



INSTITUTO POLITÉCNICO  
DE VIANA DO CASTELO

---

# RELATÓRIO FINAL DE PRÁTICA DE ENSINO SUPERVISIONADA

Mestrado em Ensino 1<sup>o</sup> e 2<sup>o</sup> CEB  
- Matemática e Ciências Naturais

Trilho Matemático Virtual pela cidade de Viana do Castelo: Um  
estudo sobre a aprendizagem das isometrias no 6.<sup>o</sup> ano

Nádia Costa Vieira Teixeira



INSTITUTO POLITÉCNICO  
DE VIANA DO CASTELO

Nádia Costa Vieira Teixeira

**RELATÓRIO FINAL DE PRÁTICA  
DE ENSINO SUPERVISIONADA**  
Mestrado em Ensino 1<sup>o</sup> e 2<sup>o</sup> CEB  
- Matemática e Ciências Naturais

Trilho Matemático Virtual pela cidade de Viana do Castelo: Um  
estudo sobre a aprendizagem das isometrias no 6.<sup>o</sup> ano

Trabalho efetuado sob a orientação da  
Doutora Ana Barbosa

Junho de 2020

## Agradecimentos

Ao longo desta jornada, tive oportunidade de me cruzar com algumas pessoas de um valor incalculável que estiveram sempre presentes nos momentos bons e maus sempre com uma palavra de motivação. Sem elas, este caminho teria sido muito mais longo e irregular.

Em primeiro lugar, não tenho palavras de agradecimento suficientes para a Doutora Ana Barbosa. Enquanto minha orientadora, nunca desistiu de mim e dedicou sempre o máximo de atenção, de apoio, de disponibilidade e de paciência na realização do estudo. A ela, o meu muito obrigada.

Aos Professores Cooperantes das escolas por onde passei que tive o prazer de conhecer, pela amabilidade de nos receber de braços abertos. Obrigada pelas partilhas, conselhos e dicas fornecidas durante todo o percurso.

À pessoa que esteve sempre do meu lado, que me “obrigava” a escrever mesmo naqueles dias em que não tinha motivação, o meu Rui. Que mesmo não sendo da área fazia um esforço para compreender e ajudar. Nos dias de estágios depois de longos dias de trabalho tinha sempre o pequeno-almoço pronto. Obrigada por todo o apoio, compreensão e carinho durante estes anos.

Às empresas que me acompanharam e viram crescer nestes 5 anos, Saccor brothers e Sonhos de Cetim (Calzedonia). Obrigada pelas oportunidades, pela flexibilidade de horários, pela disponibilidade, pela paciência e por sempre acreditarem em mim. Um obrigada especial, à minha chefe, Tânia, por nunca colocar o meu trabalho em causa e acreditar sempre nas minhas capacidades, tendo sempre uma palavra e um sorriso à minha espera.

Às minhas colegas e mentora, Cátia, Andreia e Mariana, que sempre trouxeram felicidade a um dia menos bom e foram muitas vezes o ponto alto do meu dia. Obrigada minhas princesas.

Às minhas colegas de Mestrado, Diana, Margarida, Sílvia, Manuela e Ana por todo o carinho demonstrado e força transmitida para concluir esta etapa.

Por fim, mas não menos importante, aos meus pais e irmãos, que são a minha força e razão de viver. Obrigada por nunca me pressionarem e acreditarem em mim até quando eu mesma não acreditava. Tudo o que eu faço é para que se orgulhem sempre de mim.

Aos meus avós e padrinhos, que mesmo não compreendendo muito bem o processo, perguntam sempre como está a correr e se preciso de alguma coisa. Nunca se esquecem de mim e nem eu deles. Para sempre meus.

A Deus, que esteve sempre comigo no meu coração e foi muitas vezes o meu confidente em alturas menos fáceis.

A vós dedico este trabalho como uma demonstração de amor por tudo o que fizeram e fazem por mim.

## Resumo

Este relatório foi desenvolvido no âmbito da Unidade Curricular Prática de Ensino Supervisionada (PES), do curso de Mestrado em Ensino do 1.º CEB e de Matemática e Ciências no 2.º CEB. O relatório encontra-se dividido em três partes: A primeira parte integra dois capítulos que visam caracterizar os contextos educativos relativos ao 1.º e 2.º ciclos do Ensino Básico e dar a conhecer o percurso das intervenções educativas. A segunda do trabalho de investigação desenvolvido numa turma do 6ºano de escolaridade e, na terceira e última parte deste relatório, apresenta-se a reflexão global do percurso na PES e do contributo da mesma para o meu desenvolvimento profissional.

O estudo, apresentado na segunda parte do relatório, foi realizado na área da Matemática, com uma turma do 6.º ano de escolaridade formada por 20 alunos. Ao longo desta investigação, procurou-se compreender o modo como alunos do 6.º ano de escolaridade mobilizam conhecimentos referentes às isometrias na realização de um trilha matemático virtual com o Google Maps. Neste sentido, foram formuladas duas questões de investigação: (1) Como se caracteriza o desempenho dos alunos na resolução de tarefas sobre isometrias num trilha matemático virtual com o Google Maps?; (2) Que atitudes evidenciam os alunos na realização de um trilha matemático virtual com o Google Maps?.

De forma a responder a estas questões, optou-se por realizar esta investigação a partir de uma abordagem qualitativa, seguindo um design de estudo de caso. Os grupos-caso foram constituídos por dois pares da turma, sendo que o estudo se centrou particularmente nestes quatro alunos. Os dados analisados foram recolhidos através questionários, entrevistas, notas de campo, observações, registos escritos, fotografias, gravações de vídeo e áudio.

A análise dos dados permitiu concluir que a realização de um trilha matemático virtual com o Google Maps proporcionou aos alunos um momento enriquecedor de consolidação dos conteúdos e aplicação de conhecimentos, no âmbito das isometrias. Globalmente os alunos evidenciaram um bom desempenho na resolução das questões do trilha. No entanto, demonstraram dificuldades na interpretação dos enunciados de algumas tarefas, na descrição/caracterização das isometrias, no reconhecimento das propriedades das isometrias e, principalmente, na construção de isometrias utilizando ou não material de desenho. Ao nível das atitudes, verificou-se que o uso do Google Maps aumentou a motivação intrínseca tanto dos grupos-caso como da turma em geral. Relativamente ao trabalho colaborativo, os alunos

colaboraram entre si revelando competências fundamentais de entreajuda. De uma forma geral, a turma compreendeu aspectos sobre a utilidade da matemática, mostrando autoconfiança nas suas capacidades matemáticas.

**Palavras-chave:** Geometria; Isometrias; Trilho Matemático; Google Maps; Desempenho; Atitudes.

## Abstract

This report was developed within the scope of the curricular unit Supervised Teaching Practice (PES), in the Master's course in Teaching at the 1<sup>st</sup> Cycle and in Mathematics and Sciences in the 2<sup>nd</sup> Cycle of Basic Education. The report is divided into three parts: the first part has two chapters that aim to characterize the educational contexts related to the 1<sup>st</sup> and 2<sup>nd</sup> Cycles of Basic Education and to show the course of the educational interventions. The second part refers to the main research work carried out in 6<sup>th</sup> grade class and the third and last part of this report presents the reflection the PES and its contribution to my professional development.

This study was carried out in the area of Mathematics, with a 6<sup>th</sup> grade class formed by 20 students. Throughout this investigation, we sought to understand how 6<sup>th</sup> grade students mobilized the knowledge related to isometries in the implementation of a virtual mathematical trail with Google Maps. In this sense, two research questions were formulated: (1) How can we characterize the student's performance when solving tasks about isometries in a virtual mathematical trail with Google Maps ?; (2) What attitudes do the students show when performing the virtual mathematical trail with Google Maps ?.

In order to obtain an answer to these questions, it was decided to carry out this investigation through a qualitative approach, following a case study design. These groups were made up of two pairs of the class, and the study focused particularly on these four students. The analyzed data was collected through questionnaires, interviews, field notes, observations, written records, photographs, video and audio recordings.

The analysis of the data allowed to conclude that the realization of a virtual mathematical trail with Google Maps provided the students with an enriching moment of consolidation of the contents and application of knowledge, within the scope of isometries. Overall, the students showed a good performance in solving the tasks on the trail. However, they showed difficulties in the interpretation of some tasks, in the description/characterization of isometries, in the recognition of isometry properties and mainly in the construction of isometries using or not drawing material. In terms of attitudes, it was found that the use of Google Maps increased the intrinsic motivation of both the case groups and the class in general. Regarding collaborative work, students

collaborated with each other, revealing fundamental skills of mutual assistance. In general, the class understood aspects about the usefulness of mathematics, showing self-confidence in their mathematical abilities.

**Keywords:** Geometry; Isometries; Math Trail; Google Maps; Performance; Attitudes.



## Índice

Agradecimentos.....	ii
Resumo .....	iv
Abstract .....	vi
Índice de Figuras.....	xi
Índice de Quadros.....	xvii
Índice de Gráficos .....	xvii
Índice de Tabelas .....	xvii
Abreviaturas .....	xvii
Introdução .....	1
Parte I – Enquadramento da Prática de Ensino Supervisionada .....	3
Capítulo I- Intervenção em Contexto Educativo I.....	4
1. Caracterização do contexto educativo do 1.º Ciclo do Ensino Básico .....	4
1.1.Caracterização do meio local.....	4
1.2. Caracterização do agrupamento e da escola .....	4
1.3. Caracterização da turma .....	6
2. Percurso da Intervenção Educativa no 1.º Ciclo do Ensino Básico.....	8
2.1. Áreas de intervenção.....	9
2.2. Envolvimento em projetos e atividades da escola .....	15
Capítulo II- Intervenção em Contexto Educativo II.....	18
1. Caracterização do contexto educativo do 2.º Ciclo do Ensino Básico .....	18
1.1.Caracterização da escola .....	18
2. Percurso da intervenção educativa no 2.º Ciclo do Ensino Básico .....	21
2.1.Áreas de Intervenção .....	22
2.2. Envolvimento em projetos e atividades da escola .....	27
Parte II- Trabalho de Investigação .....	28
Capítulo I- Introdução .....	29
1. Pertinência do estudo .....	29
2. Problema e questões de investigação .....	30
Capítulo II- Fundamentação teórica .....	32
1. Orientações para o ensino e a aprendizagem da Matemática.....	32
2. O ensino e a aprendizagem das Isometrias .....	35

2.1. Isometrias: breve abordagem .....	35
2.2. Isometrias no currículo do ensino básico .....	38
2.3. Isometrias: questões de ensino e aprendizagem .....	40
3. Trilhos matemáticos virtuais .....	42
3.1. Os trilhos matemáticos .....	42
3.2. As tecnologias no ensino e aprendizagem da Matemática: o caso do Google Maps .....	45
3.3. Conexões da matemática com a vida real: o caso das isometrias .....	47
4. Fatores afetivos na aprendizagem da Matemática: as atitudes .....	48
5. Estudos empíricos .....	51
Capítulo III – Metodologia de investigação .....	54
1. Opções metodológicas .....	54
2. Contexto e Participantes .....	57
3. Fases do estudo e procedimentos .....	57
4. Recolha de dados .....	59
4.1. Observação .....	59
4.2. Inquérito por questionário .....	60
4.3. Entrevista .....	62
4.4. Documentos .....	63
4.5. Registos Audiovisuais .....	64
5. Análise de dados .....	64
Capítulo IV- Sequência didática .....	67
1. As aulas de Matemática .....	67
2. O trilho matemático virtual pela cidade de Viana do Castelo .....	69
2.1. Desenho do trilho matemático virtual .....	69
2.2. As tarefas .....	72
Capítulo V- Apresentação e discussão dos resultados .....	90
1. A turma .....	90
1.1. A turma e a Matemática .....	90
1.2. Desempenho da turma no Trilho Matemático Virtual .....	91
1.3. Atitudes da turma no Trilho Matemático Virtual .....	102
2. O grupo-caso TM .....	105

2.1.Caracterização do grupo TM .....	105
2.2.Desempenho do grupo TM no Trilho Matemático Virtual.....	107
2.3.Atitudes do grupo TM no Trilho Matemático Virtual.....	127
3. O grupo-caso GB .....	132
3.1.Caracterização do grupo GB .....	132
3.2.Desempenho do grupo caso GB no Trilho Matemático Virtual .....	134
3.3.Atitudes do grupo GB no Trilho Matemático Virtual .....	150
Capítulo VI- Conclusões .....	155
1. Síntese do estudo.....	155
2. Conclusões do estudo .....	155
3. Limitações do estudo e recomendações para investigação futura .....	162
Parte III- Reflexão global da PES.....	164
Reflexão Global da PES .....	165
Referências Bibliográficas.....	169
Anexos .....	174
Anexo 1 .....	175
Anexo 2 .....	178
Anexo 3 .....	179
Anexo 4 .....	182
Anexo 5 .....	189
Anexo 6 .....	190
Anexo 7 .....	193

## Índice de Figuras

Figura 1- Figuras criadas pelos alunos com pasta de modelar .....	13
Figura 2- Sabonetes criados pela turma .....	13
Figura 3- Relógios construídos pelos alunos .....	14
Figura 4- Visita à Igreja da Misericórdia .....	15
Figura 5- Bordados Vianenses .....	15
Figura 6- Desenho dos alunos .....	16
Figura 7- Alunos desenharam um bordado .....	16
Figura 8- Trajes Vianenses .....	16
Figura 9- Museu do Ouro.....	16
Figura 10- Barbearia .....	17
Figura 11- Casa do Leme.....	17
Figura 12- Introdução da aula com o Geogebra.....	22
Figura 13- Introdução da aula com o Geogebra.....	22
Figura 14- Resultado final.....	23
Figura 15- Exemplo de uma reflexão axial .....	23
Figura 16- Exemplo do caderno do aluno M .....	23
Figura 17- Exemplo no caderno da aluna J.....	23
Figura 18- Aluno G à descoberta das simetrias de reflexão das letras do seu nome .....	23
Figura 19- Aluno F à descoberta das simetrias de reflexão das letras do seu nome .....	23
Figura 20- Alunas utilizam o geoplano para praticar a reflexão axial .....	24
Figura 21- Alunas praticam a reflexão axial no geoplano .....	24
Figura 22- Aluno D explora as simetrias de rotação da figura .....	24
Figura 23- Aluno D explora a existência de isometria no bebedouro .....	24
Figura 24- Apontamentos do caderno do aluno T .....	25
Figura 25- Apontamentos do caderno do aluno M .....	25
Figura 26- Atividade laboratorial para provar que as plantas transpiram .....	26
Figura 27- Atividade laboratorial do movimento da seiva bruta .....	26
Figura 28- Folhas coradas que comprovam o movimento da seiva bruta .....	26

Figura 29- Alunos transmitem uma mensagem sobre o ambiente.....	27
Figura 30- Pontos do plano e seus transformados por reflexões axiais .....	36
Figura 31- Exemplo de uma reflexão axial .....	36
Figura 32- Exemplo de uma reflexão axial .....	36
Figura 33- Figura com rotação.....	37
Figura 34- Figura com rotação.....	37
Figura 35- Reflexão central de uma figura de centro O .....	38
Figura 36- Capa do trilho matemático virtual pela cidade de Viana do Castelo .....	71
Figura 37- Capa da tarefa matemática virtual à volta do mundo .....	71
Figura 38- Instruções do trilho matemático virtual pela cidade de Viana do Castelo .....	71
Figura 39- - Instruções da tarefa matemática virtual à volta do mundo .....	71
Figura 40- Exemplo das instruções prévias introduzidas antes das tarefas.....	72
Figura 41- Varanda que os alunos tinham que observar .....	73
Figura 42- Proposta de resolução da questão 1.1.....	73
Figura 43- Proposta de resolução da questão 1.2.....	74
Figura 44- Proposta de resolução da questão 1.3.....	74
Figura 45- Proposta de resolução da questão 1.4.....	75
Figura 46- Instruções para a tarefa 2 .....	75
Figura 47- Elementos da varanda a observar .....	76
Figura 48- Proposta de resolução da questão 2.1.....	76
Figura 49- Proposta de resolução da questão 2.2.....	76
Figura 50- Instruções da tarefa 3.....	77
Figura 51- Vitral a observar .....	77
Figura 52- Proposta de resolução da tarefa 3 .....	78
Figura 53- Instruções da tarefa 4.....	78
Figura 54- Parte do portão a observar .....	79
Figura 55- Região entre as duas semicircunferências de menor raio .....	79
Figura 56- Primeira proposta de resolução da tarefa 4 .....	80
Figura 57- Segunda proposta de resolução da tarefa 4 .....	81
Figura 58- Instruções da tarefa 5.....	81

Figura 59- Fachada da estação de comboios de Viana do Castelo .....	81
Figura 60- Proposta de resolução da tarefa 5 .....	82
Figura 61- Instruções da tarefa 6.....	82
Figura 62- Logótipo do Banco Santander .....	83
Figura 63- Proposta de resolução usando um eixo de simetria vertical.....	83
Figura 64- Proposta de resolução usando uma rotação de centro O e amplitude $180^\circ$ .....	84
Figura 65- Instruções da tarefa 7.....	84
Figura 66- Azulejo a observar .....	85
Figura 67- Proposta de resolução da questão 7.1.....	85
Figura 68- Proposta de resolução da questão 7.2.....	86
Figura 69- Instruções da tarefa à volta do mundo .....	87
Figura 70- Exemplo encontrado em Barcelona pelo grupo MF .....	87
Figura 71- Exemplo no Estádio da Luz encontrada pelo grupo TM.....	88
Figura 72- Exemplo encontrado no Santuário de Santa Luzia pelo grupo FB .....	88
Figura 73- Exemplo encontrado nos Estados Unidos da América pelo grupo IG.....	89
Figura 74- Resolução incorreta da aluna A na questão 1.4.....	93
Figura 75- Resolução incorreta da aluna F na questão 1.4. ....	93
Figura 76- Resolução incorreta do aluno M na questão 2.1. ....	93
Figura 77- Resolução parcialmente correta da aluna M na questão 2.1. ....	94
Figura 78- Resolução incorreta do aluno D na questão 3.1. ....	94
Figura 79- Resolução incorreta do aluno B na questão 3.1.....	94
Figura 80- Resolução parcialmente correta da aluna M na questão 3.1. ....	95
Figura 81- Resolução parcialmente correta do aluno T na questão 3.1. ....	95
Figura 82- Resolução correta do par MV na questão 3.1.....	95
Figura 83- Resolução parcialmente correta da aluna I na questão 4.1.....	96
Figura 84- Resolução parcialmente correta do aluno M na questão 4.1.....	96
Figura 85- Resolução incorreta da aluna C na questão 4.1. ....	96
Figura 86- Resolução incorreta da aluna I na questão 4.1. ....	97
Figura 87- Resolução incorreta da aluna A na questão 4.1.....	97
Figura 88- Resolução incorreta da aluna M na questão 4.1.....	97

Figura 89- Resolução correta do aluno D na questão 4.1. ....	98
Figura 90- Resolução correta da aluna F na questão 4.1. ....	98
Figura 91- Resolução parcialmente correta da aluna F na tarefa 6 .....	99
Figura 92- Resolução incorreta da aluna L na tarefa 6.....	99
Figura 93- Resolução parcialmente correta da aluna M na questão 7.1. ....	100
Figura 94- Resolução parcialmente correta da aluna A na questão 7.1. ....	100
Figura 95- Resolução parcialmente correta do aluno M na questão 7.2.....	101
Figura 96- Resolução parcialmente correta do aluno D na questão 7.2.....	101
Figura 97- Resolução incorreta do aluno D na questão 7.2. ....	101
Figura 98- Resolução incorreta da aluna A na questão 7.2.....	102
Figura 99- O grupo TM encontra a loja “Bernardo Dias” e observa a varanda.....	107
Figura 100- Varanda que se encontrava acima da loja “Bernardo Dias” .....	108
Figura 101- Representação feita pelo aluno T na tarefa 1.1. ....	108
Figura 102- Representação feita pela aluna M na tarefa 1.1.....	108
Figura 103- Representação feita pelo aluno T na tarefa 1.2. ....	109
Figura 104- Representação feita pela aluna M na tarefa 1.2.....	109
Figura 105- Resposta do aluno T na tarefa 1.3.....	110
Figura 106- Resposta da aluna M na tarefa 1.3.....	110
Figura 107- Resposta do aluno T à questão 1.4. ....	111
Figura 108- Resposta da aluna M à questão 1.4. ....	111
Figura 109- O grupo encontra a varanda da loja “Lara Boutique”.....	111
Figura 110- Os elementos da varanda da loja “Lara Boutique” .....	112
Figura 111- Resolução do aluno T na questão 2.1. ....	112
Figura 112- Resolução da aluna M na questão 2.1. ....	112
Figura 113-Resolução do aluno T na tarefa 2.2.....	113
Figura 114- Resolução da aluna M na tarefa 2.2.....	113
Figura 115- Vitrais da janela .....	115
Figura 116- Alunos observam a janela da tarefa 3.....	115
Figura 117- Resolução do aluno T na tarefa 3.....	115
Figura 118- Resolução da aluna M na tarefa 3.....	115

Figura 119- Aluna M pinta os vidros do vitral .....	116
Figura 120- Aluno T trabalha individualmente na tarefa 3 .....	116
Figura 121- Grupo TM encontra o portão de ferro forjado .....	117
Figura 122- Estrutura a analisar pelo grupo TM.....	118
Figura 123- Resolução do aluno T na tarefa 4.....	118
Figura 124- Resolução da aluna M na tarefa 4.....	118
Figura 125- Mapa com as indicações para chegar à estação de comboios .....	119
Figura 126- Fachada da estação de comboios que o grupo tinha que encontrar.....	120
Figura 127- O grupo TM a desenvolver uma estratégia de resolução .....	120
Figura 128- Resolução do aluno T na tarefa 5 .....	120
Figura 129- Resolução da aluna M na tarefa 5.....	121
Figura 130- O grupo TM observa o Banco Santander .....	122
Figura 131- Logótipo do Banco Santander .....	122
Figura 132- Resolução da tarefa 6 pelo aluno T .....	122
Figura 133- Resolução da tarefa 6 pela aluna M.....	123
Figura 134- Aluna M encontra a fachada da loja .....	124
Figura 135- Elemento do azulejo.....	124
Figura 136- Mapa de orientação para os alunos.....	124
Figura 137- Resolução da questão 7.1. pelo aluno T.....	125
Figura 138- Resolução da questão 7.1. pela aluna M .....	125
Figura 139- Resolução da tarefa 7.2. pela aluna M.....	126
Figura 140- Resolução da tarefa 7.2. pelo aluno T.....	126
Figura 141- Resolução da questão 1.1. pelo aluno G .....	134
Figura 142- Resolução da questão 1.1. pela aluna B.....	134
Figura 143- Resolução da questão 1.2 pelo aluno G.....	135
Figura 144- Resolução da questão 1.2. pela aluna B.....	135
Figura 145- Resolução da questão 1.3. pelo aluno G .....	136
Figura 146- Resolução da questão 1.3. pela aluna B.....	136
Figura 147- Resolução da questão 1.4 pelo aluno G.....	136
Figura 148- Resolução da questão 1.4. pela aluna B.....	137



Figura 149- Resolução da questão 2.1. pelo aluno G .....	138
Figura 150- Resolução da questão 2.1. pela aluna B.....	138
Figura 151- Resolução da questão 2.2. pelo aluno G .....	138
Figura 152- Resolução da questão 2.2. pela aluna B.....	139
Figura 153- Vitrais da janela a observar acima da “Farmácia Nelsina” .....	139
Figura 154- O grupo GB encontra o local da tarefa.....	139
Figura 155- Resolução da tarefa 3 pelo aluno G .....	140
Figura 156-Resolução da tarefa 3 pela aluna B .....	140
Figura 157- Aluno G encontra a estrutura.....	141
Figura 158- Semicírculo a observar .....	141
Figura 159- Resolução da tarefa 4 pelo aluno G .....	142
Figura 160- Resolução da tarefa 4 pela aluna B .....	142
Figura 161- Mapa com as direções necessárias para encontrar o local da tarefa 5 .....	143
Figura 162- Alunos utilizam a imagem do Google Maps para encontrar uma estratégia	143
Figura 163- Fachada da estação de comboios de Viana do Castelo .....	143
Figura 164- Resolução da tarefa 5 pelo aluno G .....	144
Figura 165- Resolução da tarefa 5 pela aluna B .....	144
Figura 166- O grupo encontra o Banco Santander .....	146
Figura 167- - Logótipo do Banco Santander .....	146
Figura 168- Resolução da tarefa 6 pelo aluno G .....	146
Figura 169- Resolução da tarefa 6 pela aluna B .....	146
Figura 170- Elemento do azulejo.....	147
Figura 171- Aluno G analisa a tarefa 7.1 .....	147
Figura 172- Mapa de orientação para os alunos.....	147
Figura 173- Resolução da questão 7.1. pelo aluno G .....	148
Figura 174- Resolução da questão 7.1. pela aluna B.....	148
Figura 175- Resolução da questão 7.2. pela aluna B.....	149
Figura 176- Resolução da questão 7.2 pelo aluno G .....	149

### **Índice de Quadros**

Quadro 1- Horário da turma do 3.º ano .....	8
Quadro 2- Horário da turma do 6.º ano .....	21
Quadro 3- Temas das aulas .....	67

### **Índice de Gráficos**

Gráfico 1- Disciplinas favoritas dos alunos.....	20
Gráfico 2- Síntese do Desempenho da turma por tarefa .....	92
Gráfico 3- Síntese do Desempenho do grupo-caso TM na resolução das tarefas .....	127
Gráfico 4- Síntese do Desempenho do grupo-caso GB na resolução das tarefas.....	149

### **Índice de Tabelas**

Tabela 1- Fases do estudo .....	58
Tabela 2- Categorias de análise .....	66

### **Abreviaturas**

AEC – Atividades Extracurriculares

CEB - Ciclo de Ensino Básico

DGE - Direção Geral de Educação

ICE - Intervenção em Contexto Educativo INE - Instituto Nacional de Estatística

ME – Ministério de Educação

MEC – Ministério de Educação e Ciências

NCTM – National Council of Teachers of Mathematics NEE – Necessidades Educativas Especiais

NEE – Necessidades Educativas Especiais

PES – Prática de Ensino Supervisionada

PMEB – Programa de Matemática do Ensino Básico

RTP - Relatório Técnico- Pedagógico

## Introdução

Este relatório tem como objetivo apresentar todo o percurso desenvolvido no âmbito da disciplina de Prática de Ensino Supervisionada (PES), que integra o segundo ano do curso de Mestrado em Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico e de Matemática e Ciências Naturais no 2.º Ciclo do Ensino Básico. Este trabalho encontra-se organizado em três partes, referentes ao enquadramento dos contextos educativos do 1.º e do 2.º, à apresentação do estudo realizado numa turma do 6.º ano de escolaridade, na área da Matemática e à reflexão final sobre todo o percurso vivido ao longo da PES.

A primeira parte está dividida em dois capítulos que visam caracterizar os contextos educativos relativos ao 1.º e 2.º CEB e dar a conhecer o percurso das intervenções educativas, num 3.º ano e num 6.º ano de escolaridade. Na caracterização do contexto do 1.º CEB pode-se encontrar a descrição do meio local, do agrupamento, da escola e da turma. No tópico do percurso da intervenção educativa são abordadas as áreas curriculares de Português, Estudo do Meio, Matemática, Expressões Plásticas e Expressão Físico-Motora. Na caracterização do contexto do 2.º CEB a única diferença é na caracterização da escola e da turma, visto que o meio local e o agrupamento coincidem com o do 1.º CEB. O percurso da intervenção educativa incide nas áreas da Matemática e das Ciências Naturais.

A segunda parte refere-se ao trabalho de investigação desenvolvido numa turma do 6.º ano de escolaridade. Este estudo teve como objetivo compreender o modo como alunos do 6.º ano de escolaridade mobilizam conhecimentos referentes às isometrias na realização de um trilho matemático virtual. Esta parte do relatório está dividida em seis capítulos: o primeiro é relativo à introdução, onde se justifica a pertinência do estudo e se apresentam o problema e as questões orientadoras; o segundo diz respeito à fundamentação teórica onde são demonstradas diferentes perspetivas e pontos de vista suportados por vários autores e estudos empíricos, procurando debater as principais questões relacionadas com o tema em estudo; o terceiro é alusivo à metodologia de investigação utilizada neste estudo, fazendo referência às opções metodológicas e aos procedimentos adotados, bem como às fases do estudo; o quarto capítulo é dedicado ao trilho matemático virtual realizado na cidade de Viana do Castelo, aqui pode-se encontrar referência às aulas de Matemática, ao desenho do trilho e às suas tarefas; no quinto

capítulo são apresentados e discutidos os resultados da investigação tendo em conta o desempenho e as atitudes da turma e dos grupos-caso na realização do trilho, por último, o sexto capítulo está destinado às conclusões do estudo, e tem como objetivo responder às questões inicialmente enunciadas, sustentando os resultados obtidos na literatura revista.

Por fim, na terceira e última parte deste relatório apresenta-se a reflexão global do percurso na PES e do contributo da mesma para o meu desenvolvimento profissional.

### **Parte I – Enquadramento da Prática de Ensino Supervisionada**

Nesta primeira parte do relatório apresenta-se a caracterização dos contextos educativos. Está subdividida em dois capítulos: o Capítulo I, referente à Intervenção educativa no 1.º Ciclo do Ensino Básico; e no Capítulo II é alusivo à intervenção educativa no contexto escolar do 2.º Ciclo do Ensino Básico

## **Capítulo I- Intervenção em Contexto Educativo I**

No decorrer deste capítulo serão focados dois pontos que permitem enquadrar a Prática de Ensino Supervisionada no contexto educativo do 1.º CEB, apresentando a caracterização do referido contexto e a descrição do percurso da intervenção educativa.

### **1. Caracterização do contexto educativo do 1.º Ciclo do Ensino Básico**

De modo a caracterizar o contexto em que foi realizada a primeira parte da Prática de Ensino Supervisionada, importa apresentar uma breve contextualização do meio local onde a escola estava inserida, bem como do contexto escolar em si e da turma em questão.

#### **1.1. Caracterização do meio local**

A intervenção em contexto educativo foi realizada num centro escolar que correspondia a uma instituição pública inaugurada no ano 1867. Esta instituição estava localizada numa freguesia pertencente ao concelho de Viana do Castelo, distrito de Viana do Castelo, com cerca de 11,22 km<sup>2</sup> de área. Tratava-se de uma freguesia inserida num meio rural, povoada por mais de 4 853 habitantes. Economicamente, nessa localidade, destacava-se a atividade da agricultura, da pecuária, o comércio e a hotelaria destinadas principalmente à subsistência das famílias locais, sendo que a maior percentagem da população ativa residente ainda trabalha a terra para sustento próprio.

Em relação a coletividades existia um Grupo Desportivo que se dedicava à prática desportiva do futebol e um Grupo Desportivo e Cultural da freguesia. Culturalmente destacava-se um Grupo Etnográfico que procurava estimar e preservar as danças folclóricas tradicionais da freguesia e o Recreio Social, representando uma organização responsável por atividades didáticas e momentos musicais com a comunidade. Existia também uma Associação de Dadores de Sangue da freguesia além de outras estruturas de cariz religioso.

#### **1.2. Caracterização do agrupamento e da escola**

O Agrupamento do qual fazia parte este centro escolar existe desde 2012 e congregava a altura 9 espaços educativos, uma Escola Secundária, uma Escola do 2.º e 3.º

CEB, seis Escolas Básicas e três Jardins de Infância, das quais apenas um estava integrado numa das Escolas Básicas. Do ponto de vista do envolvimento na vida escolar, o agrupamento promovia a participação dos alunos na escola através da sua implicação em iniciativas e projetos com o objetivo de desenvolver o sentido de responsabilidade, os valores da cidadania e ampliar valores culturais.

A escola onde decorreu a intervenção em contexto educativo no 1.º CEB, correspondia a um edifício que se destacava pela sua construção e constituição antiga, com o aspeto da típica escola tradicional, o que sugere que manteve a mesma estrutura desde o seu ano de abertura, 1867. Esta escola, foi a primeira escola pública primária masculina instalada numa casa arrendada. Em 1879 foi instaurado nesta instituição o ensino primário feminino e, a partir desse momento, a escola ficou responsável pela educação infantil de meninos e meninas. O espaço exterior ou espaço de recreio desportivo envolvia toda a escola, sendo o piso exterior constituído por alcatrão. Em termos de materiais e de recursos didáticos era bastante pobre. A escola dispunha apenas de um cesto de basquete bastante danificado e um campo de futebol de terra batida que em dias de chuva ou mais húmidos era completamente inutilizável devido ao mau estado do piso. Existiam também alguns vestígios de jogos desenhados no chão do recreio, como a macaca, um caracol, mas estavam bastante desgastados.

O material desportivo de que a escola dispunha era reduzido, existindo apenas um pequeno armário no interior da escola com alguns sinalizadores, cordas, arcos e raquetes. Nas aulas de expressão físico-motora os alunos tinham apenas disponível o espaço exterior, por isso o desenvolvimento motor dos alunos estava algo condicionado e dependente do estado do tempo e da presença ou não de um professor externo.

Quanto ao espaço interior, dividia-se em dois edifícios. O primeiro estava dividido em dois andares. No primeiro andar havia uma cantina e dois espaços de refeição, uma sala de apoio e o armário de material desportivo, no segundo andar tinha a biblioteca e a sala dos professores. O segundo edifício estava também dividido em dois andares. Em cada andar tinha duas salas de aula de frente uma para a outra e uma arrecadação para materiais de limpeza e afins. As casas de banho encontravam-se no espaço exterior da escola.

No que concerne à dinâmica da escola, as atividades letivas tinham início às nove horas. Porém, a partir das oito horas e quinze minutos, estava disponível uma assistente operacional na escola para receber as crianças que iam chegando. No período da tarde, as atividades letivas iniciavam às duas da tarde e terminavam normalmente às quinze horas e trinta minutos. Porém em alguns dias da semana, devido à realização de atividades extracurriculares (AEC) como a Educação Física-Motora ou Expressões Plásticas as aulas terminavam às dezassete horas.

No âmbito das Atividades de Enriquecimento Curricular todas as turmas se deslocavam à piscina municipal e frequentavam uma aula de natação de 1h30min durante um período de tempo diferente uma vez por semana. Existia também uma disciplina em conjunto com toda a turma relacionada com o grupo Etnográfico da freguesia. Uma professora deslocava-se todas as semanas à escola, num horário definido, para ensinar os alunos sobre as tradições e costumes da freguesia. Nesta hora ensaiavam danças folclóricas, aprendiam sobre o significado de cada traje folclórico e a importância do significado das tradições culturais.

O corpo docente da escola era constituído por um diretor, treze professores, sendo quatro deles docentes titulares, quatro eram educadores de apoio, sendo uma professora voluntária da região, uma professora de Ensino Especial, uma professora de música, uma professora do Grupo Etnográfico, dois professores de Expressão Físico-Motora (AEC) e uma professora de Expressões Plásticas, três funcionárias, um cozinheiro e uma ajudante de cozinha.

### **1.3. Caracterização da turma**

De modo a realizar a caracterização da turma na qual o estágio foi desenvolvido, interessa mencionar que frequentava o 3.º ano e era composta por dezoito alunos, oito do sexo masculino e dez do sexo feminino, tendo um dos alunos sofrido uma retenção no 3.º ano de escolaridade. Na turma existiam três alunos com Necessidades Educativas Especiais (NEE), assinalados a partir de RTP<sub>s</sub> (Relatório Técnico- Pedagógico) por parte da professora de Ensino Especial. Este relatório serve para identificar todas as necessidades dos alunos, as suas maiores dificuldades, identificando os fatores que facilitam e dificultam o seu



progresso e desenvolvimento, nomeadamente fatores relacionados com a escola e com o contexto. Nestes três alunos com NEE de carácter permanente estava incluído o aluno que já tinha sofrido uma retenção. Esse aluno apenas se mantinha dentro da sala de aula com o acompanhamento de um computador Magalhães fornecido pela escola que servia como estratégia de motivação.

Quanto ao nível socioeconómico e cultural da turma, pode caracterizar-se como médio, tendo em conta que existiam quatro alunos a beneficiarem de auxílios económicos, dos quais um era abrangido pelo escalão A e três pelo escalão B. Os encarregados de educação tinham atividades profissionais bastantes diversas, da área da emigração, do trabalho doméstico, na área da construção civil (empregueiro), com comércio próprio, existiam também técnicos de saúde, trabalhadores no setor privado, fabril e área económica (contabilidade).

No que respeita ao funcionamento da turma, verificava-se que os alunos conheciam minimamente as regras de comportamento, dentro e fora da sala de aula, demonstrando ser responsáveis, empenhados e bastante participativos. Porém, alguns deixavam-se distrair pelos colegas mais instáveis, causando algum distúrbio na sala de aula.

Durante o primeiro período os alunos sofreram uma mudança de sala de aula devido a uma avaria no retroprojektor. As observações e as primeiras implementações foram realizadas numa das salas do primeiro edifício, sala essa que não era propícia a uma boa dinâmica nas aulas uma vez que os alunos se encontravam de costas para o quadro de ardósia e de frente para o quadro interativo. Sempre que ocorriam situações em que a professora sentia necessidade de escrever alguma informação no quadro criava-se sempre um momento de desconcentração e desordem porque os alunos tinham que rodar as cadeiras para trás. Infelizmente, passado algum tempo, a mesma avaria aconteceu no projetor da sala de substituição, ou seja, ficamos impossibilitadas de utilizar recursos digitais. Com este acontecimento regressamos à sala antiga porque permitia que os alunos estivessem numa disposição mais “tradicional”, facilitando o bom funcionamento das aulas. Posteriormente o projetor foi arranjado e o ambiente dentro da sala de aula retomou à normalidade.

Em termos de comportamento, os alunos tinham alguma facilidade em distrair-se durante as temáticas abordadas o que causava algum descontrolo no comportamento geral da turma. Para amenizar esta situação foi implementada uma estratégia de motivação, sendo entregues no início de cada intervenção pedagógica estrelas douradas a cada aluno e, à medida que o comportamento de cada um fosse piorando a estrela dourada era-lhes retirada e entregue uma estrela com uma cor com valor inferior, verde, amarela ou vermelha.

Em termos de horário, como já foi dito anteriormente, os alunos normalmente iniciavam as aulas às nove horas e terminavam, por norma, entre as quinze e trinta e as dezassete horas, como se pode observar no quadro 1.

Horário	Segunda	Terça	Quarta	Quinta	Sexta
9:00 – 10:00	Português	Matemática	Matemática	Inglês	Português
10:00 – 10:30		Inglês		Apoio ao Estudo	
10:30 – 11:00	Piscina	<b>INTERVALO</b>			
11:00 – 11:30		Inglês	Português	Matemática	Ed. Cidadania
11:30 – 12:30	Expressões Plásticas	Português	GEA	Música	Apoio ao Estudo
12:30 – 14:00	<b>HORA DE ALMOÇO</b>				
14:00 – 15:30	Matemática	Estudo do Meio	Estudo do Meio	Português	Matemática
15:30 – 16:00	<b>INTERVALO</b>				
16:00 – 17:00	AEC	Expressões Plásticas	AEC	Matemática	AEC

Quadro 1- Horário da turma do 3.º ano

## 2. Percurso da Intervenção Educativa no 1.º Ciclo do Ensino Básico

Tal como previsto, a primeira parte da Prática de Ensino Supervisionada teve a duração de doze semanas, sendo as três primeiras dedicadas à observação e integração no contexto educativo. Ao longo deste período de tempo foi possível observar e analisar estratégias e práticas privilegiadas pela professora titular da turma na interação com os

alunos. Além disso, através do diálogo e do contacto direto com os alunos, foi possível conhecer os seus interesses, o seu envolvimento nas aulas, os seus ritmos de aprendizagem, o tipo de dinâmicas às quais estavam habituados, aspetos que se revelaram posteriormente fundamentais na planificação das aulas.

Tendo terminado a fase de observação/intervenção, iniciaram-se as dez semanas de regências, oito das quais tiveram três dias de intervenção e duas correspondentes a semanas completas (cinco dias), alternando o elemento do par de estágio responsável pela implementação. Portanto, cinco semanas com três dias de intervenção ficavam a cargo do estudante número 1 do par de estágio e outras cinco semanas equivalentes a cargo do estudante número 2 do par de estágio, aliadas a uma semana intensiva de regências (cinco dias) para cada um dos elementos do par pedagógico. Esta fase permitiu planificar pormenorizadamente as atividades a implementar, experienciar a ação educativa, bem como avaliar e refletir sobre a prática pedagógica implementada, aplicando os conhecimentos curriculares e didáticos nas áreas disciplinares de Estudo do Meio, Português, Matemática, Expressão-Plástica e Expressão Físico-Motora. O período de regências propiciou um conjunto alargado vivências essenciais à perceção da realidade escolar e à aquisição de aptidões profissionais e pessoais, fulcrais para a prática pedagógica. Estas vivências, diversificadas e enriquecedoras, revelaram-se autênticas experiências de aprendizagem com alunos do 3.º ano do Ensino Básico.

Desde o início da intervenção a professora cooperante fornecia atempadamente os conteúdos a lecionar, de forma a orientar o par pedagógico na estruturação e concretização da planificação. Seguidamente as professoras supervisoras de cada área disciplinar analisavam e corrigiam as planificações e, por fim, o par dedicava-se à sua correção de forma a implementar a aula nas melhores condições.

## **2.1. Áreas de intervenção**

### **Português**

Relativamente à área curricular de Português, foram trabalhados conteúdos dos diferentes domínios propostos no Programa e Metas Curriculares (MEC, 2013): Oralidade, Leitura e Escrita, Educação Literária e Gramática.

No domínio da Oralidade foi trabalhada a interação discursiva, a compreensão e expressão oral e a produção de discurso oral, dando ênfase, por exemplo, às atividades direcionadas para a expressão orientada, como a dramatização e a justificação de pontos de vista, opiniões e atitudes. Procurou-se sempre encaminhar os alunos no sentido de tentarem produzir um discurso oral com correção, utilizando estruturas frásicas cada vez mais complexas e vocabulário cada vez mais variado. Para serem exploradas, privilegiaram-se as experiências de leitura, quer silenciosa, quer em voz alta, de textos diversos, incluídos quer no manual escolar, quer em diversas obras de autores distintos.

Estas experiências tiveram como objetivo proporcionar aos alunos o contacto com textos dos mais variados géneros textuais e melhorar as capacidades de compreensão textual e de fluência de leitura. Além disso, tiveram também lugar as experiências de escrita de textos diversos, tendo por base a planificação da escrita, o processo de escrita em si, orientando os alunos para redigirem corretamente, utilizando os mecanismos de coesão e coerência adequados e tendo cuidado com as regras de ortografia e de pontuação, bem como o processo de revisão do texto escrito. A criatividade dos alunos foi também fomentada, visto que lhes foi proposto, por diversas vezes, que escrevessem textos criativos variados, de acordo com a temática que estivesse a ser abordada.

Relativamente ao domínio da Educação Literária deu-se destaque à utilização de obras de literatura para a infância e de textos literários recomendados pelo Plano Nacional de Leitura, como o livro “Trinta por uma linha”, “A árvore dos reбуçados”, “O senhor do seu nariz”, entre outros. Isto permitiu desenvolver nas crianças competências de leitura, ao nível da fluência (velocidade, precisão e prosódia), e de compreensão de texto, possibilitando-lhes responder individualmente e em grupo a questões variadas sobre os textos trabalhados. A abordagem de textos literários foi realizada, na maior parte das vezes, tendo por base a motivação através de uma atividade de pré-leitura, seguida de leitura e atividade de pós-leitura.

## **Matemática**

Refletindo sobre a prática nesta área disciplinar, a intervenção em Matemática assentou em dois domínios preponderantes: Números e Operações; e Organização e

Tratamento de dados. O segundo domínio foi trabalhado nas primeiras aulas da intervenção educativa, sendo possível analisar alguns dados, abordando estratégias para a construção de gráficos e posterior interpretação.

No domínio Números e Operações a turma tinha já alguns conhecimentos prévios consolidados, no entanto ainda foram identificadas lacunas na compreensão ao nível de resolução de problemas e também na destreza de cálculo mental. Procurou-se realizar tarefas diversificadas e proporcionar aos alunos experiências diferentes (jogos, fichas de trabalho, tarefas do manual, tarefas didáticas projetadas, trabalhos em par/grupo, etc.). Procurou-se que cada aula fosse desafiante para os alunos, levando-os a mobilizar conhecimentos prévios, de modo a compreenderem os conteúdos novos, sendo capazes de os aplicar. As temáticas trabalhadas nesta área foram: números naturais, tabuada do 7 e do 8, leitura e escrita de números, multiplicação e divisão, resolução de problemas, arredondamentos, etc.) e a contagem e interpretação do tempo (unidades de tempo). Sempre que um módulo era iniciado a aula seguia uma metodologia de trabalho através de um diálogo e, sempre que possível, recorrendo a recursos digitais e materiais manipuláveis.

Uma das temáticas que permitiu uma abordagem a partir de materiais manipuláveis foi a ordem dos números naturais e operações com números naturais, tendo recorrido ao material multibase. Ao longo do percurso educativo foram realizadas várias tarefas didáticas tendo em vista o desenvolvimento do raciocínio lógico e do cálculo mental. Além disso, os diversos conteúdos foram tratados tentando envolver todos os alunos, levando-os a serem protagonistas da sua própria aprendizagem, formulando questões diversas, dirigidas a cada um deles, “chamando-os” para o assunto de cada vez que a atenção de alguém se desviava do que estava a acontecer na sala de aula. Ao longo de todo o processo foi feita, sempre que possível, uma ligação interdisciplinar entre a matemática e outras áreas, inclusive a Expressão Plástica.

### **Estudo do Meio**

Na área disciplinar de Estudo do Meio destaca-se que, ao longo das sessões, os alunos tiveram que desenvolver capacidades pessoais em termos de atenção, compreensão, concentração e saber estar. A primeira temática, trabalhada foi do Meio

Social e teve como objetivo desenvolver o conhecimento da nacionalidade dos alunos e conhecer os símbolos nacionais regionais e locais. Os alunos caracterizaram a dinâmica da sua família através da construção da árvore genealógica e do estudo do seu passado familiar.

Posteriormente, foram trabalhados aspetos do Meio Físico relacionados com o corpo humano. Começou-se pelo estudo das sensações agradáveis e desagradáveis, no qual os alunos visualizaram alguns excertos de um filme onde as emoções da personagem principal eram bastante visíveis, permitindo depois realizar tarefas de consolidação das aprendizagens. Para finalizar este tema foi realizada uma atividade experimental sobre diferentes sensações que várias temperaturas da água poderiam causar no nosso corpo. De seguida, foi desenvolvido conhecimento sobre os sistemas digestivo, circulatório, respiratório, excretor e o reprodutor. A partir destas aprendizagens foi também possível realizar algumas atividades experimentais, em particular no âmbito do sistema respiratório, onde se construiu um pulmão artificial. Foram também mencionados os perigos do consumo de substâncias tóxicas e o que fazer em caso de hemorragia nasal, ferimento ligeiro, queimadura, mordedura de cão/gato, picadas de insetos ou entorses, ou seja, como aplicar cuidados de primeiros socorros. Para que os alunos pudessem levar estas aprendizagens, de forma a consultarem as indicações sempre que necessário foi construído um boletim individual de primeiros socorros que foi preenchido e analisado em sala de aula.

Posteriormente, voltou-se ao Meio Social, caracterizando o património local da cidade, bem como o passado do meio local, a importância dos costumes, tradições da cidade e de outros povos. As aulas foram sempre iniciadas através de um diálogo de forma a permitir compreender os conhecimentos prévios que cada aluno tinha sobre determinado tema. Depois optou-se por dar a conhecer aos alunos personagens e factos da história, bem como aspetos da vida quotidiana no tempo em que esses factos ocorreram. O maior objetivo era no fim de cada temática sensibilizar os alunos para a preservação do nosso património local, que cuidados devemos ter e que atitudes devemos evitar. Esta temática foi sempre conjugada com a disciplina extracurricular orientada pelo Grupo Etnográfico, devido às tradições e costumes da cidade. Nesta área os alunos

aplicaram os conhecimentos sobre as danças tradicionais através de ensaios da música Verde Gaio para apresentarem na festa de fim de ano letivo.

### Expressão Plástica e Expressão Físico-Motora

Na área curricular de Expressão Plástica foram trabalhados o bloco 1- Descoberta e Organização progressiva de volumes e o bloco 3- Exploração de técnicas diversas de expressão. Em todas as atividades procurou-se despertar nos alunos a imaginação e a criatividade, possibilitando desta forma o desenvolvimento da destreza manual e da sua capacidade de expressão de forma pessoal. No bloco 1, realizaram-se atividades de manipulação e exploração de diferentes materiais moldáveis. Como por exemplo na tarefa do dia dos reis, os alunos construíram um bolo rei a partir de pasta de modelar e decoraram-no com tintas guaches e purpurina, como se pode observar na figura 1.



Figura 1- Figuras criadas pelos alunos com pasta de modelar

Após a leitura de uma história sobre um sabonete na aula de Português, na aula de expressões os alunos e a professora fizeram sabonetes, tendo utilizado utensílios para os moldar (Bloco 1) (Figura 2), promovendo desta forma a interdisciplinaridade entre as duas áreas.



Figura 2- Sabonetes criados pela turma

Relativamente ao bloco 3, e recorrendo ao tema das horas numa das aulas de Matemática, os alunos criaram um relógio analógico a partir de uma base de cartão, com ponteiros feitos de palhinhas. O fundo do relógio foi colorido ao gosto de cada aluno, como se observa na figura 3. Desta forma os alunos exploraram as possibilidades de utilização de diferentes materiais, trabalhando também as capacidades motoras de delinear e de recorte.



Figura 3- Relógios construídos pelos alunos

Relativamente às aulas de Expressão Físico-Motora, estas ocorriam à terça-feira, de forma alternada com a Expressão Plástica, e tinham duração de 1h30min. Nesta área curricular, devido à duração do estágio, só foi trabalhar os blocos 2 e 4. No bloco 2 procurou-se trabalhar o os deslocamentos e equilíbrio, onde foram realizados circuitos formados por várias estações, como por exemplo, saltar por cima de objetos, contornar cones, equilibrar-se em cima da corda, saltar à corda, etc. No bloco 4 trabalhou-se a temática dos jogos de forma a garantir que os alunos realizassem ações motoras básicas de deslocamento, coordenando a sua ação para aproveitar as qualidades motoras, procurou-se realizar vários tipos de jogos como por exemplo, bola ao capitão, jogo da raposa, jogo da lagarta, futebol sem bola, entre outros, de forma a promover o trabalho de colaboração entre os alunos, estimulando desta forma o espírito de equipa. A maioria dos alunos da turma praticavam desporto fora do contexto escolar e por isso mostravam capacidades motoras nos diferentes jogos e circuitos realizados.



