INSTITUTO POLITÉCNICO
DE VIANA DO CASTELO

# RELATÓRIO FINAL DE PRÁTICA DE ENSINO SUPERVISIONADA

Mestrado em Ensino 1º e 2º CEB
- Matemática e Ciências Naturais

## A resolução de tarefas com frações numa turma de 6.º ano de escolaridade

Joana Patrícia Gomes Vieira

Escola Superior de Educação

2018

INSTITUTO POLITÉCNICO
DE VIANA DO CASTELO

Joana Patrícia Gomes Vieira

# RELATÓRIO FINAL DE PRÁTICA DE ENSINO SUPERVISIONADA

Mestrado em Ensino 1º e 2º CEB

- Matemática e Ciências Naturais

## A resolução de tarefas com frações numa turma de 6.º ano de escolaridade

Trabalho efetuado sob a orientação do(a)
Professora Doutora Maria Isabel Piteira do Vale

novembro de 2018

Sem sonhos, a vida não tem brilho.
Sem metas, os sonhos não têm alicerces.
Sem prioridades, os sonhos não se tornam reais.
Sonhe, trace metas, estabeleça prioridades e corra riscos para executar seus sonhos.
Melhor é errar por tentar do que errar por omitir!

*(Augusto Cury)*

## AGRADECIMENTOS

Após um longo caminhar, no percurso do trabalho de investigação, ressalvo nesta dissertação de Mestrado, que pude contar com o imprescindível incentivo e apoio de familiares, amigos e colegas.

É, desta forma, que não poderia de deixar de retribuir a gratidão a todos aqueles que me apoiaram durante esta "viagem" e que me ajudaram a tornar possível este "passaporte", que contribuirá para o começo de mais uma nova etapa na vida, tanto a nível profissional como pessoal.

Em especial:

À minha orientadora, Professora Doutora Isabel Vale, pela disponibilidade, apoio, estímulo, confiança, conselhos prestados e pela partilha de experiência e conhecimentos durante todo este processo;

Aos meus pais, Armindo e Maria do Céu, minhas irmãs, Cristiana e Silvana, por me ajudarem a crescer e me formarem enquanto pessoa que sou, por me apoiaram e incentivarem incondicionalmente em todas as minhas decisões e me darem a mão sempre que é necessário. Obrigado por todos os conselhos e por todas as aprendizagens que me proporcionaram, no qual é impossível agradecer-vos por tudo o que sou e aprendi através de vós.

Ao André, agradeço, de uma forma especial, pela presença, pelo companheirismo, pelo carinho, pelo amor, por toda a paciência que teve comigo, pelo apoio constante e incondicional e por todas as conversas de incentivo, principalmente nas horas de desânimo;

Agradeço, em particular, à colega, amiga e companheira, Sara, pela camaradagem ao longo deste caminho que fomos construindo, lado a lado como par pedagógico e, por todas as aprendizagens que foram alcançadas, com altos e baixos, ultrapassando todos os obstáculos juntas.

Às minhas caras colegas e amigas, Daniela Caramalho, Catarina Rebouço, Marisa Barbosa, Rafaela Barbeitos, Fátima Lima, Carla Silva e Natália Martins pelo apoio, confiança, partilha e presença constante na minha vida;

Expresso o meu agradecimento, em especial, às crianças e jovens (alunos) que fizeram parte de todo este processo, tornando-o possível, sendo eles o marco essencial deste trabalho;

Sem esquecer, um grande obrigado aos meus lobitos, que me ajudaram e encorajaram a enfrentar este desafio, que me propôs o estágio.

Antes de finalizar, um obrigado a todos os docentes por todos os ensinamentos que me permitiram evoluir nas minhas aprendizagens em toda a minha formação, pela disponibilidade, proximidade e apoio prestado.

Finalizo, com um agradecimento a todos cujo apoio, interesse e sugestões foram indispensáveis para a conclusão deste trabalho.

A todos, um muito obrigado!

## RESUMO

O presente relatório desenvolve-se no âmbito da Prática de Ensino Supervisionada, do Mestrado em Ensino no 1º Ciclo do Ensino Básico e de Matemática e Ciências Naturais no 2º Ciclo do Ensino Básico, da Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Viana do Castelo. A intervenção na prática educativa ocorreu em dois contextos educativos diferentes, um no 1º Ciclo, numa turma de 3º ano de escolaridade, e outro no 2º Ciclo, numa turma de 6º ano de escolaridade. Ambos os contextos pertencentes ao concelho de Viana do Castelo e, no último contexto educativo (2º Ciclo do Ensino Básico), foi desenvolvido o estudo de investigação que se apresenta.

A temática em estudo teve como ponto de partida as dificuldades dos alunos na resolução de tarefas matemáticas, pelo que se pretendeu compreender o desempenho dos alunos na resolução de tarefas que envolvem números racionais, analisando-se as resoluções das tarefas com múltiplas resoluções, privilegiando-se as representações e as estratégias utilizadas, de modo a identificar as principais dificuldades manifestadas.

Este estudo foi realizado com uma turma com 22 alunos do 6º ano de escolaridade e adotou-se uma metodologia qualitativa, na qual os dados recolhidos foram essencialmente recolhidos das produções escritas, das observações com os alunos e também das conversas ao longo da resolução das tarefas que se iam resolvendo no decorrer das aulas.

Os resultados obtidos indicam que os alunos apresentam um desempenho positivo nas resoluções. Todavia, de modo geral, o conhecimento dos alunos sobre os diferentes significados dos números racionais, ainda não se revela muito desenvolvido. Porém, apesar das dificuldades encontradas, os alunos conseguiram explicar os raciocínios utilizados nas resoluções das tarefas.

Os alunos recorreram a modelos que foram apresentados ou não durante as aulas, como sejam desenhos, esquemas e expressões matemáticas. Isto é, utilizaram estratégias de natureza visual e analítica, durante as resoluções das tarefas, apresentando flexibilidade nas suas produções. Conclui-se este relatório com uma reflexão acerca do percurso ao longo da PES.



**Palavras-chave**: Números Racionais; Estratégias de Resolução; Resoluções visuais e não visuais.

## ABSTRACT

This report was developed during the Supervising Teaching Practice oh the Master Course in Primary Education and Mathematics and Natural Sciences the School of Education of at Polytechnic Institute of Viana do Castelo. The practice was developed in two contexts,the first one consists on 3 th grade of primary education and the other one on a 6th grade. Both contexts belong to Viana do Castelo county. The study in this report was developed on the second context (6th grade).

The goal of this study was to understand the student's performance on mathematical problems solving tasks using rational numbers and identify their main difficulties. It was done analysing the tasks resolutions with multiple resolutions, the representations and strategies used.

For this study, data was collect from 22 students who make up the math call. The quantitative methodology was adopted. The most part of the content collected was from written resolutions and conversation throughout resolution problems.

The aim results show that the students presented, in general, a positive performance solving the problems, however, the student's knowledge of rational numbers wasn't very developed. For other hand and despite of difficulties, the students were able to explain their ideas.

The students used models, some ones presented during class and others not presented. They used essential visual and analytics strategies such as drawings, schemes and mathematical expressions, showing flexibility on their solutions. This report is concluded with a reflection about the PES's journey.



**Key-Words**: Rational Numbers; Solving strategies; Visual and non-visual strategies.

**ÍNDICE**

## LISTA DE FIGURAS

## LISTA DE TABELAS

## LISTA DE SIGLAS E ACRÓMINOS

APM – Associação de Professores de Matemática

AEC – Atividade Extra Curricular

CEB – Ciclo do Ensino Básico

CEI – Currículo Especifico Individual

DEB – Departamento de Educação Básica

DGE – Direção Geral de Educação

DGIDC – Direção Geral de Inovação e Desenvolvimento Curricular

EE – Encarregado de Educação

ESE – Escola Superior de Educação

INE – Instituto Nacional de Estatística

JI – Jardim de Infância

ME – Ministério da Educação

MEC – Ministério da Educação e Ciência

NCTM – Nacional Council of Teachers of Mathematics

NEE – Necessidades Educativas Especiais

PES – Prática de Ensino Supervisionada

UA – Unidade de Autismo

UEE – Unidade de Ensino Estruturado

UNESCO – United National Educational Scientific and Culture Organization

# INTRODUÇÃO

O presente relatório surge no âmbito da unidade curricular de Prática de Ensino Supervisionada (PES), do Mestrado em Ensino no 1º Ciclo do Ensino Básico e de Matemática e Ciências Naturais no 2º Ciclo do Ensino Básico. Este trabalho está estruturado em três partes distintas correspondentes ao enquadramento da Prática de Ensino Supervisionada, ao trabalho de investigação desenvolvido no segundo contexto da PES e à reflexão global da PES, respetivamente, que passo a citar.

Na primeira parte, o enquadramento da PES, divide-se em dois capítulos. Ambos dizem respeito à intervenção do contexto educativo, um quanto ao primeiro e outro ao segundo, respetivamente. Apresentam-se as caraterísticas das intervenções nos dois contextos, salientando-se todas as caraterizações consideradas significativas e essenciais e são descritos os percursos de intervenção como as áreas de intervenção e áreas de conteúdos desenvolvidas, reunindo uma breve descrição da experiência vivenciada com os dois grupos em contexto de estágio.

Já na segunda parte, o trabalho de investigação, encontra-se dividido por seis capítulos. O primeiro apresenta-se a pertinência do estudo assim como as respetivas questões de investigação associadas ao estudo presente no trabalho de investigação. No segundo, retrata a fundamentação teórica que sustenta o tema do presente estudo, nomeadamente, a resolução de problemas e os números racionais. No terceiro, é referida a natureza da investigação através da metodologia adotada, especificando-se os participantes, o contexto e procedimento do estudo e a recolha de dados, evidenciando os instrumentos de recolha de dados, os procedimentos da análise de dados. No seguinte, o quarto, apresenta-se uma pequena descrição da intervenção didática. No quinto são apresentados e discutidos os resultados obtidos a partir dos dados. E, por fim, são apresentadas as principais conclusões do estudo, de modo a dar resposta às questões orientadoras delineadas, no segundo capítulo.

Por último, na terceira parte, apresenta-se uma reflexão global da PES, fundamentada na literatura, caraterizada por uma breve apreciação ao nível da prática, tendo em vista as aprendizagens e dificuldades vivenciadas no decorrer do processo de intervenção educativa.

# PARTE I – ENQUADRAMENTO DA PES

## CAPÍTULO I – INTERVENÇÃO EM CONTEXTO EDUCATIVO I

Neste capítulo apresenta-se a caraterização do contexto educativo, do meio local, do contexto escolar, da sala de aula e da turma e a organização do tempo letivo onde decorreu a primeira intervenção da PES, num contexto educativo inserido no 1º Ciclo do Ensino Básico. De seguida, serão descritas as áreas de intervenção, mais especificamente os conteúdos abordados, recursos e estratégias utilizadas.

### 1. Caraterização do contexto educativo

Múltiplos são os factores geográficos, culturais, sociais, políticos, económicos, pessoais e familiares que influenciam os contextos educativos. Neste sentido, e uma vez que todos os factores acima mencionados são importantes e relevantes para o processo de intervenção na Prática de Ensino Supervisionada (PES), iniciou-se este capítulo com a caraterização do contexto e de infraestruturas onde decorreu a intervenção, em particular da escola, da sala de aula, da organização do espaço e tempo, bem como a apresentação do grupo turma e a caraterização das suas famílias, assim como a comunidade educativa, relativamente aos fatores socioculturais, académicos e económicos.

#### 1.1. Caraterização do meio local

O contexto educativo da intervenção da PES localiza-se a Norte de Portugal Continental com 24 km de orla costeira, inserido no concelho de Viana do Castelo, na província do Minho integrado na sub-região NUT III do Minho-Lima, limitado a norte pelo concelho de Caminha, a leste por Ponte de Lima, a sul por Barcelos e Esposende e, a oeste pelo Oceano Atlântico.

De acordo com a divisão administrativa urbana, este município encontra-se subdividido em vinte e sete freguesias

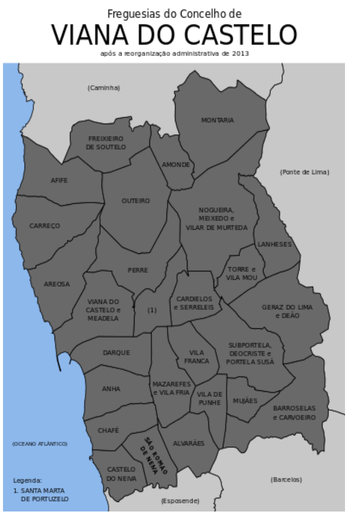



Figura 1 – Freguesias do Concelho de Viana do Castelo

(Figura 1), no qual contempla 88 725 habitantes (INE, 2011) numa área com 319.02 km² (Instituto Geográfico de Portugal, 2013).

Mais especificamente, relativamente à freguesia onde decorreu a investigação, segundo os Censos 2011, esta encontra-se habitada por cerca de 7 900 habitantes numa extensão de 6.62 km² de área.

Do ponto de vista do património cultural e turístico, esta freguesia privilegia de uma igreja paroquial, de uma capela, de uma praia, de uma Quinta e de um monte. Ao nível dos sectores laborais constatou-se a existência de sectores ao nível da indústria, da construção naval, do comércio, da pesca fluvial e hotelaria. Dispõe ainda, de associações/coletividades como associações desportivas, centro paroquial de promoção social e cultural, associação de pesca do Rio Lima, associação de reformados, entre outras.

### 1.2. Caraterização do contexto

O centro educativo em questão insere-se num agrupamento único, resultante da agregação, em janeiro de 2013, de três agrupamentos distintos.

Este agrupamento é constituído por 16 unidades orgânicas com diversas tipologias, desde estabelecimentos com um único nível de ensino a estabelecimentos que englobam três níveis de ensino.

O agrupamento é composto por várias valências, nomeadamente, dez Jardins-de-Infância, catorze escolas básicas do 1º Ciclo, duas escolas básicas de 3º Ciclo e uma escola secundária que, por sua vez, inclui a sede de agrupamento. No entanto, as unidades orgânicas encontram-se dispersas por sete freguesias do concelho de Viana do Castelo e pelas freguesias agregadas num raio de 9 km da escola-sede.

Salienta-se a existência de duas Unidades de Atendimento Especializado/Multideficiência localizadas em duas escolas, destinadas a alunos com défices de natureza motora, cognitiva, sensorial e de comunicação e, também, de duas Unidades de Ensino Estruturado – Autismo (UEEA), instaladas em outras duas escolas, para dar resposta às necessidades dos alunos que as instituições educativas acolhem e assegurar-lhes todas as condições básicas para o direito à educação, apoio e acompanhamento escolar, ajudando a colmatar as várias necessidades encontradas nos alunos e promover o desenvolvimento integral dos mesmos.

Mais especificamente, o contexto educativo onde foi implementada a PES, contém duas valências: um Jardim-de-Infância (JI) e uma escola do 1º Ciclo do Ensino Básico (1º CEB). Trata-se de uma infraestrutura de caráter público, logo as instalações da instituição de ensino são da responsabilidade da Câmara Municipal de Viana do Castelo.

Relativamente ao Jardim-de-Infância, este acolhe cinquenta e seis crianças, distribuídas por três salas em grupos com idades heterogéneas. Por outro lado, o 1º CEB é composto por cento e vinte alunos distribuídos por oito turmas, duas turmas de cada ano de escolaridade. Adicionalmente é de referir que alguns dos alunos (dez) pertencentes às várias turmas dos diversos anos de escolaridade, frequentam uma das salas de UEEA.

Por um lado, na sala de Unidade de Autismo (UA) estão cinco alunos, um deles está a tempo inteiro na sala regular, três estão parcialmente a frequentar a Unidade, e o outro aluno frequenta essencialmente a Unidade por ter um Currículo Específico Individual (CEI), só em casos excecionais é que o aluno participa nas atividades da turma do regular em que se encontra matriculado (e.g. música, natação, expressão plástica, saídas ao exterior – sempre que se justificar).

Por outro lado, noutra sala estão os restantes cinco alunos. Destes, todos vão às turmas do regular a que se encontram matriculados, só em casos excecionais é que vão à sala da unidade (e.g. quando se encontram mais agitados, quando precisam de reforçar as suas aprendizagens e quando têm terapias: da fala, psicologia, terapia ocupacional e fisioterapia). Aplica-se a ambas as salas da UA.

Analogamente ao edifício propriamente dito, o centro educativo aparenta estar em boas condições estruturais e físicas, não se verificando qualquer deterioração exterior.

O espaço exterior do centro é partilhado por todos os alunos, no entanto este encontra-se separado por uma vedação (em rede). Desta forma, os alunos podem brincar em toda a área disponível, mas só o podem fazer quando só está um dos ciclos em horário livre, com a supervisão das auxiliares. O espaço disponível tem dimensões consideráveis e necessárias para o fim estipulado, englobando alguns espaços verdes. É de salientar, que há um parque infantil, mais direcionado para o ensino Pré-Escolar, no qual contempla escorrega, baloiços, balances, entre outros.

Já direcionado para o 1º Ciclo, o espaço exterior abrange um campo com jogos desenhados no chão para promover o desenvolvimento ao nível da coordenação motora, direcionado também para a prática de Educação Física, ao ar livre.

Ainda, neste sentido a escola possui passagens cobertas para toda a comunidade educativa se abrigar em dias chuvosos, e quanto aos dias de sol, a escola usufrui de alguns espaços verde com árvores que poderá servir de locais de sombra para os alunos.

Durante toda a intervenção educativa em contexto foi possível constatar que, as crianças brincavam livremente, transmitindo satisfação revelando a importância dos momentos de lazer. Pois, "o brincar desempenha um papel igualmente importante na socialização da criança, permitindo-lhe aprender a partilhar, a cooperar, a comunicar e a relacionar-se, desenvolvendo a noção de respeito por si e pelo outro, bem como a sua autoimagem e autoestima" (Valério, 2016).

Posto isto, é crucial identificar a organização do edifício, sendo que este é constituído por quatro edifícios principais. Dois dos quatro edifícios destinam-se, em simultâneo, ao ensino Pré-escolar e ao ensino básico, ou seja, a cantina escolar e o ginásio desportivo. Por outro lado, existem dois edifícios distintos, um reserva-se ao JI, constituído apenas por um piso com salas destinadas às atividades letivas, dado que existem três turmas de carácter heterogéneo não havendo separação por faixas etárias.

No outro edifício, respeitante ao 1º CEB, existem dois pisos: no rés-do-chão encontram-se cinco salas, duas referentes às salas de Unidade de Ensino Estruturado – Autismo, uma à biblioteca, no qual dispõe de três computadores para auxiliar as práticas de ensino, uma sala para um 1º ano de escolaridade, e outra para o 2º ano de escolaridade. Ainda neste piso, existe uma sala para o pessoal docente da escola, uma outra para o pessoal não-docente, e as casas de banho das crianças; no 1º piso encontram-se mais cinco salas direcionadas para o ensino, desta forma, uma sala destina-se ao 1º ano de escolaridade, duas para o 3º ano de escolaridade e duas para o 4º ano de escolaridade. É de referir, que nos corredores da escola encontravam-se painéis/*placards* para a exposição de trabalhos dos alunos.

Quanto aos recursos didáticos que visam apoiar as diferentes áreas disciplinares, nos diferentes conteúdos, a escola dispõe de alguns materiais. Relativamente, à área do Estudo do Meio, existe material específico de laboratório, torso Humano, mapas, jogos didáticos, globos terrestres e cartazes. Quanto à área de Matemática podem encontrar-se sólidos geométricos, material C*uisenaire*, material multibase, *tangras*, ábacos, entre outros. Quanto à área do Português é possível encontrar livros e histórias. E, no que se refere à área das Expressões, mais especificamente à Educação Plástica, existe material de pintura: tintas, para Educação Física existem materiais específicos referentes a esta área (e.g. bolas de futebol, cones, arcos, colchões, coletes, entre outros).

No que diz respeito aos recursos humanos, o centro educativo envolve oito docentes titulares de turma, um docente de Apoio Pedagógico que dinamiza um projeto e cinco docentes do Ensino Especial: quatro docentes encontram-se distribuídos pelas duas salas de UEEA, e um professor, que não possui turma, contudo participa e dá apoio aos restantes alunos com Necessidades Educativas Especiais (NEE), da escola. No Pré-escolar existem três educadoras que gerem as salas de atividade.

Como o centro educativo possui AEC's, existem outros docentes que intervêm nas várias áreas diversificadas como Inglês e Educação Física.

Relativamente ao pessoal não docente, o centro educativo dispõe de três cozinheiras, duas tarefeiras, três assistentes operacionais no 1º CEB e outras três no JI, duas em cada sala de UEEA e uma animadora do prolongamento de horário para as crianças do Pré-escolar.

### 1.2.1. Caraterização da sala

A sala de aula onde decorrem as práticas letivas deve ser um espaço acolhedor e favorável face ao processo de ensino e de aprendizagem, de modo a proporcionar condições benéficas para boas práticas letivas, dando resposta às necessidades existentes na aprendizagem dos alunos. Posto isto, a sala de aula da turma interveniente na PES encontra-se no 1º piso do edifício do 1º CEB.

A sala ostenta as condições necessárias para as práticas educativas, no qual não se verifica qualquer problema à primeira vista que poderia, de algum forma, causar o mau funcionamento desta.

Trata-se de um espaço físico com bastante luminosidade, pois um dos lados da sala é revestido por janelas de grandes dimensões, que deixam entrar luz natural e, também, permite a circulação de ar nos dias mais quentes. Por outro lado, a sala também contempla de dois radiadores, para aquecer a sala de aula nos dias mais frios (de Inverno), o que raramente se verificou.

No que respeita à organização das mesas de trabalho, as mesas encontram-se em "espinha", dispondo de seis filas oblíqua (três de cada lado da sala), com três mesas duplas, cada uma. Esta organização permite ao professor redistribuir os alunos sempre que for pertinente, caso haja necessidade e funcionado como a promoção de trabalho em grande grupo ou equipa. Esta distribuição facilita a visualização do quadro sem qualquer dificuldade para todos os alunos, no entanto é propícia para a distração dos alunos pelo facto de ter uma maior visibilidade para as mesas dos colegas. Ainda do lado das janelas, encontra-se uma mesa junto do quadro com um computador de apoio ao quadro interativo e de acesso à internet. Do mesmo lado, mas ao fundo da sala, situa-se uma mesa de apoio para algum aluno em específico e mesa do professor composta por gavetas que lhe permite guardar material.

A sala, também dispõe, de material de apoio como um quadro a giz, retroprojetor, um quadro interativo e vários quadros de cortiça ao longo da parede oposta à das janelas, que permitem a colocação de materiais referentes à turma como cartazes/trabalhos realizados ao longo das aulas, horário da turma e entre outros materiais.

Adicionalmente, contém dois armários ao fundo da sala que servem para guardar os materiais dos alunos e essenciais ao funcionamento das práticas letivas como folhas, tintas, *dossier* com as respetivas fichas de avaliação, giz, entre outros, que tem como funcionalidade de organizar e armazenar os documentos/materiais necessários à prática e, também uma mesa de apoio que serve para a colocação dos cadernos dos alunos e do leite escolar para distribuição. Para se perceber melhor a planta da sala de aula, apresenta-se a Figura 2.

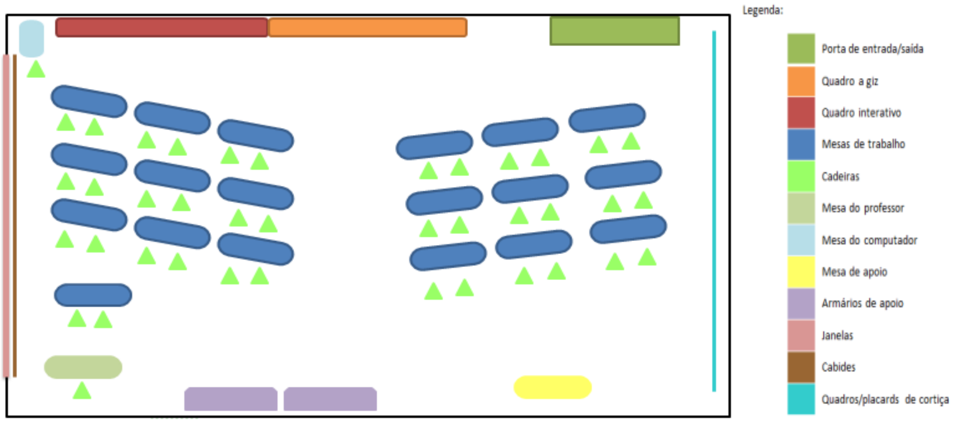



Figura 2 – Planta da sala de aula

### 1.2.2. Organização do tempo

Como refere Ferreira, Dias e Santos (2006), o tempo escolar é o tempo que o aluno vive ou passa numa instituição educativa, isto é, consiste no tempo em que o aluno passa na escola, desde o momento que entra nela até ao momento de dela sai.

Por este motivo, é essencial que a escola, enquanto uma organização, distribua as atividades letivas de acordo com o tempo que se dispõe e contempla no ensino do 1º CEB, para que haja uma gestão no processo educativo consciencializada, de modo a contribuir para o sucesso dos objetivos traçados para as aprendizagens dos alunos assim como das funções dos vários intervenientes em todo o processo, respondendo às necessidades da comunidade educativa.

Assim, os alunos começam por chegar ao contexto educativo entre as 8:30h e as 9:00h da manhã, no qual ficam ao encargo das assistentes operacionais, brincando livremente até à hora do toque (9:15h da manhã). Aquando deste, os discentes formam filas, autonomamente, à frente das salas à espera dos docentes, deslocando-se assim para as respetivas salas de aulas, dando início ao tempo da componente letiva. Por volta das 10:45h ocorre o intervalo da manhã, sendo que os alunos, por norma, vão para o espaço exterior, desenvolvendo brincadeiras do senso comum. Às 11:15h retomam à atividade letiva até à hora do almoço (12:45h). De seguida, os alunos dirigem-se para a cantina escolar, onde quase todos os alunos da escola almoçam.

Na parte da tarde, por voltas das 14:30h, tal como de manhã, as crianças retomam as rotinas, voltando para as salas de forma ordeira, decorrendo a componente letivas até as 16:00h.

Relativamente ao horário escolar, cada turma possui um, permitindo ao docente organizar, planear e estruturar a sua intervenção semanal. Contudo, esta distribuição pode ser modificada, consoante as necessidades do dia-a-dia.

### 1.2.3. Caraterização da turma/grupo

A PES desenvolveu-se com uma turma do 3º ano de escolaridade composta por dezassete alunos, sendo dez do género masculino e sete do género feminino, com idades compreendidas entre os sete e os nove anos de idade. No entanto, é de referir que três alunos necessitavam de um apoio individual mais especializado, pois encontravam-se ao nível do 2º ano de escolaridade, permitindo deste modo continuar a fazer parte da turma dos colegas.

Quanto aos alunos com Necessidade Educativas Especiais (NEE) existiam três casos. Um com Autismo, mas que conseguia acompanhar a turma do ensino regular, participando em toda a componente letiva, e os dois outros dois frequentavam parcialmente a UEE, um por ter um CEI, participando nas atividades do regular em que ele estava matriculado (e.g. música, natação, expressão plástica, saídas ao exterior, entre outros) e o outro participava na componente letiva da turma, deslocando-se, acompanhado por uma assistente operacional, à sala do ensino regular durante, sensivelmente, meia hora (de manhã e outra de tarde) para realizar algumas tarefas específicas da UEE e estar em contacto com os colegas de turma.

Através de alguma informação da turma e em conversa com a professora titular foi possível aferir alguns dados relativos ao contexto familiar, socioeconómico e cultural dos alunos. Deste modo, é importante referir quatro alunos viviam em famílias separadas e um deles numa família recomposta, contudo ao analisar-se o número de irmãos variavam entre os zero e os quatro irmãos, sendo que onze alunos usufruíam de escalão de Apoio Social Escolar, dos quais quatro tinham escalão A e os restantes seis tinham escalão B.

No que diz respeito às profissões, estas eram bastantes diversificadas, evidenciando-se o sector dos serviços (tanto públicos como privados) ligados a áreas como comércio (pescador, feirante, lojista), saúde (médica, fisioterapeuta), economia (bancário), limpeza (empregada de limpeza e doméstica) e engenharia (engenheiro).

No que respeita ao comportamento, nomeadamente, à postura na sala de aula, os alunos demonstravam atitudes um pouco desajustados, revelando agitação e tendência para o excesso da desconcentração e de conversa. Apesar de serem muito participativos, não conseguiam respeitar as regras de cortesia, por exemplo, não pediam nem esperavam pela sua vez de falar, não respeitavam a vez dos colegas, não sabiam ouvir o outro.

Revelam muitos problemas ao nível da concentração e atenção, não conseguindo acompanhar alguns conteúdos, perturbando o ambiente da sala de aula. Houve, no entanto, um aluno que ainda não existindo um diagnóstico, era muito reservado, não participando aquando a sua solicitação, nem interagindo com os colegas.

Quanto ao nível das aprendizagens, a turma demonstrava um ritmo de trabalho muito diferenciado, dificultando o ritmo de trabalho da aula pondo em causa o seu desenrolar e a sua correção. O grupo acabava por adotar uma postura desmotivadora e falta de interesse pelo trabalho, verificando-se notoriamente a existência do ritmo das aprendizagens muito diferenciados o que dificultava e desafiava o trabalho do professor quanto à resposta adequada para todos os alunos.

De uma forma mais pormenorizada podem ser assinaladas algumas crianças que apresentavam dificuldades mais notórias ao nível cognitivo com existência de alguma imaturidade e falta de concentração, revelando dificuldades nos ritmos de trabalho, tornando-se demasiado lento. Apresentavam dificuldades nas diversas grandes áreas disciplinares (Matemática, Português, Estudo do Meio e Expressões).

No que diz respeito à Matemática, os alunos apresentavam dificuldades na interpretação e resolução de problemas e do raciocínio matemático, pois dificilmente trabalham de forma autónoma para a resolução destes. No entanto, é de referir que havia um aluno que tinha bom raciocínio e boa compreensão de enunciados, só que evitava escrever o seu processo pelo facto de escrever com bastantes erros ortográficos estando referenciado como disléxico no seu processo escolar (este aluno foi transferido de escola, no qual o seu processo escolar só chegou ao contexto educativo passados dois meses, após a iniciação do ano letivo, sendo que não estava referenciado como um aluno com NEE).

Relativamente à área de Português, a maioria dos discentes apresentavam domínio na fluência da leitura e de compreensão, na escrita, apresentavam dificuldade em escrever respostas completas e desenvolviam pequenos textos com facilidade, verificando-se alguns erros ortográficos. No entanto, iam conseguindo adquirir os conteúdos programáticos e relacioná-los uns com os outros.

Em relação ao Estudo do Meio, apresentavam ideias prévias acerca dos conteúdos programáticos abordados, tendo sempre presente questões do dia-a-dia relacionando-as mesmo com as outras áreas disciplinares.

No que diz respeito às motivações e interesses dos alunos, estes aspetos verificavam-se, essencialmente, em Estudo do Meio e Expressões (Educação Plástica, Educação Dramática e Educação Físico-Motora). Revelavam aprendizagens pertinentes, demonstrando conhecimentos sobre os diversos conteúdos programáticos, acabando por serem muito interventivos mostrando empenho para a realização das tarefas.

Este grupo gostava de trabalhar em grupo (tanto em pequenos grupos como em grandes grupos – turma) o que era realizado com bastante frequência, e de tarefas novas que envolviam novos conhecimentos, pois conseguiam estar mais motivados e mais envolvidos para o que se é pretendido, ao contrário de muitos grupos em que algo novo pode resultar como alvo de distração.

Também deve salientar-se, que era uma turma muito participativa, no sentido da colocação de dúvidas e questões que lhes criavam alguma inquietação e curiosidade, não se envergonhando à frente dos colegas, os restantes gostavam de ouvir e tentavam responder/explicar aos colegas, querendo partilhar os seus conhecimentos.

Por fim, é de evidenciar que a turma não levava trabalho para casa, pois os EE no início do ano letivo foram inquiridos pela escola, no qual estes optaram que os seus educandos não levassem qualquer tipo de tarefa extra para casa, a não ser estudar para as fichas de avaliação.

## 2. Percurso da intervenção educativa

No âmbito da Prática de Ensino Supervisionada, desenvolveu-se uma prática interventiva num contexto educativo no 1º CEB desde o início do mês de outubro até aos meados do mês de janeiro, nomeadamente, durante 13 semanas em contacto com um grupo de crianças. No entanto, esta caminhada não foi percorrida de modo isolado, pois houve um par pedagógico e toda uma equipa de docentes que percorreram esta jornada de experiências, desenvolvendo novas aprendizagens e novos saberes a cada conquista, enriquecendo a sua bagagem de conhecimentos.

Durante as primeiras três semanas puderam familiarizar-se com o grupo de alunos, assim como conhecer a Professora Titular de Turma. Este tempo de contacto foi essencial para conhecer os métodos de trabalho que eram aplicados ao contexto de turma, as dinâmicas estabelecidas e observar os comportamentos, as características e competências de cada aluno, individualmente. Pois, a observação "(…) enquanto estratégia de formação, o jovem professor deve apoiar-se numa aprendizagem que finalmente conduzisse a uma mudança na prática de ensino através da reflexão na acção e depois da acção" (Martins, 2011, p.19).

Posteriormente, nas semanas seguintes sucedeu-se a prática, as regências propriamente ditas, intervindo durante três dias semanais, de segunda a quarta-feira, ficando à responsabilidade os restantes dias da semana à professora titular da turma. Estas dez semanas foram distribuídas de igual modo por cada elemento do par pedagógico em questão, ou seja, cinco semanas de intervenção individual por cada um. No entanto, é de referir que duas das dez semanas de regências corresponderam às semanas intensivas, sendo uma por cada par. Estas duas semanas tiveram como intuito proporcionar a vivência do verdadeiro papel enquanto professores titulares do 1ºCEB, assumindo a regência numa semana completa.

Um facto de a prática de intervenção educativa ter sido desenvolvida em par pedagógico promoveu o trabalho colaborativo, o que se torna fulcral na formação académica, tendo em vista a aproximação do contexto profissional que se avizinhava. Todavia, como as regências eram repartidas, enquanto grupo procuraram delinear e estruturar as atividades a serem desenvolvidas e implementadas a cada semana em conjunto, tentando estabelecer a continuidade dos conteúdos programáticos, mas adotando o uso de materiais diversificados e adaptados para o tempo disponível, para se conseguir gerir melhor os momentos das práticas letivas.

Deste modo, foi fornecido semanalmente o plano de conteúdos que iriam abordar no 3º ano de escolaridade, delineado pela professora titular de turma para ajudar na distribuição destes ao longo dos dias de intervenção, no qual a docente mostrou possibilidade de flexibilidade neste campo, para ajudar na interdisciplinaridade dos conteúdos.

Ainda neste seguimento, existiu uma maior liberdade em gerir os conteúdos entre as diferentes áreas disciplinares, não ficando isoladas na totalidade, tentando-se estabelecer uma prática mais articulada e contextualizada em algumas temáticas, potenciando a transversalidade dos conteúdos, o que por vezes não foi fácil pelo facto de não terem tido oportunidade de desenvolver este tipo de conexões mais cedo ao longo do percurso académico. No qual tiveram por base privilegiar "uma aprendizagem por descoberta pessoal em detrimento de um saber adquirido", pelo facto de "aprender é «aprender a aprender» (…). Isto é, aprender é um acto que para além dos conteúdos obtidos, desenvolve o aluno enquanto aprendente" (Leite & Ribeiro dos Santos, s/d, p.2).

Ao longo de todas as sessões, as panificações redigidas foram sofrendo alguns ajustes contínuos, tendo em conta as necessidades apresentadas pela turma, assim como o feedback fornecidos tanto pela professora cooperante como pelos professores orientadores da ESE e como pelos alunos. Tendo em vista, o melhoramento das práticas, realçando as aprendizagens mais significativas e dinâmicas, procurando diversificar e apelar às ideias prévias dos alunos, pois não se tratava de indivíduos sem qualquer conhecimento, valorizando às suas inferências.

Quanto ao planeamento das atividades que despertassem as aprendizagens acima descritas, procuraram recorrer a recursos didáticos, como materiais manipulativos, tecnológicos e entre outros. Estes foram utilizados como principal objetivo dar a conhecer os vários recursos que permitissem a aprendizagem significativa aos alunos. Permitiu despertar o interesse, a motivação para as várias áreas disciplinares, principalmente a Matemática e o

Estudo do Meio. Assim, permitiram novas alternativas aos alunos que apresentavam dificuldades de aprendizagem, assim como experienciar novos estatutos e papéis, bem como novas relações interpessoais, novas representações de si próprios, aproveitando aquela oportunidade, aquela possibilidade como alternativas, de modo a suscitar a motivação e interesse das crianças envolvidas, pois como refere Leite e Ribeira dos Santos (s/d), "(…) ao mudar fortemente as condições em que se aprende, leva a que se aprenda mais, e em maior quantidade" (p.3).

Tendo por base esta perspetiva, importa salientar que as práticas centralizaram-se essencialmente nas áreas curricular de Português e Matemática, por serem aquelas que tinham mais carga letiva e serem efetivamente as áreas que mais dificuldades surgem nos alunos, procurando interligar os conteúdos programáticos de Expressões e de Estudo do Meio, tentando estabelecer as conexões interdisciplinares, não ficando isoladas.

No âmbito das áreas disciplinares, na área da Matemática, foram abordados conteúdos de três diferentes domínios, sendo ele: *Número e Operações* (NO), *Organização e Tratamento de Dados* (OTD) e *Geometria e Medida* (GM), tendo sido os dois primeiros mais trabalhados e o último como uma pequena introdução. No que diz respeito ao domínio *Números e Operações* foram abordados ou revistos alguns conteúdos abordados em anos anteriores como os números ordinais, as tabuadas e relembrar a posição decimal que cada número ocupara, respeitando as ordens e as classes a que estes pertenciam. Na extensão da representação decimal dos números naturais foram realizados variadas tarefas de leitura e decomposição de números. Relativamente à multiplicação de números naturais foi trabalhada a tabuada do 7, realizando a uma teia e introduzindo o conceito de múltiplo, resolvendo-se algumas situações multiplicativas no sentido de se aperceberem de algumas regularidades. No que respeita à adição, esta foi realizada tendo em conta métodos formais e informais onde foram resolvidos problemas envolvendo situações de partilha por vários alunos. Mais concretamente no domínio OTD foram introduzidos o conceito de frequência absoluta, mínimo, máximo, amplitude e moda e trabalhados e explorados os diagramas de caule-e-folhas e gráficos de barras, envolvendo problemas de análise e organização de dados. Quanto a GM foi introduzido a localização e orientação no espaço, revendo alguns conceitos já trabalhados, segmentos de reta paralelos e perpendiculares, direções horizontais e verticais e quartos de volta. A grandeza do tempo, em relação aos minutos e segundos, assim como a leitura do tempo em relógios de ponteiros, conversões, adição e subtração de medidas de tempo, no qual se verificou muita dificuldade a nível das aprendizagens dos alunos.

Relativamente a Português, no que respeita ao domínio da *Oralidade* (O), foram trabalhados conteúdos de compreensão e expressão da informação essencial. Quanto ao nível da *Leitura e Escrita* (LE) foram trabalhados e explorados textos com características narrativas, expositivas, informativas e descritivas. Daqui, reviram a estrutura da carta e do convite e exploraram a Banda Desenhada. Ao nível da compreensão do texto foram explorados os elementos textuais como o tema, assunto, a informação essencial e a antecipação de conteúdos. Quanto ao nível da produção de texto foram trabalhados textos com caraterísticas narrativas e expositivas/informativas e dialogais, sendo que a carta, o convite e as legendas para a banda desenhada foram igualmente trabalhados e explorados os respetivos conteúdos. No entanto, a estratégia da produção textual foram utilizadas as três fases essenciais para esta como a planificação, a textualização e a revisão, visto que os alunos foram apresentando algumas dificuldades neste campo, pois perdiam-se na organização das ideias. Ainda, neste seguimento, os alunos tinham de ter em consideração a ortografia, o vocabulário, a caligrafia, realizando a fase da revisão com a ajuda de uma grelha auxiliar, no qual comparavam o que foi previamente planificado com o resultado final.

Quanto à *Educação Literária* (EL) explorou-se a obra “O senhor do seu nariz e outras histórias” de Álvaro Magalhães. Mais especificamente à *Gramática* foram realizadas revisões de vários conteúdos assim como a introdução de outros novos, tais como, os monossílabos, dissílabos, trissílabos e polissílabos; sílaba tónica e átona; palavras agudas, graves, e esdrúxulas, no âmbito da fonologia; quanto à classe de palavras foram revistos os nomes comuns, próprios e as famílias de palavras; e, por fim, os tipos de frases ao nível da sintaxe.

No que respeita ao Estudo do Meio, foi em grande parte abordado o *Bloco 1 – À descoberta de si mesmo*, onde foram introduzidos e explorados os vários fenómenos do corpo humano relacionados com as funções vitais com a digestão ou a respiração assim como as várias funções vitais da função digestiva, respiratória, e excretora. Em consequência, forma explorados os órgãos pertencentes aos aparelhos correspondentes assim como a sua localização em representações do corpo humana e, recorrendo ao torso. É de salientar, a dinâmica introduzida dos vários sistemas com recursos a vídeo e a construção de cartazes, no qual verificaram que foram estratégias eficazes para o grupo em questão.

Quanto ao *Bloco 2 – À descoberta dos outros e das instituições*, foram explorados os conteúdos relativos ao passado do meio local, no que diz respeito à identificação de algumas figuras históricas do meio local pertencentes à toponímia, estatuárias e entre outras; dar oportunidades de conhecerem vestígios do passado, costumes e tradições, introduzindo o conceito de património nacional e local.

E, em relação ao *Bloco 3 – À descoberta do ambiente natural*, foi possível introduzir-se alguns conceitos acerca dos aspetos físicos do meio local, conseguindo-se que as crianças identificassem caraterísticas importantes referentes ao planeta para mais tarde perceberem outros conceitos relacionados com estes. Assim, abordaram os oceanos e a localização destes em mapas (planisfério).

No que diz respeito às Expressões (Educação Plástica, Educação Musical, Educação dramática e Educação Físico-Motora) importa referir que o horário da expressão musical não era compatível com a intervenção e no qual ficava ao encargo de um professor da área pertencente à Academia de Música do concelho de Viana do Castelo. Quanto à dramática, trabalharam pouquíssimas vezes, no qual incidiu em jogos de expressão corporal. Já, mais especificamente à Expressão Plástica foi explorado, predominantemente, o Bloco 2 e o Bloco 3, no qual desenvolveram várias formas de desenho como o desenho de expressão livre ou orientado e o uso do recorte, colagem e dobragens para variadas atividades, por exemplo a construção dos postais de Natal assim como a realização dos cartazes das tradições do Natal em diferentes países, das atitudes positivas e negativas dentro do contexto educativo. No que respeita à Expressão Física-Motora, não foi trabalhada muitas vezes, mas importa referir que foram realizadas atividades maioritariamente relacionadas com jogos de grupo, pois a turma tinha algumas dificuldades em trabalhar jogos que envolvessem a parte afetiva. É de salientar, também, que a turma teve natação uma vez por semana, no entanto esta era dada por um instrutor do município, nas piscinas municipais.

Quanto à consolidação e avaliação, estas foram feitas de modo contínuo e sistemático, pois implementaram algumas fichas de consolidação aos alunos, no qual foram apurando os conhecimentos e dificuldades de cada aluno.

Por fim, deve-se salientar que o grupo tinha grandes dificuldades a nível comportamental, no qual implementou-se uma aplicação, *Class Dojo*. Esta aplicação digital ajudou a apaziguar certos comportamentos desajustados ao contexto sala de aula, pois estes esqueciam-se das regras de cortesia e, também, realizavam intervenções inadequadas, comprometendo o desenrolar das componentes letivas, dificultando a gestão do tempo que já por si só se torna em algo complicado de superar.

Outro aspeto foi a gestão do quadro e o tamanho da caligrafia, sendo que teve de haver um trabalho por trás para colmatar estes aspetos essenciais na prática do docente.

# CAPÍTULO II – INTERVENÇÃO EM CONTEXTO EDUCATIVO II

No presente capítulo, na mesma linha do anterior, apresenta-se a caraterização do meio local, do contexto escolar, da sala de aula e da turma onde decorreu a segunda intervenção da PES, mas agora em contexto educativo inserido no 2.º Ciclo do Ensino Básico. Posteriormente, são descritas as áreas de intervenção, mais especificamente os conteúdos abordados, recursos e estratégias utilizados, onde foi desenvolvido o trabalho de investigação.

## 1. Caraterização do contexto educativo

O contexto educativo da segunda intervenção da PES insere-se no mesmo concelho que o contexto anterior, mais concretamente, em Viana do Castelo.

### 1.1. Caraterização do meio local

Mais especificamente, a freguesia onde decorreu a investigação, segundo os Censos 2011, esta encontra-se habitada por cerca de 4 948 habitantes numa extensão de 2.07 km² de área.

Do ponto de vista dos valores do património cultural e turístico, esta freguesia privilegia de uma vasta diversidade de elementos patrimoniais de maior riqueza como o Castelo de S. Tiago da Barra, o Convento de S. Domingos, Santuário da Senhora da Agonia, Museu Municipal, Museu de Arte Sacra, Monte de Santa Luzia, Praia Norte, entre outros do mesmo valor.

No que diz respeito às tradições deste povo, este dedica-se à concretização de festas e romarias como a Senhora da Agonia, mais conhecida como a "Romaria de Nossa Senhora da Agonia", que é celebrada no mês de agosto, englobando várias celebrações como o desfile da mordomia, o cortejo, a procissão ao mar, entre outras, embelezando-se assim as tradições religiosas, sendo considerado um chamariz para o turismo desta localidade.

É de salientar, que o povo vianense dedica-se ao artesanato confecionando redes, rendas e miniaturas de barcos em madeira característicos desta região.

No que se refere à economia desta freguesia, a população desempenha atividades económicas relacionadas com a indústria naval, a pesca, o artesanato, o comércio e serviços fundamentais à vida deste povo. Beneficia também de infraestruturas empresariais, desportivas, culturais e de saúde, dispondo ainda, de associações/coletividades como Grupo Folclórico, Centro Cultural, Escola Desportiva e um Clube de Futebol.

### 1.2. Caraterização do contexto

A escola, onde foi realizada a intervenção, insere-se num agrupamento único, resultante da agregação, em abril de 2013, constituído por um despacho do Sr. Secretário de Estado do Ensino e da Administração Escolar.

Este agrupamento é constituído por 8 unidade educativas com diversas tipologias, desde estabelecimentos com um único nível de ensino a estabelecimento que englobam dois níveis de ensino.

O agrupamento é composto por várias valências, nomeadamente, um Jardim-de-Infância, cinco escolas básicas do 1.º Ciclo, no qual duas contêm JI, uma escola Básica do 2.º e 3.º Ciclos do Ensino Básico e uma Escola Secundária que, por sua vez, assume a condição de escola sede de agrupamento.

