. P. da Ponte (2014) *Práticas profissionais* *dos professores de Matemática*. Lisboa: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa

Ventura, H. M. G. L. (2013). *A aprendizagem dos números racionais através das conexões entre as suas representações: uma experiência de ensino no 2º ciclo do ensino básico* (Tese de Doutoramento). Lisboa: Universidade de Lisboa

ANEXOS

Anexo 1 – Autorização

Estimado(a) Encarregado(a) de Educação,

No âmbito do curso de Mestrado em 1º e 2º Ciclos do Ensino Básico, da Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Viana do Castelo e da minha integração no estágio que realizo com o grupo de alunos em que o seu educando se encontra, pretendo realizar uma investigação centrada na área curricular de Matemática.

Para a concretização da mesma será necessário proceder à recolha de dados através de diferentes meios, entre eles os registos fotográficos, áudio e vídeo das atividades referentes ao estudo. A colaboração, nesta investigação, não prejudicará os estudos do seu educando e os registos serão confidenciais e utilizados exclusivamente na realização desta investigação. Todos os dados serão devidamente codificados garantindo, assim, o anonimato das fontes quando publicado.

Venho por este meio solicitar a sua autorização para que o seu educando participe neste estudo, permitindo a recolha dos dados acima mencionados. Estarei ao seu dispor para prestar quaisquer esclarecimentos que acharem necessários.

Agradecendo desde já a sua disponibilidade e colaboração, solicito que assine a declaração abaixo, devendo posteriormente destaca-la e devolvê-la.

Viana do Castelo, 02 de dezembro de 2016

A mestranda

____

(Anaísa Amorim de Sousa Esteves)

Eu, ____, encarregado(a) de educação do(a) aluno(a), ____,nº____, da turma____ do ____º ano, declaro que autorizo/não autorizo (riscar o que não interessa) a participação do meu educando no estudo acima referido e a recolha de dados necessária.

Data:___/___/____ Assinatura:_______________________________________

Obs.: ____

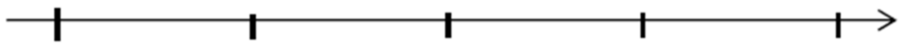
____

Anexo 2 – Tarefa 1

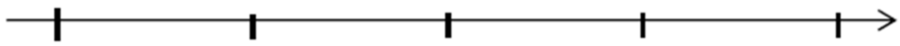
Tarefa 1 – Caminhada

Os amigos da Marta organizaram uma caminhada de 4 km na montanha.

3) A Luísa parou para descansar após ter percorrido $\frac{3}{8}$ do percurso. Quantos quilómetros já tinham sido percorridos pela Luísa? Assinalem-nos na reta numérica.



4) A Marta estava muito cansada e quando resolveu parar só tinha percorrido $\frac{2}{3}$ do percurso feito pela Luísa antes de parar. Ao fim de quantos quilómetros parou a Marta? A que parte do percurso corresponde?



(adaptado de Hélia Pinto 2011)

Anexo 3 – Tarefa 2

Tarefa 2 – Limonada

A Anita foi ao supermercado comprar duas garrafas de $\frac{1}{2}$ litro de limonada.

3) Se tivesse comprado 4 garrafas iguais, que porção de limonada tinha trazido?
4) Quando chegou a casa, a Anita bebeu um quarto de uma das garrafas que tinha comprado. Que porção de limonada bebeu a Anita?

(adaptado de Hélia Pinto 2011)

Anexo 4 – Tarefa 3

Tarefa 3 – A Ração do Gato

A família do André vai de férias e levou o gato. Durante os 10 dias que vão estar fora, o gato come $2\,\frac{1}{2}$ kg de ração. Sabendo que todos os dias o gato come a mesma quantidade de ração, quanto come por dia?

Explica como chegaste à tua resposta, podes fazê-lo através da apresentação de cálculos, desenhos ou palavras.

(adaptado de Hélia Pinto 2011)

Anexo 5 – Tarefa 4

Tarefa 4 – Três Netos

A avó da Marta repartiu igualmente pelos seus três netos metade de uma tarte de morango. Que parte da tarte comeu cada um dos netos? Explica como chegaste à tua resposta.

Anexo 6 – Tarefa 5

Tarefa 5 – Tarte de Morango

Em quantos $\frac{1}{8}$ de uma tarte de morango se pode dividir $\frac{1}{2}$ dessa tarte? Explica como chegaste à tua resposta.

Anexo 7 – Tarefa 6

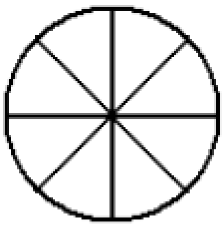
Tarefa 6 – Barra de Cereais

A Marta tem 4 barras de cereais. Vai distribuir essas barras por alguns dos seus amigos. Com quantos amigos vai partilhar as barras de cereais se cada um receber $\frac{2}{3}$ de uma barra? Explica como chegaste à tua resposta.

Anexo 8 – Tarefa 7

Tarefa 7 – Marcar Divisão e Significado da Divisão

Considera o diagrama:



3) Marca no diagrama $\frac{1}{2} \div \frac{1}{8}$.
4) O que significa $\frac{1}{2} \div \frac{1}{8}$? Traduz em linguagem corrente.

(adaptado de Hélia Pinto 2011)