## 2.2. Envolvimento em projetos e atividades da escola

No âmbito da disciplina Complementos de Temas de Ensino foi-nos proposto proporcionar uma experiência pedagógica diferente daquela que os alunos vivenciavam no quotidiano da sala de aula, envolvendo objetivos de aprendizagem de diferentes áreas disciplinares e enquadrada pelo Projeto Educativo da Escola/Plano Curricular da Turma. Dado que o tema era “Tradições e costumes do Alto Minho” foi organizada uma visita de estudo ao centro histórico da cidade de Viana do Castelo, nomeadamente ao Museu do Traje e ao Navio Hospital Gil Eannes. Esta saída de campo realizou-se durante uma manhã, entre as 9h e as 12h30m.

Antes de entrar no Museu do Traje os alunos tiveram a oportunidade de observar o Chafariz da Praça da República, o Relógio Solar e visitar a Igreja da Misericórdia e a Avenida dos Combatentes da Grande Guerra (Figura 4).



Figura 4- Visita à Igreja da Misericórdia

No Museu do Traje, com o acompanhamento de um guia, foi possível aprender sobre a importância dos bordados vianenses e observar o processo de confeção (Figura 5), desde o tratamento do linho até ao produto final. Foi também fundamental perceber a razão pela qual se tornaram um símbolo de referência, tão emblemático da cidade.

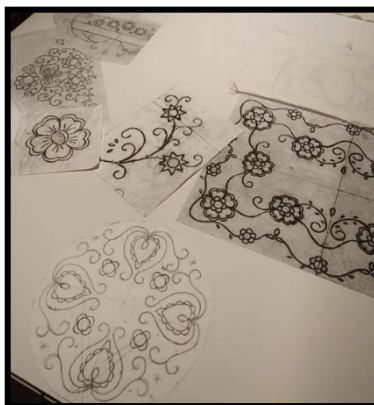


Figura 5- Bordados Vianenses

Nestes bordados os alunos também conseguiram identificar as simetrias existentes nesta arte decorativa. Tiveram a oportunidade de acompanhar passo a passo a criação do desenho de uma saia de um avental tradicional vianense. Também puderam deixar a sua marca no Museu simulando um bordado à escolha da turma, como se pode observar nas figuras 6 e 7.



Figura 6- Desenho dos alunos



Figura 7- Alunos desenham um bordado

Na visita ao Museu, foram também apresentados os tipos de traje para cada ocasião de cada freguesia de Viana do Castelo e a sala do ouro, onde estão expostas verdadeiras relíquias e preciosidades das mulheres vianenses que antigamente eram um grande fator de distinção entre o rico e o pobre (Figuras 8 e 9).



Figura 8- Trajes Vianenses



Figura 9- Museu do Ouro

No Navio Gil Eannes, também com a explicação de um guia, os alunos passaram por diferentes divisões do navio, tal como a barbearia (Figura 10), o quarto do comandante, a

cozinha, a despensa, a enfermaria, o laboratório de análises, o bloco operatório e a casa do leme (Figura 11).

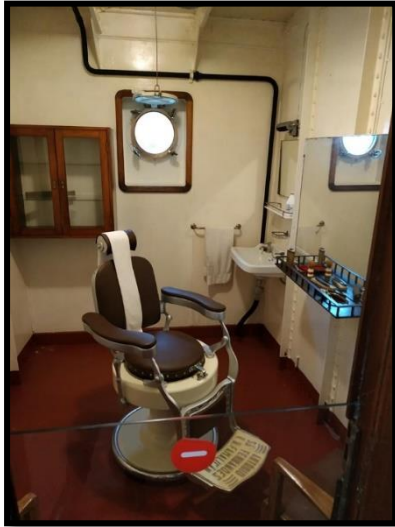


Figura 10- Barbearia



Figura 11- Casa do Leme

Esta visita de estudo teve como propósito que as crianças, como cidadãos ativos e responsáveis, conhecessem, através destas vivências, alguns aspetos do contexto e da história local.

## **Capítulo II- Intervenção em Contexto Educativo II**

### **1. Caracterização do contexto educativo do 2.º Ciclo do Ensino Básico**

Este segundo capítulo diz respeito à intervenção educativa no contexto do 2.º CEB. Visto que o meio local e o agrupamento coincidem com o contexto do 1.º CEB, apresentar-se-á apenas a caracterização da escola e da turma na qual se desenvolveu a intervenção em contexto educativo. Descreve-se também o percurso da intervenção educativa, realizado nas áreas curriculares de Matemática e de Ciências Naturais.

#### **1.1. Caracterização da escola**

A escola básica do 2.º e 3.º ciclos do Ensino Básico onde decorreu a Prática de Ensino Supervisionada, situava-se na cidade de Viana do Castelo. Foi inaugurada em 1975 e, ao longo do tempo, foi sofrendo remodelações, tornando-se em 1996 na escola que nos dias de hoje se conhece. Em 1999 tornou-se sede de agrupamento e, mais tarde, no ano letivo 2002/2003 e 2009/2010 foi integrada num mega agrupamento.

O edifício dos dias de hoje é constituído por dois pisos, um ginásio escolar exterior, acompanhado por um campo de futebol e um campo de basquetebol. Dentro do edifício escolar contabilizavam-se no piso inferior 9 salas de aulas e no piso superior 19 salas de aulas. Salienta-se que no piso inferior se encontravam também as casas de banho, a receção, a direção, os serviços administrativos, a sala dos professores, a cozinha, a cantina, o bufete, a sala de convívio dos alunos, a reprografia e os laboratórios científicos. No segundo piso, além das salas de aulas, encontravam-se a biblioteca dos alunos, duas salas de informática e as arrecadações, onde se guardava material de apoio às aulas, como por exemplo, os transferidores, réguas, compasso ou giz.

Em relação ao corpo docente desta instituição, em 2018/2019, era constituído por um diretor e por setenta e três professores, sendo que oito representavam o Ensino Especial. Para assegurar a segurança da escola e a sua manutenção a escola dispunha também de dezoito funcionários que desempenhavam diversas funções. A maior parte das salas de aula dispunham de um projetor e de um computador e havia acesso livre a uma rede local sem fios em toda a área escolar.

## **1.2. Caracterização da turma**

A turma que integrou a intervenção educativa frequentava o 6.º ano de escolaridade e era constituída por 20 alunos, dos quais dez eram do sexo masculino e dez do sexo feminino, com idades entre os onze e doze anos.

Na turma, cinco alunas apresentavam necessidades educativas especiais, relacionadas com défice de atenção e concentração. Nas aulas de Matemática e de Ciências Naturais estas alunas eram acompanhadas por uma professora do ensino especial que se sentava ao seu lado de forma a conseguir orientá-las da melhor maneira. Globalmente a turma apresentava um aproveitamento mediano nas várias disciplinas, mostrava gosto em participar, interesse nas aulas, principalmente nas aulas práticas, tinham espírito de equipa e amizade entre colegas e, em geral, também tinham um bom comportamento. Era um grupo assíduo, organizado e pontual. Relativamente aos ritmos de trabalho, a turma era heterogénea. Alguns alunos apresentavam capacidade de terminar as suas tarefas atempadamente ou de transcrever a informação do quadro para o caderno de forma mais rápida do que outros. Assim sendo, alguns precisavam de um apoio extra nestes momentos por parte da professora.

A maior parte dos encarregados de educação destes alunos apresentavam como habilitações académicas, uma licenciatura na área da saúde, gestão ou engenharia, tendo alguns também um negócio de comércio próprio, como uma loja de alimentos biológicos ou uma padaria. Todos os alunos tinham um irmão ou mais e a maior parte também tinha animais de estimação.

No primeiro questionário (Anexo 1) realizado aos alunos pode-se verificar que a disciplina favorita da maioria era a Educação-física, seguida da Matemática e, em último lugar, as Ciências Naturais, tal como se pode observar no gráfico 1.

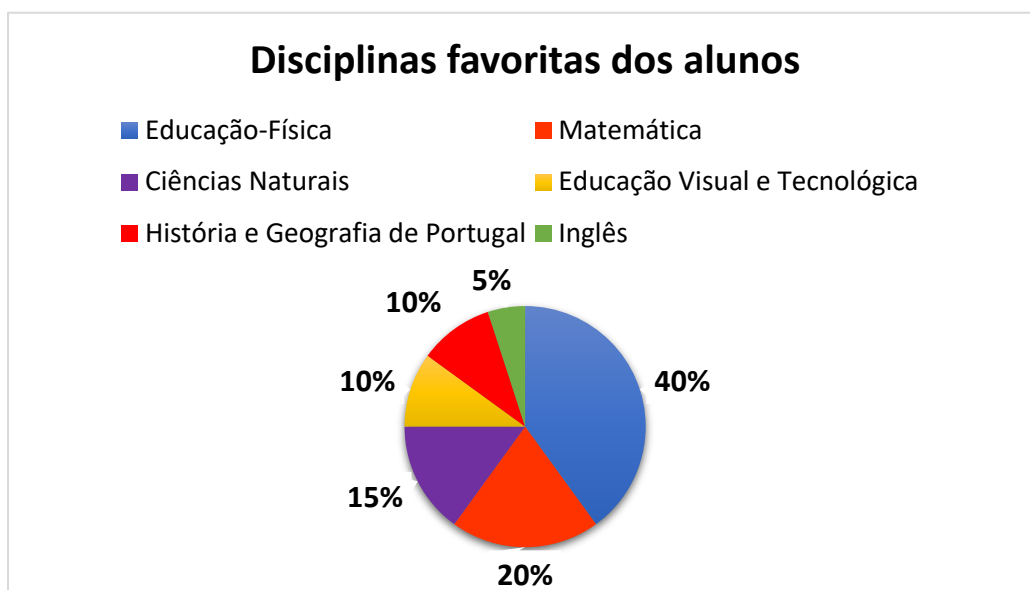


Gráfico 1- Disciplinas favoritas dos alunos

Relativamente ao horário da turma (Quadro 2), consta-se que as aulas iniciavam as aulas todos os dias às 8h30min e, como a maior parte dos alunos não frequentava a aula de Educação Moral, a turma tinha a tarde de quinta e sexta-feira livres. Os intervalos entre as aulas eram de 20 minutos e a pausa de almoço de 1 hora. Nos restantes dias a turma terminava o seu horário escolar às 16h15min, como se verifica no quadro 2. Salienta-se que a turma tinha acesso a várias aulas de apoio às disciplinas que evidenciavam mais dificuldades e essas aulas já estavam inseridas no horário normal de forma a garantir presença dos alunos.

Tempos	Segunda	Terça	Quarta	Quinta	Sexta
8:30 – 9:15	Inglês	Português	Ciências	Matemática	Matemática
9:15 – 10:00					
10:20 – 11:05	Português	Matemática	Educação-Física	AE (PORT)	Inglês
11:05 – 11:50					Ciências
12:00 – 12:45	Cidadania	AE (ING)	AE (EF)	História e Geografia de Portugal	AE (MAT)
12:45 – 13:30					
13:45 – 14:30	Educação	História e Geografia de Portugal	Educação Tecnológica		
14:30 – 15:15	Visual				
15:30 – 16:15	Educação-Física	AE (MAT)	AE (PORT)		

16:15 – 17:00				Educação Moral e Religiosa	
---------------	--	--	--	----------------------------------	--

Quadro 2- Horário da turma do 6.º ano

É importante destacar que os alunos já apresentavam uma independência e autonomia nas aulas diferente dos alunos do 1.º ciclo. Metade dos alunos já frequentavam a mesma turma desde o primeiro ano de escolaridade, o que se refletia na proximidade entre certos alunos e os respetivos encarregados de educação. Em todas as aulas optou-se por iniciar cada tema através da exploração de conhecimentos previamente abordados de forma a contextualizar as aprendizagens em cada disciplina.

## 2. Percurso da intervenção educativa no 2.º Ciclo do Ensino Básico

O percurso educativo no 2.º CEB realizou-se desde o mês de fevereiro até ao mês de maio de 2019, tendo a duração de quinze semanas. A primeira semana da PES neste período foi dedicada ao reconhecimento e integração no contexto, sucedendo-se cinco semanas de observação nas disciplinas de Ciências Naturais e de Matemática. Nestas semanas de observação foram preparadas as planificações para lecionar as aulas de Ciências Naturais. Após esta preparação, cumpriram-se seis semanas de regência das aulas de Ciências Naturais e, durante este período procedeu-se ao desenvolvimento das planificações das aulas de Matemática, nas cinco semanas seguintes. Simultaneamente foi preparado e desenvolvido o trabalho de investigação no âmbito da Matemática.

As aulas de observação foram cruciais para conhecer os alunos, os seus métodos de trabalho, as suas personalidades e para iniciar um contacto com a turma, de forma a familiarizaram-se com presença da estagiária. Aos poucos, a turma foi-se sentindo mais à vontade dando-se a conhecer, através das várias intervenções, quer individuais ou em grupo.

As aulas de Ciências Naturais eram sempre realizadas na mesma sala, no entanto as aulas de Matemática eram realizadas em duas salas de aulas diferentes, sendo que uma delas era uma sala de Educação Visual e dispunha de mesas e recursos diferentes de uma sala regular. Este período foi importante para realizar as planificações tendo em conta os recursos disponíveis em cada sala. Neste contexto educativo a intervenção foi realizada

sem a colaboração de um par de estágio, no entanto, o apoio dos professores cooperantes e das professoras supervisoras foi uma constante. As aulas foram planeadas de forma a atingir os objetivos propostos nos Programas (MEC, 2013), sendo sempre apoiadas nas Aprendizagens Essenciais (ME-DGE, 2018). Em relação à Matemática as aulas tinham como objetivo trabalhar o tema das Isometrias e nas Ciências Naturais, o processo de alimentação das plantas e a sua reprodução.

## 2.1. Áreas de Intervenção

### Matemática

As regências de Matemática ocorreram ao longo de cinco semanas, sendo que no espaço de uma semana eram realizadas três aulas de 90 minutos. As primeiras sete implementações tiveram como objetivo lecionar os conteúdos de acordo com o Programa e as Metas Curriculares (MEC, 2013), a partir de aulas de carácter exploratório e com recurso a material manipulável.

Mediante o tema das aulas optou-se sempre por uma primeira parte mais exploratória de forma a conduzir os alunos aos conceitos pretendidos. Esta introdução era realizada através de um exemplo projetado do Geogebra (Figuras 12 e 13) ou através de exploração de conceitos. Por exemplo, na aula da reflexão axial, a primeira isometria trabalhada, a professora estagiária desenhou de um dos lados de uma cartolina uma seta com tinta (Figuras 14 e 15) e questionou o que iria acontecer ao dobrar a cartolina ao meio. Os alunos tiveram a oportunidade de fazer previsões, justificar conjeturas e comparar as suas ideias. Também usaram papel vegetal para aprofundar a exploração da reflexão axial (Figuras 16 e 17).



Figura 12- Introdução da aula com o Geogebra



Figura 13- Introdução da aula com o Geogebra





Figura 14- Resultado final

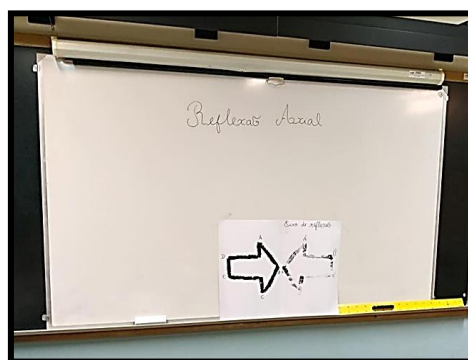


Figura 15- Exemplo de uma reflexão axial

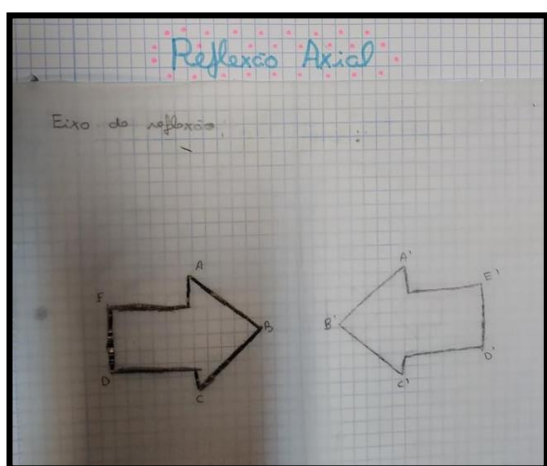


Figura 16- Exemplo do caderno do aluno M

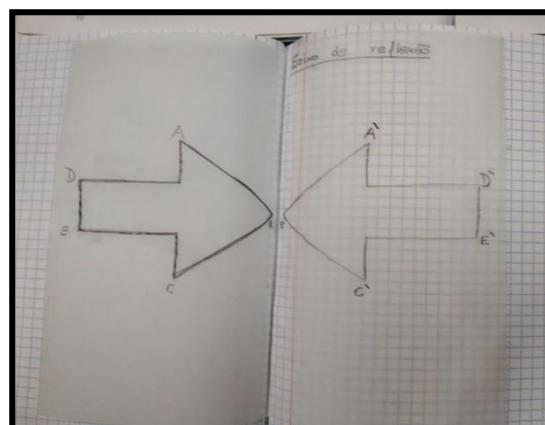


Figura 17- Exemplo no caderno da aluna J

Após esta introdução, os conteúdos eram formalizados e, para finalizar de forma a consolidar as aprendizagens, realizava-se uma tarefa mais lúdica usando vários materiais manipuláveis, de acordo com o tema abordado. Por exemplo, na aula onde foi abordado o tema das simetrias de reflexão (Figuras 18 e 19), os alunos usaram o espelho para verificar quantas simetrias de reflexão apresentava cada letra do seu nome.

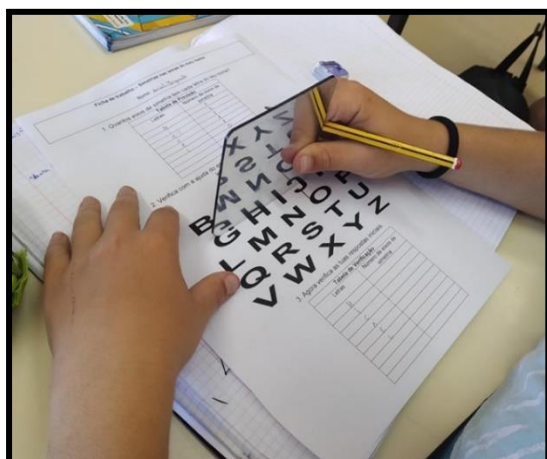


Figura 18- Aluno G à descoberta das simetrias de reflexão das letras do seu nome



Figura 19- Aluno F à descoberta das simetrias de reflexão das letras do seu nome

Outro exemplo, também com a reflexão axial, incidiu na utilização do geoplano. Um dos alunos desenhava uma figura e o seu par desenhava a figura transformada, de acordo com o eixo de reflexão dado, como se pode verificar nas figuras 20 e 21.



Figura 20- Alunas utilizam o geoplano para praticar a reflexão axial



Figura 21- Alunas praticam a reflexão axial no geoplano

No fim, após trabalhar todos os conteúdos do tema das isometrias, procedeu-se à realização do trilho matemático virtual de forma a consolidar as aprendizagens e finalizar a exploração do tema. Esta atividade decorreu na sala de informática em duas aulas de 90 minutos. No dia da décima implementação houve uma visita de estudo da disciplina de História e Geografia de Portugal, no entanto nem todos os alunos foram e alguns tiveram que comparecer às aulas no horário normal. Neste dia optou-se por levar o pequeno grupo de 5 alunos até ao recreio da escola para explorar exemplos de isometrias que pudéssemos encontrar naquele ambiente que estava à nossa volta, como se pode observar nas figuras 22 e 23.



Figura 22- Aluno D explora as simetrias de rotação da figura



Figura 23- Aluno D explora a existência de isometria no bebedouro

É de salientar que, em todas as aulas houve, o cuidado de dedicar um período de tempo à transcrição de um resumo da matéria do dia do quadro para o caderno diário, de forma a que os alunos reunissem toda a informação necessária ao seu estudo. De forma a completar os apontamentos a professora entregava aos alunos a definição de cada conceito, como se pode observar nos exemplos apresentados nas figuras 24 e 25, que remetem para a aula dedicada às simetrias de reflexão.

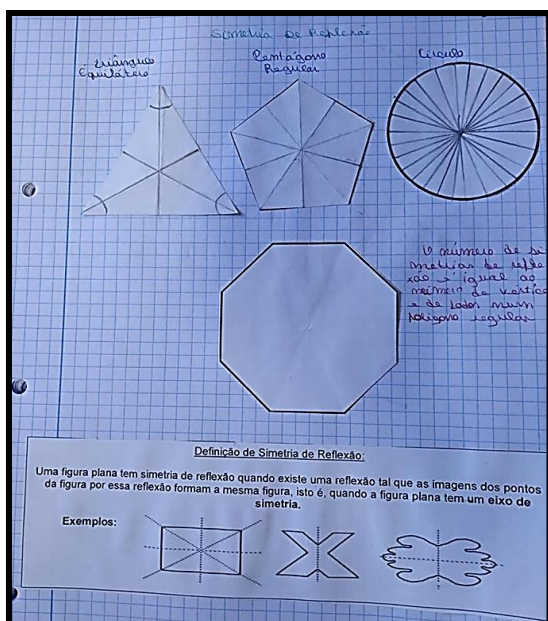


Figura 24- Apontamentos do caderno do aluno T

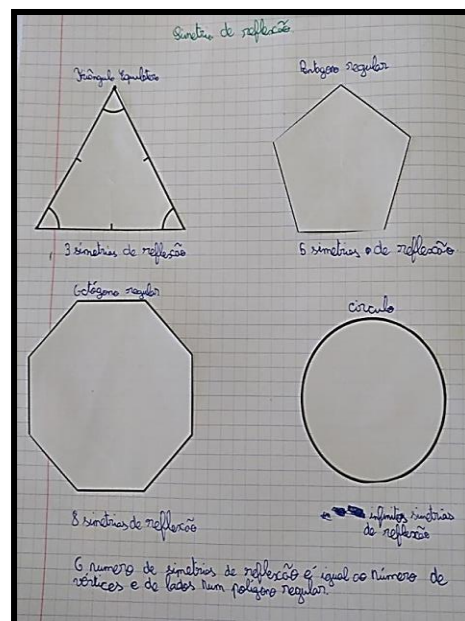


Figura 25- Apontamentos do caderno do aluno M

Para terminar, as duas aulas seguintes foram dedicadas a revisões e ao preenchimento do questionário final. Na penúltima aula foi realizada a ficha de avaliação e, por fim, a última aula foi destinada à sua entrega e correção.

### Ciências Naturais

A leção desta disciplina teve uma duração de seis semanas, sendo que durante uma semana eram realizadas uma aula de 90 minutos e outra de 45 minutos. No momento de planificar as aulas optou-se por uma abordagem exploratória, introduzindo uma imagem ou uma pergunta que serviria de base de discussão até chegar ao tema da aula. Nesta disciplina as aulas tinham uma natureza mais prática. Salienta-se que o aproveitamento da turma era um pouco melhor do que na disciplina de Matemática, visto

que os alunos demonstravam mais interesse e vontade de participar. Os temas trabalhados primeiramente foram a transpiração nas plantas e a fotossíntese, como processo de obtenção de alimento. Para o primeiro conteúdo foi realizada com os alunos uma atividade que consistia em tapar uma sardineira com um saco plástico e colocá-la ao sol. Na aula seguinte os alunos puderam comprovar que as plantas transpiram devido ao facto de o saco de plástico apresentar cutículas de água, como se pode observar na figura 26.



Figura 26- Atividade laboratorial para provar que as plantas

Para o tema da fotossíntese realizaram-se duas atividades laboratoriais. A primeira serviu para provar que a água e os sais minerais tinham um movimento ascendente, desde a raiz até às folhas, usando para isso o microscópio para observar os vasos condutores destes minerais. Esta atividade laboratorial consistiu em mergulhar um caule de aipo numa solução com corante vermelho, para que na aula seguinte fosse possível visualizar os vasos condutores corados e, desta forma, provar o movimento da seiva bruta desde a raiz até às folhas (Figura 27). O aipo foi escolhido porque de todos os legumes com caule, o caule do aipo é bastante vascularizado e apresenta vasos bastante dilatados que nos permite visualizá-los a olho nu (Figura 28).



Figura 27- Atividade laboratorial do movimento da seiva bruta



Figura 28- Folhas coradas que comprovam o movimento da seiva bruta

Foi também realizada outra experiência que permitia identificar os fatores que influenciam a fotossíntese. Os fatores testados foram a luz, falta de sais minerais e a ausência de dióxido de carbono no ar. Após a fotossíntese foi trabalhado com os alunos o processo de reprodução nas plantas com e sem semente, onde também se realizaram algumas atividades laboratoriais, nomeadamente a decomposição dos elementos que constituem uma flor e a sua observação através do microscópio. Durante as aulas foram utilizados vários vídeos como forma de consolidação das aprendizagens, tendo sido também utilizados PowerPoints com imagens, de forma a que os alunos pudessem visualizar os fenómenos e compreendê-los da melhor forma.

## 2.2. Envolvimento em projetos e atividades da escola

No dia 5 de junho celebrou-se o dia Mundial do Ambiente, no âmbito da disciplina de Ciências Naturais e do Projeto Ecoescolas, procurou-se criar um momento de sensibilização para com o ambiente e os cuidados a ter. No intervalo da manhã todas as turmas do 6.º ano da escola deslocaram-se ao recreio e cantaram uma música da autoria do compositor e cantor Paulo Praça, chamada “Por um ambiente melhor”. A turma esteve encarregue de segurar uma lona com uma mensagem alusiva ao dia, “Todos juntos por um ambiente melhor” (Figura 29).



Figura 29- Alunos transmitem uma mensagem sobre o ambiente

### **Parte II- Trabalho de Investigação**

Esta parte do relatório é dedicada ao trabalho de investigação realizado no 2.º CEB e está organizada em seis capítulos. O primeiro visa justificar a pertinência do estudo e caracterizar o problema e as questões de investigação. O segundo é destinado à fundamentação teórica suportada pelas ideias de vários autores. Segue-se o terceiro capítulo, que diz respeito à metodologia de investigação escolhida na realização do estudo. O quarto capítulo apresenta os procedimentos de conceção do trilho matemático virtual realizado na cidade de Viana do Castelo, bem como as tarefas que contempla. De seguida, o quinto capítulo é dedicado à apresentação e discussão dos resultados, relatando o desempenho e as atitudes da turma e dos grupos-caso durante o trilho. Por fim, no sexto capítulo expõem-se as conclusões da investigação.

## Capítulo I- Introdução

Neste capítulo pretende-se fundamentar a pertinência do estudo, identificando o problema e as questões de investigação.

### 1. Pertinência do estudo

Segundo as Aprendizagens Essenciais (ME-DGE, 2018), o ensino da Matemática deve respeitar princípios da equidade e qualidade, dando sempre ênfase a aprendizagens matemáticas relevantes e sustentáveis para todos os alunos. Nos dias de hoje é de concordância global que o conhecimento matemático se apresenta ao mundo como um instrumento de eleição no que diz respeito à análise e compreensão do funcionamento da sociedade. Pode-se salientar também que esta disciplina contribui para melhorar a capacidade de argumentação e de justificação dos alunos consoante a situação (ME-DGE, 2013). Do mesmo modo o documento Perfil do Aluno à saída da escolaridade obrigatória defende que todos os alunos devem ser encorajados a querer aprender mais, desenvolvendo, desta forma, a sua curiosidade e reflexão sobre o mundo que os rodeia (ME-DGE, 2017). Educar no século XXI exige a perceção de que é fundamental ajudar os alunos a adaptarem-se a novos contextos, mobilizando desta forma as competências necessárias para atualizar os conhecimentos e desempenhar novas funções (ME-DGE, 2017).

Apesar da enorme evolução tecnológica dos últimos anos, reconhece-se que a Tecnologia ainda evidencia várias limitações no contexto escolar, sendo frequentemente associada a disciplinas como TIC, ou sendo apenas utilizada em salas de informática de uso ocasional, equipadas para o efeito. Dito isto, é fundamental que todos os profissionais de educação estejam atentos à evolução da sociedade e adaptem este progresso à sala de aula, de forma a proporcionar uma formação que permita a cada “indivíduo prestar o seu contributo ao progresso da sociedade” (Silva, 2003, p.17). Em particular, o ensino da Matemática deve desenvolver nos alunos a capacidade de reconhecer e valorizar o papel da disciplina na tecnologia, para além de outros domínios da atividade humana (ME-DGE, 2018). Os avanços tecnológicos acabam por convocar a disciplina de Matemática, formando uma parceria, obrigando a que o papel da Matemática se torne mais visível na

sociedade. Na matemática escolar os alunos devem ser envolvidos em tarefas que integrem tecnologia e que, simultaneamente, promovam reflexão e discussão (Abrantes, Serrazina & Oliveira, 1999; NCTM, 2000). Este estudo centra-se no domínio da Geometria e Medida, mais concretamente no tema das isometrias, e foi pensado de forma a integrar a tecnologia na disciplina de Matemática. A escolha do tema prendeu-se com a necessidade de abordar as isometrias nas regências de Matemática, no entanto, pode dizer-se que a geometria é um dos temas matemáticos que mais ligação tem ao mundo que nos rodeia, sendo visível em fachadas de edifícios, estruturas de varandas, azulejos, calçadas, portões, sinais de trânsito, entre outros, o que nos faz refletir na importância desta temática. Este estudo teve como objetivo proporcionar uma perspetiva clara da presença dos elementos geométricos no dia-a-dia e, para isso, utilizou-se uma ferramenta tecnológica, o Google Maps. Trata-se de um recurso que pode mudar a dinâmica da aula, ampliando-a para além dos limites físicos, de forma a abranger outros locais e espaços, enriquecendo as experiências dos alunos (Simões & Portela, 2004).

Nesta investigação, procurou-se estabelecer uma parceria entre a tecnologia e os contextos não formais de aprendizagem, através de um trilha matemático. A realização de um trilha, proporciona aos alunos a oportunidade de utilizar e aplicar, em contexto real, a matemática que aprendem dentro da sala de aula, criando desta forma uma atmosfera de aventura e exploração (Barbosa, Vale & Ferreira, 2015). Assim sendo, pensou-se que seria interessante fundir as duas abordagens de forma a ser possível realizar um trilha matemático a partir de um recurso tecnológico. Ou seja, a partir do Google Maps foi possível criar uma realidade virtual e transportar os alunos para o exterior, sem sair da sala de aula, evitando assim os constrangimentos associados à realização de um trilha matemático convencional.

## **2. Problema e questões de investigação**

Em concordância com as ideias previamente apresentadas, na Matemática escolar os alunos devem ter a possibilidade de realizar tarefas que integrem tecnologia, aspeto que lhes permite explorar conceitos matemáticos de uma outra perspetiva. Por outro lado, o meio envolvente é um contexto rico em oportunidades para trabalhar a Matemática e, em



particular, a Geometria. Com base nestas ideias desenvolveu-se um estudo com o objetivo de compreender o modo como alunos do 6.º ano de escolaridade mobilizam conhecimentos referentes às isometrias na realização de um trilho matemático virtual. Com este intuito, foram formuladas duas questões de investigação:

Q.1. Como se caracteriza o desempenho dos alunos na resolução de tarefas sobre isometrias num trilho matemático virtual com o Google Maps?

Q.2. Que atitudes evidenciam os alunos na realização de um trilho matemático virtual com o Google Maps?

## Capítulo II- Fundamentação teórica

O presente capítulo tem como objetivo sustentar teoricamente o problema em estudo, tendo por base autores e documentos de referência, bem como estudos um foco semelhante. Assim, está estruturado em cinco subcapítulos que se assumem como fundamentais para o estudo em questão. Primeiramente são abordadas as principais orientações para o ensino e aprendizagem da Matemática. Segue-se uma breve abordagem do tema das isometrias, trabalhado no 6.º ano de escolaridade, discutindo algumas questões de ensino e aprendizagem consideradas pertinentes. O terceiro ponto trata os trilhos matemáticos virtuais. Começa-se por clarificar a definição de trilho matemático e de seguida foca-se a importância do papel da tecnologia como recurso educativo com grande potencial em questões de ensino e aprendizagem da Matemática, incidindo, particularmente, no Google Maps. Posteriormente, são abordados fatores afetivos na aprendizagem da Matemática e finaliza-se o capítulo com a referência a estudos empíricos que tiveram por base temas relacionados com a presente investigação.

### 1. Orientações para o ensino e a aprendizagem da Matemática

Atualmente no sistema de ensino português existem três documentos orientadores para o professor, indispensáveis para garantir um ensino da Matemática de qualidade, são eles as Aprendizagens Essenciais (ME-DGE, 2018), o Programa de Matemática do Ensino Básico (MEC, 2013) e o Perfil dos alunos à saída da escolaridade obrigatória (ME-DGE, 2017). Para além destes documentos, há outros que importa também usar nesta discussão, pela importância que tiveram nas práticas, como é o caso do programa de matemática anterior (ME- DGIDC, 2007).

Segundo o programa de Matemática de 2007 (ME- DGIDC, 2007), para além dos temas tradicionalmente associados à matemática escolar, devem ser também valorizadas as dimensões da aprendizagem relacionadas com as representações matemáticas, a comunicação e o raciocínio em Matemática, a resolução de problemas e as conexões matemáticas, e a compreensão e disposição para usar e apreciar a Matemática em contextos diversos. De acordo com o mesmo documento, a disciplina de Matemática no ensino básico deve contribuir para o desenvolvimento pessoal do aluno, deve

proporcionar a formação matemática necessária a outras disciplinas e ao prosseguimento de estudos – em outras áreas e na própria Matemática- e deve contribuir, também, para a sua plena realização na participação e desempenho sociais e na aprendizagem ao longo da vida. Destaca ainda que existem três grandes capacidades transversais a toda a aprendizagem da Matemática, são elas: a Resolução de problemas, o Raciocínio matemático e a Comunicação Matemática. A resolução de problemas é vista como uma capacidade matemática fundamental, considerando-se que os alunos devem adquirir desembaraço e à vontade para lidar com problemas matemáticos em contextos matemáticos e não-matemáticos. O raciocínio matemático é outra capacidade fundamental que envolve a formulação e verificação de conjeturas e, numa fase mais avançada, a sua demonstração. Por último, a comunicação matemática é outra capacidade transversal realçada, envolvendo as vertentes oral e escrita, incluindo o domínio progressivo da linguagem simbólica e científica própria da matemática da qual os alunos devem ser portadores.

O programa de matemática em vigor revela a preocupação de potenciar e aprofundar a compreensão, que se entende ser um objetivo central (MEC-2013). Identifica para o ensino básico cinco domínios que se encontram interligados e articulados em todos os ciclos de escolaridade, que são: Números e Operações, Geometria e Medida, e Organização e Tratamento de Dados (para o 1.º CEB); Álgebra, lecionada nos 2.º e 3.º ciclos; e, por fim, as Funções, Sequências e Sucessões que apenas está presente no 3.º ciclo (MEC-2013). Destaca três grandes finalidades: a estruturação do pensamento, a análise do mundo real e a interpretação da sociedade.

Estas finalidades só podem ser atingidas se os alunos forem apreendendo os métodos próprios da Matemática. Neste sentido, é decisivo para a educação futura dos alunos que se cultive de forma progressiva, desde o 1º ciclo, o rigor das definições e do raciocínio, a aplicabilidade dos conceitos abstratos ou a precisão dos resultados. (MEC-2013, p.52)

Segundo o documento Aprendizagens Essenciais (ME-DGE, 2018) o ensino da Matemática, ao nível da escolaridade básica, deve visar aprendizagens matemáticas revelantes e sustentáveis para todos os alunos. Este documento defende que o ensino da

matemática deve ser norteado com a finalidade de promover a aquisição e desenvolvimento de conhecimento e experiência em Matemática e a capacidade da sua aplicação em contextos matemáticos e não matemáticos. Neste sentido, privilegia-se uma aprendizagem da Matemática com compreensão, bem como o desenvolvimento da capacidade de os alunos em utilizá-la em contextos matemáticos e não matemáticos ao longo da escolaridade, e nos diversos domínios disciplinares, por forma a contribuir não só para a sua autorrealização enquanto estudantes, como também na sua vida futura pessoal, profissional e social (ME-DGE,2018).

Segundo as aprendizagens essenciais o ensino da Matemática deve ainda proporcionar-se uma formação que promova nos alunos uma relação positiva com a disciplina, bem como uma visão da Matemática que corresponda à sua natureza enquanto ciência e integre o reconhecimento do seu valor cultural e social de forma a desenvolver a autoconfiança nos conhecimentos, autonomia e capacidades matemáticas (ME-DGE, 2018).

No que refere Perfil dos Alunos à saída da escolaridade obrigatória, publicado em 2017, sublinham-se as competências que os alunos têm que trabalhar e desenvolver ao longo do percurso correspondente à escolaridade obrigatória, e que são transversais a todos os documentos orientadores para o ensino. Essas competências incluem o pensamento crítico e criativo, o raciocínio e a resolução de problemas, saber científico, técnico e tecnológico e, também, o desenvolvimento pessoal e a autonomia dos alunos (ME-DGE, 2017).

É de uma clara perceção que todos os documentos orientadores referidos defendem que os alunos devem desenvolver, ao longo do ensino básico, várias aptidões matemáticas que são transversais e que podem ser aplicadas na vida social, afetiva e empreendedora dos alunos à saída da escolaridade obrigatória

## 2. O ensino e a aprendizagem das Isometrias

### 2.1. Isometrias: breve abordagem

Este estudo incide particularmente num tema do domínio da Geometria e Medida, do 2.º CEB, as Isometrias. Neste ponto abordar-se-ão de forma breve algumas ideias sobre o tema das isometrias.

De forma a clarificar o conceito de isometria, Breda, Serrazina, Menezes e Oliveira (2011) afirmam que se trata de uma transformação geométrica responsável por transformar uma figura em outra geometricamente igual através de processos geométricos. É, portanto, uma transformação que preserva a distância entre quaisquer dois pontos do plano.

A partir destas transformações as figuras podem adquirir disposições mais complexas surgindo assim vários padrões, frisos, rosáceas ou pavimentações que se encontram presentes ao nosso redor, como por exemplo, em azulejos, calçadas, gradeamentos, monumentos, varandas e ornamentos. O conceito de isometria está estritamente ligado ao de simetria. Diz-se que uma figura é simétrica quando existir pelo menos uma isometria que a deixe invariante, isto é, que a leva a coincidir consigo mesma. Uma isometria ou movimento rígido é um caso particular de uma transformação geométrica que tem a particularidade de conservar as distâncias entre os pontos (Breda et al., 2011). As isometrias trabalhadas no 2.º CEB são a reflexão axial, a rotação e a reflexão central, por isso serão estas a merecer a atenção neste trabalho.

Breda et al., (2011) defende que uma das isometrias fundamentais do plano é a reflexão. São as reflexões que geram todas as isometrias do plano. Por outras palavras, podemos obter qualquer isometria do plano por composição de reflexões.

Passa-se à definição das isometrias trabalhadas no 2.º CEB que foram a reflexão axial, a rotação e a reflexão central.

#### **Reflexão Axial**

Segundo Breda et al. (2011), sendo  $l$  uma reta do plano, a reflexão de eixo  $l$ ,  $R_l$ , é a transformação do plano que: fixa cada ponto de  $l$ , isto é,  $R_l(P)=P$  para todo o ponto  $P$  em  $l$ ,

e transforma cada ponto  $Q$  que não pertence a  $l$  num ponto  $Q'$  (distinto de  $Q$ ), situado na reta perpendicular a  $l$  que passa por  $Q$  e que está a uma distância do ponto de interseção das duas retas igual à distância a que  $Q$  está desse mesmo ponto. Na figura 30 é possível observar exemplos de reflexões axiais com eixos de simetria com diferentes direções.

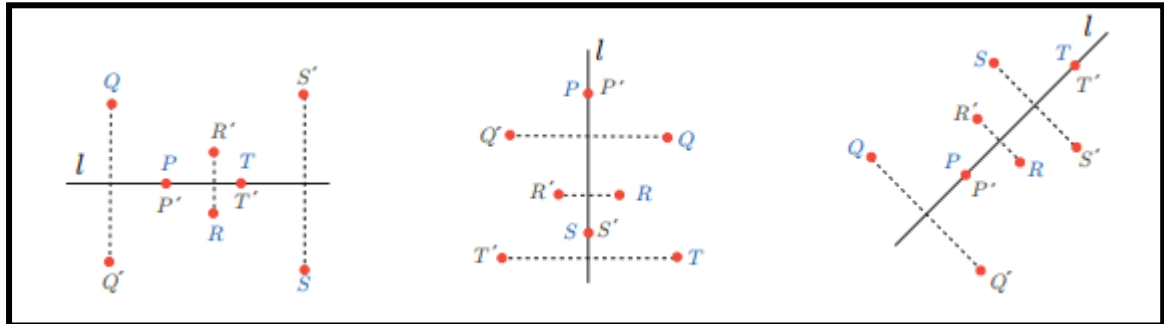


Figura 30- Pontos do plano e seus transformados por reflexões axiais

Ao analisar as seguintes figuras, 31 e 32, pode-se verificar que o eixo de reflexão se comporta como um espelho de dupla face, refletindo desta forma a figura para o lado contrário. Esta é considerada uma outra forma de visualizar uma reflexão axial.

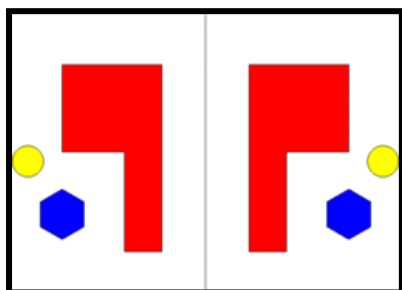


Figura 31- Exemplo de uma reflexão axial

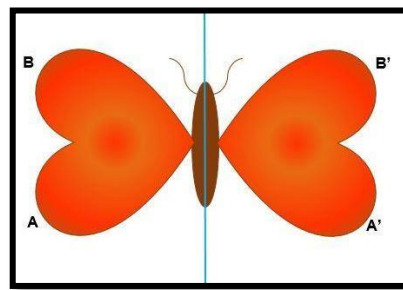


Figura 32- Exemplo de uma reflexão axial

A reflexão axial preserva retas, semirretas, segmentos de reta, amplitudes de ângulos e as relações de paralelismo e perpendicularidade entre retas. Pode dizer-se, por isso, que se trata de uma isometria. O eixo de reflexão pode também ser considerado como a mediatriz entre o ponto inicial e a sua imagem.

Nesta isometria podemos trabalhar também as simetrias de reflexão. Entende-se que uma figura apresenta simetrias de reflexão quando existe uma reflexão tal que as imagens dos pontos da figura por essa reflexão formam a mesma figura, isto é, quando a

figura plana tem um eixo de simetria. Considerando as figuras acima apresentadas, pode-se afirmar que a figura 32 é um exemplo de uma figura com simetrias de reflexão.

### Rotação

De acordo com Breda et al. (2011), a rotação de centro no ponto  $O$  e ângulo orientado de amplitude  $\alpha$  é a transformação do plano,  $R_O$ , que, fixa  $O$ , isto é,  $R_O(O) = O$  e transforma cada ponto  $P$ , distinto de  $O$ , num ponto  $P' = R_O(P)$ , situado na circunferência de centro  $O$  e raio  $d(O, P)$ , tal que a medida do ângulo orientado  $POP'$ , que tem por lado-origem a semirreta  $OP$  e lado-extremidade a semirreta,  $OP'$ , tem amplitude  $\alpha$ .

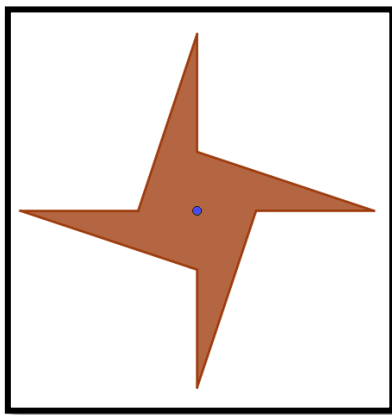


Figura 33- Figura com rotação

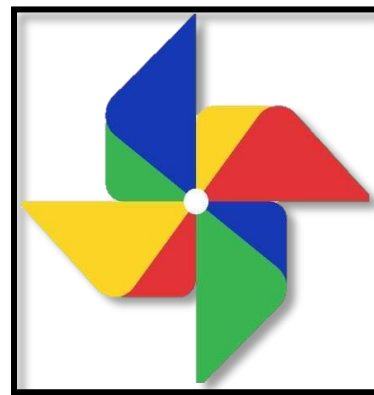


Figura 34- Figura com rotação

Observando as figuras 33 e 34, pode-se verificar que uma rotação é uma transformação geométrica que apresenta um centro de rotação, uma amplitude de rotação e um sentido de rotação. Uma rotação pode acontecer em dois sentidos: considera-se “sentido positivo” quando é anti-horário (movimento contrário ao dos ponteiros do relógio) e “sentido é negativo” quando é igual ao do movimento dos ponteiros de um relógio (sentido horário).

Tal como sucede com a reflexão axial, uma rotação também preserva a distância entre dois pontos, mantendo os comprimentos dos segmentos de reta e as amplitudes dos ângulos, tratando-se igualmente de uma isometria.

Nesta isometria pode-se trabalhar os conteúdos de simetrias de rotação. Entende-se que uma figura apresenta simetrias de rotação quando existe pelo menos uma rotação de ângulo não nulo e não giro tal que as imagens dos pontos da figura por essa rotação

formam a mesma figura. No caso das figuras acima apresentadas pode-se considerar que ambas representam exemplos de figuras com simetrias de rotação, neste caso quatro.

### Reflexão Central

Dado um ponto  $O$  e uma figura  $T$ , a reflexão central de centro  $O$  da figura  $T$ , resulta numa figura geométrica igual, após a uma rotação de  $180^\circ$  em torno de  $O$ . Se  $A$  é um ponto qualquer da figura  $T$ ,  $O$  é o ponto médio do segmento de reta  $[AA']$  em que  $A'=T(A)$ . Esta propriedade pode ser tomada como definição da transformação meia-volta. Numa meia-volta, o único ponto fixo é o centro, como podemos observar na figura 35. Todas as retas são alongadas pelo centro e são (globalmente) fixas (Veloso, 2009).

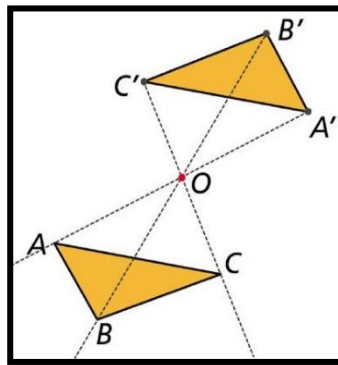


Figura 35- Reflexão central de uma figura de centro  $O$

Uma reflexão central mantém as mesmas propriedades já referidas nas isometrias mencionadas anteriormente, ou seja, transforma um segmento de reta noutra com o mesmo comprimento e transforma um ângulo noutra com a mesma amplitude. Esta isometria é um caso particular da rotação visto que aplica uma amplitude fixa de rotação de  $180^\circ$ . Na reflexão central, o sentido de rotação não interfere na transformação geométrica visto que se a figura rodar  $180^\circ$ , em qualquer sentido, a posição final vai permanecer invariável.

### 2.2. Isometrias no currículo do ensino básico

No estudo da geometria, as transformações isométricas desempenham um papel importante, pois facilitam uma outra perspetiva através da qual os objetos geométricos podem ser analisados e interpretados. Os alunos deverão aprofundar, ao longo dos anos da escolaridade obrigatória, conhecimentos sobre transformações geométricas,



explorando alguns dos movimentos que se associam às translações, reflexões, reflexões deslizantes e rotações, tornando-os mais formais (NCTM, 2007).

As transformações geométricas desempenham um papel fundamental no Ensino Básico, pois são responsáveis por desenvolver uma perspetiva mais abrangente através da qual os objetos geométricos podem ser analisados e interpretados. Já em 1998, Veloso afirmava ser “essencial retomar a intenção de dar às transformações geométricas o seu papel importante no ensino da geometria” (Veloso, 1998). O trabalho nesta temática deve implicar a exploração de tarefas, movimentos, materiais e software específico para o efeito, como o de geometria dinâmica (ME-DGIDC, 2007).

Consultando o Programa de Matemática do Ensino Básico de 2007, verifica-se que os alunos do 1.º CEB já iniciavam a exploração das isometrias neste nível, em particular a simetria axial (eixos na horizontal e vertical). No 1.º CEB era ainda abordada a construção de frisos e a identificação de eixos de simetria proporcionando desta forma um primeiro contacto com as transformações geométricas. No 2.º ciclo as isometrias começavam a ser abordadas mais profundamente (ME-DGIDC, 2007), tendo por base tarefas que proporcionassem oportunidades para observar, analisar, relacionar e construir figuras geométricas e de operar com elas.

No estudo realizado por Xistouri e Pitta-Pantazi (2011) baseado nas habilidades dos alunos em resolver tarefas relacionadas com as transformações geométricas, verificou-se que a rotação foi considerada a transformação mais difícil de concretizar devido à dificuldade de visualização apresentada pelos mesmos.

Na mesma linha de pensamento, Turgut, Yenilmez e Anapa (2014) referem que, no geral, os alunos apresentam mais dificuldades na rotação porque têm de considerar vários aspetos em simultâneo, como a distância do objeto, a amplitude do ângulo, entre outros, enquanto que a reflexão é considerada mais intuitiva. Gomes (2012) também partilha desta ideia, pois no estudo que realizou os alunos apresentaram maior dificuldade em resolver tarefas que envolviam rotação.

Já o Programa de Matemática que está em vigor, determina que as transformações geométricas surjam apenas no 2.º ciclo (MEC, 2013). Neste nível são aprofundados vários conteúdos já iniciados no 1.º ciclo, dando-se destaque no 6.º ano de escolaridade às

transformações geométricas, a reflexão axial e a rotação, bem como as simetrias de reflexão e de rotação.

A integração destes conteúdos no programa do ensino básico justifica-se pela importância atribuída às transformações geométricas, em primeiro lugar pela relevância que têm tido na história da matemática, mas também porque constituem um campo rico de conexões e uma ferramenta muito útil para demonstrações e para resolver problemas (Bastos, 2007).

### **2.3. Isometrias: questões de ensino e aprendizagem**

No momento de planificação todos os professores estão, de certa forma condicionados pelas orientações curriculares, e por isso faz parte do trabalho do professor selecionar as estratégias e os recursos mais adequados ao processo de ensino e aprendizagem. Para isso, é fundamental que tenha em conta as especificidades das temáticas a abordar e as dificuldades tradicionalmente sentidas pelos alunos.

As crianças já começam desde muito cedo, de forma até inconsciente, a formular relações e definições quando, por exemplo, “usam transformações informalmente quando fazem puzzles – rodam as peças, e deslocam-nas para o seu lugar. Deste modo, também aprendem que mudar a posição ou orientação de um objeto não altera a sua forma ou o seu tamanho”. Mas para que a aprendizagem seja plena é também importante que os alunos adquiram vocabulário apropriado correspondente às transformações geométricas e que sejam capazes de descrever o “movimento” a que se referem (Breda et al., 2011). O facto de vivermos num mundo de padrões, formas e movimentos, ou seja, num mundo geométrico, os alunos, mesmo antes de chegarem ao 1.º ciclo, já viveram muitas experiências onde exploraram relações espaciais e geométricas e onde tiveram oportunidade de comparar objetos, de classificá-los e agrupá-los de acordo com atributos como por exemplo, o tamanho e a forma (Breda et al., 2011).