É de referir, que as unidades orgânicas encontram-se dispersas por sete freguesias do concelho de Viana do Castelo devido aos estabelecimentos de ensino pré-escolar e escolar da rede de oferta pública por parte de algumas freguesias e ainda da parte integrante da União de freguesias resultante da Reorganização Administrativa Territorial Autárquica, em 2013.

O contexto educativo inclui dois níveis de ensino, 2.º e 3.º CEB integrado no mesmo edifício.

Relativamente a este edifício, encontra-se dividido em dois. Num dos edifícios, o principal, no rés-do-chão encontram-se algumas salas destinadas ao ensino das ciências (e.g. o laboratório), a sala dos professores, a sala de recepção aos encarregados de educação, a secretaria, a cantina, a papelaria, o bar, a sala de direção, e quatro casas de banho (duas para os alunos e duas para os professores). O 1.º piso contempla de várias salas para a prática letiva, uma biblioteca, de salas de apoio e de arrecadações destinadas para guardar material de apoio.

Importa referir que os pisos do edifício são amplos, contendo alguns cacifos para os alunos guardarem os seus bens e alguns bancos servindo de espaços de convívio entre os alunos. Nas paredes da escola e nos Hales de entrada, estes são aproveitados para afixarem alguns cartazes com informações úteis aos alunos ou para exposição dos seus trabalhos realizados em alguma área disciplinar (e.g. trabalhos realizados para alusivos ao 25 de abril).

Quanto ao segundo edifício, este é referente ao pavilhão gimnodesportivo. Este contém os respetivos balneários (femininos e masculinos), destinados aos alunos e ainda a arrecadação com o material necessário para a prática da área disciplinar de Educação Física.

No que respeita ao espaço exterior, este é destinado aos alunos de ambos os ciclos, onde podem usufruir de um espaço ar livre. Possuindo, ainda, de um campo de basquetebol e de futebol devidamente identificado.

No que concerne aos recursos humanos, a escola dispõe de pessoal docente de setenta e três professores (no 2.º CEB: 23 professores pertencentes ao quadro de agrupamento, 1 professor pertencente ao quadro de zona pedagógica e 1 professor contratado; no 3.º CEB: 39 professores pertencentes ao quadro de agrupamento, 2 professores pertencentes ao quadro de zona pedagógica e 7 professores contratados). Quanto ao pessoal não-docente ao nível da escola, não se sabe o valor individualizado, no entanto o agrupamento dispõe de 64 assistentes operacionais, de 3 técnicos superiores e de 15 assistentes técnicos e de 4 cozinheiras, que se distribuem pelas diversas valências, auxiliando a operacionalização da gestão dos alunos em vários momentos do contexto educativo.

Quanto ao horário de funcionamento escolar, a escola inicia as suas aulas às 8h30 e termina às 18h30 para o horário funcional das práticas letivas. É de salientar que cada aula pode ter duração de 45 e/ou de 90 minutos, dependendo da área disciplinar e da sua carga letiva, variando assim os horários de cada turma.

### 1.2.1. Caraterização da sala

As salas de aulas, onde ocorreram as intervenções (eram três salas distintas: duas para matemática e uma para ciências, mais conhecido pelo laboratório) devem ser um espaço favorável face ao processo de ensino e de aprendizagem, de forma a proporcionar um ambiente acolhedor o contexto educativo face às necessidades dos alunos.

Posto isto, as salas eram amplas, com espaço suficiente para a circulação tanto dos alunos como do professor ao longo das mesas. Estas eram luminosas, devido à existência de diversas janelas ao longo de uma parede, o que permite a circulação do ar.

A sala encontra-se equipada com material de apoio como um computador, um projetor para utilização do professor como auxílio da lecionação e para registos da turma, quadro branco e vários quadros de cortiça ao longo da parede oposta à das janelas e à do quadro, permitindo a exposição de materiais realizados pelas várias turmas (e.g. cartazes, trabalho, etc.), com bancadas de apoio e, também armários para armazenamento de materiais da escola que serve de apoio à prática letiva, principalmente no laboratório de Ciências.

Relativamente à organização das mesas de trabalho, estas encontram-se dispostas em três filas, cada uma com quatro mesas e cada mesa com duas cadeiras.

### 1.2.2. Caraterização da turma/grupo

A intervenção da PES neste segundo contexto foi realizada numa turma de 6.º ano de escolaridade, composta por vinte e dois alunos, sendo catorze do sexo masculino e oito do sexo feminino, com idades compreendidas entre os 11 e os 12 anos.

No que se refere a alunos com NEE, existiam dois casos no grupo. Os dois alunos com dificuldades de aprendizagens e, um deles com hiperatividade, acompanhavam a turma do ensino regular a tempo inteiro, participando em toda a componente letiva. No entanto, é de salientar que estes alunos eram acompanhados, duas vezes por semana (um vez durante 90 minutos e outro durante 45 minutos), por um professor que lhes prestava apoio durante as aulas, mais especificamente, na área disciplinar de Matemática.

Através de alguma informação da turma e em conversa com os professores cooperantes foi possível aferir alguns dados relativos ao contexto familiar, socioeconómico e cultural dos alunos. Desta forma, é essencial referir que cinco alunos viviam em famílias separadas, contudo variavam entre os zero e os dois irmãos, sendo que 5 alunos usufruíam de escalão de Apoio Social Escolar, dos quais 2 tinham escalão A e os restantes 3 tinham escalão B.

Quanto às atividades profissionais, estas eram bastante diversificadas, evidenciando o sector dos serviços ligados a áreas como o comércio (pescador, lojista, entre outros), economia, limpeza (empregada de limpeza e doméstica), educação (professor, assistente operacional) e segurança pública (polícias).

Relativamente às atitudes comportamentais, à postura na sala de aula, os alunos demonstravam atitudes um pouco desajustados, revelando agitação e tendência para o excesso da desconcentração e de conversa. Apesar de serem participativos, por vezes não conseguiam respeitar as regras de sala de aula.

Este grupo acabou por revelar alguns problemas ao nível da concentração e atenção, acabando por não acompanhar, devidamente, os conteúdos, perturbando o ambiente da sala de aula e o ritmo de trabalho. Este aspeto foi mais notório ao nível das Ciências Naturais do que ao nível da Matemática.

No que concerne às aprendizagens, a turma demonstrava um ritmo de trabalho diferenciado, complicando o ritmo de trabalho das aulas pondo em causa o seu desenrolar, na sua generalidade, devido aos seus comportamento pois é uma turma que se distrai facilmente. O grupo demonstra alguma autonomia na realização de algumas tarefas, no entanto, quando não compreendem o pretendido desmotivam, perdendo o interesse pela atividade.

É de salientar, que o facto de a turma apresentar ritmos de trabalho e de aprendizagem diversificados, dificulta a tarefa do professor enquanto "ser" ativo no desenvolvimento de cada aluno. É de notar que um pequeno grupo de alunos tem dificuldade em assimilar o conhecimento, mesmo aquele que já devia estar consolidado.

De uma forma mais pormenorizada, alguns alunos apresentavam dificuldades visíveis ao nível cognitivo com a existência de alguma imaturidade e falta de concentração, revelando-se nos ritmos de trabalho, sendo demasiados lentos, apresentando dificuldades nas áreas disciplinares, mais especificamente, Matemática e Ciências Naturais (áreas curriculares lecionadas em contexto do segundo ciclo).

Ao nível dos interesses e dificuldades nas duas áreas curriculares, na sua generalidade, notou-se que a turma tinha preferência pela Matemática do que pelas Ciências Naturais.

Em relação à Matemática, muitos dos alunos revelaram diversas dificuldades na interpretação e na resolução de diferentes tarefas, principalmente na resolução de problemas, desde a sua interpretação até à sua resolução. É de notar que dois alunos tinham bom raciocínio e boa compreensão de enunciados, no entanto, um deles tinha dificuldade em mostrar o seu raciocínio de forma escrita e o outro que tinha um ritmo de trabalho muito rápido.

No que respeita às Ciências Naturais, é de referir que o grupo se exibiu positivamente em relação aos temas, mas desconcentravam-se facilmente. No entanto, estes questionavam sobre as suas curiosidades perante os colegas, por vezes, questões pertinentes e contextualizadas para o tema, tornando-se assim um trabalho motivador para o professor, relevando interesse. É de salientar, que os trabalhos de grupo nesta área curricular são muito complicados, pois os alunos não encaravam este momento como momento de trabalho, mas sim para confraternizar como se estivessem em hora livre, salvo as exceções.

Por fim, é de evidenciar que a turma, na sua generalidade, não tinha hábito de realizar o trabalho para casa, assim que era pedido.

## 2. Percurso da intervenção educativa

A intervenção em contexto educativo da PES era no 2º Ciclo do Ensino Básico teve duração de quinze semanas, nas quais quatro destinaram-se à necessidade da integração no contexto educativo e tudo a que nele está envolvido como a observação, a intervenção junto dos alunos como forma de auxílio ao professor cooperante e à planificação das aulas, no qual foi possível conhecer as estratégias e metodologias utilizadas e, também, as características próprias do grupo (dificuldades, preferências, potenciais, entre outros), sendo que as restantes oito semanas destinaram-se à regência nas áreas disciplinares de Matemática e de Ciências Naturais e as últimas duas reservaram-se para regências extras caso fossem necessárias e/ou para participação em alguma atividade extra.

Esta encontrava-se estruturada para que os mestrandos se organizem enquanto par pedagógico, isto é, em cada quatro semanas (conforme os tempos letivos de cada disciplina), cada um regia uma área disciplinar e, depois trocavam de área nas seguintes quatro semanas.

No meu caso, iniciei com a regência na área disciplinar de Matemática. Durante o período de observações, no momento em que nos integrávamos no contexto escolar e em simultâneo conhecendo as turmas, começou-se a planear o primeiro bloco de regências, neste caso, para matemática e, posteriormente, durante a regência do primeiro bloco, realizava-se o mesmo processo para a área das ciências, sendo um período de quatro semanas.

Um aspeto fulcral da planificação da prática de intervenção em contexto educativo ter sido desenvolvida numa só etapa, tornou-se essencial na formação académica, tendo em consideração a experiência do contexto profissional que se aproxima, por vários factores como, por exemplo, a adaptação da planificação de uma aula para a outra, sendo necessário refletirmos acerca de todo o processo de ensino-aprendizagem, pois, nem sempre o que se de linha é o mais adequado. Contudo, as regências foram distribuídas uniformemente, procurando delinear os objetivos de cada sessão, tentando estabelecer a continuidade dos conteúdos programáticos, tendo em conta as necessidades do grupo, adotando o uso de materiais diversificados e adaptados para o tempo disponível, de modo a gerir os momentos das práticas letivas.

É de salientar que ao longo das sessões, em ambas as áreas disciplinares, as planificações foram sofrendo alguns ajustes contínuos, tendo em conta as necessidades apresentadas pela turma, assim como o feedback fornecidos tanto pelos professores cooperantes como pelo professor orientador da ESE como pelos alunos, valorizando as práticas letivas e atentas ao melhoramento das aprendizagens, focando-se nas inferências dos alunos.

Havendo a necessidade desta visão, é de referir que com as práticas tentou-se centralizar, essencialmente, os conteúdos programáticos ao contexto real dos alunos, de modo a verem a aplicabilidade destas áreas no quotidiano. Porém, sentiu-se alguma dificuldade em mostrar este facto no âmbito da disciplina de matemática.

No âmbito das áreas disciplinares lecionadas, na área da Matemática, foi me proposto para abordar o conteúdo *Números racionais,* pertencente ao domínio *Números e Operações* (NO) do 6.º ano de escolaridade.

Este conteúdo foi distribuído por 11 aulas de 90 minutos, contudo, duas dessas, foram destinadas para a realização do teste de avaliação e da sua respetiva correção, porém, foi necessário solicitar ao professor cooperante uma aula extra, para que os alunos concluíssem as tarefas necessárias para o estudo, para além da distribuição dos conteúdos a lecionar, ou seja, foram implementadas tarefas para a investigação, no qual a matemática foi a área escolhida.

Assim, no início de cada sessão era realizado uma síntese, oralmente, do que se tinha abordado na aula anterior (um recordar), de modo a verificar e a colmatar alguns as aprendizagens e as dificuldades, respetivamente, da turma em geral, criando-se assim um momento de partilha entre grupo turma, com a exceção da primeira sessão, que partimos de várias tarefas para relembrar os conceitos aprendidos no ano de escolaridade anterior.

Nesta área, foram abordados os conteúdos integrantes dos *Números racionais*: números racionais negativos; simétrico e valor absoluto de um número racional; semirreta de sentido positivo associado a um número (ordenação de números racionais); conjunto dos números inteiros relativos; conjunto dos números racionais; a adição de números racionais (definição e propriedades), subtração e soma algébrica de números racionais (definição e propriedades); e, módulo da diferença de dois números como medida da distância entre os pontos que representam esses números na reta numérica.

De modo, aquando a abordagem dos respetivos conteúdos, recorreu-se a materiais que estimulassem a aquisição de conhecimentos pelos alunos como as barrinhas chinesas, a visualização de vídeos demonstrativos, uma apresentação com a adição e subtração efetuada na régua, exemplificando-se de seguida no chão da sala de aula e, também, foi valorizada a comunicação matemática, do ponto de vista dos alunos na explicação dos seus raciocínios, trabalhos em grupos no qual discutiam entre si, estimulando-os assim à construção de conhecimento e de descobertas em benefício das suas aprendizagens.

Quanto à lecionação desta disciplina senti-me calma, conseguindo controlar o nervosismo, pois apresentava à vontade com a disciplina e com segurança a lecionar nesta área disciplinar, talvez por ser uma área que apresento um certo gosto e curiosidade.

No entanto, tive que adaptar algumas formas de explicar alguns conceitos de modo a que todos os alunos percebessem, principalmente os alunos com dificuldades e, também, em controlar certos comportamentos de alguns alunos, tendo mesmo que os mudar de lugar.

No que diz respeito à avaliação e à consolidação dos conteúdos, conseguia aperceber-me das dificuldades e da aprendizagem dos alunos na execução das tarefas propostas para a sala de aula e/ou para trabalho de casa, aquando sua realização quando solicitava por ajuda ou ao circular pelos lugares, através da observação e, também, na sua correção, respetivamente.

Relativamente às Ciências Naturais, foi me proposto para abordar o domínio *Agressões do meio e integridade do organismo* com os seus respetivos subdomínios *Microrganismos* e *Higiene e problemas sociais*.

Estes conteúdos foram distribuídos por quatro aulas de 45 minutos e três aulas de 90 minutos, sendo que o teste de avaliação e a sua correção foram efetuados em duas aulas extras, por sugestão da professora cooperante, para que os conteúdos fossem lecionados com calma para que ocorresse uma boa consolidação por parte dos alunos.

Posto isto, em cada início das sessões desta área disciplinar, funcionou do mesmo modo que em matemática, com um breve recordar da aula anterior para perceber o que já tinha sido aprendido pelos alunos, verificando-se assim as aprendizagens e dificuldades destes, caso fosse necessário voltar a rever algum conceito.

Nesta área disciplinar, foram abordados conteúdos integradores do subdomínio *Microrganismos: micróbios causadores de doenças; meios de defesa contra as agressões microbianas - a prevenção da doença*; e do subdomínio *Higiene e problemas sociais*: *higiene pessoal*; *o tabagismo*; *o alcoolismo*; *outras drogas*; *poluição*.

Aquando a abordagem destes respetivos conteúdos, recorreu-se a materiais comuns do dia-a-dia dos alunos como o texto informativo, mais especificamente, a notícia de modo a os alunos entenderem o que se passa no mundo (o jornalismo), através do documento *Referencial de Educação para os media*, deparando-se com a realidade e aprenderem com ela, pois a partir destes textos foram chegando aos conceitos pretendidos e obtiveram informações essenciais para a importância destes meios de comunicação.

Para além dos textos informativos, recorreu-se, também, a materiais digitais como o uso do PowerPoint para consolidação de algum conteúdo ou para lançamento de alguma tarefa (por exemplo, a visualização de algum vídeo), atividade prática (e.g. perceber qual a influência da humidade no crescimento de bolores, a exploração de caixas de medicamentos) e trabalhos em grupo como o quadrado do futuro (atividade proposta de integração curricular da Educação para o Desenvolvimento Cidadania Global no 1.º e 2º CEB, inserida no manual do *Projeto Global Schools*) e a construção de mapa de conceitos para consolidação dos conteúdos, ajudando desta forma os alunos e permitindo maior interação entre eles.

De uma forma geral, as regências nesta área disciplinar correram bem, no qual tive em consideração as sugestões dadas pela professora cooperante e pela professora supervisora da ESE, tendo em conta os conteúdos a lecionar e os recursos a utilizar.

Quanto à lecionação desta disciplina, senti algum receio e nervosismo, pois não apresentava o mesmo à vontade que tinha na área disciplinar de matemática, talvez pelo pavor de não conseguir responder a alguma questão momentânea colocada por algum aluno, o que aconteceu em contexto.

No entanto, senti dificuldade em controlar a turma ao nível comportamental, pois nesta área disciplinar encontravam-se, sempre, muito agitados, o que por vezes levava à quebra do ritmo da aula, pelas sucessivas chamadas de atenção.

De forma a ultrapassar este tipo de comportamentos, decidi implementar alguns momentos através de abordagens como, colocar os alunos a lerem ou a sintetizarem os conteúdos abordados ou a responderem, oralmente, às questões apresentadas acerca do que era falado, pondo em causa a gestão de tempo para o cumprimento das aulas planeadas.

Quanto à consolidação e avaliação, estas eram realizadas de modo contínuo e sistemático pela síntese inicial das aulas e, até mesmo pelo questionamento realizado ao longo da abordagem dos conteúdos, no qual se ia obtendo o feedback dos conhecimentos e dificuldades de cada aluno.

# PARTE II – TRABALHO DE INVESTIGAÇÃO

# CAPÍTULO I – INTRODUÇÃO

Ao longo deste capítulo apresenta-se o tema em estudo e justifica-se a sua pertinência, assim como, o problema e as questões de investigação.

## 1. Orientação e pertinência do estudo

A matemática é considerada uma disciplina importante no currículo dos estudantes dado que esta desempenha um papel fundamental no dia a dia, fornecendo ferramentas essenciais para o desenvolvimento do raciocínio, permitindo o desenvolvimento da capacidade de usar a matemática de modo a analisar e a resolver situações problemáticas e a comunicar com a confiança necessária, apreciando o seu valor e a sua natureza (ME-DEB, 2001[1]).

Esta área curricular é muito mais que uma ciência que estuda apenas números. Ela é considerada como uma parte constituinte de um património cultural da humanidade e um modo de pensar, no qual a sua apropriação deve ser um direito de todos (ME-DEB, 2001). Se observarmos tudo o que nos rodeia, a matemática encontra-se em diversas situações, desde construções até ao mais simples objeto. Porém, aos olhos das crianças e jovens, a matemática é vista como um "bicho-de-sete-cabeças", apresentando diversas dificuldades e influenciando o insucesso escolar, o qual resulta de falta de motivação e afinidade perante esta área, sendo que este facto pode estar relacionado e influenciado pelas práticas de ensino e falta de estímulo e gosto de quem ensina.

É neste sentido, que alguns autores (e.g. Boavida, Paiva, Cebola, Vale & Pimentel, 2008; ME-DGIDC, 2007; Serrazina, 2017), defendem que o processo de ensino e aprendizagem deve incidir na resolução de problemas e que esta deve ser reconhecida como uma atividade relevante para o currículo da matemática escolar, no qual permite estimular a capacidade e a curiosidade dos alunos para formular e resolver problemas com o intuito de estes de tornarem seres autónomos pensantes e incentivados a estarem atentos a tudo o que os rodeia.

[1] Documento curricular que já não se encontra em vigor, no entanto é considerado uma boa referência para a Matemática.

A par disto, temos um dos temas considerados dos mais importantes do currículo, os números racionais, que permite aos alunos adquirir ferramentas fundamentais para o seu desenvolvimento.

Como nos apresenta Esteves (2018), a aprendizagem dos números racionais é essencial para o desenvolvimento dos alunos, e seguindo a linha de pensamento de Behr, Lesh, Post e Silver (1983, citados em Esteves, 2018), encaram esta importância segundo três perspetivas: a prática, visto que a capacidade de lidar com estes conceitos melhora a capacidade de compreender e resolver situações e problemas do dia a dia; a psicológica, dado que os números racionais proporcionam o desenvolvimento e a expressão das estruturas mentais necessárias para o crescimento intelectual; e, a matemática, ao nível da compreensão destes conceitos, tendo em consideração que estes proporcionam uma base para futuros conhecimentos algébricos elementares, pelo facto de estarmos a falar de um conceito multifacetado, podendo tomar vários significados e representações (Charalambous & Pitta-Pantazi, 2007, citado em Ponte & Quaresma, 2011).

No entanto, segundo a linha de investigação em Portugal (e.g. Pinto, 2011; Ponte & Quaresma, 2011; Ventura, 2013), apesar dos estudos serem escassos nesta área, salienta que os alunos apresentam neste tema (como noutros) dificuldades nas suas representações e significados, sendo preciso melhorar as aprendizagens ajudando os alunos a reconhecer os diferentes significados e representações para que estes possam vir a associar cada significado a cada situação de forma adequada. A partir daqui, vai surgindo flexibilidade no conceito e na utilização destes números. Iniciando-se por mostrar aos alunos a aplicabilidade dos conceitos no seu quotidiano perante o que estão aprender, de modo a privilegiar as conexões dentro ou fora da matemática. Por exemplo com a realidade com os números racionais (o uso das frações em pequenas coisas do dia a dia como receitas, as percentagens relacionadas com os descontos, entre outras.).

Assim, uma forma de colmatar esta problemática tendo por base estes dois temas, a resolução de problemas e os números racionais. Visto que um problema, aos olhos de Vale e Pimentel (2004), se tratar de uma situação para a qual não se dispõe, logo à partida, de um procedimento que nos permite alcançar de imediato uma solução, sendo necessário um conjunto de ações tomadas para resolver essa situação e que na resolução de um problema podem surgir alguns obstáculos/dificuldades. Nesta lógica, o conceito dos números racionais, tendo em consideração os seus diversos significados, poderá ser uma ferramenta para melhorar/ajudar a ultrapassar essas dificuldades, podendo surgir diferentes modos de resolver um problema, descobrindo novos recursos (estratégias e/ou representações) para alcançar o objetivo pretendido (Pólya, 1980, citado por Vale & Pimentel, 2004).

Antes de ser lecionada a unidade de ensino sobre os números racionais, mais especificamente a introdução aos números negativos, pretendia-se identificar os conhecimentos que os alunos revelavam sobre os números racionais, em particular sobre frações, assim como as estratégias que utilizam na resolução tarefas (e.g. problemas), as representações e as dificuldades que apresentavam, pois, na fase de observação da turma foi possível detetar que os alunos tinham alguma dificuldade em resolverem problemas e exporem os seus raciocínios.

## 2. Problema e as questões da investigação

Aquando a lecionação da unidade dos números racionais, valorizou-se e incentivou-se o recurso a diferentes representações, em particular as icónicas para a aquisição dos conceitos. Esperava-se que os alunos alargassem o seu reportório de estratégias de resoluções, diversificando as representações matemáticas a que podiam recorrer na resolução de tarefas que envolvem números racionais.

Deste modo, desenvolveu-se um estudo com uma turma de vinte e um alunos do 6º ano de escolaridade, no qual se procurou compreender o desempenho dos alunos na resolução de tarefas que envolvem números racionais, analisando-se as resoluções das tarefas com múltiplas resoluções, privilegiando-se as representações e as estratégias utilizadas, de modo a identificar as principais dificuldades manifestadas nos conhecimentos envolvidos.

Para melhor compreender o problema em estudo, foram delineadas duas questões orientadoras:

Q.1. Como se pode caraterizar o desempenho dos alunos na resolução de tarefas que envolvem números racionais sob a forma de fração, identificando as estratégias e representações privilegiadas?

Q.2. Como se podem caraterizar as principais dificuldades identificadas?

# CAPÍTULO II – FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

No presente capítulo analisar-se-ão e discutir-se-ão as principais temáticas que suportam o estudo. Numa primeira fase, serão apresentadas algumas considerações sobre o ensino e a aprendizagem da matemática, no que diz respeito às orientações curriculares do Ensino Básico, tendo por base documentos orientadores no âmbito da educação matemática. De seguida, abordar-se-á a temática da Resolução de Problemas, apresentando-se, assim, as principais ideias incidindo em aspetos fulcrais como definições, as tarefas, as estratégias e o papel das representações. Posteriormente, discutir-se-á e clarificar-se-á o conceito de números racionais através da resolução de problemas. E, por fim, apresentar-se-ão, de uma forma breve, alguns estudos empíricos realizados em Portugal à volta da Resolução de Problemas que envolvam os números racionais.

## 1. As orientações programáticas e curriculares

> As conexões entre o indivíduo e a sociedade e, concomitantemente, entre o passado e o futuro, colocam à educação e à escola múltiplos desafios que suscitam diversas questões. Por exemplo, saber como podem os sistemas educativos contribuir para o desenvolvimento de valores e de competências nos alunos que lhes permitam responder aos desafios complexos deste século e fazer face às imprevisibilidades resultantes da evolução do conhecimento e da tecnologia. (Martins et al., 2017,p.7)

Como refere no documento *Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória* do Ministério de Educação/Direção-Geral da Educação [ME-DGE] (2017), por este motivo, e outros mais, é de realçar que o mundo atual coloca constantemente novos desafios à educação, no que diz respeito ao conhecimento científico e tecnológico pois este desenvolve-se a um ritmo, verdadeiramente, forte devido ao facilíssimo acesso e crescimento exponencial de informação existente no cosmos da sociedade dos dias de hoje. Neste sentido, é que o contexto em que a escola se insere, enquanto ambiente favorecedor à aprendizagem e ao desenvolvimento de competências, no qual os alunos vão adquirindo múltiplas literacias que necessitam de mobilizar, tem, por este facto, de se reformular para responder às exigências destes tempos de imprevistos constantes e de mudanças "apressadas" (ME-DGE, 2017).

A partir da aprovação da *Lei de Bases do Sistema Educativo Português* no ano de 1986 (ME-DGE, 2017), foram tomadas medidas de política educativa com duplo objetivo, sendo elas: (i) alargar o número de anos de escolaridade obrigatória, assegurando a equidade no acesso à escola de todas as crianças e jovens em idade escolar; (ii) garantir uma educação de qualidade, assegurando as melhores oportunidades educativas para todos. Neste seguimento, em 2009, a escolaridade obrigatória alargou-se para todas as crianças e jovens com idades compreendidas entre os seis e os dezoito anos, colocando-se um desafio no âmbito da educação no que diz respeito à formação de vários percursos educativos diversificados face à multiplicidade do público-alvo e respetivos objetivos formativos (ME-DGE, 2017), podendo-se, falar assim, numa Educação para Todos como objetivo primordial da UNESCO na *Declaração Mundial sobre Educação para Todos: satisfação das necessidades básicas de aprendizagem* (1998), no qual se definiu um quadro de referências que sugeriu a "liberdade, a responsabilidade, a valorização do trabalho, a consciência de si próprio, a inserção familiar e comunitária e a participação na sociedade que nos rodeia." (ME-DGE, 2017, p.6)

É de referir ainda, que ao longo dos últimos anos, os planos de estudo para o ensino básico e os respetivos programas foram sofrendo alterações individualizadas e díspares, o que, consequentemente menosprezou as aprendizagens a desenvolver ao longo da escolaridade. Então, a partir disto foi importante entender que surgiu a necessidade de definir um perfil para que todos pudessem partilhar e que incentivasse e cultivasse a qualidade, numa sociedade em que a desigualdade é cada vez mais imperfeita, não adotando uma regra exclusiva, mas sim de modo a favorecer a complementaridade e o enriquecimento mútuo entre os cidadãos.

Como refere Martins (2017, citado em ME-DGE, 2017),

> O que distingue o desenvolvimento do atraso é a aprendizagem. O aprender a conhecer, o aprender a fazer, o aprender a viver juntos e a viver com os outros e o aprender a ser constituem elementos que devem ser vistos nas diversas relações e implicações. Isto mesmo obriga a colocar a educação durante toda a vida no coração da sociedade – pela construção das múltiplas tensões que condicionam a evolução humana. O global e o local, o universo e o singular, a tradição e a modernidade, o curto e a longos prazos, a concorrência e a igual consideração e respeito por todos, a rotina e o progresso, as ideias e a realidade – tudo nos obriga à recusa de receitas ou da rigidez e a um apelo a pensar e

> a criar um destino comum humanamente emancipador. (Martins, citado em ME-DGE, 2017, p.6)

A matemática constitui um património cultural da humanidade e um modo de pensar, e que a sua apropriação é um direito de todos (ME – DEB, 2001). Pois, todas as crianças e jovens devem ter a possibilidade de:

> Contactar, a um nível apropriado, com as idades e os métodos fundamentais da matemática e apreciar o seu valor e a sua natureza;
> Desenvolver a capacidade de usar a matemática para analisar e resolver situações problemáticas e comunicar, assim como a auto-confiança necessária para fazê-lo. (ME-DEB, 2001, p.57)

Tendo em conta estes dois aspetos, e de acordo com o Ministério da Educação (2001) é de realçar que cada indivíduo matematicamente competente necessita de "um conjunto de atitudes, de capacidades e de conhecimentos relativos à matemática. " (p.57), em que este conjunto de competências devem ir ao encontro de todos de modo a desenvolver, ao longo da educação básica, (i) a predisposição para raciocinar matematicamente, ou seja, explorar situações problemáticas, procurar regularidades, fazer e testar conjeturas, formular generalizações, pensar de maneira lógica; (ii) desenvolver o gosto e a confiança pessoal em realizar atividades intelectuais que envolvam raciocínio matemático e a concepção de que a validade de uma afirmação está relacionada com a consistência da argumentação lógica e não com alguma autoridade exterior; (iii) competência para debater com outros e comunicar descobertas e ideias matemáticas através do uso da linguagem, escrita e oral, não ambígua e adequada à situação; (iv) compreensão das noções de conjetura, teorema e demonstração, assim como das consequências do uso de diferentes definições; (v) predisposição para procurar perceber a estrutura de um problema e a aptidão para desenvolver processos de resolução, assim como a analisar os erros cometidos e ensaiar estratégias alternativas; (vi) aptidão para decidir sobre a razoabilidade de um resultado e de usar, consoante os casos, o cálculo mental, os algoritmos de papel e lápis ou os instrumentos tecnológicos; (vii) procurar ver e apreciar a estrutura abstrata que está presente numa situação, seja ela relativa a problemas do dia-a-dia, à natureza ou à arte, envolva ela elementos numéricos, geométricos ou ambos; (viii) tendência para usar a matemática, em combinação com outros saberes, na compreensão de situações da realidade, bom como o sentido crítico relativamente à utilização de procedimentos e resultados matemáticos (ME-DGE, 2001).

Estas ideias estão de acordo com a posição de várias organizações e investigações (e.g. NCTM, 2007; Roth & Radford, 2011, citados em Hamido, Branco & Machado, 2012), que referem que a Matemática é uma disciplina que se assume como uma ferramenta culturalmente crucial no percurso escolar de cada aluno, uma vez que esta permite o desenvolvimento de capacidades e competências como, por exemplo,

> a argumentação, a formulação e teste de conjeturas, a comunicação e o rigor da observação e a resolução de problemas, aspetos essenciais que podem contribuir para reduzir a exclusão social e para se ser bem sucedido, do ponto de vista pessoal e profissional.(NCTM, 2007; Roth & Radford, 2011, citados em Hamido, Branco & Machado, 2012, pp.1-2).

Outros autores (e.g. Abrantes, Serrazina & Oliveira, 1999; NCTM, 2007; Ponte et al., 2007, citados em Hamido, Branco & Machado, 2012), referem que as orientações curriculares, sejam elas nacionais e/ou internacionais, de acordo com o que é apoiado a nível global, a Matemática pode e deve ser adaptada a todos os alunos, de modo a contribuir para a promoção nos alunos de perspetivas de equidade.

Neste sentido, NCTM (2000), definiu que em primeiro lugar deveria existir um conjunto de princípios que descrevessem algumas caraterísticas de uma educação matemática de qualidade elevada. No entanto, mais recentemente, o NCTM (2017) apresentou um conjunto de princípios orientadores para a matemática escolar atualizado de *An agenda for action* de modo a *Assegurar a todos o sucesso em Matemática*, sendo eles: 1) *Ensino e Aprendizagem*: deve consistir num programa de matemática de excelência que exija um ensino efetivo que envolva os alunos numa aprendizagem significativa, através das experiências individuais e colaborativas que promovam a sua capacidade para verem o sentido das ideias matemáticas e para raciocinarem matematicamente; 2) *Acesso e Equidade*: deve consistir num programa de matemática de excelência exija que todos os alunos tenham acesso a um currículo matemático de grande qualidade, a um ensino e aprendizagem eficazes, altas expectativas e a apoio e recursos necessários para maximizar o seu potencial de aprendizagem; 3) *Currículo*: deve consistir num programa de matemática de excelência inclua um currículo que desenvolva uma matemática relevante, numa progressão coerente da aprendizagem, que estabeleça conexões entre as áreas do estudo da matemática e entre a matemática e o mundo real; 4) *Ferramentas e Tecnologia*: deve consistir num programa de matemática de excelência que integre o uso de ferramentas matemáticas e de tecnologia como recursos essenciais para ajudar os alunos a aprender e perceber as ideias matemáticas, raciocinar matematicamente e comunicar o seu raciocínio; 5) *Avaliação*: deve consistir num programa de matemática de excelência que assegure que a avaliação faça parte integrante do processo de ensino, fornecendo evidências para ajudar a competência em conteúdos e práticas matemáticas importantes, recorrendo a uma diversidade de estratégias e fontes de dados, que irão informar o retorno para os alunos, as decisões a tomar sobre o ensino e a melhoria de programas; e, 6) *Profissionalismo*: deve consistir num programa de matemática de excelência, no qual os educadores assumem que eles e os seus colegas são responsáveis pelo sucesso matemático de todos e pelo crescimento profissional, pessoal e coletivo, em prol de um ensino e de uma aprendizagem da matemática que sejam eficazes. (NCTM, tradução de APM, 2017, p.5)

Tendo em consideração este conjunto de princípios, surgem diversas variáveis (e.g. estabelecer objetivos focados na aprendizagem, implementar tarefas que promovam raciocínio, facilitar o discurso matemático, entre outros) a atender que colocam desafios quer ao ensino como à aprendizagem da Matemática.

Segundo Vale (2017) um programa de matemática com qualidade necessita de um ensino eficiente que "envolva os alunos em aprendizagem significativas através de experiências individuais e coletivas, que promovem a sua capacidade de raciocinar matematicamente e de compreender e dar sentido às ideias matemáticas." (p.135).

Neste sentido, o programa do ensino básico (ME, 2013)[2], destaca três finalidades para o Ensino da Matemática, ou seja, a estruturação do pensamento, a análise do mundo natural e a interpretação da sociedade. Este encontra-se subdividido em domínios de conteúdos de modo a facilitar o encadeamento deste e para que haja um fio condutor

[2] Documento curricular em vigor na área disciplinar de Matemática.

no que se refere às aprendizagens dos alunos. Quanto aos conteúdos do programa de matemática para o 6º ano de escolaridade do 2.º Ciclo do Ensino Básico, é possível verificar que estes distribuem-se por quatro domínios: *Número e Operações (NO)*, *Geometria e Medida (GM)*, *Álgebra (ALG)* e *Organização e Tratamento de Dados (OTD).* Para este estudo, interessa o domínio Números e Operações. ME (2013), relativamente a este domínio, menciona que em relação a este ciclo termina-se o estudo das operações elementares sobre frações, complementando a construção dos números racionais, introduzindo-se, assim os negativos. E, pretende-se que os alunos alcancem o término do 2º ciclo capazes de mostrar facilmente a utilização dos números racionais em vários contextos, relacionando-os de forma eficaz as suas diferentes representações (por exemplo: frações, dízimas, percentagens, numerais mistos) para que alcancem os objetivos intrínsecos a cada ciclo, de modo a não encontrarem dificuldade na aprendizagem dos conteúdos da fase seguinte. No entanto, é de salientar que o domínio NO está presente nos três ciclos do ensino básico.

Relativamente ao tema a ser desenvolvido, e não só, pretende-se que os alunos consigam utilizar as capacidades que adquiriram durante o seu desenrolar para a aplicação na resolução de problemas relacionados com os respetivos conteúdos e que promovam a compreensão do domínio, desenvolvendo o sentido do número.

Quanto aos conteúdos pertencentes ao 6º ano são referentes à introdução dos números negativos, completando-se com a construção do conjunto dos números racionais, sendo que está muito presente o conceito associado ligado à medida.

Importa referir que no programa do ensino básico atual de matemática (ME, 2013), o conteúdo dos números racionais começam desde o 1.º CEB, nomeadamente, no 3.º ano. Começa-se por introduzir as frações de forma geométrica a partir da decomposição de um segmento de reta em segmentos de reta de igual comprimento e utilizadas, também, para exprimir medidas de diferentes grandezas, fixada a unidade, levando, depois, os alunos à visualização de diferentes representações destas. Por exemplo, as dízimas, surgindo mais tarde, no fim deste ciclo, as diferentes operações associadas à multiplicação e à divisão. Sendo que o estudo das frações no 1º CEB, seja considerado a base para a compreensão deste tema, esperando-se que os alunos assimilem os diferentes conceitos associados à fração. Por outro lado, neste ciclo também se dá ênfase ao desenvolvimento do cálculo mental, seguindo-se assim para o segundo ciclo que complementa todos os conteúdos já iniciados no ciclo anterior de modo mais aprofundado, valorizando a resolução de problemas, sendo completado no 6º ano com a introdução dos números racionais negativos, como já foi referido.

Por fim, é importante referir que o facto de o currículo estar distribuído por domínios ao longo de todos os ciclos confere uma melhor distribuição dos conteúdos, facilitando a sua visualização, auxiliando o trabalho do professor, de modo a orientá-lo no planeamento dos conteúdos para verificar as aprendizagens dos alunos, tomando consciência do que já deveria ter sido ou não aprendido, conseguindo efetuar diferentes conexões dentro ou fora da matemática.

## 2. O ensino e a aprendizagem da matemática

### 2.1. As tarefas

Vale (2017), tendo por base Stein e Smith (2009), salienta a importância do papel do professor dentro da sala de aula como algo exigente, pelo facto, de entre muitos outros aspetos, "selecionar os recursos educativos mais adequados aos seus alunos, em particular, a seleção das tarefas que propõe, já que diferentes tarefas, com diferentes níveis de exigência cognitiva, induzem diferentes modos de aprendizagem" (p.132).

Para Stein e Smith (1998, citado por NCTM, 2017), a seleção das tarefas é um fator crucial a ser considerado pelo professor, de modo a proporcionar experiências significativas aos alunos na sala de aula, sendo necessário considerar o nível de escolaridade, as idades em que os alunos se encontram, os seus conhecimentos e experiências para que estes se envolvam num nível de raciocínio elevado, podendo-se considerar, assim, uma boa tarefa.

Por sua vez, Ponte (2005) atenta os tipos de tarefas matemáticas conforme o seu grau de desafio e o seu grau de estrutura. Desta forma, o grau de desafio "relaciona-se de forma estreita com a percepção da dificuldade de uma questão e constitui uma dimensão" (p.7) desde um grau de desafio reduzido ou elevado. Quanto que o grau de estrutura relaciona-se com a natureza mais "aberta" ou "fechada" (Ponte, 2005). Quanto às tarefas com grau de estrutura fechado, é referido de forma explícita o que é dado e o que se pretende que se concretize; já em tarefas de grau de estrutura aberta existe uma indeterminação considerável no que é fornecido, no que é pedido, ou mesmo relativamente aos dois aspetos (Ponte, 2005).

Intersetando estas duas dimensões, o grau de estrutura e o grau de desafio, "obtêm-se quatro quadrantes" (Ponte, 2005, p.8), encontrando-se quatro tipo de tarefas, ou seja:

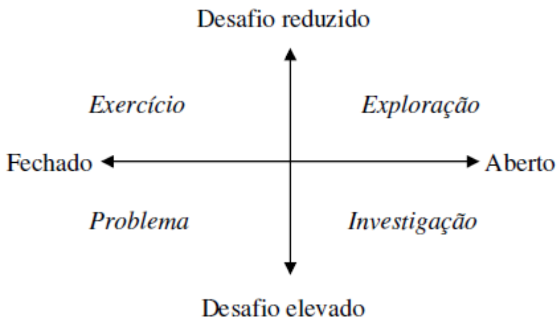



Figura 3 - Diversos tipos de tarefas, em termos do seu grau de desafio e de abertura (Ponte, 2005).

Como está na Figura 3 representado, identificamos quatro tipos de tarefas como: exercícios (considerados tarefas fechadas e de desafio reduzido), problemas (considerados tarefas fechadas e de desafio elevado), explorações (consideradas tarefas abertas de desafio reduzido) e investigações (consideradas tarefas abertas com grau de desafio elevado).

Mais recentemente o National Council of Teachers of Mathematics [NCTM] (2017) apresenta, de acordo com Stein e Smith (1998, citado por NCTM, 2017), uma taxonomia para as tarefas matemáticas, classificando-as por *níveis de exigência,* nomeadamente, nível de *exigência baixa* (encontrando-se aqui a memorização e procedimentos sem conexões) e o nível de *exigência elevado* (envolve procedimentos com conexões e fazer matemática). No entanto, de modo a conseguir classificar as diferentes tarefas matemáticas, as autoras, tiveram o cuidado de elaborar uma lista de caraterísticas das tarefas para cada nível de exigência cognitiva. Assim, apresentam-se exemplos de tarefas para os quatro níveis de exigência cognitiva de Stein e Smith (1998, citado de NCTM, 2017, p.19). Um exemplo apresentado começa por apresentar uma tarefa pedindo a regra para multiplicar números representado por fração, no qual a abordagem à tarefa é caraterizada de baixo nível, pois consiste na memorização da regra apresentada ou de processos sem conexões, devido à ausência de um contexto ou significado adicional. Ou seja, está associado a este nível de exigência (baixo), as tarefas que são trabalhadas de forma parecida.

Já as que estão inseridas na categoria de exigência de nível elevado, são as tarefas que recorrem a uma abordagem diferente, podendo usar procedimentos, mas de forma a desenvolver conexões com significados matemáticos das frações, por exemplo recorrer a desenhos e explicar como resolveu, usando blocos padrão para calcular 1/6 de 1/2.

Outro nível de abordagem de nível elevado à tarefa é uma abordagem fazendo matemática, no qual podia solicitar aos alunos que inventassem um problema de vida real que envolve o produto de 2/3 por 3/4, que o resolvesse e que não recorresse ao uso da regra da multiplicação e que no fim explicasse como fez. Assim, o aluno era desafiado a aplicar novos conhecimentos de frações. Por exemplo, "Para o almoço, a minha mãe deu-me três quartos de um a piza que tinha encomendado. Só consegui comer dois terços do bocado que ela me deu. Que parte da piza comi?". Aqui, o aluno poderia recorrer a um retângulo que representava a piza, dividindo-o em quartos e pintava três deles para mostrar a parte que a mãe lhe tinha dado. Como só comeu dois terços do que ela lhe deu, representava duas partes das pintadas. A partir deste exemplo, vemos uma possível resposta que um aluno poderia dar, ilustrando um raciocínio matemático usado para alcançar uma resposta justificada.

Assim, consegue-se observar o contraste que existe em relação aos dois níveis de exigência (baixa e elevada) que podem ser verificadas nas abordagens de resolução dos alunos às tarefas (exemplos de tarefas para quatro níveis de exigência cognitiva de Smith e Stein (1998, extraído de NCTM, 2017, p.19).

Segundo NCTM (2017), na perspetiva da taxonomia criada por Smith e Stein (1998), "as tarefas matemáticas são vistas como exigindo dos alunos níveis elevados de cognição quando permitem o envolvimento ativo em questionamentos e explorações ou os encorajam a aplicar procedimentos, relacionando-os significativamente com os conceitos e sua compreensão" (p.19). Já as tarefas que incentivem os alunos a recorrer a “procedimentos, fórmulas ou algoritmos numa perspetiva que não esteja ativamente ligada ao significado, ou que consista fundamentalmente na memorização ou na reprodução de factos previamente memorizados, são tidas como exigindo níveis baixos de cognição” (p.19).

Efetuando a ponte entre as duas perspetivas de taxonomia das tarefas, por parte de Ponte (2005) e de Stein e Smith (1998, citado em APM, 2017), poder-se-á categorizar os exercícios ao nível de exigência baixa e, as restantes tipologias de tarefas como os problemas, as explorações e as investigações corresponderem, mais ao nível de exigência alta.

Na mesma linha dos autores (e.g. NCTM, 2017; Ponte, 2005; Stein & Smith, 1998, citado em NCTM, 2017), salienta que nas duas últimas décadas, a investigação produziu três descobertas fulcrais acerca do uso de tarefas matemáticas: (1) as tarefas nem todas proporcionam aos alunos as mesmas oportunidades de aprendizagens assim como para o pensamento (Hiebert et al., 1997; Stein et al., 2009; citados em NCTM, 2017); (2) se as tarefas estimularem o pensamento e o raciocínio de nível elevado do que as tarefas que são realizadas de modo rotineiro e centralizadas nos procedimentos, alcançam mais aprendizagem nas aulas (Boaler & Staples, 2008; Hiebert & Wearne, 1993; Stein & Lane, 1996; citados em NCTM, 2017); e, (3) todas as tarefas que envolvam um grau elevado de exigência são consideradas difíceis de implementar corretamente, tornando-se, por vezes, em tarefas de menor exigência, modificando-se durante a sua utilização no ensino (Stein, Grover & Henningsen, 1996; Stigler & Hiebert, 2004; citados em NCTM, 2017).

NCTM (2017), refere ainda que os professores devem procurar selecionar com regularidade e propor tarefas que promovam o raciocínio e a resolução de problemas, de modo a ajudar os alunos a criarem oportunidades para se envolverem em pensamento de nível elevado. Pois, tarefas deste nível “encorajam o raciocínio e viabilizam o acesso à matemática por meio de múltiplas abordagens, entre os quais o uso de diferentes representações e ferramentas e promovem a resolução de problemas através de estratégias variadas” (p.17).

## 2.2. Resolução de problemas

A resolução de problemas na Matemática tem sido de extrema importância na educação, desde que foi reconhecida como uma atividade relevante para o currículo da Matemática Escolar desde a publicação de *An agenda for action* (NCTM, 1980) como referem Boavida, Paiva, Cebola, Vale e Pimentel (2008) até à atualidade.

Para Serrazina (2017) a resolução de problemas é um conceito abrangente ou formas como os problemas são apresentados, os significados da linguagem matemática, as formas como se conjetura e se raciocina, sendo considerada como a atividade principal da matemática.

Assim, poder-se-á considerar que a resolução de problemas é um dos mais importantes objetos do ensino da matemática, pois ajuda os alunos a desenvolverem processos de pensamentos, capacidades e competências matemáticas. Sendo a prova disso o anterior *Programa de Matemática do Ensino Básico* (ME-DGIDC, 2007), no qual apresenta três capacidades transversais que podem e devem estar presentes ainda nos dias de hoje, sendo elas: a *Resolução de Problemas*, o *Raciocínio Matemático* e a *Comunicação Matemática*, constituindo assim um núcleo deveras importante para todo o ensino-aprendizagem envolta desta área curricular, pois “A resolução de problemas não só é um importante objectivo de aprendizagem em si mesmo, como constitui uma actividade fundamental para a aprendizagem dos diversos conceitos, representações e procedimentos matemáticos.” (ME-DGIDC, 2007,p. 8), reforçando, o que já tinha sido afirmado pelo NCTM (2007): “A resolução de problemas não só constitui um objetivo da aprendizagem matemática, como é também um importante meio pela qual os alunos aprendem matemática.” (p.57).

Deste modo, a resolução de problemas deve ser vista e utilizada transversalmente e não só para consolidação dos conteúdos e conhecimentos.

De acordo com a Associação de Professores de Matemática [APM] (1998, citado por Pires, 2015), numa situação de resolução de problemas as tarefas de exploração e descoberta devem surgir naturalmente, levando a entrar no desconhecido, de modo a recolher dados, descobrir as diferenças, reconhecer regularidades e padrões ou estabelecer analogias.

Pires (2015) refere ainda que "a exploração favorece a formulação de conjeturas, a argumentação e a demonstração e desenvolve capacidades ligadas à comunicação." (p. 44). Sensivelmente, dez anos mais tarde, a APM (1998, citado por Pires, 2015), sugere que a prática pedagógica deve considerar "tarefas que promovam o desenvolvimento do pensamento matemático dos alunos (nomeadamente, resolução de problemas e atividades de investigação)" e que "diversifique as formas de interação em aula, criando oportunidades de discussão entre alunos, de trabalho de grupo e de trabalho de projeto" (p.44).

Da mesma opinião, Vale (2017), refere a abundância de competências relativas à computação, à memorização, na espontaneidade de procedimentos ou na recorrência do uso dos problemas de modo rotineiro como algo insuficiente, salientado que "estas capacidades são importantes, mas são necessárias outras, as que permitam resolver problemas não rotineiros, gerar múltiplas resoluções, ou caminhos, buscando pela mais elegante, simples e eficiente, justificar conclusões e comunicar resultados" (p.134).

Nas últimas décadas têm surgido várias definições de problemas. O Currículo Nacional do Ensino Básico[3] (ME, 2001) considerou a seguinte definição:

> Os problemas são situações não rotineiras que constituem desafios para os alunos e em que, frequentemente, podem ser utilizadas várias estratégias e métodos de resolução – e não exercícios, geralmente de resolução mecânica e repetitiva, em que apenas se aplica um algoritmo que conduz directamente à solução. (p.68)

Tendo por base as ideias de Ponte (2005), poder-se-á dizer que um problema é considerado como uma tarefa difícil, pois dependendo do grau de dificuldade destas, pode ser considerada um problema para um alunos e para outro ser somente um exercício, sendo que este facto está relacionado com os diversos tipos de tarefas no que diz respeito ao grau de desafio e de abertura.

Ao encontro deste pensamento encontramos mais autores (Vale & Pimentel, 2004), concordando que a capacidade de sucesso na resolução dos problemas está dependente da

[3] Documento que já não se encontra em vigor, mas que contempla uma definição de problema aceite atualmente.

experiência e do conhecimento, das capacidades e limitações de cada indivíduo, e não apenas com a aplicação direta do conhecimento dos conteúdos.

No entanto, Pólya (1980, citado por Vale & Pimentel, 2004) menciona que para resolver um problema é necessário descobrir diferentes modos de dar a volta ao obstáculo, através de recursos adequados para alcançar o objetivo pretendido.

Segundo Vale e Pimentel (2004), um problema "é uma situação para a qual não se dispõe, à partida, de um procedimento que nos permita determinar a solução, sendo a resolução de problemas o conjunto de acções tomadas para resolver essa situação."(p.12).

Procurando dar sentido aos problemas, de acordo com Boavida et al. (2008), estes para serem bons deve exibir quatro caraterísticas, sendo elas: (i) o problema deve ser compreensível pelo aluno, de modo a que a solução não seja encontrada de imediato; (ii) o problema deve ser motivador e estimulador; (iii) o problema deve múltiplos processos de resolução; e, (iv) o problema deve abranger vários temas. O que vai ao encontro de Vale e Pimentel (2004) quando referem as três caraterísticas de um bom problema segundo as *Normas 2000* e de Serrazina (2017) que, também, apresenta três caraterísticas.

Ainda neste sentido, Serrazina (2017), explica que "para que uma situação seja um problema para um determinado indivíduo, é preciso que esta lhe desperte a necessidade e interesse em resolvê-la e que, consequentemente, este faça uma tentativa deliberada no sentido de a resolver." (p.58).

## 2.3. Representações matemáticas

Santos (2015), refere que para potenciar o acesso de todos os alunos a ideias abstratas, à linguagem e ao raciocínio matemáticos, o meio que facilita o desenvolvimento de uma aprendizagem matemática com compreensão é as representações matemáticas.

Golding (2008, p.178, citado por Santos, 2015), menciona as representações matemáticas como: "Num sentido lato, uma representação é uma configuração que pode representar algo de alguma forma".

Já NCTM (2007) apela à criação e ao uso das representações para organizar, registar e comunicar ideias matemáticas, no qual o aluno deve entender "que as representações escritas das ideias matemáticas constituem uma componente essencial da aprendizagem e da produção de matemática."(p.75).

Neste sentido, temos Boavida et al. (2008), para quem as representações deviam ser reconhecidas como elementos fulcrais no entendimento matemático dos alunos no que se refere a conceitos, a procedimentos e às relações entre eles. O NCTM (2017), com base em alguns autores (Fuson, Kalchman & Bransford, 2005; Lesh, Post & Behr, 1987), refere que os alunos "demonstram uma compreensão mais profunda e uma capacidade fortalecida de resolução de problemas" (p. 24), quando estes aprendem a representar, discutir e estabelecer conexões entre as ideias matemáticas de variadas formas. Sendo que, "as representações incorporam características importantes das estruturas mentais e ações matemáticas, tais como o desenho de diagramas e o uso de palavras para mostrar e explicar o significado de fração, razão e multiplicação." (p.24).

De acordo com cada autor, podemos encontrar diferentes tipologias para caraterizar as representações matemáticas.

Segundo Bruner (1962, citado por Boavida et al., 2008), há três formas de representar as ideias matemáticas: as *representações activas*, as *representações icónicas* e as *representações simbólicas*.

Então as representações activas, partem do pressuposto que o conhecimento se constrói através da ação como o próprio nome indica, podendo recorrer ao uso de material manipulável (por exemplo: palhinhas, tampas, entre outros) e de outros objetos para simularem situações concretas.

As representações icónicas baseiam-se em esquemas, desenhos, diagramas, imagens de modo a representarem conceitos e procedimentos, no entanto, estas distanciam-se das situações concretas e físicas, propriamente dito.

E, as representações simbólicas encontram-se associadas a produções de caráter abstrato e formal, traduzidas em termos de linguagem simbólicas mas, também, por linguagem que envolvam um conjunto de regras.

No entanto, é importante, que haja conexão entre as diferentes representações para que permita a comunicação das ideias matemáticas associadas aos processos de resolução de problemas.

Na mesmo entender, surge Tripathi (2008, citado por NCTM, 2017), que observou que o facto de recorrer a “diferentes representações é como examinar o conceito através de uma variedade de lentes, com cada lente a proporcionar uma perspetiva diferente que torna a imagem (conceito) mais rica e mais aprofundada” (p.25), aparecendo outra classificação para os tipos de representações sobre a forma de representação: contextual, visual, verbal, física e simbólica.

NCTM (2017), apresenta um exemplo prático de fácil compreensão, de modo a entenderem os diferentes tipos de classificações, sendo ele:

> Por exemplo, os alunos ao desenvolverem um entendimento do significado da fração 7/4 (forma simbólica) quando conseguem percebê-lo como a quantidade formada por «sete partes de tamanho um quarto» numa representação gráfica em retângulos, divididos em partes iguais, ou numa linha numérica (forma visual) ou como medida de um fio que tem de comprimento sete quartos de metro (forma física). (NCTM, 2017, p.25)

No entanto, pode-se encontrar uma ponte entre a visão de Bruner (1962, citado por Boavida et al. 2008) e de Tripathi (2008, citado por NCTM, 2017) em relação à classificação das diferentes representações, isto é, as representações icónicas pode-se associar as representações visuais, as representações simbólicas às verbais, simbólicas e física.

Estes tipos de representações ajudam os alunos a aprofundar a sua compreensão através de discussões na resolução e/ou correção das tarefas sobre as semelhanças entre as representações. Pois, devem ser capazes de mobilizar os seus conhecimentos para resolver um problema de vários pontos de vista e a realizarem conexões entre as diversas representações até conseguirem compreender a situação e estarem preparados para descobrir o caminho para a solução.

Por estes motivos é que, NCTM (2017, p. 26), influenciada por Huinker (2013, citado em NCTM, 2017), Stylianou e Silver (2004, citado em NCTM, 2017), salienta que o “sucesso na resolução de problemas também está relacionado com a capacidade dos alunos de se moverem com flexibilidade entre as representações”.

## 2.4. As estratégias

Pólya (2003, citado por Serrazina, 2017), afirma que para se resolver problemas é necessário encontrar estratégias que se adeqúem para a resolução de cada um, de modo a ajudar os alunos a encontrar o caminho para a resolução.

Na mesma linha de pensamento alguns autores (Boavida et. al.,2008; Serrazina, 2017; Vale & Pimental, 2004), salientam a importância da utilização do uso das estratégias, no qual são vistas como técnicas para aplicação de modo a conseguir o sucesso da resolução de problemas, pois estas ajudam o aluno a encontrar e a progredir no caminho do alcance da solução, aprendendo a estruturar o pensamento e a ser capaz de comunicar o que pensou.

Assim, apresenta-se um conjunto de estratégias que, geralmente, são trabalhadas em muitas situações como no 1.º e 2.º Ciclos do Ensino Básico (Vale e Pimentel, 2004; Serrazina, 2017): i) *Descobrir um padrão/ Descobrir uma regra ou lei de formação*: Nesta estratégia procura descobrir de um padrão/ uma regra que ajude a encontrar a solução através da generalização de soluções específicas; (ii) *Fazer tentativas/ Fazer conjeturas*: Nesta estratégia consiste na tentativa de várias formas de resolver o problema até encontrar a solução adequada às condições que satisfazem o problema; (iii) *Trabalhar do fim para o princípio*: Nesta estratégia recorre aos dados finais que são fornecidos (ponto de chegada) para se descobrir os dados do ponto de partida (dados iniciais) ou para provar algo; (iv) *Usar a dedução lógica / Fazer eliminação*: Nesta estratégia pretende-se encarar todas as hipóteses, eliminando-se as que se vão testando as que não são possíveis; (v) *Reduzir a um problema mais simples/ Decomposição / Simplificação*: Nesta estratégia, por norma, aparece relacionada com a descoberta de padrões e consistem em transformar o problema em algo mais simples, resolvendo por partes os casos particulares; (vi) *Fazer uma simulação / Fazer uma experimentação / Fazer uma dramatização*: nesta estratégia recorre-se à utilização de objetos ou à criação de um modelo para se tornar mais simples ou numa dramatização que traduza o problema para facilitar o caminho para a solução; (vii) *Fazer um desenho, diagrama, gráfico ou esquema*: Nesta estratégia pretende-se recorrer a várias ferramentas, de modo a explicar como chegaram ao processo de resolução; (viii) *Fazer uma lista* *organizada ou fazer uma tabela*: Nesta estratégia utiliza-se para organizar e/ou guardar a informação ou como estratégia de resolução de forma a facilitar a chegada mais rapidamente à solução.

Ainda nesta linha de pensamento, visto que os alunos devem ser capazes de resolver problemas recorrendo a estratégias diversificadas, surgem as estratégias visuais, no qual são consideradas, por alguns autores (e.g. Vale & Barbosa, prelo), a base para a resolução de todos os tipos de problemas, visto que estas permitem soluções poderosas e criativas (Pólya, 1945; Presmeg, 2014, citados em Vale & Barbosa, prelo). Aqui pode falar-se numa estratégia intitulado de *procurar ver* que pode levar às resoluções visuais com recurso a diferentes representações deste tipo (Vale & Barbosa, prelo). Relativamente às estratégias visuais que podem se evidenciar na resolução de problemas com racionais podem estar relacionadas com o uso da reta numérica, dobragens de tiras de papel e um outro, que estas representações podem ser valorizadas, chamado de modelo da barra.

Este modelo é frequente no currículo de matemática em Singapura (Vale & Barbosa, prelo) e em termos práticos, recorre-se a retângulos para representar ou relacionar quantidades retiradas de "um problema de palavras", dando oportunidade aos alunos de optar pelas operações a usar e a compreender por que razão se aplica (Beckmann, 2004, citado por Vale & Barbosa, prelo).

No entanto, é fundamental que o papel do professor seja exigente, pois depende da sua responsabilidade diversificar os recursos em sala de aula e de propor tarefas cativantes com níveis elevados de exigência, insistindo na resolução de problemas diversificando as estratégias. Podendo, assim, melhorar a criatividade dos alunos, de modo a que estes desenvolvam as suas capacidades.

As resoluções visuais podem trazer vantagens e facilitar as resoluções, por vezes mais simples, melhorando a compreensão dos alunos de algum conteúdo, mas é preciso que estas sejam implementadas na sala de aula, valorizando-as e encorajar os alunos a utilizá-las. Pois, uma boa aula de matemática, numa vertente mais prática, procura o recurso a múltiplas representações, de forma a proporcionar o encontro das preferências dos alunos, perspetivando o ensino na base da compreensão (Vale & Barbosa, prelo). Permitindo aos alunos a compreensão de modo abrangente sobre os números racionais como as diferentes formas de representação, sobressaindo a flexibilidade de pensamento (Vale & Barbosa, prelo).

No mesmo seguimento, Arcavi (2003, citado por Vale & Barbosa, prelo), refere que estas ideias podem traduzir a visualização como algo cada vez mais reconhecido como um elemento chave do raciocínio, da resolução de problemas e até da demonstração, podendo ser reconhecida para além de uma ferramenta útil de apoio à aprendizagem.

É de notar, que é essencial que o aluno esteja familiarizado com várias estratégias para facilitar-lhe a passagem do grau de desafio sem se sentir perdido no caminho para a resolução dos problemas, podendo auxiliá-lo na progressão do seu pensamento.

Neste sentido, é essencial referir que as estratégias sendo elas do tipo analíticas, visuais ou mistas estão associadas às várias representações apresentadas no ponto anterior, na linha de pensamento de Bruner (1962, citado por Boavida et al., 2008), Thipathi (2008, citado por NCTM, 2017) e de Vale e Barbosa (prelo). Isto é, as estratégias analíticas associam-se às representações verbais, simbólicas, físicas, que recorrem ao uso da linguagem natural e matemática; as estratégias visuais privilegiam as representações icónicas; e as estratégias mistas são estratégias que associam as duas anteriores.

## 3. Os números racionais

### 3.1. A aprendizagem do número racional

Ponte e Quaresma (2011), salientam que muitos alunos possuem dificuldades na aprendizagem dos números racionais, pois "alguns perdem de vista a necessidade de todas as partes em que a unidade está dividida serem iguais " (p.57), pelo facto de contarem as partes da unidade de modo incorreto, sendo que alguns encontram dificuldades em relacioná-la com o todo a que correspondem, levando-os assim a atribuir significados incorretos ao nível do conceito de número racional.

Por outro lado, estes autores tendo por base o pensamento de Post, Behr e Lesh (1986), que referem que quando os alunos parecem ter algum conhecimento acerca destes números, falta-lhe, por vezes, a noção quantitativa dos números racionais, incluindo também a compreensão que estes podem ser representados de várias formas.

O número racional é considerado como conceito multifacetado, ou seja, pode tomar vários significados. Quando este se apresenta em fração, pode representar-se com vários sentido como *parte-todo, quociente*, *operador*, *razão*, e *medida* (Charalambous & Pitta-Pantazi, 2006, citado por Ventura, 2013; Ponte, 2007, citado por Ponte & Quaresma, 2011).

É neste sentido, que Esteves (2018) refere que os alunos só adquirem o conceito de número racional se forem capazes de explorar os diferentes significados em que as frações aparecem. Pois, ao compreender-se um dos significados de fração não quer dizer que se tem conhecimento do conceito, é aqui que surge então a necessidade de se entender os vários significados e as suas conexões (Pinto, 2011).

Assim, quanto ao significado de parte-todo, temos a representação da fração que simboliza uma relação entre os termos da fração, ou seja, entre o número de parte que são tomadas (chamado de numerador) com o número de partes em que a unidade foi dividida (chamado de denominador). Segundo Esteves (2018), este significado é usualmente o primeiro a ser lecionado no ensino do tema dos números racionais, embora permaneçam as dificuldades dos alunos quando se deparam com uma fração maior do que a unidade (uma fração imprópria), pelo facto de o numerador ser maior do que o denominador. Ainda neste significado, de acordo com as ideias de Charalambous e Pitta-Pantazi (2006, citado por Ventura, 2013), é preciso que os alunos possuam um determinado número de ideias associadas às relações entre as partes e o todo, como:

> a) as partes, de todas juntas, devem perfazer o todo, b) quanto mais o todo é dividido, mais pequenas as partes se tornam, e c) a relação entre as partes e o todo é conservada, independentemente do tamanho, da forma, do arranjo, ou da orientação das partes equivalentes (Charalambous & Pitta-Pantazi, 2006, citado por Ventura, 2013, p. 42).

O significado de quociente, a fração já representa uma divisão entre o numerador e o denominador, no qual se trata de dois números inteiros em que o denominador tem de se diferente de zero. Para este conceito sobressai a noção de equivalência, dado que duas frações representam a mesma quantidade, se e só se os seus quocientes foram equivalentes. Por exemplo, compreender que $\frac{4}{8}$ e $\frac{1}{2}$ representam a mesma quantidade pois quando são interpretados como uma divisão, o quociente das duas frações (0,5) é equivalente (Ventura, 2013). No entanto, de acordo com Santos (2005, citado em Ventura, 2013) este significado vai além do significado de parte-todo, pois neste existem duas variáveis como, tais como: "(o que se vai dividir e o número pelo qual se vai dividir, por exemplo, pizzas e pessoas)" (p.44).

No que se refere ao significado de operador, este associa-se ao papel da transformação, isto quer dizer que consiste numa ação que é realizada sobre um número, da qual se transforma o seu valor, de uma forma mais simples. Ficando-se com a ideia de ampliar/reduzir (Lamon, 2006; Santos, 2003, citado por Ventura, 2013).

Relativamente ao significado de razão, como refere Ventura (2013, p. 32) tendo por base as ideias de Lamon (2006) e Monteiro e Pinto (2005), surge a noção da comparação entre duas quantidades, no qual é indispensável o raciocínio multiplicativo. Porém, é necessário referir que tem de haver uma distinção entre a noção de razão «parte-parte», que alude à razão entre duas quantidades do mesmo tipo (chamado de "ratio"), no qual se refere a duas partes de um todo, por exemplo, a razão entre o número de meninos e meninas de uma turma; e a noção de razão entre duas grandezas de tipos diferentes (chamado de "rate"), dando origem a uma nova grandeza, por exemplo, a razão entre a distância e o tempo necessário para a percorrer como a velocidade.

Quanto ao significado de medida, este pode ser considerado como uma reconceptualização do significado parte-todo (Behr et al., 1983, citado por Ventura, 2013), devido ao considerar-se, também, uma quantidade em relação a uma determinada unidade quantitativa como defende Wheeldon (2008, citado por Ventura, 2013). Assim, a construção deste significado no sentido de medida deve-se basear-se em três princípios fundamentais, tais como: existir uma relação inversa entre o tamanho da unidade de medida e o número de vezes que essa unidade é utilizada para medir determinado objeto; o objeto (considerando a unidade) poder ser dividido em partes mais pequenas até ficarmos próximos da quantidade desejada; e, a unidade de medida poder ser repetida várias vezes, de uma extremidade à outra do objeto que se pretende medir (). Por estes motivos, é que este significado se encontra associado ao uso da linha numérica ou a instrumentos de medida como as réguas, de modo a determinar distâncias de um ponto a outro expressas por $\frac{1}{x}$ unidades (Esteves, 2018). Porém, Lamon (2006, citado por Ventura, 2013) reconhece que para os alunos efetuarem divisões sucessivas da unidade não é um processo fácil, no qual este significado de fração deve ser introduzido, após os mesmos terem experiência com outros significados, mais especificamente, parte-todo e quociente. Ter de localizar frações na linha numérica requerer sucessivas partições da mesma.

Posto isto, Esteves (2018) salienta a importância do professor na introdução aos estudo dos números racionais, sendo que se pode aplicar a qualquer outro tema ou conteúdo, no qual este deve apelar sempre ao conhecimento informal do aluno valorizando-o, pelo facto de os conhecimentos deles possam vir a servir de base para a construção dos símbolos e procedimentos matemáticos (Hiebert, 1988, citado por Ventura, 2013).

Na mesma linha do pensamento, é importante referir que o número racional encontra-se como um papel fulcral nas representações, no qual já foram apresentadas anteriormente. Pois, representar um número racional necessita atribuir-lhe uma denominação, podendo este ter diversas designações, tais como: o numeral misto, a fração, a percentagem, a reta numérica e a linguagem natural e pictórica, no qual os alunos devem entender os seus diversos significados (razão, operador, medida, entre outros.).

Por isso, o objetivo no qual se deve prender o ensino dos números racionais para melhorar as aprendizagens é ajudar os alunos a reconhecer os diferentes significados e representações que estes podem tomar. Pretende-se, assim, que venham a associar cada significado a cada situação de forma adequada, conseguindo-se que haja flexibilidade no conceito da utilização destes números (Vale & Barbosa, prelo).

## 3.2. As dificuldades na aprendizagem do número racional

Como referem alguns autores (e.g. Esteves, 2018; Pinto, 2011; Laranjeira, 2017; Behr, Lesh, Post & Silver, 1938, citado por Quaresma, 2010), os números racionais são vistos como um tema conhecido como dos mais difíceis no ensino-aprendizagem, pois, são justificados com as dificuldades na sua aprendizagem.

Do ponto de vista empírico, segundo Behr, Lesh, Post & Silver (1938, citado por Quaresma, 2010), os números racionais surgem como um conceito polissémico, apresentando diversos significados. Por exemplo, a conceptualização da unidade, a utilização imatura da regra e algoritmos no estudo deste conjunto, principalmente quando se refere à representação destes números na forma de fração, sem que haja uma verdadeira aprendizagem do seu significado (Laranjeira, 2017). No qual, é considerado por alguns autores (e.g. Costa & Monteiro, citados por Quaresma, 2010) que a memorização da regra dificulta a interiorização do conceito. Visto que muitas vezes estes números aparecem descontextualizados, levando os alunos a recorrer ao erro de pensarem que se trata de números que podem usar as mesmas regras do conjunto dos números inteiros.

Uma outra dificuldade que se depara no ensino dos números racionais, prende-se com o conceito de frações equivalentes, surgindo aqui uma falta de compreensão por parte dos alunos. Isto é, Quaresma (2010), refere que os alunos entendem como frações equivalente “aquelas que obtêm multiplicando o numerador e o denominador pelo mesmo número inteiro” (p.2) como, por exemplo,

> Ouvem dizer que $\frac{1}{4}$ é igual a $\frac{1}{16}$, mas não entendem que a forma como o todo foi repartido se alterou e que o número de partes que se tomam do todo também aumentou, muito embora a parte desse todo continue a ser a mesma. (Quaresma, 2010, p.2)

Daqui, apercebemo-nos que os alunos não compreendem de todo o conceito de fração equivalente, nem o significado de quociente. Aprenderam apenas um processo mecânico que os ajuda a obter as frações equivalentes, sem compreender o seu verdadeiro conceito, podendo induzi-los em erro.

Por outro lado, Esteves (2018) salienta que os termos de uma fração podem ser visto pelos alunos como algo isolado, ou seja, dois números separado (numerador e denominador), sendo um dos motivos que origina o erro de adicionarem os numeradores e, depois, adicionarem os denominadores, em vez se só adicionarem os numeradores das frações equivalentes às frações inicialmente dadas, reduzindo todo ao mesmo denominador.

A partir daqui, surgem as dificuldades e os erros frequentes no que se refere à comparação e ordenação dos números racionais, pois os alunos não entendem o significado da fração em que existe uma relação entre os termos desta, e que consiste numa divisão entre dois números, concluindo que quanto maior for o denominador menor é o número que esta representa.

Relativamente à multiplicação, uma das dificuldades surge na comparação do conjunto dos números naturais, no qual o produto entre dois números naturais é sempre um número maior e, no que diz respeito aos números racionais, o caso muda de figura, pois o produto de uma fração própria por um número, já será menor (Esteves, 2018).

É por isto, que é necessário trabalhar o sentido dos números juntos dos alunos, mostrando várias representações em diferentes contextos, em especial com os números racionais de modo a permitir-lhe adquirir os verdadeiros significados dos vários conceitos, e deste modo contribuir para a flexibilidade de pensamento tão importante na resolução de problemas.

## 4. Estudo empíricos

No presente estudo, no que diz respeito ao seu desenvolvimento, realizou-se um levantamento de alguns estudos empíricos, ligados ao ensino dos números racionais. Porém, poucos são os estudos que nos podem remeter para a presente temática, em Portugal.

O estudo desenvolvido por Esteves (2018) analisou as estratégias de resolução utilizadas em tarefas que envolviam números racionais não negativos, numa turma de 5.º ano de escolaridade. O objetivo do estudo era compreender como os alunos resolviam problemas que envolviam a multiplicação e a divisão de números racionais. Assim, para a recolha de dados de uma investigação de natureza qualitativa, a investigadora estipulou três fases distintas, sendo elas: a fase de observação na qual consistiu na observação do contexto e da turma, recolhendo informações essenciais para a sua intervenção didática, conhecendo as dificuldades e as potencialidades do grupo que estava destinado a trabalhar, seguindo-se a segunda fase que prendeu-se com as regências e a recolha de dados para o estudo em concreto e, por fim a fase final no qual produziu o resultado do estudo. A autora concluiu que os alunos apresentavam de alguma forma um desempenho positivo na realização das tarefas propostas. Porém, identificou que o conhecimento dos alunos sobre os conceitos da multiplicação e da divisão de números racionais (não negativos) era mais de natureza procedimental do que conceitual. Através da recolha de dados reparou que os alunos eram capazes de se expressarem explicando o seu raciocínio através da linguagem oral, em vez das suas produções escritas revelando-se algumas dificuldades. Concluindo, também, que nas tarefas resolvidas pelos alunos apareceram uma diversidade de estratégias ora visuais ou analíticas, mostrando flexibilidade na resolução destas. É de notar, que foram vários os modelos apresentados como desenhos desenvolvendo a sua criatividade, dando privilégio aos modelos também apresentados durante as aulas aquando a lecionação dos conceitos da multiplicação e da divisão.

Um segundo caso, Laranjeira (2017) pretendeu compreender quais as dificuldades dos alunos na adição e subtração de números racionais (não negativos) representados na forma de fração, evidenciando as aprendizagens dos alunos ao longo do estudo. Este decorreu numa turma de 6º ano do 2º Ciclo do Ensino Básico, com alunos de idade compreendida entre os 11 e os 15 anos.

Teve por base um método intitulado de investigação-ação, no qual fez um diagnóstico que serviu como ponto de partida para a sua intervenção. Posto isto, como a sua intervenção tinha uma intencionalidade de mudar alguma coisa (problema) no contexto, os alunos resolviam tarefas de natureza exploratório em que variava a dinâmica de trabalho (pares ou individual), no qual era implementado a discussão das resoluções em grande grupo (turma), partilhando os resultados e a aprendizagem entre pares. Posto isto, a autora no final de toda a intervenção deparou-se com a dificuldade que os alunos tinham ao nível da compreensão das frações. Por outro lado, estes demonstraram a mobilização de alguns conceitos que lhes eram desconhecidos que os levaram a compreender os conteúdos relacionados com a adição e subtração de números racionais (não negativos) representados sob a forma de fração, recorrendo aos modelos de área que ajudou a dar o seu contributo para este estudo. Para além disto, notou também (com menos relevância) que a consideração da unidade de referência não foi tão verificada, havendo no entanto marcas de reconhecimento da sua importância para a compreensão das operações em causa e do próprio conceito de fração.

Pinto (2011) investigou o desenvolvimento do sentido da multiplicação e divisão de números racionais numa turma de 6.º ano de escolaridade e quais as potencialidades e limitações de uma unidade de ensino especificamente nesse tema, sendo que o objetivo deste estudo foi o de compreender as estratégias e as dificuldades, relevadas pelos alunos na resolução de tarefas de multiplicação e divisão de número racionais não negativos. Tratou-se de um estudo de caso múltiplo, no qual foram realizados três estudos de caso.

É de referir que a recolha de dados desenvolveu-se em três fases, ou seja, uma no início do estudo, outra no fim e, depois ao fim de seis meses para se observar a evolução (ou não) dos conceitos da unidade de ensino abordados. Assim, é de salientar que a autora realizou enumeras observações para este estudo. Os resultados do estudo permitiram caraterizar o percurso de aprendizagem realizados pelos alunos levando a concluir que desenvolveram a familiaridade com diferentes significados e contextos das operações, flexibilidade no uso das propriedades das operações, razoabilidade na análise de processos e resultados e a capacidade de usar símbolo e linguagem matemática formal significativos. Tendo estes aspetos em consideração, no início, a autora, concluiu que os alunos recorriam a esquemas informais, por exemplo o modelo da área retangular e que estes recorriam ao raciocínio aditivo nas situações que deveria recorrer ao raciocínio multiplicativo.

Os alunos, na sua maioria, não revelaram flexibilidade no uso das propriedades das operações, no qual optavam pelos algoritmos, em vez de recorrerem às propriedades das operações e que na elaboração de enunciados para expressões que envolviam os conceitos relacionados com o produto e o quociente, os alunos mostraram-se pouco familiarizados com este tipo de tarefas. Posteriormente, na fase seguinte e no fim, os alunos dos estudos de caso, já mostraram alguma evolução, nomeadamente na familiaridade com as diferentes representações das frações e alguma flexibilidade nos conceitos envolventes com a comparação, a ordenação e a densidade de números racionais, assim como na capacidade de recorrer aos símbolos e à linguagem matemática formal.

Quanto à questão do desenvolvimento do sentido da multiplicação e da divisão de números racionais, foi possível constatar que os alunos identificaram e utilizaram a operação pretendida, independentemente do seu significado e contextos das tarefas, recorrendo a procedimentos multiplicativos durante e no final da realização da unidade de ensino e, que já demonstraram uma certa evolução na diversidade de significados da multiplicação e da divisão para elaborarem enunciados para expressões. De seguida, apresenta-se algumas conclusões após seis meses da intervenção da unidade de ensino. A autora constatou que diminuiu a necessidade de modelagem das tarefas relativas aos dois conceitos envolvidos e que os alunos continuaram a demonstrar flexibilidade no uso das propriedades das operações e que conseguem de alguma forma analisar os processos e resultados das tarefas, identificando-se o uso contínuo de símbolos e de linguagem matemática formal que já tinha sido notada na fase anterior, revelando assim que adquiriram o sentido da multiplicação e divisão de números racionais.

Outro estudo foi de Ventura (2013) que pretendeu compreender a evolução dos alunos na aprendizagem do conceito de número racional e as potencialidades da sequência de tarefas que se utilizou para o ensino-aprendizagem desse conceito, numa turma de 5º ano de escolaridade. Sendo que este estudo, também foi um estudo de caso com quatro alunos.

Os resultados deste estudo evidenciaram que a inclusão do modelo da barra numérica nas tarefas propostas à progressão dos alunos, uma vez que era usado de forma espontânea ajudando-os a raciocinar, transformando-os noutros modelos que eram usados como estratégias de resolução numa grande parte das tarefas.

A autora concluiu que os alunos conseguiram evoluir na sua aprendizagem acerca do conceito do número racional, pois, na maior parte, conseguiam resolver os problemas propostos com sucesso utilizando todos os significados do número racional (como parte-todo, quociente, operador e medida) e evidenciaram a capacidade de trabalhar com o valor posicional dos números envolvendo múltiplas representações dos números racionais e as suas conexões como a flexibilidade com as unidades de referência.

Mais especificamente, quanto à compreensão dos alunos relativamente às múltiplas representações de um número racional, em particular, que conexões estabelecem entre as várias representações foram que os alunos mostraram a capacidade de representar estes números de forma pictórica e verbal, reconhecendo que estes por ser numerais mistos, frações, numerais decimais e percentagens. Verificou, também, algumas preferências dos alunos como o uso de numerais mistos quando se tratava de representar simbolicamente quantidades superiores à unidade e outros que gostavam de recorrer às percentagens quando envolviam a comparação de números racionais ou relativos à densidade destes números. Revelaram ser capazes de compreender matematicamente os números racionais visto que conseguiam utilizar e alternar com facilidade representar os números nas suas diferentes representações.

Quanto às estratégias que os alunos mais utilizaram, a autora verificou que foram diversificadas, identificando os alunos recorriam com frequência a estratégias de natureza simbólicas e/ou gráficas. Porém, os alunos revelaram a capacidade para alternar entre diferentes estratégias, demonstrando flexibilidade e a de optarem pela estratégia que lhes era mais cómoda, revelando adaptabilidade, mas reparou que a estratégia mais usada foi o uso do modelo da barra numérica.

Para concluir, é importante referir que este estudo evidenciou a promoção e a aprendizagem dos números racionais desde a sua utilização de uma abordagem significativa das diversas representações que estes podem tomar, evidenciando-se os seus significados através dos modelos, mais especificamente o modelo da barra numérica, visto que foi o mais frequentemente entre todas as estratégias.

# CAPÍTULO III – METODOLOGIA DE INVESTIGAÇÃO

Nesta secção, são fundamentadas as opções metodológicas adotadas para o desenvolvimento deste estudo, descrevendo-se os procedimentos e os instrumentos usados para a recolha de dados. E, por fim, realiza-se uma descrição do processo de análise de dados.

## 1. Opções metodológicas

Em educação, investigar é um verdadeiro desafio para os profissionais. Neste sentido, é essencial que o investigador comece por refletir acerca da metodologia a utilizar ao longo da sua investigação (Quivy & Campenhoudt, 2005).

Como a investigação fez parte da regência, a sua criação e implementação requereram um envolvimento e um contacto muito próximo com a realidade escolar em que se encontravam, por isso fez todo o sentido, e devido ao problema que se definiu, adotar um paradigma qualitativo. Através do contacto direto e do envolvimento da turma participante foi possível compreender os comportamentos e a realidade do contexto, visto que tivemos diretamente ligados ao objeto de estudo e, como refere Bogdan e Biklen (1994) "na investigação qualitativa a fonte direta de dados é o ambiente natural, constituindo o investigador o instrumento principal." (p.47).

A investigação qualitativa baseia-se num paradigma qualitativo, indutivo que vai do particular/pormenor para o geral e interpretativo/contextualizado, no qual existe uma contextualização e uma interpretação das ações e comportamentos dos intervenientes. Exige que o investigador dedique muito do seu tempo ao "terreno" para a recolha de dados, necessitando de um envolvimento e de uma interferência máxima da sua parte, auxiliando-o no tratamento de toda a informação. Como referem Bogdan e Biklen (1994) os dados recolhidos são "ricos em pormenores descritivos relativamente a pessoas, locais e conversas". (p.16).

Ainda na linha de pensamento destes autores (Bogdan & Biklen, 1994), as questões da natureza deste tipo de investigações, não dependem de variáveis mas sim da formulação de objetivos de investigar os fenómenos em toda a sua complexidade num contexto natural.

Importa referir que os investigadores (e.g. Latorre et. al., 1996; Mertens, 1996; Usher, 1998 citados em Coutinho, 2014) privilegiam a compreensão dos comportamentos a partir da visão dos sujeitos da investigação e dos dados recolhidos através do contacto com os sujeitos, nos seus contextos naturais em que ocorrem.

Então, poder-se-á afirmar que o ponto essencial deste tipo de investigação é a compreensão das problemáticas, é procurar a origem dos comportamentos, das atitudes ou crenças dos protagonistas (Coutinho, 2014).

Neste sentido, esta investigação tem como objetivo compreender que estratégias são utilizadas pelos alunos, de modo a promover o trabalho para a resolução de problemas com múltiplas resoluções, envolvendo as diversas capacidades matemáticas para o estudo dos números racionais no 6º ano. Por este motivo, devido à natureza de investigação, a metodologia mais adequada para dar resposta ao problema a estudar, considerou-se a metodologia qualitativa, pois "fornece informação acerca do ensino e da aprendizagem que de outra forma não se pode obter" (Fernandes, 1991, p.66), visto que é a mais utilizada para investigações no ramo da educação, pelo facto de analisar os acontecimentos em contexto real e natural, visto que

> Em educação, a investigação qualitativa é frequentemente designada por naturalista, porque o investigador frequenta os locais em que naturalmente se verificam os fenómenos nos quais está interessado, incidindo os dados recolhidos nos comportamentos naturais das pessoas: conversar, visitar, observar, comer, etc. (Guba & Wolf, 1978, citados por Bogdan & Biklen, 2013, p.17).

Permite ser um processo rigoroso e sistemático de descrever e/ou interpretar a realidade de sala de aula, neste caso, abrindo portas para a possibilidade interpretar ações na investigação, pelo motivo de os investigadores estudarem as coisas no seu ambiente natural numa tentativa de interpretar o fenómeno (Denzin & Lincoln, 1994, citado por Vale, 2004).

Como refere Vale (2004), a investigação qualitativa pode tomar vários significados, no qual salienta e defende esta investigação como um método multifacetado que envolve uma abordagem interpretativa e naturalista do assunto em estudo.

Desta forma, é essencial que a investigação seja detentora de processos "de observar, registar, analisar, reflectir, dialogar e repensar" (Vale, 2004, p.175) sendo partes fundamentais para o todo, de modo a auxiliar a compreensão do problema, visando reunir conhecimentos suficientes que conduzam à sua compreensão ou explicação (Vale, 2004).

Assim, a investigação desta natureza pode desenvolver-se, segundo Morse (1994, citado por Vale, 2004), em seis estádios relacionados entre si, pelos quais este estudo se orientou.

O primeiro é identificado como *estádio de reflexão*, no qual começa com a identificação de um problema para investigar; o segundo refere-se ao *estádio de planeamento*, que consiste na compreensão do local do estudo que se pretende investigar, na definição de estratégia de investigação, no qual se procede à recolha de dados, permitindo a continuidade do estádio seguinte; o terceiro, *estádio de entrada*, consiste no primeiro período de recolha de dados, no qual o investigador não deve focar as suas observações, podendo executar esquemas para auxiliá-lo a compreender algumas preocupações que ajudem na caraterização do local; o quarto, *estádio de produção e recolha de dados*, inclui a análise de dados recolhidos no estádio anterior e, permite a continuidade do processo de recolha de dados para uma análise mais aprofundada; o quinto entende-se por *estádio de afastamento*, o investigador reflete sobre o trabalho efetuado; e, por fim, o sexto, *estádio de escrita*, no qual o investigador realiza a sua interpretação dos dados, fundamentando-a com a literatura adequada ao estudo pretendido.

## 2. Contexto e Procedimento do Estudo

O presente estudo foi desenvolvido numa escola que integra o 2.º e 3.º Ciclos do Ensino Básico, localizada numa freguesia do concelho e distrito de Viana do Castelo, com uma turma de 6.º ano de escolaridade. A turma era constituída por vinte e dois alunos dos quais catorze do sexo masculino e oito do sexo feminino.

De modo geral, a turma demonstrava interesse e estava receptiva à aquisição de novos conhecimentos, nomeadamente, na área disciplinar de matemática, participando ativamente nas aulas e na realização das tarefas propostas.

Quanto ao comportamento, a turma apresentava inquietação, isto é, tendia a distrair-se facilmente com conversas paralelas, demonstrando-se, por vezes, desinteressados, à exceção de alguns alunos, mas quando se tratava se novos conteúdos, estes procuravam estar atentos e a esclarecerem dúvidas quando estas surgiam. Um aspeto que é de referir, é que a turma em geral não realizava os trabalhos de casa, quando estes eram enviados, dificultando o trabalho do professor de modo a consolidar os conteúdos, de modo a estes esclarecerem alguma coisa que não tivesse ficado também assimilado.

Deste modo, as aulas desta área disciplinar tinham como finalidade introduzir, estimular o interesse, o pensamento, o raciocínio, mais especificamente no conteúdo números racionais, pertencente ao domínio de Número e Operações.

Para este efeito, relembraram-se os conteúdos abordados no ano anterior e foram lecionados outros para novas aprendizagens, que seriam fundamentais para a resolução das várias tarefas para a investigação. Estas eram resolvidas individualmente ou em grupo, em contexto de sala de aula, num momento final da aula, ou em casa.

É de referir, que as tarefas tinham como objetivo estimular o pensamento dos alunos ao nível das representações e estratégia na resolução de problemas, aplicando os conhecimentos adquiridos em contexto sala de aula, confrontando-os com situações aproximada do contexto real.

O presente estudo decorreu ao longo de quatro semanas de regência, num total de onze blocos de noventa minutos, em contexto sala de aula, como referido no primeiro capítulo do presente relatório.

Importa salientar, que a investigadora encontrava-se a reger a área disciplinar de Matemática em contexto da Prática de Ensino Supervisionada.

Assim, tendo em consideração os fundamentos da investigação qualitativa em Educação, no que se refere ao âmbito da ética da investigação quando envolva sujeitos humanos, foi solicitada uma autorização a todos os encarregados de educação dos alunos da turma, para participarem no estudo, serem fotografados, filmados e entrevistados. Pois, como refere Bogdan e Biklen (1994) "As identidades dos sujeitos devem ser protegidas, para que a informação que o investigador recolhe não possa causar-lhes qualquer tipo de transtorno ou prejuízo." (p.77). Dadas as autorizações (anexo 1), deu-se início ao estudo.

Porém, destes vinte e dois alunos apenas vinte participaram nesta investigação, uma vez que um não foi autorizado pelo encarregado de educação e outro por não participar em todas as tarefas fulcrais para o estudo em questão.

O desenvolvimento deste estudo concretizou-se ao longo de diversas fases, descritas a seguir. A primeira - preparação do estudo. Começou pela observação, quer do contexto quer dos intervenientes, sendo uma etapa fundamental, pois permite realizar o diagnóstico e do mesmo modo identificar as suas principais potencialidades e as suas dificuldades, possibilitando relacionar a realidade escolar com a prática docente, tendo uma duração de quatro semanas. Importa referir que as observações realizadas, serviram de base no planeamento de todo o processo para a prática de ensino supervisionada, no qual se selecionou o problema a trabalhar para o presente estudo.

Na segunda fase – recolha de dados. Iniciou-se com a regência, na qual se trabalharam os conteúdos relacionados com os números racionais, mais propriamente dito, a introdução aos números racionais negativos. Paralelemente, foram recolhidos os dados necessários para a investigação, tornando-se uma tarefa árdua para a professora estagiária, visto que tem de ter dois papéis cruciais na PES, ser professora e investigadora, em simultâneo. Isto é, conciliar a prática letiva e a recolha de dados necessários ao estudo da investigação. Esta fase foi essencial para se obterem dados suficientes que contribuíssem para conclusões sustentadas, de modo a compreender a base de toda a investigação deste estudo. Ainda aqui, foram gravadas as aulas, em formato de imagem e áudio, nas quais foram lecionados os conteúdos e os alunos resolveram as tarefas relacionadas com o que era lecionado e que seriam usadas para análise das estratégias que utilizaram para as resoluções.

Por fim – redação do relatório, a terceira e última fase. Esta fase correspondeu à análise de todos os dados recolhidos durante o estudo e que permitiram a redação do trabalho (tabela 1).

Tabela 1 - Síntese das fases da investigação

| Organização no tempo | Fases de estudo | Procedimentos |
|---|---|---|
| **fevereiro a março de 2018** | Preparação do estudo | -Caraterização do contexto e da turma:<br>-Definição do problema e das questões orientadoras;<br>-Recolha bibliográfica;<br>-Pedidos de autorização aos encarregados de educação;<br>-Observação;<br>-Aplicação dos questionários.<br>-Delineamento do estudo;<br>-Seleção das tarefas para o estudo;<br>-Planificação da intervenção didática. |
| **abril a junho de 2018** | Recolha de dados | -Intervenção didática.<br>-Implementação das tarefas;<br>-Recolha de dados;<br>-Observação;<br>-Entrevista aos alunos;<br>-Recolha bibliográfica;<br>-Aplicação dos questionários. |
| **junho a novembro de 2018** | Redação do relatório | - Análise de dados;<br>- Redação do relatório final. |

## 3. Recolha de dados

Como sustenta a ideia de vários autores (Almeida & Freire, 1997, citado em Coutinho, 2014), delineada a questão problema, os seus objetivos, a metodologia e selecionado os participantes para o estudo, segue-se o processo de investigação que passa pela recolha dos dados empíricos, em que se pretende saber de que forma foi recolhida os dados e quais os instrumentos utilizados para dar conclusão do estudo em questão.

Por esse motivo, partiu-se de uma diversidade de técnicas para o estudo, pois estas foram imprescindíveis no desenvolvimento de todo este processo, na medida em que nos possibilitaram observar e captar os comportamentos no momento em que eles se produziram, bem como participar e envolver-nos no contexto (Quivy & Campenhoudt, 2008).

Segundo Vale (2014), a investigação qualitativa evidencia-se em dados na forma de palavras que, mais tarde, passarão a ser produzidos na forma textual.

O investigador pretende recolher “dados” que mostrem o mundo que se encontra a estudar, sendo estes “os elementos que formam a base da análise” (Bogdan & Biklen, 1994, p.149). Ainda, neste sentido, são ao mesmo tempo as provas e as pistas, no qual estes nos aproximam ao mundo empírico que o investigador recolhe através de instrumentos próprios de recolha (Bogdan & Biklen, 1994).

Segundo Wolcott (1994, citado por Vale, 2004), os dados recolhidos durante a intervenção obtém-se observando (através das observações), perguntando (entrevistas) e analisando (documentos e materiais).

Tendo em vista a metodologia supracitada, a recolha de dados ocorre a partir de intenções, objetivos pretendidos onde a cada um dos dados é atribuído um significado (Vale, 2004).

Note-se que, a recolha de dados do presente estudo ocorreu num ambiente natural de sala de aula, durante o período de aula, no qual se tratará de uma observação participante.

Assim, ao longo desta investigação foram utilizadas algumas técnicas de recolha de dados, tais como: as observações, os questionários (inicial e final); os documentos escritos; as entrevistas; as gravações de áudio e vídeo; e, os registos fotográficos, que se apresentam de seguida.

**Observação**

Vale (2004), considera que a observação é uma das melhores técnicas de recolha de dados, pelo facto de permitir toda a ação em tempo real, permitindo comparar o que sujeito participante diz, com aquilo que está a executar.

Por sua vez, Lincoln e Guba (1985, citado por Vale, 2004), referem que as observações potencializam a capacidade do investigador identificar “motivos, crenças, preocupações, interesses, comportamento inconsciente, costumes, etc.” (p.179) e, para além de que esta permite “capturar o fenómeno nos seus próprios termos e agarrar a sua cultura no ambiente natural” (p.179) em que ocorreu.