O tema das transformações geométricas é um conteúdo baseado principalmente na intuição dos alunos, no entanto há conceitos em que evidenciam maiores ou menores dificuldades. Ada e Kurtulus (2010) realizaram um estudo que revelou que os alunos conheciam as representações das transformações, mas pareciam não entender o seu

significado, somente 10% conseguiram explicar o significado geométrico da rotação corretamente. O uso do vocabulário formal também é considerado uma dificuldade evidenciada pelos alunos, devido ao facto de terem que adquirir um campo de palavras específicas a utilizar neste tema. Hollebrands (2004) refere que a reflexão axial é a transformação geométrica que os alunos consideram a mais fácil, apesar do grau de dificuldade aumentar quando o eixo de reflexão é oblíquo. A transformação geométrica considerada como mais difícil pelos alunos é a rotação, sendo visível na aplicação deste conceito uma grande falta de confiança por partes dos mesmos. Xistouri e Pitta-Pantazi (2011) também defendem esta ideia, acrescentando que a dificuldade evidenciada nas tarefas que envolvem rotação prende-se com as deficiências ao nível da visualização. Turgut, Yenilmez e Anapa (2014) e também Gomes (2012) acrescentam que, em geral, os alunos apresentam mais dificuldades na rotação porque têm de considerar vários aspetos em simultâneo, como a distância do objeto, a amplitude do ângulo, entre outros, enquanto que a reflexão é considerada mais intuitiva. Hollebrands (2004) refere também a dificuldade de os alunos não identificarem claramente os elementos necessários a cada transformação geométrica e o facto de não relacionarem as figuras com as imagens obtidas.

No que refere às estratégias a utilizar na abordagem das isometrias, o PMEB de 2007 (ME-DGIDC, 2007, p.29) referia que é importante “privilegiar a exploração, a manipulação e a experimentação, utilizando objetos do mundo real e materiais específicos, de modo a desenvolver o sentido espacial”. Destacava ainda o recurso a situações do quotidiano real dos alunos, através de artefactos, azulejos, cerâmicas, tapeçarias, pinturas ou do próprio corpo humano, como ponto de partida para a exploração dos conceitos. O Programa de Matemática em vigor desde 2013 (MEC, 2013, p.42), apenas refere que “é pedido aos alunos a realização de diversas tarefas que envolvem a utilização de instrumentos de desenho e de medida (régua, esquadro, compasso e transferidor, programas de geometria dinâmica), sendo desejável que adquiram destreza na execução de construções rigorosas e reconheçam alguns dos resultados matemáticos por detrás dos diferentes procedimentos”.

Para Tóth (2002) algumas das dificuldades sentidas pelos alunos no tema das isometrias podem explicar-se pelo facto de não ser explicitamente relacionada com o seu quotidiano, nem com outros temas da geometria. Isto poderá causar-lhes dificuldades em memorizar e compreender conceitos e definições devido à sua complexidade. Perante estes obstáculos os professores devem propor e realizar tarefas que fomentem o raciocínio, a argumentação e a comunicação de forma a que os alunos consigam utilizar o vocabulário e a linguagem científica corretamente. Segundo Ilaslan (2013) esta fragilidade pode estar associada à escassa quantidade de materiais e com a falta do uso de tecnologia, sendo estes considerados fatores que podem contribuir para as dificuldades de aprendizagem das transformações geométricas por parte dos alunos.

A exploração das isometrias deve ser realizada com os alunos com o auxílio da manipulação de materiais, como por exemplo, dobragem e furos em papéis, o uso dos espelhos, construções geométricas, de jogos envolvendo construções de padrões, geoplanos ou papel vegetal. Todos estes materiais podem ter um papel fundamental como mediadores na aprendizagem dos diversos temas de geometria, para além dos materiais próprios deste tema (como régua, esquadro, compasso, transferidor). Estes materiais devem ser utilizados como recursos para promover o ensino-aprendizagem da geometria e, em particular, das isometrias (Vale, 2002).

### **3. Trilhos matemáticos virtuais**

#### **3.1. Os trilhos matemáticos**

No processo ensino e aprendizagem da Matemática deve-se criar e manter um ambiente que promova o desenvolvimento do poder matemático dos alunos. Esse percurso deve visar a inter-relação de várias áreas e proporcionar experiências didáticas que estimulem um espírito de investigação nos alunos na aprendizagem da matemática (ME-DGE, 2018). Neste estudo evidencia-se o trilho matemático como uma experiência matemática enriquecedora e com grande potencial para a aprendizagem.

Considera-se um trilho matemático uma sequência de tarefas propostas ao longo de um percurso previamente planeado (com início e fim), composto por um conjunto de paragens nas quais os alunos resolvem as tarefas no meio envolvente (Vale, Barbosa &

Cabrita, 2019, adaptado de Cross, 1997). A realização de um trilha matemático tem como característica marcante o facto de ter lugar num contexto de aprendizagem não formal. Para clarificar, pode dizer-se que, ao longo dos anos, têm sido identificados três vertentes fundamentais em termos de contextos de aprendizagem, associados à educação formal, educação não formal e educação informal (Sebastiany, Pizzato, Pino & Salgado, 2012), e que se passa a descrever.

A educação formal caracteriza-se por ser altamente estruturada, desenvolvida no seio de instituições próprias, como a escola, onde o aluno segue um programa pré-definido. A aprendizagem não-formal processa-se normalmente fora da esfera escolar. Neste caso os espaços educativos não estão delimitados e são fortemente marcados por referências de nacionalidade, localidade, idade, género, religião, etnia, pautados pela espontaneidade dos ambientes, onde as relações sociais se definem segundo gostos, preferências ou pertencimentos herdados, partindo de um contexto ou situação educativa construída em ambientes de ação construídos coletivamente e a participação, em regra geral, é voluntária (Bruno, 2014). Em relação à educação informal, a mesma autora defende que este é um processo permanente e não organizado: os conhecimentos não são sistematizados, são transmitidos a partir da prática e da experiência anteriores, e atua no campo das emoções e sentimentos.

Percebe-se, após esta discussão, a inclusão dos trilhos matemáticos no âmbito dos contextos não-formais de aprendizagem, trata-se de um tipo de estratégia que oferece experiências concretas de aprendizagem para qualquer uma das temáticas a lecionar no currículo de matemática escolar. Neste estudo aplicou-se ao tema das isometrias. Através de um trilha matemático, os alunos são capazes de utilizar e aplicar, em contexto real ou através de uma ferramenta que os permite quebrar barreiras entre o formal e informal, os conteúdos que aprenderam na sala de aula, podendo também mobilizar conhecimentos informais do quotidiano, ajudando-os desta forma a integrar a temática com a sua realidade (Moffet, 2011). Para além disso, é propício à criação de uma atmosfera de aventura e exploração, oferecendo aos alunos a oportunidade de resolver tarefas bem como de formulá-las (Barbosa et al., 2015).

A realização de um trilho permite fortalecer as conexões dentro da própria matemática, entre a matemática e outras áreas do saber e entre a matemática e a realidade, de forma a desenvolver a compreensão e a aplicação da matemática no mundo e desenvolver o pensamento criativo (Fernandes, 2019). Barbosa et al. (2015) reforçam esta perspetiva, referindo que os trilhos podem também contribuir para, a par da matemática, explorar outras áreas curriculares, como por exemplo as ciências naturais, e promover o conhecimento arquitetónico, paisagístico e histórico, entre outros, de uma cidade ou vila. É esta vertente que se procura salientar neste estudo, através de um trilho estabelecer uma ponte entre os conteúdos trabalhados dentro da sala de aula e a realidade fora da sala de aula.

No desenho de um trilho há algumas fases a cumprir (Richardson, 2004). Primeiramente é necessário escolher um local, verificando as suas potencialidades no que refere à presença de elementos matemáticos. De seguida são elegidas as zonas que irão representar as estações onde serão feitas as paragens. As tarefas matemáticas propostas ao longo do trilho, em cada uma destas paragens, devem: apresentar diferentes níveis de dificuldade e ser inspiradas em elementos do meio local que possuam características matemáticas marcantes, como números, figuras geométricas, padrões ou frisos, entre outros conteúdos. Estas características são frequentemente observadas em elementos como, janelas, edifícios, monumentos, sinais de trânsito, portas, jardins, varandas, azulejos, calçadas ou pavimentos. As tarefas devem estar apoiadas em aspetos visíveis do meio local onde seja necessária a visualização obrigatória do elemento que esteja a ser trabalhado. Estas propostas devem ser formuladas recorrendo a um vocabulário semelhante ao das tarefas apresentadas no manual ou trabalhadas pelo professor em sala de aula, para que desta forma os alunos possam compreender melhor o que lhes é solicitado, visto que assim já estarão familiarizados com a linguagem.

Cross (1997) defende que esta estratégia desperta nos alunos o sentimento de descoberta, dando destaque à comunicação de ideias matemáticas e ao trabalho colaborativo. Os alunos observam, medem, examinam os dados e registos, podendo recordar e interpretar todas as tarefas, novamente, na sala de aula. Ao completar todos os desafios no local, as crianças utilizam conceitos matemáticos que aprenderam e descobrem

o uso variado da Matemática na vida quotidiana. Em suma, pode-se afirmar que o mundo real é apenas uma extensão da sala de aula e que é possível encontrar elementos de todas as áreas do currículo à nossa volta, independentemente do local onde nos encontramos.

### **3.2. As tecnologias no ensino e aprendizagem da Matemática: o caso do Google Maps**

Nos dias de hoje a utilização das tecnologias é imprescindível quando nos referimos ao ensino da Matemática e, em particular, ao ensino da geometria. A tecnologia assume um papel fundamental no processo de ensino e aprendizagem, influenciando a forma como uma dada temática é abordada (Breda et al., 2011). As ferramentas tecnológicas permitem, por norma, uma aprendizagem mais dinâmica, através da visualização de modelos geométricos em diferentes perspetivas, permitindo aos alunos um estudo mais interativo das propriedades das figuras, desenvolvendo desta forma o conceito de “figura” (Silva, 2002).

A partir do desenho, da manipulação e da construção no computador, os alunos podem explorar relações, formular e testar conjeturas. A tecnologia permite-lhes visualizar o abstrato e consolidar aprendizagens geométricas (Capa, 2015). A tecnologia é imprescindível no que toca ao desenvolvimento da visualização e sentido espacial que o ensino da geometria exige (Santos, 2015).

Na mesma linha de pensamento, os Princípios para a Ação (NCTM, 2017) defendem que a tecnologia está presente na sala de aula, através dos quadros interativos, tablets, computadores e aparelhos concebidos com aplicações informáticas correntes que podem ser utilizadas para ajudar os alunos a darem sentido à matemática, a raciocinarem e a comunicarem matematicamente. Aliás, um dos princípios destacados neste documento do NCTM é o Princípio da Tecnologia, que defende que a tecnologia é essencial no ensino e na aprendizagem da matemática; influencia a matemática que é ensinada e melhora a aprendizagem dos alunos. Quando se disponibilizam ferramentas tecnológicas, os alunos podem concentrar-se nas decisões a tomar, na reflexão, no raciocínio e na resolução de problemas (NCTM, 2017).

A tecnologia deve ser utilizada como reforço e ferramenta de consolidação dos conteúdos matemáticos, sendo assim um complemento de outros recursos e estratégias de ensino. Trata-se de um recurso que deve estimular a compreensão e a intuição dos alunos, bem como enriquecer a aprendizagem da matemática, constituindo um contexto para fomentar discussão entre os alunos e o professor acerca dos objetos visualizados no ecrã e dos efeitos das diversas transformações dinâmicas que a tecnologia permite, por norma, realizar (NCTM, 2017).

Veloso (1998) refere-se à utilização da tecnologia na geometria como uma reação quase instintiva, pois quando se tem um recurso destes à disposição e se conhece as suas potencialidades e facilidade de utilização é um gesto natural recorrer a ele. De facto, é com este olhar natural e transparente que se deve encarar a utilização das tecnologias nas aulas de matemática porque estas ferramentas são uma mais valia para os alunos na compreensão das ideias matemáticas.

O objetivo do estudo ao realizar um trilha matemático virtual foi interligar e relacionar o conceito de trilha matemático com uma vertente inovadora que é o recurso à tecnologia. Considerou-se que esta abordagem permitiria uma maior adaptação às necessidades específicas de certos alunos. Por exemplo, aqueles que se distraem mais facilmente poderiam concentrar-se nas tarefas realizadas no computador de forma mais direta pois este recurso tem associado um fator extra de motivação. Os alunos com dificuldades em procedimentos básicos poderiam desenvolver e demonstrar outros conhecimentos matemáticos, que por sua vez, conduziram à aprendizagem desses procedimentos. As possibilidades de envolver os alunos em desafios matemáticos aumentam de forma acentuada, com a utilização das tecnologias (NCTM, 2007). Existem algumas aplicações digitais que poderiam ser utilizadas com a finalidade de realizar um trilha matemático, no entanto, neste estudo, optou-se pela utilização do computador com recurso ao Google Maps, que é um serviço de pesquisa e visualização de mapas e imagens de satélite do nosso planeta, e que, através do Street View permite criar um ambiente virtual que dá a sensação ao utilizador de estar no local visitado.

O Google Maps facilita a orientação dos alunos através de um mapa digital e, com a ajuda dos comandos de navegação permite percorrer um caminho pré-definido com



paragens previamente pensadas, onde são propostas tarefas matemáticas. Justifica-se também esta opção pelo facto de o Google Maps proporcionar o contacto entre o utilizador e o mundo exterior a partir da ampliação da realidade como se os alunos estivessem do local (Barkholz, 2017).

### **3.3. Conexões da matemática com a vida real: o caso das isometrias**

Quando se fala de conexões matemáticas com a vida real pretende-se identificar as dependências desta área do conhecimento com o mundo que nos rodeia (Boavida, Paiva, Cebola, Vale & Pimentel, 2008).

Nos primeiros anos escolares, a criança possui um riquíssimo conhecimento informal, baseado nos seus interesses e experiências. A curiosidade e entusiasmo da criança permite-lhe explorar o mundo que a rodeia, desenvolvendo de uma forma natural as suas capacidades matemáticas, tornando-a numa agente ativo no processo de ensino e aprendizagem (Boavida et al.,2008). É do conhecimento geral que a matemática é uma ciência presente em toda a parte, sendo possível encontrar exemplos na natureza, na música, na arquitetura, na dança, entre outras áreas. A Matemática do quotidiano é aprendida através de experiências espontâneas e naturais que ocorrem dia-a-dia, até inconscientemente o conhecimento matemático é aplicado em diversas situações informais sem que se faça uma ligação direta com o conhecimento aprendido dentro de uma sala de aula. Esta Matemática aprende-se a partir de tudo aquilo que nos rodeia, em tudo que é informal, daí o facto de muitas vezes, passar despercebida para a maior parte da sociedade (NCTM, 2007). Estas duas matemáticas devem representar uma união permanente e não fazerem parte de um ensino e aprendizagem isolado.

Bonotto (2001) salienta que trazer situações do dia a dia para dentro do contexto escolar é fundamental para gerar atitudes positivas face à matemática por parte dos alunos. Boavida et al. (2008) defendem que esta tarefa não é difícil, visto que existem inúmeras situações que os alunos vivem no exterior que podem ser adaptadas a uma aula de matemática. Desta forma, consegue-se atingir um dos principais objetivos da matemática, que é ensinar os alunos como interpretar de uma forma crítica a realidade que os envolve (Bonotto, 2001).

Desde o início, na preparação desta investigação foi sentida a necessidade de recorrer a um ambiente que fosse familiar aos alunos e que fosse facilmente identificado nas tarefas propostas, de forma a existir uma ponte entre a matemática aprendida na sala de aula e os elementos que existem no mundo exterior. No caso das isometrias é quase natural e instintivo fazer a conexão deste tema com os elementos que existem em nosso redor, sejam janelas, monumentos, azulejos ou até calçadas. Seguindo esta linha de pensamento, achou-se importante salientar as conexões matemáticas com a realidade e, para isso, foi utilizada a aplicação tecnológica Google Maps. Partindo desta aplicação foi possível elaborar tarefas tendo por base elementos do meio envolvente, de forma a facilitar a ligação com a matemática. As isometrias são, de facto, um tema que facilita bastante esta exploração, visto que muitos dos elementos do quotidiano têm presentes muitos destes conceitos, como a reflexão ou a rotação. Acrescenta-se que a abordagem destas ideias partindo de objetos encontrados no meio envolvente e de aplicações práticas, pode fazer com que os alunos tenham uma perspetiva concreta do que está a ser ensinado e ampliem o seu olhar, de tal forma que os conhecimentos sobre o tema passam a ter maior significado (e.g. Swoboda & Vighi, 2016).

#### **4. Fatores afetivos na aprendizagem da Matemática: as atitudes**

Neste ponto será apresentada uma discussão focada na vertente das atitudes manifestadas pelos alunos nas aulas de Matemática. Primeiramente será discutido o significado de atitude e, posteriormente, apresentar-se-á um conjunto de categorias associadas à caracterização das atitudes evidenciadas em matemática.

Para Gonzalez-Pienda (2006), um aspeto que pode influenciar a aprendizagem dos alunos são as atitudes que evidenciam. De acordo com Brito (1996, p.54) uma atitude é uma “disposição pessoal, presente em todos os indivíduos, dirigida a objetos, eventos ou pessoas, que assume diferente direção e intensidade de acordo com as experiências do indivíduo”. As atitudes são comportamentos ou predisposições que visam determinar as intenções pessoais de um indivíduo e têm o poder de influenciar as suas ações perante outro indivíduo, um objeto ou uma situação (Martinez-Pádrón, 2008, referido por Fernandes, 2019).

Às atitudes estão associados domínios diferenciados que alguns autores distinguem de forma clara. Por exemplo, Saldanha (1998) identifica: a) componente cognitiva, conhecimentos e crenças; b) componente afetiva, sentimentos e preferências; c) componente de conduta, ações e intenções. Também Mazana, Montero e Casmir (2019) dividem as atitudes em três domínios: afetivo, comportamental e cognitivo. Estes domínios estão sempre interligados e assim devem ser tratados em qualquer situação. O domínio afetivo representa os valores ou emoções associadas a um objeto, o domínio comportamental diz respeito às reações perante um objeto e por fim o domínio cognitivo refere-se àquilo que o sujeito pensa ou acredita (Maio & Haddock, 2010, referidos por Can, Koydemir, Durhan, Ogan, Gozukara & Cokluk, 2016). Neste estudo adotou-se a categorização proposta por Mazana et al. (2019), passando-se, de seguida, à explicitação das subcategorias associadas a cada domínio.

Relativamente ao domínio afetivo, os valores na perspetiva de Seah e Andersson (2015, referidos por Fernandes, 2019), corresponde a convicções que os alunos interiorizam como sendo algo que tem importância e é valorizado. É considerado fundamental cultivar ou promover valores que facilitem o envolvimento, a compreensão e o desempenho dos alunos na aprendizagem de matemática. Já as emoções correspondem a reações psicofísicas do sujeito em resposta a uma ocorrência interna ou externa (Martínez-Padrón, 2008, referido por Fernandes 2019). Na perspetiva de Manzana et al. (2019) o domínio afetivo tem associados os seguintes indicadores: autoconfiança; ansiedade; e gosto.

Em relação à autoconfiança, segundo Fuentes, Lima e Guerra (2009) os estudantes que se sentem confiantes e confortáveis no ambiente de aprendizagem estão mais propícios a mostrar maior interesse na tarefa que realizam. O envolvimento dos alunos num ambiente de aprendizagem que potencializa o seu conhecimento num clima acolhedor, tranquilo e confortável é fundamental para fomentar e valorizar a sua confiança e autoestima. A ansiedade é um outro indicador que, em termos afetivos, poderá influenciar as atitudes dos alunos. Tradicionalmente, em matemática, a ansiedade relaciona-se diretamente com os resultados académicos, no entanto podem ter várias causas. Pode, por exemplo, atribuir-se ao facto de os programas abordarem diversos

conteúdos de forma muitas vezes superficial devido ao fator tempo, o que resulta em aprendizagens também elas superficiais (Dinis, 2003). Por outro lado, a literatura defende que estudantes felizes e confiantes são mais bem-sucedidos e mostram um melhor aproveitamento nas aulas (Nadler, Rabi, & Minda, 2010, referidos por Can, Koydemir, Durhan, Ogan, Gozukara e Cokluk, 2016). Relativamente ao gosto, neste caso pela matemática, Mazana et al. (2019) referem que tem impacto direto no comportamento e influencia cognitivamente o momento da aprendizagem. Acrescentam que, quanto mais os alunos gostarem de fazer matemática, mais envolvidos estarão nas tarefas em desenvolvimento.

No domínio comportamental, Mazana et al. (2019) identificam como indicador a motivação intrínseca. A motivação pode ser definida como uma “força que energiza e dirige o comportamento e que é responsável pelo funcionamento das capacidades próprias” (Lemos, 2005, p.67). A motivação assume um papel central no processo de aprendizagem, enquanto impulsionadora para agir, persistir, orientar e planificar (Eccles, Wigfield & Schiefele, 1998, referidos por Fernandes, 2019). A motivação intrínseca refere-se particularmente à realização de uma tarefa pela satisfação relacionada com as características inerentes à própria tarefa.

E, por fim, no domínio cognitivo Mazana et al. (2019) destacam a utilidade da matemática. Para que os alunos sejam capazes de desenvolver uma atitude positiva em relação à matemática é fundamental que lhes seja demonstrada a utilidade dos conteúdos aprendidos na sala de aula no seu dia-a-dia. Neste caso o professor desempenha um papel fundamental visto ser um dos principais responsáveis a fomentar este gosto. Quando os alunos não conseguem perceber a utilidade da Matemática, existe uma sensação de frustração e conseqüentemente o seu desempenho poderá tornar-se insatisfatório. Se os alunos acreditarem que as temáticas aprendidas poderão ser realmente úteis na sua vida futura ou se estes conseguirem interligar o conhecimento formal com o meio em que vivem terão a tendência a apresentar atitudes positivas em relação à temática.

## 5. Estudos empíricos

Este ponto tem como objetivo apresentar e discutir ideias de alguns estudos empíricos que evidenciam similaridades com este. A presente investigação tem como foco a compreensão do desempenho e das atitudes dos alunos no âmbito das isometrias, através de um trilha matemático virtual, realizado com o Google Maps. Em Portugal, os estudos empíricos que envolvam o Google Maps, como suporte para a aprendizagem das isometrias são inexistentes. Esta aplicação tem inúmeras utilizações em diversas áreas, inclusive na Matemática, mas é mais evidente a sua ligação à Geografia, devido às potencialidades que evidencia na utilização de mapas, escalas e tarefas de orientação. Porém, existem estudos centrados na realização de trilhos matemáticos virtuais através de outras aplicações tecnológicas como o GPS ou o MathCityMap (MCM). MCM é uma aplicação disponível nas plataformas digitais (Play Store ou Apple Store) que identifica o local onde o utilizador se encontra a partir do GPS do dispositivo móvel que permite criar trilhos matemáticos automáticos, marcando várias estações de paragem com tarefas matemáticas para resolver. Este aplicativo foi criado e desenvolvido dentro pelo grupo de trabalho MATIS 1 no Instituto de Ensino de Matemática e Ciência da computação na Universidade de Frankfurt am Main Goethe.

Neste seguimento, em pesquisas realizadas foram identificados três estudos considerados relevantes dada a proximidade com o presente estudo.

O primeiro foi realizado em 2018 por um grupo de trabalho na Indonésia, na cidade de Semarang, envolvendo 30 estudantes do 2.º ciclo (Fessakis, Karta & Kozas, 2018). O objetivo do estudo foi explorar o potencial do uso da tecnologia móvel através da aplicação MathCityMap, na aprendizagem da matemática. Nesta aplicação as tarefas estavam associadas a um mapa digital, cada uma continha uma pergunta breve, informações sobre o objeto, as ferramentas necessárias para a resolução, sugestões de resposta, caso necessário, e a opção de feedback sobre as respostas dadas. Os alunos envolvidos realizaram um trilha matemático na cidade com a aplicação MathCityMap. A aplicação continha treze trilhos à escolha com um total de oitenta e sete tarefas matemáticas ao ar livre na cidade de Semarang. A recolha de dados foi realizada a partir da observação do trabalho dos alunos e através de entrevistas. Concluíram que o uso da tecnologia, neste

caso os telemóveis, na realização de trilhos matemáticos promoveu a aprendizagem da matemática e o compromisso dos alunos com a disciplina. Concluíram também que a aplicação móvel pode desempenhar um papel fundamental nas capacidades de orientação e autonomia dos alunos neste tipo de atividades visto que a aplicação dispunha de: recursos de navegação, botões de ajuda e feedback direto. As dificuldades retratadas envolviam objetos ou situações particulares que estariam desatualizadas na cidade.

O segundo estudo que se apresenta foi realizado em 2016 na Universidade de Barcelona por duas alunas brasileiras do Rio Grande do Sul (Breda & Humme, 2016). Teve como finalidade apresentar uma proposta de ensino e aprendizagem sobre a geometria plana, incidindo principalmente nas relações de paralelismo, perpendicularidade, retas concorrentes, proporcionalidade e ângulos, com uma turma do 7.º ano de escolaridade de um colégio da cidade de Porto Alegre. O principal recurso utilizado foi o Google Maps através de tablets. As investigadoras procuraram aproximar a realidade geográfica de cada aluno com o ensino da geometria plana utilizando um recurso tecnológico. Desta forma os alunos foram capazes de estabelecer relações de alguns conceitos geométricos com o lugar onde moravam. As autoras defendem que o Google Maps possibilitou que os alunos observassem a área da sua residência, medissem distâncias, identificassem percursos com foco nas formas e transformassem medidas (escalas). As dificuldades identificadas foram a nível tecnológico, ou seja, em relação à utilização e às limitações do tablet. Os alunos também demonstraram dificuldades em representar no papel aquilo que estavam a observar devido à complexidade do mapa. As autoras concluíram que as tarefas que envolviam a tecnologia e recursos pouco usados na sala de aula, como o tablet, despertam o interesse dos alunos, pelas suas potencialidades gráficas. A partir do uso da tecnologia foi possível estimular a criatividade, a concentração, a relação entre a localização real e a localização virtual e, conseqüentemente, estimular a relação e associação da realidade com conceitos relacionados com a geometria.

O terceiro estudo foi apresentado em 2015, por um aluno da Universidade Federal de Alagoas na cidade de Maceió no Brasil (Brito, 2015). Incidiu numa turma do 1.º ano, numa turma de 2.º ano e numa turma do 3.º ano do 1.º ciclo. Nesta investigação foi utilizada a aplicação Google Earth para apresentar tarefas matemáticas que consistam na resolução

de problemas através de imagens terrestres retiradas da aplicação, com foco nos temas: números e funções, geometria e medida e análise de dados. Todas as tarefas apresentavam uma vertente social que consistia em relacionar conceitos matemáticos com o quotidiano e práticas sociais. Foi concluído que este recurso digital contribuiu de forma significativa para a melhoria do ensino e aprendizagem da matemática e para aproximar o ambiente escolar às formas contemporâneas dos princípios científicos.

Para além destes trabalhos, também é importante destacar um conjunto de estudos empíricos, realizados no 2.º CEB, centrados na aprendizagem de conceitos geométricos com recurso a um trilho matemático (Castro, 2015; Madalena, 2018; Oliveira, 2018; Soares, 2020). Houve um conjunto de resultados similares no que refere à identificação da entrelaçada entre os alunos, o gosto pela matemática, a confiança e envolvimento na resolução das tarefas, muito devidos ao contexto não formal do trilho matemático. Foram também identificadas algumas dificuldades na resolução de algumas tarefas pelo facto de alguns conceitos geométricos não estarem completamente interiorizados.

Também a investigação concretizada por Fernandes (2019) tinha como objetivo trabalhar a resolução de tarefas matemáticas em contextos não formais de aprendizagem com uma turma do 3.º ano. A autora procurou compreender o desempenho e o envolvimento da turma na realização de três trilhos matemáticos. Optou por uma investigação de carácter qualitativo, na modalidade de estudo de caso. A recolha de dados foi realizada a partir de observações, questionários, entrevistas, registos de áudio e fotográficos. Conclui-se que, ao longo das resoluções das tarefas, os alunos foram capazes de superar algumas dificuldades, como por exemplo, a compreensão dos enunciados. Os alunos demonstraram um envolvimento com balanço positivo, mostrando evidências de atenção, esforço e persistência. De forma a finalizar, a autora afirma que os trilhos contribuíram positivamente para o desenvolvimento do raciocínio dos alunos na resolução das tarefas, a comunicação matemática dos mesmos, a criação de conexões com o meio envolvente, a colaboração entre eles, a sua autonomia e orientação no espaço.

### Capítulo III – Metodologia de investigação

Este capítulo tem como objetivo apresentar as opções metodológicas deste estudo, fazendo o devido enquadramento. Ao longo do capítulo, será feita a descrição do contexto e dos participantes, identificadas as fases do estudo e os seus procedimentos, os instrumentos utilizados para recolha de dados e, por fim, as fases necessárias para a análise de dados.

#### 1. Opções metodológicas

Neste ponto apresenta-se e justifica-se as opções metodológicas realizadas ao longo do estudo. Dito isto, optou-se por uma metodologia de natureza qualitativa, concretizada através da realização de um estudo de caso. Passa-se a fundamentar estas opções.

A metodologia qualitativa é definida por Vale (2004) como uma metodologia com uma abordagem aparentemente simples, mas na realidade revestida de uma grande complexidade, de forma a garantir os desejáveis critérios de qualidade. De acordo com a mesma autora os estudos qualitativos acentuam a construção social da realidade natural, valorizam as relações entre o investigador e o que ele estuda, procurando neste registo respostas que evidenciem o modo como as experiências sociais são criadas e desenvolvidas para posteriormente adquirirem um significado.

Vale (2004) defende que os estudos de natureza qualitativa devem ser conduzidos através de um intenso e/ou prolongado contacto com o “campo”, privilegiando situações naturais que reflitam o quotidiano dos indivíduos. O principal objetivo neste tipo de metodologia é explicar o modo como as pessoas, nos seus ambientes naturais, chegam a compreender, a agir, a expor-se e a explicar, tal como acontece, por exemplo, numa sala de aula. Esta metodologia é adotada em contextos educacionais devido ao facto de se lidar diariamente com pessoas diferenciadas, sendo difícil obter um padrão de comportamento. Tal como defende Fenstermacher (1986, citado por Vale 2004):

em educação lidamos com pessoas, com entidades que possuem vontade, logo não podemos ter uma ciência que nos trate como se fôssemos átomos, moléculas, rolamentos ou planetas.



É necessário que compreendamos como a ciência funciona quando trata com seres humanos que são constituídos em parte por emoções e sentimentos (p. 67).

Este tipo de investigação é difícil de definir unicamente numa expressão, contudo, pode-se avançar com uma definição genérica, como a que é proposta por Denzin e Lincoln (1994, referidos por Vale, 2004). Segundo estes autores, trata-se de um método multifacetado que envolve uma abordagem interpretativa e naturalista do assunto em estudo. Isto implica que os investigadores qualitativos estudem as coisas no seu ambiente natural numa tentativa de interpretar o fenómeno. Na metodologia qualitativa são colocados em prática vários processos, como o de observar, registar, analisar, refletir, dialogar e repensar. De acordo com Morse (1994, referido por Vale, 2004) esta metodologia inclui seis fases. A primeira é o estágio de reflexão, onde é pensado, identificado e determinado o problema a estudar. E foi desta forma que esta investigação nasceu, com a identificação de um problema que orientou todo o estudo. O propósito passa por dar resposta a esse problema, “no sentido de acumular suficientes conhecimentos que conduzam à sua compreensão ou explicação” (Vale, 2004, p. 74). A segunda fase é o estágio de planeamento, na qual o investigador seleciona o local, o público e formula uma estratégia de investigação. Aqui aprimora-se a preparação do autor do estudo e refina-se o problema e as suas questões. As fases seguintes passam por um momento de recolha de dados, de reconhecimento do local e do público alvo, o estágio de entrada, depois segue-se um momento de análise dos dados recolhidos, o estágio de produção e recolha de dados. Quase a terminar, surge a fase de reflexão sobre o trabalho já realizado, chamada de estágio de afastamento, e, por fim, o estágio de escrita, que é quando o investigador recorre a citações e ilustrações como auxílio à interpretação dos dados.

Bogdan & Biklen (1994), também definem cinco características essenciais na metodologia qualitativa: (1) a fonte direta dos dados é o ambiente natural e o investigador é o principal agente na recolha desses mesmos dados; (2) os dados que o investigador recolhe são essencialmente de carácter descritivo; (3) os investigadores interessam-se mais pelo processo em si do que propriamente pelos resultados; (4) a análise dos dados é feita de forma indutiva; e (5) o investigador interessa-se, acima de tudo, por tentar compreender o significado que os participantes atribuem às suas experiências.

Partindo destas ideias, pode-se assim concluir que a investigação qualitativa envolve um percurso onde se valoriza o caminho e não o destino, ou seja, os resultados obtidos. Para que isso aconteça com sucesso, os investigadores devem estar inteiramente envolvidos no campo de ação dos investigados, uma vez que, na sua essência, esta metodologia de investigação baseia-se principalmente em conversar, ouvir e permitir a expressão livre dos participantes (Bogdan & Biklen, 1994).

Neste estudo, no âmbito da investigação qualitativa, foi realizado um estudo de caso. De acordo com Ponte (2006) um estudo de caso visa conhecer uma entidade, uma instituição, um curso, um sistema educativo ou qualquer outra unidade social e:

O seu objetivo é compreender em profundidade o “como” e os “porquês” dessa entidade, evidenciando a sua identidade e características próprias, nomeadamente nos aspetos que interessam ao pesquisador. É uma investigação que se assume como particularística, isto é, que se debruça deliberadamente sobre uma situação específica que se supõe ser única ou especial, pelo menos em certos aspetos, procurando descobrir a que há nela de mais essencial e característico e, desse modo, contribuir para a compreensão global de um certo fenómeno de interesse (Ponte, 2006, p. 2).

De acordo com Ponte (2006), o investigador procura num estudo de caso um exemplo. Esse exemplo pode ser pela “negativa”, negando aquilo que era dado como certo, pela “positiva”, mostrando uma realidade que nunca tinha sido vista e que acaba por validar as questões formuladas inicialmente. Porém, e de acordo com este autor, o que explica que o caso seja como é “são sempre as determinantes internas, a sua história, a sua natureza, as suas propriedades próprias, bem como as influências externas, próximas e distantes, diretas e indiretas que recebe do seu contexto. Por isso, no estudo de um caso, seja ele qual for, é sempre preciso dar atenção à sua história e ao seu contexto” (Ponte, 2006).

Mais do que um método, um estudo de caso é essencialmente um design, uma forma de investigar. Este design, de acordo com Ponte (2006), apresenta algumas características particulares. Primeiramente é considerado uma investigação de natureza empírica, baseando-se fortemente em trabalho de campo ou em análise documental. O investigador tem como função estudar uma certa entidade no seu contexto real, tirando todo o usufruto de várias fontes de recolha de dados como entrevistas, observações e documentos (Yin, 1984, referido por Ponte, 2006). Em segundo lugar, este tipo de

investigação não pode ser considerada experimental, é utilizada só e apenas só quando o investigador não pretende modificar a situação, mas sim compreendê-la tal como ela é.

## **2. Contexto e Participantes**

Tal como já foi referido no Capítulo II da Parte I deste relatório, esta investigação decorreu no ano letivo 2018/2019, durante a intervenção em contexto educativo do 2.º CEB, com uma turma do 6.º ano de escolaridade. Tratava-se de um grupo constituído por 20 alunos, 10 do sexo feminino e 10 do sexo masculino, com idades compreendidas entre os 11 e os 12 anos. Ao longo da intervenção educativa foi trabalhado o tema das isometrias, num total de 14 aulas, sendo que duas delas foram implementadas numa sala de informática devido à necessidade de utilizar computadores. Nestas aulas os alunos trabalharam em pares.

De acordo com Stake (1995) e Yin (1989, referidos por Vale, 2004), num estudo caso não se utiliza uma amostra aleatória e numerosa, mas sim criteriosa e intencional, baseada na suposição do que queremos descobrir, compreender e obter conhecimento, relacionando com determinado fenómeno. Nesta investigação, e de acordo com o que se pretendia estudar, foram selecionados dois grupos-caso, cada um deles constituído por um par de alunos. Esta seleção teve em consideração fatores como a assiduidade, a participação, o comportamento, os resultados académicos e as competências tecnológicas dos alunos. É de referir que, para garantir o anonimato dos alunos, os grupos-caso foram denominados, ao longo do estudo, de grupo-caso TM e grupo-caso GB.

Apesar de existirem dois grupos-caso toda a turma participou em todas as tarefas propostas e, durante as aulas, todos os alunos usufruíram de igual forma do apoio da professora no esclarecimento de dúvidas que foram surgindo pelo caminho.

## **3. Fases do estudo e procedimentos**

Este estudo decorreu entre fevereiro de 2019 e junho de 2020 e foi desenvolvido ao longo de três fases. Na tabela 1 apresenta-se o período correspondente a cada fase bem como os procedimentos associados.

Tabela 1- Fases do estudo

Fases do estudo	Período	Procedimentos por ordem cronológica
<b>Preparação do estudo</b>	Fevereiro a abril de 2019	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ Observação da turma</li> <li>○ Caracterização do contexto e da turma</li> <li>○ Definição do problema e das questões de investigação</li> <li>○ Delineamento do estudo</li> <li>○ Preparação e planificação das aulas (isometrias)</li> <li>○ Pedidos de autorização aos encarregados de educação</li> <li>○ Elaboração dos questionários</li> <li>○ Desenho dos roteiros (seleção das tarefas)</li> </ul>
<b>Implementação do estudo</b>	Maio a junho de 2019	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ Aplicação do questionário inicial</li> <li>○ Intervenção didática</li> <li>○ Implementação dos trilhos virtuais</li> <li>○ Aplicação do questionário final</li> <li>○ Recolha de documentos</li> <li>○ Entrevistas aos grupos caso</li> </ul>
<b>Redação do relatório final da PES</b>	Junho de 2019 a junho de 2020	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ Pesquisa e recolha bibliográfica</li> <li>○ Análise de dados</li> <li>○ Redação do Relatório Final da PES</li> </ul>

A primeira fase coincidiu com o período de observação e implementação da unidade didática de Ciências Naturais, que decorreu entre os meses de fevereiro e abril de 2019. Neste período foi possível observar a turma e o seu comportamento, não só nas aulas de Ciências Naturais, mas também nas de Matemática, interagir e conhecer os elementos da turma, as suas capacidades e dificuldades. Foram ainda planificadas as aulas sobre o tema das Isometrias. De modo a preparar o estudo, começou-se por definir o problema e as respetivas questões de investigação. Foram também entregues os pedidos de autorização aos encarregados de educação (Anexo 2), de forma a saber quais os alunos que poderiam participar nesta investigação. Nesta fase procedeu-se ainda à elaboração dos questionários, inicial e final, e ao desenho do trilho matemático virtual e das respetivas tarefas.

A segunda fase teve início no mês de maio e terminou em junho de 2019. Deu-se início à intervenção didática, pondo em prática as planificações elaboradas. Além disso,

procedeu-se à recolha dos dados necessários a este estudo, através das observações da turma, das notas de campo recolhidas ao longo do processo, dos questionários implementados, dos registos audiovisuais, das entrevistas e dos documentos.

Em junho de 2019 deu-se início à última fase do estudo que tinha como objetivos a análise dos dados e a redação do Relatório Final da PES. Nesta etapa cada capítulo correspondeu a uma meta. Neste sentido, foram concretizadas várias etapas na escrita, complementadas com revisões bibliográficas frequentes.

#### **4. Recolha de dados**

De acordo com Vale (2004), numa investigação qualitativa devemos focar-nos em dados sob a forma de palavras que mais tarde possam ser traduzidos em texto. Na mesma linha de pensamento Wolcott (1994, referido por Vale 2004), defende que este tipo de informação deve resultar de observações, entrevistas ou documentos.

Como refere Vale (2004) podem ser destacados três pontos fortes na recolha de dados qualitativos. O primeiro aspeto foca-se no facto de os dados serem ocorrências naturais em ambientes também eles naturais, garantindo desta forma uma forte ligação à realidade. O segundo aspeto é o facto de este processo ter como característica entender os fenómenos e a realidade como um todo e não somente como resultado da união de fenómenos. Por fim, o terceiro aspeto é a possibilidade de permitir estudar qualquer processo, pois são dados específicos recolhidos num determinado tempo.

Os dados qualitativos podem ser recolhidos a partir de vários métodos. Neste estudo optou-se pela observação, pelo questionário, pela entrevista, pelos documentos e pelos registos audiovisuais.

##### **4.1. Observação**

A observação dos participantes e do contexto em que estão inseridos é considerado um procedimento fundamental para que a recolha de dados seja bem-sucedida. Esta técnica é uma forma de estudar os fenómenos em contexto natural, respeitando, desta forma, o seu ambiente. De acordo com Vale (2004) a observação é a melhor técnica de recolha de dados de um indivíduo em atividade, pois permite comparar aquilo que o sujeito

diz, ou que não diz, com aquilo que faz. Lincoln e Guba (1985, referidos por Vale, 2004), defendem que a observação maximiza a habilidade do investigador para agarrar motivos, crenças, preocupações, interesses ou pensamentos que os intervenientes sintam necessidade de expressar.

De acordo com Coutinho (2016) a observação pode ser considerada participante ou não participante. A observação não participante não permite ao investigador interagir nem comunicar com os sujeitos, o investigador apenas fica encarregue de registar notas de campo baseadas naquilo que vê, enquanto que a observação participante implica a inserção do investigador no contexto, comunidade ou organização, envolvendo-se nas atividades que pretende explorar. Como participante o investigador tem a vantagem de obter informações mais valiosas devido à proximidade direta dos fenómenos, mas para que tal aconteça tem que ser capaz de conquistar a confiança do seu público. Vale (2004) também refere que “o investigador pode assumir uma posição passiva, exterior em relação ao que pretende observar, ou pode tomar uma posição interativa, onde passa a ter um papel de interveniente ativo” (p. 81). Este último posicionamento é associado à observação participante, que neste estudo acabou por ser incontornável, não só pela sua natureza, mas pela necessidade de a investigadora ser também professora da turma.

Esta ligação com os alunos esteve presente em todas as aulas, havendo necessidade de acompanhar o trabalho de cada um individualmente e de cada grupo em todas as tarefas, incluindo as tarefas do trilho matemático virtual. Procurou-se assegurar o esclarecimento de todas as dúvidas nos diferentes momentos de cada aula e adequar o comportamento às diferentes situações, assumindo desta forma o papel de observadora participante. Por tudo isto, surgiram algumas dificuldades em registar por escrito alguns acontecimentos durante as aulas ou por vezes captar registos fotográficos de uma ou outra situação relevante. Antecipando estas fragilidades foi necessário recorrer a gravações de vídeo e de áudio desde a primeira aula.

#### **4.2. Inquérito por questionário**

De acordo com Vale (2004) o inquérito por questionário é uma técnica de recolha de dados fácil de aplicar que permite obter respostas diretas e rápidas de carácter factual

ou atitudinal, por isso é particularmente útil quando se procura respostas de um grande número de participantes. Esta técnica traduz-se no preenchimento de um formulário que pode ser composto por questões mais diretas, de escolha múltipla, de correspondência ou por questões abertas, de forma a que os alunos tenham oportunidade de justificar as suas respostas, tornando a recolha de dados mais rica em detalhes.

Foram elaborados dois questionários, um foi aplicado na primeira aula de Matemática lecionada e o segundo foi aplicado na última semana de aulas, na penúltima aula. Foram designados, respetivamente, como questionário inicial e questionário final. Em ambos foi privilegiado o formato em suporte de papel, por considerar que desta forma seria mais fácil controlar e assegurar que todos os alunos respondiam às questões. Esta foi uma das técnicas utilizadas neste estudo para complementar a recolha de dados por observação.

Inicialmente foram delineados os objetivos dos questionários e, por isso, na sua estrutura foram tidos em conta alguns fatores, como a faixa etária dos alunos, o tempo que iriam ter disponível para os preencher e a natureza do conteúdo. Salienta-se que ambos os questionários foram entregues nos primeiros 10 minutos de cada aula, de forma a garantir o seu preenchimento e evitar que algum dos alunos o levasse para casa e eventualmente se esquecesse de trazer. É de salientar que na construção dos dois questionários achou-se por bem incluir algumas questões fechadas, de escolha múltipla, porém a maior parte das questões eram de carácter aberto, acompanhadas sempre de um “Porquê?”, de forma a dar oportunidade aos alunos de expressarem a sua opinião. Apenas o questionário inicial apresentou uma questão de correspondência.

O questionário inicial, também designado por Questionário I, (Anexo 1), teve como propósito conhecer a relação dos alunos com a disciplina de Matemática e a sua perspetiva acerca de alguns aspetos, como por exemplo se gostavam da disciplina, as suas disciplinas favoritas, as preferências sobre as tarefas, a relação de cada um com as tecnologias em contexto escolar, a sua opinião em relação ao trabalho colaborativo e sobre a aplicabilidade da Matemática no dia-a-dia.

No questionário final, também designado por Questionário II (Anexo 3), optou-se por manter na primeira parte algumas das perguntas do primeiro questionário sobre a

aplicabilidade da Matemática, de forma a comparar as respostas iniciais e as finais e analisar possíveis mudanças na opinião dos alunos. A segunda parte centrou-se no trilha matemático virtual, incidindo na preferência pelas tarefas e na utilização do Google Maps na aprendizagem das isometrias. Os alunos puderam também expor as dificuldades sentidas.

#### **4.3. Entrevista**

De acordo com Coutinho (2016) um investigador qualitativo deve ser capaz de auscultar opiniões detalhadas dos investigados sobre fenómenos específicos. Para isso acontecer é necessário utilizar um instrumento não estruturado ou livre que neste caso são as entrevistas. Como refere Vale (2004), a finalidade das entrevistas é obter, clarificar e ajudar a interpretar algumas informações que não foi possível observar diretamente, como por exemplo, pensamentos, opiniões, sentimentos ou intenções, sendo assim considerado “um dos modos mais eficazes de recolher informação” (p. 87). Para que as respostas dos participantes sejam naturais o investigador deve também manter uma postura bastante natural e conseqüentemente assumir um papel imparcial, de forma a promover uma conversa informal com os participantes.

O grau de estrutura da entrevista pode assumir, de acordo com Bogdan & Biklen (1994), as seguintes vertentes: estruturada, semiestruturada e não estruturada. Segundo estes autores, uma entrevista é estruturada quando é usado um guião onde as questões colocadas pelo investigador se encontram pré-definidas de forma a controlar o conteúdo abordado. Na entrevista não estruturada as questões surgem naturalmente, conforme o contexto, não existindo de todo um guião com questões pré-definidas pelo investigador. Na entrevista semiestruturada são apenas definidos alguns tópicos que o investigador pretende abordar, no entanto deve ser capaz de manter um contexto semelhante ao de uma conversa informal e natural durante toda a entrevista (Bokdan & Biklen, 1994).

Neste estudo optou-se por realizar uma entrevista semiestruturada (Anexo 4) a cada um dos grupos-caso. Estas entrevistas tiveram como propósito compreender certos pormenores que não tivessem ficado claros nos registos escritos referentes às tarefas resolvidas, de modo a perceber melhor o raciocínio dos alunos. As entrevistas foram



realizadas em tempo não letivo, após a realização do trilho, num momento individual previamente combinado com cada um dos grupos, e teve a duração de 15 a 20 minutos. As entrevistas foram preparadas após a análise das resoluções de cada grupo. Foram elaboradas questões gerais sobre o trilho e questões específicas sobre as questões que os alunos erraram ou nas que apresentaram resoluções diferentes. Neste momento os alunos tiveram acesso aos seus registos, de forma a poderem relembrar o as suas resoluções.

#### **4.4. Documentos**

A recolha de dados através de documentos, que abrange todo o tipo de registos e materiais, constitui uma mais valia para uma investigação qualitativa na altura de analisar e interpretar os dados do estudo. Como refere Yin (2003, referido por Fernandes 2018), este método é considerado um instrumento muito útil, sobretudo para recolher detalhes mais específicos que “ajudam a comprovar e ampliar, ou em alguns casos, contrariar evidências obtidas de outras fontes ou permitir fazer inferências a partir da informação que ali consta”. Vale (2004, p. 89) refere que os documentos “...incluem tudo o que existe antes e durante a investigação, incluindo relatórios, trabalhos de arte, fotografias, memos, registos, transcrições, jornais, brochuras, agendas, notas, gravações em vídeo ou áudio, notas dos alunos, discursos, ...” (p. 90)

No início da intervenção foi recolhido um primeiro conjunto de documentos referentes a informações sobre os alunos. Seguiram-se documentos referentes às produções escritas dos alunos, registos elaborados pela investigadora, transcrições das gravações áudio, e outros disponibilizados pelo professor titular da turma (histórico da turma, pautas de avaliação, entre outros).

Segundo Vale (2004) quando uma investigação se desenrola por muito tempo o investigador sente necessidade de tomar notas que representem acontecimentos. Assim, para terminar, é importante salientar que no final de cada sessão era preenchida uma folha de reflexão pessoal, de forma a sintetizar momentos importantes em cada aula (Anexo 5).

#### **4.5. Registos Audiovisuais**

Durante o período de aulas todas as sessões foram gravadas em vídeo para mais tarde serem revistas, de forma a registar e analisar todos os detalhes que na altura pudessem escapar. Este instrumento revelou-se um fiel método de análise. As sessões da realização do trilho matemático virtual também foram filmadas, mas a câmara esteve centrada e focada nos grupos-caso, visto não ser possível acompanhá-los exclusivamente durante toda a atividade. Tanto nas aulas como nas sessões do trilho matemático virtual os registos dos alunos sobre as tarefas realizadas foram, sempre que possível, captados em fotografia de modo a poderem ser usados para ilustrar resultados. Por vezes, para completar os registos de vídeo eram também realizadas gravações de áudio de forma a garantir e salvaguardar a captação de todos os momentos importantes do estudo. Estes registos audiovisuais foram utilizados no sentido de salvaguardar que todos os momentos de aula ficassem registados para posteriormente poderem servir de base à interpretação dos dados. Visto não ter par de estágio foi necessário recorrer aos apoios tecnológicos para assegurar que não se perdia informação para o estudo.

Neste percurso surgiram algumas dificuldades. Por exemplo, a área de captação da câmara de vídeo não abrangia toda a turma e o barulho, por vezes, sobrepunha-se aos diálogos dos alunos. Refere-se ainda que, na fase de preparação do roteiro/guião do trilho foi realizada uma recolha de fotografias na cidade de Viana do Castelo que serviram de base à formulação das tarefas.

#### **5. Análise de dados**

Depois de recolher os dados é importante selecionar os métodos mais eficazes para a análise, de forma a organizá-los e interpretá-los. Desta forma, Vale (2004) clarifica que a análise de dados se trata de um modo de organizar e relatar acontecimentos, identificando assim aspetos essenciais para sermos capazes de descrever melhor os acontecimentos. Pode-se considerar este processo sistemático e estruturado, como se fosse uma história que deve ser contada de forma cautelosa para que consigamos desvendar o que está por detrás de cada abordagem, observação, método ou escolha.