Mais especificamente, neste estudo a observação serviu para recolher informação sobre a forma como as tarefas propostas foram interpretadas pelos participantes e do modo como eram relacionadas umas com as outras, evidenciando as suas evoluções e aprendizagem, de forma a avaliar mais eficazmente se os objetivos traçados foram ou não cumpridos, de modo a perspetivar propostas de remediação.

Importa salientar que, quando se efetuam observações, o investigador pode assumir uma atitude, mais passiva até numa mais interventiva. Ao que se refere à posição passiva, o investigador encontra-se do lado de "fora" do que pretende observar, não se encontra em contacto direto com os participantes. Já, na posição interventiva ou participativa, como o próprio nome indica, o investigador assume um papel ativo na intervenção (Vale, 2004).

Deste ponto de vista, a investigadora, ao longo de todo o processo, foi um observador participante, visto que foi a mediadora de todo o processo e no qual esteve presente como professora estagiária, que em todas as situações interveio como participante, ficando clara pela dupla função exercida, ora investigadora ora professora estagiária (assumindo, em simultâneo, os dois papéis), pelo facto de neste tipo de investigação (qualitativa), o investigador observar o que acontece "naturalmente" (Coutinho, 2014), sendo neste caso em contexto sala de aula, perante o grupo – turma.

Segundo Yin (1989, citado por Vale, 2004, p.180), "a observação participante designa um modo especial de observação no qual o investigador não é meramente um observador passivo mas desempenha algum papel na situação que está a ser estudada ou participa em atividades relacionadas com ela." Nesta observação o observador intencionalmente integra a situação a ser observada e, consequentemente influencie os acontecimentos a serem analisados (Vale, 2004). Este processo é aplicado quando o investigador pretende compreender os papéis dos participantes que estuda (Vale, 2004), sendo, esta uma técnica de recolha de dados muito valorizada ao longo de toda esta investigação.

Optou-se neste estudo, como já foi referido, por uma observação participante ao longo de todas as aulas não se utilizando nenhum guião de observação, no entanto registou-se todos os dados relevantes do decorrer da aula no final ou recorrendo aos registos audiovisuais. Tratou-se de observações de cariz holístico e não-estruturado.

### Registos audiovisuais – registos fotográficos e vídeos

Num estudo qualitativo os registos audiovisuais podem ser considerados numa fonte de evidência dos documentos, no qual está incluído a fotografia e as gravações em vídeo ou áudio (Vale, 2004). No presente estudo foram gravadas todas as aulas que os alunos efetuaram as tarefas e as conversas que eram realizadas no decorrer das tarefas, substituindo a entrevista, pelo facto de este meio permitir captar pormenores de momentos que podem ser relevantes para a recolha de dados para a investigação.

Os registos audiovisuais completam, desta forma, as observações, ajudando a atribuir significado, pelo facto de representaram um contexto real, sendo que através deste, permite ao investigador captar a linguagem verbal e não-verbal dos participantes, podendo auxiliá-lo na compreensão do problema em estudo.

### Questionários

Tendo por base Coutinho (2014) e Quivy e Campenhoudt (2008), a construção de questionários para a recolha de dados é considerado algo complexo e demorado e que depende da experiência do investigador.

Todos os questionários são estruturados, podendo conter questões abertas ou fechadas (Vale, 2004), colocando-se uma série de perguntas sobre um determinado assunto ou ponto de interesse do investigado, tendo como intuito obter conhecimento acerca das concepções, opiniões, atitudes, capacidades, interesses, entre outros, sobre os participantes (Coutinho, 2014; Quivy & Campenhoudt, 2008), como foi o caso dos questionários aplicados.

Neste estudo, os questionários foram aplicados de modo tradicional, segundo Coutinho (2014), um formulário em formato papel e presencialmente. Assim, as respostas dos alunos foram conseguidas em contexto sala de aula, sob a supervisão da investigadora, garantindo o controlo da resposta individual sem qualquer influência por parte de outro, assegurando-se uma diminuição na contaminação nas respostas.

Desta forma, foram ministrados dois questionários no estudo. O primeiro realizou-se no início do estudo (anexo 2) com o objetivo de compreender quais as preferências, concepções e conhecimento à acerca da disciplina de matemática e de alguns conteúdos relevantes para o estudo em questão e o segundo concretizou-se no final do estudo (anexo 3) com o propósito de compreender a opinião dos alunos acerca da resolução de problemas e a aprendizagem dos números racionais (e.g. preferências, dificuldades, entre outros).

**Entrevistas**

Coutinho (2014) refere que a entrevista, tal como o questionário, pretende obter informação através de questões que são efetuadas ao inquirido pelo investigador uma vez que são realizadas de forma presencial. Pretende-se estabelecer uma conversa intencional, agradável com o inquirido, no decorrer da entrevista, pois vai facultando informações que o entrevistador espera, sendo esta conduzida face a face (Coutinho, 2014; Vale, 2004).

As entrevistas têm como intuito obter um determinado tipo de informações que não podem ser diretamente observadas (e.g. intenções, concepções, pontos de vista, factos passados, justificações, entre outros) (Vale, 2004). Desta forma, vários autores (e.g. Patton, 2002, citado por Coutinho, 2014; Silverman, 2000; Vale, 2004) referem três tipos de entrevista: estruturadas, semiestruturadas e não estruturadas. Assim, as entrevistas estruturadas serão conduzidas de acordo com um guião previamente definido conforme os objetivos definidos e o tempo estipulado, possuindo questões abertas ou estruturadas ou restritas sobre determinado assunto; as semiestruturadas diminuem a dificuldade em organizar e analisar os dados; e, por fim, as não estruturadas, as perguntas surgem no contexto e são levantadas no decorrer natural dos acontecimentos, ou seja, o entrevistador não leva consigo qualquer tipo de guião com tópicos prévios a abordar.

Neste estudo, as entrevistas realizadas tiveram a forma de "conversas", uma vez que não houve disponibilidade dos alunos para as realizar, em contacto direto com os participantes do estudo como se tratasse de conversas. As conversas realizadas tiveram um caráter flexível e aberto, uma vez que as perguntas foram levantadas no decurso natural dos acontecimentos, no qual o investigador não possuía qualquer tipo de guião com tópicos a abordar, considerando-se assim uma entrevista do tipo não estruturada. Estas serviram como suporte para identificar, compreender e justificar a forma de pensamento dos alunos aquando a resolução das tarefas propostas ou entender o seu ponto de vista sobre a tarefa de modo a compreender o que levou, ou não, a resolvê-la corretamente. Por estes motivos, as conversas foram realizadas ao longo de todas as regências em que eram propostas as tarefas, questionando os alunos, de modo a entender os seus raciocínios, como pensaram para chegar às suas resoluções e entender as dificuldades encaradas no processo de resolução.

**Documentos escritos**

Stake (1995, citado por Vale, 2004) defende que os documentos são aproveitados, muitas vezes, para confrontar os registos de atividade dos participantes que o investigador não consegue observar diretamente na sua intervenção. Segundo este ponto de vista, é de salientar que todos os dados neles incluídos, são fulcrais para fortalecer e completar as interpretações realizadas a partir de outros meios de recolha de dados, já referidos, pois num estudo deste tipo é fundamental, segundo Erlandson et al. (1993, citado por Vale, 2004) ter em consideração este tipo de registos pelo facto de eles abarcarem "toda a variedade de registos escritos e simbólicos, assim como todo o material e dados disponíveis" (p.180).

Remetendo-nos, agora, para a investigação poder-se-á referir este método como o fundamental para a recolha de dados, pois é nesta categoria que recaem as produções escritas realizadas pelos participantes (alunos) às tarefas propostas (resoluções), que foram recolhidas, sendo a partir destas que se irá extrair os dados mais relevantes para o estudo.

**Análise de dados**

A investigação integra um aspeto-chave intitulado de análise de dados (de informação), que pode ser exigente e problemático. Pois, o investigador dispõe de diversos métodos de recolha de dados empíricos que vão desde a observação direta, entrevistas, registos audiovisuais, documentos, e entre outros (Miles & Huberman, 1994, citado por Aires, 2015), como já referidos anteriormente e que foram objeto de análise deste estudo.

Neste sentido, este processo depende de uma minucidade no processo de ler, interpretar e organizar esta diversidade de dados que foram recolhidos que ter-se-á de apresentar com conclusão precisa desta investigação, sendo necessário um trabalho em que os dados sejam organizados, distribuídos por itens categorizados, resumíveis, pontos em comum, descoberta de aspetos fulcrais (Bogdan & Biklen, 1994, citado por Vale, 2004), tentado categorizá-los.

Nesta perspetiva, Colás (1992b, citado por Aires, 2015), considera que a averiguação das conclusões faz parte do processo de análise da informação, pois neste tipo de investigação tem de se assegurar a validade das constatações e inferências que se apresenta, sendo usado assim o critério do valor de verdade que consiste no isomorfismo entre o material empírico recolhido pelo investigador e a realidade – criando a credibilidade, através do procedimento de triangulação de dados, isto é, "uma das técnicas mais comuns da metodologia qualitativa", sendo que o seu princípio consiste em "recolher e analisar os dados a partir de diferentes perceptivas para os contratar e interpretar" (Aires, 2015, p.55).

Desta forma, organizou-se a análise dos dados indo ao encontro às questões orientadoras do estudo e dos dados recolhidos. Assim, analisou-se o desempenho (muito bom, bom, suficiente ou insuficiente) ao nível dos conhecimentos (diferentes significados, operações) sobre os números racionais, ao nível das representações (ativas, icónicas e simbólicas) utilizadas e ao nível das principais dificuldades manifestadas. Identificou-se, também, o tipo de estratégias utilizadas nas suas resoluções dos problemas.

# CAPÍTULO IV – INTERVENÇÃO DIDÁTICA

Neste capítulo são apresentadas, essencialmente, as tarefas escolhidas e desenvolvidas para o percurso didático relacionados com o conteúdo programático Números Racionais, relatando a sua organização, o modelo utilizado e seguido a exploração destas como os procedimentos tal como a proposta implementada no decorrer das aulas, salientando-se os seus objetivos e as expectativas de resolução de êxito e erro que cada tarefa pretendia desenvolver que serviram de base a este estudo e, ainda a apreciação acerca dos alunos ao longo da intervenção didática.

## 1. Descrição sucinta da intervenção didática

Como já foi referido, a turma com a qual se desenvolveu o estudo pertencia ao 6º ano escolaridade e era constituída por vinte e dois alunos, estando dois referenciados como alunos com necessidade educativas especiais, na qual se verificava alguma homogeneidade ao nível do aproveitamento escolar. Esta, na sua maioria não apresentava grande motivação pela matemática, mas consideravam-na como uma área essencial para o dia a dia, acabando por vezes a ter uma visão alargada acerca da sua utilidade. Ainda neste sentido, importa reforçar que a turma, em geral, revela-se com uma participação ativa, demonstrando interesse para novas aprendizagens.

Assim, a intervenção didática nesta área disciplinar decorreu, sensivelmente, no mês de abril e início de maio, isto é, de 9 de abril a 4 de maio, pelo que as aulas disponibilizadas durante este curto intervalo de tempo, dedicaram-se apenas à abordagem dos conteúdos relativos aos números racionais. Portanto, das onze aulas previstas, uma teve como intuito a revisão dos conteúdos abordados no ano anterior, através de uma ficha para este efeito, depois mais duas aulas foram reservadas para a realização de uma ficha de avaliação e outra para a correção desta. Então, durante este período foram abordados os conteúdos de números racionais estipulados em documentação oficial para o ano de escolaridade pretendido, que passo a citar: números racionais negativos; simétrico e valor absoluto de um número racional; semirreta de sentido positivo associada a um número; ordenação de números racionais; conjunto dos números inteiros relativos e conjunto dos números racionais; relacionados com a adição e subtração destes números: Segmentos de reta orientados; orientação positiva e negativa de segmentos orientados da reta numérica; Adição de números racionais - definição e propriedades; Subtração e soma algébrica de números racionais - definição e propriedades; Módulo da diferença de dois números como medida da distância entre os pontos que representam esses números na reta numérica. Estes conteúdos foram explorados e/ou introduzidos recorrendo a tarefas, no qual os alunos tiveram um papel ativo na construção do seu conhecimento.

Assim, quando se selecionaram as tarefas para os alunos, procurou-se que estas fossem adequadas ao que eles tinham aprendido, até ao momento, e que fossem cognitivamente exigentes, de modo a levar o aluno a pensar e a procurar estratégias de resolução. No entanto, antes da entrega das tarefas aos alunos, aquando da sua planificação estas eram resolvidas, com o intuito de antecipar as possíveis respostas dadas pelos alunos.
Durante a resolução destas, este processo era acompanhado aquando da circulação pela sala de aula. De acordo com o que se esperava e pretendia eram selecionados os alunos para explicarem/mostrarem as suas resoluções, tentando-se diversificar nas várias formas de resolução, considerando-se aspetos fundamentais como as estratégias, as representações, os conceitos e conexões.

É de salientar, que a intervenção didática teve por base um modelo pedagógico das cinco práticas utilizando-se um ensino exploratório, segundo Stein, Engle, Smith e Hughes (2008, citado por Vale, 2016-2017), para a exploração das tarefas, no qual favorece a discussão em sala de aula em que os professores aprendem a "orquestrar" as respostas dos alunos de uma forma mais eficaz. Isto é, as cinco práticas consistem em antecipar, monitorizar, selecionar, sequenciar/seriar (apresentar) e estabelecer conexões.

Retomando este estudo, na fase de antecipação das respostas, tendo por base este modelo, a intervenção foi delineada e preparada de acordo com as características da turma. Foi fundamental a resolução das tarefas propostas para possibilitar a tomada de decisões acerca da estrutura e sequencialidade das apresentações das mesmas aos alunos, de modo a promover a aprendizagem. No entanto, foi crucial prever a forma como os alunos poderiam resolver as tarefas em termos das estratégias e representações, para além de que foi essencial para a questão da necessidade de uma avaliação das tarefas propostas, por exemplo, o nível de dificuldade e de adequabilidade perante este grupo – turma.

De acordo com fase de monitorização, aquando da exploração das tarefas, esta foi crucial, pois ao circular pela sala de aula, permitiu perceber as resoluções dos alunos, podendo efetuar-se a seleção das respostas relevantes para a próxima fase, a apresentação ao grande grupo. Posto isto, foi realizada a seriação das respostas para partilhar, na qual se potenciam os objetivos matemáticos traçados com as tarefas propostas.

Por fim, já na fase final, o estabelecimento de conexões, pretendeu-se fazer sobressair os conteúdos da tarefa com os diferentes modos de resolução apresentados, nas fases anteriores.

Assim, pretendia-se que as tarefas fossem realizadas através de vários momentos, considerando a ação do professor, segundo as ideias de vários autores (Oliveira, Menezes & Canavarro, 2013; Serrazinha, 2016; citado por Vale, 2016-2017). Primeiramente, as tarefas, eram apresentadas garantindo-se a apropriação desta pelos alunos. Era definida a organização do trabalho, individualmente ou em grupo (pares), e qual o material a utilizar, esperando-se que se familiarizassem com o contexto da tarefa e que compreendessem o que esta pedia. Num segundo momento, a realização, no qual eram reguladas as interações entre os alunos, garantindo-se a produção dos seus "materiais". Pediam-se clarificações e justificações do que se ia observando aquando da realização, promovendo o raciocínio dos alunos de modo a encaminhá-los para a resposta, não lhes dando a resposta imediata. De seguida, surge a discussão da tarefa que tem como intuito promover a qualidade matemática das apresentações dos alunos, onde podem e devem ser solicitadas explicações, justificações, promover a comparação de e sobre resoluções. E por fim, a sistematização da tarefa, identificando e clarificando os conceitos matemáticos e formas diferentes de representações, estabelecendo conexões com aprendizagens anteriores já vivenciadas, pedindo que os alunos registassem estes aspetos resultando como sínteses.

As aulas, propriamente ditas, começavam com a revisão dos conteúdos abordados nas aulas anteriores com o objetivo de entender se os alunos adquiriram as aprendizagens e, de modo, a proporcionar a oportunidade para esclarecerem eventuais dúvidas a discutir em grupo-turma.

A aquisição de novos conceitos, ou seja, abordagem dos conteúdos era lançada através de tarefas que os alunos iam resolvendo através dos seus conhecimentos, levando-os às conclusões através do questionamento da resolução das tarefas consoante as suas intuições. No entanto, em todo o processo de intervenção privilegiou-se o recurso a estratégias mais visuais como o uso da reta numérica. Já mais na parte final das aulas, este momento era dedicado à resolução de tarefas, no qual os alunos tinham a oportunidade de por em prática os seus conhecimentos.

Quanto às tarefas dedicadas/selecionadas para o presente estudo eram apresentadas e realizadas em folhas individuais, onde os alunos registavam as suas resoluções, podendo justificar os seus raciocínios através de esquemas, cálculos, palavras, entre outras.

Estas tarefas inserem-se na categoria da resolução de problemas, surgindo aqui como a continuação da abordagem dos conteúdos acerca dos números racionais do 5º ano, prolongando-se para o 6º ano. Porém, a maior parte dos problemas recorrem ao uso do números racionais não negativos, pelo facto de estes no dia a dia serem mais frequentes e, também, por ser mais complexo fornecer problemas envolvendo os números racionais negativos, até mesmo não serem contemplados nos próprios manuais adotados pelas escolas. No entanto, permitem aos alunos mobilizar os conhecimentos aprendidos em ambos os anos e poderem estabelecer relações.

A exploração destas tarefas seguiu o mesmo modelo de exploração e das práticas de ensino exploratório. Assim, os alunos resolviam-nas, quer em grupo ou individual, mostrando o seu raciocínio de pelo menos duas formas de resolução diferentes. Estas resoluções pretendiam que os alunos utilizassem representações simbólicas e representações icónicas, já trabalhadas no 5º ano, recorrendo a estratégias analíticas ou visuais, como por exemplo o modelo da barra.

Aquando da discussão e apresentação das resoluções, os alunos tinham oportunidade de mostrar os seus raciocínios e as estratégias e quando não apresentavam nenhuma privilegiando o visual e/ou o analítico, este processo era mostrado pela professora fornecendo-lhes outras estratégias, mostrando vários modos de resolução.

Posto isto, esperava-se que os alunos recorressem mais aos modelos visuais como a reta numérica, o modelo da barra que consiste na utilização de uma barra (retângulo) para representar e/ou relacionar os dados retirados do enunciado de um problema, possibilitando aos alunos compreender a razão dos conceitos e procedimentos a utilizar.

2. Descrição das tarefas

De seguida, apresentam-se as tarefas que os alunos resolveram e que serviram de base para o estudo que se desenvolveu.

É de salientar, que antes de os alunos resolverem as tarefas, era explicado o que se pretendia que eles fizessem como o modo de trabalho ou a sua dinâmica, depois estas eram lidas, de forma a permitir a compreensão, e de modo a auxiliá-los.

Desta forma, apresenta-se o enunciado de cada tarefa, sugerindo algumas possibilidades de resolução e, também, o nível de expectativa que se esperava por parte dos alunos no que diz respeito às resoluções.

**Tarefa 1 – As natas**

Esta tarefa (Figura 4) surgiu na ficha diagnóstica aplicada na primeira aula da intervenção e tinha como objetivo rever os conteúdos abordados do ano de escolaridade anterior (5º ano), relacionados com o tema dos números racionais. Os alunos tinham como dinâmica de trabalho individual.

> A Maria fez 180 natas. Vendeu $\frac{3}{4}$ e deu $\frac{1}{3}$ das que ficaram à sua vizinha.
>
> Com quantas natas ficou para si no final?
>
> Explica o teu raciocínio, podes recorrer a cálculos, esquemas e desenhos.
>
> (Vale & Barbosa, 2017)

Figura 4 - Enunciado da tarefa 1

Relativamente à tarefa, pretendia-se que os alunos identificassem o conceito de fração como operador, tratando-se de um contexto discreto e, que recorrem-se ao conceito de multiplicação, entre uma fração e um número inteiro, e subtração de números racionais não negativos, conseguindo assimilar a compreensão dos resultados das operações, visto que, através do enunciado, conseguiam saber o total de natas e o que se pretendia no final do problema.

Posto isto, apresenta-se uma possível resolução, de forma analítica, (Figura 5) esperada pelos alunos de modo a que comecem por identificar a multiplicação, nomeadamente, o produto de uma fração por um número natural $\left(\frac{3}{4} \times 180 = 135\right)$ ou o conceito de fração como operador e, que identifiquem o que significa o resultado, apresentando-o em forma de número natural (o número de natas vendidas), de seguida que recorressem à subtração para descobrir a diferença entre o número total de natas com as vendidas, descobrindo as que ficaram $(180 - 135 = 45)$ , posteriormente, voltam a recorrer à multiplicação, realizando o novamente o mesmo processo do produto de uma fração por um número natural, para descobrirem as natas dadas pela Maria à vizinha $\left(\frac{1}{4} \times 45 = 15\right)$. Por fim, que recorressem à subtração para descobrir a diferença entre o número total de natas que sobraram com as dadas à vizinha, descobrindo as que ficaram para si no final $(45 - 15 = 30)$, identificando-se sempre os resultados, atribuindo-lhe significado.

Vendeu $\frac{3}{4}$ de 180 natas,

Ou seja, $\frac{3}{4} \times 180 = \frac{3 \times 180}{4} = 135$

E deu $\frac{1}{3}$ das que ficaram à vizinha, isto é,

Tinha 180 e vendeu 135

Ficaram $180 - 135 = 45$.

Logo, deu $\frac{1}{3} \times 45 = 15$.

Se deu 15, ficou no final com $45 - 15 = 30$.

R.: No final, a Maria ficou com 30 natas para si.

Figura 5 - Modo de resolução 1 da tarefa 1

Numa segunda proposta de resolução, tem por base a resolução visual (Figura 6), nomeadamente, o modelo da barra, esperada pelos alunos. Aqui esperava-se que os alunos recorressem ao conceito da divisão e da multiplicação, ou seja, o quociente e o produto respetivamente. Assim, cada aluno poderia considerar o total das natas como parte de um todo, a unidade $\left(\frac{4}{4}\right)$.

Posteriormente, terem em consideração o conceito de fração, relembrando as suas partes constituintes, (que o denominador de uma fração indica em quantas partes iguais se divide a unidade e o numerador indica quantas dessas partes iguais são consideradas), e tendo em ponderação a parte de natas que a Maria vendeu das que fez, verifica-se que vendeu 3 partes de 4, ou seja, dividiu a unidade por 4 $(180 \div 4 = 45)$, no qual descobre que cada parte, ou seja, $\frac{1}{4}$, que representa 45 natas cada uma, consegue-se visualizar quantas natas tinham sobrado depois da venda, ou seja, 45 natas.

Posto isto, esperava-se que os alunos dividissem o que sobrou, novamente em partes iguais, as 45 natas, ou seja, que pensassem no conceito das frações equivalentes, reduzindo a unidade para em partes mais pequenas, mas que representasse o mesmo número racional, isto é, $\frac{1}{4} = \frac{3}{12}$ . Assim, $\frac{1}{3} \times 45 = 15$. Como a Maria ofereceu $\frac{1}{3}$ das que ficaram, $\frac{1}{3} \times 45 = 15$, ofereceu 15 natas. Ficando para si, $\frac{2}{3} \times 45 = 30$ ou $2 \times 15 = 30$, ou seja, ficou com 30 natas no final.

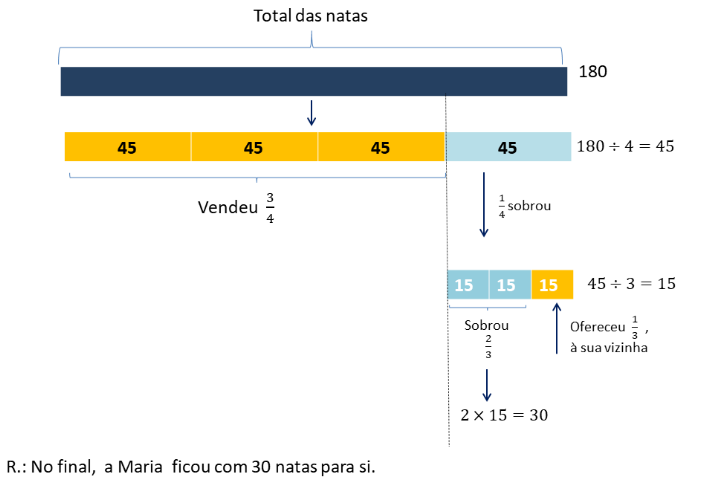



Figura 6 - Modo de resolução 2 da tarefa 1

Esperava-se que a maior parte os alunos resolve-se de forma analítica (idêntica à resolução apresentada na Figura 6), mas que nem todos identifiquem os resultados das operações realizadas. A resolução visual não é esperada; no entanto, se não aparecer nenhuma situação será apresentada pela professora.

**Tarefa 2 – O chocolate**

Esta tarefa (Figura 7), intitulada "O chocolate", foi proposta numa sessão da intervenção didática como tarefas de resolução de problemas e tem como dinâmica de trabalho individual e sugere que os alunos recorram ao apoio das tiras e dos esquemas/desenhos para resolverem o problema, ajudando-os na compreensão para a sua resolução. Esta tem como objetivo trabalhar o conceito de fração parte-todo como quociente – partilha equitativa, pois precisavam de procurar uma possibilidade de partição da unidade em unidades cada vez menores do chocolate até, realmente, se aproximar o mais possível de uma quantidade qualquer que seja a desejada.

Três amigos querem partilhar duas barras de chocolate (iguais) em partes iguais.

De que forma o podem fazer?

Que porção de chocolate recebe cada um?

<u>Dica:</u> Podes utilizar duas tiras de papel, que simulam as barras de chocolate, recorre às duas tiras de papel que o professor distribuiu para te ajudar a resolver os problemas.

(Vale et al, 2008)

Figura 7 - Enunciado da tarefa 2

Assim, distribuir-se-ão duas tiras de papel por cada aluno, para os ajudar a encontrar frações equivalentes, pois precisam de calcular $\frac{1}{3}$ de cada barra, dando num total $\frac{2}{3}$ de chocolate a cada amigo.

Desta forma, apresenta-se uma possível resolução segundo uma *representação activa*, no que se refere à utilização e manipulação da tira de papel e, ao mesmo tempo, uma *representação icónica*, baseando-se em esquemas, desenhos, diagramas, entre outro, estabelecendo-se uma conexão entre as diferentes representações, de forma a representarem as suas estratégias de forma visual esperada pelos alunos (figura 8), de modo a que comecem por identificar as duas barras de chocolate e que recorram ao conteúdo da divisão de números racionais não negativos, identificando o quociente e o seu significado. Isto é, que considerem as duas barras de chocolate e que as dividam por três e, de seguida, considerem que cada "duas partes" do chocolate serão entregues a cada amigo, ou seja, $\frac{1}{3}$ de cada chocolate, resultando assim em $\frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$ . Como se pode observar no esquema da Figura 8 (em cada cor distinta representa a quantidade para cada amigo):

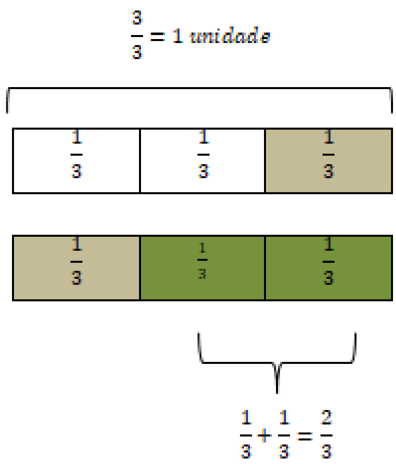



Figura 8 - Modo de resolução 1 da tarefa 2

Uma outra resolução esperada pelos alunos (Figura 9), tem por base o mesmo conceito que a primeira proposta de resolução e recorrendo às mesmas representações e estratégias. Porém, os alunos poderão desenhar, novamente as "duas barras" e efetuar a divisão de cada unidade por seis ($\frac{1}{6}$), e de seguida, considerar que cada quatro partes ($\frac{4}{6}$ ) do chocolate serão entregues a um amigo. Ou seja, procuram dividir a unidade por frações equivalentes à primeira resolução proposta. Como se pode observar no esquema da Figura 10 (em cada cor distinta representa a quantidade para cada amigo).

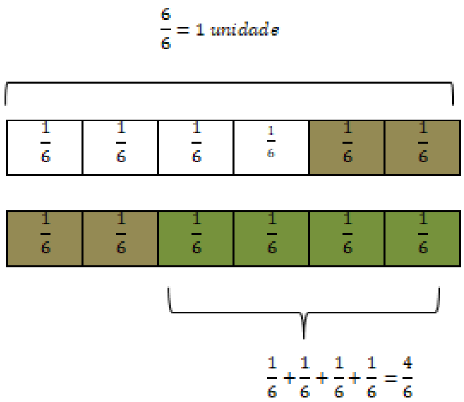



Figura 9 - Modo de resolução 2 da tarefa 2

Aqui não se espera que os alunos recorram à forma analítica por ser mais difícil de interpretar, mas sim, que os alunos consigam chegar à resolução através de esquemas para ilustrarem o que realizaram com as tiras de papel. No entanto, esta tarefa pode ser considerada com alguma complexidade para alguns alunos, no qual nem todos conseguirão efetuá-la, pelo facto de recorrerem, por norma, à forma analítica o que poderá surgir-lhes alguma dificuldade.

**Tarefa 3 – Partilhando pizas**

Esta tarefa (Figura 10) surgiu na parte final de uma aula de resolução de tarefas que tinha como objetivo trabalhar o conceito de razão com números racionais não negativos, percebendo-se de que forma os alunos apresentavam o seu raciocínio, no qual os alunos tinha como dinâmica de trabalho em grupo.

Um grupo de amigos foram almoçar a uma pizaria e distribuíram-se por três mesas, onde todos comeram a mesma quantidade de piza.

Numa mesa quadrada sentaram-se 8 amigos e comeram duas pizas.

Na mesa oval sentaram-se quatro amigos.

Na mesa redonda comeram três pizas.

Descobre quantos amigos foram à pizaria e quantas pizas comeram.

Explica o teu raciocínio.

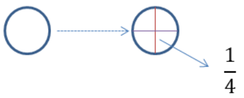
(Vale, 2017)

Figura 10 - Enunciado da tarefa 3

Relativamente à tarefa, visto que se tratava de uma relação entre o número de amigos e de pizas, pretendia-se que os alunos identificassem o conceito de fração como operador, tratando-se de um contexto discreto e, que recorremsse ao conceito de multiplicação, entre uma fração e um número inteiro, e subtração de números racionais não negativos, conseguindo assimilar a compreensão dos resultados das operações. No qual, através do enunciado, conseguiam saber a razão entre o número de amigos e de pizas.

Posto isto, apresenta-se uma possível resolução, de forma analítica, (Figura 11) esperada pelos alunos de modo a que comecem por identificar a razão, nomeadamente, o quociente entre o número de pessoas com o número de pizas $\left(r = \frac{nº pessoas}{nº\ pizas}\right)$ e que identifiquem o que significa o resultado, apresentando-o em forma de fração (a quantidade de piza comida por cada amigo). De seguida que recorressem ao conceito da proporção para descobrir o número de pizas e o número de amigos. Como se pode verificar na Figura 12:

**1ª mesa - quadrada**




Dados: 8 pessoas | 2 pizas

**2ª mesa - oval**

Dados: 4 pessoas | ? pizas

r = $\frac{Pessoas}{pizas}$

$\frac{8}{2} = \frac{4}{?} \Leftrightarrow 8 \times ? = 2 \times 4 \Leftrightarrow ? = \frac{2\times4}{8} \Leftrightarrow ? = \frac{8}{8} \Leftrightarrow ?=1$

**3ª mesa - redonda**

Dados: p pessoas | 3 pizas

$\frac{8}{2} = \frac{p}{3} \Leftrightarrow 8 \times 3 = 2 \times p \Leftrightarrow \mathrm{p} = \frac{8\times3}{2} \Leftrightarrow \mathrm{p} = \frac{24}{2} \Leftrightarrow$ p=12

$$total\ de\ pessoas = m_{quadrada} + m_{oval} + m_{redonda} = 8 + 4 + 12 = 24$$

$$total\ de\ pizas = m_{quadrada} + m_{oval} + m_{redonda} = 2 + 1 + 3 = 6$$

R.: Foram 24 amigos à pizaria e comeram 6 pizas.

Figura 11 - Modo de resolução 1 da tarefa 3

Uma outra resolução esperada pelos alunos vai ao encontro do modelo visual (Figura 12). Pretendia-se que se começasse por identificar a parte que cada pessoa comia da piza, o tipo de mesa, a simulação da distribuição das pessoas pela mesa com as respetivas pizas. Depois, que adicionassem o número total de amigos ($Amigos = 8 + 4 + 12 = 24$). E, posteriormente, que adicionassem o número total de pizas ($pizas = 2 + 1 + 3 = 6$). Como se pode verificar na Figura 12:

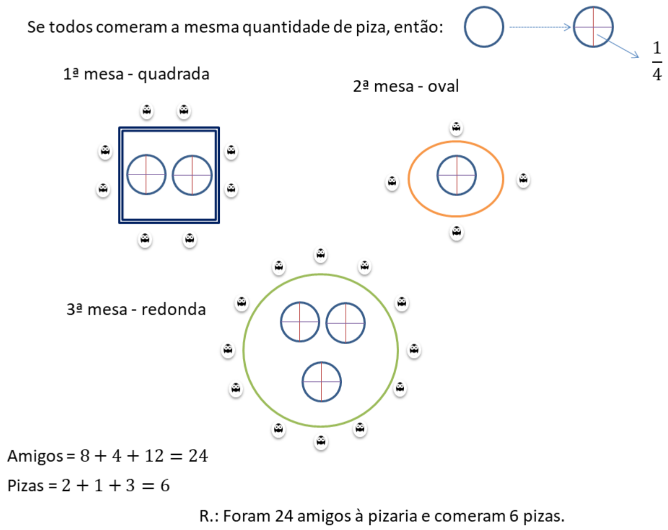



Figura 12 - Modo de resolução 2 da tarefa 3

**Tarefa 4 – O ordenado**

Nesta tarefa (Figura 13) tinha como objetivo trabalhar o conceito de fração como razão, no qual pretendia-se que os alunos recorressem à utilização das várias operações. Foi proposto como dinâmica de trabalho grupo (díade) para auxiliar os alunos na troca de ideias para realizarem mais do que uma forma de resolução.

> O Sr. Augusto deu 2/5 do seu ordenado à sua mulher e gastou metade do dinheiro com que ficou. Sabendo que ficou com 300 euros, qual foi o seu ordenado?
> Explica o teu raciocínio de duas formas diferentes.
>
> (Vale, 2017)

Figura 13 - Enunciado da tarefa 4

Os alunos não conheciam o total do ordenado do senhor Augusto mas, só que este deu metade do ordenado à mulher e do que sobrou, gastou uma parte, ficando para si 300€ no final. Como a quantidade total do ordenado era desconhecido, pode tornar o problema um pouco complexo para os alunos, visto que estes entram logo numa preocupação tremenda por não saberem este aspeto que eles consideram importante para a resolução.

Uma resolução que os alunos poderiam optar, seria através de um processo analítico (Figura 14). Pretendia-se que se começasse por identificar a parte que fica do todo quando se tira a parte do dinheiro dada à mulher, ou seja, $1-\frac{2}{5}=\frac{3}{5}$, descobrindo a parte com que ficou para si. Visto que o dinheiro que lhe sobrou do seu total do ordenado era de $\frac{3}{5}$ e que deste gastou metade $\frac{3}{5}\div 2=\frac{3}{5}\times\frac{1}{2}=\frac{3}{10}$ , ficou, portanto com $\frac{3}{10}$ do seu ordenado, no qual vale 300 €. Posto isto, verifica que a cada $\frac{1}{10}$ do seu ordenado vale 100€. Descobre-se assim que o ordenado do Senhor Augusto era de 1000€ $(10\times 100=1000)$.

Teriam de interpretar o todo como desconhecido, atribuindo-lhe como a unidade, aplicando várias operações, como por exemplo, à subtração, a partir daí descobrir as partes constituintes do ordenado, como se pode verificar na Figura 14:

Total do ordenado = $\bigcirc = \frac{5}{5}$

Deu: $\frac{2}{5}$ do ordenado à mulher = $\frac{2}{5}$ de $\bigcirc = \boxed{\frac{2}{5}\bigcirc}$

Depois de dar à mulher, sobrou-lhe: $\bigcirc - \frac{2}{5}\bigcirc = \frac{5}{5}\bigcirc - \frac{2}{5}\bigcirc = \boxed{\frac{3}{5}\bigcirc}$

Sabemos que ficou com $\frac{1}{2} \times \frac{3}{5}\bigcirc = \boxed{\frac{3}{10}\bigcirc}$

E que $\frac{3}{10}\bigcirc = 300€$ ,

$então, \quad \frac{1}{10} \times 300 = 100€$

$Logo,\ 10 \times 100$ =1000

R:. O ordenado do Sr. Augusto foi de 1000 €.

Figura 14 - Modo de resolução 1 da tarefa 4

Uma outra resolução esperada pelos alunos vai ao encontro do modelo visual (Figura 15). Pretendia-se que começassem por identificar o total do ordenado do Senhor Augusto. Depois, que identificassem a parte do dinheiro que deu à mulher, ou seja, $\frac{2}{5}$ . Posteriormente, que identificassem a parte do dinheiro que lhe sobrou $\left(\frac{3}{5}\right)$ obtêm, $\frac{5}{5} - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$. Posto isto, que identificassem a parte que gastou do que lhe sobrou depois de dar à mulher, ou seja metade. Como a parte sobrou depois de ele gastar correspondia a 300€, $\frac{1}{2} \times \frac{3}{5} = \frac{3}{10} = 300€$, o que corresponde a que cada parte fosse de 100€, pois $300 \div 3 = 100$. Então, como o ordenado acabou por ser dividido em dez décimos, $10 \times 100 = 1000$, logo o Senhor Augusto tinha de ordenado 1000€. Como se pode verificar na Figura 15:

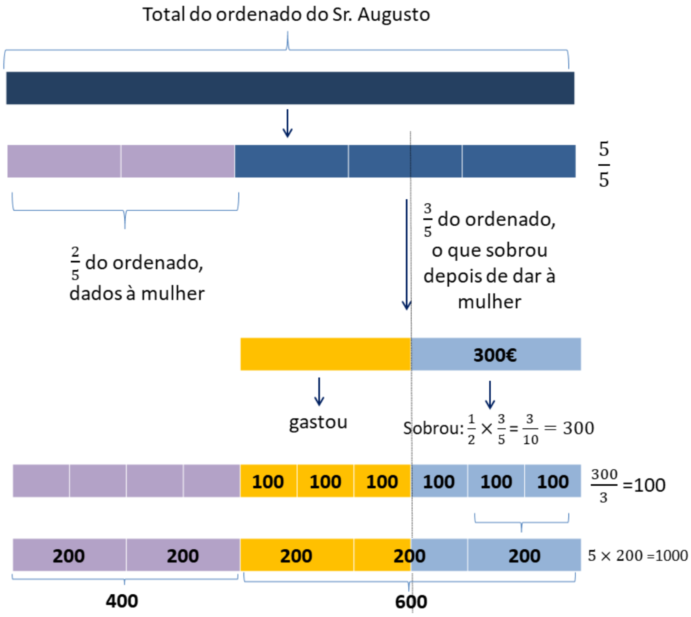



Figura 15 - Modo de resolução 2 da tarefa 4

As expectativas de sucesso para esta tarefa eram elevadas, pois trata-se de uma tarefa com um grau exigente na sua complexidade e interpretação, visto que se pedia aos alunos mais do que uma resolução e por estes terem que trabalhar as frações equivalentes o que lhes poderá trazer alguma confusão para a descoberta do total do ordenado. Espera que os alunos tentem apresentar as duas propostas de resolução diferentes, mas que contenham alguns erros no processo de resolução. Embora, espera-se que a maior parte dos alunos consigam resolver a tarefa.

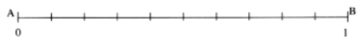
**Tarefa 5 – Percursos**

Esta tarefa (Figura 16), foi proposta aos alunos como dinâmica de trabalho individual para trabalhos de casa e tinha como objetivo trabalhar os conceitos relacionados com os números racionais (positivos e negativos) e como medida, envolvendo as operações com números racionais e de preparação para a ficha de avaliação, visto que os alunos trabalhavam os conceitos abordados ao longo da intervenção didática.

1.Um grupo de caminheiros de um agrupamento de escuteiros organizou um percurso pedestre no Parque Nacional da Peneda do Gerês, representado na figura por [AB], com início em A.

A Catarina parou para descansar depois de ter feito $\frac{2}{5}$ do percurso, a Joana parou ao fim $\frac{4}{10}$, o André ao fim de $\frac{3}{5}$ e os restantes elementos do grupo decidiram parar e voltar para o início ao fim de $\frac{7}{10}$ do percurso.

1.1. Assinala no segmento [AB] abaixo traçado, o ponto que corresponde a cada uma das paragens.




1.2.Sabendo que o percurso era de 4 Km, quantos quilómetros fez Catarina quando parou para descansar? E a Joana? Que podes concluir acerca do percurso feito pelas duas meninas quando pararam para descansar? Justifica a tua resposta.

1.3.Quantos quilómetros a menos percorreu o André quando parou comparado com os restantes elementos (não contes a Catarina e a Joana)?

1.4. Quantos quilómetros já tinham percorrido os restantes elementos que voltaram para o início?

1.5. O Luís e a Sofia que chegaram atrasados, confundiram o sentido do percurso e foram em sentido contrário, começando em A, tendo o Luís andado $\frac{4}{5}$ do percurso e a Sofia apenas $\frac{6}{10}$.

1.5.1. Desenha o percurso que foi percorrido por todos.

1.5.2. Assinala, no percurso anterior, o ponto que corresponde a cada uma das paragens de todos os caminheiros e a respetiva abcissa de cada um desses pontos.

1.5.3. Ordena, as distâncias percorridas por cada um dos caminheiros.

(adaptado de Canelas, 2016)

Figura 16 - Enunciado da tarefa 5

A tarefa é dividida em alíneas, em que cada uma tem objetivos distintos. Assim, a primeira alínea pretende que os alunos recorram à reta numérica para identificaram os pontos de paragens dos elementos pertencentes ao grupo de caminheiros. Posto isto, devem começar por organizar os dados fornecidos no enunciado, identificando o abcissa de cada ponto, reduzir todos os números racionais tendo em conta a mesma unidade e, depois que recorram aos conteúdos com a ordenação e comparação de números racionais. Sendo esperado uma resolução idêntica à da Figura 17:

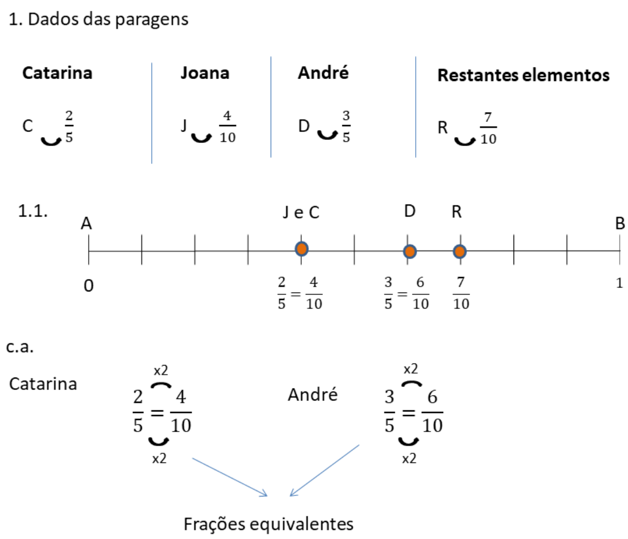


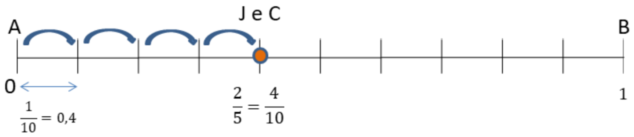

Figura 17 - Modo de resolução da alínea 1.1. da tarefa 5

Na alínea seguinte era esperado, que os alunos recorressem ao conceito da reta numérica, ou seja, que se lembrassem que é necessário um sentido (AB), um ponto de origem (A) e uma unidade de comprimento de que neste caso será um décimo (0,4km). Posto isto, e tendo em consideração estes aspetos esperava-se que os alunos identificassem o percurso de cada elemento no segmento de reta, identificando-os e que efetuassem o cálculo do percurso de cada uma, concluindo que esta percorriam o mesmo caminho visto que se tratava de frações equivalentes. Como se pode verificar numa sugestão de resolução na Figura 18:

1.2. Dados

$\overline{AB} = 4\ Km$

Então, $\frac{1}{10} \times 4 = 0{,}4\ Km$




c.a.

Catarina

$$\frac{2}{5} \times 4 = \frac{8}{5} = 1{,}6$$

$$ou$$

$$\frac{4}{10} \times 4 = \frac{16}{10} = 1{,}6$$

Joana $\frac{4}{10} \times 4 = \frac{16}{10} = 1{,}6$

R.: A Catarina e a Joana fizeram, ambas, 1,6 km. A parte que uma e outra percorreram durante o percurso foi o mesmo, pois trata-se de frações equivalentes.

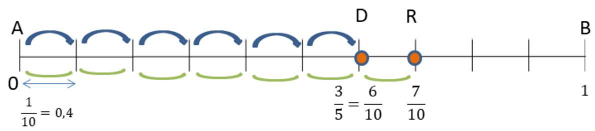
Figura 18 - Modo de resolução da alínea 1.2. da tarefa 5

Na alínea 1.3. pretendia-se que os alunos recorressem ao conceito ao módulo da diferença entre dos números, no qual se esperava que estes identificassem o caminho percorrido por ambos, que calculassem as duas distâncias percorridas individualmente por cada elemento e depois que realizassem o cálculo do módulo, representando a distância entre os pontos de abcissa de cada elemento. Como mostra a resolução da Figura 19:

1.3. Dados

**André** **Restantes elementos**

D $\frac{3}{5} = \frac{6}{10}$ R $\frac{7}{10}$




$d$ -> distância

$$d = |2{,}4 - 2{,}8| = |-0{,}4| = 0{,}4$$

ou

$$d = 2{,}8 - 2{,}4 = 0{,}4$$

c.a.

| | |
|---|---|
| André | $\frac{6}{10} \times 4 = \frac{24}{10} = 2{,}4$ |
| Restantes elementos | $\frac{7}{10} \times 4 = \frac{28}{10} = 2{,}8$ |

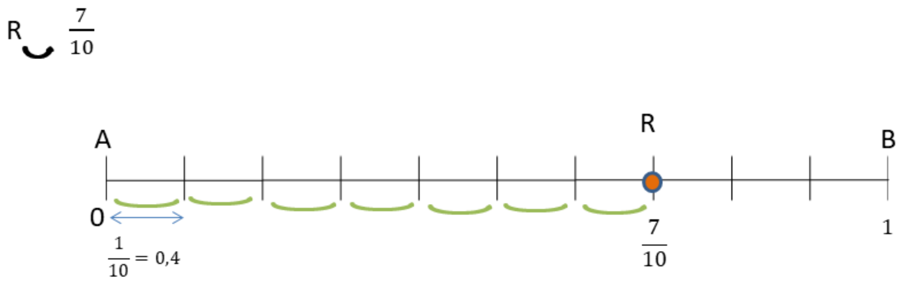
R.: O André percorreu menos 0,4 km comparado com os restantes elementos.

Figura 19 - Modo de resolução da alínea 1.3. da tarefa 5

Na alínea 1.4., esperava-se que os alunos realizassem a operação da multiplicação, nomeadamente, o produto de uma fração por um número natural, descobrindo os km percorridos pelos restantes elementos do grupo, identificando o percurso. Como mostra a Figura 20 segundo um modo de resolução.

1.4. Dados

**Restantes elementos**




Restantes elementos

$$\frac{7}{10} \times 4 = \frac{28}{10} = 2{,}8$$

R.: Já tinham percorrido 2,8 km do percurso, ou seja, já tinha percorrido mais de metade do percurso quando voltaram para o início.

Figura 20 - Modo de resolução da alínea 1.4. da tarefa 5

Já na alínea 1.5. esta pretende na sua globalidade que os alunos associem o “sentido contrário” à utilização dos números racionais negativos e que os utilizem. Posto isto, devem começar por organizar os dados que são apresentados. E nas alíneas 1.5.1 e 1.5.2. que recorram ao conceito da reta numérica para desenharem o percurso tendo em consideração todos os aspetos essenciais (já referidos na alínea 1.2.), identificando todas as abcissas do pontos. E na alínea 1.5.3 que utilizei os conceitos da comparação e ordenação dos nos números racionais. Como no exemplo da Figura 21 e Figura 22, respetivamente, que apresenta um modo de resolução:

1.5. Dados

**Luís**

L $-\frac{4}{5} = -\frac{8}{10}$

**Sofia**

S $-\frac{6}{10}$

1.5.1 e 1.5.2

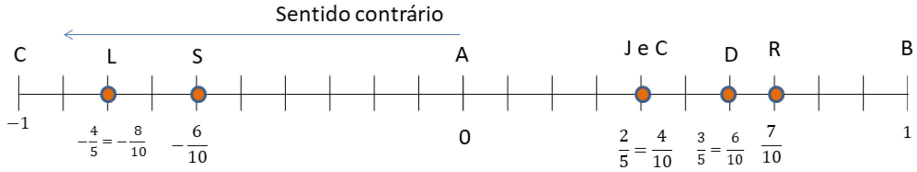



Figura 21 - Modo de resolução da alínea 1.5.1. e 1.5.2. da tarefa 5

1.5.3

$$-\frac{4}{5} < -\frac{6}{10} < \frac{2}{5} < \frac{3}{5} < \frac{7}{10} \qquad ou \qquad -\frac{8}{10} < -\frac{6}{10} < \frac{4}{10} < \frac{6}{10} < \frac{7}{10}$$

Figura 22 - Modo de resolução da alínea 1.5.3. da tarefa 5

**Tarefa 6 – A festa de anos**

Para esta tarefa (Figura 23), foi proposto aos alunos uma dinâmica de trabalho individual para trabalhos de casa e tinha como objetivo trabalhar o conceito de razão, envolvendo as operações com números racionais não negativos e preparação para a ficha de avaliação, visto que se pedia aos alunos para resolverem de duas formas diferentes.

O Rui foi ao Centro Comercial com os amigos festejar o dia de anos, com o dinheiro que lhe deu a avó. Quando chegou a casa tinha apenas 24 euros. Ou seja, gastou $\frac{3}{5}$ do dinheiro que a avó lhe deu em vídeo jogos e no lanche. Que dinheiro gastou no Centro Comercial? Que dinheiro lhe deu a avó?

Apresenta duas formas de resolução, explicando o teu raciocínio. Podes recorrer a esquemas, cálculos, desenhos, e a papel.

(Vale, 2017)

Figura 23 - Enunciado da tarefa 6

Assim, os alunos não conheciam o total do dinheiro, só o que sobrou e a parte que gastou, ou seja, era uma quantidade desconhecida, o que torna este problema complexo para os alunos, visto que têm de trabalhar do fim para o princípio.

Deste modo, uma resolução que os alunos poderiam optar, seria através de um processo analítico (Figura 24). Pretendia-se que começassem por identificar a parte que fica do todo quando se tira a parte do dinheiro que se gastou, ou seja, $1-\frac{3}{5}=\frac{2}{5}$, visto que o dinheiro que lhe sobrou era de 24€ esta quantidade vai corresponder aos $\frac{2}{5}$ do dinheiro.

Então, como duas partes do dinheiro vale 24€, logo uma parte vale metade, ou seja, 12€ $(24 \div 2 = 12)$. Como a unidade foi repartida em cinco parte, descobre-se que o total do dinheiro dado pela avó foi de 60€ $(5 \times 12 = 60)$ e o que gastou desse dinheiro foi 36€ $(3 \times 12 = 36)$.

Teriam de interpretar o todo como desconhecido, atribuindo-lhe como a unidade e, a partir daí descobrir as partes constituintes do dinheiro, como se pode verificar na Figura 24:

O que gastou do dinheiro

O que sobrou do dinheiro

O total do dinheiro

$$\boxed{1}-\boxed{\frac{3}{5}}=\frac{5}{5}-\frac{3}{5}=\boxed{\frac{2}{5}}$$

Sabe-se que $\frac{2}{5}=24$

Então,
*se duas partes de cinco valem* 24, *então metade vale* 12.

$$\frac{1}{2}\times 24 = 12$$

Logo,

*Gastou:* $3\times 12 = 36$

*Recebeu no total:* $5\times 12 = 60$

R.: Gastou 36 € no centro comercial. A avó deu-lhe 60€.

Figura 24 - Modo de resolução 1 da tarefa 6

Uma outra resolução esperada pelos alunos vai ao encontro do modelo visual (Figura 25). Pretendia-se que se começasse por identificar o total do dinheiro do Rui dado pela avó.

Depois, que identificassem a parte do dinheiro que sobrou, ou seja, $\frac{2}{5}$ . Posteriormente, que identificassem a parte do dinheiro que gastou $\left(\frac{3}{5}\right)$ obtêm, $\frac{5}{5} - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$. Como a parte sobrou correspondia a 24€, $\frac{2}{5} = 24€$, o que corresponde a que cada parte 12€, pois $24 \div 2 = 12$. Então, $3 \times 12 = 36$, logo o Rui gastou 36€ do dinheiro dado pela avó. Visto que ele recebeu $5 \times 12 = 60€$.

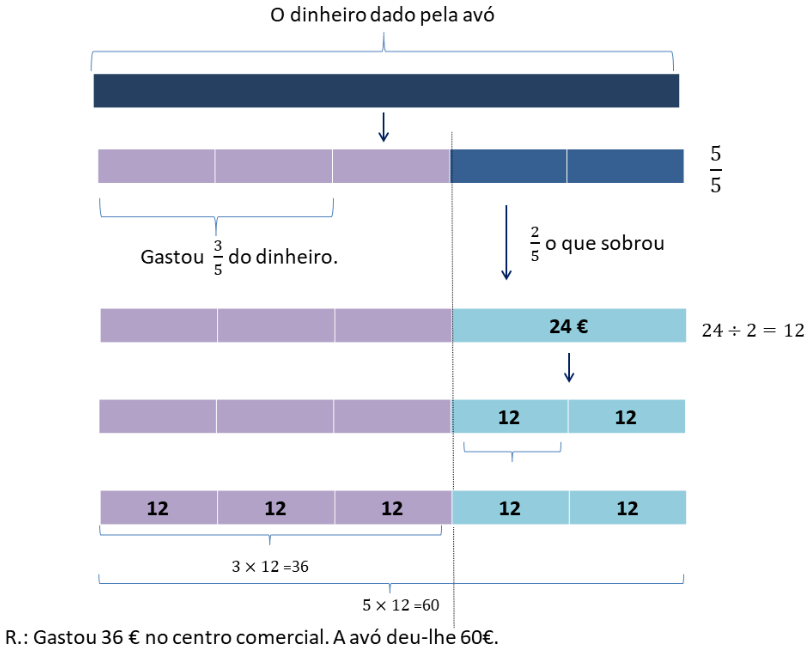



Figura 25 - Modo de resolução 2 da tarefa 6

As expectativas de sucesso para esta tarefa eram elevadas, pois não se tratava de uma tarefa com um grau elevado de complexidade e exigente na interpretação, visto que já se resolveu mais do que uma tarefa envolvendo estes conceitos.

O único fator que não se espera verificar é a condição das duas resoluções diferentes do problema, esperando-se que seja raro a apresentação de mais do que uma, sendo que em princípio a resolução mais comum seja de processo analítico. No entanto, espera-se que a maior parte dos alunos consiga resolver a tarefa.

**Tarefa 7 – O almoço no restaurante**

Para resolver esta tarefa (Figura 26), foi proposto aos alunos uma dinâmica de trabalho individual. Tinha como objetivo trabalhar o conceito de razão, envolvendo as operações com números racionais não negativos.

No domingo ao almoço, $\frac{2}{9}$ dos clientes de um restaurante eram adultos. Se havia mais 95 crianças do que adultos, quantas crianças havia no restaurante nesse domingo.

(Vale, 2017)

Figura 26 - Enunciado da tarefa 7

Nesta situação, os alunos não conheciam o todo, ou seja, era uma quantidade desconhecida, o que torna este problema complexo para os alunos.

Deste modo, uma resolução que os alunos poderiam optar, seria através de um processo analítico (Figura 27). Pretendia-se que se começassem por identificar a parte que fica do todo quando se tira a parte dos adultos, das pessoas que estavam no restaurante, é, $1-\frac{2}{9}=\frac{7}{9}$. Calculando a parte de crianças, que estão em quantidade igual aos adultos $\left(\frac{2}{9}\right)$ obtêm, $\frac{7}{9}-\frac{2}{9}=\frac{5}{9}$. Como a parte das crianças que estão a mais do que os adultos é $\frac{5}{9}$, o que corresponde a 95 crianças (a quinta parte do todo), então o total das crianças será, $7\times(\frac{1}{5}\times 95)=7\times 19=133$. Conclui-se que o restaurante tinha 133 crianças. Teriam de interpretar o todo como desconhecido, atribuindo-lhe como a unidade e, a partir daí descobrir a parte das crianças, como se pode verificar na Figura 27:

São adultos

O total de pessoas $\frac{9}{9} - \frac{2}{9} = \frac{7}{9}$ São crianças

Como havia mais 95 crianças do que adultos, então, essa parte corresponde a :

$$\frac{7}{9} - \frac{2}{9} = \frac{5}{9}$$

Logo,

$$95 \div 5 = 95 \times \frac{1}{5} = \frac{95}{5} = 19$$

*Por isso,*

$$7 \times 19 = 133$$

R.: Nesse domingo, no restaurante havia 133 crianças.

Figura 27 - Modo de resolução 1 da tarefa 7

Uma outra resolução esperada pelos alunos vai ao encontro do modelo visual (Figura 28). Pretendia-se que começassem por identificar o total das pessoas no restaurante. Depois, que identificassem a parte dos adultos de entre as pessoas que estavam no restaurante, ou seja, $\frac{2}{9}$ . Posteriormente, que identificassem a parte de crianças que estão em quantidade igual aos adultos $\left(\frac{2}{9}\right)$ obtêm, $\frac{7}{9} - \frac{2}{9} = \frac{5}{9}$. Como a parte das crianças que estão a mais do que os adultos é $\frac{5}{9}$, o que corresponde a 95 crianças (a quinta parte do todo), então, $95 \div 5 = 19$. Logo, o todo da parte das crianças será, $7 \times 19 = 133$. Conclui-se que o restaurante tinha 133 crianças.

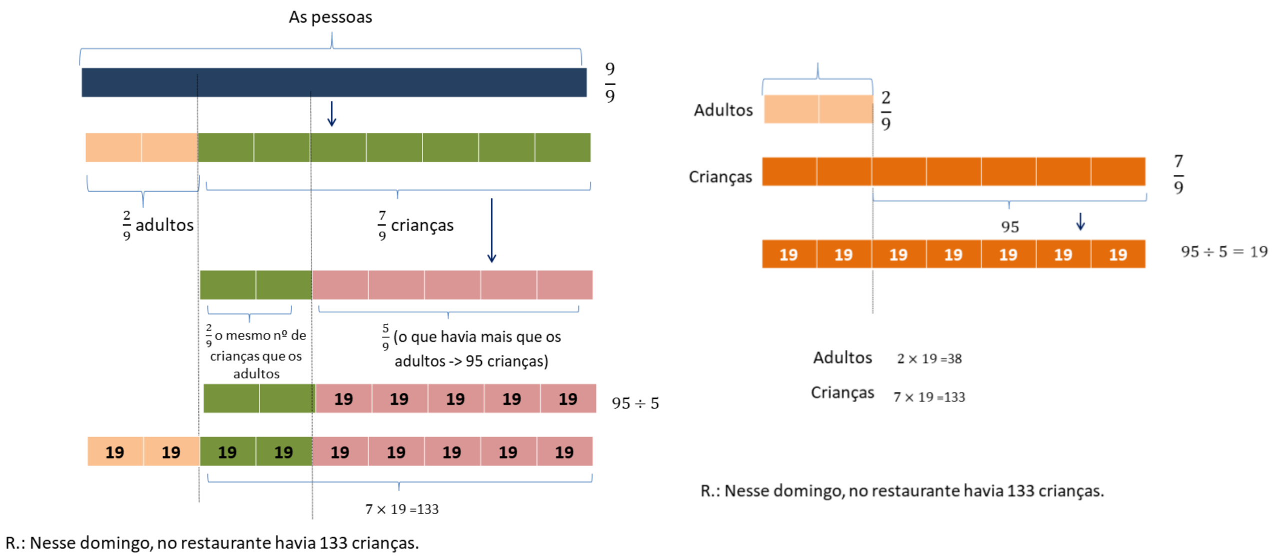



Figura 28 - Modo de resolução 2 e 3 da tarefa 7

As expectativas de sucesso para esta tarefa não são muito elevadas, porque se trata de uma tarefa com alguma complexidade e exigente na interpretação. Como esta resolução envolve um conhecimento elevado de exigência e de mobilização dos conhecimentos, esperava-se que nem todos os alunos conseguiam identificar a parte das crianças igual ao número de adultos para além das crianças a mais. Será difícil mobilizar todo o conhecimento de acordo com as condições do problema e espera-se que estes recorram a uma resolução tendo por base o modelo retangular. No entanto, previa-se que a maior parte dos alunos consigam resolver a tarefa com algumas lacunas na resolução.

**Tarefa 8 – O desporto**

Esta tarefa (Figura 29) surgiu na sessão de resolução de tarefas de consolidação que tinha como objetivo aplicar as operações envolvendo os números racionais não negativos e o conceito de frações equivalentes, desenvolvendo as capacidades de resolução de problemas. Os alunos tiveram como dinâmica de trabalho individual.

Um estudo mostrou que $\frac{5}{6}$ dos alunos já jogaram futebol. E metade dos alunos que já jogaram futebol, também, já jogaram hóquei. Que parte dos alunos já jogaram em ambos os desportos?

(Vale, 2017)

Figura 29 - Enunciado da tarefa 8

Relativamente à tarefa, pretendia-se que os alunos identificassem o conceito de fração como razão, tratando-se de um contexto discreto e, que recorressem ao conceito de subtração e divisão de números racionais não negativos, conseguindo assimilar a compreensão dos resultados das operações e a frações equivalentes para encontrarem a parte dos alunos que jogavam ambos os desportos.

Posto isto, apresenta-se uma possível resolução, de forma analítica, (Figura 30) esperada pelos alunos de modo a que comecem por identificar a subtração, nomeadamente, a diferença de a unidade por uma fração dessa unidade, recorrendo às regras da operação (reduzir tudo ao mesmo denominador) $\left(1-\frac{5}{6}=\frac{1}{6}\right)$ e que identifiquem o que significa o resultado (a parte dos alunos que não estão identificados com nenhum desporto). De seguida, que recorressem ao quociente dos alunos que jogavam futebol $(\frac{5}{6})$ para descobrirem a parte desses que jogava, também, hóquei. Ou seja, $\frac{5}{6} \div 2 = \frac{5}{6} \times \frac{1}{2} = \frac{5}{12}$, identificando sempre os resultados, atribuindo-lhes significado.

A parte dos alunos que jogam futebol

O total de alunos $\quad 1 - \frac{5}{6} = \frac{6}{6} - \frac{5}{6} = \frac{1}{6} \quad$ Parte dos alunos que não se sabe o desporto

Parte do futebol

$$F = \frac{5}{6}$$

Parte do hóquei

$$H = F \div 2$$

Substituindo

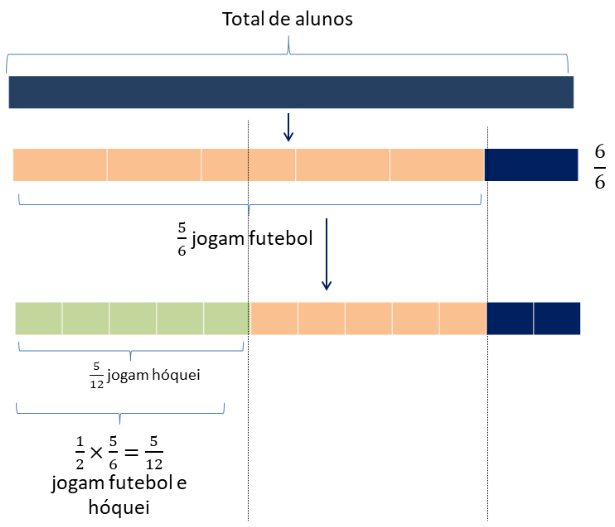
$$H = \frac{5}{6} \div 2 = \frac{5}{6} \times \frac{1}{2} = \frac{5 \times 1}{6 \times 2} = \frac{5}{12}$$

Ambos -> $\frac{5}{12}$

R.: A parte dos alunos que já jogaram em ambos os desportos é de $\frac{5}{12}$.

Figura 30 - Modo de resolução 1 da tarefa 8

Numa segunda proposta de resolução, tem por base a resolução visual (Figura 31), nomeadamente, o modelo da barra, esperada pelos alunos. Aqui esperava-se que os alunos recorressem ao conceito da divisão e da multiplicação, ou seja, o quociente e o produto respetivamente. Assim, cada aluno poderia considerar o total dos alunos como parte de um todo, a unidade $\left(\frac{6}{6}\right)$. Posteriormente, que tenha em consideração o conceito de fração, lembrando-se das suas partes constituintes, olhando então para a parte de alunos que jogavam futebol, reparando-se que 5 partes de 6, jogavam este desporto. Posto isto, ao dividir a unidade (desconhecida) por 6, descobre que cada parte, ou seja, $\frac{1}{6}$, que representa uma parte dos alunos do todo, visualizando logo que tinha sobrado uma parte de alunos de que não era conhecido o desporto. Posto isto, espera-se que os alunos dividissem, novamente, a unidade em partes mais pequenas de modo a encontrarem frações equivalentes, mas que representassem o mesmo número racional, isto é, $\frac{5}{6} = \frac{10}{12}$ . Assim, descobriam a parte de alunos que jogavam hóquei e futebol, ou seja, metade dos alunos que jogavam futebol, também jogavam hóquei $\left(\frac{1}{2} \times \frac{10}{12} = \frac{10}{24} = \frac{5}{12}\right)$.




R.: A parte dos alunos que jogaram ambos os desportos foi de $\frac{5}{12}$.

Figura 31 - Modo de resolução 2 da tarefa 8

Não se esperava que os alunos recorressem à forma analítica por ser mais difícil de interpretar, mas sim, que conseguissem chegar à resolução através de esquemas para ilustrar o raciocínio. No entanto, esta tarefa pode ser considerada com alguma complexidade para alguns alunos. Nem todos conseguirão efetuá-la, pelo facto de terem de pensar em frações equivalentes para a divisão da unidade, de forma a encontrarem a parte que representa os alunos que jogam ambos os despostos. Porém, possam aparecer algumas resoluções recorrendo à forma analítica.

**Tarefa 9 – As gomas**

Esta tarefa (Figura 32) surgiu na ficha de avaliação que tinha como objetivo avaliar os conteúdos abordados e em especial ver qual a representação privilegiada pelos alunos na sua resolução. Os alunos tinham como dinâmica de trabalho individual.

A Clara tinha 27 gomas. Ofereceu $\frac{2}{3}$ dessas gomas à Maria e, depois, $\frac{2}{3}$ do que lhe sobrou ofereceu ao Tiago. Será que ainda pode oferecer nove gomas à Luísa?
Explica como resolveste o problema, fazendo esquemas ou cálculos.

(Durão & Baldaque, 2016)

Figura 32 - Enunciado da tarefa 9

Relativamente à tarefa, pretendia-se que os alunos identificassem o conceito de fração como operador, tratando-se de um contexto discreto e, que recorressem ao conceito de multiplicação entre uma fração e um número inteiro, e subtração de números racionais não negativos, conseguindo assimilar a compreensão dos resultados das operações. Visto que, através do enunciado, conseguiam saber o total de gomas e o que se pretendia no final do problema, visto que tinham de confirmar o valor apresentado.

Posto isto, apresenta-se uma possível resolução, de forma analítica, (Figura 33) esperada pelos alunos. Esperava-se que começassem por identificar a multiplicação, nomeadamente, o produto de uma fração por um número natural $\left(\frac{2}{3} \times 27 = 18\right)$ e que identificassem o significado do resultado, apresentando-o em forma de número natural (o número de gomas oferecidas); de seguida que recorressem à subtração para descobrir a diferença entre o número total de gomas com as oferecidas, descobrindo as que ficaram $(27 - 18 = 9)$, posteriormente, voltassem a recorrer à multiplicação, realizando o novamente o mesmo processo do produto de uma fração por um número natural, para descobrirem as gomas dadas pela Maria ao Tiago $\left(\frac{2}{3} \times 9 = 6\right)$. Por fim, que recorressem à subtração para descobrir a diferença entre o número total de gomas que sobraram com as dadas ao Tiago, descobrindo as que ficaram para saber se ainda pode oferecer 9 gomas à Luísa. Assim, no final $(9 - 6 = 3)$, verificando que não é possível, pois o que sobrou não era o suficiente, identificando-se sempre os resultados, atribuindo-lhe significado.

Ofereceu $\frac{2}{3}$ de 27 gomas,

Ou seja, $\frac{2}{3} \times 27 = \frac{2\times27}{3} = 18$

Tinha 27 e ofereceu 18

Ficaram $27 - 18 = 9$.

E deu $\frac{2}{3}$ das que sobraram ao Tiago, isto é,

Logo, deu $\frac{2}{3} \times 9 = 6$.

Se deu 6, ficou no final com $9 - 6 = 3$.

R.: A Clara não pode oferecer 9 gomas à Luísa, pois só sobraram 3.

Figura 33 - Modo de resolução 1 da tarefa 9

Numa segunda proposta de resolução, tem por base a resolução visual (Figura 34), nomeadamente, o modelo da barra, esperada pelos alunos. Aqui esperava-se que os alunos recorressem ao conceito da divisão e da multiplicação, ou seja, o quociente e o produto respetivamente. Assim, cada aluno poderia considerar o total das gomas como parte de um todo, a unidade $\left(\frac{3}{3}\right)$. Posteriormente, que tenha em consideração o conceito de fração, lembrando-se das suas partes constituintes, olhando então para a parte de gomas da Clara oferecidas à Maria, reparando-se que ofereceu 2 partes de 3, ou seja, dividiu a unidade por 3 $(27 \div 3 = 9)$, no qual descobre que cada parte, ou seja, $\frac{1}{3}$, que representa 9 gomas cada uma, visualizando logo quantas tinhas sobrado depois de oferecer, 9 gomas. Esperava-se que os alunos dividissem o que sobrou, novamente em partes iguais, as 9 natas, ou seja, tinham de pensar no conceito das frações equivalentes, reduzindo a unidade para em partes mais pequenas, mas que representassem o mesmo número racional, isto é, $\frac{1}{3} = \frac{3}{9}$ . Assim, $\frac{1}{3} \times 9 = 3$. Como a Clara ofereceu $\frac{2}{3}$ das que ficaram ao Tiago, $\frac{2}{3} \times 9 = 6$, ofereceu 6 gomas. Ficando com $\frac{1}{3} \times 9 = 3$, ou seja, ficou com 3 gomas, verificando que não era possível oferecer 9 gomas à Luísa.

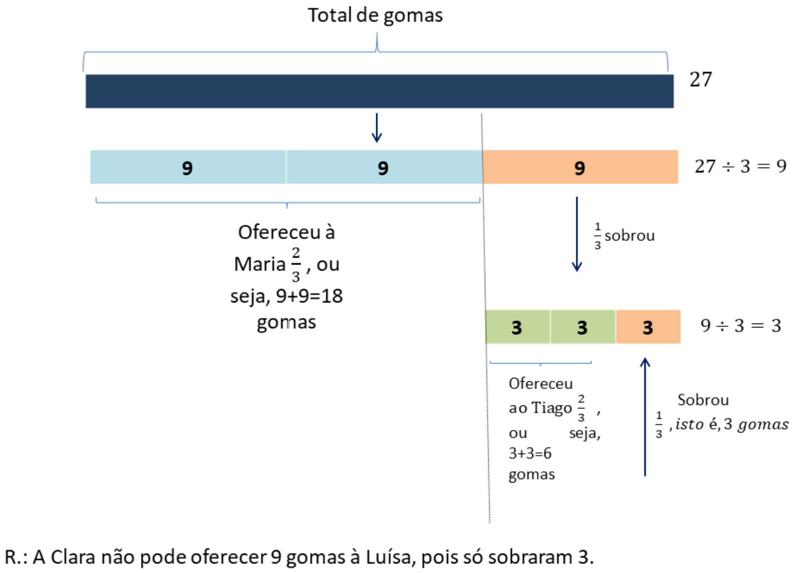



Figura 34 - Modo de resolução 2 da tarefa 9

Esperava-se que a maior parte dos alunos, perante esta tarefa, a resolvessem-na de forma visual (idêntica à resolução apresentada na Figura 34), e que identificassem os resultados das diversas operações, visto que este tipo de representação foi trabalhado ao longo da intervenção didática. No entanto, prevê-se que alguns alunos recorram à forma analítica (idêntica à resolução apresentada na Figura 33).

Alguns alunos poderão encontrar dificuldades na interpretação do enunciado do problema.

# CAPÍTULO V – OS ALUNOS AO LONGO DA INTERVENÇÃO DIDÁTICA

Neste capítulo são apresentados os principais resultados do estudo, de acordo com o desempenho dos alunos da turma ao longo das tarefas descritas no capítulo anterior. Assim, este capítulo encontra-se subdividido em três partes. No primeiro ponto apresentar-se-á uma breve análise à relação aos alunos face às tarefas propostas. No segundo expor-se-ão os resultados considerando-se o desempenho dos alunos ao nível dos conhecimentos, representações, estratégias e dificuldades apresentadas nas tarefas. E, por fim, será apresentada uma síntese dos resultados.

## 1. A relação dos alunos face às tarefas propostas

Na sua globalidade foi possível verificar que os alunos demonstraram uma certa empatia perante as tarefas, assim como para a sua resolução. Estas, ao longo de todo o estudo, foram lançadas aos alunos com diversas intenções, como, por exemplo, o desenvolvimento de capacidade para o pensamento matemático e para a promoção deste através de várias estratégias a que os alunos podiam recorrer para apresentarem os raciocínios, valorizando as suas produções. Apercebendo-nos das dificuldades dos alunos através destas e, também, se adquiriram ou não os conceitos esperados do tema em questão.

Assim, as tarefas tiveram modos diferentes de realização, podendo ser individual ou em grupo. Este indicador foi essencial para todo o processo de resolução das tarefas, interligando-se aqui o fator do entusiasmo e da persistência da resolução perante as dificuldades.

Remetendo-nos para a sala de aula, foi possível verificar que os alunos preferiam trabalhar em grupo, mostrando mais entusiasmo na resolução, em especial, quando se tratava de tarefa em que solicitavam ao aluno mais do que uma resolução e ou que tivessem que manipular alguma coisa, como foi o caso da segunda tarefa que apelara às tiras de papel para simularem o chocolate.

Os alunos em particular gostaram das tarefas, dizendo que estas traziam algumas situações que se passam no dia a dia, sem nos apercebermos que estamos a trabalhar a matemática e, em particular, os números racionais, dizendo que “fiquei a saber mais sobre eles” (A.1), “Porque é uma matéria desafiante” (A.2), “Porque acho que é uma forma mais explícita de perceber a matéria” (A.3), “Porque mostrava os exercícios de uma forma diferente” (A.4). Todavia, algum alunos referiam que as tarefas que eram apresentadas eram difíceis, em vários sentidos tais como: “Porque não gosto de números racionais” (A.5), “São confusos” (A.6), “Porque estavam-me a confundir” (A.7), “Eram muito difíceis” (A.8).

No entanto, alguns alunos com alguma dificuldade tendiam a desistir das tarefas logo que começavam a ler e se apercebiam de que não entendiam à primeira o que era pedido e quais as informações que estavam ou não presentes no enunciado como se pode verificar em algumas afirmações: “Porque não percebia o problema e não conseguia encontrar um processo de formação.” (A.9); “Porque às vezes eu não percebia o significado das palavras, mas raramente aconteceu.” (A.10); “Às vezes o problema é complicado interpretar.” (A.11), contribuindo para que os alunos não consigam encontrar logo um processo de resolução como diziam: “Eu não consigo bem perceber o processo.” (A.12) ou “Porque não percebia o problema e não conseguia encontrar um processo de formação.” (A.13).

Este aspeto tornou-se importante para motivar os alunos a terem calma aquando a leitura das tarefas para que pudessem ler e interpretar com cuidado o que era pedido. Verificou-se esta dificuldade mais nas tarefas resolvidas individualmente.

Por outro lado, constatou-se que os alunos (cinco) com um raciocínio mais desenvolvido, demonstraram algum desagrado perante o trabalho em grupo, justificando que preferem trabalhar sozinhos, afirmando que “sozinhos pensam melhor” (A.1); “porque sozinho eu tenho só as minhas ideias e aprendo mais (não necessitamos dos outros)” (A.2); “gosto de fazer as coisas pela minha cabeça” (A.3); “porque por vezes as pares do grupo não ajudam e sozinho podemos pensar com mais calma” (A.4); e, “porque é mais rápido” (A.5).

Contudo, os alunos (maioria), de modo geral, mostraram-se receptivos a novos desafios manifestando atitudes positivas às tarefas, procurando sempre ver novas formas de aprenderem e interpretarem o que os rodeiam, ficando sensibilizados para as várias estratégias que podem ser desenvolvidas através da resolução das tarefas e que temos várias hipóteses de irmos buscar o essencial para tornarmos algo que pensamos que é aborrecido em algo agradável, procurando a persistência e o gosto pelas adversidades que nos possam surgir ao longo da realização das tarefas como para outro tipo de situação.

2. O desempenho dos alunos ao longo das tarefas

Analisar-se-á cada uma das tarefas ao nível dos conhecimentos demonstrados pelos alunos no que se refere aos diferentes significados e operações relacionados com os números racionais, ao nível das representações (ativas, icónicas e simbólicas) apresentadas nas resoluções, as estratégias identificadas, tendo em consideração as representações e quais as principais dificuldades manifestadas, como já foram referidas em capítulos anteriores.

**Tarefa 1**

Como já foi referido, com esta tarefa (anexo 4), pretendia-se ao nível dos conhecimentos, essencialmente, que os alunos fossem capazes de recorrer ao significado de operador, recorrendo às operações da multiplicação, entre uma fração e um número inteiro, e, também, à subtração de números racionais (não negativos), assimilando a compreensão dos resultados.

O desempenho da turma em geral foi muito bom, pois mais de metade da turma, 70%, (sensivelmente, 14 alunos) resolveu corretamente a tarefa como mostra a Tabela 2:

Tabela 2 - Resultados obtidos na tarefa 1

| Tarefa | Resolveu corretamente | Resolveu parcialmente | Não resolveu/resolveu incorretamente |
|---|---|---|---|
| 1 | 70,00% | 10,00% | 20,00% |

Em relação aos que conseguiram resolver corretamente, cinco alunos resolveram conforme o esperado, recorrendo ao significado de operador através das operações aplicando a regra da multiplicação, ou seja, o produto de uma fração por um número inteiro e também à subtração. Como podemos observar na Figura 35, um exemplo de resolução correto:

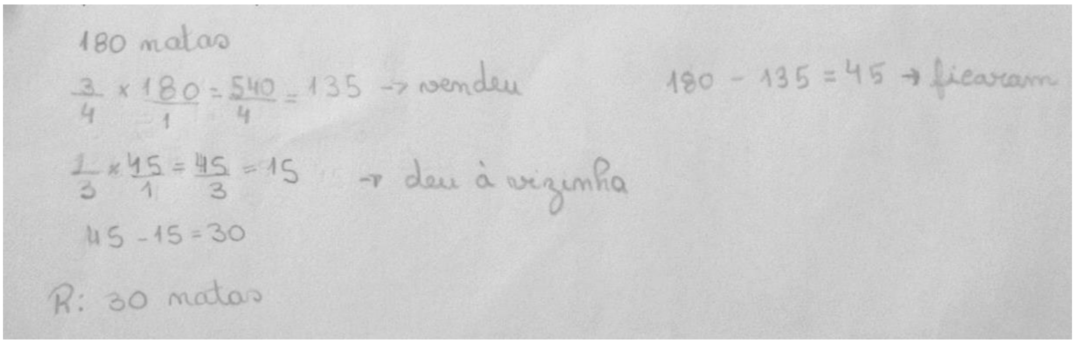



Figura 35 – Resolução do aluno 1 da tarefa 1

Dos outros nove alunos, oito recorreram ao conceito de quociente, visto que dividiram o total das natas por quatro, não revelando compreensão do significado como operador, mas sim como quociente, mas demonstram conhecimento do conceito de fração. Como se pode verificar na Figura 36.

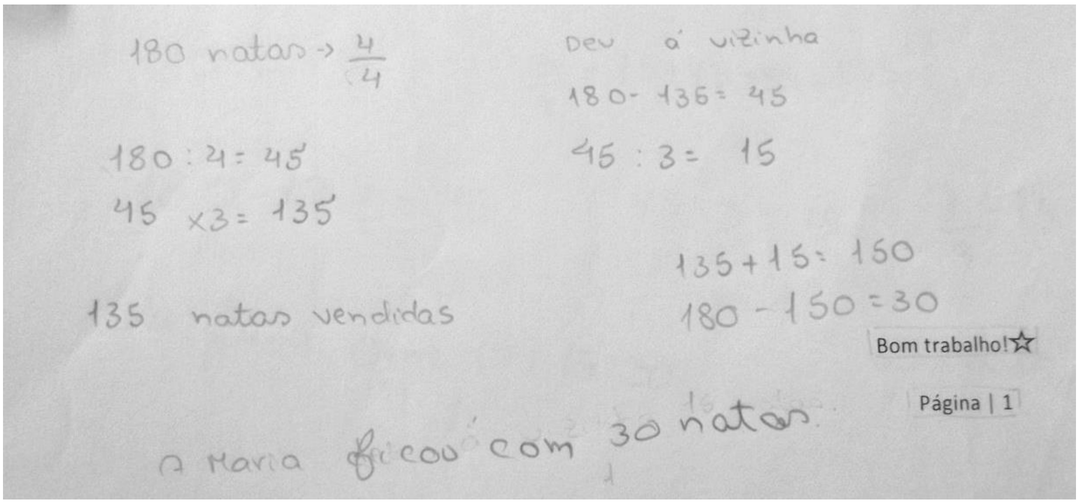



Figura 36 – Resolução do aluno 2 da tarefa 1

E, verificou-se que um aluno recorreu ao conceito de razão, convertendo as frações para percentagens ($\frac{3}{4}$ de $100\% = 75\% = 0{,}75$) para resolver a tarefa, descobrindo a parte correspondente ao número de natas vendidas. Como mostra a Figura 37:

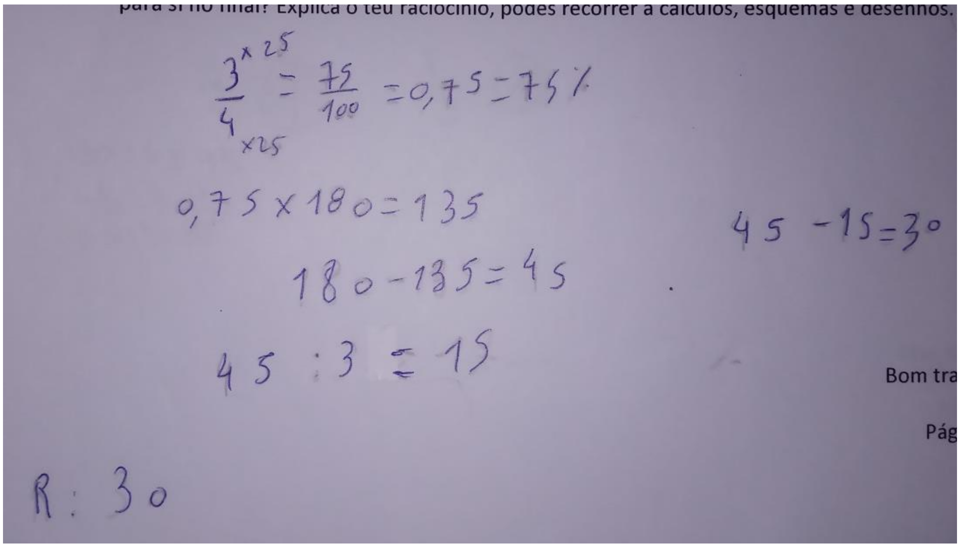



Figura 37 – Resolução do aluno 3 da tarefa 1

Quanto aos alunos que resolveram parcialmente, foi possível constatar que estes não tinham desenvolvido a compreensão do significado de operador, optando pelo quociente. Mas, mesmo assim, reparou-se que os alunos tiveram dificuldade na compreensão da tarefa, resultando o seu erro ao longo da sua resolução. Pois, para descobrir o número de natas com que a Maria ficara para si no final, tinham que efetuar o quociente entre as que ficaram depois de vender com as que deu à vizinha e não do total de natas que a Maria fez com as que deu como se pode verificar na Figura 38:

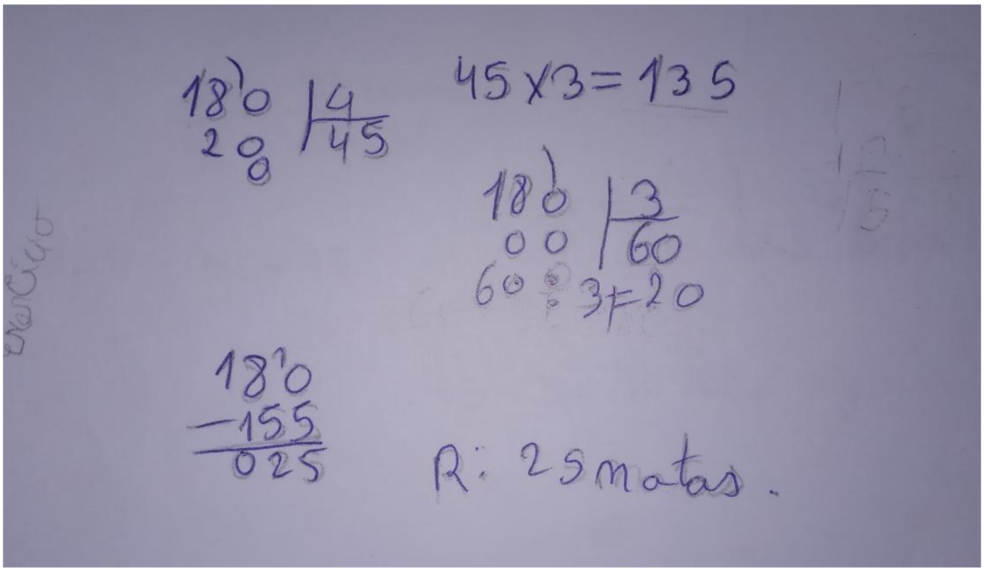



Figura 38 – Resolução do aluno 4 da tarefa 1

Relativamente às representações a que os alunos recorreram nas suas resoluções, verificou-se a predominância das representações simbólicas, visto que todos os alunos recorreram a estratégia de natureza analítica.

No entanto, as dificuldades manifestadas ao longo desta tarefa prenderam-se na compreensão do significado de operador, visto que grande parte dos alunos recorreram ao significado quociente e, também, entenderem que o total das natas que a Maria ficara para si no final era da parte que sobrara depois de esta dar $\frac{1}{3}$ das natas que sobraram (45 natas) à vizinha.

**Tarefa 2**

O desempenho dos alunos nesta tarefa (anexo 5) foi bom, no qual 12 alunos (57,14%) resolveram corretamente a tarefa, reconhecendo o conceito de fração associado à parte-todo como quociente – partilha equitativa como o esperado, identificando que a parte do chocolate que cada amigo ia comer corresponde à fração $\frac{2}{3}$ ou $\frac{4}{6}$. No entanto, nove alunos (42,86%) só resolveram parcialmente a tarefa como se pode verificar na Tabela 3.

Tabela 3 - Resultados obtidos na tarefa 2

| Tarefa | Resolveu corretamente | Resolveu parcialmente | Não resolveu/resolveu incorretamente |
|---|---|---|---|
| 2 | 57,14% | 42,86% | 0,00% |

As representações mais utilizadas foram as ativas e icónicas. No entanto aparecem complementadas com operações e/ou palavras. As ativas verificaram-se na manipulação de tiras de papel para explorarem a situação problema e as icónicas serviram de base para explicarem o raciocínio utilizado enquanto manipularam as tiras de papel.

A estratégia mais utilizada, tendo por base as representações icónicas, foi o recurso ao modelo retangular, reforçada com a operação divisão e com palavras a explicar o seu pensamento, como mostra a Figura 39:

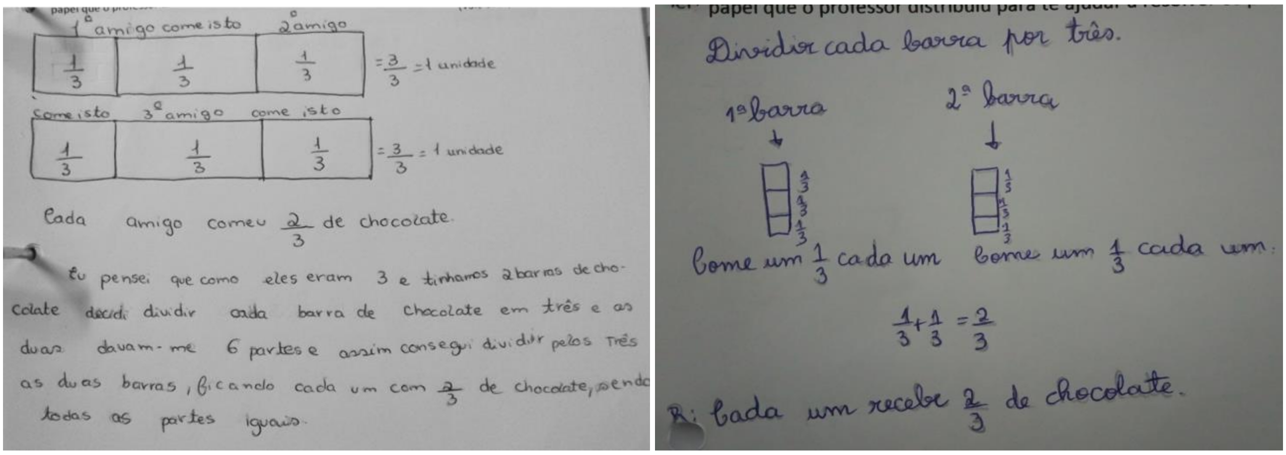



Figura 39 – Resolução dos alunos 5 e 6 da tarefa 2

Como se pode verificar, a maioria dos alunos considerou as duas barras de chocolates (os dois retângulos) e dividiram cada unidade por três, selecionando uma dessas partes, pensando na fração $\frac{1}{3}$. Depois, fizeram corresponder duas partes (uma de cada chocolate) a cada amigo, recorrendo à regra operatória da adição com frações, $\frac{1}{3}+\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$. Descobrindo, a porção que cada um iria receber.

Outro aluno recorreu a um esquema semelhante ao anterior, desenhou um retângulo, dividiu-o em 6 partes, como se pode observar na Figura 40 e selecionou 1 dessas partes, pensando na fração $\frac{1}{6}$ . Depois, fez corresponder cada duas partes de cada chocolate por cada amigo, dando a resposta correta.

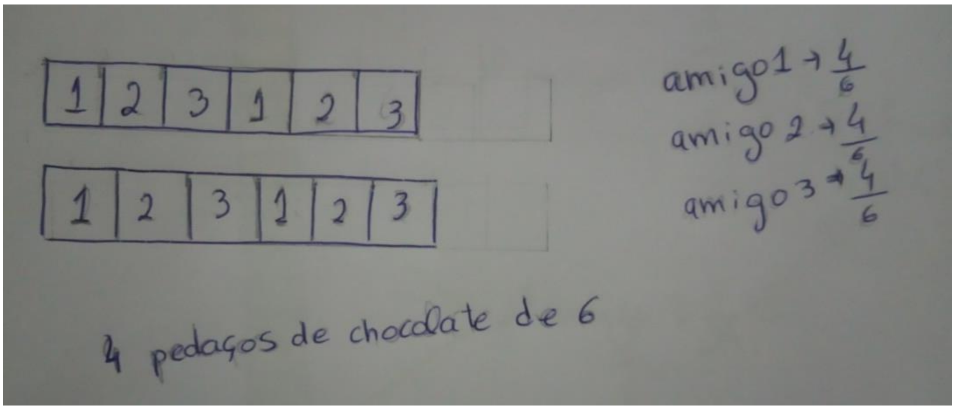



Figura 40 – Resolução do aluno 7 da tarefa 2

Relativamente aos alunos (12) que resolveram a tarefa parcialmente, foi possível constatar que recorram às mesmas estratégias do modelo retangular (9 alunos), no entanto apareceram estratégias de natureza analítico (4 alunos). Estes tiverem um raciocínio correto, só que na apresentação do resultado, dando a resposta não consideraram as duas barras de chocolate como identificaram que o esquema da barra era em duplicado. Por exemplo, como mostra a figura 41.