Um dos modelos de análise de dados mais utilizados é o de Miles e Huberman (1994, referido por Vale, 2004) que tem uma estrutura com três fases: (1) Redução dos dados; (2) Apresentação dos dados; e (3) Conclusões e verificações. Segundo Vale (2004) a redução dos dados ocorre continuamente durante o estudo e só termina no fim da redação do relatório. Este processo consiste em selecionar, organizar e clarificar notas de campo e apontamentos, de forma a que se consiga posteriormente formular conclusões dessas notas. Na fase de apresentação dos dados o investigador deve reunir a informação já tratada e organizada de modo resumido, para que consiga formular conclusões e, com base nelas, tomar decisões. Esta fase ajuda-nos a compreender a informação e a sintetizar as ideias principais. Esta organização pode ser realizada através de gráficos, tabelas, redes, entre outras representações. Para rematar, Vale (2004) defende que “uma boa apresentação dos dados é o melhor caminho para validar a análise qualitativa” (p. 64). Por fim, apesar de as conclusões ao longo de todo o estudo serem imperfeitas e desfocadas, ao completar todas as fases de análise de dados e conforme forem identificadas vão-se tornando mais nítidas e perceptíveis. Os significados das conclusões que vão surgindo têm que ser verificados. Este é um processo que pode ser rápido ou mais demorado, dependendo da quantidade de dados envolvidos no estudo.

Neste estudo, os dados foram recolhidos de diferentes formas (e.g. registos de tarefas, notas de campo, entrevistas, questionários) e realizou-se uma análise tendo por base o problema e as questões de investigação. Posteriormente, agrupou-se os dados em categorias, de forma a descobrir um fio condutor, para que fosse possível verificar a sua coerência através da literatura revista. Assim, decidiu-se considerar o desempenho e as atitudes dos alunos na realização do Trilho Matemático Virtual, como duas categorias de análise. As subcategorias surgiram tendo por base o enquadramento teórico em articulação com os dados empíricos (Stake, 1994), tal como se pode observar na tabela 2.

Tabela 2- Categorias de análise

<b>Categorias</b>	<b>Subcategorias</b>	<b>Indicadores</b>
<b>Desempenho</b>	Resolução da tarefa	Resposta correta Resposta parcialmente correta Resposta incompleta Resposta incorreta
	Dificuldades	
<b>Atitudes</b>	Domínio afetivo	Autoconfiança Ansiedade Gosto pela Matemática
	Domínio comportamental	Motivação intrínseca
	Domínio cognitivo	Utilidade da Matemática

### Capítulo IV- Sequência didática

Ao longo deste capítulo irá ser apresentada a estrutura e a dinâmica das aulas de matemática, sendo ainda explicitados os detalhes sobre o desenho do trilho matemático virtual, bem como sobre as tarefas propostas aos alunos.

#### 1. As aulas de Matemática

Durante o percurso de intervenção da PES, no 2.º CEB foram lecionadas sete aulas dedicadas à exploração de conteúdos relacionados com o tema das isometrias. Depois deste período, seguiram-se duas aulas de noventa minutos onde foi implementado o trilho matemático virtual. As duas últimas aulas foram dedicadas à realização da ficha de avaliação e à entrega e correção da mesma, como se observa no quadro 3.

<b>Temas das Implementações de Matemática (maio e junho 2019)</b>			
1ª Implementação Dia 7- 3ª feira Aula de 90min	2ª Implementação Dia 9- 5ª feira Aula de 90min	3ª Implementação Dia 10- 6ªfeira Aula de 90min	4ª Implementação Dia 14- 3ª feira Aula de 90min
Questionário inicial; Revisões; Mediatriz de um segmento de reta: propriedades e construção	Reflexão axial: propriedades e construção	Eixos de simetria, simetria de reflexão, bissetriz	Rotação e as suas propriedades
5ª Implementação Dia 16- 5ª feira Aula de 90min	6ª Implementação Dia 17- 6ª feira Aula de 90min	7ª Implementação Dia 21- 3ª feira Aula de 90 min	8ª Implementação Dia 23- 5ª feira Aula de 90 min
Bissetriz, Rotação e as suas propriedades	Simetria de rotação	Reflexão central	1ª sessão: Trilho Matemático Virtual
9ª Implementação Dia 24- 6ª feira Aula de 90 min	10ª Implementação Dia 28- 3ª feira	11ª Implementação Dia 30- 5ª feira Aula de 90 min	12ª Implementação Dia 31- 6ª feira
2ª sessão: Trilho Matemático Virtual	Dia da visita de estudo	Aula de revisões	Aula de revisões; Questionário final
13ª Implementação Dia 4- 3ª feira Aula de 90min	14ª Implementação Dia 6- 5ªfeira Aula de 90min		
Ficha de avaliação	Entrega e correção da ficha de avaliação		

Quadro 3- Temas das aulas

Nas sete primeiras aulas a dinâmica foi similar. Iniciavam sempre com a escrita do sumário no quadro com os objetivos que iriam ser abordados. Depois de os alunos escreverem o sumário no caderno, a professora orquestrava sempre um momento de revisões sobre os conteúdos aprendidos na aula anterior, de forma a esclarecer algumas dúvidas que pudessem ainda existir. Este momento servia também para fazer a transição para a matéria que se seguia. Caso os alunos tivessem levado trabalhos de casa, os mesmos eram corrigidos, aproveitando para aprofundar a revisão da aula anterior e o esclarecimento de eventuais dúvidas. Salienta-se que, quando havia trabalhos de casa, eram corrigidos no quadro pelos alunos e discutidos em grande grupo.

Os novos conteúdos eram sempre abordados a partir de um desenho, de uma pintura, de uma exploração com material manipulável ou no Geogebra e eram sempre acompanhados com questões como: “O que aconteceu à figura inicial?”, “O que mudou na figura inicial?” ou “As amplitudes dos ângulos internos na figura transformada são iguais às amplitudes dos ângulos internos da figura inicial? E os comprimentos dos segmentos de reta da figura transformada são iguais aos da figura inicial?”. As aulas foram todas planeadas antecipadamente tendo como objetivo que os alunos explorassem e deduzissem relações, tendo oportunidade de manipular vários materiais didáticos (geoplano, espelhos, figuras geométricas, etc.).

Após a exploração inicial, os alunos realizavam uma primeira tarefa de aplicação do manual ou de uma ficha de trabalho elaborada previamente pela professora. Essa tarefa poderia ter como objetivo desenhar, usar materiais manipuláveis como espelhos, geoplanos, figuras geométricas, dobragens, identificar ou caracterizar isometrias. Depois deste momento inicial a professora, juntamente com os alunos, reunia as conclusões acerca do que tinham acabado de realizar. Nesta fase, sempre que necessário, a professora escrevia algumas notas ou definições importantes no quadro, de forma a que os alunos acessem a toda a informação necessária no caderno em estudos futuros. Para consolidar a matéria o restante tempo de aula era dedicado à realização de tarefas do manual. Antes de a aula terminar, a professora fazia questão de dedicar os últimos dez minutos à realização de uma síntese com os alunos sobre o que tinham aprendido naquela aula e, assim, esclarecer qualquer dúvida que tivesse restado.

## **2. O trilho matemático virtual pela cidade de Viana do Castelo**

### **2.1. Desenho do trilho matemático virtual**

Segundo Barbosa et al. (2015) o desenho de um trilho matemático deve iniciar-se com uma pesquisa e exploração do contexto selecionado. Esta exploração deve ser realizada a partir da recolha de fotografias de elementos característicos do meio que tenham potencial para a elaboração de tarefas matemáticas (e.g. janelas, azulejos, gradeamentos, portas, pavimentos, edifícios, sinais de trânsito). Após esta recolha devem ser elaboradas propostas de tarefas matemáticas baseadas nos elementos recolhidos e que revelem maior potencial. Depois destas propostas serem analisadas, devem ser sequenciadas sob a forma de um trilho matemático, com um ponto de partida e um ponto de chegada, sendo identificadas várias paragens nos quais os alunos realizaram as tarefas matemáticas (Barbosa et al., 2015; Vale et al., 2019). Neste trabalho optou-se por realizar um trilho matemático virtual e uma atividade que permitia que os alunos procurassem exemplos de isometrias à volta do mundo.

O desenho do trilho matemático virtual teve em conta as etapas acima mencionadas, com o objetivo de ser o mais coerente e rigoroso possível. O primeiro passo a ser tomado foi identificar o local onde se iria centrar o trilho, considerando que se iria utilizar como ferramenta o Street View do Google Maps. Havendo a possibilidade de realizar o trilho em qualquer parte do mundo, optou-se por situar este desafio num contexto próximo dos alunos, de modo a conseguirem identificar os locais e elementos envolvidos e orientarem-se mais facilmente a partir de qualquer ponto. Com estas preocupações e analisando todas as possibilidades, decidiu-se explorar o centro histórico da cidade de Viana do Castelo. Este contexto foi escolhido pelo facto de todos os alunos serem residentes na cidade e, por isso, os sítios e elementos escolhidos serem muito familiares. Foi também considerado o potencial da riqueza patrimonial e histórica que o centro da cidade tem.

Após a escolha do local, a professora estagiária realizou um percurso pela cidade de forma a registar fotograficamente todos os elementos com potencial para explorar matematicamente. Após uma análise das imagens, as tarefas foram sendo construídas e

gradualmente melhoradas, dando lugar ao produto final, o trilho matemático virtual. Este trilho teve início no centro da cidade, na Praça da República, de seguida passou-se ao Passeio das Mordomas da Romaria, seguindo para a Estação dos Comboios de Viana do Castelo, depois para a Avenida dos Combatentes da Grande Guerra, tendo terminado na Rua Manuel Espregueira. O trilho é constituído por sete tarefas, tendo por base conteúdos relacionados com o tema abordado nas aulas, as Isometrias. De acordo com Ponte (2005) a natureza das tarefas deve ser variada. Procurou-se integrar estas ideias na construção das tarefas do trilho, contemplando problemas, desafios e exercícios de aplicação. Salienta-se que na formulação das tarefas foram tidos em conta alguns aspetos fundamentais, como por exemplo, a linguagem usada nos enunciados ser semelhante à linguagem que os alunos encontravam nas tarefas do manual ou fichas de trabalho, facilitando assim a sua compreensão. Houve ainda preocupação em refletir sobre o tempo que cada tarefa poderia demorar a realizar, para que se conseguisse realizar o trilho no tempo previsto.

A segunda atividade teve como título “Tarefa matemática virtual à Volta do Mundo”. Foi construída de forma a que os alunos pudessem explorar ao máximo as potencialidades do Google Maps neste contexto, permitindo-lhes ir a qualquer local do mundo à procura de elementos com isometrias. Desta forma os alunos puderam recorrer ao seu lado criativo e curioso, para realizar uma tarefa de exploração. Devido a constrangimentos relacionados com o tempo para a realização deste relatório, não foi possível analisar os resultados da implementação desta tarefa.

Na capa do trilho matemático virtual foi introduzido um mapa à escala do percurso que os alunos iriam realizar a partir do Street View do Google Maps (Figura 36), para que se conseguissem situar na cidade e, desta forma, ficassem familiarizados com o nome das ruas e com o percurso que iriam realizar. A capa da tarefa matemática à volta do mundo foi ilustrada com o Pegman, a mascote do Google Maps, em cima de um globo rodeado de materiais de desenho e medição usados na Geometria, bem como os símbolos característicos da aplicação (Figura 37).





Figura 36- Capa do trilho matemático virtual pela cidade de Viana do Castelo

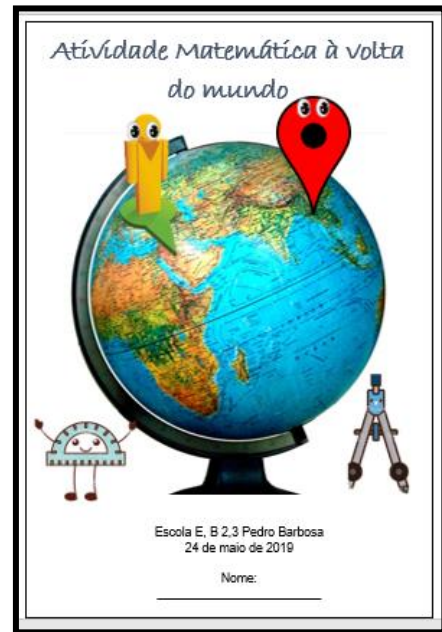


Figura 37- Capa da tarefa matemática virtual à volta do mundo

Nas primeiras páginas foi elaborada uma introdução ilustrada com o Pegman, para que os alunos compreendessem o que se pretendia que fizessem, o material necessário à realização do trilho e para tomarem conhecimento de todos os símbolos do Google Maps e da respetiva funcionalidade (Figuras 38 e 39).

Olá amigos! Eu sou o Pegman do Google Maps, a minha função é marcar qualquer localização no mapa, mas hoje vou ser uma das personagens do vosso percurso!

Vamos percorrer juntos um trilho matemático virtual de 1,2 km. Ao longo do trilho terás 7 paragens, nas quais irás realizar um conjunto de tarefas matemáticas sobre as isometrias que tens vindo a aprender. Não te esqueças que vais trabalhar a pares. Por isso, é importante partilhar ideias.

Para o trilho efetuar, o teu material de desenho e o teu guião não pode faltar (lápis, borracha, compasso, régua, esquadro e transferidor).

Durante o percurso, vão aparecer algumas imagens nas instruções do teu guião para te ajudar, por isso aqui está uma legenda para saberes o seu significado.

Símbolo	Significado
	"Estás aqui."
	Seta de Movimento
	Barra de pesquisa de locais do Google Maps
	Bússola
	Zoom

Bom trabalho!

Figura 38- Instruções do trilho matemático virtual pela cidade de Viana do Castelo

Na última aula fizemos um trilho matemático na cidade de Viana do Castelo.

Hoje vais procurar exemplos de isometrias num local do mundo à tua escolha.

**Segue as instruções:**

- 1º. Cria uma pasta no ambiente de trabalho com os nomes dos elementos do teu grupo;
- 2º. Abre o Google na aplicação Google Maps;
- 3º. Na barra de pesquisa do Google Maps escreve o nome de um local que gostasses de visitar e procura exemplos de isometrias;
- 4º. Observa a paisagem à tua volta e fica atento a elementos como varandas, monumentos, azulejos, portões, janelas, etc...
- 5º. Quando encontrares algum exemplo de uma ou mais isometrias faz o respetivo registo.
- 6º. Guarda as imagens na pasta criada. Para isso:
  - ✓ Agora carrega na tecla "PrtSc";
  - ✓ Abre a aplicação do "Paint" no teu computador;
  - ✓ Cola a imagem;
  - ✓ Guarda na pasta que está no Ambiente de Trabalho.

Figura 39- - Instruções da tarefa matemática virtual à volta do mundo

O processo de resolução destes trilhos é diferenciado dos trilhos em papel, devido ao facto de se utilizar uma aplicação tecnológica e esta ter os seus próprios mecanismos para a realização do percurso. Por isso, foi necessário apresentar em todas as tarefas instruções prévias de forma a orientar e ajudar os alunos a encontrarem os elementos que iriam analisar na resolução das tarefas propostas (Figura 40).

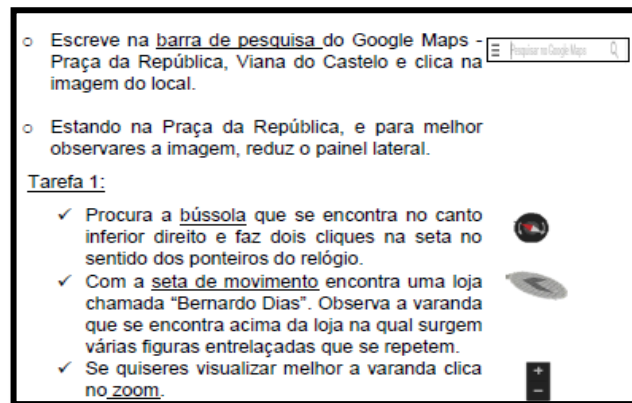


Figura 40- Exemplo das instruções prévias introduzidas antes das tarefas

Ambos os trilhos foram apresentados aos alunos na forma de um pequeno roteiro, como um bloco de notas, o primeiro continha seis páginas em tamanho A5 (Anexo 6) e o segundo tinha apenas duas páginas, também em formato A5 (Anexo 7).

Para a realização das duas atividades, a turma foi organizada em dez pares, sendo que dois foram escolhidos como grupos-caso. Foram usadas duas aulas de noventa minutos, realizadas numa sala de informática, de forma a garantir um computador em boas condições para cada par de alunos. Os registos foram todos realizados no guião/roteiro do trilho, havendo espaço para o efeito.

## 2.2. As tarefas

O trilho matemático virtual foi composto por 7 tarefas em que o objetivo foi abordar o tema das isometrias trabalhado durante as aulas. Neste ponto serão caracterizadas todas as tarefas apresentadas no trilho, bem como as propostas de resolução que apelavam à construção, à identificação e à caracterização de isometrias.

## Trilho Matemático Virtual na cidade de Viana do Castelo

### Tarefa 1

Para realizar a primeira tarefa os alunos tinham que começar por escrever na barra de pesquisa do aplicativo “Praça da República, Viana do Castelo”, e depois resolver quatro questões relacionados com um mesmo elemento.

Com o auxílio das setas de movimento que permitiam aos alunos deslocarem-se no ecrã e com base nas pistas do enunciado tinham de encontrar uma loja chamada “Bernardo Dias”. De seguida, tinham que observar a varanda que se encontrava acima da loja e que era composta por várias figuras entrelaçadas que se repetiam, como se observa na figura 41.



Figura 41- Varanda que os alunos tinham que observar

Na primeira questão, 1.1., os alunos tinham de representar no guião a figura que se repetia ao longo da varanda, como se pode verificar na proposta de resolução (Figura 42).

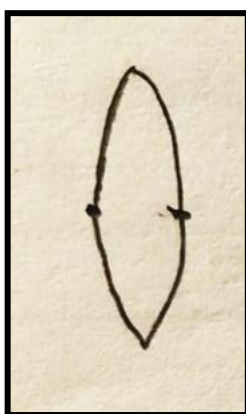


Figura 42- Proposta de resolução da questão 1.1.

Na questão 1.2., os alunos tinham que identificar na figura anteriormente desenhada os eixos de simetria, caso houvesse simetrias de reflexão. Para isso, era esperado que os alunos recorressem aos conhecimentos já aprendidos sobre os eixos de simetria e as suas propriedades, de forma a serem capazes de identificar os dois eixos de

simetria, um na posição vertical e outra na posição horizontal, como se observa na proposta de resolução representada na figura 43.

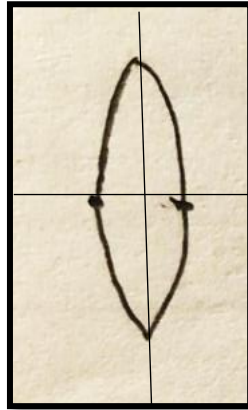


Figura 43- Proposta de resolução da questão 1.2.

Seguindo a mesma linha de raciocínio, a mesma figura permitia estudar também as simetrias de rotação. Por isso na questão 1.3. os alunos tinham que identificar quantas simetrias de rotação tinha a figura, descrevendo-as. De forma a resolver esta questão corretamente os alunos tinham que mobilizar os conhecimentos já aprendidos sobre a identificação de simetrias de rotação numa figura, descrevendo os ângulos de rotação. Uma das propostas de resolução pode-se observar na figura 44.

<p>1.3. Quantas simetrias de rotação tem a figura? Descreve cada uma delas.</p>
<p>Resolução</p>
<p>A figura apresenta duas simetrias de rotação com centro O. As amplitudes de rotação são: <math>180^\circ</math> e <math>360^\circ</math>.</p>

Figura 44- Proposta de resolução da questão 1.3.

De modo a finalizar a primeira tarefa, na questão 1.4. foi pedido aos alunos para esboçarem uma varanda semelhante à que tinham observado. Para a construção da varanda foram impostas algumas condições. Os alunos deviam pensar numa figura que apresentasse simetrias de reflexão e simetrias de rotação. Poderiam inspirar-se na figura

dada, como se pode observar na proposta de resolução na figura 45, ou noutras varandas que conhecessem desde que cumprisse as condições impostas.


<p>1.4. Faz um esboço de uma varanda parecida com esta. Deves usar uma figura que se repita e que tenha simetrias de reflexão e simetrias de rotação.</p>	
<p>Desenho</p> 	<p>Explica como pensaste</p> <p>Pensei em utilizar um losango e entrelaçá-lo de forma semelhante à varanda original</p>

Figura 45- Proposta de resolução da questão 1.4.

## **Tarefa 2**

Na segunda tarefa pretendia-se que os alunos aplicassem conhecimentos relacionados com a reflexão central e a reflexão axial. Esta tarefa foi dividida em duas questões. A 2.1. era dedicada à reflexão central e a 2.2. era dedicada à reflexão axial. Como foi explicado inicialmente, esta tarefa foi apoiada por uma introdução (Figura 46) com algumas orientações de forma que os alunos encontrassem mais facilmente o elemento a analisar (Figura 47).

**Tarefa 2:**



- Agora clica 2 vezes na bússola no sentido contrário ao dos ponteiros do relógio. Coloca a seta de movimento junto da loja com o toldo branco e clica 1 vez.  
- ✓ Procura a loja com o nome "Lara Boutique".
- ✓ Por cima desta loja existe também uma varanda de ferro forjado com motivos diferentes dos que encontre na tarefa anterior.
- ✓ Usando elementos dessa varanda, apresenta um exemplo de uma:

Figura 46-Instruções para a tarefa 2

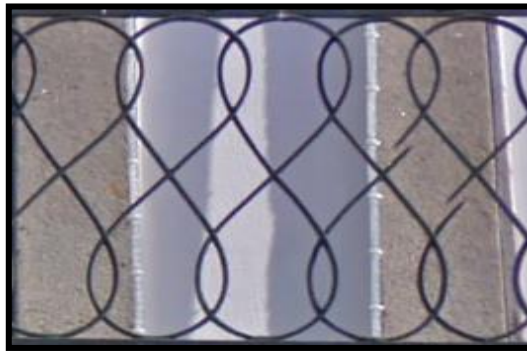


Figura 47- Elementos da varanda a observar

A partir do elemento encontrado, na questão 2.1. os alunos tinham que apresentar primeiramente um exemplo de uma reflexão central (Figura 48) e na questão 2.2 tinham que apresentar um exemplo de uma reflexão axial (Figura 49), explicando como tinham pensado.

2.1.

Reflexão Central	
Desenho	Explica como pensaste
	<p>Pensei que para realizar uma reflexão central a figura tinha que rodar <math>180^\circ</math></p>

Figura 48- Proposta de resolução da questão 2.1.

2.2.

Reflexão Axial	
Desenho	Explica como pensaste
	<p>Pensei em realizar uma reflexão axial a partir de um eixo de simetria na vertical</p>

Figura 49- Proposta de resolução da questão 2.2.

### Tarefa 3

A tarefa 3 foi proposta sob a forma de problema. Inicialmente, os alunos tinham que encontrar um vitral, com o auxílio das instruções (Figura 50), e que estava presente na parte superior de uma janela (Figura 51).

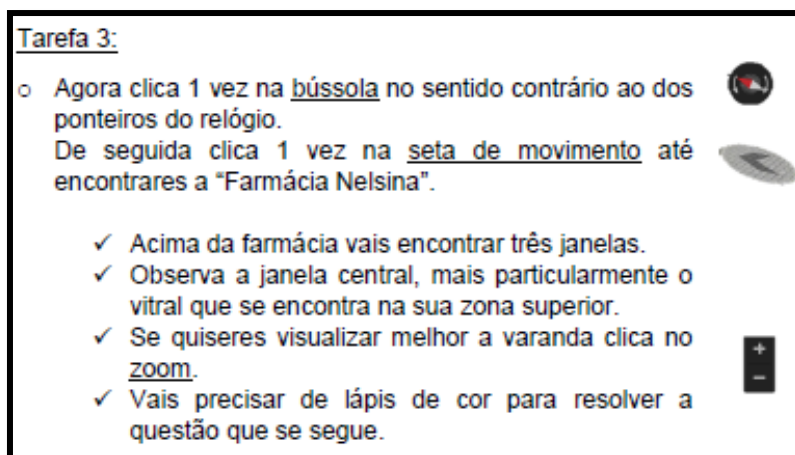


Figura 50- Instruções da tarefa 3

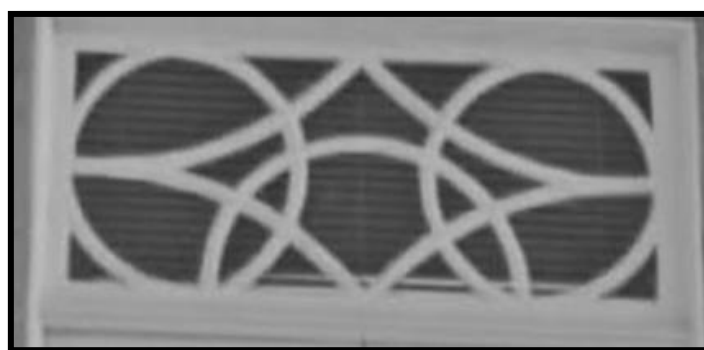


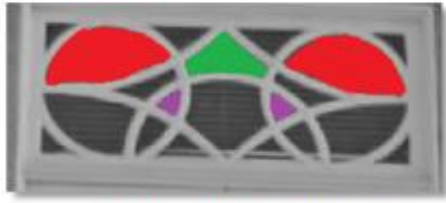
Figura 51- Vitral a observar

Este problema tinha como objetivo abordar simultaneamente as simetrias de reflexão e as simetrias de rotação de uma figura. O problema explicava que o dono da casa tinha decidido pintar o vitral da parte superior da janela e o desafio era: pintar o vitral de modo a que este tivesse simetria de reflexão, mas não poderia apresentar qualquer simetria de rotação.

À semelhança das tarefas anteriores os alunos tinham no seu roteiro uma secção de desenho e uma secção denominada "Explica como pensaste" de forma a esclarecer e justificar melhor a resposta dada. Era esperado que os alunos encontrassem uma estratégia com base nas cores dos vitrais. Pode-se observar uma proposta de resolução na figura 52.

**3.1.** O dono da casa decidiu pintar os vidros da parte superior da janela do meio. Como o poderá fazer de modo que o vitral tenha simetria de reflexão, mas não simetria de rotação?

**Desenho**



**Explica como pensaste**

Ao pintarmos usando as mesmas cores dos dois lados garantimos que, ao traçar um eixo de simetria vertical que divide o vitral em duas partes iguais, a figura apresenta simetria de reflexão. No entanto não há forma de aplicar uma rotação de modo a que tenha simetria de rotação.

Figura 52- Proposta de resolução da tarefa 3




#### **Tarefa 4**


Esta tarefa foi colocada na forma de problema e foi necessária mais atenção na formulação das instruções de forma a garantir que ficavam claras para os alunos e desta forma eles fossem capazes de encontrar o local autonomamente (Figura 53).

**Tarefa 4:**

- o Clica 2 vezes na bússola no sentido contrário ao dos ponteiros do relógio. Em frente à "Farmácia Nelsina" vais visualizar um passeio largo chamado "Passeio das Mordomas da Romaria". Este passeio tem início entre a Igreja da Misericórdia e o Café Caravela. Dirige-te para lá utilizando a seta de movimento.

- ✓ Do lado direito encontras a fachada lateral da Igreja da Misericórdia.
- ✓ Ao longo do percurso vais observar dois portões verdes de ferro forjado. Dirige-te ao segundo.
- ✓ Na parte superior desse portão é possível identificar cinco semicircunferências concêntricas.
- ✓ Se quiseres visualizar melhor a imagem clica no zoom.
- ✓ A região entre as duas semicircunferências de menor raio está dividida em várias figuras iguais. Usa essas figuras como referência para decompor em ângulos iguais o semicírculo limitado pela 2ª semicircunferência de menor raio.



Fica atento à explicação da professora, ela vai ajudar-te. Aproveita!

Figura 53- Instruções da tarefa 4



Por vezes, para chegar a este local, o Google Maps colocava algumas dificuldades nos acessos, por isso, no caso de os alunos não conseguirem alcançar o local existia um plano B. Nesta situação os alunos poderiam escrever na barra de pesquisa a morada da rua onde se encontrava o elemento que iriam observar. Esta estratégia seria utilizada só em caso de necessidade. A tarefa baseou-se num elemento presente no segundo portão de ferro verde que se encontrava na lateral da Igreja da Misericórdia no Passeio das Mordomas da Romaria. Na parte superior deste portão era possível identificar seis semicircunferências concêntricas (Figura 54). Para visualizar melhor este elemento os alunos poderiam, sempre que necessário, clicar no botão do zoom.

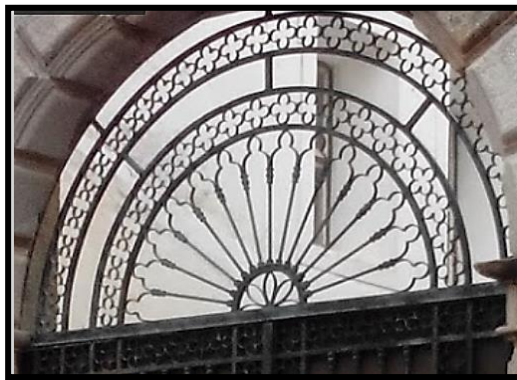


Figura 54- Parte do portão a observar

Os alunos tinham que observar a região entre as duas semicircunferências de menor raio e verificar que estava dividida em várias figuras iguais. De seguida tinham que utilizar estas figuras como referência para decompor o semicírculo em ângulos iguais, limitado pela segunda semicircunferência de menor raio (Figura 55).



Figura 55- Região entre as duas semicircunferências de menor raio

Esta questão pedia aos alunos para considerarem nessa semicircunferência a bissetriz que dividia um certo ângulo em dois com amplitude de  $51^\circ$ , dito isto quantas figuras estariam contidas nesse ângulo.

Era esperado que os alunos soubessem à partida que, se a amplitude dos dois ângulos gerados pela bissetriz era  $51^\circ$ , então a amplitude do ângulo inicial seria o dobro. Após este raciocínio esperava-se que os alunos fossem capazes de concluir que o ângulo pretendido tinha como amplitude  $102^\circ$ . Este era o primeiro ponto a ser resolvido. Como primeira hipótese de resolução, os alunos tinham de identificar quantas figuras estavam contidas na região entre as duas semicircunferências e dividir esse número pela amplitude do semicírculo,  $180^\circ$ , de forma a saber a amplitude de rotação de cada figura e concluir que estavam perante uma figura que continha simetrias de rotação. Ao realizar este cálculo os alunos iriam ficar a saber qual a amplitude correspondente ao ângulo relativo a cada figura e, como passo final, tinham de adicionar sucessivamente essa amplitude até chegar aos  $102^\circ$  para saber quantas figuras cabiam no ângulo pretendido. A segunda hipótese de resolução seria através de proporção simples, ou seja, os alunos saberiam à partida que em  $180^\circ$  cabiam 14 figuras, logo quantas figuras caberiam em  $102^\circ$ . Nas figuras 56 e 57 observam-se duas propostas de resolução desta tarefa. É de referir que nesta tarefa estavam envolvidos conteúdos como: raio, semicircunferência, semicírculo e bissetriz de um ângulo.

4.1.  
 Considera nesse semicírculo a bissetriz que divide um dado ângulo em dois com amplitude aproximada de  $51^\circ$ . Quantas das figuras acima visualizadas estão contidas nesse ângulo?

Resolução/Explica como pensaste
$180^\circ: 14 \text{ figuras} = 12,85 = 13^\circ$ Cada figura ocupa $13^\circ$
$13+13+13+13+13+13+13+13 = 104^\circ$
Resposta: Em $102^\circ$ cabem aproximadamente 8 figuras

Figura 56- Primeira proposta de resolução da tarefa 4

4.1.

Considera nesse semicírculo a bissetriz que divide um dado ângulo em dois com amplitude aproximada de  $51^\circ$ . Quantas das figuras acima visualizadas estão contidas nesse ângulo?

Resolução/Explica como pensaste

Graus	Figuras
$180^\circ$	$\rightarrow 14$
$102^\circ$	$\rightarrow X$

$$X = \frac{102 \times 14}{180} = 7,933$$

R: Em  $102^\circ$  cabem 8 figuras

Figura 57- Segunda proposta de resolução da tarefa 4

### Tarefa 5

Antes de os alunos chegarem à tarefa 5 tinham algumas orientações sob a forma de mapa, de modo a chegar mais facilmente à paragem seguinte (Figura 58).



Figura 58- Instruções da tarefa 5

Esta tarefa foi proposta sob a forma de um problema e o local escolhido foi a Estação de Comboios da cidade de Viana do Castelo. Era esperado que os alunos fossem capazes de encontrar uma estratégia para encontrar uma forma rápida de contar todos os vidros que existiam nas janelas da fachada da estação (Figura 59), recorrendo a uma ou mais das isometrias trabalhadas nas aulas.



Figura 59- Fachada da estação de comboios de Viana do Castelo

Para solucionar este problema os alunos poderiam recorrer à reflexão axial, visível na disposição das diferentes janelas que tinham o mesmo número de vidros e com os mesmo formato. Podiam partir do princípio de que o número de vidros de um dos lados do eixo era igual ao número de vidros do lado oposto, logo só teriam de contar o número de vidros de um dos lados e duplicar. Para a fachada os alunos teriam que repetir este processo para todo o tipo de janelas, como se pode observar na proposta de resolução na figura 60.

**Tarefa 5:** Observa a fachada principal da Estação de Comboios. Usando uma ou mais das isometrias que aprendeste na aula, encontra uma forma rápida de contar todos os vidros que existem nas janelas.

Resolução	
Zona superior:	Zona inferior:
5x4= 20 vidros	4x32= 128 vidros
13x6= 78 vidros	3x4= 12 vidros
	16x3= 48 vidros
Resposta: A fachada tem 286 vidros.	
<b>Isometrias que usei:</b>	
A isometria utilizada foi a reflexão axial.	

Figura 60- Proposta de resolução da tarefa 5

### **Tarefa 6**

Para realizarem a tarefa 6 os alunos tiveram que se dirigir à Avenida dos Combatentes da Grande Guerra e procurar o Banco “Santander Totta”. Esta tarefa, tal como as outras, foi acompanhada com instruções de apoio no início do guião (Figura 61).

**Tarefa 6:**

- o Clica 2 vezes na bússola no sentido contrário ao dos ponteiros do relógio. Coloca a seta de movimento na Avenida dos Combatentes da Grande Guerra e clica. Movimenta-te pela avenida até encontrares o Banco “Santander Totta”, situado do teu lado esquerdo junto a uma casa cor-de-rosa.




Figura 61- Instruções da tarefa 6

Ao encontrarem o Banco os alunos tinham que observar o logótipo situado na entrada. A tarefa consistia no desenho de uma proposta de um novo logótipo com a condição de que este resultasse da aplicação de uma ou mais isometrias, partindo do logótipo inicial (Figura 62).



Figura 62- Logótipo do Banco Santander

Primeiramente os alunos tinham que desenhar o logótipo inicial do banco na sua folha de resolução e depois era esperado que, juntamente com o par, pensassem numa isometria para utilizar, de forma a realizar uma transformação geométrica na figura inicial. Nas figuras 63 e 64 apresentam-se propostas de resolução utilizando a reflexão axial e rotação.

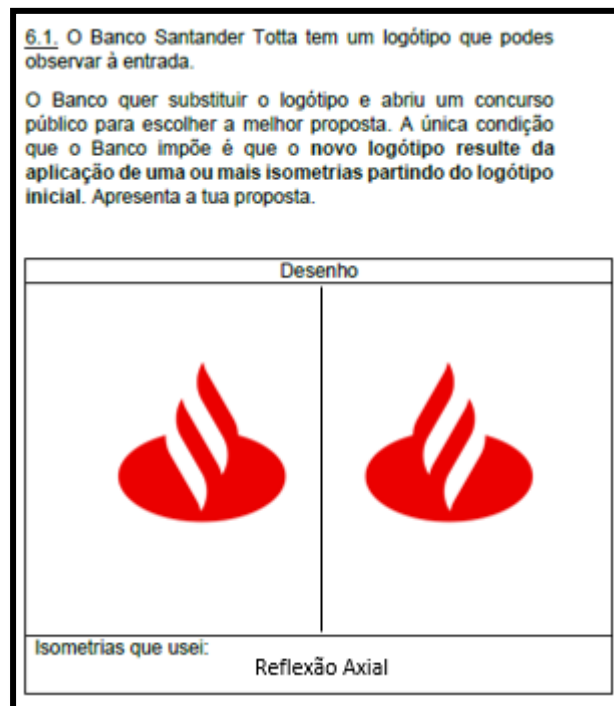


Figura 63- Proposta de resolução usando um eixo de simetria vertical

6.1. O Banco Santander Totta tem um logótipo que podes observar à entrada.

O Banco quer substituir o logótipo e abriu um concurso público para escolher a melhor proposta. A única condição que o Banco impõe é que o novo logótipo resulte da aplicação de uma ou mais isometrias partindo do logótipo inicial. Apresenta a tua proposta.

Desenho



Centro O

Isometrias que usei: Rotação de  $180^\circ$  no sentido negativo de centro O

Figura 64- Proposta de resolução usando uma rotação de centro O e amplitude  $180^\circ$

### Tarefa 7

A tarefa 7 foi dividida em duas alíneas e teve por base uma fachada de azulejos de uma loja situada na Rua Manuel Espregueira. Além das instruções habituais, esta tarefa foi também acompanhada por um mapa para que os alunos se pudessem orientar-se melhor (Figura 65).

- Clica 1 vez na bússola no sentido dos ponteiros do relógio e, com a ajuda da seta de movimento, segue em frente na Avenida dos Combatentes da Grande Guerra.
- ✓ Do teu lado direito vais encontrar a Rua Manuel Espregueira, situada entre a Caixa Geral de Depósitos e uma loja da "NOS".
- ✓ Entra na Rua Manuel Espregueira e procura do lado esquerdo a loja com o nome "W52".
- ✓ Parte da fachada da loja "W52" está coberta com azulejos.
- ✓ Usa o mapa para te orientares.



Figura 65- Instruções da tarefa 7

Na primeira questão da tarefa os alunos tinham que identificar nas figuras castanhas dos azulejos (Figura 66) o número de simetrias de reflexão e de rotação. Era esperado que mobilizassem os conhecimentos necessários de forma a recordar como identificar se uma figura apresenta ou não simetrias de reflexão e rotação, e caso apresente como descrever os ângulos.



Figura 66- Azulejo a observar

Na figura 67, apresenta-se uma proposta de resolução para esta tarefa.

**Tarefa 7:** Observa uma das figuras castanhas que encontras nesses azulejos.

**7.1.** Quantas simetrias de reflexão e de rotação tem essa figura?

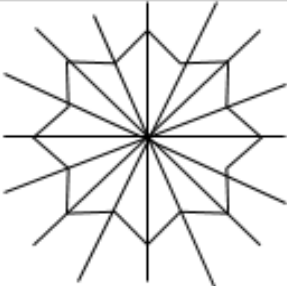
Descreve as simetrias de reflexão	Descreve as simetrias de rotação
 <p>A figura tem 8 simetrias de reflexão</p>	<p>A figura tem 8 simetrias de rotação</p> <p>Os ângulos de rotação são:  <math>45^\circ</math>, <math>90^\circ</math>, <math>135^\circ</math>, <math>180^\circ</math>, <math>225^\circ</math>,  <math>270^\circ</math>, <math>315^\circ</math> e <math>360^\circ</math></p>

Figura 67- Proposta de resolução da questão 7.1.

Na segunda questão, tinham de desenhar a figura que estavam a observar na folha de registo e utilizar esses elementos para representar um exemplo de uma rotação, caracterizando-a. A escolha do centro de rotação, da amplitude e sentido de rotação ficava ao critério dos pares. Nesta questão os alunos tinham que aplicar os conhecimentos sobre como realizar uma rotação corretamente utilizando o material necessário, ou seja, a régua, compasso e transferidor. Na proposta de resolução (Figura 68) realizou-se uma reflexão central de centro O.

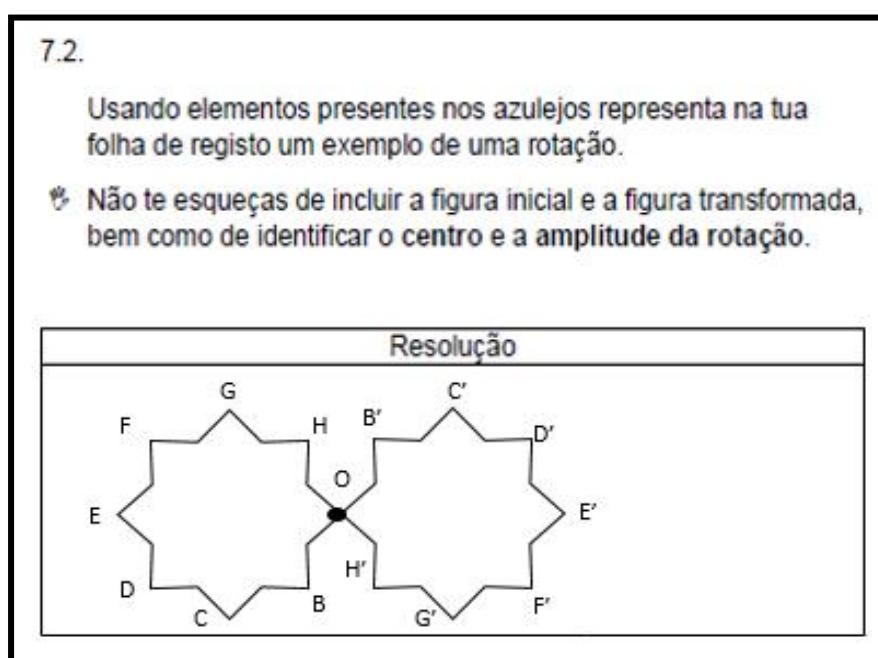


Figura 68- Proposta de resolução da questão 7.2.

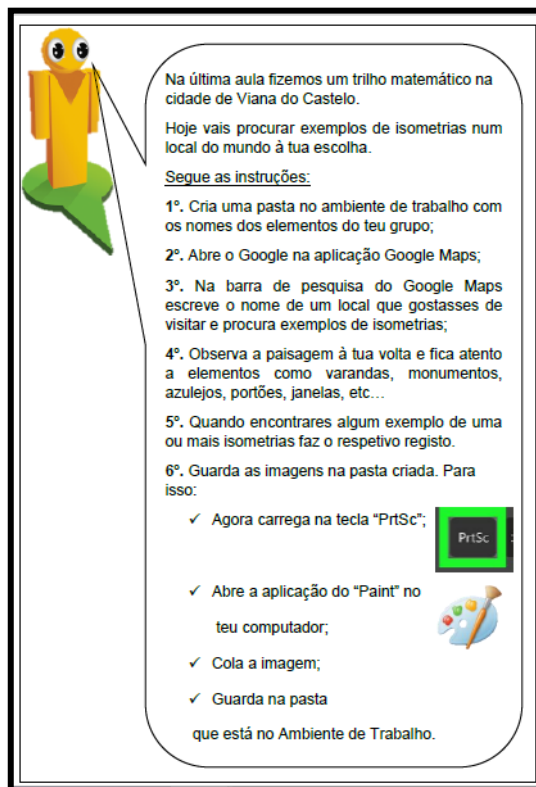
### **Tarefa matemática virtual à volta do mundo**

Esta tarefa foi pensada e elaborada no sentido de oferecer uma oportunidade aos alunos de explorar livremente a aplicação Google Maps. Os alunos como tarefa tinham de escolher um local que gostassem de visitar e procurar elementos com isometrias, à semelhança do que tinham visto nos exemplos da sua cidade. Para isso, tinham de observar janelas, varandas, monumentos, azulejos, portões, entre outros elementos.

Depois de encontrarem representações do seu agrado, tinham que referir que tipo de isometrias conseguiram identificar na imagem, desenhá-las e explicar o porquê de considerarem que a sua resposta estava correta. O guião dava a oportunidade de os alunos explorarem dois exemplos de sítios diferentes com elementos distintos. Após encontrarem



o seu exemplo os alunos tinham que guardar a imagem numa pasta do computador com os nomes dos alunos do grupo. Salienta-se que todos os alunos já tinham conhecimentos prévios sobre como criar pastas no ambiente de trabalho e como guardar imagens nas mesmas. No entanto, na folha inicial, a professora apresentou uma série de instruções para os alunos concluírem este passo com sucesso (Figura 69). Estas resoluções não foram analisadas por limitações de tempo, no entanto considerou-se pertinente mostrar algumas das descobertas dos grupos.



Na última aula fizemos um trilha matemático na cidade de Viana do Castelo.

Hoje vais procurar exemplos de isometrias num local do mundo à tua escolha.

Segue as instruções:

- 1º. Cria uma pasta no ambiente de trabalho com os nomes dos elementos do teu grupo;
- 2º. Abre o Google na aplicação Google Maps;
- 3º. Na barra de pesquisa do Google Maps escreve o nome de um local que gostasses de visitar e procura exemplos de isometrias;
- 4º. Observa a paisagem à tua volta e fica atento a elementos como varandas, monumentos, azulejos, portões, janelas, etc...
- 5º. Quando encontrares algum exemplo de uma ou mais isometrias faz o respetivo registo.
- 6º. Guarda as imagens na pasta criada. Para isso:
  - ✓ Agora carrega na tecla "PrtSc";
  - ✓ Abre a aplicação do "Paint" no teu computador;
  - ✓ Cola a imagem;
  - ✓ Guarda na pasta que está no Ambiente de Trabalho.

Figura 69- Instruções da tarefa à volta do mundo

Apresenta-se nas figuras seguintes alguns exemplos de elementos encontrados pelos alunos que contêm isometrias.



Figura 70- Exemplo encontrado em Barcelona pelo grupo MF

Na figura 70, está representado um exemplo encontrado em Barcelona. O grupo MF explicou que se pode observar, por exemplo, nos semicírculos a existência de reflexão axial, se imaginarmos um eixo de simetria vertical. Alguns grupos preferiam explorar locais em Portugal no Google Maps. Na figura 71, observa-se um exemplo que o grupo TM encontrou em Lisboa, no Estádio da Luz, de uma estrutura construída através da rotação de um triângulo (amplitude  $60^\circ$ ), ou, como o grupo também explicou, consegue-se observar um hexágono e podemos descrever as simetrias de rotação ou as simetrias de reflexão do polígono.

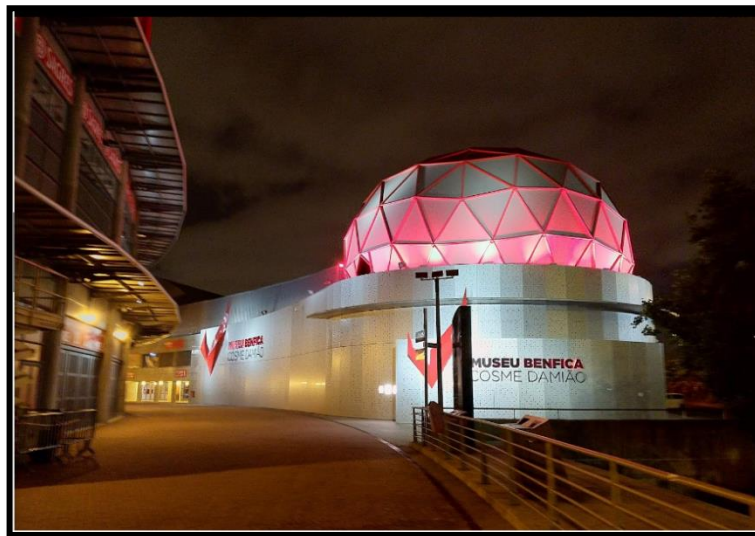


Figura 71- Exemplo no Estádio da Luz encontrada pelo grupo TM

Outro exemplo, encontrado pelo grupo FB que optou por explorar mais a sua cidade e foi até ao Santuário de Santa Luzia (Figura 72). Aqui puderam encontrar um exemplo de isometrias na rosácea presente na fachada da Igreja. O grupo assumiu que esta rosácea lhes permitia trabalhar temas como as simetrias de reflexão, as simetrias de rotação, a reflexão axial e a rotação de um dos elementos da figura.

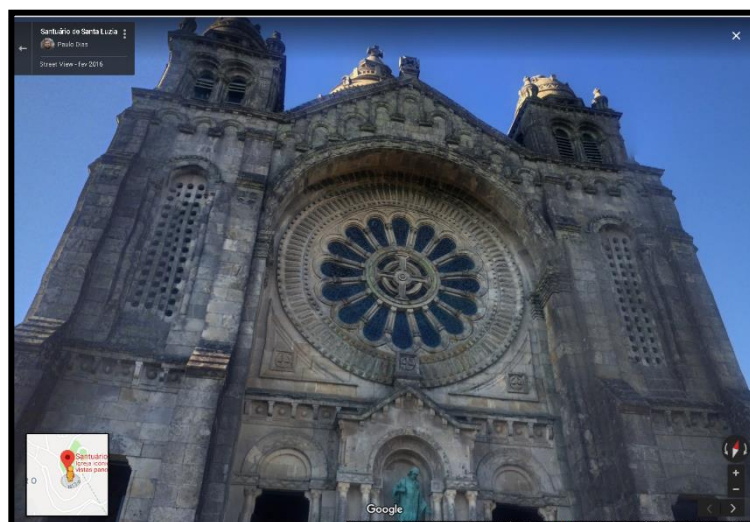


Figura 72- Exemplo encontrado no Santuário de Santa Luzia pelo grupo FB

Para terminar, o último exemplo foi encontrado pelo grupo IG nos Estados Unidos da América. Trata-se de uma imagem de um templo refletido na água. Esta imagem permiti-lhes trabalhar temas, como a reflexão axial (Figura 73).

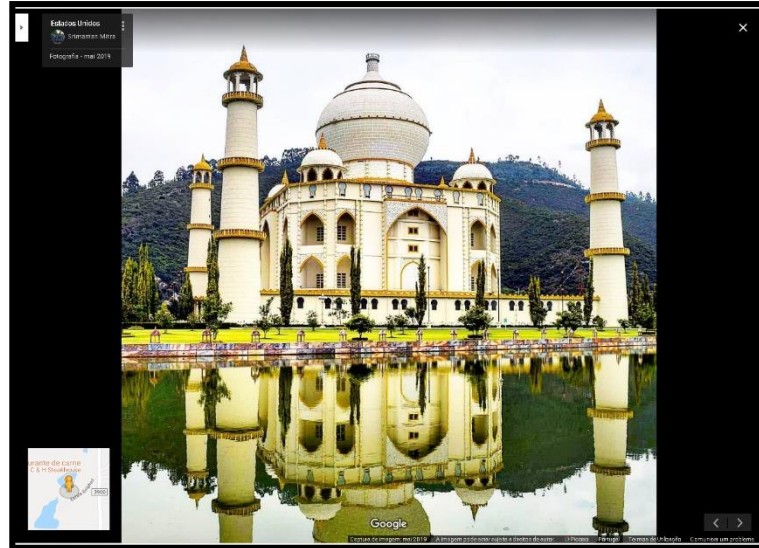


Figura 73- Exemplo encontrado nos Estados Unidos da América pelo grupo IG

## **Capítulo V- Apresentação e discussão dos resultados**

Este capítulo encontra-se dividido em três subcapítulos. No primeiro aborda-se a caracterização da turma, dando ênfase à sua relação com a Matemática, ao desempenho e às atitudes evidenciadas pelos alunos na realização do trilha matemático virtual. O segundo e o terceiro subcapítulos referem-se com mais detalhe à caracterização, ao desempenho e às atitudes dos dois grupo-caso ao longo do trilha.