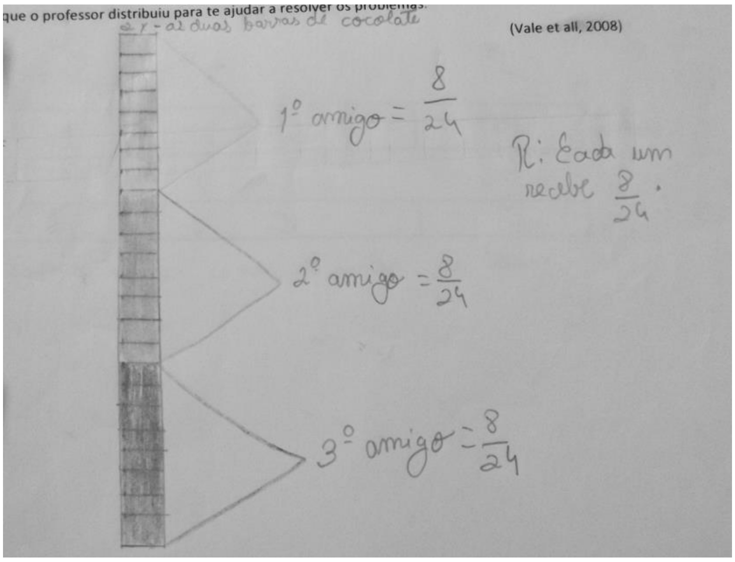



Figura 41 – Resolução do aluno 8 da tarefa 2

Ainda sobre estes alunos, os que recorreram ao cálculo mental na sua resolução não apresentaram nenhum desenho ou esquema, apenas a resposta como mostra a Figura 42. Estes alunos pensaram na divisão de cada chocolate em três partes iguais, juntando-as, dando num total de seis partes iguais que distribuindo pelos três amigos equitativamente, dá dois pedaços a cada um, ou seja, $\frac{2}{3}$. No entanto, cometeram o erro na consideração da unidade, em vez de ser $\frac{2}{3} de\ \frac{6}{3}$ precisariam considerar $\frac{2}{3} de\ \frac{3}{3}$, visto que eram duas unidades.

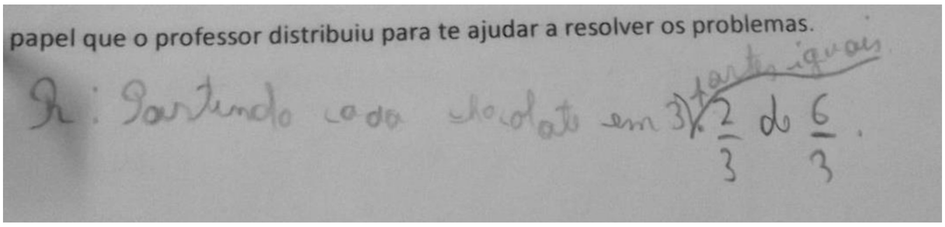



Figura 42 – Resolução do aluno 9 da tarefa 2

Os alunos foram explícitos nas suas produções escritas, pois a grande parte recorreu a representações icónicas, utilizando esquemas complementados com expressões analíticas (operações, cálculos com as frações) e com palavras de modo a explicarem como pensaram, verificando-se que só quatro alunos é que recorrem ao cálculo mental.

A principal dificuldade detetada foi a de os alunos não apresentam todos os dados nas suas resoluções, induzindo-os ao erro na apresentação do resultado. Verificou-se, também, que alguns alunos não aplicaram corretamente a regra operatória da adição de frações como é possível verificar na figura 43.

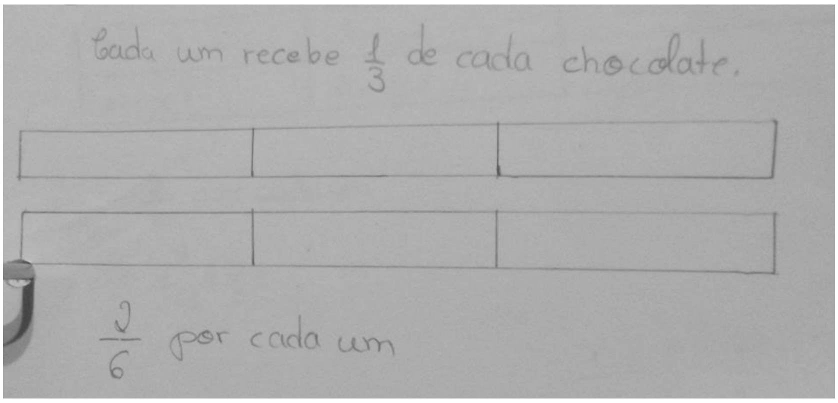



Figura 43 – Resolução do aluno 10 da tarefa 2

**Tarefa 3**

Esta tarefa (anexo 6) teve como modo de trabalho para a sua realização em grupo e esperava-se que os alunos recorressem mais a representações icónicas pelo facto de tentaram simular a situação apresentada, recorrendo ao conceito de razão com números racionais não negativos, surgindo a noção de comparação entre duas quantidades (números de pessoas e o número de pizas), envolvendo o raciocínio multiplicativo.

O desempenho nesta tarefa foi muito bom visto que quase todos os grupos (80%) conseguiram resolver corretamente a tarefa, sem falhas. Como mostra a Tabela 4.

Tabela 4 - Resultados obtidos na tarefa 3

| Tarefa | Resolveu corretamente | Resolveu parcialmente | Não resolveu/resolveu incorretamente |
|---|---|---|---|
| 3 | 80,00% | 20,00% | 0,00% |

Quanto às estratégias utilizadas, há uma predominante, o recurso ao desenho, visto que cinco grupos recorreram ao desenho e os outros cinco recorreram ao processo analítico. Os que utilizaram a representações icónicas, desenharem as mesas (quadrada, redonda e oval), distribuindo as pessoas por elas com as pizas divididas em quatro partes, fazendo corresponder a cada um, uma pessoa até verem quantos amigos era no total e quantas pizas, como mostra a Figura 44:

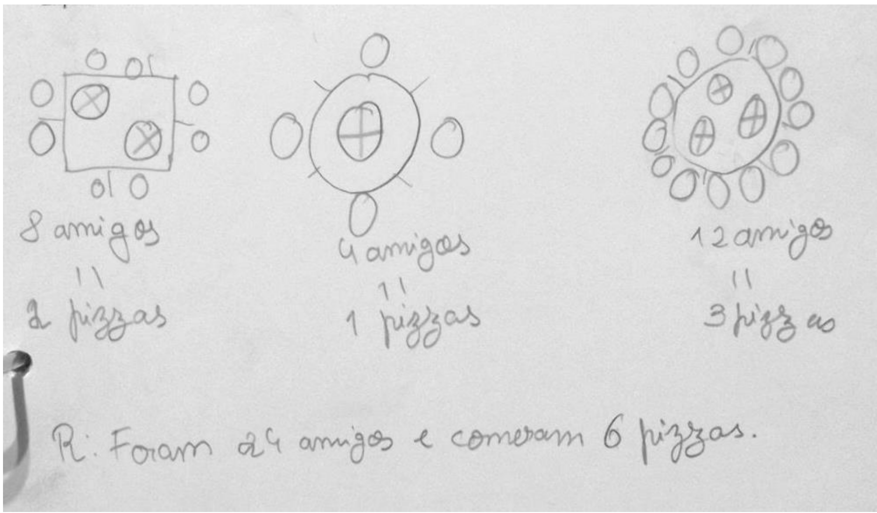



Figura 44 – Resolução do aluno 11 da tarefa 3

Foram cinco grupos que recorreram a esta estratégia apresentada na Figura 45. Porém, um grupo de alunos identificou diferentes quantidades de piza para cada pessoa, esquecendo-se que cada amigo comera a mesma quantidade, como se observa na Figura 46. Nesta resolução, apesar do esquema bem desenhado e da resposta estarem corretos, o grupo apresenta erros no cálculo, não identificando a parte da unidade de piza igual para todos.

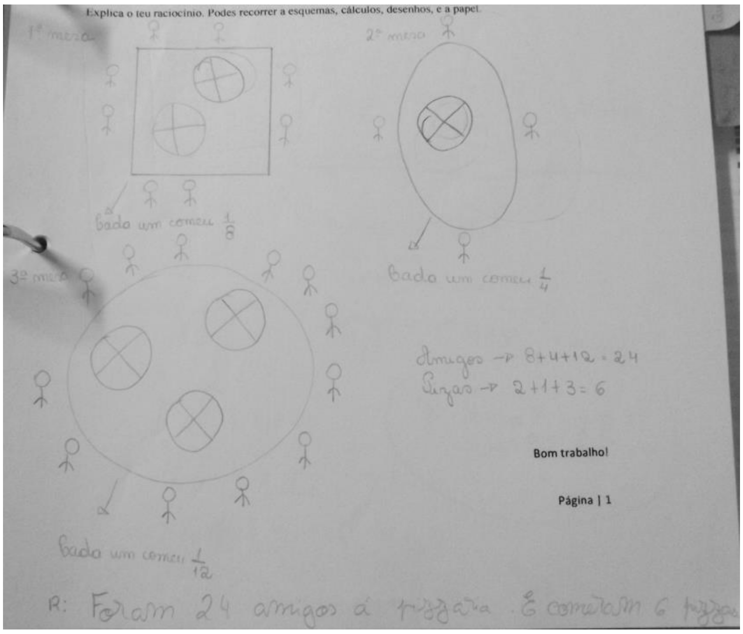



Figura 45 – Resolução do aluno 12 da tarefa 3

Por outro lado, os quatro grupos conseguiram resolver as tarefas analiticamente. Nestas resoluções, os alunos apresentam os cálculos corretos, seguido de uma resposta também ela correta.

Assim, a maioria destes grupos, recorreram à distribuição da quantidade de pizas pelas pessoas, constando que uma piza a dividir por oito, dava $\frac{1}{8}$ para cada um e que duas pizas para oito, dava $\frac{2}{8}$. Descobriram que metade de oito era igual a quatro e que metade de duas pizas era igual a uma, deduziram que para quatro amigos era necessária uma piza e que cada um comia $\frac{1}{4}$, sendo uma fração equivalente a $\frac{2}{8}$. Então, se era precisas duas pizas para oito amigos e para quatro amigos era necessário uma. Para a mesa redonda, que comera três pizas, ou seja, a soma do número de pizas da mesa quadrada com a oval (2+1), descobriram que o número de amigos da mesa redonda era a soma dos números de amigos das outras duas mesas (8+4). Como, por exemplo, se pode verificar a Figura 46.

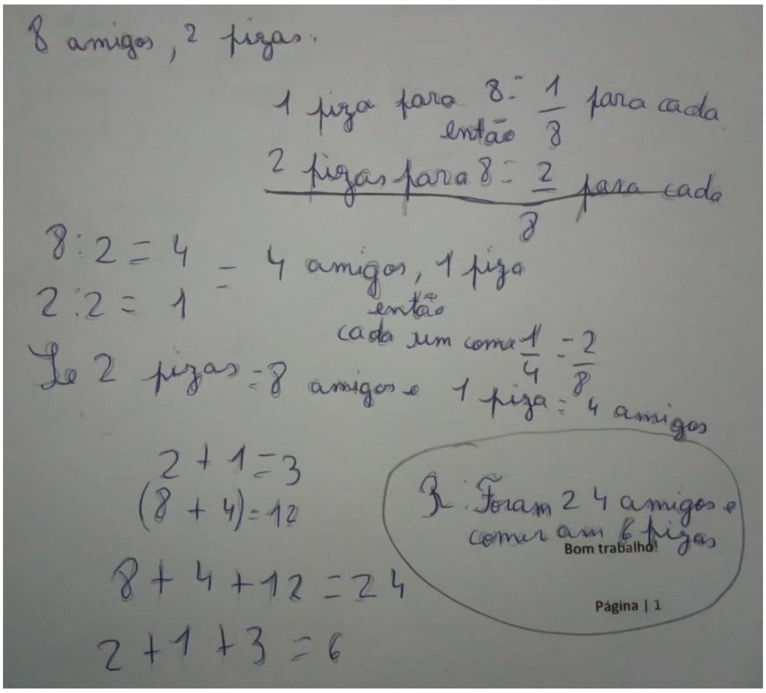



Figura 46 – Resolução do aluno da tarefa 3

Num outro grupo é notório o raciocínio multiplicativo. Estes alunos recorrem às palavras para complementarem o seu pensamento. Assim, repararam que na mesa quadrada se sentavam oito amigos e que comeram duas pizas. Neste sentido, visto que na mesa seguinte se sentaram quatro amigos, ou seja, metade do número de amigos da primeira mesa, efetuaram a distribuição destes, descobrindo que cada quatro amigos correspondiam a uma piza. Posto isto, na terceira mesa que foram comidas três pisas, ou seja, o triplo de pizas que a mesa oval. Assim multiplicaram o número de amigos da mesa oval por três. Para concluir adicionaram o número de amigos correspondentes a cada mesa e, posteriormente, efetuaram o mesmo processo, mas para o número de pizas, como se pode verificar na Figura 47.

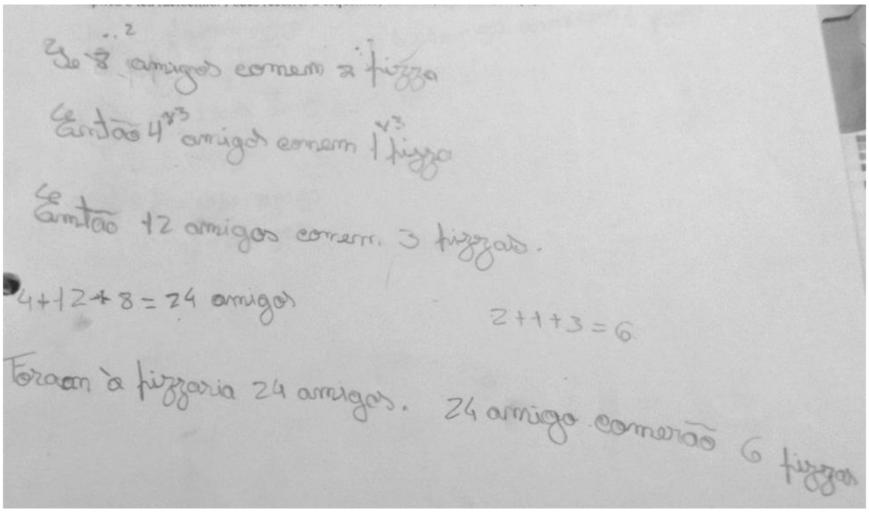



Figura 47 – Resolução do aluno tarefa 3

Já um outro grupo, apresentou a sua resolução através de um processo analítico recorrendo à linguagem simbólica, dando a resposta correta ao problema. No entanto, os alunos apresentaram erros de cálculo na sua resolução aquando o cálculo do número de amigos e, também, não apresentam dados suficientes para se conseguirem entender (muito bem) o raciocínio de modo a compreender como chegaram à resposta final correta. Como se verifica na Figura 48.

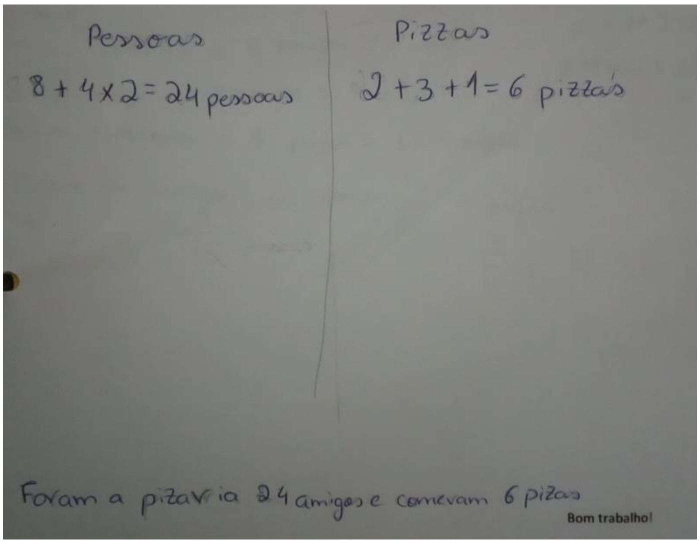



Figura 48 – Resolução de um grupo da tarefa 3

Quanto às dificuldades manifestadas por parte dos alunos nesta tarefa foi ao nível da interpretação por parte de alguns alunos que demonstraram alguma incompreensão, devido à velocidade com que querem fazer a tarefa.

**Tarefa 4**

Nesta tarefa (anexo 7) pretendia-se que os alunos recorressem ao conceito de fração como razão e que apresentassem duas formas diferentes para explicarem o raciocínio. A resolução desta tarefa teve como dinâmica de trabalho em grupo.

Tabela 5 - Resultados obtidos na tarefa 4

| Tarefa | Resolveu corretamente | Resolveu parcialmente | Não resolveu/resolveu incorretamente |
|---|---|---|---|
| 4 | 40,00% | 60,00% | 0,00% |

A Tabela 5 resume o desempenho da turma nesta tarefa. O resultado pode ser interpretado como suficiente, visto que não houve nenhum grupo que não resolveu. No entanto, importa referir que os grupos que resolveram corretamente (40%) incluem duas formas diferentes para explicarem os seus raciocínios com resultados todos corretos e as respetivas respostas. Porém, os grupos inseridos na categoria resolveu parcialmente (60%), devido ao facto de apresentaram apenas uma forma de explicarem os raciocínios com os resultados corretos, há exceção de um grupo que apresentou duas formas diferentes, mas que uma estava incorreta devido ao raciocínio inicial, detetando o erro da primeira resolução ao tentarem resolver de outro modo.

Em relação aos grupos que resolveram corretamente, verificou-se estratégias distintas, recorrendo ao processo analítico e a esquemas, evidenciando o conceito de razão ao longo das suas resoluções. Foi possível verificar o uso das representações icónicas e simbólicas, respetivamente. Como mostra a Figura 49.

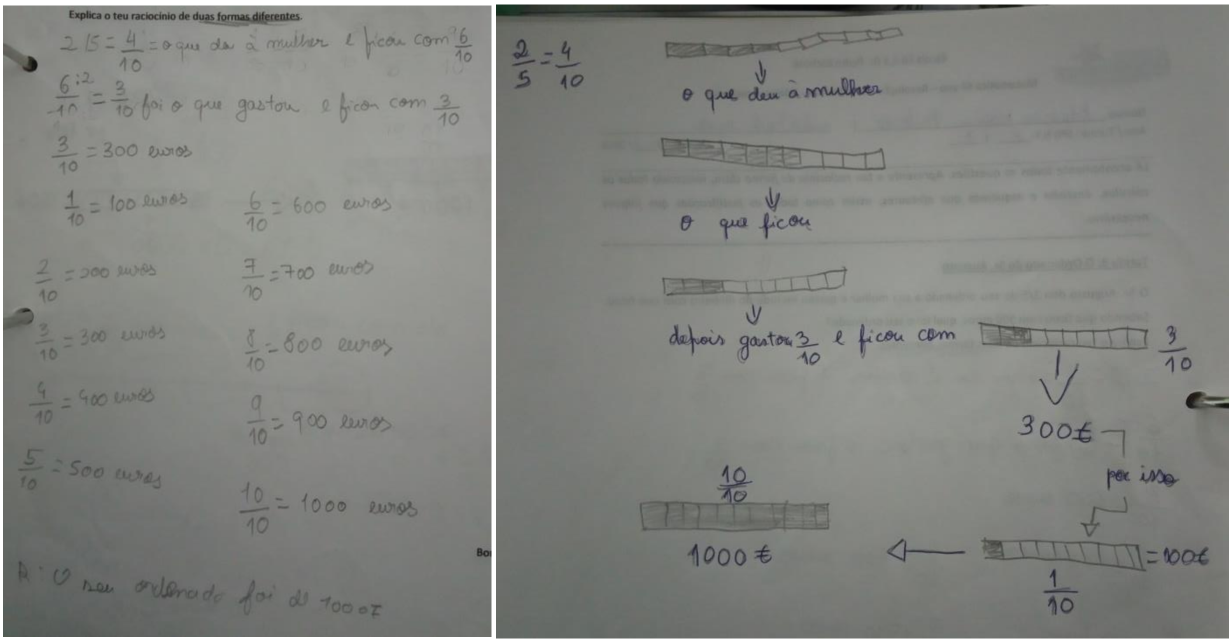



Figura 49 – Resolução 1 e 2 de um grupo da tarefa 4

Assim, é possível verificar que este grupo de alunos na sua primeira hipótese de resolução (processo analítico) optou por encontrar frações equivalentes para descobrirem a parte do salário com que o Sr. Augusto ficou. No entanto, verifica-se que esta estratégia acabou por ser um pouco exaustiva. Já a outra resolução é uma estratégia de natureza visual, visto que os alunos optaram por um modelo retangular (modela da barra). Neste retângulo, os alunos dividiram-no em 10 partes, como se pode ver na Figura 49, e selecionaram as partes correspondentes aos dados da tarefa, pintando as respetivas partes, identificando-as ao que cada um correspondia, dando a resposta correta.

Ainda, neste sentido, um outro grupo também recorreu a dois processos. Um recorrendo à representação simbólica e outro à representação icónica. Quanto à primeira forma de resolução utilizaram uma estratégia de natureza analítica. O grupo fez corresponder o valor do salário correspondente aos $\frac{3}{5}$, conforme o enunciado da tarefa. A partir daqui descobriram quanto correspondia a $\frac{1}{5}$ do salário, tendo em consideração que ele ficou com 600€ depois de dar dinheiro à mulher e que gastou metade do que ficou para si. Para finalizar, multiplicaram a quantidade do dinheiro correspondente a $\frac{1}{5}$, ou seja, $200 \times 5 = 1000$.

Numa segunda forma de resolução, recorreram a um esquema semelhante ao da Figura 50, desenhou um segmento, dividiu-o em 5 partes, selecionou duas dessas partes e identificou qual era a parte do salário dado à mulher. Depois, selecionaram três partes (as que sobraram) dizendo que foi o que ficou do salário, após ter dado o dinheiro à sua esposa. Posteriormente, faz corresponder da parte que ficou para ele $\left(\frac{3}{5}\right)$. Dividindo essa parte em metade, identificando correspondentemente as partes com que ele ficou e o que gastou, dando a resposta correta. Porém, o grupo termina com a complementaridade com um processo analítico. Como se pode verificar na Figura 50.

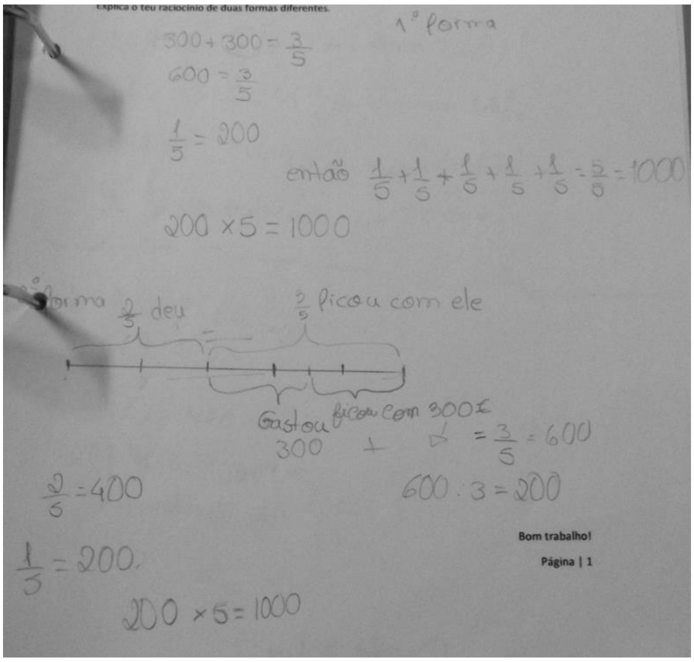
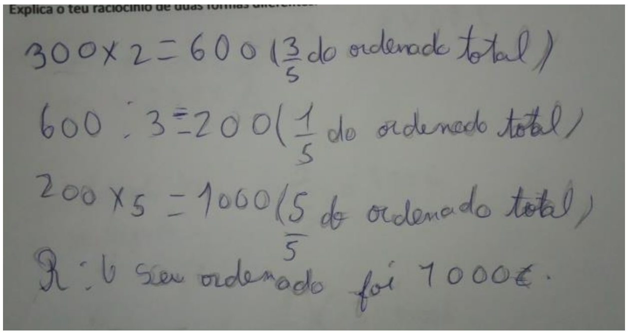



Figura 50 – Resolução 1 e 2 de um grupo da tarefa 4

Um outro grupo optou por dois processos diferentes, nos quais um foi ao encontro de uma estratégia de processo analítico, mostrando o seu raciocínio de forma simples e compreensiva. No segundo processo, os alunos recorreram às palavras para descreverem a forma como pensaram, sendo que poder-se-á dizer que os alunos pela descrição que realizaram acabam por induzir as pessoas que leem a sua resolução para uma representação icónica, acabando por concluir o pensamento com o auxílio dos cálculos analíticos, envolvendo o raciocínio multiplicativo. Como se pode observar na Figura 51.



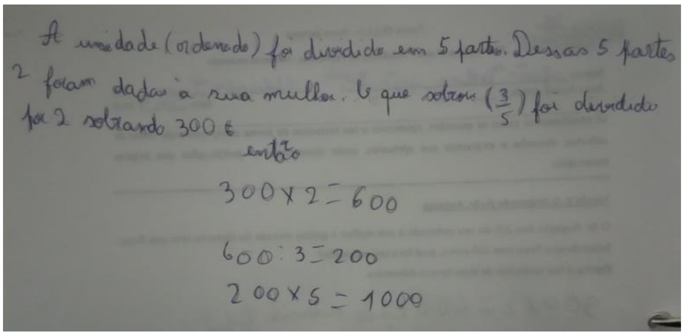




Figura 51 – Resolução 1 e 2 de um grupo da Tarefa 4

**Professora:** Então, estão a conseguir resolver a tarefa com duas formas diferentes?
**Alunos:** Já fizemos, professora.
**Professora:** Podem explicar-me como pensaram?
**Aluno 1:** Podemos. Então é assim… Como o Sr. Augusto deu $\frac{2}{5}$ do seu ordenado à mulher, ficou com $\frac{3}{5}$ do ordenado para si.
**Professora:** Muito bem! E, como é que continuaram?
**Aluno 2:** Sabemos que ele ficou com 300€, após ter gasto metade do dinheiro que ficou, ou seja, metade de $\frac{3}{5}$. Por isso, ser $300 \times 2 = 600$.
**Aluno 3:** E como era 3 partes, dividimos os 600 por 3, correspondendo a 200 cada parte do ordenado. Então, multiplicamos esse valor por cinco.
**Professora:** Porque é que multiplicaram esse valor (200) por cinco?
**Aluno 2:** Porque os cinco correspondiam ao total de parte do ordenado do Sr. Augusto. Pois, pensamos nas partes constituintes da fração.
**Professora:** Pensaram muito bem. Então, pensando bem naquilo que me acabaram de dizer o que me dizem da vossa segunda proposta de resolução?
**Alunos:** Hmm…! E… professora. É igual à primeira.
**Professora:** Pois é! Será que conseguem pensar noutra forma?! Vamos lá tentar… eu já volto a passar por cá.
(passando algum tempo)
**Professora:** Já realizaram uma segunda resolução?
**Aluno 2:** Ó professora como é que vamos realizar outra resolução?! Nós estávamos a discutir uma, mas como é que a vamos escrever, não sabemos explicar.
**Professora:** Expliquem-me a mim.
**Aluno 2:** Então, pensamos no ordenado como a unidade. E, depois, podemos dividi-la em cinco partes. Depois, das cinco partes foram dadas duas à mulher do senhor. Está a ver, professora?!
**Professora:** Sim, estou a imaginar a situação.
**Aluno 2:** Do que sobrou, que foi três quintos, ou seja, três partes de cinco, foi dividido por dois, porque ele gastou metade do que tinha, sobrando trezentos.
**Aluno 3:** Então o dobro de trezentos dá seiscentos. Destes seiscentos que corresponde a três partes, descobrimos que a cada parte corresponde a duzentos.
**Aluno 1:** E para terminar como o total era constituído por cinco partes e cada uma vale duzentos, dá-nos mil euros de ordenado.
**Professora:** Conseguiram ou não conseguiram?! Agora podem explicar a outra forma na folha como registo.

**Aluno 2:** Mas não conseguimos.
**Professora:** Conseguem, pois. Acabaram de o fazer agora.
**Aluno 2:** E vamos usar palavras?! (o aluno mostrou-se indignado)
**Professora:** Sim, podem recorrer às palavras.
**Aluno 2:** Mas, a matemática é números! Vamos usar palavras?! Podemos fazer isso?!
**Professora:** Sim, podem. A matemática não é só números e as palavras ajudam-nos a explicar e a complementar o nosso pensamento, ajudando os outros a entender aquilo que pensamos. Foi aquilo o que acabaram de fazer ao explicarem-me como pensaram.

Neste diálogo, os alunos explicam os cálculos que efetuaram para chegar à resposta ao problema, demonstrando o cuidado de organizar os dados por etapas, tal como explicam ao longo da conversa. No entanto, este grupo apresentou exatamente dois exemplos de resolução iguais (processo analítico da Figura 51), no qual foi necessário confrontá-los com a situação. Quando lhes foi proposto pensarem noutra resolução, os alunos acabaram por recorrer à imagem visual de alguma coisa. Porém, um dos alunos do grupo dizia que não conseguiam explicar o que estavam a pensar, pois para ele a matemática não passa de uma área em que apenas se recorre ao uso dos números. Como se pode verificar no final do diálogo.

Quanto aos grupos que resolveram a tarefa parcialmente, verificou-se que as resoluções apresentadas por estes eram de estratégias de natureza analítica, idênticas às da figura 49 e 50, não apresentando qualquer tipo de estratégias de natureza visual. Verificando-se que as segundas hipóteses recorriam à mesma estratégia que a primeira, alterando apenas a ordem das cálculos.

Relativamente a um grupo de alunos que resolveu a tarefa de duas formas diferentes, uma resolução encontra-se com erros de cálculo, induzindo os alunos em erro na resposta. Pois, os alunos encontraram frações equivalentes para o ordenado do Sr. Augusto pelo facto de ele ter gasto metade do dinheiro com que ficou, só que enganaram-se na parte correspondente do ordenado com que ele ficou, pois em vez de considerarem metade de três quintos, consideraram apenas um meio do ordenado, como mostra a Figura 52, resolução 1.

Posteriormente, os alunos resolveram a tarefa pelo processo visual, complementando-o com os cálculos. Pensando na unidade do ordenado retirando a parte dada à mulher, apercebendo-se que ficou com três quinto e que destes é que gastou metade, chegando assim à resposta correta. Como se pode verificar na Figura 52, no entanto esta resolução foi acompanhada com diálogo entre os alunos e a professora.

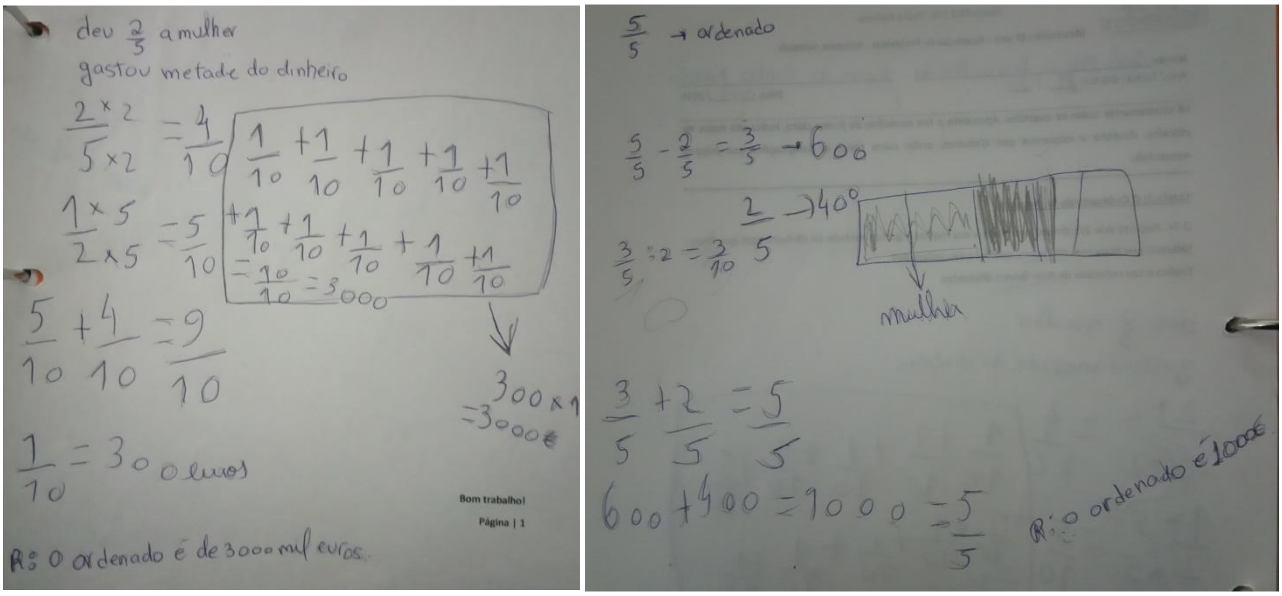



Figura 52 – Resolução 1 e 2 de um grupo da tarefa 4

**Alunos:** Professora, o ordenado era de três mil euros?!
**Professora:** Hmm... não sei! Já resolveram de duas formas a tarefa?
**Alunos:** Não, professora.
**Professora:** E não querem tentar e assim também verificam se é ou não essa a resposta ao problema?
**Aluno 1:** Sim, podemos tentar. Podemos recorrer ao modelo… aquele que a professora nos chegou a mostrar no problema das natas?
**Professora:** A tarefa é vossa, podem resolver como acharem melhor.
**Aluno 2:** Então, desenhamos um retângulo (faz de conta que está desenhado tudo igual). E dividimos em cinco partes.
**Professora:** Porque é que dividem em cinco partes?
**Aluno 1:** Porque a parte que a mulher recebe é duas de cinco. Então consideramos a unidade cinco quintos.
**Professora:** Sim… muito bem.
**Aluno 2:** Agora pintamos duas partes deste retângulo que é o que dá à mulher.
**Aluno 1:** Agora destas três partes que ficaram (três quintos), temos de pintar metade. Pois, foi o que ele gastou. E a parte que fica por pintar é o que lhe sobrou.
**Professora:** O pensamento é mesmo esse. E agora, vamos pensar nos valores do ordenado do Sr. Augusto.
**Aluno 2:** Se ele ficou com 300€, que é esta parte (o aluno aponta para o retângulo, para a parte que não está pintada). E é metade do que ele ficou. Logo ele ficou com 600€ (o aluno efetua rapidamente o cálculo metade, dizendo que é o dobro).
**Aluno 1:** Então a cada parte corresponde a 200. Porque 600 a dividir por 3 é 200. Logo, a mulher teve 400€ do dinheiro do marido.

**Aluno 2:** Tudo junto dá 1000€, ou seja, a unidade (cinco quintos).
**Professora:** Então, quanto é que o Sr. Augusto ganha de ordenado, três mil ou mil euros?
**Alunos:** Mil euros, professora.
**Aluno 2:** Já entendi onde estava mal… Não consideramos metade dos três quintos.
**Aluno 1:** Assim é mais fácil.
**Professora:** Porque é que dizes que é mais fácil?
**Aluno 1:** Porque conseguimos acompanhar melhor o nosso pensamento, porque vamos riscando as coisas.

Neste diálogo, os alunos conseguiram aperceber-se do erro que tinham cometido na primeira resolução, conseguindo explicar o seu pensamentos em voz alta e a desenhar ao mesmo tempo, enquanto falavam. No entanto, no fim resolveram complementar o esquema com os cálculos, pois acharam que se percebia melhor o raciocínio. Assim, os alunos acabaram por concluir que a sua forma de resolução os ajudara melhor na compreensão da tarefa.

Quanto às principais dificuldades manifestadas estas desenvolveram-se à volta das diferentes resoluções, visto que os alunos têm imensa dificuldade em expressar os raciocínios para além de uma forma de pensarem, pois, não estão habituados, reparando-se que muitos ainda estão "presos" ao processo analítico, aparecendo as representações simbólicas frequentemente. E, quando aparecem as representações icónicas, normalmente, encontram-se complementadas com as simbólicas.

**Tarefa 5**

No que se refere a esta tarefa (anexo 8) pretendia-se que os alunos trabalhassem os conceitos relacionados com os números racionais (positivos e negativos), por exemplo, ordenação e comparação, o módulo, a reta numérica e como medida, envolvendo as operações, servindo como preparação para a ficha de avaliação. A resolução desta tarefa teve como dinâmica de trabalho individual e como trabalho para casa.

A tarefa envolvia sete alíneas, podendo verificar-se o desempenho dos alunos da turma na Tabela 6.

Tabela 6 - Resultados obtidos na tarefa 5

| Tarefa | Resolveu corretamente | Resolveu parcialmente | Não resolveu/resolveu incorretamente |
|---|---|---|---|
| 5.1 | 57,14% | 14,29% | 28,57% |
| 5.2 | 4,76% | 42,86% | 52,38% |
| 5.3 | 0,00% | 42,86% | 57,14% |
| 5.4 | 42,86% | 0,00% | 57,14% |
| 5.5.1 | 23,81% | 0,00% | 76,19% |
| 5.5.2 | 23,81% | 23,81% | 52,38% |
| 5.5.3 | 23,81% | 0,00% | 76,19% |

Na primeira alínea pretendia-se que os alunos assinalassem no segmento de reta, as abcissas de cada caminheiro, no qual poder-se-á dizer que o desempenho dos alunos foi suficiente como se pode verificar na Tabela 6. Assim, os alunos que resolveram corretamente a tarefa (57,14%), identificaram corretamente as abcissas no segmento de reta e, também, procuram frações equivalentes de dois caminheiros, passando para a mesma medida, considerando-se um resultado satisfatório, como é evidenciado na Figura 53.

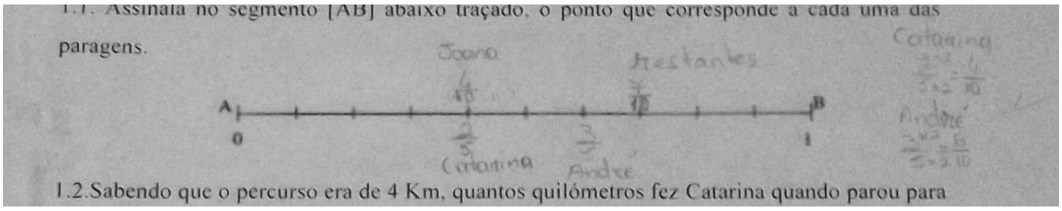
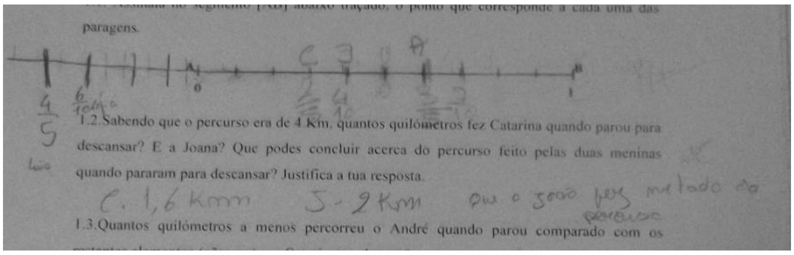



Figura 53 – Resolução 1 do aluno da tarefa 5.1

Esta resolução apresentada na Figura 53 foi a que os alunos apresentaram, no entanto um desses alunos indicou corretamente as abcissas sem recorrer à passagem das frações equivalentes, realizando este processo através do cálculo mental.

Na segunda alínea, já não se pode afirmar o mesmo, pois metade dos alunos não resolveram e/ou resolveram incorretamente, verificando-se que destes alunos dois alunos apresentaram uma resolução incorreta e os restantes não realizaram a tarefa. O erro destes alunos foi devido à alínea anterior, no qual os alunos não indicaram corretamente as abcissas dos pontos, induzindo-os agora em erro. Como se mostra a Figura 54.


paragens.

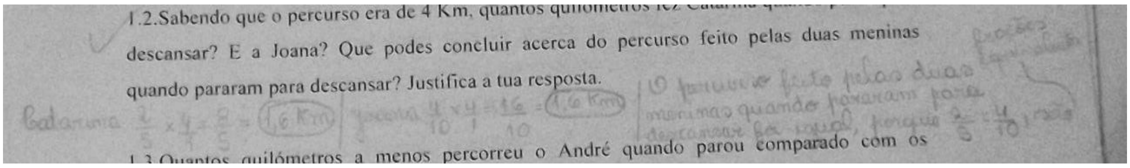
1.2.Sabendo que o percurso era de 4 Km, quantos quilómetros fez Catarina quando parou para descansar? E a Joana? Que podes concluir acerca do percurso feito pelas duas meninas quando pararam para descansar? Justifica a tua resposta.

C. 1,6 Km J-2 Km

1.3.Quantos quilómetros a menos percorreu o André quando parou comparado com os

Figura 54 – Resolução 1 do aluno da tarefa 5.2

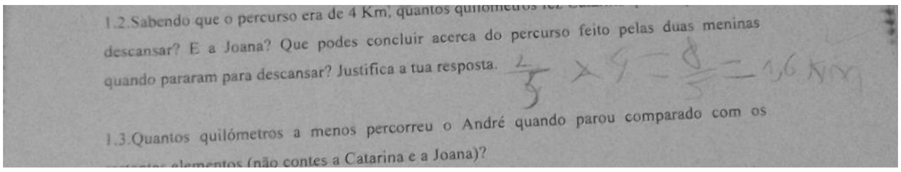
Por outro lado, dois alunos conseguiram realizar corretamente, respondendo corretamente à questão colocada, justificando-a. Assim, foram os alunos que responderam como o esperado, como se pode verificar no exemplo da Figura 55.


1.2.Sabendo que o percurso era de 4 Km, quantos quilómetros fez Catarina quando parou para descansar? E a Joana? Que podes concluir acerca do percurso feito pelas duas meninas quando pararam para descansar? Justifica a tua resposta.

1.3.Quantos quilómetros a menos percorreu o André quando parou comparado com os

Figura 55 - Resolução 1 do aluno da tarefa 5.2

Ainda nesta alínea foi possível verificar que os alunos referidos anteriormente e os que alguns que estão inseridos na categoria de resolveu parcialmente, reparou-se que conseguiram recorrer ao conceito de medida, recorrendo ao produto de uma fração por um número inteiro, descobrindo os quilómetros por elas percorridas. Porém, o facto de não se considerar a resposta totalmente correta foi pela inexistência da resposta à questão apresentada, pela falta da justificação à resposta dada (referirem que se tratava de frações equivalentes). Podendo se verificar na Figura 56.


1.2.Sabendo que o percurso era de 4 Km, quantos quilómetros fez Catarina quando parou para descansar? E a Joana? Que podes concluir acerca do percurso feito pelas duas meninas quando pararam para descansar? Justifica a tua resposta.

$\frac{2}{5} \times 4 = \frac{8}{5} = 1{,}6$ Km

1.3.Quantos quilómetros a menos percorreu o André quando parou comparado com os restantes elementos (não contes a Catarina e a Joana)?

Figura 56 - Resolução 2 do aluno da tarefa 5.2

Na seguinte alínea, a turma em 42,87% resolveu parcialmente a tarefa, não havendo alunos que a resolveram corretamente, mas sim mais de metade da turma não realizou a tarefa. Pode-se dizer que os alunos que resolveram a parcialmente, apresentaram uma resolução com o recurso à regra de três simples e ou o produto de uma fração por um número inteiro, realizando depois a diferença entre uma distância e outra. No entanto, nenhum destes alunos recorreu ao conceito esperado que era o módulo, visto que se tratava de distâncias. No entanto, nenhum destes alunos apresentaram resposta. Como se pode verificar na Figura 57.

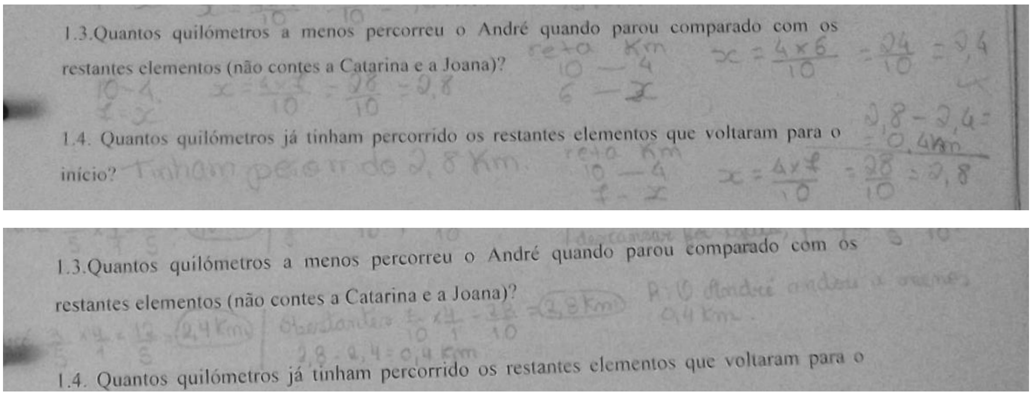



Figura 57 - Resolução 1 do aluno da tarefa 5.3.

Assim, foi possível verificar que os alunos não tinham assimilado a utilização do conceito do módulo geometricamente.

Quanto à alínea 1.4. verificou-se uma melhoria no desempenho dos alunos, resolvendo corretamente a tarefa (como se pode ver na Tabela 6). Muitos dos alunos continuaram a recorrer ao uso da regra de três simples para calcularem os quilómetros percorridos, começando-se a verificar as respostas à questão colocada. Como exemplo a Figura 58.

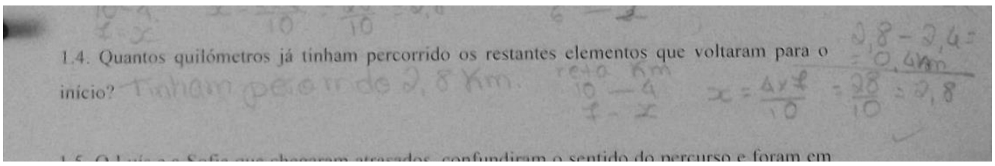
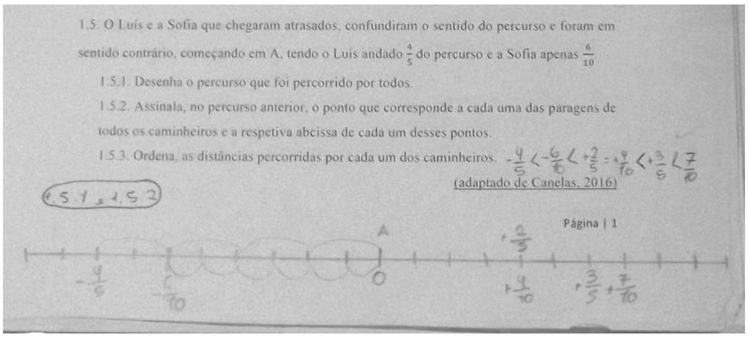



Figura 58 - Resolução 1 do aluno da tarefa 5.4.

Sendo que os alunos que estavam incluídos na parte dos que não resolveram/ não resolveram corretamente, verificou-se que não fizeram a tarefa.

Em relação à última alínea 1.5., analisando-se a Tabela 6, é possível verificar que no geral a objetivo não foi alcançado. Pois, apenas cinco alunos é que conseguiram resolver a tarefa na sua totalidade corretamente (Figura 59).


1.5. O Luís e a Sofia que chegaram atrasados, confundiram o sentido do percurso e foram em sentido contrário, começando em A, tendo o Luís andado $\frac{4}{5}$ do percurso e a Sofia apenas $\frac{6}{10}$.

1.5.1. Desenha o percurso que foi percorrido por todos.

1.5.2. Assinala, no percurso anterior, o ponto que corresponde a cada uma das paragens de todos os caminheiros e a respetiva abcissa de cada um desses pontos.