### **1. A turma**

#### **1.1. A turma e a Matemática**

Como já se referiu no Capítulo II da primeira parte do relatório, a turma que participou neste estudo era constituída por 20 alunos, sendo que 10 eram do sexo feminino e 10 do sexo masculino, portanto era uma turma bastante homogênea com idades compreendidas entre os 11 e os 12 anos de idade. No entanto, 25 % dos alunos, ou seja, 5 raparigas, necessitavam de apoio extra nas aulas visto que as suas capacidades de concentração, compreensão e interpretação dos conteúdos apresentavam alguns défices. Este apoio era realizado por uma professora do ensino especial que os auxiliava no segundo tempo de todas as aulas, estando ao lado deles para lhes esclarecer as dúvidas e explicar alguns dos conteúdos que tivessem ficado menos consolidados. Tratava-se de uma turma com diferentes níveis de desempenho, 45% manifestavam algumas dificuldades e 55% apresentavam bons resultados académicos. Apesar de tudo, no que refere à participação, envolvimento, curiosidade e motivação na realização do trilha matemático virtual toda a turma demonstrou atitudes positivas, acompanhadas sempre de um bom comportamento. Isto foi notório nos dias da realização do trilha e permitiu terminá-lo dentro do tempo previsto.

Foi possível verificar no questionário I (Anexo 1) que todos os alunos afirmaram gostar de matemática, dizendo que consideravam a disciplina útil para o dia a dia, gostavam de aprender conteúdos novos e julgavam que a matemática os ajudava em outras disciplinas e no entendimento do mundo. No mesmo questionário, 75% da turma posicionou a matemática nos primeiros 5 lugares numa escala de 1 a 10. No entanto, 35 % da turma

considerava a disciplina difícil, justificando que “Os problemas são difíceis de responder”, “Têm que se saber muitas regras” e “Se não estudar não consigo acompanhar a matéria”. Por outro lado, 65 % dos alunos consideravam a disciplina fácil, afirmando “Temos que estudar e estar atentos na aula para perceber a matéria” e “Tem que se estudar um bocadinho todos os dias e assim já fica mais fácil”. Em relação à tipologia das tarefas preferidas das realizadas na sala de aula, constatou-se que 35 % dos alunos tinham preferência por exercícios e 40% preferia jogos matemáticos. Em relação ao modo de trabalho na sala de aula, a maioria (60%) preferia trabalhar em grupo, dizendo que “em grupo conseguimos partilhar ideias e chegar mais rápido à resposta”. Apesar disso, uma fatia considerável da turma (40%) preferia trabalhar individualmente, alegando que assim trabalhavam ao seu próprio ritmo e, desta forma, concentravam-se melhor. No mesmo questionário (I), em relação à utilidade da matemática no dia a dia, todos os alunos consideravam a disciplina útil, justificando que a utilizavam em situações como: “Para saber quanto custa um artigo com desconto”; “Para fazer contas das despesas da casa”; e “na disciplina de Educação Visual e em Educação Tecnológica”.

Tendo como base o problema em estudo, questionou-se os alunos sobre a importância de utilizar tecnologia na sala de aula. Perante a realidade dos alunos, tornou-se notório que ao abordar o tema das tecnologias a turma associou de imediato à utilização da calculadora, sendo este o único instrumento tecnológico referido. Dito isto, 95 % da turma afirmou ser importante a utilização das tecnologias na sala de aula porque “Tornam os cálculos mais fáceis” e “Existem contas que não conseguimos fazer mentalmente”. Apesar disto, 5 % da turma afirmou não achar importante a sua utilização, justificando que “Assim não precisamos de pensar e isso é mau” e “Temos que aprender a calcular mentalmente”.

Em suma, conclui-se que a maior parte da turma assume uma relação positiva com a disciplina, integrando-a na sua vida fora do contexto escolar, apesar de alguns apresentarem dificuldades.

## **1.2. Desempenho da turma no Trilho Matemático Virtual**

O trilho matemático foi realizado durante duas aulas de 90 minutos, no entanto, na segunda aula, a maior parte dos alunos terminou o trilho nos primeiros 45 minutos. Ao

longo da sua realização, demonstraram um bom comportamento, um grande companheirismo no seio de cada grupo, revelando trabalho de equipa. É de salientar que houve o cuidado de fazer pares heterogéneos, juntando alunos com maiores dificuldades com colegas com melhor desempenho que os pudessem ajudar. Globalmente, os alunos demonstraram um bom desempenho na resolução das tarefas, porém revelaram dificuldades em algumas delas. No gráfico 2, apresenta-se uma síntese dos resultados dos pares obtidos em cada uma das tarefas.

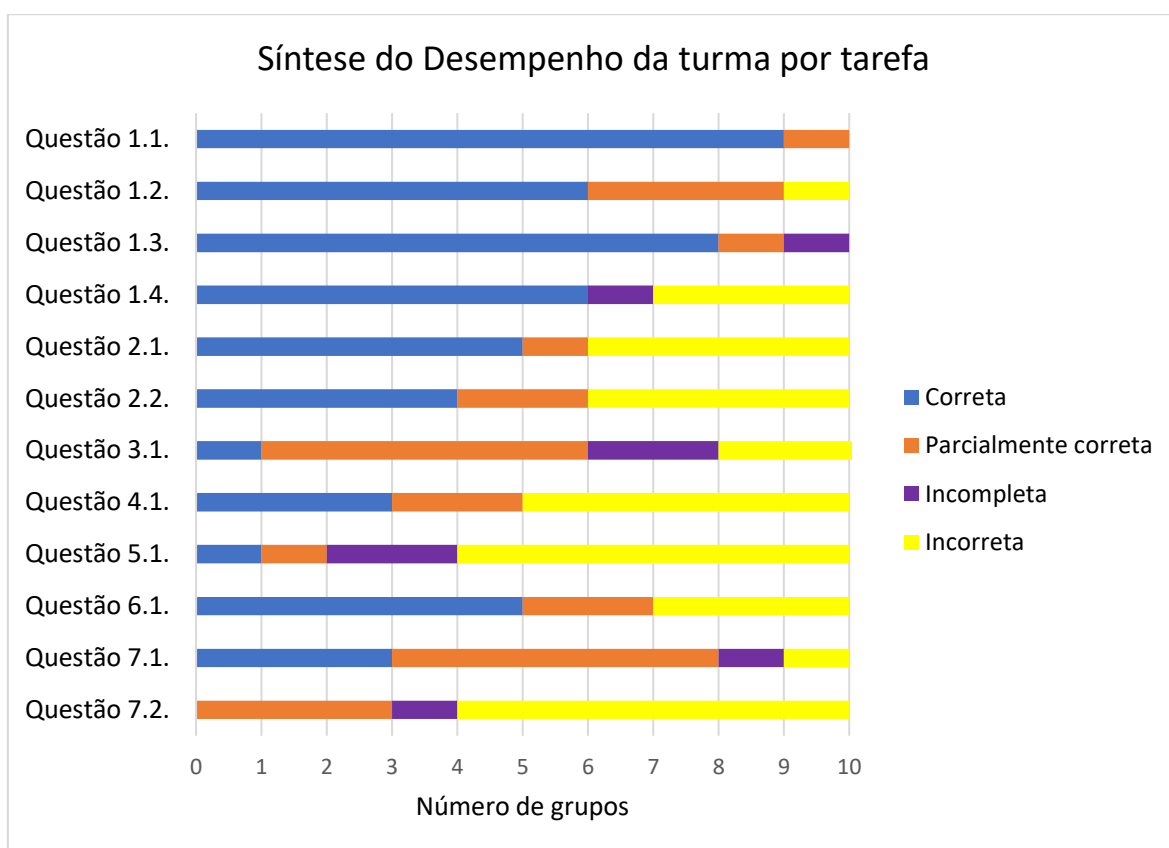


Gráfico 2- Síntese do Desempenho da turma por tarefa

Analisando o gráfico X, verifica-se que os grupos apresentaram 42% de respostas corretas, 22% de respostas parcialmente corretas, 7% de respostas incompletas e por fim, 29% de respostas incorretas. Conclui-se que sentiram maiores dificuldades nas questões 4.1, 5.1. e 7.2., visto que apresentaram uma maior quantidade de respostas incorretas ou parcialmente corretas. No entanto, salienta-se que nas questões 1.1. e 1.3. não evidenciaram resoluções incorretas.

Na tarefa 1, composta por quatro questões, a maior parte dos alunos demonstrou saber identificar simetrias de reflexão, visto só existirem duas respostas incorretas. No entanto, na descrição das simetrias de rotação 90º da turma respondeu corretamente. Na última questão desta tarefa, pode-se considerar que 70% da turma apresentou uma varanda semelhante à do enunciado, cumprindo todas as condições do problema, mas, 30% da turma não compreendeu o objetivo da questão e desenhou padrões aleatórios, que não cumpriam os requisitos do enunciado, como por exemplo a resolução da aluna A (Figura 74) ou a resolução da aluna F (Figura 75).

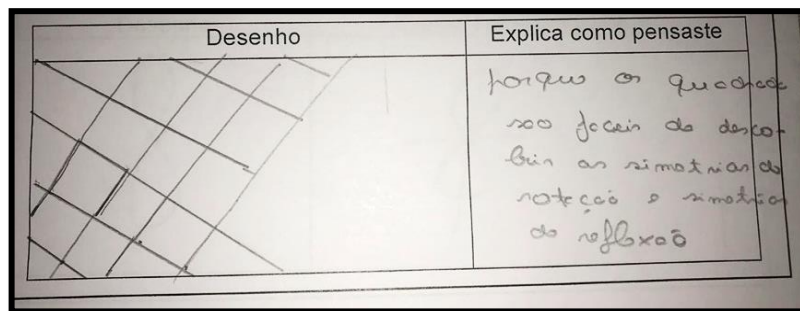


Figura 74-Resolução incorreta da aluna A na questão 1.4.

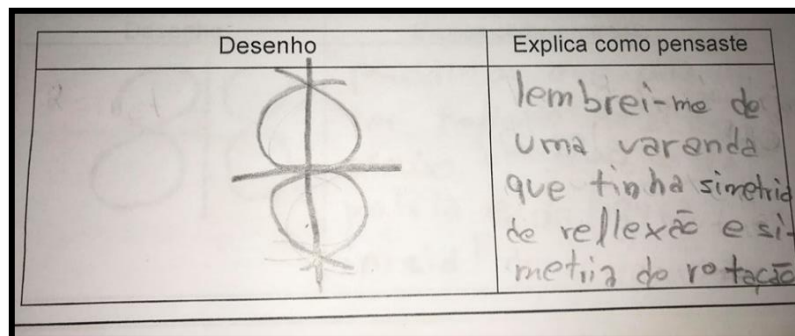


Figura 75- Resolução incorreta da aluna F na questão 1.4.

Na primeira questão da tarefa 2, 50% dos alunos foram capazes de realizar uma reflexão central a partir de uma figura da varanda. No entanto 40% dos alunos apresentaram resoluções incorretas. Muitas dos erros aconteceram devido ao facto de os alunos terem desenhado rotações de 90º em vez de 180º, como por exemplo o aluno M (Figura 76).

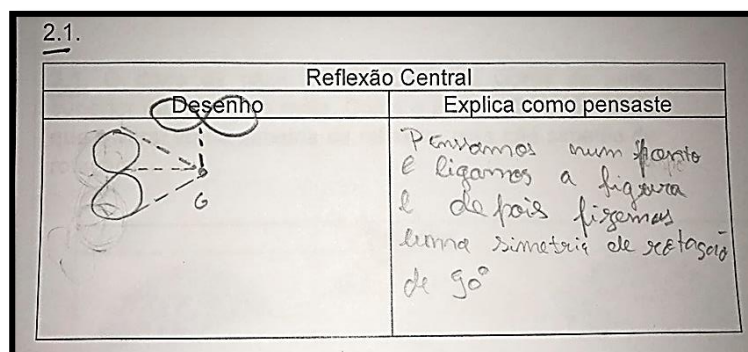


Figura 76- Resolução incorreta do aluno M na questão 2.1.

Apesar disso, 20% das respostas dos alunos foram consideradas parcialmente corretas devido à falta de rigor e cuidado no desenho da representação da reflexão central, como por exemplo a resolução da aluna M, como podemos observar na figura 77.

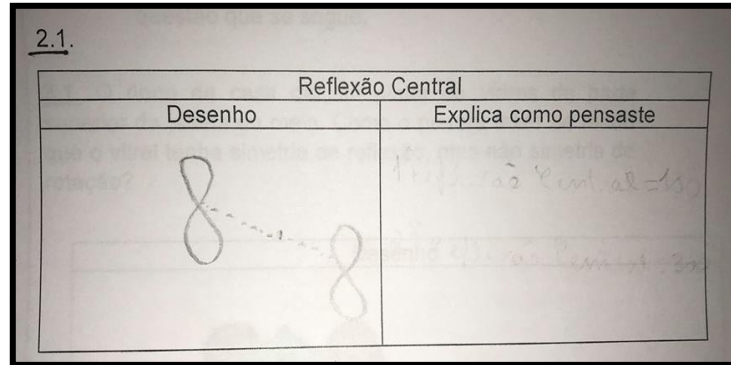


Figura 77- Resolução parcialmente correta da aluna M na questão 2.1.

Na questão 3, 30% dos alunos apresentaram resoluções incorretas devido à falta de atenção ao ler o enunciado. Por exemplo o aluno D, coloriu a estrutura da janela em vez dos seus vidros, como se pedia no enunciado. Já o aluno B coloriu apenas a zona central da figura (Figuras 78 e 79).

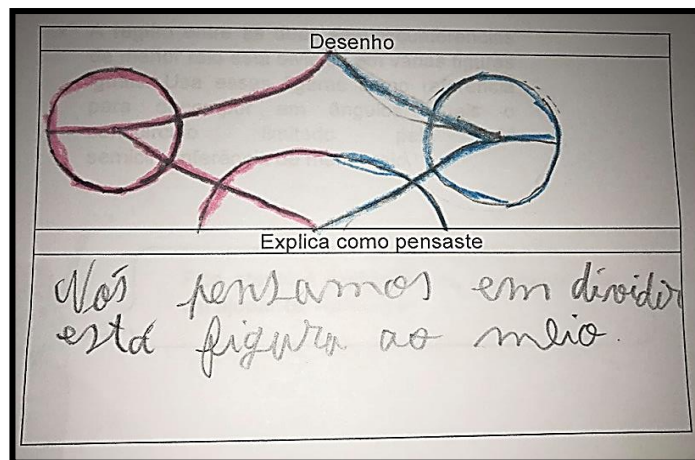


Figura 78- Resolução incorreta do aluno D na questão 3.1.

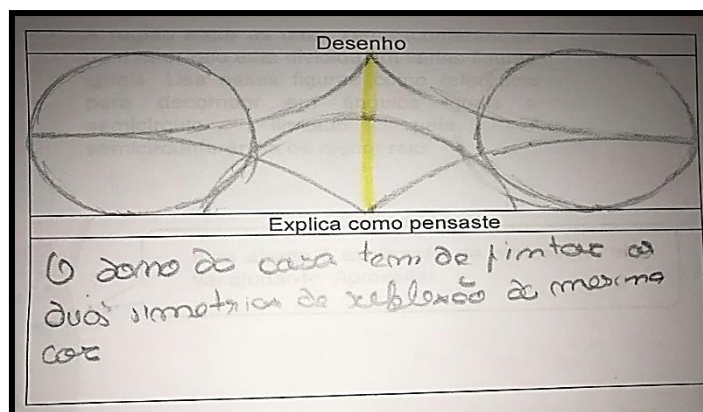


Figura 79- Resolução incorreta do aluno B na questão 3.1.



A maior parte dos alunos apresentou uma resolução parcialmente correta. Muitas das figuras apresentadas cumpriam apenas uma das condições que o enunciado pedia. Ou seja, apresentavam, por exemplo, simetria de reflexão e simetrias de rotação, como se observa na resolução da aluna M (Figura 80), ou então as figuras não apresentavam simetrias de reflexão nem simetrias de rotação, como se observa na resolução do aluno T (Figura 81).

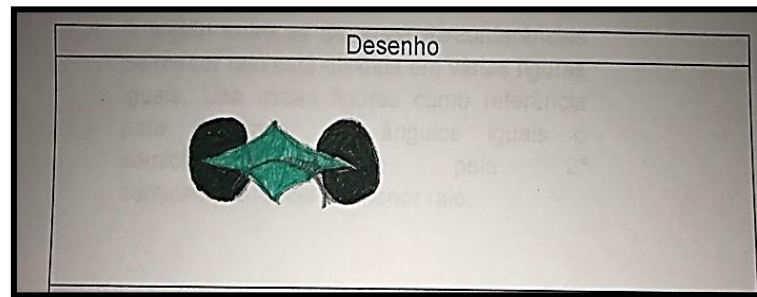


Figura 80- Resolução parcialmente correta da aluna M na questão 3.1.

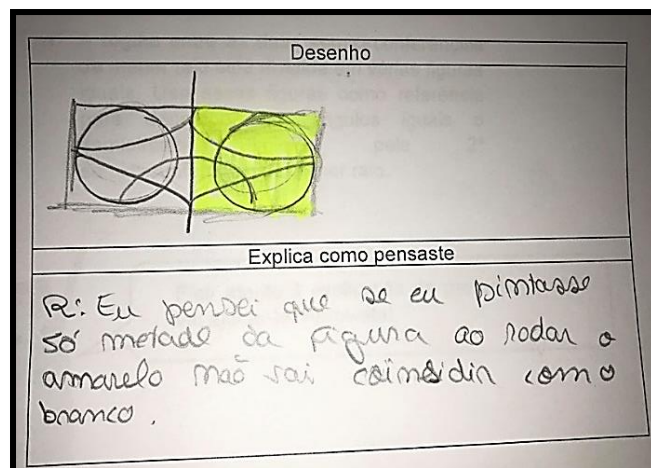


Figura 81- Resolução parcialmente correta do aluno T na questão 3.1.

Salienta-se que este problema exigia aos alunos alguma concentração na interpretação do enunciado. Existiram apenas duas respostas corretas, ou seja, apenas um par acertou (Figura 82).

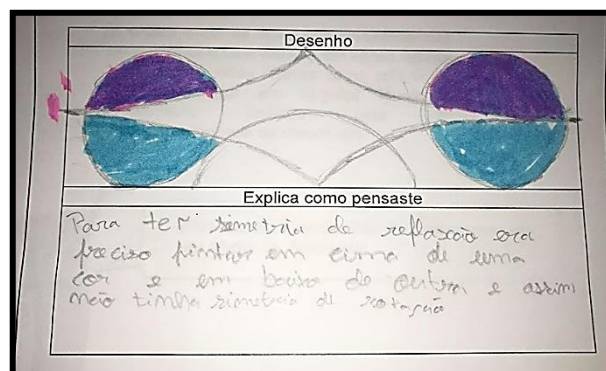


Figura 82- Resolução correta do par MV na questão 3.1.

A tarefa 4 era composta por apenas uma questão. Nesta questão 20% dos alunos não arredondou os valores obtidos nem apresentou uma explicação, o que fez com que as suas resoluções fossem consideradas parcialmente corretas. Pode-se observar esta situação nos exemplos das resoluções da aluna I e do aluno M (Figuras 83 e 84). Apenas 30% dos alunos apresentaram uma resolução correta enquanto que, 50% apresentaram uma resolução incorreta, sendo esta uma das tarefas que os alunos erraram mais. A elevada percentagem de respostas incorretas deve-se maioritariamente ao facto de não terem sido capazes de compreender que primeiramente tinham que encontrar a amplitude do ângulo a partir da bissetriz.

Resolução\Explica como pensaste

$$180 : 14 = 12,9$$

$$x = 102^\circ$$

graus    19.

$$\begin{array}{r} 180 - 14 \\ 102 - \underline{\quad} x \end{array}$$

$$x = 7,9$$

Figura 83- Resolução parcialmente correta da aluna I na questão 4.1.

Resolução\Explica como pensaste

$$180^\circ - 14$$

$$102 - x$$

$$x = 7,9$$

Figura 84- Resolução parcialmente correta do aluno M na questão 4.1.

É notória uma certa confusão nos cálculos desses alunos, como se pode verificar nas resoluções incorretas da aluna C e da aluna N (Figuras 85 e 86).

Resolução\Explica como pensaste

$$180 : 14 = 12,8$$

Entre dois e três

Figura 85- Resolução incorreta da aluna C na questão 4.1.

Resolução\Explica como pensaste

$$180^{\circ} \div 51^{\circ} = 3,52^{\circ}$$

Figura 86- Resolução incorreta da aluna I na questão 4.1.

Na tarefa 5 verificou-se uma elevada percentagem de resoluções incorretas, 60%. Esta foi uma das questões com maior número de respostas erradas. Analisando as resoluções dos grupos foi possível perceber que muitos alunos confundiram janelas com vidros, como se observa nas resoluções das alunas A e M (Figuras 87 e 88). Lembra-se que o problema pedia aos alunos para contarem os vidros da fachada e não as janelas, o que revela falta de concentração na leitura do enunciado.

Resolução

$$25 \times 3 = 75 \text{ janelas}$$

$$10 \times 2 = 20 \text{ janelas}$$

$$75 + 20 + 12 + 16 = 123$$

Figura 87- Resolução incorreta da aluna A na questão 4.1.

Resolução

$$11 \times 2 = 22 \text{ janelas}$$

$$22 \times 3 = 66 \text{ janelas}$$

66	66
+ 22	+ 14
-----	+ 12
88	-----
	92

Figura 88- Resolução incorreta da aluna M na questão 4.1.

Nas restantes resoluções, os cálculos estavam incorretos e não apresentavam explicações. Dito isto, apenas um grupo, formado pelo aluno D e pela aluna F, foi capaz de resolver corretamente esta questão (Figuras 89 e 90).

Resolução

$$26 \times 3 = 78$$

$$70 \times 2 = 140$$

$$22 \times 2 = 44$$

$$48 \times 3 = 144$$

$$78 + 20 + 44 + 144 = 286$$

286

Isometrias que usei:  
Pensei na reflexão axial.

Figura 89- Resolução correta do aluno D na questão 4.1.

Resolução

$$26 \times 3 = 78$$

$$10 \times 2 = 20$$

$$22 \times 2 = 44$$

$$78 + 20 + 44 + 114 = 256$$

256

Isometrias que usei:  
Pensei na reflexão axial.

Figura 90- Resolução correta da aluna F na questão 4.1.

Na tarefa 6, 50% da turma apresentou uma resolução correta do problema com um tipo de isometria. A maior parte dos alunos escolheu como isometria a utilizar a reflexão axial ou a reflexão central. É de salientar que 20% das respostas foram consideradas

parcialmente corretas devido a pequenas incorreções no desenho ou falta de coerência entre o desenho e a explicação, como se observa na resolução da aluna F (Figura 91).

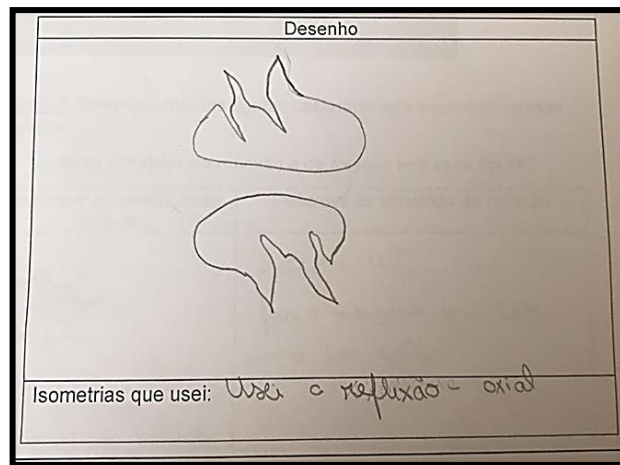


Figura 91- Resolução parcialmente correta da aluna F na tarefa 6

Ao analisar esta tarefa foi notória a dificuldade de alguns alunos em visualizar como ficaria a figura após uma reflexão central ou de uma reflexão axial. Nestes casos revelaram dificuldades em desenhar a figura transformada, como se verifica na resolução da aluna L (Figura 92). Esta informação foi confirmada no questionário II, através da resposta à questão “Qual foi a tarefa onde sentiste mais dificuldade?”, 95% dos alunos responderam que sentiram mais dificuldade na tarefa 6 devido à forma do logótipo do Banco Santander.

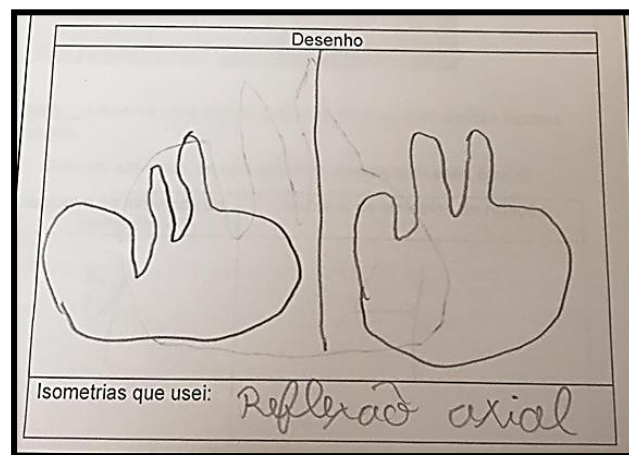


Figura 92- Resolução incorreta da aluna L na tarefa 6

Por fim, a tarefa 7 era constituída por duas questões. Na primeira questão, 7.1., apenas 30% dos alunos foram capazes de descrever corretamente as simetrias de reflexão e as simetrias de rotação da figura que se encontrava no azulejo. No entanto, 60% da turma teve a sua resolução considerada parcialmente correta, o que significa que apenas

acertaram na descrição das simetrias de reflexão ou na descrição das simetrias de rotação. Na figura 93, observa-se um exemplo na resolução da aluna M.


Descreve as simetrias de reflexão	Descreve as simetrias de rotação
<p>tem 8 simetrias de reflexão</p> 	<p>tem 8 simetrias de rotação:</p> <p>rotação: <math>45^\circ, 90^\circ, 135^\circ, 180^\circ, 225^\circ, 270^\circ, 315^\circ, 360^\circ</math></p> <p><math>360 : 8 = 45^\circ</math></p>

Figura 93- Resolução parcialmente correta da aluna M na questão 7.1.

O que também aconteceu com a turma foi apenas identificar as simetrias de rotação sem descrição, como se observa na resolução da aluna A, apresentada na figura 94.

Descreve as simetrias de reflexão	Descreve as simetrias de rotação
<p>4 simetrias de reflexão</p>	<p>tem 8 simetrias de reflexão</p>

Figura 94- Resolução parcialmente correta da aluna A na questão 7.1.

Na questão 7.2. nenhum dos alunos teve a sua resolução considerada correta, foi também das questões que apresentou maior percentagem de respostas incorretas (60%). No entanto 30% dos alunos apresentaram uma resolução parcialmente correta. Em alguns casos, os grupos foram capazes de identificar a amplitude de rotação e o sentido, no entanto não identificaram o centro da rotação, como se observa nas resoluções dos alunos M e D (Figuras 95 e 96). Nas figuras observa-se que nenhum grupo utilizou material de desenho, o que é notório nas representações realizadas.

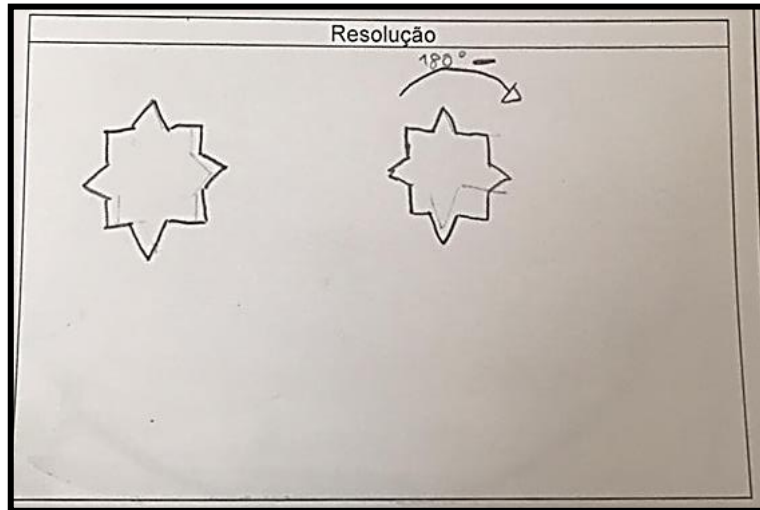


Figura 95- Resolução parcialmente correta do aluno M na questão 7.2.

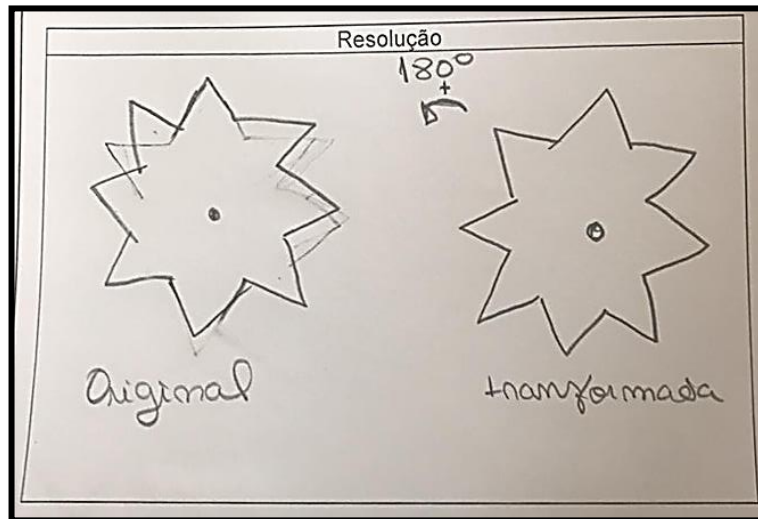


Figura 96- Resolução parcialmente correta do aluno D na questão 7.2.

Conclui-se que 60% dos alunos não foi capaz de representar nenhum destes elementos necessários à realização de uma rotação. Alguns grupos optaram por trabalhar apenas com metade da figura e não foram capazes de mobilizar os conhecimentos necessários de uma rotação, como se observa nas resoluções do aluno D e da aluna A (Figuras 97 e 98).

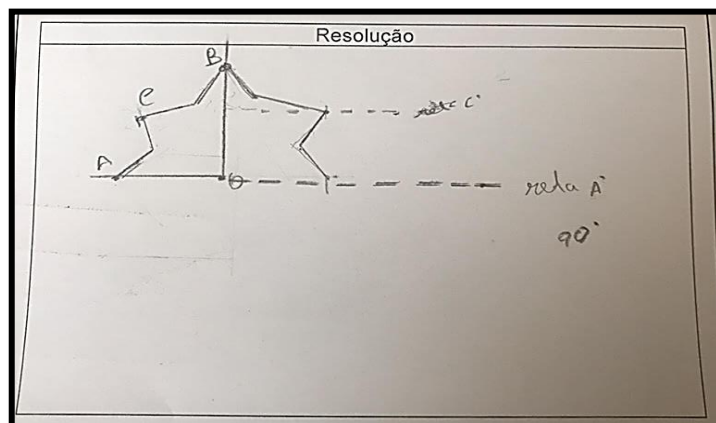


Figura 97- Resolução incorreta do aluno D na questão 7.2.

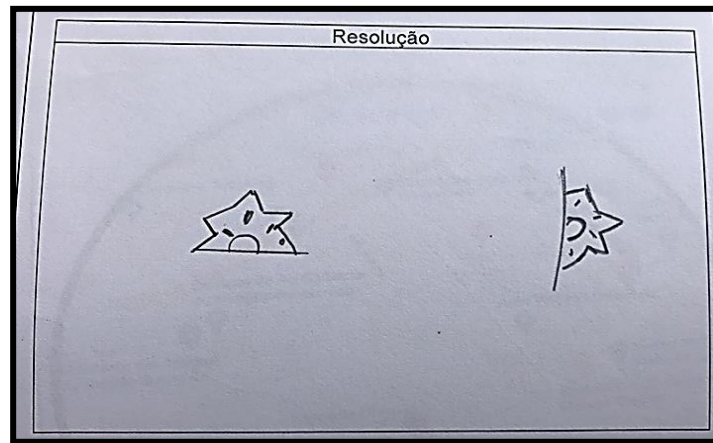


Figura 98- Resolução incorreta da aluna A na questão 7.2.

### 1.3. Atitudes da turma no Trilho Matemático Virtual

Este ponto refere-se às atitudes dos alunos durante a realização do trilho. Esta análise visa centrar-se nos domínios afetivo, comportamental e cognitivo da turma.

Em relação ao domínio afetivo serão focadas as seguintes subcategorias: ansiedade, autoconfiança e o gosto pela matemática. No que diz respeito à autoconfiança, e começando por analisar alguns indicadores do questionário, à questão “Gostas de Matemática?”, todos os alunos responderam afirmativamente, justificando: “É uma disciplina útil e interessante”, “Divirto-me muito a aprender e conseguimos entender melhor o mundo”; “Gosto porque falo com os meus pais de Matemática e gosto de fazer contas e cálculos”. Nas observações realizadas durante a realização do trilho percebeu-se que a autoconfiança da turma foi crescendo à medida que iam progredindo no percurso e se envolviam no Google Maps. Desta forma, dentro do grupo, os elementos foram-se ajudando mutuamente consoante aparecia alguma dificuldade, tal como se pode verificar na seguinte conversa respeitante à tarefa 4:

Aluna M: Eu já não me lembro o que é a bissetriz.

Aluno R: Não digas isso, é claro que te lembras, a bissetriz é o que divide um ângulo em dois.

Aluna M: Ahhh, então deixa-me ver se consigo fazer. R, aumenta a imagem para contar as figuras.

R: Precisas de ajuda? Vamos fazer juntos!

Relativamente à ansiedade, alguns alunos demonstraram alguma ansiedade quando se encontravam numa situação de maior stress e pressão, como era o caso da



realização das fichas de avaliação ou quando não compreendiam certas matérias. Por exemplo, na questão “Na tua opinião a Matemática é uma disciplina fácil ou difícil?”, do questionário I, 60% dos alunos respondeu que achava a disciplina fácil porém 40% da turma considerou a disciplina difícil justificando: “Mesmo que eu esteja com atenção à explicação quando vou fazer o exercício não consigo resolver”; “Se estudar é mais fácil mas quando não percebo a matéria fico muito nervosa”; “Porque temos que saber muitas regras e eu fico nervosa com isso”. A ansiedade dos alunos também era notória na participação durante as aulas. Muitas das vezes a professora sabia que certo aluno era capaz de responder corretamente, no entanto a falta de confiança e ansiedade do aluno conseguiam levar a melhor.

Na realização do trilho, de forma a impedir que algumas tarefas causassem frustração, insegurança ou nervosismo, e para aumentar a confiança de alguns alunos optou-se por criar pares heterogéneos, ou seja, decidiu-se emparelhar aqueles alunos que tinham mais dificuldades com alunos que seriam capazes de os ajudar e orientá-los nas tarefas de uma forma mais acompanhada. Com esta opção, procurou-se assegurar que a turma estivesse equilibrada. No entanto, globalmente a turma demonstrou ansiedade na tarefa 6, tal como se pode observar nos seguintes comentários:

Aluna M: Fiquei muito nervosa porque a imagem era difícil de desenhar e o tempo estava a passar e o meu grupo ainda não tinha feito quase nada.

Aluna L: A tarefa do logótipo do banco senti alguma dificuldade a desenhar a figura, tentei várias vezes, mas nunca ficava parecida com a verdadeira.

Aluno D: Não gostei da tarefa 6, porque demorava muito tempo a desenhar e não tinha muito espaço.

Analizou-se, por fim, neste domínio o gosto pela matemática na realização do trilho. No questionário II, na questão “Gostaste de realizar o trilho matemático virtual no Google Maps?”, toda a turma respondeu sim, justificando: “Foi divertido aplicar a matéria num jogo e também fiquei a conhecer melhor a cidade”; “Foi uma experiência fantástica e aprendi muito com o meu colega”; “Diverti-me e ao mesmo tempo aprendi”.

De forma a saber se os alunos tinham sentido alguma dificuldade na realização do trilho, no questionário II, à questão “Sentiste alguma dificuldade na utilização do Google Maps?”, 45% dos alunos respondeu que sim, no entanto todas as justificações remetiam para aspetos informáticas da aplicação, ou seja, “Por vezes era difícil pesquisar locais e

mexer na bussola”, “Às vezes o Google Maps parava e atrasava a tarefa”. No entanto 55% da turma não sentiu dificuldades na realização do trilho, alegando que “Com a ajuda da minha colega consegui fazer tudo”, “A professora ajudava-me quando era preciso, mas fizemos tudo sozinhos”.

Globalmente, a turma demonstrou autoconfiança na resolução das tarefas, lembrando que todos os elementos estavam acompanhados com colegas capazes de os ajudar em qualquer momento. Verificou-se um grande espírito de equipa dentro da sala de aula.

Analisa-se de seguida as atitudes relacionadas com o domínio comportamental na subcategoria motivação intrínseca refletida no interesse demonstrado na realização trilho. Os alunos demonstraram o seu interesse nas respostas à questão “A tua opinião sobre a Matemática mudou de alguma forma com a realização do trilho?”. A maior parte da turma, (85%), respondeu afirmativamente dizendo que “Com o trilho matemático virtual comecei a achar ainda mais interessante a Matemática”, “Comecei a ficar mais atenta nas aulas”, “Porque consegui ver um lado mais interessante da matéria e fiquei a perceber melhor a matéria”. A motivação dos alunos sentiu-se no ambiente da turma por se sentirem impelidos a continuar sem frustrações com o auxílio do par. Na questão “Gostaste de trabalhar em par?”, do questionário II, toda a turma respondeu que sim, justificando: “Porque o meu colega explicou-me as dúvidas que tinha e assim era mais fácil”; “Porque quando eu não sabia alguma coisa o meu colega ajudava-me e assim era mais fácil de resolver os problemas”; “Porque aprendemos mais uns com os outros e duas cabeças pensam sempre melhor que uma”. Durante o trilho a motivação dos alunos foi crescendo conforme iam avançando no percurso. Após a resolução das tarefas a turma ficava entusiasmada para avançar para a tarefa seguinte e encontrar o local, quase como se fosse uma caça ao tesouro:

Aluno G: Vamos escrever a resposta rápido para avançarmos no Google Maps.

Aluna H: Agora sou eu a navegar no Google Maps, na tarefa anterior foste tu.

Aluna S: Eu sei um caminho mais rápido, vamos ver se encontramos a estação.

Globalmente, o balanço da motivação intrínseca demonstrada pelos alunos na realização do trilho foi positivo.

Para finalizar, no domínio cognitivo, analisou-se a utilidade da matemática vista pelos alunos. No questionário I, 35% da turma não encontrou utilidade da matemática fora da sala de aula, no entanto após a realização do trilha, verificou-se uma diminuição desta percentagem, ou seja, no questionário II apenas 5% da turma continuou a não ser capaz de encontrar utilidade da matemática no dia a dia. Dito isto, na questão “Achas que a Matemática é útil no dia a dia?” do questionário II, 95% dos alunos respondeu que sim, dizendo: “Precisamos de utilizar a matemática por exemplo nas contas de casa e nas compras”; “Eu uso a matemática para medir coisas ou para ver os descontos no centro comercial”; “Eu utilizo para saber as medidas dos ingredientes das receitas com a minha mãe”. Desta forma, pode-se concluir que maior parte dos alunos considera que aquilo que têm vindo a aprender nas aulas de Matemática ao longo dos anos pode ser aplicado no dia a dia.

## **2. O grupo-caso TM**

### **2.1. Caracterização do grupo TM**

O grupo-caso TM era constituído por dois alunos, um rapaz e uma rapariga e ambos frequentavam a mesma turma desde o 1.º ano de escolaridade. Por este facto, apresentavam uma dinâmica de companheirismo, respeito e trabalho de equipa.

O aluno T era um rapaz que, em fevereiro de 2019, tinha 11 anos de idade. Tinha uma irmã mais nova que frequentava o 3.º de escolaridade numa escola de outro agrupamento. Vivia num apartamento com os pais, com a irmã e com a sua cadela Sasha. No que refere às habilitações académicas dos pais, ambos concluíram o ensino secundário. Nos anos anteriores o aluno T teve sempre bons resultados académicos em todas as disciplinas, habitualmente acima dos 80%, destacando-se do resto da turma. Em termos de comportamento era um aluno tranquilo e concentrado, não era muito participativo, apenas intervinha quando era pedido, porém quando o fazia era sempre muito assertivo. Apesar da sua tranquilidade e bom comportamento por vezes distraía-se com os colegas da carteira da frente, mas rapidamente se compunha. Este aluno apresentava um caderno diário imaculadamente organizado e uma caligrafia muito legível e bem cuidada, mostrando brio no trabalho que realizava. A sua disciplina preferida era a Educação-Física,

mas em segundo lugar vinha logo a Matemática considerando-a uma disciplina fácil. A geometria não era o seu forte, tinha preferência pela resolução de problemas, pelo cálculo mental e aplicação de fórmulas. Salienta-se que era um aluno que conseguia expor muito bem as suas ideias por escrito quando era confrontado com a solicitação “Explica como pensaste”.

A aluna M tinha 11 anos de idade em fevereiro de 2019. Vivia com os pais e com o irmão mais novo. Em termos de habilitações, o pai tinha o ensino secundário e a mãe era licenciada. Apesar de viver com os pais, o avô vinha sempre trazê-la e buscá-la à escola e passava a tarde em casa dos avós, onde estudava e fazia os trabalhos de casa. Era uma aluna muito ativa e por isso a sua disciplina preferida era Educação Física e a Matemática vinha em quinto lugar afirmando que gostava do “pensamento rápido e lógico” e de ajudar o pai a fazer contas na loja da família. Tratava-se de uma aluna bastante enérgica, possuidora de um vocabulário muito rico, era muito perspicaz, com uma grande capacidade de se expressar perante a turma e de expor os seus pensamentos. Conseguia captar a matéria na primeira aula, o que a distinguia. Ao contrário do aluno T, a aluna M era bastante participativa, respondendo por vezes sem ser a vez dela. Era uma aluna que, sempre que necessário, ia ao quadro explicar à turma a sua resolução com grande à vontade. Pode considerar-se uma aluna impulsiva devido ao facto de por vezes a sua vontade em participar se sobrepor ao pensamento matemático ponderado para chegar à resposta correta. Gostava de resolver problemas, mas não de fundamentar as suas respostas, assumindo não gostar de explica como pensou por escrito, se pudesse preferia fazê-lo oralmente. Esta aluna estava sozinha na primeira carteira da fila da frente, de forma a ficar mais atenta e não ser causadora de muita distração para os restantes colegas. Apesar de não ser muito estudiosa, em termos académicos era uma aluna cujos resultados rondavam uma percentagem de 75%. Apresentava características de liderança em relação à turma, não tolerava injustiças e chamava a atenção aos colegas quando estes apresentavam um comportamento barulhento. Por estas razões era também a delegada da turma.

## 2.2. Desempenho do grupo TM no Trilho Matemático Virtual

Neste ponto pretende-se analisar o desempenho do grupo TM na resolução das tarefas do trilho matemático virtual. Optou-se por evidenciar, em cada tarefa, as estratégias utilizadas pelo grupo, analisar os cálculos realizados, relatar as dificuldades sentidas, e, por fim, incidindo sobre as produções escritas e nas suas reações procurar-se-á também evidenciar o modo de trabalho que o grupo adotou na utilização do Google Maps e algumas das dificuldades sentidas.

### 2.2.1. Tarefa 1

Esta tarefa estava dividida em quatro questões, o que permitiu aos alunos abordar vários conteúdos das isometrias. As questões desta tarefa foram pensadas tendo por base a mesma figura, procurando aumentar gradualmente o grau de dificuldade das mesmas. Para a resolução da tarefa os alunos iniciaram o seu percurso no Google Maps. De forma a encontrarem o primeiro local, o grupo teve de escrever na barra de pesquisa do aplicativo “Praça da República, Viana do Castelo”. Com o auxílio das setas de movimento que permitiam aos alunos deslocarem-se no ecrã, exploraram este local e com base nas dicas do enunciado tinham de encontrar uma loja chamada “Bernardo Dias”. Por fim tinham que observar a varanda que se encontrava acima da loja e que era composta por várias figuras entrelaçadas que se repetiam (Figura 99).



Figura 99- O grupo TM encontra a loja “Bernardo Dias” e observa a varanda.

Na primeira questão o grupo tinha que representar no guião, que era a sua folha de registo, a figura que se repetia ao longo da varanda observada (Figura 100).

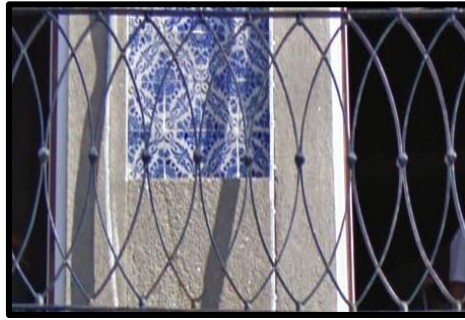


Figura 100- Varanda que se encontrava acima da loja “Bernardo Dias”

As resoluções apresentadas pelos alunos deste grupo foram muito semelhantes. O único pormenor que as distinguiu foi o facto de o aluno T ter conseguido centrar melhor os pontos de ligação nas laterais com a figura seguinte, ou seja, a figura que estaria lado a lado na varanda, do que a aluna M, como se pode observar nas figuras 101 e 102.

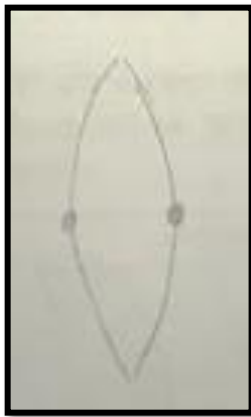


Figura 101- Representação feita pelo aluno T na tarefa 1.1.

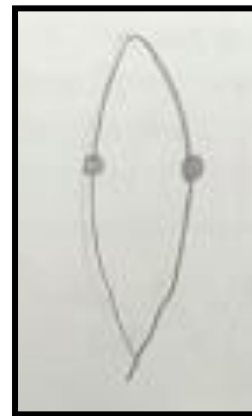


Figura 102- Representação feita pela aluna M na tarefa 1.1.

Nenhum dos alunos usou o compasso para realizar o desenho, ambos desenharam usando apenas o lápis. Não era obrigatório que representassem o ponto de ligação nas duas laterais, mas consideraram que fazia parte da figura. Observando os desenhos pode-se também salientar que o aluno T foi mais perfeccionista em relação aos registos e a aluna M um pouco mais impaciente, visto apresentar linhas mais instáveis. Apesar disso, considerou-se esta questão corretamente resolvida pelos dois.

Na segunda questão os alunos tinham que identificar as simetrias de reflexão na figura anteriormente desenhada. Foram capazes de mobilizar os conhecimentos e os procedimentos necessários que os conduziram à correta resolução da tarefa. Isto poderá relacionar-se com o facto de ter sido uma tarefa realizada nas aulas com frequência.

Na resolução desta questão não houve indícios de dificuldades por parte dos alunos, mas existiram pormenores mal executados, como se observa na figura 103 e na figura 104. Optaram apenas por desenhar a solução, mas não identificaram por palavras as simetrias em causa. Apesar de terem compreendido o que era pedido e a representação evidenciar a identificação das simetrias de reflexão manifestaram algumas imprecisões. No caso do aluno T, o eixo horizontal ficou com uma direção mais oblíqua como mostra a figura 103, facto que se deve a não terem utilizado nenhum instrumento de desenho, e ambos desenharam os eixos como sendo segmentos de reta o que também não está correto.



Figura 103- Representação feita pelo aluno T na tarefa 1.2.

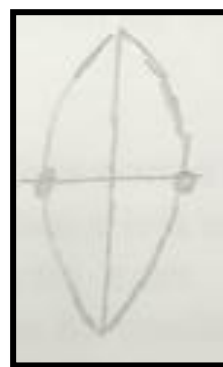


Figura 104- Representação feita pela aluna M na tarefa 1.2.

A ideia principal está presente, porém os pormenores não foram bem executados. Dito isto, como o enunciado pedia aos alunos para identificarem os eixos considerou-se esta alínea parcialmente correta.

Na questão seguinte era pedido aos alunos que descrevessem cada uma das simetrias de rotação que a figura inicial apresentava. Nenhum deles manifestou dificuldades na resolução. Optaram por uma resposta escrita em conjunto sem nenhuma argumentação, como se pode verificar nas figuras 105 e 106. Demonstraram ter compreendido o que era pedido mobilizando os conhecimentos necessários sobre as simetrias de rotação, ou seja, o grupo tinha primeiramente de identificar o centro de rotação e de seguida rodar a figura até que esta ficasse invariante. Depois tinham que procurar saber quantas vezes poderia este processo ser concretizado e identificar as amplitudes destas rotações.

Dito isto, pode-se considerar a resposta incompleta, uma vez que apesar de identificarem as amplitudes dos ângulos das simetrias de rotação não mencionaram o centro.

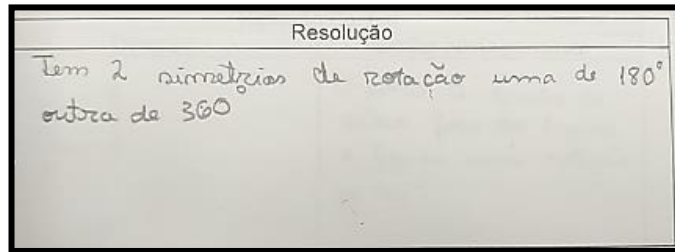


Figura 105- Resposta do aluno T na tarefa 1.3.

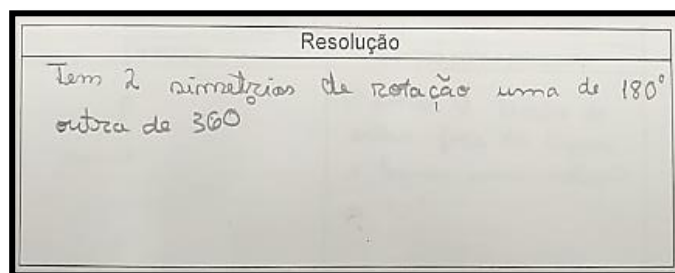


Figura 106- Resposta da aluna M na tarefa 1.3.

Na resolução da quarta questão os alunos tinham que recorrer à imaginação e criatividade e fazer um esboço de uma varanda semelhante à que estavam a analisar. No entanto tinham que utilizar uma figura que apresentasse simetrias de reflexão e simetrias de rotação. Basearam-se bastante no exemplo que tinham. Procuraram uma figura que apresentasse algumas semelhanças com a figura inicial, tendo optado por obedecer à condição imposta. O losango de facto apresenta simetrias de reflexão e simetrias de rotação. Em termos de compreensão e mobilização de conhecimentos, os alunos deste grupo mostraram saber o que procurar numa figura para ir ao encontro dos objetivos. Em termos de representação já não trabalharam tanto em equipa e cada um representou a varanda como achou correto, como se observa nas figuras 107 e 108. Este facto foi abordado com os alunos na entrevista:

Investigadora: Qual o motivo para as representações de cada um serem diferentes? Expliquem como pensaram.

Aluno T: Professora cada um de nós interpretou a varanda de forma diferente por isso é que as nossas respostas não foram iguais. Eu pensei que as imagens tinham que estar entrelaçadas como na varanda que vimos.

Investigadora: E tu M, como pensaste para desenhar a tua varanda?

Aluna M: Eu fiz um desenho parecido, mas em vez de entrelaçar liguei as pontas do losango.



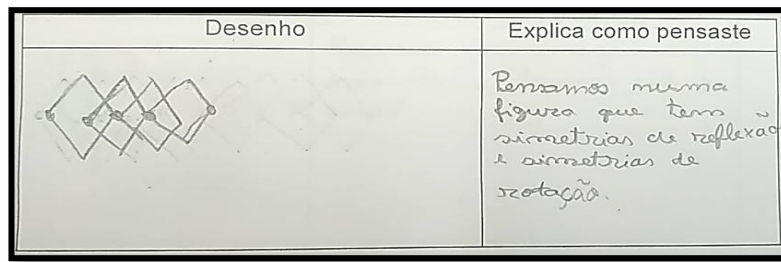


Figura 107- Resposta do aluno T à questão 1.4.

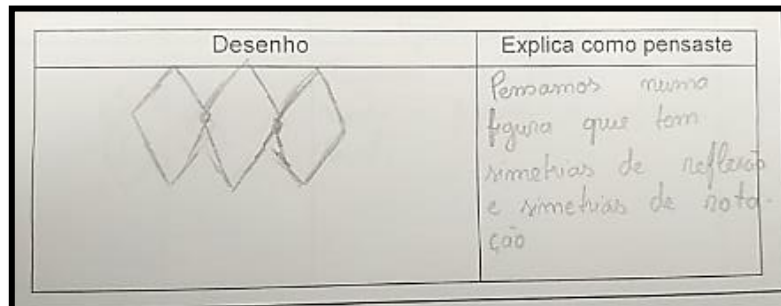


Figura 108- Resposta da aluna M à questão 1.4.

Como se pode verificar na figura 107, o aluno T representou a sua varanda de forma muito semelhante à do exemplo, entrelaçando os losangos uns nos outros. A aluna M utilizou a mesma figura, o losango, mas representou a varanda de forma diferente. Não entrelaçou as figuras, apenas uniu os vértices laterais. Apesar de os alunos terem pensado na mesma figura e a sua explicação ter sido igual, a disposição da figura ao longo da varanda que cada um fez na sua folha de registo foi diferente, ou seja, cada aluno construiu uma varanda diferente. Considerou-se esta questão corretamente resolvida.

### 2.2.2. Tarefa 2

Para a resolução desta tarefa os alunos deslocaram-se ao segundo local do trilho. A partir da seta de movimento tinham que se deslocar na Praça da República e procurar uma loja com o nome “Lara Boutique”. Por cima desta loja existia uma varanda de ferro forjado, como se observa na figura 109, e utilizando esses elementos (Figura 110) os alunos tinham que resolver duas questões.



Figura 109- O grupo encontra a varanda da loja “Lara

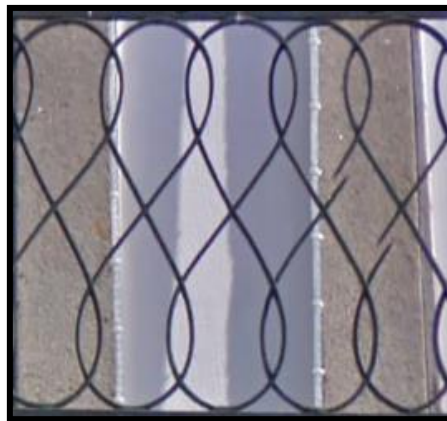


Figura 110- Os elementos da varanda da loja “Lara Boutique”

Na primeira questão tinham que utilizar elementos dessa varanda para apresentar um exemplo de uma reflexão central. Para isso, o grupo tinha de recordar o que era uma reflexão central e compreender o que seria necessário para representar um exemplo. Desta forma tinham que mobilizar os seus conhecimentos para perceber que tinham que retirar da varanda um motivo para trabalhar, identificando o centro da rotação e realizar uma rotação de amplitude 180 graus. Apresentam-se as resoluções do grupo nas figuras 111 e 112.

Reflexão Central	
Desenho	Explica como pensaste
	<p>Tinha que ter o ponto O fora da figura e fizemos uma rotação de 90°</p>

Figura 111- Resolução do aluno T na questão 2.1.

Reflexão Central	
Desenho	Explica como pensaste
	<p>O ponto O tinha de estar fora da figura e fez-se uma rotação de 90°</p>

Figura 112- Resolução da aluna M na questão 2.1.

Os alunos confundiram a ideia de rotação em termos globais com a ideia de reflexão central, aplicando uma amplitude diferente de 180 graus. Ambos identificaram um centro e aplicaram uma rotação de amplitude 90 graus. Os seus registos são iguais, o que significa

que a resolução foi realizada em concordância. Este tipo de erros revela que ficaram dúvidas pendentes sobre esta temática e que os alunos não foram capazes de aplicar esta isometria. Na entrevista a professora estagiária questionou os alunos:

Investigadora: Observando as vossas resoluções, em que medida representam uma reflexão central? Qual é a diferença entre uma rotação e uma reflexão central?

Aluno T: Para fazermos uma rotação temos que ter um ângulo qualquer, um sentido e de um centro de rotação.

Investigadora: E para uma reflexão central o que precisamos M?

Aluna M: Precisamos de um ângulo e de um centro.

Investigadora: E o ângulo pode ser aleatório?

Aluno T: Não, tem de ser de 180 graus.

Investigadora: Então agora analisando a vossa resposta o que acham que aconteceu?

Aluna M: Tínhamos que fazer uma rotação de 180 graus em vez de 90 graus.

Aluno T: Confundimos com uma rotação professora.

Naturalmente, considerou-se esta alínea resolvida incorretamente.

Na segunda questão desta tarefa foi pedido aos alunos que, a partir da mesma figura da varanda, apresentassem um exemplo de uma reflexão axial. A reflexão axial foi a primeira isometria a ser abordada nas aulas e foi um tema ao qual a turma reagiu bem, demonstrando serem bem sucedidos em tarefas que envolviam a aplicação desta isometria. De modo a resolver a questão o grupo tinha que relembrar o que era uma reflexão axial e o que isso implicava. Optaram por utilizar um eixo de simetria vertical, porém demonstraram mais uma vez diferenças nas suas resoluções como se pode verificar nas figuras 113 e 114.

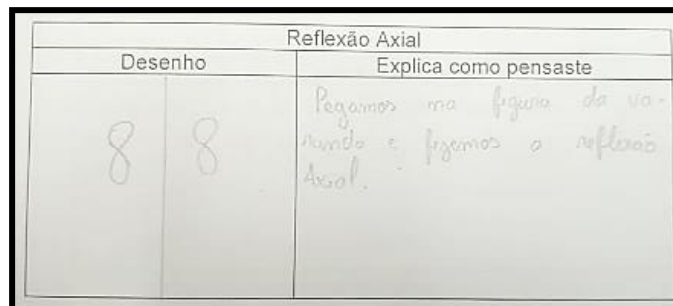


Figura 113-Resolução do aluno T na tarefa 2.2.

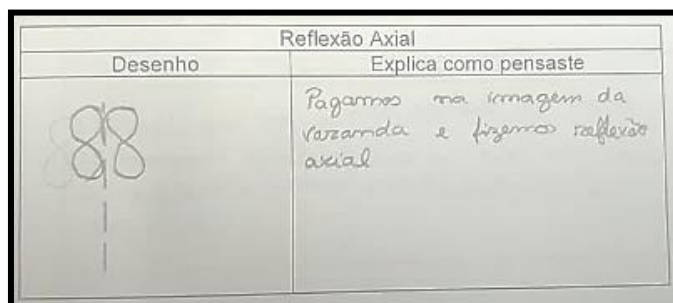


Figura 114- Resolução da aluna M na tarefa 2.2.

A primeira diferença que se destaca é o facto de o aluno T ter optado por traçar um segmento de reta enquanto a aluna M traçou uma reta a tracejado. A segunda evidência é a falta de rigor no desenho semelhante ao que já se tinha constatado nas tarefas anteriores, pela não utilização de material de desenho. Pode-se também refletir no desenho da aluna M e verificar que a zona superior de facto sofreu uma reflexão visto que as laterais estão em contacto com o eixo de simetria, mas o mesmo não acontece na zona inferior, sendo assim não podemos afirmar que esta resolução está correta pois a figura completa não representa uma reflexão axial da figura inicial. Devido a estas diferenças os alunos foram questionados na entrevista sobre as suas escolhas:

Investigadora: Quais são as propriedades da reflexão axial? A resposta dada está de acordo com as propriedades desta isometria? Porquê?

Aluno T: O desenho ficou mal feito professora porque as figuras não tinham lados retos o que dificultou o desenho. Este símbolo não era fácil de desenhar com a régua.

Investigadora: M olhando para o teu desenho qual é a tua opinião em relação à posição da figura transformada? Está na posição igual à da figura inicial?

Aluna M: Não professora, a parte de baixo também tinha que estar encostada ao eixo de simetria.

Foi possível também verificar que ambos os alunos optaram por colocar a figura inicial em posições diferentes para realizar a reflexão axial. As figuras transformadas não são exatamente iguais à figura inicial e na resolução da aluna M consegue-se ver claramente que existe um desvio na zona inferior da figura transformada em relação ao eixo. A explicação apresentada pelos alunos serviu apenas para descrever por palavras o que desenharam sem acrescentar nada de novo à resolução da questão. Considera-se a resolução do aluno T nesta questão correta e a resolução da aluna M incorreta. Em geral, a resposta foi considerada parcialmente correta.

### 2.2.3. Tarefa 3

Nesta tarefa, para os alunos encontrarem o local correto tinham que identificar na Praça da República a “Farmácia Nelsina”. Acima da farmácia iriam encontrar três janelas e tinham que observar a janela central, mais particularmente o vitral que se encontrava na sua zona superior (Figura 115). Salienta-se que esta tarefa foi a única em que os alunos utilizaram lápis de cor. Esta tarefa tinha apenas uma questão formulada sob a forma de problema e abordava dois conceitos, simetria de reflexão e simetria de rotação. Neste

problema foi explicado aos alunos que o dono daquela casa tinha decidido pintar os vidros da zona superior da janela, e perguntou-se como é que o poderia fazer de modo a que o vitral apresentasse simetria de reflexão, mas não simetria de rotação (Figura 116).

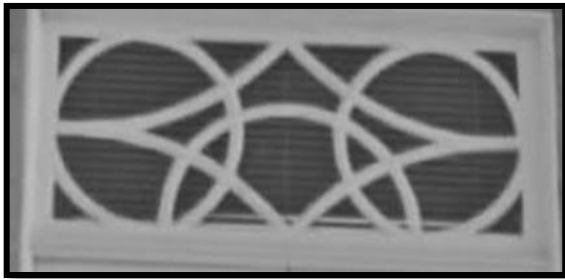


Figura 115- Vitrais da janela



Figura 116- Alunos observam a janela da tarefa 3

O grupo desenhou corretamente no guião a imagem correspondente ao vitral, porém foram identificadas algumas dificuldades e diferenças na interpretação do problema, traduzidas nas resoluções dos alunos (Figuras 117 e 118).

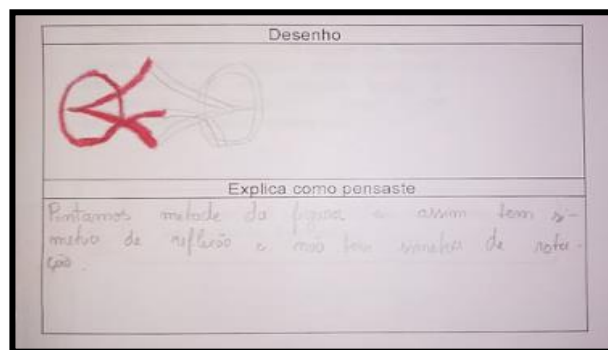


Figura 117- Resolução do aluno T na tarefa 3

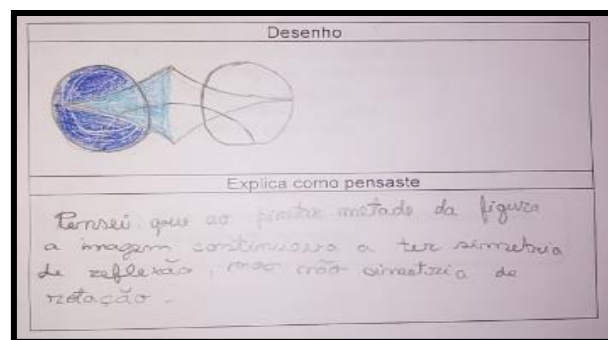


Figura 118- Resolução da aluna M na tarefa 3

Pode-se verificar que o aluno T optou por colorir as zonas referentes à estrutura da janela e não os vidros. Refere-se que o problema dizia que o dono da casa tinha decidido pintar os vidros da parte superior da janela e não a sua estrutura. No entanto a aluna M

seguiu as indicações do problema e coloriu os vidros da janela, como se pode observar na figura 119.

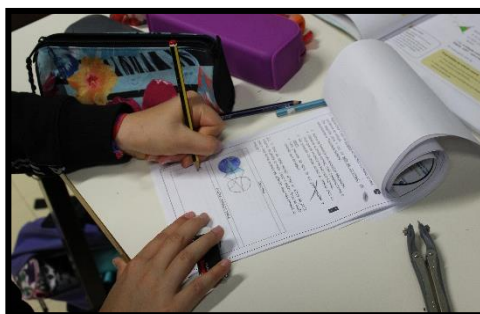


Figura 119- Aluna M pinta os vidros do vitral

Nesta primeira análise conclui-se de imediato que a resposta do aluno T não seguiu as indicações do problema e por isso está incorreta. No entanto mesmo que o aluno T tivesse pintado os vidros, à semelhança da aluna M, as figuras de ambos não apresentavam simetrias de reflexão. Percebeu-se pelas resoluções dos dois que apenas tiveram em conta a estrutura da janela para as simetrias de reflexão e tiveram como base os vidros da janela para as simetrias de rotação.

Apesar de tudo existem semelhanças nas resoluções dos alunos, a justificação foi de facto escrita pelos dois enquanto grupo e ambos tinham a hipótese de pintar o lado direito da figura com cores diferentes, mas optaram por deixá-la em branco. No entanto este registo também demonstra que cada aluno trabalhou por si ao pintar a figura (Figura 120). Partilharam uma ideia inicial e de seguida cada um interpretou essa ideia individualmente. Com estas resoluções o grupo TM mostrou que não compreendeu o objetivo do problema.



Figura 120- Aluno T trabalha individualmente na tarefa 3

Perante estas diferenças os alunos foram questionados na entrevista sobre as suas decisões.

Investigadora: A parte pintada corresponde aos vidros do vitral? Expliquem como pensaram.

Aluna M: Eu pintei os vidros porque era o que o problema pedia para fazer.

Investigadora: Então por que razão apresentaram duas representações diferentes?

Aluno T: Eu percebi mal, pensei que fosse para pintar a estrutura.

Investigadora: Mas vocês sabem que estas tarefas são em grupo e tinham que se entreatujadar.

Aluna M: Sim professora, mas interpretamos a imagem de forma diferente.

Investigadora: Se eu traçar uma linha vertical a meio da janela vamos ter uma sobreposição das cores? Reparem nas cores.

Aluno T: Não, um está pintado e o outro não.

Investigadora: E quando isto acontece estamos perante uma figura com simetrias de reflexão? O mesmo acontece por exemplo com uma borboleta, se ela tiver as asas com cores diferentes a borboleta apresenta simetrias de reflexão?

Aluna M: Não professora, tem que ter as asas da mesma cor.

Investigadora: O mesmo acontece no vosso desenho.

Assim, pode-se afirmar que os alunos não compreenderam o objetivo do problema pois a chave estava na diferença das cores. Considera-se a resolução da tarefa 3 incorreta.

#### 2.2.4. Tarefa 4

Esta tarefa era apenas composta por uma questão. Para a sua realização os alunos tinham que se deslocar com as setas de movimento até ao Passeio das Mordomas que ficava entre a Igreja da Misericórdia e o café Caravela, e observar uma estrutura de ferro forjado na zona acima de um dos portões verdes situados na lateral da Igreja (Figura 121). O percurso desde o local da tarefa anterior até este local foi um pouco desafiante visto que, por vezes, em algumas zonas, era difícil colocar a seta de movimento no sítio correto, impossibilitando assim a entrada na rua. Como plano B, para os grupos que não conseguiram chegar ao portão com as setas de movimento, colocaram na barra de pesquisa “Passeio das Mordomas” e entravam de imediato no local pretendido.

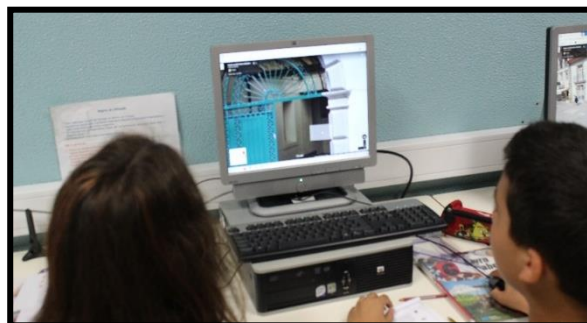


Figura 121- Grupo TM encontra o portão de ferro forjado



Figura 122- Estrutura a analisar pelo grupo TM

A partir do semicírculo (Figura 122) que se poderia formar entre as duas semicircunferências de menor raio, os alunos tinham que considerar a bissetriz de um dado ângulo com amplitude  $51^\circ$  e descobrir quantas figuras estariam contidas nesse ângulo. Nesta questão precisavam de implementar estratégias de resolução de problemas e de cálculo, tendo por base conhecimentos sobre ângulos. Nas figuras 123 e 124 é possível observar as resoluções dos alunos.

Resolução\Explica como pensaste

$$180 : 14 = 12,85 = 13^\circ$$

graus	figuras
180	14
102	x

$$x = 102 \times 14 = 1428$$

$$1428 : 180 = 7,933 \text{ Aproximadamente } 8 \text{ figuras}$$

Figura 123- Resolução do aluno T na tarefa 4

Resolução\Explica como pensaste

$$180 : 14 = 12,85 = 13^\circ$$

graus	figuras	
180	14	
102	x	

$$x = \frac{102 \times 14}{180} = 7,933 \dots = 8$$

P: Aproximadamente 8 figuras

Figura 124- Resolução da aluna M na tarefa 4

Primeiramente os alunos tinham que mobilizar os seus conhecimentos sobre o significado de bissetriz e só depois de encontrarem a amplitude do ângulo inicial é que podiam avançar na tarefa. Inicialmente optaram por saber a amplitude correspondente a cada uma das figuras e, para isso, dividiram a amplitude da semicircunferência pelas 14 figuras que estavam contidas entre as duas semicircunferências de menor raio ( $180:14$ ). Deste cálculo resultou um valor aproximado de  $13$  graus. Com esta informação o grupo



poderia ter feito adições sucessivas da amplitude da figura para saber quantas cabiam em 102 graus, mas optaram por outra estratégia. O grupo preferiu partir de uma proporção, sabendo que em 180 graus cabiam 14 figuras. Perante esta escolha de estratégia questionou os alunos:

Investigadora: “Porquê que não avançaram com a ideia inicial de resolução? Só tinham que adicionar sucessivamente a amplitude de uma figura até chegar aos 102 graus.”

Aluna M: “Porque dava mais trabalho e com a regra de três simples era mais fácil e rápido. Esta tarefa era fácil, só tínhamos que saber o que era a bissetriz.”

Nesta tarefa pode-se verificar que os alunos trabalharam em equipa visto que na resolução seguiram a mesma estratégia e organizaram os registos da mesma forma. Considera-se que a tarefa 4 foi resolvida corretamente.

### 2.2.5. Tarefa 5

Esta tarefa é constituída por uma questão e baseada na fachada da estação de comboios de Viana do Castelo. Para chegar até lá os alunos utilizaram a seta de movimento e foram guiados por um mapa com indicações (Figura 125). Para a construção deste mapa foram escolhidas ruas de fácil movimentação e foi selecionado o trajeto mais direto e simples. O grupo não demonstrou dificuldade em chegar ao local pretendido.

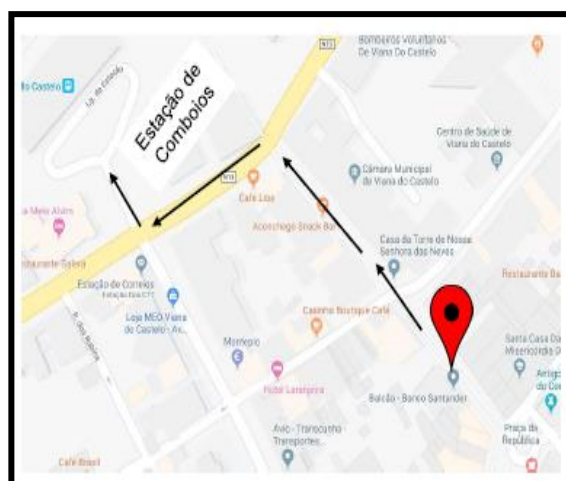


Figura 125- Mapa com as indicações para chegar à estação de comboios

Para a resolução desta tarefa tinham que utilizar uma isometria que lhes permitisse contar todos os vidros da fachada da estação de comboios de Viana do Castelo (Figuras 126 e 127).



Figura 126- Fachada da estação de comboios que o grupo tinha que encontrar



Figura 127- O grupo TM a desenvolver uma estratégia de resolução

A partir de um diálogo com os alunos na sala de aula, percebeu-se que identificaram de imediato qual a isometria que deviam utilizar:

Investigadora: Perante esta imagem que estratégia estão a pensar em utilizar?

Aluna M: Vamos olhar para as janelas iguais e podemos contar os vidros de um dos lados e depois multiplicar pelas janelas iguais.

Investigadora: E nessa estratégia podemos encontrar semelhanças com algum tipo de isometria?

Aluno T: Sim, a reflexão axial.

Investigadora: Porquê?

Aluna M: Porque se conseguíssemos dobrar as janelas pelo meio os vidros vão coincidir com os do lado oposto.

Nas figuras 128 e 129 é possível analisar as resoluções dos alunos.

A photograph of a student's handwritten solution on a piece of paper. The paper has the word 'Resolução' written at the top. The student has written several multiplication problems and a final sum. The calculations are:  $13 \times 6 = 78$ ,  $5 \times 4 = 20$ ,  $5 \times 4 = 20$ ,  $8 \times 3 = 24$ ,  $16 \times 3 = 48$ , and  $78 + 20 = 98 + 20 = 118 + 24 = 142 + 48 = 190$ .

Resolução

$$13 \times 6 = 78$$
$$5 \times 4 = 20$$
$$5 \times 4 = 20$$
$$8 \times 3 = 24$$
$$16 \times 3 = 48$$
$$78 + 20 = 98 + 20 = 118 + 24 = 142 + 48 = 190$$

Figura 128- Resolução do aluno T na tarefa 5

Resolução

$$\begin{array}{l}
 13 \times 6 = 78 \\
 5 \times 4 = 20 \\
 5 \times 4 = 20 \\
 8 \times 3 = 24 \\
 16 \times 3 = 48
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 78 \\
 48 \\
 24 \\
 20 \\
 + 20 \\
 \hline
 190
 \end{array}$$

Figura 129- Resolução da aluna M na tarefa 5

Perante as resoluções do grupo verifica-se que ambos usaram a mesma estratégia de cálculo dos vidros da fachada da estação, mas não apresentaram resposta ao problema. É de salientar que, para chegar ao resultado, os alunos optaram por métodos diferentes. O aluno T apresentou cálculos parcelares tendo assumido igualdades que não são verdadeiras, enquanto que a aluna M usou o algoritmo. Observando as resoluções dos alunos foi notório que no caso das janelas que estavam divididas em 4 vidros contabilizaram apenas 1 vidro em vez de quatro. Ou seja, nas duas resoluções, nas duas primeiras multiplicações o produto é referente às janelas superiores da fachada e estes resultados estão corretos (98 vidros contabilizados corretamente). No entanto, ao analisar a zona inferior da fachada nas janelas mais estreitas se dividirmos o meio temos um total de 11 vidros de cada lado e não 5, como os alunos responderam, por isso a terceira multiplicação seria  $11 \times 4 = 44$  vidros correspondentes às janelas situadas nos extremos da zona inferior e não 20 vidros. O mesmo acontece nos vidros da zona superior dos três portões da estação, por isso seriam  $4 \times 24 = 96$  vidros em vez de 24 como o grupo respondeu. A última multiplicação apresentada pelos alunos está correta e é referente ao número de vidros dos três portões da estação. Dito isto, o resultado final seria 286 ( $78 + 20 + 44 + 96 + 48$ ) vidros presentes na fachada da estação de comboios e não 190.

De forma a compreender melhor a resolução dos alunos e o significado das parcelas, na entrevista foram colocadas algumas questões.

Investigadora: Que significado tem cada parcela nestes cálculos?

Aluna M: A primeira parcela significa os vidros de um dos lados das janelas maiores, aquelas do meio, e depois multiplicamos pelas janelas iguais que existiam.

Investigadora: As janelas que estavam divididas em quartos vocês contaram cada vidrinho? Ou seja, cada quadrado tinha 4 vidros ou o quadrado era um vidro?

Aluno T: Nós pensamos que o quadrado era apenas um vidro.

Investigadora: Então para corrigir, em vez de  $8 \times 3$  qual seria o cálculo correto?

Aluna M: Seria  $8 \times 12$  nas janelas de baixo e nas do lado tinha que ser  $11 \times 4$

Investigadora: A isometria em que pensaram para corrigir foi a mesma?

Aluno T: Sim, foi a reflexão axial.

Após esta explicação foi mais fácil compreender as falhas dos alunos. Precipitaram-se na resposta e não prestaram atenção suficiente aos detalhes. No entanto utilizaram a isometria correta o que quer dizer que o pensamento subjacente era o esperado. A resposta dos alunos foi considerada parcialmente correta.

### 2.2.6. Tarefa 6

Para chegar ao local da tarefa 6 o grupo tinha que se dirigir à Avenida dos Combatentes da Grande Guerra, com a ajuda das setas de movimento, e procurar o Banco Santander, situado junto de uma casa cor-de-rosa (Figura 130). Esta tarefa tinha apenas uma questão baseada no logótipo do Banco Santander (Figura 131).



Figura 130- O grupo TM observa o Banco Santander



Figura 131- Logótipo do Banco Santander

Para resolver esta tarefa os alunos tinham que recorrer a uma ou mais isometrias à sua escolha para desenhar um novo logótipo para o banco partindo da figura inicial. É possível analisar as resoluções dos alunos nas figuras 132 e 133.

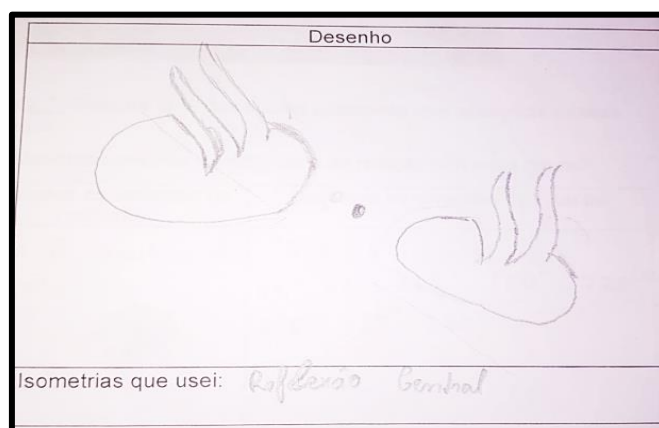


Figura 132- Resolução da tarefa 6 pelo aluno T

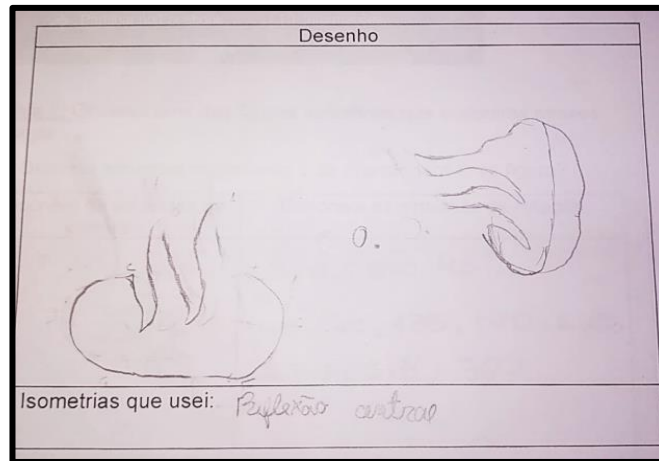


Figura 133- Resolução da tarefa 6 pela aluna M

Ao analisar as resoluções do grupo podemos observar algumas dificuldades. Primeiramente é possível reparar na falta de brio nos desenhos apresentados, o que pode ter sido causado pela forma do logótipo. Também se destaca que nas resoluções, apesar dos dois alunos responderem que utilizaram a reflexão central como isometria para resolver o problema, nenhum dos desenhos evidencia a aplicação de uma reflexão central. Acrescenta-se que os alunos apresentaram respostas semelhantes, o que revela trabalho de equipa, apesar de não terem sido bem-sucedidos. Na entrevista, os alunos deste grupo justificaram o porquê de acharem esta tarefa a mais difícil:

Investigadora: Qual foi a tarefa que menos gostaram?

Aluna M: A tarefa em que tínhamos que desenhar o logotipo do banco Santander.

Investigadora: Porquê?

Aluno T: Porque era difícil de desenhar e não sabia nem que isometria usar.

Aluna M: Eu fiquei logo sem saber o que fazer.

Perante estas resposta o grupo foi questionado na entrevista.

Investigadora: Quais são as propriedades de uma reflexão central?

Aluna M: Os segmentos de reta da figura final vão ter o mesmo comprimento da figura inicial e os mesmos ângulos.

Investigadora: E será que se realizarmos uma rotação de amplitude de 180 graus a figura transformada vai aparecer na posição em que foi desenhada por vocês?

Aluno T: Não professora, vão aparecer um pouco mais em abaixo.

Investigadora: E as aquelas zonas mais altas que parecem os dentes de um pente vão ficar na posição que vocês desenharam?

Aluno T: Não, vão ficar virados para baixo.

Investigadora: Que outra isometria poderiam ter escolhido? Sabes dar-me algum exemplo?

Aluna M: Podíamos ter feito uma reflexão axial e era muito mais fácil.

Depois desta discussão os alunos aperceberam-se que poderiam ter escolhido uma isometria mais “fácil”, como a reflexão axial, e que a opção pela reflexão central foi difícil de executar. Apesar de terem percebido o objetivo da tarefa não aplicaram corretamente a reflexão central, logo a resposta foi considerada incorreta.

### 2.2.7. Tarefa 7

Esta foi a última tarefa do trilho, constituída por duas questões, e teve por base uma figura que podia ser identificada nos azulejos da fachada de uma loja na Rua Manuel Espregueira (Figuras 134 e 135). Para chegar lá o grupo tinha ao seu dispor um mapa os orientar (Figura 136).



Figura 134- Aluna M encontra a fachada da loja



Figura 135- Elemento do azulejo



Figura 136- Mapa de orientação para os alunos

Na primeira questão, 7.1., era pedido aos alunos que observassem a imagem e descrevessem as simetrias de reflexão e de rotação presentes na mesma. É possível analisar as resoluções dos alunos nas figuras 137 e 138.

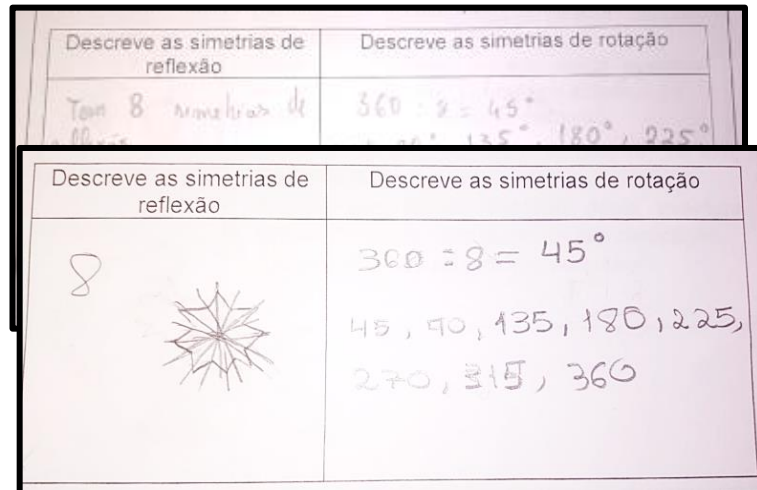


Figura 138- Resolução da questão 7.1. pela aluna M

Ao analisar as respostas dos alunos podemos observar tanto a aluno T e a aluna M escreveram na resposta que a imagem tinha oito simetrias de reflexão, o que está correto. Em relação às simetrias de rotação os alunos identificaram corretamente o número existente, a figura de facto apresenta 8 simetrias de rotação. É notório que a resolução até num certo ponto foi feita em par e, por isso, encontra-se muitas semelhanças nas respostas em relação às simetrias de reflexão e nas simetrias de rotação. No entanto, as figuras desenhadas pelos alunos são visivelmente diferentes e, por isso, foram questionados na entrevista:

Investigadora: Por que desenharam figuras diferentes?

Aluna M: Parecia a correta professora, não prestei muita atenção. A do T é que está mais correta.

Investigadora: Então a partir da imagem do T vamos analisar juntos as simetrias de reflexão. Quantos eixos de simetria traçaste T?

Aluno T: Tracei um na vertical, um na horizontal e dois oblíquos.

Investigadora: Muito bem e isso reflete-se em quantas simetrias de reflexão?

Aluno T: Em 4. Conte as retas à volta da figura por isso é que me enganei.

Dito isto, apesar de existirem alguns problemas na figura do aluno T, ambos identificaram corretamente o número de simetrias de reflexão e de simetrias de rotação. Considerou-se esta resolução correta.

Na segunda questão, 7.2., os alunos tinham que representar um exemplo de uma rotação nos azulejos observados. As figuras 139 e 140 correspondem às resoluções dos alunos.

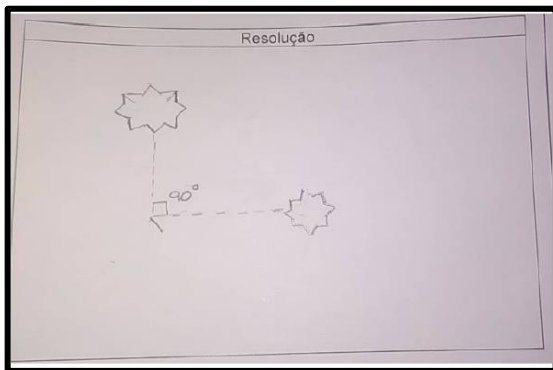


Figura 139- Resolução da tarefa 7.2. pela aluna M

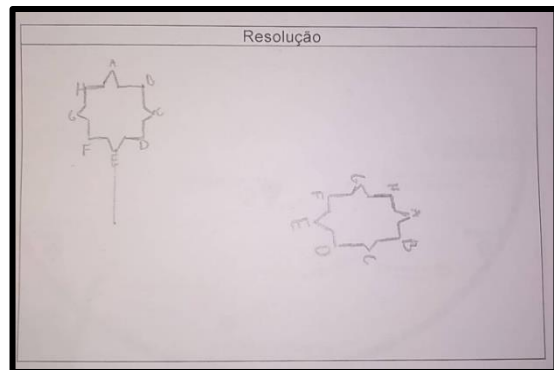


Figura 140- Resolução da tarefa 7.2. pelo aluno T

Tendo sido pedido que identificassem a figura inicial, a figura transformada, o centro e a amplitude de rotação, percebe-se a falta de dados nas resoluções dos alunos, tendo por isso sido questionados na entrevista:

Investigadora: Utilizaram o material necessário para realizar uma rotação?

Alunos: Não, esquecemo-nos do compasso e da régua.

Investigadora: Qual é o centro da rotação? Não tinham que nomear um ponto da figura?

Aluna M: Nós pensamos que o centro era um ponto fora da figura.

Investigadora: Quais são os outros dados que estão em falta? Vocês indicaram a amplitude de rotação?

Aluna M: Eu indiquei professora, mas falta dizer o sentido.

Visto que a resolução da tarefa não contém nenhum rigor de desenho, as características de uma rotação também não foram cumpridas e apresenta escassez de informação. A resolução desta tarefa foi considerada incompleta.

Em suma, de acordo com as resoluções analisadas, o grupo-caso TM resolveu 33% das tarefas corretamente, tal como se pode verificar no gráfico 3. No entanto, existe uma grande percentagem de respostas incorretas, 25%, para além das respostas incompletas (17%) ou parcialmente corretas (25%). Algumas destas dificuldades relacionaram-se com a



falta de atenção e concentração por parte do grupo. A maior parte das questões ou tarefas resolvidas incorretamente podiam ter sido evitadas se existisse um cuidado maior na interpretação dos enunciados e das figuras, como por exemplo, na tarefa 2, na tarefa 5 e na tarefa 6. Apesar disso, estes alunos não deixaram questões por resolver.

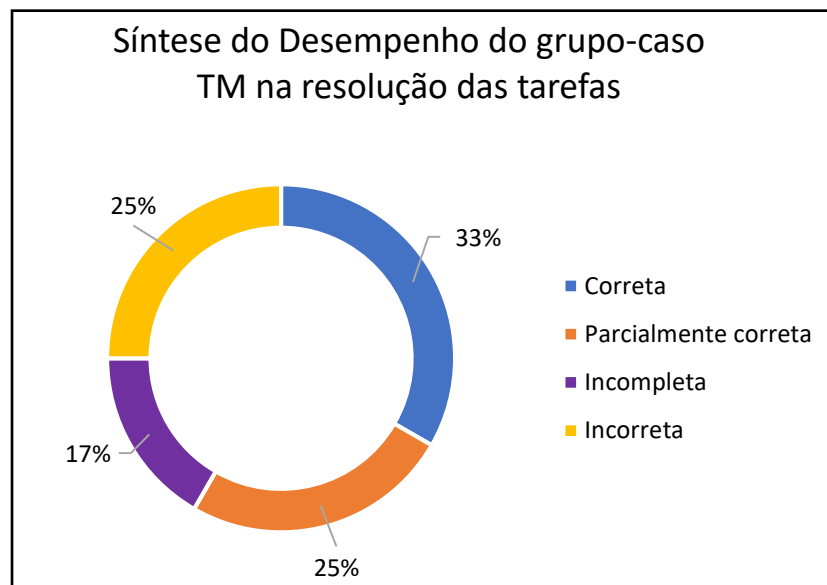


Gráfico 3- Síntese do Desempenho do grupo-caso TM na resolução das tarefas

### 2.3. Atitudes do grupo TM no Trilho Matemático Virtual

Neste ponto serão analisadas as atitudes do grupo-caso TM ao longo da realização do trilho, procurando focar os domínios afetivo, comportamental e cognitivo.

#### 2.3.1. Domínio afetivo

Neste ponto o foco da análise será o domínio afetivo, abordando especificamente três componentes: a autoconfiança, a ansiedade e o gosto demonstrado pelos alunos durante a realização do trilho.

Procurando fazer uma contextualização, em relação ao gosto pela disciplina e à autoconfiança, no questionário I destacam-se evidências destas componentes. A aluna M, à pergunta “Gostas de Matemática?” respondeu afirmativamente e completou esta ideia

mostrando autoconfiança em si mesma, dizendo “Gosto de mostrar aos meus pais que sei, compreendo e gosto da matéria e que sou a melhor”. No mesmo seguimento, o aluno T também afirmou gostar da disciplina, mas justificou com motivos diferentes, dizendo “Eu gosto muito de fazer contas e aprender novas regras de Matemática”. Esta resposta também demonstra confiança nas suas capacidades matemáticas, cingindo-se ao contexto de sala de aula. No mesmo questionário, na terceira questão (“Na tua opinião a Matemática é uma disciplina fácil ou difícil?”), os alunos deram a mesma resposta, fácil, porém as justificações foram diferentes. A aluna M disse que “A matemática não é complicada, basta prestar atenção nas aulas, estudar e praticar que a matéria passa de difícil para fácil”, em contrapartida o aluno T, mostrando mais uma vez ser um aluno confiante, respondeu “Eu acho fácil porque tenho muita capacidade de fazer contas”. Nestas questões iniciais foi notória a confiança e o gosto pela disciplina e pelos seus conteúdos.

No que toca à ansiedade a aluna M demonstrou ser um pouco ansiosa, como se pode verificar na resposta à quinta questão do questionário I (“O que menos gostas de fazer nas aulas de Matemática?”). A aluna M respondeu “O que menos gosto de fazer é copiar a matéria para o caderno e de fazer os testes porque me faz doer as mãos e nos testes fico muito nervosa”. Esta resposta vem confirmar o que já se tinha afirmado na caracterização do grupo, a aluna M demonstrava potencial para a matemática num contexto mais descontraído como as aulas, porém em contextos de avaliação revelava insegurança e medo de errar.

A autoconfiança refletida nas respostas do questionário I transpareceu durante a realização do trilha, tal como se pode verificar nos seguintes comentários:

(Questão 1.4) Investigadora: Existe alguma dúvida em que vos possa ajudar?

Aluna M: Não professora, esta é muito fácil, só temos que imaginar uma varanda parecida com esta e já está.

(Questão 4.1) Aluna M: No semicírculo existem 14 figuras, tenho a certeza, é só contar.

(Questão 4.1) Aluno T: Tenho a certeza de que o ângulo é de 102 graus porque se a bissetriz é 51 graus só temos que multiplicar por dois. Confia em mim M.

(Tarefa 6): Aluna M: T, temos que tentar eu acho que conseguimos, primeiro temos que desenhar a figura e depois pensar na posição da figura nova, é fácil.

Pode-se verificar que os alunos do grupo TM, trabalharam em sintonia apoiando-se sempre na opinião do colega. No que refere à ansiedade, em geral o grupo demonstrou ser trabalhador e calmo, no entanto em algumas tarefas notou-se alguma dificuldade na

resolução o que se refletiu em alguma ansiedade e desconforto na realização das mesmas. Na questão 7.2. os alunos pediram ajuda à investigadora e durante a conversa pode-se verificar alguma ansiedade.

Aluna M: Professora, eu já não me lembro muito bem o que temos que fazer aqui. Não é reflexão central, pois não? Como fazemos?

Aluno T: Eu acho que temos que rodar a figura, mas não sei quanto.

A mesma situação repetiu-se na tarefa 6. Como já foi referido anteriormente, esta questão foi considerada pelo grupo a mais difícil do trilho devido à complexidade da figura. Por estas razões, as dificuldades traduziram-se em algum nervosismo, reações que refletiram ansiedade:

Investigadora: Qual foi a tarefa que menos gostaram?

Aluna M: A tarefa em que tínhamos que desenhar o logotipo do banco Santander.

Investigadora: Porquê?

Aluno T: Porque era difícil de desenhar e não sabia nem que isometria usar.

Aluna M: Eu fiquei logo sem saber o que fazer.

Desta forma, conclui-se que os alunos demonstraram mais ansiedade nas duas questões mencionadas, no entanto em geral, e após a orientação e ajuda da professora, foram capazes de retomar as tarefas do trilho tranquilamente.

No primeiro questionário pode-se também encontrar a justificação para o facto de estes alunos, com capacidades matemáticas evidentes, terem errado um número significativo de questões no trilho. À pergunta “Nas aulas de matemática preferes trabalhar em grupo ou individualmente?” responderam que preferiam trabalhar sozinhos. A aluna M justificou “Eu dou-me bem com todos os meus colegas, mas quando é para trabalhar eu distraio-me com muita facilidade e não me consigo concentrar”, o que confirma a falta de concentração na leitura e interpretação das questões. O aluno T também disse “Eu fico mais concentrado a trabalhar sozinho”. Dito isto, o facto de o grupo ter trabalhado em conjunto pode ter gerado alguma ansiedade no seu núcleo, fazendo com que em algumas questões não colaborassem. No entanto, no questionário II à questão “Gostaste de trabalhar em par?” ambos disseram que sim. A aluna M afirmou “Gostei, porque ajudávamo-nos um ao outro” e o aluno T respondeu “Gostei, porque é bom ter uma segunda opinião no trabalho”. Em síntese, pode-se dizer que a realização do trilho foi um bom desafio para este grupo visto que, em muitas questões, conseguiram trabalhar em

conjunto e ultrapassar as dificuldades, o que pode contribuir positivamente para situações semelhantes no futuro.

Por fim, no último questionário, ambos os alunos do grupo TM afirmaram ter gostado da experiência de realização do trilha e das suas tarefas, à exceção das duas em que sentiram mais dificuldades, dizendo “Achamos superinteressante e divertido misturar matemática com aplicações online. Desta forma, fizemos uma atividade diferente e engraçada.”

### **2.3.2. Domínio comportamental**

Neste tópico, a análise irá focar-se na motivação intrínseca, sendo que esta se refletiu no interesse demonstrado pelo grupo caso TM na realização do trilha, como indicador do domínio comportamental. No primeiro questionário, quando se perguntava sobre a utilização de novas tecnologias, apesar de o Google Maps ter sido mencionado, os alunos não associaram esta aplicação à disciplina, por isso, na questão “Já usaste tecnologias nas aulas de Matemática (por exemplo: calculadora, aplicações interativas, Excell, Google Maps...)”, ambos responderam que apenas tinham utilizado a calculadora. Em relação ao comportamento, é de salientar que os alunos estavam habituados a um ambiente de sala de aula um pouco barulhento e desestabilizador, no entanto o comportamento dos alunos foi exemplar, o que demonstrou foco, motivação e interesse na realização do trilha, com a colaboração apenas do seu par. Apesar de os alunos se manterem dentro de uma sala de aula, o Google Maps permitiu-lhes ser transportados para uma realidade virtual que captou o seu interesse e atenção, não deixando espaço para mau comportamento. Estas evidências foram observadas durante a entrevista ao grupo:

Investigadora: Se pudessem mudar alguma coisa no trilha, o que seria?

Aluna M: Acho que não mudava nada, gostei de trabalhar só com um colega porque assim não me distraía tanto e estive mais concentrada porque o tempo passou muito rápido.

Aluno T: Eu concordo com a M, nem vi o tempo passar.

Investigadora: O que acharam do ambiente da sala?

Aluno T: Estavam todos a trabalhar com o seu par e não estava muito barulho na sala o que foi bom para concentrar.

Quando os alunos se envolveram no mundo virtual do Google Maps observou-se a sua motivação, facto que se constatou no questionário II. À pergunta “Gostaste de realizar

o trilho matemático virtual no Google Maps?”, a aluna M respondeu “Sim, porque achei superinteressante misturar matemática com aplicações e também foi super divertido. E também gostei de poder mexer no computador, foi uma experiência diferente da sala”. O aluno T também respondeu positivamente dizendo “Sim, gostei, porque fizemos muitas coisas engraçadas. Gostei mais de navegar no Google Maps porque via como era a cidade antigamente”. Estas respostas também comprovam o gosto do grupo na realização do trilho (domínio afetivo). Refere-se que em nenhum momento o grupo mostrou fadiga e desinteresse pela realização das tarefas, aspeto evidente nos comentários realizados na aula seguinte, como por exemplo: “Gostamos muito de mexer no computador porque variou o tipo de aula.”

Em geral, mergulharam na aventura de descobrir um mundo novo na tecnologia e, à medida que concretizavam as tarefas e se deslocavam para locais diferentes, a motivação foi crescendo tornando-se o combustível necessário para terminar o percurso do trilho. A utilização do computador também foi um fator importante para alimentar a motivação do grupo TM ao longo de todo o percurso.

### **2.3.3. Domínio cognitivo**

Neste ponto, a análise centra-se no domínio cognitivo, mais especificamente na utilidade da matemática. No questionário I, à questão oito (“Achas que a Matemática é útil no dia a dia?”), ambos os alunos responderam afirmativamente, porém com justificações diferentes. A aluna M disse “É útil porque eu ajudo o meu irmão mais novo a fazer os T.P.C e também ajudo o meu pai com as contas na loja”, aqui observamos que esta aluna pensa na Matemática como uma ferramenta útil fora do contexto escolar. O mesmo aconteceu com o aluno T que justificou dizendo “Acho útil em viagens para saber a distância de um sítio ao outro utilizando as escalas”. Apesar do aluno T achar a Matemática útil no dia a dia, na questão dez do mesmo questionário (I) (“Consegues encontrar Matemática fora da sala de aula?”), enquanto a aluna M respondeu “Sim, nos descontos dos produtos”, surpreendentemente o aluno T respondeu, “Não”.

À semelhança deste último exemplo as opiniões no questionário II voltaram a divergir entre estes alunos. Por exemplo, na questão dois (“Achas que o que tens vindo a

aprender nas aulas de Matemática ao longo dos anos pode ser aplicado no dia a dia?”), a aluna M respondeu “Sim, eu utilizo várias vezes as percentagens no meu dia a dia para converter percentagens em euros”, mas à mesma questão o aluno T respondeu, “Não, porque as reflexões não utilizamos no dia a dia”. O mesmo aconteceu na questão 3, “Consegues encontrar Matemática fora da sala de aula?”, a aluna M respondeu “Sim, nos supermercados e também em jogos do computador e do telemóvel” e novamente o aluno T respondeu “Não”. E, por fim, na questão 11 do questionário II verifica-se o mesmo. Na questão “A tua opinião sobre a Matemática mudou de alguma forma com a realização do trilho matemático virtual?”, a aluna M afirmou “Sim, porque nunca tinha utilizado a matemática em jogos virtuais” e o aluno T respondeu “Não”. Também na entrevista realizada ao grupo salientaram que o trilho os ajudou de alguma forma a reconhecer que a matemática está presente em todo o lado: (Aluna M) “Depois de realizar o trilho sempre que estou a passear apercebo-me que algumas coisas que eu não ligava muito antes como por exemplo, os desenhos nos portões, nas varandas, nos sinais de trânsito, na calçada e agora sei que tudo está interligado com a matemática”.

Em síntese, pode-se concluir que a aluna M evidenciou uma postura mais ativa e aberta a esta experiência, tendo demonstrado perceber a utilidade da Matemática. Foi capaz de visualizar situações matemáticas fora do contexto escolar e estabelecer conexões matemáticas com situações do dia-a-dia. Já o aluno T adotou uma postura mais passiva, séria e concentrada, sendo apenas capaz de conceber os conteúdos matemáticos na realidade da sala de aula, num ambiente formal.