1.5.3. Ordena, as distâncias percorridas por cada um dos caminheiros. $-\frac{4}{5} < -\frac{6}{10} < +\frac{2}{5} = +\frac{4}{10} < +\frac{3}{5} < \frac{7}{10}$

(adaptado de Canelas, 2016)

1.5.1 e 1.5.2

Página | 1



Figura 59 - Resolução 1 do aluno da tarefa 5.5.

É possível verificar que através da Figura 59, o aluno percebeu o conceito da reta numérica, em especial, interpretar os sinais opostos dos números racionais. Assim, conseguir identificar o sentido contrário, recorrendo à reta numérica no sentido oposto que o segmento de reta AB. Posto isto, conseguiu identificar as abcissas de cada ponto e posteriormente ordená-las por ordem crescente.

Por outro lado, o facto de nem todos os alunos resolverem a tarefa foi por não perceberem que tinham de recorrer à reta numérica no sentido da semirreta negativa. Assim, como não conseguiram resolver a alínea 1.5.1, causou o efeito dominó. As restantes alíneas não foram resolvidas corretamente. Como se pode verificar na Figura 60.

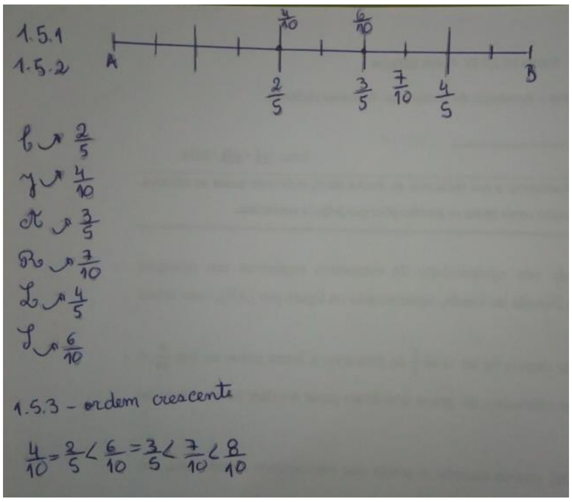



Figura 60 - Resolução 1 do aluno da tarefa 5.5.

Porém, tendo em consideração o erro do aluno na primeira alínea, seguindo a lógica desse erro, entende-se que as seguintes alíneas foram resolvidas tendo a continuidade da alínea anterior, no qual os alunos não devem ser penalizados pelo mesmo erro mais do que uma vez, podendo ser as outras alíneas corrigidas, atendendo a este facto. No entanto, não alcançaram o objetivo pretendido.

O desempenho da turma em geral nesta tarefa não foi muito positivo, no qual mostraram bastantes dificuldades, salientando que alguns conceitos não ficaram bem assimilados, principalmente no que se refere à interpretação dos sinais opostos na reta numérica.

**Tarefa 6**

Nesta tarefa (anexo 9) pretendia-se que os alunos trabalhassem o conceito de razão, envolvendo as operações com números racionais não negativos, servindo também como preparação para a ficha de avaliação. A resolução desta tarefa teve como dinâmica de trabalho individual e como trabalho para casa.

**Tabela 7 - Resultados obtidos na tarefa 6**

| Tarefa | Resolveu corretamente | Resolveu parcialmente | Não resolveu/resolveu incorretamente |
|---|---|---|---|
| 6 | 23,81% | 42,86% | 33,33% |

O desempenho nesta tarefa também já não foi muito satisfatório como se pode verificar na Tabela 7, pois nem metade dos alunos da turma (23,81%) resolveu corretamente. No entanto, importa referir a resolução dos alunos que resolveram corretamente incluem duas formas diferentes para a explicação dos seus raciocínios com resultados todos corretos e as respetivas respostas. Todavia, os alunos na categoria resolveram parcialmente (42,86%) apenas apresentaram uma estratégia de resolução para explicarem o raciocínio com os resultados corretos. Por outro lado, temos uma percentagem maior (33,33%), do que os que resolveram corretamente, de alunos que não resolveram/resolveram incorretamente a tarefa.

Quanto aos alunos que resolveram corretamente, verificou-se estratégias diferentes, evidenciando-se as representações simbólicas e icónicas, evidenciando o conceito de razão ao longo das resoluções. Foi possível verificar estratégias de natureza analítica e visual. Como mostra a Figura 61.

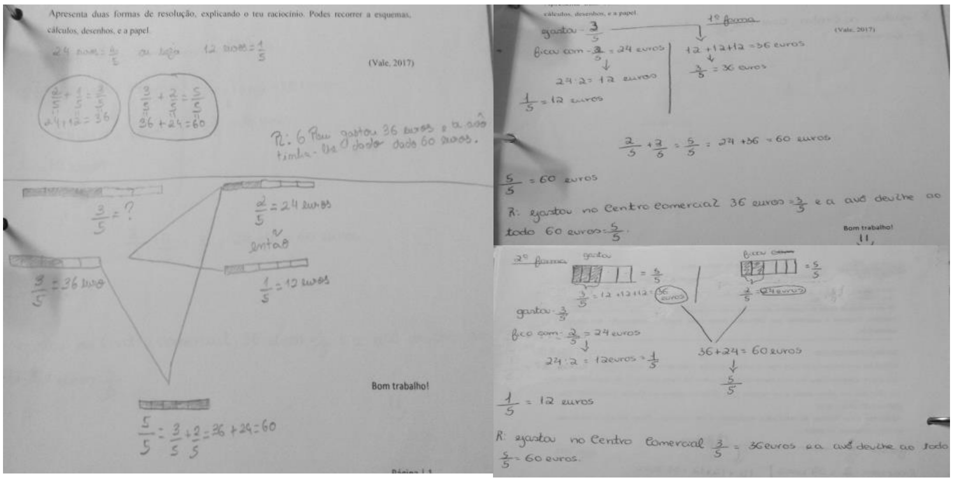



Figura 61 – Resolução 1,2, 3 e 4 dos alunos da tarefa 6

Nestas estratégias (Figura 61) os alunos calcularam a parte do dinheiro que correspondia aos 24€, visto que o Rui tinha gasto $\frac{3}{5}$ do dinheiro. Posto isto, a perceberam-se que os 24€ correspondiam a duas partes do dinheiro, sendo que calcularam metade desse dinheiro, concluindo que $\frac{1}{5}$ correspondia a 12€. A partir daqui calcularam os três quintos, efetuando a regra da adição de frações, substituindo pelo valor correspondente do dinheiro, isto no que se refere às estratégias de natureza analítica. Relativamente à estratégia de natureza visual, os alunos recorreram ao modelo da barra. Dividiram-no em 5 partes, depois foram identificando as partes que o Rui gastou ($\frac{3}{5}$), depois o que lhe sobrou $\frac{2}{5}$ no qual correspondia a 24€. Para conclui, repararam que $\frac{1}{5}$ correspondia a 12€. Acabando por apresentar a barra toda completa com os valores.

Outros alunos resolveram de forma parecida, referente à estratégia de natureza analítica realizam o mesmo processo que os alunos anteriores. Porém, ao nível das estratégias visuais, um aluno recorreu a um segmento de reta efetuando as divisões da unidade em 5 partes. E, outro, por esquema de unidades discretas, respetivamente. Como se verifica na Figura 62.

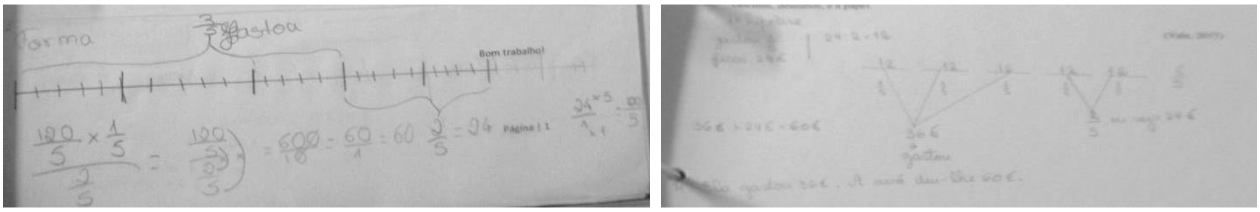


Figura 62 - Resolução 1 e 2 dos alunos da tarefa 6

Relativamente aos alunos que resolveram parcialmente a tarefa, verificou-se que estes apenas resolveram o problema de uma forma. E que todos optaram por estratégias de natureza analítico. Indo todos ao encontro das primeiras resoluções apresentadas na Figura 61. Excepto um aluno que recorreu a uma estratégia de natureza visual, utilizando um gráfico circular. Como se pode ver na Figura 63.

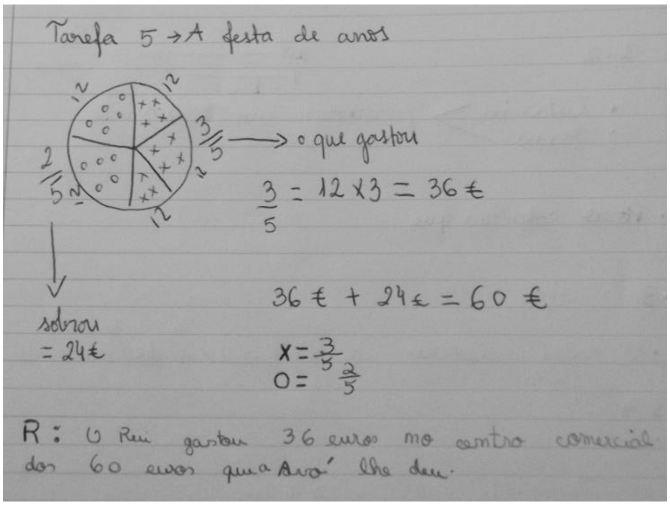



Figura 63 - Resolução 1 do aluno da tarefa 6

Nesta resolução (Figura 63) pode-se dizer que o aluno optou por um gráfico circular, dividindo em cinco partes, identificando com uma legenda ao que se estava a referir, auxiliando-se em processo analíticos para ajudar na compreensão do raciocínio.

Relativamente, aos alunos que se inserem na categoria não resolveram ou resolveram incorretamente, nesta tarefa em concreto, não realizaram a tarefa.

Ao nível das dificuldades manifestadas verificou-se que ainda custa aos alunos apresentarem diferentes formas de resolução, apresentando com frequência estratégias de caráter analítico. Verificou-se, também, que alguns alunos ainda têm alguma dificuldade no significado de fração como razão, podendo ser observável ao longo das suas resoluções.

**Tarefa 7**

Esta tarefa (anexo 10) pretendia-se que os alunos trabalhassem o conceito de razão, envolvendo as operações com números racionais não negativos e que calculassem o número de crianças no restaurante, perante as condições que eram apresentadas. Tinha como dinâmica de trabalho individual.

O desempenho nesta tarefa, ao contrário do que se estava à espera, foi muito bom como se pode verificar na Tabela 8. Mais de metade da turma (71,43%) conseguiu resolver a tarefa corretamente, sendo poucos os que não conseguiram resolver na totalidade e os que não resolveram.

Tabela 8- Resultados obtidos na tarefa 7

| Tarefa | Resolveu corretamente | Resolveu parcialmente | Não resolveu/resolveu incorretamente |
|---|---|---|---|
| 7 | 71,43% | 19,05% | 9,52% |

Quanto aos alunos que acertaram, estes recorreram ao conceito de razão nas suas resoluções. Importa referir que a maior parte recorreu para as suas resoluções à estratégia de natureza visual, sobressaindo o modelo da barra, que foi a estratégia mais utilizada, sendo que só três alunos de catorze é que recorreram a estratégia de natureza analítica.

Assim, a estratégia mais utilizada foi a que se pode observar na Figura 64.

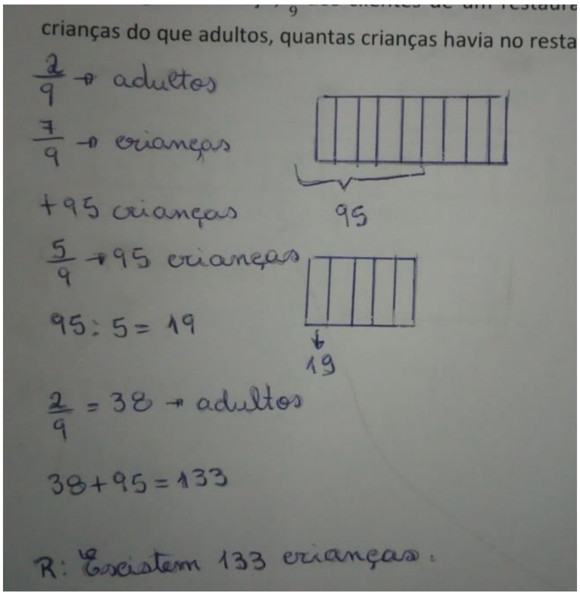



Figura 64 – Resolução 1 do aluno da tarefa 7

Os alunos representaram um retângulo, dividindo em nove partes. Destas nove selecionaram duas, fazendo-as corresponder aos adultos. A partir daqui repararam que sobravam sete partes, no qual representavam crianças. Porém, dessas sete partes retiraram duas, pois correspondia ao número de crianças que estavam em igual número que os adultos e as restantes cinco partes correspondiam às noventa e cinco crianças que estavam mais do que os adultos. Assim, os alunos dividiram as noventa e cinco crianças pelas cinco partes, descobrindo quanto correspondia a cada parte (dezanove). Posteriormente, recorreram ao raciocínio multiplicativo, calculando o número total de crianças. Ou seja, o produto de dezanove crianças por sete. Como se pode verificar na Figura 64 e 65.

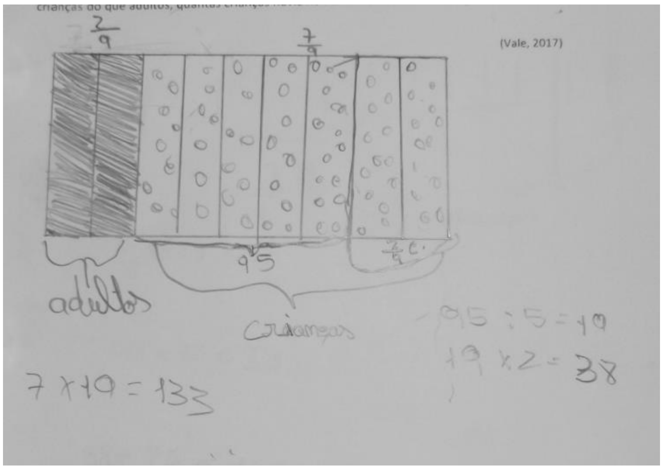



Figura 65 - Resolução 1 do aluno da tarefa 7

Em relação às estratégias analíticas os alunos calcularam o todo e desse todo subtraíram a parte correspondente dos adultos, descobrindo que sete nonos correspondiam às crianças. Porém, os alunos identificaram o facto que haver mais 95 crianças do que adultos retirando aos sete nonos a parte de crianças que era igual aos adultos, apercebendo-se que as 95 crianças correspondiam aos cinco nonos. Posto isto, distribuíram os 95 por 5 partes, vendo que a cada um nono tinham 19. Assim, multiplicaram os 19 por sete, ficando a saber o número total de crianças naquele domingo no restaurante. Como se verifica na Figura 66:

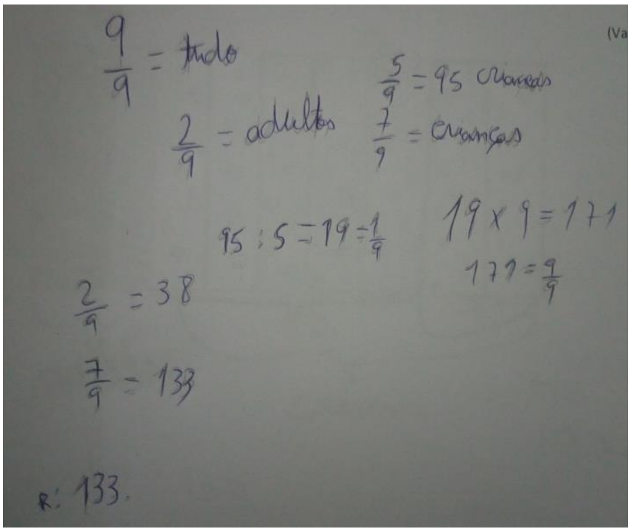



Figura 66 - Resolução 1 do aluno da tarefa 7

No que diz respeito aos alunos que resolveram a tarefa parcialmente, não foram consideradas na totalidade de forma correta, pois verificou-se a ausência da resposta ao problema apesar de apresentarem resoluções interessante e bem realizadas. Como mostra a Figura 67:

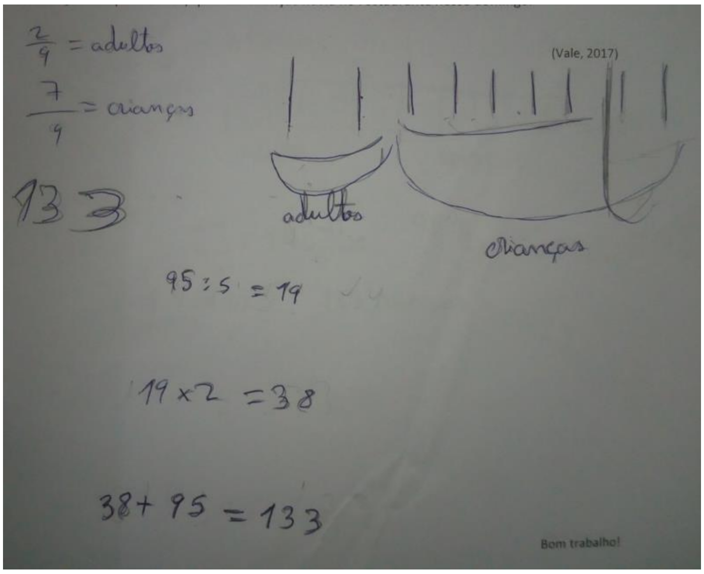



Figura 67 - Resolução 1 do aluno da tarefa 7

Tendo em consideração todas as resoluções as representações icónicas tiveram um grande impacto nesta tarefa.

As principais dificuldades manifestadas estiveram relacionadas com a interpretação do problema, no facto de os alunos se aperceberem que dos sete nonos de crianças, dois nonos estavam em igual quantidade que os adultos e que as noventa e cinco crianças que estavam a mais correspondiam aos cinco nonos.

**Tarefa 8**

Esta tarefa (anexo 11) tinha como objetivo trabalhar o conceito de frações equivalentes, envolvendo as operações com números racionais não negativos. Tinham como dinâmica de trabalho individual.

Tabela 9- Resultados obtidos na tarefa 8

| Tarefa | Resolveu corretamente | Resolveu parcialmente | Não resolveu/resolveu incorretamente |
|---|---|---|---|
| 8 | 42,86% | 47,62% | 9,52% |

Considerando-se os resultados obtidos apresentados na Tabela 9, verifica-se que o desempenho dos alunos pode ser considerado suficiente (42,86%). No entanto verifica-se que a quota de alunos que resolveram a tarefa parcialmente (47,62%), encontra-se próximo do desempenho dos que resolverem corretamente. Porém, apenas dois alunos (9,52%) não resolveram/resolveram incorretamente, sendo um aspeto positivo, visto que a maior parte da turma conseguiu superar as expectativas.

Relativamente às resoluções apresentadas corretamente, verificou-se que mais ou menos metade destes alunos (5 de 9) recorreram a representações icónicas, utilizando a estratégia do modelo da barra. Aqui os alunos recorreram a um retângulo (barra), dividiram-no em 6 partes, selecionaram 5, identificando que essa parte correspondia ao futebol. Posteriormente, observou-se que os alunos aperceberam-se que para obter a parte que dos alunos que jogavam futebol e hóquei, tinham de encontrar uma fração equivalente, visto que os alunos que jogavam hóquei correspondiam a metade dos que jogavam futebol.

Perante esta situação, voltaram a dividir o retângulo de forma a encontrar uma fração equivalente, apercebendo-se da parte correta para dar uma resposta ao problema.

Outra situação que podemos encontrar é que os alunos realizam a mesma estratégia, mas identificaram outro modelo colocando junto do outro para verem as diferenças de um retângulo para o outro apercebendo-se da fração equivalente. Estes dois exemplos, respetivamente, seguem na Figura 68.

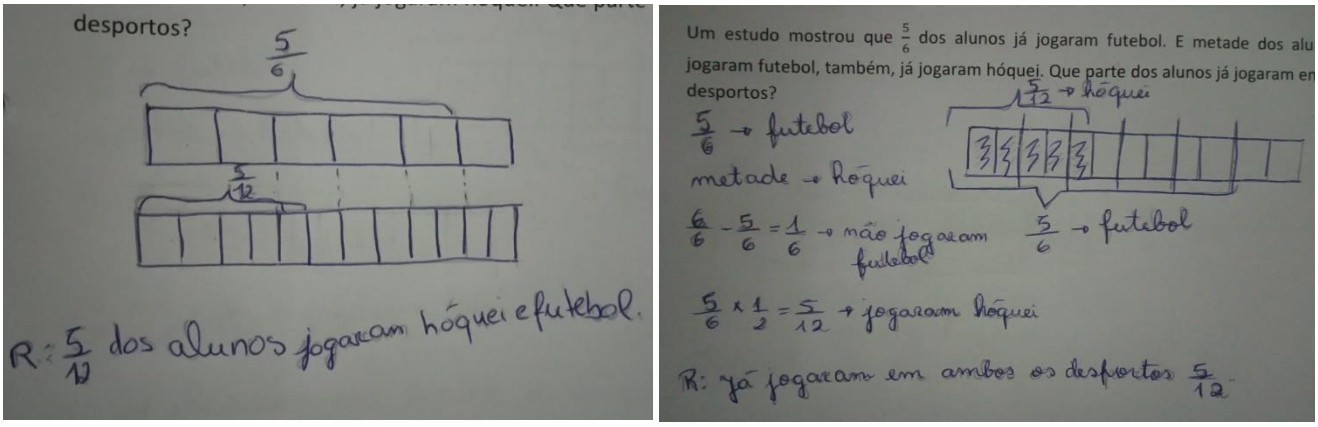



Figura 68 – Resolução 1 e 2 de alunos da tarefa 8

Quanto aos restantes (4) dos alunos resolveram a tarefa seguindo representações simbólicas, através de estratégias de natureza analítica. Importa referir que o pensamento dos alunos fora ao encontro do pretendido com a tarefa, verificando-se que compreenderam o conceito das frações equivalente. Posto isto, os alunos utilizaram cálculos simples para chegaram ao resultado. Como se pode verificar na Figura 69.

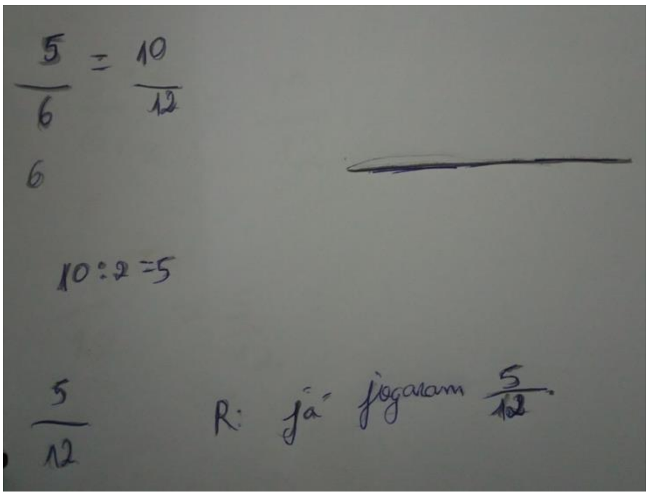



Figura 69 - Resolução 1 de um aluno da tarefa 8

No que se refere aos alunos que resolveram parcialmente a tarefa é de referir o facto de estes não estarem inseridos na categoria dos alunos que resolveram a tarefa corretamente. A maioria não apresentou uma resposta ao problema, apresentando apenas a resolução. Mas, é importante que os alunos tenham a consciência de que é necessário e que é um passo que faz parte da resolução. Dar resposta ao problema. Como se observa na Figura 70:

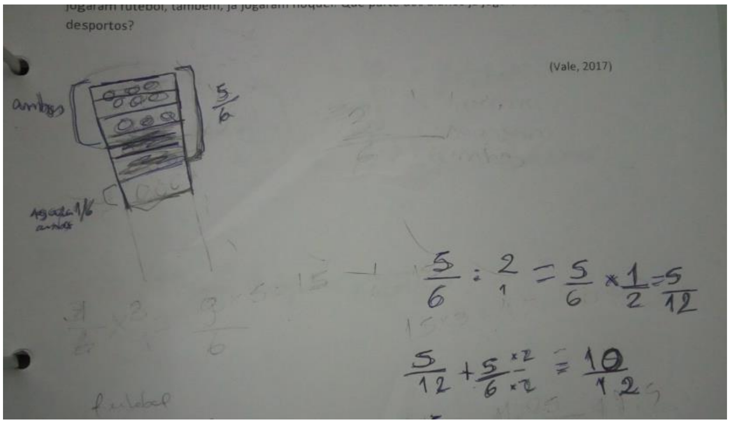



Figura 70 - Resolução 1 de um aluno da tarefa 8

Outro aspeto muito importante destes alunos é o facto de apresentaram um erro em relação ao sinal de igual, uma vez que o que apresentam não está correto pelo facto de não se tratar de uma proposição verdadeira. Ou seja, $\frac{5}{6} = \frac{10}{12}$, mas não podemos dizer que $\frac{5}{6} = \frac{10}{12} \div 2 = \frac{5}{12}$.

Aqui, os alunos deveriam realizar os cálculos de forma isolada, passo por passo. Percebe-se que os alunos conseguem entender o conceito de frações equivalentes, recorrendo ao processo analítico para exporem o seu pensamento, mas fazem-no com erros. Esta situação verifica-se em quatro de dez alunos, o que pode ser considerado algo preocupante. Como mostra a Figura 71:

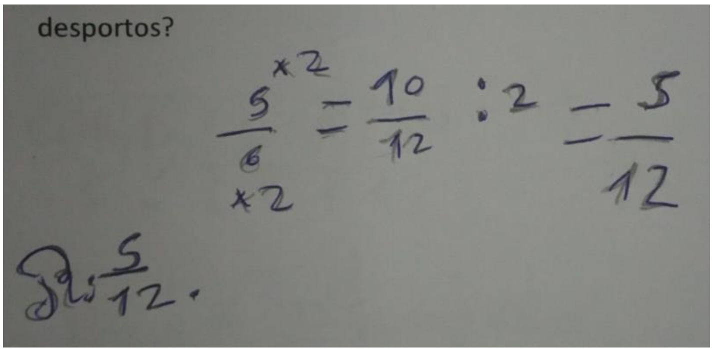



Figura 71 - Resolução 1 de um aluno da tarefa 8

Os outros alunos que se encontram ainda nesta categoria, apresentaram respostas corretas ao problema, mas nas suas resoluções apresentam erros na construção dos esquemas. Isto é, em vez de apresentarem um retângulo dividido em seis partes iguais, apresentam em sete. Este facto já pode influenciar na resposta correta do problema, deixando a dúvida "como é que os alunos chegaram de alguma forma à resposta correta", como se pode verificar na Figura 72.

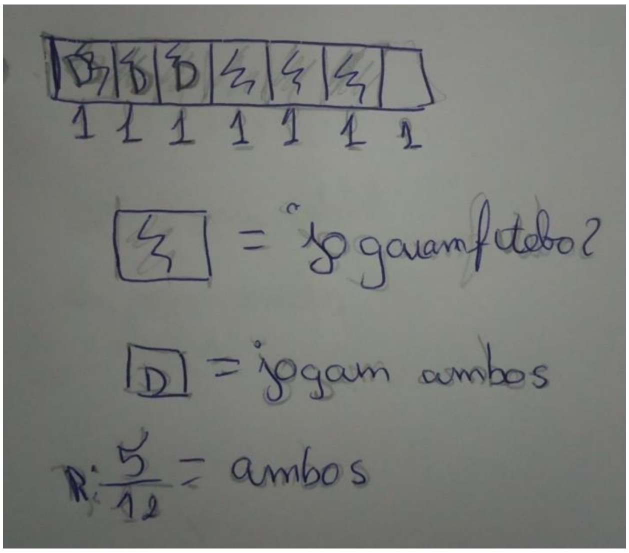



Figura 72 - Resolução 1 de um aluno da tarefa 8

No que se refere ao 9,32% refere-se a dois alunos que não resolveram a tarefa, pois faltaram à aula em que foi aplicada.

Em relação às representações, a que esteve mais presente nas resoluções das tarefas dos alunos foi a icónica. Sendo que 11 alunos recorreram a estratégias de natureza visual.

A dificuldade manifestada pelos alunos foi perceber ao início que teriam de encontrar uma fração equivalente para apresentarem de forma correta os resultados, recorrendo a uma estratégia de modo a facilitar-lhe o raciocínio.

**Tarefa 9**

Esta tarefa (anexo 12) surgiu na ficha de avaliação e tinha como objetivo avaliar os conteúdos abordados e, por outro lado, ver qual a representação privilegiada pelos alunos na sua resolução. Tendo como dinâmica de trabalho individual.

Tabela 10 - Resultados obtidos na tarefa 9

| Tarefa | Resolveu corretamente | Resolveu parcialmente | Não resolveu/resolveu incorretamente |
|---|---|---|---|
| 9 | 19,05% | 57,14% | 23,81% |

O desempenho da turma nesta tarefa não foi ao encontro do esperado. Através da análise da Tabela 10 conseguimos verificar a baixa percentagem de alunos que resolveram a tarefa corretamente (19,05%), sendo que se esperava que a percentagem fosse mais de metade visto que os alunos trabalharam inúmeros problemas deste tipo, tendo desenvolvido vários processos de resolução que podiam ser aplicados neste caso concreto. No entanto, os alunos que resolveram parcialmente a tarefa já foi algo significativo, visto que foi um pouco mais de metade da turma. E, os que não resolveram/resolveram incorretamente, tendo uma percentagem de 23,81%.

Mais concretamente, os alunos que resolveram corretamente apresentaram estratégias de natureza analítica à exceção de um aluno que recorreu a um processo de natureza visual. Assim, verificou-se que um aluno entre outro recorreu ao produto de uma fração por um número inteiro, evidenciando o conceito de operador, como se pode observar na Figura 73:

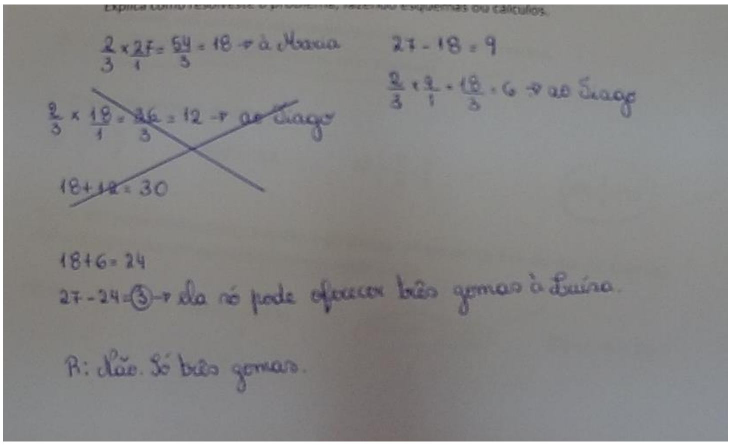



Figura 73 – Resolução 1 de um aluno da tarefa 9

Depois, alguns os alunos dividiram a unidade (contexto discreto) por três, descobrindo o valor das gomas que correspondiam a cada parte. A partir daqui, utilizaram o produto de um número inteiro por outro, não recorrendo ao conceito de número racional propriamente dito, mas sim ao algoritmo, chegando sucessivamente à resposta correta do problema. Como se pode verificar, um destes exemplos, na Figura 74:

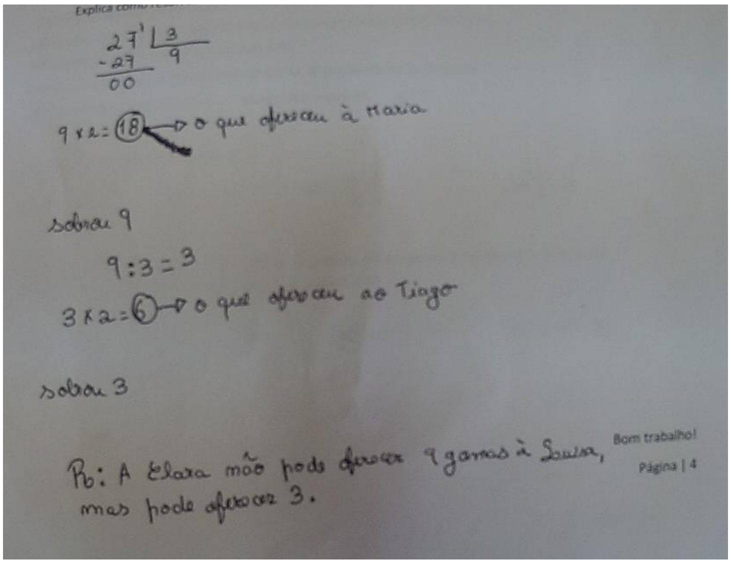



Figura 74 – Resolução 2 de um aluno da tarefa 9

Por outro lado, um aluno apresentou a estratégia do modelo do retângulo (barra). Dividiu-o em 3 partes, selecionando duas, visto que foi o que foi dado à Maria. Posteriormente, reparou que sobrara uma parte que correspondia a 18 gomas. A partir daqui foi selecionando as partes correspondentes a cada dois terços, reparando que sobrara 3. Como se pode verificar na Figura 75:

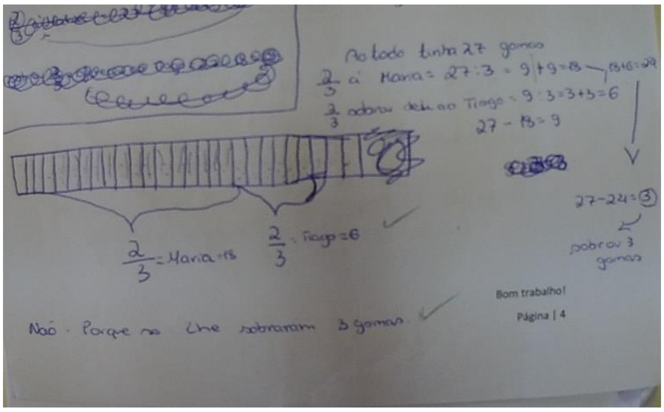



Figura 75 – Resolução 1 de um aluno da tarefa 9

Quanto aos alunos que resolveram a tarefa parcialmente as suas estratégias iam ao encontro da Figura 76, sendo que não concluíram os cálculos, não conseguiram concluir devidamente a resposta ao problema.

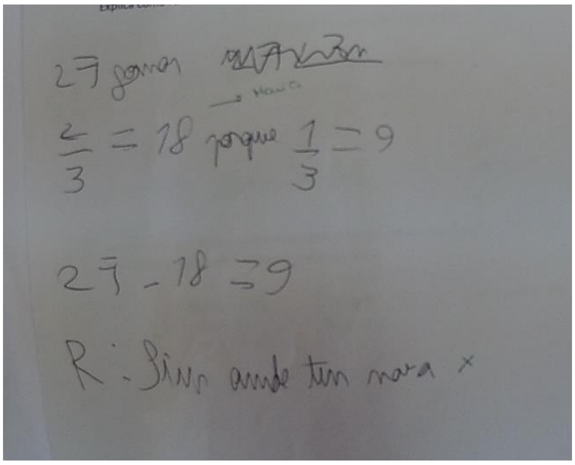



Figura 76 – Resolução 1 de um aluno da tarefa 9

Assim, foi possível verificar que grande parte da turma recorreu a representações simbólicas, aparecendo só uma resolução no qual era evidente as representações icónicas, através do uso do modelo da barra.

Posto isto, encontraram algumas dificuldades manifestadas pelos alunos, tendo em vista que estes tinham que confirmar uma questão que o problema propunha, esquecendo-se de algumas partes importantes para a resolução do problema, não aplicando por vezes os conhecimentos que deviam ter e não recorrendo ao algoritmo da divisão. Por outro lado, verificou-se que os alunos, devido à pressão relacionada com a realização da ficha de avaliação, deixaram por fazer a tarefa, evidenciando-se os alunos que não resolveram.

3. Síntese dos resultados

Antes de se passar às conclusões do estudo, sintetizar-se-ão os principiais resultados obtidos ao nível das estratégias e das dificuldades manifestadas pelos alunos e descritas no ponto 1 deste capítulo.

Apresenta-se na Tabela 11, como forma de resultados obtidos em relação à natureza das principais estratégias que se identificaram para cada tarefa, tendo em consideração as representações.

Tabela 11 – Resultados obtidos em relação à natureza das estratégias utilizadas na resolução das tarefas

| Tarefa | Estratégias visuais (%) | Estratégias não visuais (%) | Não realizaram (%) |
|---|---|---|---|
| 1 | 0 | 76,19 | 23,81 |
| 2 | 76,19 | 23,81 | 0 |
| 3 | 50 | 50 | 0 |
| 4 | 20 | 80 | 0 |
| 5.1 | 0 | 71,43 | 28,57 |
| 5.2. | 0 | 47,62 | 52,38 |
| 5.3. | 0 | 42,86 | 57,14 |
| 5.4. | 0 | 42,86 | 57,14 |
| 5.5.1. | 23,81 | 0 | 76,19 |
| 5.5.2. | 0 | 47,62 | 52,38 |
| 5.5.3 | 0 | 23,81 | 76,19 |
| 6 | 19,05 | 47,62 | 33,33 |
| 7 | 76,19 | 14,29 | 9,52 |
| 8 | 52,38 | 38,10 | 9,52 |
| 9 | 4,76 | 71,43 | 23,81 |
| Total | 21,5 | 45,2 | 33,3 |

Nas tarefas onde a percentagem de estratégias visuais é mais baixa, pode estar relacionada com a natureza da tarefa e com o momento em que está é implementada. Por exemplo na Tarefa 1, no qual os alunos recorreram a estratégias de natureza não visual, devido ao facto de estes não estarem familiarizados com este tipo de estratégias.

Já na Tarefa 5, apesar de os alunos já conhecerem estratégias visuais, é notório a inexistência deste tipo, mas deve-se ao facto de ser uma tarefa mais de caráter analítico, visto que se trata de uma tarefa em que os alunos recorrem aos conceitos abordados no 6º ano de escolaridade, introduzindo-se os números racionais negativos. No entanto, na alínea 5.5.1 é possível verificar que existe algumas resoluções com este tipo de estratégias, pois os alunos tinham de recorrer ao desenho para elaborarem a resolução desta, privilegiando-se representações icónicas.

Porém, os alunos recorreram com alguma frequência a resoluções com estratégias não visuais, mas em situações pontuais fizeram-se acompanhar por produções de natureza visual para ajudar a visualizar o que pretendiam. Contudo, os alunos sentiram a necessidade de acompanhar estas resoluções com cálculos de modo a complementar os seus raciocínios.

É, de referir, também, que para as tarefas finais houve um aumento na utilização das estratégias visuais. Assim, poder-se-á dizer que os alunos foram-se apropriando de novos modos de pensar com o passar do tempo.

No entanto, há uma grande percentagem de alunos que não realizaram as tarefas, dificultando assim uma análise mais aprofundada.

Agora em relação às dificuldades encontradas nas resoluções das tarefas manifestadas pelos alunos, realizou-se a Tabela 12.

Tabela 12 - Resultados obtidos em relação às dificuldades manifestadas na resolução das tarefas

| Tarefa | Dificuldades |
|---|---|
| 1 | Compreensão do significado de operador, visto que grande parte dos alunos recorreu ao significado quociente. E, também, na interpretação do enunciado em relação ao total das natas com que a Maria ficara para si no final, pois alguns alunos não entenderam que se tratava da parte que sobrara das natas, depois da Maria dar $\frac{1}{3}$ das natas que sobraram (45 natas) à vizinha. |
| 2 | A principal dificuldade detetada na execução do processo de resolução, foi pelo facto de os alunos não apresentar todos os dados nas suas resoluções, induzindo-os ao erro na apresentação do resultado. Verificou-se, também, que alguns alunos não aplicaram corretamente a regra operatória da adição de frações. |
| 3 | Quanto às dificuldades manifestadas por parte dos alunos nesta |

| | |
|---|---|
| | tarefa foi ao nível da interpretação por parte de alguns alunos que demonstraram alguma incompreensão, dificultado assim o processo de resolução. |
| 4 | Desenvolveram-se à volta das diferentes resoluções, visto que os alunos têm imensa dificuldade em expressar os raciocínios para além de uma forma de pensarem, para além da dificuldade na interpretação, pois, não estão habituados a terem que apresentar mais do que uma resolução. Reparou-se que muitos ainda estão "presos" ao processo analítico, aparecendo as representações simbólicas frequentemente. E, quando aparecem as representações icónicas, normalmente, encontram-se complementadas com as simbólicas. |
| 5 | Os alunos em geral mostraram bastantes dificuldades, salientando que alguns conceitos não ficaram bem assimilados, principalmente no que se refere à interpretação dos sinais opostos na reta numérica, ao módulo. |
| 6 | Os alunos não apresentam diferentes formas de resolução, apresentando com frequência estratégias de caráter analítico, aparecendo a mesma resolução como diferente da outra apresentada. Verificou-se, também, que alguns alunos ainda têm alguma dificuldade no significado de fração como razão. |
| 7 | As principais dificuldades manifestadas estiveram relacionadas com a interpretação do problema, no facto de os alunos se aperceberem que dos sete nonos de crianças, dois nonos estavam em igual quantidade que os adultos e que as noventa e cinco crianças que estavam a mais correspondiam aos cinco nonos. |
| 8 | A dificuldade manifestada pelos alunos foi perceber ao início que teriam de encontrar uma fração equivalente para apresentarem de forma correta os resultados, encontrando assim uma entrave para uma resolução corretamente aceite. |
| 9 | Dificuldades manifestadas pelos alunos, tendo em vista que os alunos tinham que confirmar uma questão que o problema propunha, esquecendo-se de algumas partes importantes para a resolução do problema, não aplicando por vezes os conhecimentos que deviam e não recorrer ao algoritmo da divisão. Por outro lado, verificou-se que os alunos devido à pressão relacionada com a realização da ficha de avaliação deixaram por fazer a tarefa, evidenciando-se os alunos que não a resolveram. |

Analisando-se de forma breve a Tabela 12, é possível verificar-se que os alunos têm muitas dificuldades na interpretação dos enunciados das tarefas propostas, apresentando-lhes algumas entraves nas suas resoluções de modo a eles conseguirem explicar de modo simples os seus raciocínios. Por outro lado, é evidente que os alunos têm algumas dificuldades nos conceitos dos números racionais, principalmente no que se refere ao nível dos diferentes significados que estes podem tomar, enquanto frações. Contudo, os alunos mobilizam conhecimentos matemáticos, mas não demonstram destreza na utilização do conceito de número racional sob a forma de fração e, também na manifestação de raciocínios.

# CAPÍTULO VI – CONCLUSÕES

Neste capítulo são apresentadas as principais conclusões organizadas pelas questões orientadoras que delinearam este estudo. Para concluir, serão indicadas algumas limitações identificadas neste estudo.

## 1. Principais conclusões do estudo

Durante a Prática de Ensino Supervisionada em contexto do 2º CEB, no âmbito do Mestrado de Ensino no 1º Ciclo do Ensino Básico e de Matemática e Ciências Naturais no 2º Ciclo do Ensino Básico, desenvolveu-se este estudo, o qual decorreu durante a intervenção didática na área disciplinar de matemática numa turma de 6º ano de escolaridade, como já foi mencionado ao longo deste trabalho.

Pretendia-se compreender o desempenho dos alunos na resolução de tarefas que envolvem números racionais, analisando-se as resoluções das tarefas com múltiplas resoluções, privilegiando-se as representações e as estratégias utilizadas, de modo a identificar as principais dificuldades manifestadas nos conhecimentos envolvidos. Assim, para a sua realização foram definidas duas questões orientadoras: Q.1. Como se pode caraterizar o desempenho dos alunos na resolução de tarefas que envolvem números racionais sob a forma de fração, identificando as estratégias privilegiadas? E, Q.2. Como se podem caraterizar as principais dificuldades identificadas?

No entanto, importa referir que na intervenção didática, durante o ensino dos números racionais aquando a discussão das tarefas, introduziram-se modelos visuais dando a conhecer outros tipos de estratégias com que eles não estavam familiarizados, para ajudar à compreensão das algumas situações apresentadas, permitindo aumentar a bagagem de estratégias aos alunos.

Assim, responder-se-á a seguir às questões do estudo, tendo em consideração os resultados obtidos ao nível das estratégias e das dificuldades descritos e apresentados no capítulo anterior.

**Q.1. Como se pode caraterizar o desempenho dos alunos na resolução de tarefas que envolvem números racionais sob a forma de fração, identificando as estratégias privilegiadas?**

Durante as aulas em que foram lecionados os conceitos referidos no Capítulo IV e para além destes, na resolução das tarefas como é apresentado no Capítulo V, os alunos optaram por recorrer constantemente a estratégias de natureza analítica, isto é, resolviam as tarefas utilizando cálculos, recorrendo a operações e propriedade de racionais, mas não recorriam ao conceito de fração como operador. Após a primeira tarefa, verificou-se este facto, sendo que na discussão destas foi apresentado a resolução da tarefa, mas recorrendo a estratégias de natureza visual, introduzindo-se este tipo de representações aos alunos, que não estavam familiarizados com este tipo de estratégias.

Com o passar do tempo aquando a resolução das várias tarefas apresentadas, constatou-se que os alunos começaram a apropriar-se deste tipo de estratégias, reconhecidas as suas potencialidades. Contudo, as resoluções que apresentavam desenhos, esquemas, por norma apareciam complementados com cálculos, evidenciando-se que os alunos mostravam flexibilidade de pensamento, apresentando resoluções mais completas e mais explícitas para quem as vê, verificando-se a presença das várias representações propostas por Buner (1962, citado Boavida et. al, 2008) que está concordante com a linha de pensamento de Bruner. Pois, as representações deviam ser reconhecidas como elementos essenciais no entendimento matemático dos alunos, no que diz respeito aos conceitos, a procedimentos e às relações entre eles. Estas permitem aos alunos demonstrar uma compreensão mais aprofundada e uma capacidade fortalecida de resolução de problemas (APM, 2017), pelo facto de aprenderem a representar, discutir e estabelecer conexões entre as ideias matemáticas de várias formas, ao longo das correções das tarefas.

Contudo, entende-se que os alunos tendem a apresentar as suas resoluções baseadas em esquemas com o complemento aos cálculos e às palavras, considerando que os esquemas sem estes elementos não sejam suficientes para que a tarefa seja considerada resolvida na sua totalidade, ou pelo facto de os alunos estarem habituados e confortáveis ao recurso de estratégias analíticas. Como os alunos não se encontravam à vontade para usar outro tipo de estratégias, é por isso que o papel do professor é fundamental e exigente, porque a diversidade dos recursos dentro da sala de aula é da sua responsabilidade. O que deve partir dele para a proposta de tarefas cativantes, com níveis de exigência elevada, no qual as tarefas propostas estão a este nível, de acordo com os quatro níveis de exigência cognitiva de Stein e Smith (1998, citado por NCTM, 2017), insistindo na resolução de problemas diversificando as estratégias, podendo melhorar a criatividade dos alunos de forma a desenvolverem as suas capacidades.