### **3. O grupo-caso GB**

#### **3.1. Caracterização do grupo GB**

Este grupo era constituído por um elemento do sexo masculino e por um elemento do sexo feminino. Ambos tinham um aproveitamento escolar semelhante na disciplina de Matemática, visto terem uma média de classificações entre os 50% e os 65%, no entanto eram alunos com muito potencial e grandes capacidades comunicativas. O aluno G tinha, em fevereiro de 2019, 11 anos, vivia com os pais e a irmã que era mais velha e tinha um

filho. Tanto os pais como a irmã tinham o 12.º ano de escolaridade e trabalhavam na área da restauração. O seu percurso escolar foi feito desde o 1.º ano de escolaridade com os elementos do grupo-caso TM. No questionário inicial indicou que a sua disciplina preferida era a Educação-Física e a que menos gostava o Português, o seu gosto pela Matemática numa escala de 1 a 10 vinha em 6.º lugar. Apesar disso mostrou sempre interesse e iniciativa em participar nas aulas de Matemática, sendo um dos alunos mais participativos.

Era um aluno que precisava de concentração extra e requeria alguma atenção individual de forma a não se distrair com o que se passava à sua volta. No questionário I assumiu que preferia trabalhar em grupo porque “Aprende mais com os outros e com as suas ideias”. Tinha propensão para as tecnologias, como computadores ou aplicações móveis, sendo visível o seu à vontade com o mundo virtual e, por isso, para este aluno a motivação foi notória na realização dos trilhos. Na disposição da sala o aluno G encontrava-se sozinho na carteira de forma a evitar distrações.

A aluna B era uma aluna mais calma e muito organizada, os seus resultados académicos eram razoáveis, rondando maioritariamente os 50% e os 70%. Tal como o aluno G, pertencia à mesma turma desde o 1.º ciclo. Era filha única e os seus pais eram donos de uma loja de produtos biológicos. Nas aulas de Ciências mostrava um saber acrescido no que diz respeito aos nutrientes de cada planta e sementes e sobre formas de alimentação saudável defendendo sempre um modo de vida mais sustentável. Nas aulas de Matemática mantinha a sua postura calma e concentrada durante a aula, porém quando questionada sabia responder e esforçava-se para dar boas respostas. Caso sentisse mais dificuldade em alguma matéria colocava o dedo no ar e aguardava calmamente por ajuda. Era amiga do seu amigo, não demonstrava conflitos com nenhum colega de turma. Na sala estava acompanhada por uma colega e não era um elemento perturbador na turma. No questionário I escolheu como disciplina favorita Ciências, porém a Matemática veio na 3.ª posição. No mesmo questionário, para ela, a utilidade da matemática no dia a dia é “poder ajudar os pais nas contas da loja”, visto que depois das aulas passava lá o resto do dia. Notava-se que era uma aluna preocupada, consciente das suas tarefas e dinâmica no que dizia respeito à interação com a turma.

### 3.2. Desempenho do grupo caso GB no Trilho Matemático Virtual

Neste ponto irá proceder-se à análise do desempenho do grupo no que diz respeito às resoluções das tarefas do trilho matemático virtual. Desta forma serão analisados aspetos como, por exemplo, as estratégias utilizadas pelos alunos, as aprendizagens evidenciadas nas resoluções e a colaboração entre o par. As dificuldades sentidas pelos alunos na resolução também farão parte desta análise.

Salienta-se que neste par os alunos liam o enunciado em conjunto e debatiam entre si a melhor estratégia a ser utilizada. Visto que o aluno G tinha bastante experiência na utilização de computadores, ficou responsável pela utilização do Google Maps.

#### 3.2.1. Tarefa 1

Como esta tarefa era a primeira a ser resolvida, e para irem ao encontro do local solicitado, os alunos tiveram que escrever na barra de pesquisa do Google Maps, “Praça da República, Viana do Castelo”. De seguida, com o auxílio das setas de movimento o grupo procurou a loja “Bernardo Dias”, onde tinham que observar a varanda que se encontrava acima da mesma e na qual surgiam várias figuras entrelaçadas que se repetiam. Esta tarefa foi dividida em quatro questões, tendo por base a mesma figura, no entanto procurou-se aumentar gradualmente o grau de dificuldade das perguntas. Na primeira questão, 1.1, o par tinha que representar, desenhando no guião para o efeito, a figura que se repetia ao longo da varanda. Os alunos discutiram entre si qual era o motivo que se repetia e desenharam figuras muito fiéis àquela que observaram (Figuras 141 e 142).

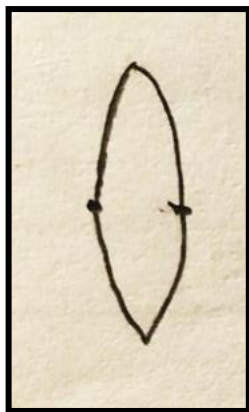


Figura 141- Resolução da questão 1.1. pelo aluno G

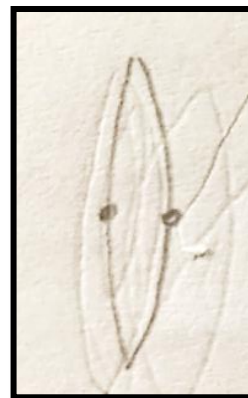


Figura 142- Resolução da questão 1.1. pela aluna B



Ao analisar as resoluções pode-se afirmar que à semelhança do outro grupo-caso, este par optou também por desenhar a imagem com o lápis sem recorrer ao compasso. Existem alguns pormenores na apresentação das figuras que permitem afirmar que o desenho do aluno G (Figura 141) foi feito com mais rigor, visto que as laterais da imagem são mais próximas da realidade. A aluna B (Figura 142) desenhou uma figura mais longa e estreita. Apesar disso considerou-se esta alínea resolvida corretamente.

Na segunda questão, 1.2, era pedido aos alunos para identificarem na figura anteriormente desenhada os eixos de simetria, caso houvesse simetrias de reflexão. Nas figuras 143 e 144, observam-se algumas diferenças nas resoluções dos alunos, mais concretamente na identificação dos eixos de simetria.

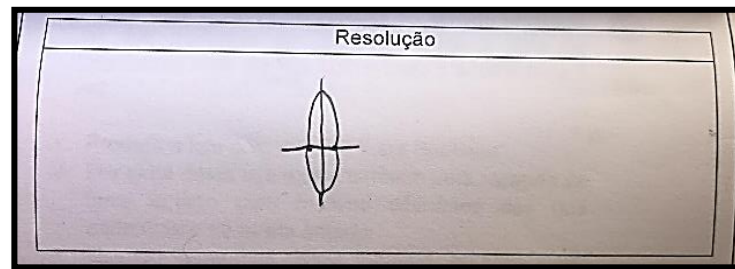


Figura 143- Resolução da questão 1.2 pelo aluno G.

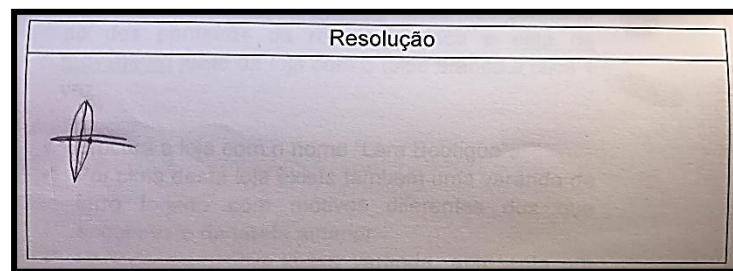


Figura 144- Resolução da questão 1.2. pela aluna B

Este tipo de tarefas foi realizado com frequência nas aulas, por isso os alunos mostraram compreender o que se pretendia nesta questão, mas, no entanto, percebe-se a falta de rigor nos desenhos. O aluno G (Figura 145) desenhou as retas com distinção na identificação dos eixos de simetria. A aluna B (Figura 146) também identificou corretamente os eixos de simetria, porém considerou-se a resolução do aluno G melhor apresentada. Perante as resoluções do grupo considera-se esta alínea resolvida corretamente.

Na questão seguinte, 1.3, os alunos tinham que descrever as simetrias de rotação que conseguissem encontrar na figura. O par não apresentou dificuldades em compreender o objetivo da questão. Nas figuras 145 e 146, verifica-se que o grupo resolveu a tarefa com alguma facilidade, apresentando uma caracterização reforçada com uma ilustração, tendo demonstrado trabalho de equipa e confiança.

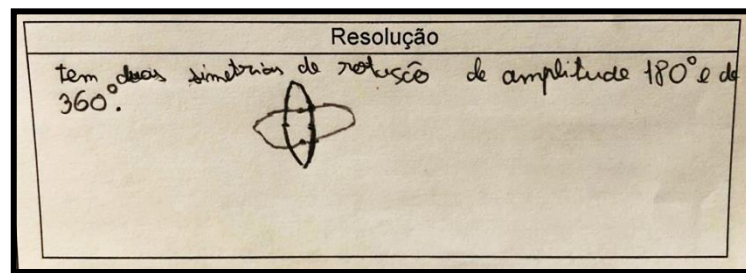


Figura 145- Resolução da questão 1.3. pelo aluno G

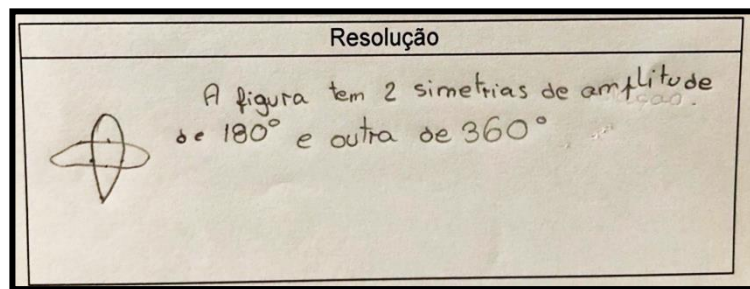


Figura 146- Resolução da questão 1.3. pela aluna B

No entanto os alunos não identificaram o centro de rotação nem o mencionaram na resposta por escrito e, à semelhança das outras resoluções, o desenho não apresentava cuidado nem rigor. Considerou-se assim as resoluções como parcialmente corretas.

Para a resolução da quarta questão, 1.4, os alunos tinham de usar a sua criatividade, tentando não ficar presos ao motivo da varanda inicial. A ideia era que pensassem em formas semelhantes, seguindo o mesmo princípio da varanda inicial e, desta forma, desenhassem um esboço que cumprisse as condições solicitadas. O par tinha que utilizar uma figura que apresentasse simetrias de reflexão e simetrias de rotação. Nas figuras 147 e 148, verifica-se que os alunos optaram por figuras de forma de oval, optando por não as entrelaçar, como na varanda observada.

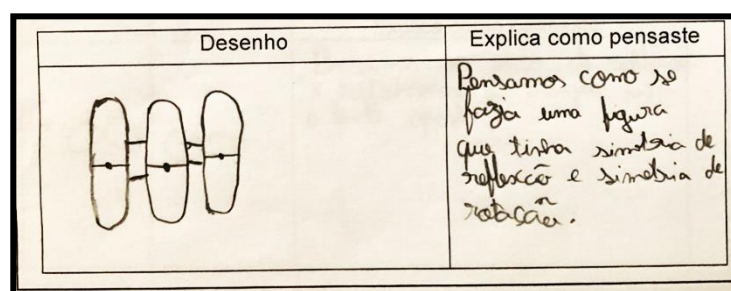


Figura 147- Resolução da questão 1.4 pelo aluno G.

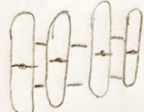
Desenho	Explica como pensaste
	<p>Pensamos como fazer uma figura que tinha simetria de reflexão e simetria de rotação.</p>

Figura 148- Resolução da questão 1.4. pela aluna B

Perante este facto a professora questionou os alunos sobre esta opção na entrevista, depois da realização do trilho, de forma a compreender melhor as suas escolhas.

Investigadora: Ao olharmos para a varanda original que diferenças podemos encontrar em relação à que foi desenhada?

Aluno G: A varanda original tinha as figuras entrelaçadas, mas nós pensamos que podíamos garantir as condições que eram pedidas e desenhar as figuras separadas para ser diferente.

Aluna B: Nós também desenhámos umas linhas horizontais como se fossem uns ferros que ligavam as imagens umas às outras.

Analisando as representações, no desenho da aluna B (Figura 148) notam-se algumas diferenças, no tamanho das figuras e falta de rigor no desenho. Pode-se considerar o desenho do aluno G mais preciso. Em relação à explicação, limitaram-se a pensar numa figura que cumprisse as normas do enunciado. Neste caso optaram por uma figura semelhante à da varanda inicial, apenas tornaram os extremos mais arredondados e mudaram o formato da varanda como um todo. Apesar disto, considerou-se esta questão corretamente resolvida.

### 3.2.2. Tarefa 2

Para a realização desta tarefa os alunos tinham que se deslocar para o segundo local do trilho, clicando duas vezes na bússola do Google Maps no sentido contrário ao dos ponteiros do relógio. De seguida tinham que carregar na seta de movimento e procurar uma loja com o nome “Lara Boutique”. Por cima dessa loja existia uma varanda de ferro

forjado, com motivos diferentes, e com base nos quais tinham que responder a duas questões.

Na primeira questão, 2.1, tinham que apresentar um exemplo de uma reflexão central a partir dos elementos da varanda e explicar como tinham pensado. Ao observar a varanda o grupo tinha primeiramente que identificar o motivo e, de seguida, tinham de mobilizar os conhecimentos previamente adquiridos sobre a reflexão central. Nas figuras 149 e 150, pode-se verificar que os alunos trabalharam em equipa devido, às semelhanças dos desenhos de cada um e das respostas dadas.

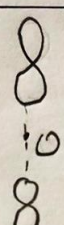
Reflexão Central	
Desenho	Explica como pensaste
	<p>porque tem o centro fora da figura e fizemos uma rotação de 180°</p>

Figura 149- Resolução da questão 2.1. pelo aluno G

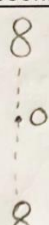

Reflexão Central	
Desenho	Explica como pensaste
	<p>porque tem o centro fora da figura e fizemos uma rotação de 180°</p>

Figura 150- Resolução da questão 2.1. pela aluna B

Em relação à resposta por escrito os alunos optaram por salientar um exemplo em que o centro não pertencia à figura. Desta forma, conclui-se que os alunos foram capazes de apresentar um exemplo de uma reflexão central e, por isso, considerou-se esta resolução correta.

Na segunda questão, 2.2, foi pedido aos alunos que, a partir do mesmo motivo da varanda, apresentassem um exemplo de uma reflexão axial. Através da observação das figuras 151 e 152, percebe-se que os alunos não demonstraram dificuldades na resolução, evidenciando facilidade com esta isometria, tal como aconteceu nas aulas.

Reflexão Axial	
Desenho	Explica como pensaste
	<p>Pensamos no eixo de reflexão e refletimos a imagem para o lado oposto</p>

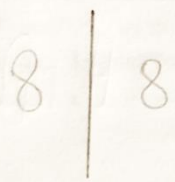
Reflexão Axial	
Desenho	Explica como pensaste
	<p>Pensamos num eixo de reflexão e refletimos para o lado oposto.</p>

Figura 152- Resolução da questão 2.2. pela aluna B

No entanto, alguns aspetos podiam ser melhorados, como por exemplo a posição das figuras iniciais e o facto de o aluno G (Figura 151) apresentar uma reta como eixo de simetria e a aluna B (Figura 152) apresentar uma semirreta. O facto de os alunos apresentarem as posições da figura inicial diferentes demonstra que não houve trabalho de equipa nesse aspeto, mas a justificação foi a mesma. Devido a essas falhas os alunos foram questionados na entrevista realizada posteriormente sobre alguns aspetos:

Investigadora: Quais são as propriedades da reflexão axial?

Aluno G: A imagem inicial tem que ficar refletida no lado oposto e assim ficamos com dois imagens iguais.

Investigadora: Existe alguma razão pela qual as vossas imagens não estejam iguais? Como se apresentava a figura na varanda?

Aluna B: A figura na varanda estava na vertical, mas eu pensei que podia desenhá-la na horizontal e fazer a reflexão axial.

Dito isto, considerou-se a resolução do grupo resolvida corretamente.

### 3.2.3. Tarefa 3

Esta tarefa devia ser realizada junto da “Farmácia Nelsina”. Os alunos tinham que observar três janelas que estavam por cima da farmácia, focando-se na janela central, mais particularmente no seu vitral, como se percebe nas figuras 153 e 154. Esta tarefa tinha apenas uma questão e foi apresentada aos alunos na forma de um problema. Pediu-se que decidissem como pintar os vitrais de forma a que a figura no final apresentasse simetria de



reflexão, mas não simetria de rotação. Para resolver esta questão os alunos tinham que utilizar lápis de cor.

Primeiramente salienta-se a cumplicidade do grupo na realização desta tarefa (Figura 154), revelando trabalho de equipa e cooperação. É possível confirmar este facto na resolução apresentada pelo grupo (Figuras 155 e 156), visto que os desenhos e as explicações são iguais tendo apenas como fator diferenciador a cor das figuras.

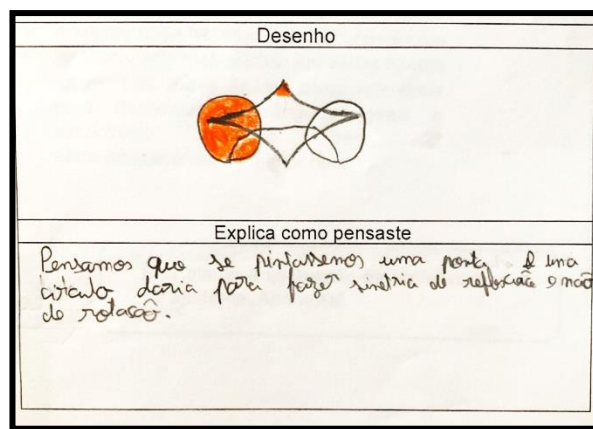


Figura 155- Resolução da tarefa 3 pelo aluno G

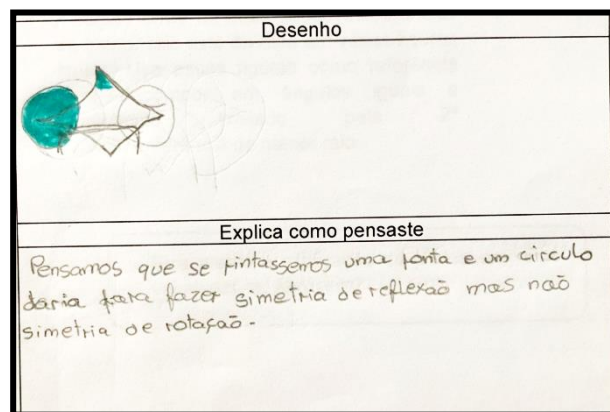


Figura 156-Resolução da tarefa 3 pela aluna B

É possível perceber que os alunos compreenderam o objetivo do enunciado, visto que pintaram os vidros do vitral e não a sua estrutura, tal como se pedia. Observa-se também que o grupo desenhou de forma correta a estrutura do vitral. De acordo com as resoluções apresentadas é visível que a estratégia escolhida apresenta características que

poderiam ter funcionado e podiam de facto ter levado à resposta correta. Como por exemplo, bastava o grupo ter colorido da mesma cor o segundo círculo que seria o suficiente para a resposta estar correta. Perante esta resolução os alunos foram questionados na entrevista:

Investigadora: Acham que a vossa figura apresenta um exemplo de simetria de reflexão? Imaginem que vamos traçar uma reta na vertical, acham que há sobreposição?

Aluno G: Não, porque o círculo do lado direito não está pintado.

Investigadora: E se traçarmos uma reta na horizontal, há sobreposição?

Aluna M: Não, porque do lado inferior não tem a ponta pintada.

Investigadora: E o que acham que isso significa?

Aluna B: Acho que quer dizer que a figura não tem simetrias de reflexão e tinha que ter.

Investigadora: Correto. Observando agora as vossas respostas o que acham que faltava para a resolução estar correta?

Aluno G: Acho que tínhamos que pintar o segundo círculo.

Investigadora: E tinha que ser da mesma cor ou podia ser de cor diferente?

Aluno G: Tinha que ser da mesma cor porque tinha que ser igual.

No entanto, é de salientar o esforço do grupo porque apesar de tudo pensaram numa boa estratégia. Dito isto, considerou-se a resolução incorreta.

#### 3.2.4. Tarefa 4

Esta tarefa era constituída por apenas uma questão e, para a realizar, os alunos tinham que se dirigir, com a ajuda da seta de movimento, para o “Passeio das Mordomas”, entre a Igreja da Misericórdia e o café Caravela. Depois tinham de procurar um portão verde de ferro forjado e observar a estrutura da parte de cima (Figuras 157 e 158). Se o grupo demonstrasse dificuldade em entrar na rua, devido a constrangimentos do Google Maps, poderiam escrever na barra de pesquisa “Passeio das Mordomas, Viana do Castelo” e iriam encontrar o local da tarefa mais facilmente. Não foi o caso deste grupo.



Figura 157- Semicírculo a observar

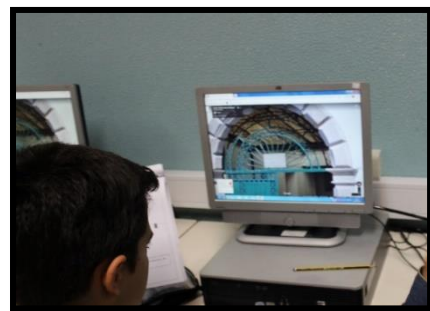


Figura 158- Aluno G encontra a estrutura

A partir deste semicírculo (Figura 157) o grupo tinha que considerar a bissetriz de um dado ângulo com amplitude  $51^\circ$  e descobrir quantas figuras correspondiam a esse ângulo. Nesta questão os alunos tinham que implementar estratégias de resolução de problemas e de cálculo, tendo por base conhecimentos sobre ângulos, como por exemplo o significado de uma bissetriz. Este conhecimento era essencial para realizar a primeira parte da tarefa, que era descobrir a amplitude do ângulo em questão. É possível analisar as resoluções do grupo nas figuras 159 e 160.

Resolução\Explica como pensaste

$$180 : 14 = 12,85; 51 : 2 = 25,5$$

102° tem 7,5 figuras

102°

Figura 159- Resolução da tarefa 4 pelo aluno G

Resolução\Explica como pensaste

$$180 : 14 = 12,85; 51 : 2 = 25,5$$

102° tem 7,5 figuras

Figura 160- Resolução da tarefa 4 pela aluna B

Verifica-se na resolução do aluno G que o grupo mobilizou os conhecimentos necessários para descobrir corretamente o valor total da amplitude do ângulo e, a partir daí, delinearem uma estratégia. Essa estratégia baseou-se na divisão do valor da amplitude total do semicírculo (180 graus) pelas figuras contidas no mesmo (14), ou seja,  $180:14$ . Este cálculo foi realizado com o objetivo de descobrir a amplitude que uma figura ocupava. A partir destes dados os alunos tinham que realizar adições sucessivas do ângulo de uma figura até chegar aos 102 graus. No entanto, apesar de os alunos apresentarem a resposta correta não colocaram no guião as adições sucessivas de forma a provar como chegaram à resposta final, apenas escreveram a resposta. Também se salienta que optaram por não



proceder a arredondamentos dos valores, que deveriam ter feito. Perante estas falhas o grupo foi questionado na entrevista:

Investigadora: Como chegaram à conclusão que o semicírculo tinha 14 figuras?

Aluno G: Contamos na imagem que estávamos a ver no Google Maps.

Investigadora: Ao observar as vossas resoluções como chegaram à resposta final? Não escreveram nenhuns cálculos.

Aluna B: Nós fizemos na calculadora professora e escrevemos logo a resposta, esquecemo-nos de escrever no guião.

Investigadora: Em relação à resposta final, o que significa 7,5 figuras?

Aluna B: Significa que em 102 graus cabiam mais ou menos 8 figuras.

Investigadora: Muito bem, faltava esse valor arredondado na resposta final.

Dito isto, considerou-se a resolução do grupo parcialmente correta.

### 3.2.5. Tarefa 5

Para realizar esta tarefa o grupo tinha que se dirigir, com a ajuda da seta de movimento, até à estação de comboios da cidade. Para facilitar este percurso e evitar perdas de tempo, o guião tinha um mapa com direções precisas e claras (Figura 161), de forma a ajudar os alunos a encontrar o local.



Figura 161- Mapa com as direções necessárias para encontrar o local da tarefa 5

Esta tarefa era apenas composta por uma questão e, para a resolver, o grupo tinha que encontrar uma estratégia para contar todos os vidros da fachada da estação de comboios de Viana do Castelo, como se observa nas figuras 162 e 163, utilizando pelo menos uma isometria.



Figura 162- Alunos utilizam a imagem do Google Maps para encontrar uma estratégia



Figura 163- Fachada da estação de

À semelhança das tarefas anteriores, este grupo demonstrou sempre companheirismo e o trabalho de equipa foi notório. Nesta questão apoiaram-se na imagem do Google Maps para decidir a melhor estratégia, como se verifica na figura 162. Nas figuras seguintes, 164 e 165, é possível observar as resoluções dos alunos.

Resolução

$$26 + 26 + 26 = 78$$

$$10 + 10 = 20$$

$$8 + 8 + 8 = 24$$

$$4 + 4 = 8$$

$$16 + 16 + 16 = 48$$

$$6 + 6 = 12$$

$$78 + 20 + 24 + 8 + 48 + 12 = 190$$

Isometrias que usei: Utilizei a reflexão axial.

Figura 164- Resolução da tarefa 5 pelo aluno G

Resolução

$$26 + 26 + 26 = 78$$

$$10 + 10 = 20$$

$$16 + 16 + 16 = 48$$

$$8 + 8 + 8 = 24$$

$$4 + 4 = 8$$

$$6 + 6 = 12$$

$$78 + 20 + 48 + 24 + 8 + 12 = 190$$

Isometrias que usei:  
Utilizei a reflexão axial.

Figura 165- Resolução da tarefa 5 pela aluna B

Ao analisar as resoluções do grupo pode-se afirmar que os alunos optaram pela mesma estratégia, apesar da ordem das somas ser diferente os cálculos são os mesmos e observa-se que preferiram adicionar os valores em vez de multiplicá-los. Os alunos claramente utilizaram a reflexão axial como isometria, aspeto que confirmaram na resposta apresentada. Para isso, dividiram os seus cálculos por conjuntos de janelas iguais, ou seja, contaram os vidros de um tipo de janela e depois fizeram adições sucessivas conforme o número de janelas iguais. Usando por base a resolução apresentada pelo aluno G (Figura 164), percebe-se que o primeiro conjunto de adições sucessivas é referente aos vidros das janelas grandes da zona de cima da fachada e este cálculo está correto. O segundo conjunto de parcelas diz respeito aos vidros das janelas que se encontram nas extremidades na zona

superior, e este cálculo também está correto. No entanto, no terceiro conjunto, o grupo cometeu o mesmo erro que o primeiro grupo-caso, os vidros da parte de cima dos portões estão divididos em quatro pequenos vidrinhos, contabilizaram um em vez de quatro. Ou seja, em vez de  $8+8+8$  seria  $4 \times 24$ , o que daria um total 96 vidrinhos. Logo, o terceiro conjunto de parcelas está errado. O mesmo aconteceu no quarto conjunto de parcelas que diz respeito aos vidros na zona superior das janelas que se encontram nas extremidades da zona de baixo da fachada. Por isso, em vez de  $4+4$  seria  $16+16$  ou  $4 \times 8$ , o que daria um total de 32 vidrinhos. Dito isto, o quarto conjunto de cálculos também está errado. Porém, os seguintes conjuntos estão corretos. O quinto é referente ao número de vidros dos portões da fachada e o sexto conjunto diz respeito aos vidros maiores das janelas que estão nas extremidades na zona de baixo da fachada.

Devido a estes erros o resultado final também está incorreto, o total de vidros seria de 286 e não de 190, como o grupo apresentou. De forma a compreender melhor a resolução dos alunos, na entrevista foram colocadas algumas questões:

Investigadora: Como fizeram para contarem os vidros da zona de cima das janelas e dos portões?

Aluno G: Contamos cada quadrado como um vidro.

Investigadora: Vou aumentar a imagem, reparem bem no quadrado, como é que ele está dividido?

Aluna B: Está dividido em quartos.

Investigadora: E isso o que significa? Quantos vidrinhos conseguem contar?

Aluno G: Quatro professora.

Investigadora: Muito bem, então por exemplo na janela do lado direito na zona de baixo, na parte de cima, quantos vidros conseguimos contar?

Aluno G: Conseguimos contar 16 vidrinhos muito pequenos.

Investigadora: Boa, então como seria o cálculo?

Aluna B: Seria  $16+16$  em vez de  $4+4$ , não sei como não reparamos era super fácil.

Mais uma vez o grupo precipitou-se na resposta e não prestou atenção aos detalhes da figura, porém os alunos identificaram corretamente a isometria o que quer dizer que o pensamento subjacente era o esperado. Dito isto, considerou-se a resposta dos alunos parcialmente correta.

### 3.2.6. Tarefa 6

Esta tarefa era constituída apenas por uma questão e foi elaborada com base no logótipo do Banco Santander (Figura 166). Para os alunos encontrarem o banco tinham que

deslocar-se até à Avenida dos Combatentes da Grande Guerra com a ajuda da seta de movimento (Figura 167).



Figura 166- Logótipo do Banco Santander



Figura 167- O grupo encontra o Banco Santander

Esta questão foi apresentada aos alunos na forma de um problema onde era explicado que o Banco queria substituir o logótipo e, para isso, abriu um concurso público. No entanto o Banco impunha uma condição que era, o novo logótipo tinha que resultar da aplicação de uma ou mais isometrias partindo do logótipo inicial. Nas figuras 168 e 169 observa-se as resoluções do grupo.

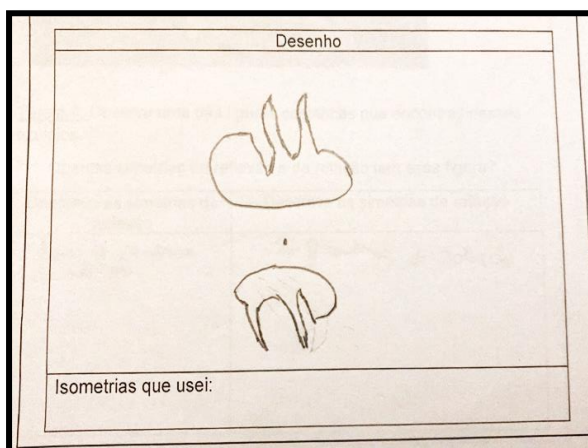


Figura 168- Resolução da tarefa 6 pelo aluno G

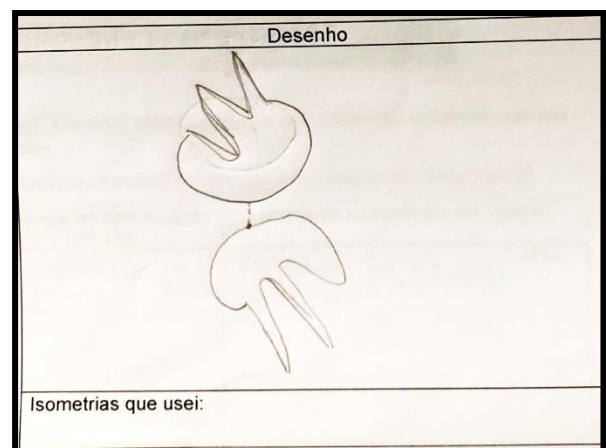


Figura 169- Resolução da tarefa 6 pela aluna B

Ao analisar as resoluções do grupo é visível que, apesar de não terem apresentado explicação, os alunos realizaram ou tentaram realizar uma reflexão central. Na resolução

do aluno G é notório que este identificou o centro de rotação e pensou corretamente no movimento de rotação da figura inicial. As figuras não são iguais o que se deve ao facto de os alunos não terem desenhado com a precisão, não utilizando material necessário. Na resolução da aluna B, o centro de rotação não está identificado, no entanto a forma da figura transformada mostra que o movimento de uma rotação de 180 graus foi feito corretamente. Existem algumas semelhanças nas duas resoluções, mas apesar disso é inevitável afirmar que a resolução do aluno G foi melhor concretizada.

A dificuldade na concretização do desenho deste logótipo foi geral e, como no grupo-caso TM, este grupo também manifestou essas dificuldades no questionário II. À questão cinco, “Qual foi a tarefa que menos gostaste de realizar? Porquê?”, a resposta dos dois alunos foi “A tarefa que menos gostei foi a do Santander porque era difícil de desenhar”.

Dito isto, considerou-se as resoluções desta tarefa como corretas.

### 3.2.7. Tarefa 7

A tarefa 7 era composta por duas questões. Para encontrar o local correto o grupo tinha que se dirigir à Rua Manuel Espregueira e procurar a loja “W52”. A fachada desta loja era composta por um padrão de azulejos (Figura 170) que os alunos deviam observar (Figura 171). De forma a chegar ao local mais rapidamente no guião havia um mapa com as direções necessárias (Figura 172).



Figura 170- Elemento do azulejo

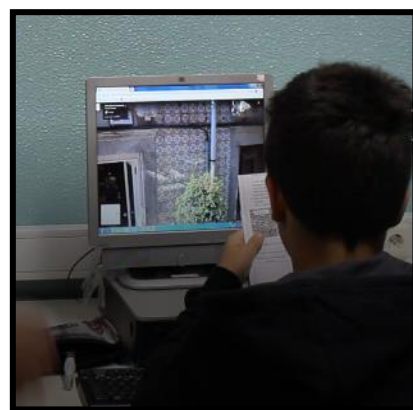


Figura 171- Aluno G analisa a tarefa 7.1



Figura 172- Mapa de orientação para os alunos

Na primeira questão, 7.1., era pedido aos alunos que a partir da observação da imagem do azulejo descrevessem as simetrias de reflexão e de rotação contidas no mesmo. Nas figuras 173 e 174 é possível analisar as resoluções dos alunos.

Descreve as simetrias de reflexão	Descreve as simetrias de rotação
tem 4 simetrias de reflexão	tem 8 simetrias de rotação

Figura 173- Resolução da questão 7.1. pelo aluno G

Descreve as simetrias de reflexão	Descreve as simetrias de rotação
tem 4 simetrias de reflexão	8 simetrias de rotação

Figura 174- Resolução da questão 7.1. pela aluna B

Nesta resolução, apesar de não terem desenhado a figura no guião e não terem traçado os eixos de simetria, o grupo não respondeu corretamente na identificação das simetrias de reflexão, a figura apresentava 8 simetrias de reflexão. Na descrição das simetrias de rotação de facto a figura apresentava 8 simetrias de rotação, porém o grupo não as descreveu. Devido a essa falta de informação, as resoluções foram consideradas parcialmente corretas.

Na segunda questão, 7.2., os alunos tinham que representar um exemplo de uma rotação a partir do azulejo em análise. Apresenta-se as resoluções dos alunos nas figuras 175 e 176.

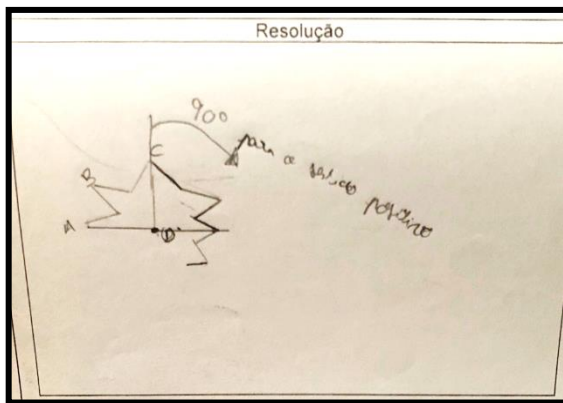


Figura 175- Resolução da questão 7.2 pelo aluno G

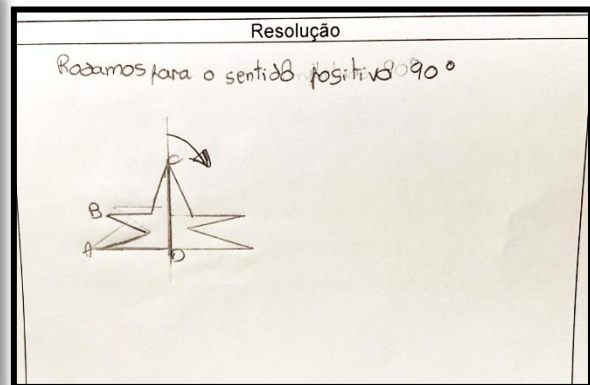


Figura 176- Resolução da questão 7.2. pela aluna B

Ao analisar as resoluções nota-se claramente que os alunos ficaram confusos com o que tinham que fazer para concretizar a rotação. Primeiramente as figuras desenhadas não correspondiam à figura do azulejo, o sentido da rotação não está identificado corretamente, considerando o sentido da seta percebe-se que houve uma tentativa de rotação de uma parte da figura. Perante estas respostas os alunos foram questionados na entrevista:

Investigadora: Quais são as propriedades de uma rotação?

Aluna B: Eu acho que as figuras têm que ser iguais.

Investigadora: E por exemplo uma das figuras pode estar afastada do centro de rotação e a outra pode estar juntinho a ele?

Aluno G: Não, têm que estar à mesma distância do centro.

Investigadora: Muito bem, essas são as propriedades de uma rotação. Agora digam-me uma coisa, que dados eu preciso de saber para realizar uma rotação de uma figura qualquer?

Aluno G: Precisa de saber quanto é que tem de rodar, o ângulo e tem de ter um centro para rodar.

Investigadora: Só isso? Então posso rodar a figura para qualquer dos lados?

Aluna B: Não, tem que também ter um sentido para rodar!

Investigadora: Boa, agora olhando para as vossas resoluções digam-me o que está errado.

Aluna B: Eu vejo logo que o sentido está mal, esse era o sentido negativo que é a favor dos ponteiros do relógio.

Investigadora: E mais? O que aconteceu à imagem do azulejo? Aqui só vejo metade.

Aluno G: Pois, não sei professora, não sei o que aconteceu. Mas se fosse agora já sabia fazer e não me ia esquecer de desenhar a desenho inteiro.

Por tudo o que se expôs, considerou-se esta resolução como incorreta.

Globalmente, o grupo superou as expectativas, mostrou uma grande dinâmica e um trabalho colaborativo constante, o que se refletiu no facto de terem apresentado mais de

50% das tarefas resolvidas corretamente, tal como se pode verificar no gráfico 4. Além disso, evidenciou uma percentagem de 9% respostas incorretas, devido principalmente à falta de atenção e concentração na interpretação dos enunciados, e também 36% das resoluções foram consideradas parcialmente corretas. Apesar disso, o grupo não teve nenhuma resposta incompleta, nem deixou questões por resolver. É de salientar também o desempenho do aluno G que se destacou neste aspeto, desde o rigor do desenho das figuras, nas resoluções apresentadas e na grande capacidade que demonstrou na utilização do Goo; no que tinha os cou-se pela po

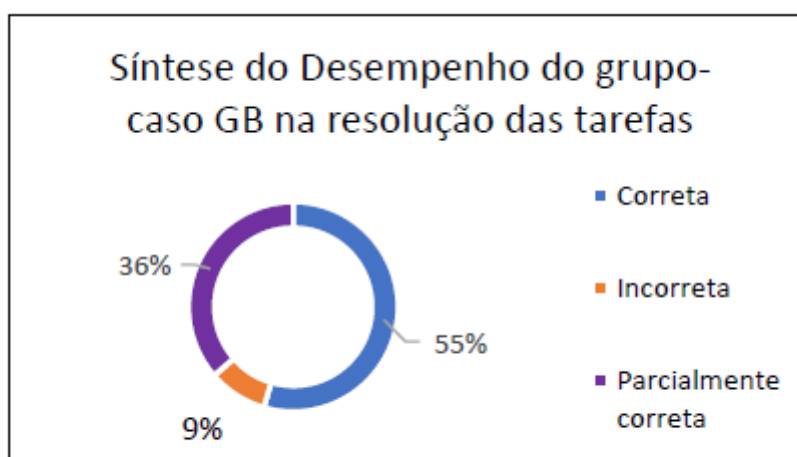


Gráfico 4- Síntese do Desempenho do grupo-caso GB na resolução das tarefas

### 3.3. Atitudes do grupo GB no Trilho Matemático Virtual

Neste ponto irá analisar-se as atitudes do grupo-caso GB durante a realização do trilho, focando os domínios afetivo, comportamental e cognitivo.

#### 3.3.1. Domínio afetivo

Neste ponto, será considerado o domínio afetivo, incidindo nas suas três componentes, a autoconfiança, a ansiedade e o gosto demonstrado pelo grupo na realização do trilho.

Em relação ao gosto pela disciplina, no questionário I, o aluno G, posicionou a Matemática em sexto lugar, demonstrando pouca afinidade com a disciplina, enquanto que



a aluna B colocou a disciplina em terceiro lugar, mostrando alguma preferência pelos conteúdos matemáticos. Apesar disso, no mesmo questionário, à pergunta “Gostas de Matemática?”, ambos responderam afirmativamente, sendo que o aluno G justificou “Gosto, porque aprendemos muito e é divertida”, e a aluna B afirmou que “Gosto de matemática porque acho interessante e no nosso futuro é necessário a matemática”, mostrando assim uma visão mais abrangente das potencialidades da disciplina. Ambos consideraram a disciplina fácil, afirmando que “Existem matérias fáceis e rápidas de aprender, mas outras são um bocado mais difíceis”.

Durante a realização do trilho e com base nas observações efetuadas pela investigadora, os alunos demonstraram confiança ao longo do percurso, sendo que se apoiavam mutuamente um no outro na resolução das tarefas. Pode-se comprovar a confiança do grupo nos seguintes comentários:

Tarefa 3: (Aluna B) G, eu tenho a certeza que é assim que se faz, temos que pintar desta maneira.

Tarefa 6: (Aluno G) Esta não é muito fácil, mas nós vamos pensar numa forma de desenhar e depois a professora vai ver que vai estar certo.

Em relação à ansiedade, o grupo, em geral, apresentou uma postura tranquila durante todo o percurso, discutiram as estratégias em par e quando tiveram dúvidas aguardavam pelos esclarecimentos da professora. Na última questão, 7.2, os alunos evidenciaram mais ansiedade pelo facto de não estarem a compreender o objetivo da tarefa, tal como se pode verificar em alguns dos seus comentários:

Aluno G: Esta é muito difícil e eu já não me lembro bem da rotação. De certeza que vamos errar.

Aluna B: G, temos que pensar, vamos fazer o que sabemos. O que se faz primeiro?

À exceção desta questão o grupo manteve uma atitude positiva e proativa durante a realização do trilho.

Após a realização do trilho, no questionário II, os alunos comprovaram a sua satisfação com a experiência. À questão “Gostaste de realizar o trilho matemático virtual no Google Maps?”, o aluno G respondeu “Sim, porque adoro mexer no computador”, revelando confiança e predisposição para as novas tecnologias. À mesma questão, a aluna B afirmou ter gostado de realizar o trilho “Porque aplicamos a matéria e é uma forma de

saber mais”. É de salientar que o grupo, nos dois questionários, realçou preferência pelo trabalho de grupo, o que se comprovou na realização do trilho. Em relação à autoconfiança demonstrada pelo grupo, salienta-se novamente que o aluno G mostrou, desde o início, confiança nas suas capacidades com as tecnologias, no entanto no questionário I à questão “O que mais gostas de fazer nas aulas de Matemática?”, o aluno respondeu “Não sei”, o que demonstra alguma falta de confiança e alguma ansiedade no que refere aos seus conhecimentos.

### 3.3.2. Domínio comportamental

Neste ponto, analisa-se a motivação intrínseca refletida no interesse demonstrado pelos alunos na realização do trilho. Segundo as respostas dos alunos apresentadas no questionário I, “Já usaste tecnologias nas aulas de matemática (por exemplo: calculadora, aplicações interativas, Google Maps...)?”, os dois disseram que apenas tinham utilizado a calculadora. Dito isto, o facto de os alunos não terem contacto em contexto escolar com aplicações tecnológicas ou até mesmo com o computador, fez com que a realização do trilho matemático virtual naturalmente gerasse motivação e interesse, porque era algo novo e diferente. Na entrevista os alunos fizeram alguns comentários que comprovam esta situação, como por exemplo:

Aluno G: A parte que eu mais gostei do trilho foi mexer no computador.

Investigadora: Achas que o facto de realizar o trilho no computador te ajudou nas tarefas?

Aluno G: Sim, porque eu estive mais concentrado no que estava a fazer e queria saber sempre qual era o local seguinte da próxima tarefa.

Investigadora: E tu, B, qual é a tua opinião?

Aluna B: Eu concordo com o G, como tínhamos que estar atentos ao computador também senti que estava mais atenta no que as tarefas pediam.

Ao longo do trilho, o grupo demonstrou sempre interesse nos lugares onde se realizavam as tarefas, da visão panorâmica (360°) no Google Maps. Em nenhum momento o grupo demonstrou estar entediado ou desmotivado na resolução das tarefas. Alguns dos comentários ouvidos pela investigadora durante o trilho foram: “B, qual é a tarefa seguinte?”, “Esta já está G, vamos para o próximo lugar”. É de realçar que o grupo GB nunca mostrou dificuldades na utilização do Google Maps, evidenciando autonomia. Como já foi referido, o aluno G mostrou uma grande motivação ao saber da atividade devido ao facto

de estar habituado a trabalhar no computador e desvalorizou qualquer dificuldade que pudesse existir, como se verifica na sua resposta à questão, “Sentiste dificuldade na utilização do Google Maps?” (Questionário II), o aluno G respondeu “Não, porque era muito fácil mexer naquilo”. Porém, conseguiu sempre ajudar a sua colega e até ensinar-lhe alguns dos movimentos do Google Maps.

Em geral, o grupo destacou-se pela sua dinâmica e união.

### **3.3.3. Domínio cognitivo**

Neste ponto, valoriza-se a perceção dos alunos em relação à utilidade da matemática. No questionário I, à questão “Achas que a matemática é útil no dia a dia?”, ambos responderam positivamente, porém, como justificação, o aluno G disse, “Não sei” e a aluna B desenvolveu um pouco mais a sua resposta, dizendo “É útil porque no futuro vai ser necessário”.

Ao analisar as respostas à questão “Consegues encontrar matemática fora da sala de aula?”, do questionário I, o aluno G respondeu “Não”, enquanto que a aluna B respondeu “Sim, consigo encontrar nas compras para a casa”. Apesar de o aluno G na resolução do trilho ter sido capaz de usar estratégias adequadas na aplicação das isometrias, nas perguntas dos questionários que pediam justificação não se observou o mesmo esforço.

Durante a realização do trilho os alunos mostraram-se surpreendidos com os elementos matemáticos que iam encontrando nos locais onde realizavam as tarefas, tal como se pode verificar nos seguintes comentários:

Tarefa 1: (Aluno G) Eu não sabia que com uma varanda dava para fazer tantos exercícios de matemática!

Tarefa 6:(Aluno G) Eu já vim a este banco com a minha mãe tantas vezes e nunca imaginei que com este símbolo dava para fazer tarefas!

Tarefa 4: (Aluna B) Aos sábados em vou de comboio para Afife e nunca tinha reparado que até os vitrais da fachada tivesse isometria!

No questionário II os alunos foram questionados “Achas que existe alguma diferença entre realizar um trilho matemático virtual e um trilho matemático no terreno?”, os alunos responderam “Sim, porque no virtual não temos que andar, se estivéssemos no terreno não dava para ver os vitrais de cima da fachada dos comboios e não dava para

chegar tão rápido aos lugares das tarefas. Também estaria mais movimento o que significa mais distração”.

Por fim, à questão “A tua opinião sobre a matemática mudou de alguma forma com a realização do trilho?”, o aluno G respondeu “Não” e a aluna B respondeu “Sim, porque conseguimos aprender mais e as aulas ficam mais divertidas”. O que demonstra também interesse por este tipo de aulas.

Em suma, pode-se concluir que o aluno G, apesar de ter tido um bom desempenho nas resoluções das tarefas do trilho, não mostrou o mesmo esforço nas respostas nos questionários, evitando escrever justificações. Em relação à aluna B, demonstrou ser uma aluna mais ponderada, calma, cuidadosa e preocupada. Apesar disso, verificou-se algumas falhas de atenção, de concentração na interpretação dos enunciados e no rigor dos seus desenhos.

## Capítulo VI- Conclusões

Este último capítulo está dividido em três subcapítulos. No primeiro apresenta-se uma breve síntese do estudo. No segundo, são formuladas as principais conclusões tendo por base as questões de investigação. No terceiro, são caracterizadas algumas limitações que surgiram durante a investigação e apresentadas recomendações para futuras investigações.

### 1. Síntese do estudo

Este estudo tinha como objetivo compreender o modo como alunos do 6.º ano de escolaridade mobilizam conhecimentos referentes às isometrias na realização de um trilho matemático virtual com o Google Maps. De acordo com este problema foram formuladas duas questões orientadoras: Q.1.) Como se caracteriza o desempenho dos alunos na resolução de tarefas sobre isometrias num trilho matemático virtual com o Google Maps? e Q.2.) Que atitudes evidenciam os alunos na realização do trilho matemático virtual com o Google Maps?

De forma a responder a estas questões, optou-se por realizar esta investigação a partir de uma abordagem qualitativa, seguindo um design de estudo de caso. Foram constituídos dois grupos-caso formados por dois pares de alunos, no entanto toda a turma participou nas tarefas do estudo. Os dados foram recolhidos através de questionários, entrevistas, observações, notas de campo, fotografias e gravações vídeo e áudio.

Neste estudo procurou-se analisar os níveis de desempenho e as atitudes demonstradas pelos alunos na realização do trilho matemático virtual com o Google Maps.

### 2. Conclusões do estudo

Os dados recolhidos ao longo do estudo foram analisados com base nas categorias de análise apresentadas no Capítulo III desta parte do relatório. Os primeiros documentos a serem analisados foram os questionários, inicial e final, que permitiram identificar as preferências, opiniões e dificuldades dos alunos. De seguida, passou-se à análise dos guiões

do trilho com as resoluções, quer da turma quer dos grupos-caso, de forma a caracterizar o desempenho ao nível da resolução das tarefas e das dificuldades apresentadas, que foram complementadas com as entrevistas aos grupos-caso. Posteriormente, foram analisadas as atitudes, recorrendo aos questionários, às observações e às entrevistas realizadas. Por fim, fez-se uma análise comparativa dos dois grupos-caso. As conclusões foram estruturadas de acordo com as questões de investigação, sendo sustentadas pela literatura apresentada e discutida no Capítulo II.

**Q.1. Como se caracteriza o desempenho dos alunos na resolução de tarefas sobre isometrias num trilho matemático virtual com o Google Maps?**

A análise do desempenho teve como foco as tarefas resolvidas pelos alunos ao longo do trilho, tendo sido analisados as resoluções e as dificuldades evidenciadas. Estas tarefas tiveram por base os objetivos definidos nas Aprendizagens Essenciais e no Programa de Matemática do Ensino Básico, no que refere ao tema das isometrias.