No entanto, após a insistência na diversificação das estratégias, reparou-se, na maioria dos alunos, numa evolução significativa a este nível, mais para as tarefas finais, nas quais os alunos recorreram muito às estratégias visuais, nomeadamente, ao modelo da barra (Vale & Barbosa, prelo), recorrendo a retângulos para representar e relacionar quantidades retiradas do enunciado da tarefa, ajudando os alunos na compreensão da situação para chegar à solução.

No entanto, os alunos mostraram-se receptivos a esta estratégia, valorizando-a ao ponto de a considerarem como uma ajuda para compreender o processo de resolução, pois as resoluções visuais, como o modelo da barra, podem trazer e trouxeram vantagens e facilitar e facilitaram as resoluções aos alunos na compreensão das tarefas, clarificando o conceito de fração, por vezes mais simples, melhorando a compreensão dos alunos perante algum conteúdos, mas é necessário que estas sejam implementadas na sala de aula, de forma a valorizá-las e a encorajar os alunos a utilizá-las, o qual aconteceu no decorrer da intervenção didática.

Pode-se dizer que, de modo geral, os alunos utilizaram tanto estratégias analíticas como visuais, sendo que muitas vezes as duas abordagens acabavam por se complementar.
Confirmou-se o resultado de Esteves (2017), que refere que os alunos recorrem a expressões analíticas como modelos visual, podendo dizer-se que muitas das vezes aparecem como abordagens complementares.

Podendo concluir-se que com as representações, os alunos incorporam características essenciais para as estruturas mentais e ações matemáticas como o desenho e o uso das palavras que permite mostrar e explicar o significado de fração, razão e multiplicação (APM, 2017).

De um modo geral, o desempenho dos alunos na resolução das tarefas propostas foi bom. Verifica-se que possuem conhecimentos matemáticos básicos sobre números racionais, no entanto encontram alguma dificuldade no conceito, sobretudo na forma de fração.

**Q.2. Como se podem caraterizar as principais dificuldades identificadas?**

As principais dificuldades manifestadas, quer na produção escritas dos alunos relativamente às tarefas quer nas aulas lecionadas evidenciaram-se nos diferentes significados que o número racional pode tomar perante as diversas tarefas propostas. Por exemplo, os alunos quando estava implícito o significado de operador recorriam ao significado de parte-todo, evidenciando assim a falta de conhecimento a este nível. Verifica-se que os alunos têm conhecimento de fração enquanto parte-todo, mas não conseguem utilizar o conceito de fração como operador. É, neste sentido, que vários autores (Behr, Lesh, Post & Silver, 1938 citado por Quaresma, 2010) defendem a importância de trabalhar o conceito dos números racionais através dos seus diversos significados, pelo facto de estes terem um conceito multifacetado para que os alunos consigam interpretar e aprender a diversidade das suas representações, conseguindo aplicá-las em várias situações conseguindo identificá-los corretamente.

Outra dificuldade prendeu-se no facto de alguns alunos encontraram lacunas no conceito de frações equivalentes, levando-os a um processo de resolução incorreto. Ao quererem encontrar a fração equivalente, verificou-se que estes sabiam que tinham de multiplicar ambos os termos da fração e/ou dividir, só que os alunos ao efetuarem o processo inverso da multiplicação cometem erros, dividindo só o numerador, mantendo o denominador igual, o que é concordante com os resultados de Quaresma (2010) quando referiu que os alunos reconhecem que são frações equivalentes, mas não entendem que a forma como o todo foi repartido se alterou e que o número de partes que se tomaram do todo também aumentou, embora a parte desse todo continue a ser a mesma, partindo daqui que dá para entender que os alunos não compreendem o conceito de fração equivalente, nem o significado de quociente.

Por outro lado, uma dificuldade que não está diretamente relacionada com a matemática, mas que dificulta grande parte do seu trabalho, está relacionada com a questão da interpretação do enunciadas da tarefas, sobressaindo as dificuldades interligadas com a área disciplinar de português. Estes resultados estão concordantes com os obtidos em Esteves (2018) quando conclui que "As principais dificuldades detetadas, quer nas produções escritas dos alunos às tarefas, recaíram na identificação da operação que precisavam de efetuar para resolver a tarefa" (p.97).

Neste sentido, verificou-se que a maioria das dificuldades dos alunos na resolução das tarefas deu-se ao facto de encontrarem entraves logo na leitura e compreensão destas, não conseguindo de imediato descobrir um processo de resolução para encontrar a solução e também de conseguirem diversificar/mobilizar com facilidade os conhecimentos matemáticos, encontrando mais do que uma resolução para a mesma tarefa. Esta situação foi sendo diminuída com as diferentes dinâmicas de trabalho, como o trabalho em grupo, em que a maioria dos alunos se sentiu mais confiantes para partilhar os seus raciocínios e verificar diferentes modos de pensar, perante as suas ideias. Contudo, a turma de modo geral conseguiu melhorar estes aspetos conforme iam trabalhando as diferentes tarefas ao longo do tempo.

Para concluir, a turma foi capaz de utilizar os diferentes significados do número racional, apesar de ainda um aluno entre outro recorrer ao algoritmo da divisão onde era suposto recorrer ao significado de operador e às sucessivas adições onde deviam aplicar o raciocínio multiplicativo.

## 2. Limitações do estudo

Ao longo da concretização do estudo foram sentidas algumas limitações, começando-se por salientar o papel que o professor desempenhou ao longo de todo este processo: tem de desempenhar em simultâneo o papel de investigador e de professor, para além da de "estagiário". Este facto acaba por se tornar em algo difícil de gerir, acabando por se dar mais ênfase ao papel de professora sobrepondo-se ao de investigadora, visto que enquanto professores estagiários, devido à inexperiência, prendemo-nos à preocupação de lecionar e em conseguir que os conteúdos sejam compreendidos pelos alunos e de que forma é que o podemos fazer para esclarecer as dúvidas aos alunos, que esquecemo-nos do papel enquanto investigador, ultrapassando-nos alguns aspetos essenciais para efetuarmos uma investigação aprofundada. De forma a colmatar este aspeto foram essenciais os registos dos alunos, os registos audiovisuais e os apontamentos diários como, por exemplo, as reflexões de forma a ajudar na recolha de dados.

Por outro lado, o tempo de intervenção didática para a investigação torna-se um fator limitador para quem está a lecionar e a investigar em simultâneo. O que não ajuda a um aprofundamento da investigação e, também, o facto de podermos fazer um estudo mais credível de modo a tornar os resultados mais fundamentados. Isto é, no presente estudo teria sido interessante ver a evolução dos alunos através das estratégias utilizadas na tarefas, conseguindo-se detetar melhor o impacto das estratégias visuais ou não visuais ao fim de um determinado período de tempo, podendo-se implementar um conjunto de tarefas antes e um outro depois para realmente ver as diferenças.

Para concluir, o facto de se tratar de um tema com poucas investigações em Portugal, tornou-se difícil de sustentar os resultados deste estudo com outros analisados, principalmente do estudo do números racionais no 6º ano de escolaridade, visto que é um ano em que se introduz os números racionais negativos, não existe nenhum estudo, em Portugal, que se foque nesta parte relacionada com o tema.

# PARTE III – REFLEXÃO GLOBAL DA PES

## 1. Reflexão global da PES

A presente parte deste relatório final pretende esboçar uma apreciação global, de carácter reflexivo, do percurso realizado ao longo da unidade curricular Prática de Ensino Supervisionada acerca das áreas de intervenção, evidenciando o contributo desta fase para a minha formação não só profissional como pessoal.

É essencial reforçar que em todo o meu percurso académico, desde o primeiro dia em que entrei na licenciatura até ingressar no mestrado, consegui desenvolver as minhas aprendizagens e abrir horizontes, ao nível das estratégias, das ferramentas e das técnicas que permitiram desenvolver capacidades e conhecimentos cruciais para a vida profissional enquanto seres aprendizes na futura profissão que iremos alcançar a um curto passo… Na verdade, todo este processo tornou-se fundamental e enriquecedor para o meu percurso enquanto estagiária, desempenhando a profissão de professor, passando por todo o processo diário, assumindo toda a responsabilidade que este assume e desempenha como disse Arendt (s/d, citado por Callegaro, 2009), “A educação é o ponto em que decidimos se amamos o mundo o bastante para assumirmos a responsabilidade por ele” (02/11/2018).

A intervenção educativa da PES ocorreu em dois contextos educativos com níveis de ensino distintos. A primeira intervenção decorreu numa turma do 3.º ano do 1º CEB, com 16 alunos. Esta fase suscitou-me um certo nervosismo e ansiedade pelo facto de se tratar de “algo novo”, de todo o processo exigente e desafiador que nos é proposto, apesar do entusiasmo de encararmos a profissão que tanto ansiamos, a responsabilidade de as aprendizagens dos alunos dependerem de nós (estagiários enquanto professor) e o nível de exigência que os conteúdos a lecionar serão a base de um futuro na sua formação e, a perspetiva de pensar como irá correr, tomou-se uma atitude cautelosa perante esta intervenção.

Pois, enquanto professor temos um papel importante na área de educação, sendo possuidores de um conjunto de competências, com as quais devemos saber interagir, isto é, saber observar, escutar, dialogar com um grupo e conciliar a teoria com a prática de forma a conseguir interpretar a realidade, favorecendo experiências através de um conjunto de atividades, promovendo portanto o desenvolvimento e a formação da pessoa e do coletivo (turma). É por isto, que a fase de observação é tão importante ao nível da intervenção educativa enquanto estagiária, pois permite-nos criar ferramentas muito úteis para o dia a dia desta preciosa profissão. Assim, esta fase em contexto de estágio foi essencial, pelo facto de nos permitir conhecer e adaptar ao contexto educativo, desde o comportamento da turma até ao espaço que era ocupado poe esta e pela comunidade educativa, desde salas à disposição dos materiais, pois " A organização da sala inclui os processos da sala de aula relacionados com a organização e a gestão do comportamento, do tempo e da atenção dos alunos." (Cadima, Leal & Cancela, 2011, p. 16).

Neste sentido, aquando as aulas eram lecionadas pela professora cooperante, foi fulcral o contacto com os alunos, pois permitiu perceber quais as potencialidades e as fragilidades de cada aluno e quais as rotinas que a professora mantinha com eles.

A meu ver, foi fundamental conhecer estes aspetos da turma, como as dinâmicas e as estratégias utilizadas pela professora, pelo facto de nos apercebemos qual a melhor forma de lidar com o grupo turma para ensinar os conteúdos e qual o modo mais adequado para lidar com todos os eles nos diversos contextos. Este aspeto vai o ao encontro do pensamento de Howes (2000, citado por Cadima, Leal & Cancela, 2011) que considera o papel do professor essencial na regularização das emoções dos alunos, dos níveis de atividade da sala de aula e no tipo de comunicação e contacto entre os pares, o qual auxiliou na preparação das regências, tanto para mim como para o meu par de estágio. Porém, é de salientar que a professora cooperante foi uma "peça" essencial neste percurso, por toda a disponibilidade, auxiliando-nos com o seu *feedback* construtivo acerca da nossa prática, de modo a progredirmos no percurso de formação, enquanto principiantes.

Este percurso não foi efetuado de forma isolado, ou seja, o planeamento das regências era pensado e regido junto do nosso par de estágio e a implementação ocorriam semanalmente e de modo intercalado com o par. Tratando-se, assim, de um trabalho colaborativo, no que hoje em dia é crucial para qualquer profissão e acima de tudo no que se refere à educação, pois não vivemos isolados uns dos outros, trazendo-nos novas ideias, novas aprendizagens e novos pontos de vista, ajudando-nos a dar "apoio diante das dificuldades (…) assim como o desenvolvimento da confiança a capacidade individual, devido ao fortalecimento proporcionado pelo coletivo" (Pinto, 2009, citado por Leite & Pinto, 2016, p.73), dando a "oportunidade de crescimento pessoal e profissional" (Leite & Pinto, 2016, p.73). Este aspeto tornou-se uma base para todo o trabalho desenvolvido ao longo deste contexto, no qual pode ser visto como um aspeto reflexivo, pelo motivo de estarmos a aprender com os pontos positivos e menos positivos, tanto individual como do nosso par. Reflexivo, pelo facto de cada elemento do par desempenhar um papel de observador e avaliador da prestação de cada um, tanto individual como para com o colega. Através de uma conversa, aula após aula, trocávamos ideias, salientando-se os aspetos a melhorar ou a manter tanto a nível de gestão da aula, a nível da explicitação dos conteúdos e tarefas como na gestão do comportamento da turma, visto que se tratava de uma turma com comportamentos inadequados para sala de aula.

Ao nível das aprendizagens, considero que foi um processo um pouco difícil no sentido de saber gerir o mau comportamento de alguns alunos, pois a minha colocação de voz não era muito audível. Outro aspeto pretendeu-se no facto de saber qual a melhor forma de abordagem dos conteúdos de modo a cativar o grupo turma, perante a gestão do tempo e das estratégias para melhorar os comportamentos, ajudando-os nas suas aprendizagens.

No entanto, na minha opinião, ao longo da intervenção consegui superar estas dificuldades, implementando com o meu par de estágio numa aplicação (*ClassDojo*) e com a professora cooperante a caderneta dos sorrisos, em que os resultados eram avaliados através da aplicação, para melhor gerir os comportamentos.

Relativamente ao nível do meu tom de voz, que por norma era visto como um aspeto negativo, tentei fazer com que este não fosse um problema, ou seja, quando os alunos não me ouviam, estes tinham a noção de que o comportamento deles não era o correto, voltando à normalidade. E, no que diz respeito, aos conteúdos estes eram implementados, a maior parte das vezes, com tarefas de carácter lúdico, cativando assim os alunos, pois eles gostavam de tudo o que fosse novidade e que saísse da rotina. É de referir, que as dificuldades foram superadas gradualmente, envolvendo um trabalho individual e com a ajuda de todos os intervenientes neste processo como o meu par de estágio, professora cooperante e professores orientadores da ESE.

Outro aspeto relacionado com as minhas dificuldades prendeu-se na escrita com letra manuscrita no quadro, pois o tamanho de letra era demasiado pequeno, no qual dificultava a leitura dos alunos que se encontravam mais no fundo da sala e, o tempo de escrita era um processo um pouco demorado, pelo facto de já não se tratar de um processo mecanizado, para o qual fui alertada. Sendo que foi um aspeto a melhorar, seguindo uma sugestão da professora cooperante, que envolveu um processo de treino em casa, no qual se verificou que tudo se resolve com esforço e dedicação.

Concluo esta parte, com um aspeto que me ajudou a enriquecer no decorrer desta fase foi o adaptar, ganhando à vontade, para improvisar em algumas situações que me ia deparando, deixando o receio à parte, mostrando mais segura de mim e no trabalho que vinha a desenvolver. O facto de termos planeado todo o processo do decorrer das regências junto da professora cooperante, por vezes o nosso trabalho tinha de ser modificado, pois algumas tarefas que eram para ser implementadas, já tinham sido realizadas em aulas anteriores à minha regência, no entanto, conseguia-se dar a volta à situação, convencendo os alunos que era um desafio que lhes ia ser proposto à volta daqueles conteúdos, sem que eles se apercebessem, de modo a não se verificarem as nossas fragilidades. Este aspeto, considero-o como a capacidade de um ferramenta essencial para o ato de ensinar que por vezes leva-nos a mudar um pouco o plano que tínhamos estruturado/delineado, deixando-nos por vezes receosos, testando a nossa capacidade para ultrapassar alguns obstáculos no nosso caminho, vendo que nada fica por ser ultrapassado.

Agora, relativamente, ao segundo contexto, foi realizado numa turma de 6º ano de escolaridade com uma turma de 22 alunos. Pode-se dizer que as diferenças foram sentidas, principalmente ao nível da planificação, da intervenção didática. A transição de um ciclo para o outro provocou-me um certo entusiasmo, no sentido de conhecer outra realidade no qual podia estar relacionada, com novos desafios que iriam trazer novas aprendizagens e novos obstáculos a serem ultrapassados.

Ao contrário do que senti no primeiro contexto, o nervosismo, neste ciclo não senti tanto esta inquietação, mas sim motivação. Uma realidade a referir é que o ambiente de um ciclo para o outro não é tão acolhedor e não há tanta proximidade com os alunos, nem com os professores, nem funcionários, mas traz-nos outros desafios.

Na mesma linha que o primeiro contexto, a fase da observação não foi diferente, pois esta consistiu nos mesmos objetivos descritos acima e no qual os professores (das duas áreas intervenientes) permitiu-nos uma observação participante, auxiliando os alunos aquando das suas regências, permitindo-nos conhecer melhor as potencialidades e fragilidades dos alunos, começando assim uma proximidade com os alunos.

Esta fase tornou-se essencial para o bom funcionamento das aulas e, principalmente, para nos ir adaptando ao contexto e aos alunos, fornecendo dados fundamentais para o planeamento das unidades de conteúdos relacionados com o tema referentes a cada área disciplinar, que foi atribuído a cada elemento do par pedagógico, para sensivelmente um mês. Além disso, paralelamente à planificação da unidade, teve-se de delinear e preparar, detalhadamente, a investigação, o que implicava conhecer bem o público-alvo.

Provavelmente, estes foram os fatores que exigiram de nós, enquanto estagiários, um certo desconforto e preocupação, pois como é que iriamos planear uma unidade de ensino para um mês, no qual não tínhamos tido nenhuma oportunidade para tal e para além disso, desenvolver uma investigação. Posso dizer que, talvez, foi uma dificuldade que senti, pois deparei-me com uma incerteza ao nível do delineamento do melhor processo didático a adotar. Aqui de modo a auxiliar-nos aparecem os professores cooperantes que nos forneceram algumas "luzes" para nos ajudar em todo o processo e não colocar, acima de tudo, em causa as aprendizagens dos alunos.

Creio que em termos de dificuldades, devo dizer que a gestão do tempo foi algo incontrolável. Enquanto no primeiro ciclo, tínhamos a oportunidade de ajustar e conjugar os tempos letivos com as diversas áreas visto que era um regime de monodocência, caso que não se verifica aqui. Isto é, não se podia "desperdiçar" o tempo que havia para às vezes fazer uma maior reflexão acerca dos conteúdos, pois não se podia por em causa o desempenho das aulas, de modo a poder-se controlar tudo ao mais ínfimo minuto, de modo a não prejudicar as aprendizagens dos alunos, visto que se tinha de cumprir com o estipulado. E o constante reajuste que tinha de efetuar nas aulas, pelo facto de tentar esclarecer todas as dúvidas aos alunos, "perdendo" por vezes demasiado tempo no seu esclarecimento, no qual deveria arranjar soluções para colmatar este aspeto para não quebrar o funcionamento da aula, como por exemplo, esclarecer a dúvida do aluno no final da aula. Para além disto, no fim de cada regência o par pedagógico juntamente com o professor cooperante realizava uma reflexão diária que nos ajudara de umas aulas para as outras e, também, para a nossa vida futura, tornando-nos mais cientes dos nossos atos, conseguindo que a nossa reflexão seja imediata na ação.

Um aspeto que se tornara para mim, um grande obstáculo, foi a construção do instrumento de avaliação de final de unidade, o teste de avaliação. Considero que senti uma grande responsabilidade na sua construção, levantando-me algumas dúvidas, nomeadamente, na natureza das questões, na distribuição das pontuações e, especialmente, na construção dos critérios de correção de modo a não ser injusta com nenhum aluno. Senti que não estava preparada para a realização deste, deixando-me um pouco receosa, sendo que a melhor forma para ultrapassar este obstáculo, foi procurar os professores cooperantes e os nossos orientadores, de modo a orientar-me. Contudo considero que alguns aspetos podiam ter sido melhorados e reestruturados.

Quanto aos pontos positivos, achei por bem salientá-los depois de referir as minhas maiores dificuldades em ambos os contextos, pois considero que estes surgiram na globalidade das duas intervenções. Ou seja, ao olhar para trás, sinto que consegui ultrapassar certos obstáculos ao longo do meu percurso como o aceitar a minha personalidade e que não a devo ver como algo mau e incontornável no sentido de não conseguir modificar alguns aspetos que me eram apontados como algo negativo, por exemplo, meu tom de voz, mas sim ver o lado positivo disso, o qual pode ser utilizado como uma estratégia. O facto de conseguir adaptar algumas atividades de caráter rotineiro para um lado mais lúdico. É de salientar, que a planificação foi um processo que se tornou fundamental ao longo de toda a intervenção. Pois, permitiu-nos uma maior segurança para todas as regências, pelo facto de anteciparmos todo o processo e deparamos com algumas dificuldades que nos podiam surgir.

Tanto num contexto educativo como noutro, considero que vivenciei um percurso enriquecedor com duas turmas desafiadoras, o que de certo modo contribuiu para o meu crescimento pessoal e profissional, permitiu-me conhecer várias realidades que, por vezes, não termos acesso a elas a não ser na prática e, que muitas delas acabam por ser camufladas e, que acima de tudo estamos em constante aprendizagem.

Finalizo, referindo-me à importância sobre a reflexão, no qual acho um aspeto de extrema importância para qualquer profissão, mas acima de tudo para os professores. Como refere Rodrigues (2012,p.16), "A reflexão permite ao professor conhecer-se melhor e descobrir que tipo de professor é, e ajuda-o a perceber que tipo de professor pretender ser". Neste sentido, é importante refletir acerca das práticas pelo facto de não só ajudar na sua formação como na sua evolução enquanto profissional de educação, para que haja a compreensão do presente, da ação, para a preparação do futuro, a qual é a base da formação da sociedade.

Quero realçar que todo o percurso desenvolvido foi gratificante, que os alunos são os principais "atores" do estágio e que são os principais responsáveis pelo sucesso, pois sem eles nada é possível nem concretizável. Considero que este estágio me enriqueceu a nível profissional, mas essencialmente a nível pessoal, pois aprendemos uns com os outros, partilhando as experiências, as situações e principalmente a trabalhar em equipa promovendo sempre ajuda mútua entre o par pedagógico, assim como o apoio dos professores cooperantes e professores orientadores da ESE.

Sabendo que o nosso papel visa contribuir para a formação educativa integral das crianças/jovens, na qualidade de educadora/professora e, em permanência de aprendiz, desejo que o Homem através da sua capacidade de adaptação, autoformação e pela sua educação consiga encarar e resolver os desafios de uma sociedade em constante mudança.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS


AEM. (2015-2018). *Projeto Educativo.* Obtido em 2018, de http://www.esmonserrate.org/attachments/2015PE_AEMonserrate.pdf

AEMO. (2014-2018). *Projeto Educativo.* Obtido em janeiro de 2018, de http://www.escolasmontedaola.pt/wp-content/uploads/2015/04/Projeto-Educativo-2014-2018.pdf

Aires, L. (2015). *Paradigma Qualitativo e Práticas de Investigação Educacional .* Lisboa: Universidade Aberta.

Boavida, A., Paiva, A. L., Cebola, G., Serra, I., Vale, I., & Pimentel, T. (2008). *A experiência matemática no ensino básico.* Lisboa: ME-DGIDC.

Bogdan, R., & Biklen, S. (1994). *Investigação Qualitativa em Educação. Uma introdução à teoria e aos métodos.* Porto: Porto Editora.

Bogdan, R., & Biklen, S. (2013). *Investigação Qualitativa em Educação.* Porto: Porto Editora.

Cadima, J., Leal, T., & Cancela, J. (2011). Interações professor-aluno nas salas de aula no 1.º CEB: Indicadores de qualidade. *Revista Portuguesa de Educação, 24, 1*, 7-34.

Callegaro, R. (2009). Reflexões sobre a Educação no Pensamento de Hannah Arendt. *4º Encontro de Pesquisa na Graduação em Filosofia da Unesp [versão eletrónica], 2*, 88-100.

CMVC. (2013). *Diagnóstico Social de Viana do Castelo.* Obtido em janeiro de 2018, de www.cm-viana-castelo.pt/download/.../ 10a975d12603abcefa38ec24313d26b5

Coutinho, C. P. (2014). *Metodologia de Investigação em Ciências Sociais e Humanas: Teoria e Prática.* Coimbra: Almedina.

Durão, E., & Baldaque, M. (2016). *NOVO MAT 5 - Matemática 5º ano.* Lisboa: Leya Editora.

Esteves, A. (2018). *A resolução de tarefas envolvendo números racionais não negativos: um estudo com uma turma do 5º ano de escolaridade.* (Dissertação de Mestrado). Viana do Castelo: ESE - IPVC.

Fernandes, D. (1991). Notas sobre os paradigmas de investigação em educação. *Noesis, 18*, 64-66.

Ferreira, F., Dias, M., & Santos, P. (2006). *O Tempo Escolar.* Obtido de educação diferente - Projecto da responsabilidade da apie - Associação Portuguesa de Investigação Educacional - Educação Especial e Deficiência.: http://edif.blogs.sapo.pt/13100.html

Hamido, G., Branco, N., & Machado, R. (2012). Desafios no Ensino e na Aprendizagem da Matemática. *Interações , 8, 20*, 1-8.

INE. (2011). *Censos 2011*. Obtido em janeiro de 2018, de Instituto Nacional de Estatística: http://censos.ine.pt/xportal/xmain?xpid=CENSOS&xpgid=censos_quadros

Instituto Geográfico de Portugal. (2013). *Carta Administrativa Oficial de Portugal (CAOP).EXEL.*

Laranjeira, A. (2017). *A compreensão da adição/sutração de números racionais (não negativos) representados na forma de fração: um estudo numa turma do 6º ano de escolaridade.* (Tese de Mestrado). Lisboa: Instituto Politécnico de Lisboa - Escola Superior de Educação de Lisboa.

Leite, C., & Pinto, C. L. (2016). O trabalho colaborativo entre os professores no quotidiano escolar [Documento eletrónico]. *Educação, Sociedade & Cultura, 48*, 69-91.

Leite, E., & Santos, M. R. (s/d). *Nos trilhos da área de projecto. Metodologia do trabalho de projecto.* Porto: ASA.

Martins (Coord.), G., Gomes, C. A., Brocardo, J. M., Pedroso, J. V., Carrillo, J. L., Silva, L. M., et al. (2017). *Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória.* Obtido em 28 de junho de 2017, de Direção-Geral de Educação:

http://dge.mec.pt/sites/default/files/Curriculo/Projeto_Autonomia_e_Flexibilidade/perfil_dos_alunos.pdf

Martins, A. M. (2011). *A observação no estágio pedagógico dos professores de Educação Física.* Relatório de estágio, Universidade Lusófona de Humanidades e Tecnologias , Faculdade de Educação Física e Desporto, Lisboa.

ME - DEB. (2001). *Currículo Nacional do Ensino Básico - Competências essenciais.* Obtido em 2 de julho de 2018, de Metas de Aprendizagem: http://metasdeaprendizagem.dge.mec.pt/metasdeaprendizagem.dge.mec.pt/wp-content/uploads/2010/09/Curriculo_Nacional1CEB.pdf

ME. (2013). *Programa e Metas Curriculares de Matemática do Ensino Básico.* Lisboa: MEC.

ME-DGIDC. (2007). *Programa de Matemático do Ensino Básico.* Lisboa: ME-DGIDC.

NCTM. (2007). *Princípios e Normas para a Matemática Escolar.* Lisboa: APM.

NCTM. (2017). *Princípios para a Ação - Assegurar a todos o sucesso em Matemática.* Lisboa: APM.

Pinto, H. (2011). *O desenvolvimento do sentido da multiplicação e da divisão de números racionais.* (Tese de Doutoramento). Lisboa: Universidade de Lisboa.

Pires, M. V. (2015). Investigações matemáticas: aprender matemática com compreensão. *Saber & Educar [versão eletrónica], 0(20)*, 42-51.

Ponte, J. P. (2005). Gestão curricular em Matemática . In GTI, *O professor e o desenvolvimento curricular* (pp. 11-34). Lisboa : APM.

Ponte, J. P., & Quaresma, M. (2011). Abordagem exploratória com representações múltiplas na aprendizagem dos números racionais: um estudo de desenvolvimento curricular. *Quadrante, 20*, 55-81.

Quaresma, M. (2010). *Ordenação e comparação de números racionais em diferentes representações: uma experiência de ensino.* (Tese de Mestrado). Lisboa: Universidade de Lisboa.

Quivy, R., & Campenhoudt, L. (2008). *Manual de Investigação em Ciências Sociais.* Lisboa: Gradiva - Publicações, Lda.

Rodrigues, A. (2012). *Reflexões sobre a miha prática docente enquanto professora d História e Geografia: contributo das vozes dos alunos.* (Dissertação de Mestrado). Porto: FLUP.

Santos, L. (2015). Representações matemáticas. In S. P. Matemática, *Investigação em Educação Matemática 2015 - Representações Matemáticas* (pp. 3-5). Bragança: SPIEM.

Serrazina, L. (2017). Resolução de Problemas e Formação de Professores: um Olhar sobre a Situação em Portugal. In L. R. Onuchic, L. C. Junior, & M. Pironel (org.), *Perspectivas para Resolução de Problemas* (pp. 55-83). São Paulo: Editora Livraria da Física.

UFVC. (13 de julho de 2006). *História – Monserrate* . Obtido em 2018, de União de Freguesias de Santa Maria Maior, Monserrate e Meadela: http://santamariamaior-monserrate-meadela.com/historia-monserrate/

Vale, I. (2004). Algumas notas sobre investigação qualitativa em educação matemática, o estudo de caso. *Revista da ESE , 5*, 171-202.

Vale, I. (2016-2017). *Didática da Matemática - A aula de matemática e as tarefas (material de apoio)* . Viana do Castelo: ESE.

Vale, I. (2017). Resolução de Problemas um Tema em Contínua Discussão: vantagens das Resoluções Visuais. In L. R. Onuchic, L. C. Junior, & M. Pironel (org.), *Perspectivas para Resolução de Problemas* (pp. 131-162). São Paulo: Editora Livraria da Física.

Vale, I., & Barbosa, A. (prelo). A resolução de problemas com frações - uma abordagem visual. In E. Mamede, C. Monteiro, & C. Monteiro (Eds), *Contributos para o desenvolvimeto do sentido do número racional.* Lisboa: Chiado Editora.

Vale, I., & Pimentel, T. (2004). Resolução de Problemas. In P. Palhares (Coord.), *Elementos de Matemática para professores do Ensino Básico* (pp. 7-51). Lisboa: Lidel.

Valério, J. (2016). *A importância do brincar no desenvolvimento da criança.* Obtido em janeiro de 2018, de Psicologia.pt - O Portal dos Psicólogos: http://www.psicologia.pt/artigos/ver_opiniao.php?a-importancia-do-brincar-no-desenvolvimento-da-crianca&codigo=AOP0394

Ventura, H. (2013). *A aprendizagem dos números racionais através das conexões entre as suas representações: uma expriência de ensino no 2º ciclo do ensino básico.* (Tese de Doutoramento). Lisboa: Universidade de Lisboa.

# ANEXOS

## Anexo 1 – Autorização para os Encarregados de Educação

**Autorização**

Caro(a) Encarregado(a) de Educação,

No âmbito do curso de Mestrado em Ensino no 1º Ciclo do Ensino Básico e de Matemática e de Ciências Naturais no 2º Ciclo do Ensino Básico da Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Viana do Castelo e da nossa integração no estágio que realizamos com o grupo de alunos em que o seu educando se encontra, pretendemos realizar uma investigação na área disciplinar de Matemática, direcionada para o ensino exploratório nesta área.

Para a concretização da investigação será necessário proceder à recolha de dados através de diferentes meios, entre eles os registos fotográficos, áudio e vídeo das atividades referentes ao estudo. Estes registos serão confidenciais e utilizados exclusivamente na realização desta investigação. Todos os dados serão devidamente codificados garantindo, assim, o anonimato das fontes quando publicado.

Vimos por este meio solicitar a sua autorização para que o seu educando participe neste estudo, permitindo a recolha de dados acima mencionados. Caso seja necessário algum esclarecimento adicional estarei disponível para esse fim.

Viana do Castelo, 22 de março de 2018.

As professoras estagiárias,

_________________________________________ _________________________________________

(Joana Vieira) (Sara Santos)

- - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - -

Eu, ___________________________________________________ Encarregado de educação do aluno _________________________________________, declaro que autorizo a participação do meu educando no estudo acima mencionado e a recolha de dados necessários.

Assinatura do Encarregado de Educação: _____________________________________________________

Viana do Castelo, _____ de ______________ de 2018.

Obs:_________________________________________________________________________________

**Anexo 2 – Questionário inicial**

## Questionário inicial

---

Caro(a) aluno(a)

Este questionário, que venho pedir-te que respondas, destina-se a recolher elementos sobre a tua opinião da disciplina de Matemática, no âmbito do trabalho da PES, que estou a desenvolver.

Lê, cuidadosamente, as questões e responde com a máxima sinceridade e empenho a todas elas. Não deixes nenhuma por responder.

No questionário é salvaguardado o anonimato, bem como a confidencialidade relativamente à informação recolhida, sendo esta utilizada somente no âmbito da realização deste trabalho.

Muito obrigada pela tua colaboração.

---

DADOS

Antes de começar, gostava que me indicasses:

Idade: ___________ Género: ☐ Masculino ☐ Feminino

1. Qual é a tua disciplina preferida? ____________________________________________________

2. Gostas de Matemática?

☐ Sim.

☐ Não.

Porquê?________________________________________________________________________________

___________________________________________________________________________

3. Será importante aprender Matemática?

☐ Sim.

☐ Não.

Porquê?________________________________________________________________________________

________________________________________________________________________________

4. Assinala com um X cada uma das seguintes afirmações, de acordo com o teu grau de acordo/desacordo, numa escala entre 1 (discordo totalmente) e 5 (concordo totalmente).

| Afirmações / Escala | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| A Matemática é uma disciplina difícil. | | | | | |
| A Matemática é uma forma de comunicação. | | | | | |
| A Matemática faz parte do nosso dia-a-dia. | | | | | |
| Posso passar bem sem a Matemática. | | | | | |
| A Matemática é útil apenas nalgumas situações. | | | | | |
| Todos podemos saber Matemática. | | | | | |
| Saber Matemática é saber resolver problemas. | | | | | |

**(1-Discordo totalmente | 2- Discordo | 3 - Nem concordo nem discordo | 4 – Concordo | 5 - Concordo totalmente)**

5.Dentro da disciplina de Matemática, qual dos domínios gostas mais?

- ☐ Números e Operações.
- ☐ Geometria.
- ☐ Álgebra e Funções.
- ☐ Organização e Tratamento de Dados (OTD).

6.Tens dificuldade de aprendizagem na Matemática?

- ☐ Sim.
- ☐ Não.

Se sim, em que conteúdos?_______________________________________________________

7. Já ouviste falar em Números Racionais. Para ti, o que são esses números?

________________________________________________________________________________

________________________________________________________________________

8. Tens dificuldades na aprendizagem dos números racionais?

☐ Sim.

☐ Não.

Porquê?______________________________________________________________________

9. Assinala com um X cada uma das seguintes afirmações, de acordo com o teu grau de preferência, numa escala entre 1 (gosto muito) e 5 (não gosto).

| Afirmações \ Escala | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| Fazer exercícios. | | | | | |
| Resolver problemas. | | | | | |
| Resolver fichas. | | | | | |
| Ir ao quadro. | | | | | |
| Ouvir o que o professor diz. | | | | | |
| Explicar as tuas ideias. | | | | | |
| Escrever como pensaste. | | | | | |

**(1-Gosto muito | 2- Gosto | 3 – Indiferente | 4 – Gosto pouco | 5 – Não gosto)**

Porquê?

___________________________________________________________________________________

___________________________________________________________________________________

10. Gostas de resolver problemas?

☐ Sim.

☐ Não.

Porquê?_____________________________________________________________________

11. De que modo preferes resolver problemas:

☐ Sozinho.

☐ Em grupo.

Porque que motivo?__________________________________________________________

12. O que gostavas de fazer nas aulas de Matemática para as tornar mais interessantes?

______________________________________________________________________________

______________________________________________________________________________

13. Estudas matemática em casa?

- ☐ Sim.
- ☐ Não.
- ☐ Às vezes.

13.1 Se sim ou às vezes, como é que estudas matemática?

______________________________________________________________________________

______________________________________________________________________________

14. Queres dizer algo mais sobre a matemática e as aulas de matemática?

______________________________________________________________________________

______________________________________________________________________________

**Anexo 3 – Questionário final**

## Questionário final

---

Caro(a) aluno(a)

Este questionário, que venho pedir-te que respondas, destina-se a recolher elementos sobre a tua opinião acerca da resolução de problemas e a aprendizagem dos Números Racionais, no âmbito do trabalho da PES, que estou a desenvolver.

Lê, cuidadosamente, as questões e responde com a máxima sinceridade e empenho a todas elas. Não deixes nenhuma por responder.

No questionário é salvaguardado o anonimato, bem como a confidencialidade relativamente à informação recolhida, sendo esta utilizada somente no âmbito da realização deste trabalho.

Muito obrigada pela tua colaboração.

---

DADOS

Antes de começar, gostava que me indicasses:

Nome: ___________________________________________________________________

Idade: __________ Género: ☐ Masculino ☐ Feminino

1. Em aulas anteriores abordaste os Números Racionais através de resolução de problemas.

1.1. Gostaste de os resolver?

☐ Sim.

☐ Não.

1.2. Para ti, qual foi a tua maior dificuldade na resolução dos problemas?

☐ Interpretar o problema.

☐ Encontrar um processo de resolução.

☐ Dar resposta ao problema.

☐ Outro:_____________________________________.

1.3. Para ti, de que modo foi mais fácil explicar o teu raciocínio?

- ☐ Através de palavras.
- ☐ Através de esquemas/desenhos.
- ☐ De forma algébrica.
- ☐ Outro:____________________________________.

1.4. Assinala com um X cada uma das seguintes afirmações, de acordo com o teu grau de acordo/desacordo, numa escala entre 1 (discordo totalmente) e 5 (concordo totalmente).

Para ti, ao resolver um problema devemos apresentar sempre…

| **Afirmações** / **Escala** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** |
|---|---|---|---|---|---|
| …dados. | | | | | |
| …a(s) estratégia(s) a utilizar. | | | | | |
| …descrição clara do raciocínio. | | | | | |
| … a resolução organizada aplicando a(s) estratégia(s) de resolução. | | | | | |
| … resposta à questão problema. | | | | | |

**(1-Discordo totalmente | 2- Discordo | 3 - Nem concordo nem discordo | 4 – Concordo | 5 - Concordo totalmente)**

1.5. Pensando nas estratégias que recorreste ao resolver as tarefas, qual ou quais foram as mais utilizadas por ti?

- ☐ Utilizar um esquema/diagrama/tabela/ gráfico.
- ☐ Trabalhar do fim para o princípio.
- ☐ Simular/simplificar o problema.
- ☐ Descobrir uma regularidade/regra.
- ☐ Organizar uma sequência de passos.
- ☐ Tentativa erro.
- ☐ Procurar um problema idêntico mas mais simples.
- ☐ Desdobrar um problema complexo em questões mais simples.
- ☐ Criar um problema equivalente.
- ☐ Explorar casos particulares.
- ☐ Outro:_____________________________________.

1.6. Nas diferentes tarefas resolveste-as em diversas dinâmicas de trabalho. Qual gostaste mais?

- ☐ Sozinho.
- ☐ Em grupo.

Por que motivo? ____________________________________________________________

1.7. **<u>Agora pensando no trabalho em grupo</u>**, assinala com um X cada uma das seguintes afirmações, de acordo com o teu grau de acordo/desacordo, numa escala entre 1 (discordo totalmente) e 5 (concordo totalmente).

| **Afirmações** / **Escala** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** |
|---|---|---|---|---|---|
| Quando trabalhava em grupo, considero que cada um de nós constituía uma peça fundamental para a minha aprendizagem e para a dos meus colegas. | | | | | |
| O trabalho de grupo permitiu-me conhecer diferentes formas de pensar. | | | | | |
| O grupo permitiu validar as minhas ideias. | | | | | |
| O grupo permitiu completar a minha ideia e assim foi possível resolver o problema. | | | | | |

**(1-Discordo totalmente | 2- Discordo | 3 - Nem concordo nem discordo | 4 – Concordo | 5 - Concordo totalmente)**

1.8. **<u>Agora pensando no esclarecimento de dúvidas (trabalho de grupo ou individual)</u>**, quando estas surgiam, como é que procedias?

- ☐ Pedia ajuda ao professor.
- ☐ Pedia ajuda aos colegas.
- ☐ Consultava o livro e/ou o caderno.
- ☐ Não pedia ajuda.
- ☐ Outro:_____________________________________.

1.9. **<u>Agora pensando na resolução de problemas e na aprendizagem dos números racionais</u>**, assinala com um X cada uma das seguintes afirmações, de acordo com o teu grau de acordo/desacordo, numa escala entre 1 (discordo totalmente) e 5 (concordo totalmente).

| Afirmações / Escala | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| A resolução de problemas revelou-se importante para a aprendizagem dos números racionais. | | | | | |
| Aprendi que há problemas que são mais fáceis de resolver através de um desenho/esquema. | | | | | |
| A resolução de problemas permitiu-me compreender melhor a utilização dos números racionais. | | | | | |
| O trabalho de grupo permitiu-me conhecer diferentes formas de resolver os problemas. | | | | | |
| Considero que resolver um problema por mais de um processo permitiu-me procurar outros modos de resolução. | | | | | |
| A discussão final sobre a resolução de problemas permitiu-me desenvolver diferentes processos e adquirir novas aprendizagens. | | | | | |

**(1-Discordo totalmente | 2- Discordo | 3 - Nem concordo nem discordo | 4 – Concordo | 5 - Concordo totalmente)**

## Anexo 4 – Enunciado da Tarefa 1

**<u>As natas</u>**

A Maria fez 180 natas. Vendeu $\frac{3}{4}$ e deu $\frac{1}{3}$ das que ficaram à sua vizinha. Com quantas natas ficou para si no final? Explica o teu raciocínio, podes recorrer a cálculos, esquemas e desenhos.

(Vale & Barbosa, prelo)

## Anexo 5 – Enunciado da Tarefa 2

**<u>O chocolate</u>**

Três amigos querem partilhar duas barras de chocolate (iguais) em partes iguais. De que forma o podem fazer?

Que porção de chocolate recebe cada um?

<u>Dica:</u> Podes utilizar duas tiras de papel, que simulam as barras de chocolate, recorre às duas tiras de papel que o professor distribuiu para te ajudar a resolver os problemas.

(Vale et all, 2008)

## Anexo 6 – Enunciado da Tarefa 3

**<u>Partilhando pizas</u>**

Um grupo de amigos foram almoçar a uma pizaria e distribuíram-se por três mesas, onde todos comeram a mesma quantidade de piza.

Numa mesa quadrada sentaram-se 8 amigos e comeram duas pizas.

Na mesa oval sentaram-se quatro amigos.

Na mesa redonda comeram três pizas.

Descobre quantos amigos foram à pizaria e quantas pizas comeram.

Explica o teu raciocínio. Podes recorrer a esquemas, cálculos, desenhos, e a papel.

## Anexo 7 – Enunciado da Tarefa 4

**<u>O Ordenado do Sr. Augusto</u>**

O Sr. Augusto deu 2/5 do seu ordenado à sua mulher e gastou metade do dinheiro com que ficou. Sabendo que ficou com 300 euros, qual foi o seu ordenado?

Explica o teu raciocínio de duas formas diferentes.

(Vale & Barbosa, prelo)

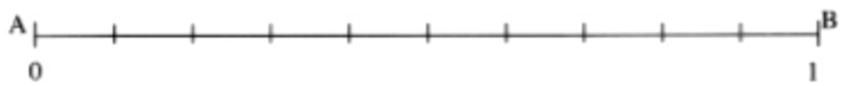
## Anexo 8 – Enunciado da Tarefa 5

**<u>Percursos</u>**

1.Um grupo de caminheiros de um agrupamento de escuteiros organizou um percurso pedestre no Parque Nacional da Peneda do Gerês, representado na figura por [AB], com início em A.

A Catarina parou para descansar depois de ter feito $\frac{2}{5}$ do percurso, a Joana parou ao fim $\frac{4}{10}$, o André ao fim de $\frac{3}{5}$ e os restantes elementos do grupo decidiram parar ~~e~~ voltar para o início ao fim de $\frac{7}{10}$ do percurso.

1.1. Assinala no segmento [AB] abaixo traçado, o ponto que corresponde a cada uma das paragens.




1.2.Sabendo que o percurso era de 4 Km, quantos quilómetros fez Catarina quando parou para descansar? E a Joana? Que podes concluir acerca do percurso feito pelas duas meninas quando pararam para descansar? Justifica a tua resposta.

1.3.Quantos quilómetros a menos percorreu o André quando parou comparado com os restantes elementos (não contes a Catarina e a Joana)?

1.4. Quantos quilómetros já tinham percorrido os restantes elementos que voltaram para o início?

1.5. O Luís e a Sofia que chegaram atrasados, confundiram o sentido do percurso e foram em sentido contrário, começando em A, tendo o Luís andado $\frac{4}{5}$ do percurso e a Sofia apenas $\frac{6}{10}$.

1.5.1. Desenha o percurso que foi percorrido por todos.

1.5.2. Assinala, no percurso anterior, o ponto que corresponde a cada uma das paragens de todos os caminheiros e a respetiva abcissa de cada um desses pontos.

1.5.3. Ordena, as distâncias percorridas por cada um dos caminheiros.

(adaptado de Canelas, 2016)

## Anexo 9 – Enunciado da Tarefa 6

**A festa de anos**

O Rui foi ao Centro Comercial com os amigos festejar o dia de anos, com o dinheiro que lhe deu a avó. Quando chegou a casa tinha apenas 24 euros. Ou seja, gastou $\frac{3}{5}$ do dinheiro que a avó lhe deu em vídeo jogos e no lanche. Que dinheiro gastou no Centro Comercial? Que dinheiro lhe deu a avó? Apresenta duas formas de resolução, explicando o teu raciocínio. Podes recorrer a esquemas, cálculos, desenhos, e a papel.

(Vale, 2017)

## Anexo 10 – Enunciado da Tarefa 7

**O almoço no restaurante**

No domingo ao almoço, $\frac{2}{9}$ dos clientes de um restaurante eram adultos. Se havia mais 95 crianças do que adultos, quantas crianças havia no restaurante nesse domingo.

(Vale, 2017)

## Anexo 11 – Enunciado da Tarefa 8

**<u>O desporto</u>**

Um estudo mostrou que $\frac{5}{6}$ dos alunos já jogaram futebol. E metade dos alunos que já jogaram futebol, também, já jogaram hóquei. Que parte dos alunos já jogaram em ambos os desportos?

(Vale, 2017)

## Anexo 12 – Enunciado da Tarefa 9

**<u>As gomas</u>**

A Clara tinha 27 gomas. Ofereceu $\frac{2}{3}$ dessas gomas à Maria e, depois, $\frac{2}{3}$ do que lhe sobrou ofereceu ao Tiago. Será que ainda pode oferecer nove gomas à Luísa?

Explica como resolveste o problema, fazendo esquemas ou cálculos.

(Durão & Baldaque, 2016)