De acordo com os resultados apresentados no capítulo anterior pode-se concluir que o grupo GB apresentou um melhor desempenho na resolução das tarefas, visto que este par resolveu 55% das questões corretamente, enquanto o grupo TM apenas resolveu 33% das questões corretamente. Relativamente às resoluções parcialmente corretas, o grupo GB apresentou 36%, correspondente a 4 questões, e o grupo TM apresentou 25%, correspondente a 3 questões. Salienta-se que o grupo TM apresentou uma percentagem de 17% de tarefas incompletas e o grupo GB nenhuma. Em relação às resoluções incorretas, o grupo GB apresentou 9%, correspondente a 2 questões erradas, enquanto que o grupo TM apresentou 25%, correspondente a 3 questões erradas.

Ao formular as questões do trilho, os objetivos que se pretendeu trabalhar foram: Identificar e reconhecer isometrias em contextos não matemáticos; construir isometrias utilizando ou não material de desenho; reconhecer as propriedades das isometrias; descrever as isometrias apresentadas; identificar o transformado; e, reconhecer a utilidade das isometrias (ME-DGE, 2018; MEC, 2013). Para caracterizar de forma mais detalhada o desempenho dos alunos na resolução das tarefas do trilho, optou-se por comparar as evidências dos grupos-caso em cada um destes objetivos.

Em relação à identificação e reconhecimento de isometrias em contextos não matemáticos e à descrição de isometrias, o grupo TM foi capaz de identificar e descrever simetrias de reflexão e de rotação (questão 7.1.), com base numa figura de um azulejo, enquanto que o grupo GB foi capaz de identificar e descrever simetrias de reflexão a partir de elementos de uma varanda (questão 1.2.).

Na construção de isometrias, o grupo TM, apenas conseguiu construir figuras com simetrias de reflexão e de rotação (questão 1.4.), já o grupo GB foi capaz de construir figuras com simetrias de reflexão e de rotação (questão 1.4.), construir figuras com reflexão central e reflexão axial (questões 2.1. e 2.2.), a partir de elementos de uma varanda e construir isometrias, neste caso a reflexão central, baseando-se num logótipo (tarefa 6). No entanto, salienta-se que estas construções foram realizadas sem a utilização de material de desenho.

Em relação ao reconhecimento das propriedades das isometrias, nas resoluções dos dois grupos verificou-se que no espaço destinado à caracterização das isometrias eram desenhadas figuras de forma a complementar a resolução das questões. Por outro lado, quando era pedido para explicarem/descreverem as propriedades das figuras, em alguns casos limitaram-se a escrever a isometria utilizada e outras vezes apresentavam a resolução da tarefa e não descreviam a isometria utilizada.

No que refere à identificação do transformado, os grupos foram capazes de identificar o transformado de uma figura a partir da reflexão axial (questão 2.2.), no entanto não foram capazes de identificar o transformado na questão onde tinham que realizar uma rotação (questão 7.2.).

Por fim, analisou-se o reconhecimento da utilidade das isometrias por parte dos grupos. Para esta análise, utilizou-se os registos escritos e alguns comentários realizados pelos alunos durante o trilha. Na questão 3, onde tinham que utilizar uma isometria para contar os vidros da fachada da estação de comboios, os grupos demonstraram saber que tinham que utilizar a reflexão axial na resolução apesar de os cálculos terem sido considerados parcialmente corretos. Durante o trilha, o grupo GB comentou, por exemplo, que “Aos sábados em vou de comboio para Afife e nunca tinha reparado que até os vitrais da fachada tivessem isometria!”, “Eu já vim a este banco com a minha mãe tantas vezes e nunca imaginei que com este símbolo dava para fazer tarefas!”.

Relativamente às dificuldades sentidas pelos, tanto o grupo TM como o grupo GB erraram na questão 3, que pedia para pintarem os vidros de um vitral, de modo a que a figura apresentasse simetria de reflexão, mas não apresentasse simetria de rotação. O grupo TM, além da questão 3, apresentou mais duas resoluções incorretas. Na tarefa 2.1. que era uma tarefa de construção de uma reflexão central, tendo feito uma rotação de amplitude de  $180^\circ$ , e na tarefa 6, onde o grupo decidiu realizar uma reflexão central no logótipo do Banco, e tiveram dificuldades na sua construção e na visualização da figura transformada. Visto que a reflexão central é um caso particular da rotação, as dificuldades apresentadas na rotação mantiveram-se nesta isometria.

Em relação ao grupo GB, apresentou uma resposta incorreta à questão 7.2. que solicitava a realização de uma rotação da figura observada. O grupo TM apresentou a resolução desta questão de forma incompleta. Esta situação vai ao encontro das dificuldades apresentadas na literatura, por exemplo, por Gomes (2012), Turgut, Yenilmez e Anapa (2014) e Xistouri e Pitta-Pantazi (2011), que sugerem que normalmente os alunos exibem maiores dificuldades na rotação, talvez por envolverem vários aspetos em simultâneo.

Após analisar as resoluções pode-se concluir que os grupos-caso apresentaram dificuldades semelhantes. O tipo de tarefas nas quais os grupos sentiram mais dificuldades e apresentaram respostas incorretas foram tarefas de construção de isometrias, utilizando ou não materiais de desenho, nomeadamente, na rotação, na reflexão central e na construção de figuras com simetrias de reflexão, mas sem simetrias de rotação. Estes resultados são mais uma vez coerentes com os que os autores anteriormente mencionados defendem.

O grupo TM destacou-se pela falta de atenção e concentração na interpretação de alguns enunciados e figuras, enquanto que o grupo GB superou as expectativas, mostrando dinâmica na resolução das tarefas e um trabalho colaborativo constante durante a realização do trilha. Destaca-se o aluno G, pelo seu desempenho, desde o rigor dos desenhos das figuras, à resolução nas tarefas e à capacidade de utilização do Google Maps, visto que era um aluno com resultados académicos mais baixos. Apesar de tudo, nenhum dos grupos deixou questões por resolver.



**Q.2. Que atitudes evidenciam os alunos na realização do trilho matemático virtual com o Google Maps?**

De forma a analisar as atitudes dos alunos foi utilizada a categorização proposta por Mazana, Montero e Casmir (2019) considerando três domínios: afetivo, comportamental e cognitivo. No domínio afetivo destacam-se as seguintes subcategorias: autoconfiança, ansiedade e gosto pela matemática. No domínio comportamental, considerou-se a motivação intrínseca, refletida no interesse demonstrado pelos alunos. E, por fim, no domínio comportamental considera-se como subcategoria a utilidade da matemática.

Em relação ao domínio afetivo, no grupo TM, na subcategoria autoconfiança verificou-se que os alunos demonstraram confiança tanto nas suas capacidades matemáticas, como em si mesmos. Ambos afirmaram “Gosto de mostrar aos meus pais que sei, compreendo e gosto da matéria e que sou a melhor”, e “Eu acho a matemática fácil porque tenho muita capacidade de fazer contas”. Em relação ao gosto pela matemática o grupo afirmou gostar da disciplina, dizendo “gostamos de fazer contas e resolver problemas”. No grupo GB, em relação ao gosto pela matemática, ambos afirmaram gostar, sendo que o aluno G justificou “Gosto, porque aprendemos muito e é divertida”, e a aluna B afirmou “Gosto de matemática porque acho interessante e no nosso futuro é necessário a matemática”, mostrando assim uma visão mais abrangente das potencialidades da disciplina. Ao longo do trilho, os alunos deste grupo apoiaram-se mutuamente na resolução das tarefas e, em algumas, foi possível ouvir comentários que evidenciaram a confiança do grupo: “G, eu tenho a certeza que é assim que se faz, temos que pintar desta maneira”, “Esta não é muito fácil, mas nós vamos pensar numa forma de desenhar e depois a professora vai ver que vai estar certo”. Tal como Cross (1997) defende, a realização de um trilho como estratégia de ensino destaca nos alunos o trabalho colaborativo, aspeto que foi bastante evidente no grupo GB. Os alunos demonstraram sentirem-se confortáveis no ambiente de aprendizagem proporcionado e perceberem que as temáticas aprendidas podem ser úteis para a sua vida, o que promove a autoconfiança (Fuentes, Lima & Guerra, 2009).

No que refere à ansiedade, a aluna M, do grupo TM, demonstrou ser mais ansiosa em contextos de avaliação, já o aluno T demonstrou alguma ansiedade na resolução de

certas questões, nomeadamente a questão 7.2., onde confundiu o conceito de rotação e reflexão central. O grupo GB, em geral, apresentou uma postura tranquila durante a realização do trilho, no entanto, tal como o grupo TM, demonstrou alguma ansiedade em determinadas questões. Por exemplo, na última questão, 7.2.(tarefa de construção de rotação), os alunos evidenciaram mais ansiedade pelo facto de não estarem a compreender o objetivo da tarefa, esta ansiedade refletiu-se em alguns dos seus comentários: “Esta é muito difícil e eu já não me lembro bem da rotação. De certeza que vamos errar”; “G, temos que pensar vamos fazer o que sabemos. O que se faz primeiro?”. À exceção desta questão o grupo manteve uma atitude positiva e proativa durante a realização do trilho. Através do trilho percebe-se que esta isometria não ficou bem consolidada. O facto de os alunos sentirem ansiedade na aplicação de conteúdos como a reflexão central pode dever-se ao facto de o período de tempo dedicado às aprendizagens ter sido curto e, de facto, isso poderá ter acontecido aqui (Dinis, 2003).

No domínio comportamental, no que refere à motivação intrínseca, refletido no interesse demonstrado na realização do trilho, o grupo TM afirmou, no último questionário, ter gostado da experiência e das tarefas, dizendo “Achamos superinteressante misturar matemática com aplicações e também foi super divertido. E também gostei de poder mexer no computador, foi uma experiência diferente da sala. E podemos ver como a cidade era antigamente”. Em geral, os alunos do grupo TM mostraram-se recetivos a esta experiência e, à medida que concretizavam as tarefas e se deslocavam pela cidade, a motivação foi crescendo. A utilização do computador também foi um fator importante para alimentar a motivação do grupo TM ao longo de todo o percurso. Em relação ao grupo GB, verificou-se que a utilização do computador se refletiu num fator motivacional que gerou interesse nos alunos para realizar o trilho. Estas evidências foram comprovadas na entrevista em que os alunos fizeram alguns comentários: “A parte que eu mais gostei do trilho foi mexer no computador”; “Estive mais concentrado no que estava a fazer e queria saber sempre qual era o local seguinte da próxima tarefa”. Globalmente, o grupo evidenciou autonomia, demonstrou sempre interesse na exploração dos locais das tarefas e em momento nenhum demonstraram estar entediados ou desmotivados na realização do trilho. A partir de alguns comentários registados pela

professora pode-se confirmar esta situação, como por exemplo: “B, qual é a tarefa seguinte?”; “Esta já está G, vamos para o próximo lugar”. Em geral, o grupo GB destacou-se pela sua dinâmica e união.

A partir da realização do trilho a tecnologia foi utilizada como reforço e ferramenta de consolidação das temáticas, deste modo a motivação, interesse e curiosidade dos alunos aumentou, enriquecendo desta forma a aprendizagem matemática (NCTM, 2017). Em suma, conclui-se que transportar situações do dia a dia para dentro do contexto escolar foi fundamental para gerar atitudes positivas face à matemática por parte dos alunos (Bonotto,2001).

Para terminar, no domínio cognitivo pretendeu-se analisar a opinião dos grupos sobre a utilidade da matemática no dia a dia. Os alunos do grupo TM, responderam no questionário inicial que achavam a matemática útil. A aluna M afirmou “É útil porque eu ajudo o meu irmão mais novo a fazer os T.P.C e também ajudo o meu pai com as contas na loja”. Aqui observa-se que esta aluna pensa na Matemática como uma ferramenta útil fora do contexto escolar. O aluno T justificou dizendo “Acho útil em viagens para saber a distância de um sítio ao outro utilizando as escalas”. No entanto, à questão “Consegues encontrar Matemática fora da sala de aula?”, a aluna M respondeu “Sim, nos supermercados e também em jogos do computador e do telemóvel” e o aluno T respondeu “Não”. Com estes exemplos, pode-se concluir que, apesar de o aluno T considerar a matemática útil no dia a dia, só consegue visualizá-la em contexto de sala de aula num ambiente mais formal. Já a aluna M evidenciou uma postura mais aberta, demonstrando ser capaz de identificar situações matemáticas fora da sala de aula. Com apoio na literatura, o facto de aluna M ter sido um agente ativo da sua aprendizagem, mostrando mais curiosidade com o que se passa à sua volta do que o seu colega, permitiu-lhe desenvolver o entusiasmo necessário para explorar os conceitos matemáticos fora da sala de aula e a capacidade de encontrar conexões matemáticas no dia-a-dia (Boavida et al., 2008).

Relativamente ao grupo GB, ambos afirmaram no questionário inicial que a matemática era útil no dia a dia e, como justificação o aluno G disse “Não sei” e a aluna B desenvolveu um pouco mais a sua resposta, dizendo “É útil porque no futuro vai ser necessário”. No entanto, o aluno G afirmou que não conseguia encontrar matemática fora

da sala de aula. A aluna B manifestou uma opinião diferente afirmando que “Sim, consigo encontrar matemática nas compras para a casa”. Conclui-se que, apesar de o aluno G na resolução do trilho ter sido capaz de usar estratégias adequadas na aplicação das isometrias, nos questionários que pediam uma justificação não se observou o mesmo esforço. Em relação à aluna B, demonstrou ser uma aluna mais ponderada, calma, cuidadosa e preocupada. Apesar disso, demonstrou algumas falhas de atenção e concentração na interpretação dos enunciados.

De forma a concluir este ponto, segundo os resultados verifica-se que os alunos demonstraram um bom desempenho durante a realização do trilho, sendo que o uso da tecnologia foi um fator motivacional que despertou maior interesse nos alunos.

### **3. Limitações do estudo e recomendações para investigação futura**

Ao longo desta investigação surgiram naturalmente algumas limitações e dificuldades. A primeira dificuldade sentida relacionou-se com o facto de exercer o duplo papel de professora e investigadora, sendo que, em contexto de sala de aula, o papel de professora acabou por ser privilegiado. O facto de o tempo ser limitado na fase de recolha de dados também se revelou um constrangimento. O número de sessões de implementação não foi suficiente para consolidar as aprendizagens sobre as isometrias, considerando que seria adequado que cada tipo de isometria fosse trabalhada em pelo menos duas sessões. Teria sido importante para os alunos refletir e analisar sobre as resoluções dos grupos nas tarefas, de modo a criar um momento rico de partilha de ideias com a turma. Outro aspeto a destacar, foi o facto de não ter tido um par de estágio. Em algumas etapas não foi possível recolher todos os dados necessários para o estudo, como por exemplo, fotografias ou notas de campo. Além disso, em relação à utilização de gravações de vídeo, quando o limite de gravação de 1 hora era atingido era difícil aperceber-me disso durante a aula e iniciar um novo vídeo. Em contrapartida, o professor orientador cooperante fotografa as atividades que aconteciam nas aulas de observação, o que se refletiu em dados imprescindíveis para utilizar na análise dos dados. O professor orientador cooperante, no final de cada sessão, reunia rapidamente de forma a resumir

todos os pontos positivos e negativos que se tinha apercebido durante a aula, o que foi fundamental para completar algumas anotações.

Em relação ao trilho matemático virtual, o facto de ter sido realizado a partir do Google Maps, e não em contexto real, restringiu de certa forma o tipo de tarefas formuladas. Por exemplo, não foi possível formular tarefas que envolvessem medição e recolha de dados. A falta de experiência dos alunos em relação ao Google Maps e às tecnologias em geral, também se revelou uma dificuldade tendo havido necessidade de dedicar mais atenção a alguns alunos. Em relação à utilização do Google Maps houve algumas limitações no que refere ao acesso a certas ruas e as imagens da aplicação estavam desatualizadas, o que não facilitou a formulação das tarefas. Por exemplo, inicialmente pensou-se em formular uma tarefa a partir do relógio da Igreja Matriz, no entanto no Google Maps a igreja aparecia em obras tapando por completo o relógio, logo não foi um local viável para exploração. Outra limitação foi a calibração das setas de movimento da aplicação, em alguns computadores de certos grupos acontecia que os alunos, ao quererem seguir em frente, a seta levava-os para um sentido diferente.

Em estudos futuros, seria interessante os alunos poderem construir o seu próprio trilho através da aplicação, com a ajuda da professora, formularem as questões. Também seria pertinente, verificar se as atitudes dos alunos se mantinham. Com esta abordagem também poderia estudar a hipótese se realizar conexões com outras disciplinas, nomeadamente, a História e Geografia de Portugal.

**Parte III- Reflexão global da PES**

De forma a finalizar este relatório, esta última parte destina-se à reflexão global sobre a Prática de Ensino Supervisionada, nos contextos do 1.º CEB e do 2.º CEB, fazendo referência às experiências vividas, às aprendizagens desenvolvidas, aos obstáculos encontrados, assim como o contributo para a minha formação profissional e pessoal.

### **Reflexão Global da PES**

Chegou o momento de, após todos os medos e inseguranças relacionados com a conclusão desta etapa, refletir sobre esta fase, que foi sem dúvida a mais desafiadora e mais marcante da minha vida. Considero que foi uma verdadeira escola de vida.

No final do 12.º ano não sabia muito bem o que desejava ser, a verdade é que somos muito novos para escolher. No meio de todo este nevoeiro, sabia duas coisas, que admirava todos os meus professores, gostava de ajudar o próximo e gostava muito de Matemática. Neste processo, comecei-me a imaginar do lado do professor e algo despertou em mim. Na Licenciatura em Educação Básica identifiquei-me com todas as unidades curriculares, mas sabia que só ia descobrir este amor no mestrado. Agora, ao olhar para trás, considero que a licenciatura foi uma fase de preparação, fase que me permitiu vivenciar experiências únicas, aprender temáticas essenciais e facilitou o meu primeiro contacto com um contexto educativo, no último ano na Unidade Curricular de Iniciação à Prática Profissional. Curiosamente, este primeiro contacto foi realizado na mesma escola que a Intervenção em Contexto Educativo do 1.º CEB da PES. Esta primeira experiência foi orientada por atividades de recreio que eram realizadas com os alunos na hora do almoço todas as quintas-feiras.

O curso de Mestrado em Ensino do 1.º CEB e de Matemática e Ciências Naturas no 2.º CEB, a partir da disciplina de PES, permitiu-me aumentar as expectativas, contactar com aprendizagens específicas da minha área e descobrir um mundo novo sobre a educação, promovendo novas formas de ensinar e aprender.

No primeiro contacto com o contexto do 1.º CEB várias emoções vieram ao de cima, como a insegurança e o medo, a sensação de que podia falhar perante a turma e perante os professores que me orientavam, receios que se tornaram numa grande preocupação. No entanto, com o passar do tempo, com as indicações e contributos dos professores (orientadora cooperante e supervisores), percebi que apenas dependia de mim para desenvolver o meu à vontade com a turma, crescer e manifestar autoconfiança. Com base nestas indicações, foi-se desenvolvendo em mim uma sede de procura, de forma a melhorar o meu percurso educativo, no olhar dos professores que me acompanhavam orientadores e da turma. Ao longo do tempo, a turma foi-se mostrando mais recetiva à

minha presença e ao meu método de trabalho e, a partir de uma dada altura, consegui tirar maior proveito das aulas e desfrutar do sentimento de missão cumprida no fim de cada uma. Em relação às unidades curriculares que foram trabalhadas, adorava lecionar Matemática e Estudo do Meio. Em Português sentia mais dificuldades com alguns conceitos porque não era uma área em que me sentia à vontade no aprofundamento de certos temas com os alunos. Neste ciclo, existe uma maior abertura para realizar as atividades com os alunos, o fator tempo não é tão problemático como no 2.º CEB e, por isso, senti uma verdadeira ligação com aqueles alunos. Por outro lado, descobri uma grande afinidade com a área das Expressões-Plásticas e também com a Expressão-Física Motora devido ao envolvimento da turma nestes momentos, muito por causa do ambiente mais informal. Estas áreas permitem-nos realizar com os alunos experiências diferentes, estabelecer conexões com outras áreas e com o quotidiano e assinalar, de forma natural datas festivas ao longo do ano, aspetos que são marcantes para os alunos.

No contexto do 2.º CEB, apesar de não possuir um par de estágio, já tinha uma postura mais confiante e menos ansiosa, por comparação com a experiência do 1.º semestre. Neste percurso tive a oportunidade de colocar em prática os métodos e estratégias aprendidas no 1.º CEB de como intervir e abordar a turma. Visto não ter tanto tempo de intervenção com a turma do 6.º ano, como tinha com a do 3.º ano, e os alunos serem mais autónomos, com o seu círculo de amigos e interesses definidos, o estabelecimento de ligação com os alunos levou mais tempo. No entanto, penso que no fim fui capaz de marcar cada um deles de forma positiva. Na implementação das aulas de Ciências senti-me à vontade a lecionar a matéria, uma vez que abordei temas do meu interesse as aulas fluíram naturalmente. Tratou-se de uma disciplina em que a maior parte das aulas era prática, o que colocou à prova a minha capacidade de acompanhar as dinâmicas do grupo de forma eficaz. Na área da Matemática um dos pontos em que tive trabalhar com mais afinco foi o uso adequado de linguagem matemática. Esta preocupação levou-me a treinar em casa e a preparar-me com mais cuidado. Foi necessário um trabalho extra para que esta dificuldade fosse ultrapassada. No entanto, com o passar das aulas, fui capaz de melhorar a minha capacidade de resposta para com os alunos e de gerir melhor o meu tempo de aula. Salienta-se que umas das dificuldades sentidas neste contexto



educativo foi encontrar estratégias de controlo do comportamento em situações em que se instalava a brincadeira e a desconcentração na sala de aula. Nestes momentos senti muitas vezes a minha voz e a capacidade de resposta esmorecer porque, ao contrário do 1.º ciclo, estes alunos eram mais velhos e demoravam mais a retomar à calma. Foi preciso desenvolver estratégias que impedissem a turma de atingir aquele ponto de desconcentração, de forma a evitar perder 20 ou 30 minutos de aula que eram preciosos para rentabilizar a aprendizagem.

Em relação ao tema das tecnologias, que naturalmente está associado a este estudo, fez-me refletir como professora na importância de acompanhar a evolução a este nível. Os alunos estão sempre acima do acontecimento, e nós, enquanto profissionais temos a obrigação de acompanhar os alunos e as suas necessidades, bem como a evolução da sociedade e do mundo. Ao longo do estudo, fui-me deparando com muitas questões sobre a importância da tecnologia e na forma como esta é desvalorizada nas escolas. Estas questões fizeram com que quisesse fazer um estudo que integrasse esta dimensão.

Ambos os contextos por onde passei, representaram fases fundamentais na construção da pessoa que sou hoje e da profissional que serei. Todas as experiências e vivências foram enriquecedoras e permitiram-me adquirir um leque vasto de competências que se tornarão imprescindíveis para a minha prática profissional, desde a procura de estratégias adequadas às necessidades de cada turma, bem como métodos que me ajudem a motivar a atenção dos alunos e estar atenta aos seus interesses e às suas capacidades.

Ao longo da PES, apercebi-me que o papel do professor vai muito mais além de uma sala de aula, um professor representa para cada aluno, individualmente, um mentor, que claramente ensina os conteúdos do currículo, mas que também aconselha, orienta, motiva e, por vezes, também consola. Como professor é fundamental ser um investigador constante e estar sempre atualizado sobre as mudanças que acontecem no mundo, de forma a investir no seu repertório e na sua formação. Deste modo, a informação transmitida aos alunos será mais clara, coerente e rica.

Importa referir que tanto as planificações como as reflexões realizadas após cada aula, representaram momentos de crescimento. Em relação às planificações, o facto de ser motivada a pensar em todos os pormenores do desenvolvimento de uma aula valorizando

os conhecimentos prévios dos alunos fez com que me tornasse numa pessoa mais ponderada e organizada para que no momento da prática tudo corresse da melhor forma. As reflexões tinham a capacidade de nos fazer pensar e refletir sobre o que correu bem e mal e, por isso, tornou-se num momento rico de discussão que muito contribuíram para me fazer evoluir a nível pessoal e profissional.

Para terminar, faço um balanço positivo de todo o meu percurso, as turmas que marcaram este meu caminho ficarão sempre no meu coração. A PES tornou-me mais forte, ajudou-me a acreditar mais em mim mesma e a adorar uma profissão que eu não sabia se seria para mim.

### Referências Bibliográficas

- Abrantes, P., Serrazina, L. & Oliveira, I. (1999). *A matemática na Educação Básica. Reflexão participada sobre os currículos do ensino básico*. Lisboa: Departamento de Educação Básica do Ministério da Educação.
- Ada, T. & Kurtulus, A. (2010). Students' Misconceptions and Errors in Transformation Geometry. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 41(7), 901-909.
- Barbosa, A., Vale, I. & Ferreira, R. (2015). Trilhos matemáticos: promovendo a criatividade de futuros professores. *Educação & Matemática*, 135, 57-64.
- Barkholz, B. (2017). *Walking in the city with Google Maps*. Acedido em 20 de novembro de 2019 em: [https://www.researchgate.net/publication/313555383\\_Walking\\_in\\_the\\_City\\_with\\_Google\\_Maps](https://www.researchgate.net/publication/313555383_Walking_in_the_City_with_Google_Maps).
- Bastos, R. (2007). Transformações Geométricas. Notas sobre o Ensino da Matemática, 2-5.
- Boavida, A., Paiva, A., Cebola, G., Vale, I., & Pimentel, T. (2008). *A experiência matemática no ensino básico*. Lisboa: ME-DGIDC.
- Bogdan, R. & Biklen, S. (1994). *Investigação Qualitativa em Educação: Uma introdução à teoria e aos métodos*. Porto: Porto Editora.
- Bonotto, C. (2001). How to connect school mathematics with students' out-of-school knowledge. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 33(3), 75-84.
- Breda, A., Serrazina, L., Menezes, L. & Oliveira, P. (2011). *Geometria e Medida no Ensino Básico*. Lisboa: ME-DGIDC.
- Brito, M. R. F. (1996). Um estudo sobre as atitudes em relação à Matemática em estudantes de 1º e 2º Graus. (Tese). Campinas: Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas.
- Bruno, A. (2014). Educação formal, não formal e informal: da trilogia aos cruzamentos, dos hibridismos a outros contributos. *Mediações*, 2, 10-24.

- Can, I., Koydemir, S., Durhan, S., Ogan, S., Gozukara, C., & Cokluk, G. (2017). Changing high school students' attitudes towards mathematics in a summer camp: Happiness matters. *Educational Sciences: Theory & Practice*, 17, 1625–1648.
- Castro, L. (2016). *Trilho Matemático: uma experiência fora da sala de aula com uma turma do 5º ano de escolaridade*. (Relatório Final da Prática de Ensino Supervisionada). Viana do Castelo: Escola Superior de Educação de Viana do Castelo.
- Coutinho, C. (2016). *Metodologia de Investigação em Ciências Sociais e Humanas: Teoria e Prática* (2.ª Edição). Coimbra: Edições Almedina, S.A.
- Cross, R. (1997). Developing Math Trails. *Mathematics Teaching*, 158, 38-39.
- Dinis, E. (2003). A ansiedade na Matemática. *Educação & Matemática*, 72, p.26.
- Fernandes, F. (2019). *A resolução de tarefas matemáticas em contextos não formais de aprendizagem – um estudo com o 3º ano de escolaridade* (Tese de Douramento). Braga: Universidade do Minho.
- Fraze, L. (2018). *The Interaction of Geometric and Spatial Reasoning: Student Learning of 2D Isometries in a Special Dynamic Geometry Environment*. (Dissertation). Ohio: Graduate School of The Ohio State University
- Fuentes, V., Lima, R., & Guerra, D. (2009). Atitudes em relação à matemática em estudantes de Administração. *Revista Semestral da Associação Brasileira de Psicologia Escolar e Educacional*, 13(1), 133-141.
- Gomes, A. (2012). Transformações geométricas: conhecimentos e dificuldades de futuros professores. In H. Pinto, H. Jacinto, A. Henriques, A. Silvestre & C. Nunes (orgs.), *Atas do XXIII Seminário de Investigação em Educação Matemática* (pp. 233-244). Lisboa: APM.
- González-Pienda, J., Mourão, R., Núñez, J., Rosário, P., Silva, E., Soares, S., Solano, P., Velle, A. (2007). Atitudes face à matemática e rendimento escolar no sistema educativo espanhol. *Psicologia: teoria, investigação e prática*, 151-160
- Hollebrands, K. F. (2004). High School Students' Intuitive Understandings of Geometric Transformations. *Mathematics Teacher*, 97(3), 207-214.

- Lisboa. Simões, M., Portela, J. (2004). A internet na Aula de Matemática – um estudo de caso. *Revista da ESEVC*.
- Madalena, J. (2018). *Tarefas de matemática do 5º ano de escolaridade realizadas com uma turma fora do contexto de sala de aula*. (Relatório Final da Prática de Ensino Supervisionada). Viana do Castelo: Escola Superior de Educação de Viana do Castelo.
- Mazana, M., Montero, C. & Casmir, R. (2019). Investigating Students' Attitudes towards Learning Mathematics. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 14(1), 1-25.
- MEC (2013). *Programa e Metas do Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação e Ciência.
- ME-DGE (2017). *Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória*. Lisboa: Ministério da Educação.
- ME-DGE (2018). *Aprendizagens Essenciais – Ensino Básico*. Acedido em 22 de agosto de 2019 em: <https://www.dge.mec.pt/aprendizagens-essenciais-ensino-basico>.
- ME-DGIDC (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação, DGIDC.
- Moffet, P. (2011). Outdoor Mathematics Trails: an evaluation of one training partnership. *International Journal of Primary, Elementary and Early Years*, 39, 277-287.
- NCTM (2007). *Princípios e Normas para a Matemática Escolar* (Edição Portuguesa). Lisboa: APM.
- NCTM (2017). *Princípios para a Ação: assegurar a todos o sucesso em Matemática*. Reston, VA: NCTM.
- Oliveira, A. (2018). *A aprendizagem para além da sala de aula: um Trilho Matemático no 5º ano de escolaridade*. (Relatório Final da Prática de Ensino Supervisionada). Viana do Castelo: Escola Superior de Educação de Viana do Castelo.
- Ponte, J. P. (2005). Gestão curricular em Matemática. In GTI (Ed.), *O professor e o desenvolvimento curricular* (pp. 11-34). Lisboa: APM
- Ponte, J. P. (2006). Estudos de caso em educação matemática. *Bolema*, 25, 105-132.
- Richardson, K. (2004). Designing Math Trails for the Elementary School. *Teaching Children Mathematics*, 11, 8-14.

- Saldanha, A. A. W. Aspectos psicossociais de prevenção da AIDS em mulheres de baixa renda: entre o querer e o poder. Dissertação de Mestrado em Psicologia Social, Centro de Ciências Humanas, Letras e Artes, Universidade Federal da Paraíba.
- Santos, M. (2015). *Novas tecnologias no ensino de matemática: possibilidades e desafios*. Acedido em 17 de setembro de 2019 em: [http://facos.edu.br/publicacoes/revistas/modelos/agosto\\_2011/pdf/novas\\_tecnologias\\_no\\_ensino\\_de\\_matematica\\_-\\_possibilidades\\_e\\_desafios.pdf](http://facos.edu.br/publicacoes/revistas/modelos/agosto_2011/pdf/novas_tecnologias_no_ensino_de_matematica_-_possibilidades_e_desafios.pdf)
- Sebastiany, A. P., Pizzato, M. C., Pino, J. C., & Salgado, T. D. (2012). Visitando, pesquisando, aprendendo e brincando: uma revisão de atividades para o ensino informal de ciências. *Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia*, 5, 69-78.
- Silva, J. (2002). *A Geometria Dinâmica no âmbito do ensino/aprendizagem* (Tese de Mestrado). Porto: Faculdade de Ciências da Universidade do Porto.
- Silva, J. C. (2003). A Matemática, a Tecnologia e a Escola. *Educação & Matemática*, 71, 1-2.
- Soares, D. (2020). *Uma abordagem às isometrias através de um trilho matemático: um estudo no 6º ano de escolaridade*. (Relatório Final da Prática de Ensino Supervisionada). Viana do Castelo: Escola Superior de Educação de Viana do Castelo.
- Stake, R. (1995). *The art of case study research*. Thousand Oaks, CA: Sage. Publications.
- Swoboda E., Vighi P. (2016). *Early Geometrical Thinking in the Environment of Patterns, Mosaics and Isometries*. Cham, Switzerland: Springer.
- Turgut, M., Yenilmez, K., & Anapa, P. (2014). Symmetry and rotation skills of prospective elementary mathematics teachers. *Bolema*, 28(48), 383-402.
- Vale, I. (2002). *Didáctica da Matemática e formação inicial de professores num contexto de resolução de problemas e de materiais manipuláveis*. Lisboa: APM.
- Vale, I. (2004). Algumas notas sobre investigação qualitativa em educação matemática: o estudo de caso. *Revista da ESE*, 5, 171-202.
- Vale, I., Barbosa, A., & Cabrita, I. (2019). Mathematics outside the classroom: examples with preservice teachers. *Quaderni di Ricerca in Didactica*, 2(3), 138-142.

Veloso, E (2009). Isometrias e Simetria com materiais manipuláveis. *Educação & Matemática*, 101,23-28.

Veloso, E. (1998). *Geometria: temas actuais*. Lisboa: IIE.

Veloso, E. (2012). *Simetria e Transformações geométricas*. Lisboa: Associação de Professores de Matemática.

Xistouri, X., & Pitta-Pantazi, D. (2011). Elementary students' transformational geometry abilities and cognitive style. In M. Pytak, T. Rowland & E. Swoboda (Eds), *Proceedings of the 7<sup>th</sup> Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 1-10). Rzeszow: ERME.

# Anexos



Anexo 1

Questionário I

Nome: \_\_\_\_\_ Idade: \_\_\_\_\_

As questões que se seguem servem para me permitir conhecer a tua opinião e a tua relação com a área da Matemática.

Assim, peço-te sinceridade nas respostas que deres. Asseguro-te que a informação aqui fornecida será tratada de forma anónima, sendo garantido que os dados não serão associados ao teu nome.

1. Ordena pela tua preferência, as seguintes disciplinas (1 a mais favorita a 10 a menos favorita):

Educação Tecnológica		Educação Visual	
Português		Cidadania	
História e Geografia de Portugal		Educação Musical	
Matemática		Ciências Naturais	
Educação Física		Inglês	

2. Gostas de Matemática?

Sim  Não

Porquê?

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

3. Na tua opinião a Matemática é uma disciplina fácil ou difícil?

Fácil  Difícil

Porquê?

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

4. O que mais gostas de fazer nas aulas de Matemática?

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Porquê?

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

5. O que menos gostas de fazer nas aulas de Matemática?

---

---

Porquê?

---

---

6. Selecciona o tipo de tarefa que mais gostas de realizar nas aulas de Matemática?

- Exercícios
- Problemas
- Investigações
- Jogos
- Projetos
- Outra. Qual? \_\_\_\_\_

Porquê?

---

7. Na aula de Matemática preferes trabalhar em grupo ou individualmente?

---

Porquê?

---

---

8. Achas que a Matemática é útil no dia a dia?

Sim  Não

Se respondeste "Sim", em que pode ser útil? Como a aplicas? Identifica alguns exemplos.

Se respondeste "Não", explica a tua opinião.

---

---

9. Achas que o que tens vindo a aprender nas aulas de Matemática ao longo dos anos pode ser aplicado no dia a dia?

Sim  Não

Se respondeste "Sim", identifica alguns exemplos.

Se respondeste "Não", explica a tua opinião.

---

---

10. Consegues encontrar Matemática fora da sala de aula?

Sim  Não

Se respondeste "Sim", explica onde encontras Matemática fora da sala de aula.

---

---

11. Já usaste tecnologias nas aulas de Matemática (por exemplo: calculadora, aplicações interativas, Excell, Google Earth...).

Sim  Não

Se sim, qual ou quais já usaste e para que conteúdos matemáticos.

---

---

12. Achas importante utilizar tecnologias nas aulas de Matemática?

Sim  Não

Porquê?

---

---

13. Se pudesses utilizar tecnologia nas aulas de Matemática o que usarias e para que conteúdos?

---

---

---

Obrigada pela tua participação!

## Anexo 2

Caro(a) Encarregado(a) de Educação,

No âmbito do curso de Mestrado em Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico e de Matemática e Ciências Naturais no 2.º Ciclo de Ensino Básico, da Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Viana do Castelo, e da minha integração no estágio que realizo na turma em que o seu educando se encontra, pretendo realizar uma investigação centrada na área disciplinar de Matemática.

Será necessário proceder à recolha de dados através de diferentes meios, entre eles registos fotográficos, áudio e vídeo das aulas referentes ao estudo. A participação nesta investigação não prejudicará os estudos do seu educando, havendo garantia de que os registos serão confidenciais e utilizados exclusivamente na realização deste estudo. Todos os dados serão devidamente codificados preservando, assim, o anonimato das fontes quando publicado.

Venho por este meio solicitar a sua autorização para que o seu educando participe neste estudo, permitindo a recolha dos dados acima mencionados. Caso seja necessário algum esclarecimento adicional, estarei ao seu dispor para o efeito.

Agradecendo desde já a sua disponibilidade e colaboração, solicito que assine a declaração abaixo anexada, devendo posteriormente destacá-la e devolvê-la.

Viana do Castelo, 3 de maio de 2019

A mestranda,

\_\_\_\_\_  
(Nádia Teixeira)

Eu, \_\_\_\_\_ Encarregado(a) de Educação do(a) aluno(a) \_\_\_\_\_, n.º \_\_\_\_\_, da turma \_\_\_\_\_, do \_\_\_\_\_º ano, declaro que autorizo/não autorizo (riscar o que não interessa) a participação do meu educando no estudo acima referido e a recolha de dados necessária.

Data: \_\_\_/\_\_\_/\_\_\_

Assinatura: \_\_\_\_\_

### Anexo 3

#### Questionário II

Nome: \_\_\_\_\_ Idade: \_\_\_\_\_

As questões que se seguem servem para me permitir conhecer a tua opinião acerca da utilidade da Matemática e da experiência que tiveste com o Google Maps.

Assim, peço-te sinceridade nas respostas que deres. Asseguro-te que a informação aqui fornecida será tratada de forma anónima, sendo garantido que os dados não serão associados ao teu nome.

1. Achas que a Matemática é útil no dia a dia?

Sim  Não

Se respondeste "Sim", em que pode ser útil? Como a aplicas? Identifica alguns exemplos.

Se respondeste "Não", explica a tua opinião.

---

---

2. Achas que o que tens vindo a aprender nas aulas de Matemática ao longo dos anos pode ser aplicado no dia a dia?

Sim  Não

Se respondeste "Sim", identifica alguns exemplos.

Se respondeste "Não", explica a tua opinião.

---

---

3. Consegues encontrar Matemática fora da sala de aula?

Sim  Não

Se respondeste "Sim", explica onde encontras Matemática fora da sala de aula.

---

---

4. Gostaste de realizar o trilho matemático virtual no Google Maps?

Sim  Não

Porquê?

---

---

5. Qual foi a tarefa que mais gostaste de realizar? Porquê?

---

---

6. Qual foi a tarefa que menos gostaste de realizar? Porquê?

---

---

7. Achas que o Google Maps foi útil no estudo e aplicação das isometrias?

Sim  Não

Porquê?

---

---

8. Sentiste dificuldade na utilização do Google Maps?

Sim  Não

Explica a tua resposta.

---

---

9. Achas que existe alguma diferença entre realizar um trilho matemático virtual e um trilho matemático no terreno?

Sim  Não

Justifica a tua resposta.

---

---

10. Achas que o Google Maps poderia ser utilizado com outros conteúdos matemáticos para além das isometrias?

Sim  Não

Justifica a tua opção.

---

---

11. A tua opinião sobre a Matemática mudou de alguma forma com a realização do trilho matemático virtual?

Sim  Não

Se respondeste "Sim", explica a tua opinião.

---

---

12. Gostaste de trabalhar em par?

Sim  Não

Porquê?

---

---

Obrigada pela tua participação!

## Anexo 4

### Entrevista aos alunos-caso

#### Grupo A- T.M

#### Questões Gerais

<p><u>1ª Pergunta:</u> Gostaram de realizar o trilho matemático virtual? Porquê?</p>
<p><u>2ª Pergunta:</u> Que dificuldades sentiram na realização do trilho?</p>
<p><u>3ª Pergunta:</u> Qual foi a tarefa que mais gostaram de resolver? Porquê?</p>
<p><u>4ª Pergunta:</u> E a que menos gostaram? Porquê?</p>
<p><u>5ª Pergunta:</u> Qual a tarefa que acharam mais difícil? Porquê?</p>
<p><u>6ª Pergunta:</u> Que tipo de isometria conseguiram encontrar com mais facilidade? Por que terá acontecido?</p>
<p><u>7ª Pergunta:</u> Acham importante realizar este tipo de iniciativas mais vezes?</p>
<p><u>8ª Pergunta:</u> Se pudessem mudar alguma coisa na realização do trilho o que mudariam?</p>



9ª Pergunta: Onde consideram que foi mais fácil resolver as tarefas de isometrias? Nas aulas com o Google Maps ou nas aulas mais tradicionais? Porquê?

10ª Pergunta: No trilho matemático virtual à volta do mundo que critérios utilizaram para a escolha dos locais?

11ª Pergunta: Se pudessem visitar mais um local, qual escolheriam?

Questões específicas sobre as resoluções:

Questão 1.4:

Qual o motivo para as representações de cada um serem diferentes? Expliquem como pensaram.

Questão 2.1:

Em que medida representa uma reflexão central? Que propriedades tem? Expliquem como pensaram.

Questão 2.2:

Quais são as propriedades da reflexão axial? A resposta dada está de acordo com as propriedades desta isometria? Porquê?

Questão 3.1:

A parte pintada corresponde aos vidros do vitral? Expliquem como pensaram. Por que razão apresentaram duas representações diferentes?

Questão 5:

Qual foi a isometria utilizada na resolução do problema? Que resposta dariam agora?

Questão 6:

Quais são as propriedades de uma reflexão central? Será que se realizarmos uma rotação de amplitude  $180^\circ$  a figura transformada vai aparecer na posição em que foi desenhada? Expliquem como pensaram.

Questão 7.1:

Por que desenharam figuras diferentes?

**Questão 7.2:**

O material necessário à realização de uma rotação foi utilizado? Quem é o centro de rotação? E a amplitude e o sentido? As figuras são geometricamente iguais?

Entrevista aos alunos-caso

Grupo A- G.B

Questões Gerais

1ª Pergunta: Gostaram de realizar o trilho matemático virtual? Porquê?

2ª Pergunta: Que dificuldades sentiram na realização do trilho?

3ª Pergunta: Qual foi a tarefa que mais gostaram de resolver? Porquê?

4ª Pergunta: E a que menos gostaram? Porquê?

5ª Pergunta: Qual a tarefa que acharam mais difícil? Porquê?

6ª Pergunta: Que tipo de isometria conseguiram encontrar com mais facilidade? Por que terá acontecido?

7ª Pergunta: Acham importante realizar este tipo de iniciativas mais vezes?

8ª Pergunta: Se pudessem mudar alguma coisa na realização do trilho o que mudariam?

9ª Pergunta: Onde consideram que foi mais fácil resolver as tarefas de isometrias? Nas aulas com o Google Maps ou nas aulas mais tradicionais? Porquê?

10ª Pergunta: No trilho matemático virtual à volta do mundo que critérios utilizaram para a escolha dos locais?

11ª Pergunta: Se pudessem visitar mais um local, qual escolheriam?

Questões específicas sobre as questões do trilho:

Questão 1.4:

Ao olharmos para a varanda original que diferenças podemos encontrar em relação à que foi desenhada? Expliquem como pensaram.

Questão 2.1 e 2.2:

Quais são as propriedades da reflexão axial? A resposta dada está de acordo com as propriedades desta isometria? Porquê?

Questão 3.1:

A parte pintada corresponde aos vidros do vitral? Expliquem como pensaram.

Questão 4.1:

Como obtiveram esta resposta? Qual foi a estratégia utilizada? Expliquem como pensaram.

Questão 5:

De que forma a reflexão axial foi utilizada para a resolução do problema?

Questão 7.1:

Expliquem como encontraste 4 simetrias de reflexão nesta figura. Porquê que são 4 e não 8?

Questão 7.2:

Quais são as propriedades de uma rotação? O sentido positivo é no sentido dos ponteiros do relógio? Expliquem como pensaram.

## Anexo 5

Questões:
Reação dos alunos:
Comentários:
Estratégias dos alunos:
Dificuldades:
Episódios marcantes:
Reflexão após a sessão:


## Anexo 6

**Trilho Matemático Virtual  
pela cidade de Viana do  
Castelo**



Escola E, B 2,3 Pedro Barbosa  
23 de maio de 2019

Nome: \_\_\_\_\_








Olá amigos! Eu sou o Pegman do Google Maps, a minha função é marcar qualquer localização no mapa, mas hoje vou ser uma das personagens do vosso percurso!

Vamos percorrer juntos um trilho matemático virtual de 1,2 km. Ao longo do trilho terás 7 paragens, nas quais irás realizar um conjunto de tarefas matemáticas sobre as isometrias que tens vindo a aprender. Não te esqueças que vais trabalhar a pares. Por isso, é importante partilhar ideias.

Para o trilho efetuar, o teu material de desenho e o teu guião não pode faltar (lápiz, borracha, compasso, régua, esquadro e transferidor).

Durante o percurso, vão aparecer algumas imagens nas instruções do teu guião para te ajudar, por isso aqui está uma legenda para saberes o seu significado.




Símbolo	Significado
	"Estás aqui."
	Seta de Movimento
	Barra de pesquisa de locais do Google Maps
	Bússola
	Zoom

Bom trabalho!

- o Escreve na barra de pesquisa do Google Maps - Praça da República, Viana do Castelo e clica na imagem do local.

- o Estando na Praça da República, e para melhor observares a imagem, reduz o painel lateral.

### Tarefa 1:

- ✓ Procura a bússola que se encontra no canto inferior direito e faz dois cliques na seta no sentido dos ponteiros do relógio. 
- ✓ Com a seta de movimento encontra uma loja chamada "Bernardo Dias". Observa a varanda que se encontra acima da loja na qual surgem várias figuras entrelaçadas que se repetem. 
- ✓ Se quiseres visualizar melhor a varanda clica no zoom. 

- 1.1. Representa na tua folha de registo a figura que se repete ao longo da varanda.

Desenho

- 1.2. Consegues identificar nessa figura simetrias de reflexão? Em caso afirmativo identifica os eixos de simetria.

Resolução

- 1.3. Quantas simetrias de rotação tem a figura? Descreve cada uma delas.

Resolução

- 1.4. Faz um esboço de uma varanda parecida com esta. Deves usar uma figura que se repita e que tenha simetrias de reflexão e simetrias de rotação.

Desenho	Explica como pensaste



### Tarefa 2:

- Agora clica 2 vezes na bússola no sentido contrário ao dos ponteiros do relógio. Coloca a seta de movimento junto da loja com o toldo branco e clica 1 vez.

- ✓ Procura a loja com o nome "Lara Boutique".
- ✓ Por cima desta loja existe também uma varanda de ferro forjado com motivos diferentes dos que encontraste na tarefa anterior.
- ✓ Usando elementos dessa varanda, apresenta um exemplo de uma:

#### 2.1.

Reflexão Central	
Desenho	Explica como pensaste

#### 2.2.

Reflexão Axial	
Desenho	Explica como pensaste

### Tarefa 3:

- Agora clica 1 vez na bússola no sentido contrário ao dos ponteiros do relógio. De seguida clica 1 vez na seta de movimento até encontrares a "Farmácia Nelsina".

- ✓ Acima da farmácia vais encontrar três janelas.
- ✓ Observa a janela central, mais particularmente o vitral que se encontra na sua zona superior.
- ✓ Se quiseres visualizar melhor a varanda clica no zoom.
- ✓ Vais precisar de lápis de cor para resolver a questão que se segue.

3.1. O dono da casa decidiu pintar os vidros da parte superior da janela do meio. Como o poderá fazer de modo que o vitral tenha simetria de reflexão, mas não simetria de rotação?

Desenho
Explica como pensaste

### Tarefa 4:

- Clica 2 vezes na bússola no sentido contrário ao dos ponteiros do relógio. Em frente à "Farmácia Nelsina" vais visualizar um passeio largo chamado "Passeio das Mordomas da Romaria". Este passeio tem início entre a Igreja da Misericórdia e o Café Caravela. Dirige-te para lá utilizando a seta de movimento.

- ✓ Do lado direito encontras a fachada lateral da Igreja da Misericórdia.
- ✓ Ao longo do percurso vais observar dois portões verdes de ferro forjado. Dirige-te ao segundo.
- ✓ Na parte superior desse portão é possível identificar cinco semicircunferências concêntricas.
- ✓ Se quiseres visualizar melhor a imagem clica no zoom.
- ✓ A região entre as duas semicircunferências de menor raio está dividida em várias figuras iguais. Usa essas figuras como referência para decompor em ângulos iguais o semicírculo limitado pela 2ª semicircunferência de menor raio.



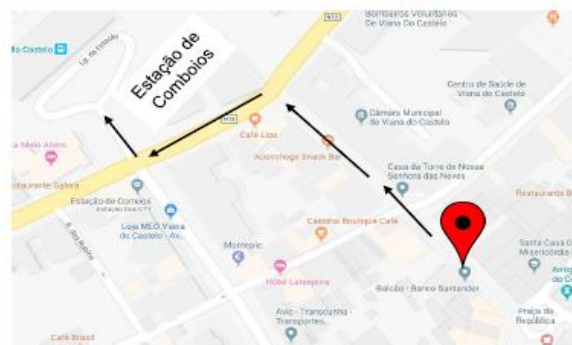
Fica atento à explicação da professora, ela vai ajudar-te. Aproveita!

#### 4.1.

Considera nesse semicírculo a bissetriz que divide um dado ângulo em dois com amplitude aproximada de  $51^\circ$ . Quantas das figuras acima visualizadas estão contidas nesse ângulo?

Resolução\Explica como pensaste

- Seguindo as indicações do mapa e com a ajuda da seta de movimento, dirige-te até à estação de comboios junto ao Viana Shopping.



**Tarefa 5:** Observa a fachada principal da Estação de Comboios. Usando uma ou mais das isometrias que aprendeste na aula, encontra uma forma rápida de contar todos os vidros que existem nas janelas.

Resolução

Isometrias que usei:

**Tarefa 6:**

- o Clica 2 vezes na bússola no sentido contrário ao dos ponteiros do relógio. Coloca a seta de movimento na Avenida dos Combatentes da Grande Guerra e clica. Movimenta-te pela avenida até encontrares o Banco "Santander Totta", situado do teu lado esquerdo junto a uma casa cor-de-rosa.



**6.1.** O Banco Santander Totta tem um logótipo que podes observar à entrada.

O Banco quer substituir o logótipo e abriu um concurso público para escolher a melhor proposta. A única condição que o Banco impõe é que o novo logótipo resulte da aplicação de uma ou mais isometrias partindo do logótipo inicial. Apresenta a tua proposta.

Desenho

Isometrias que usei:

- o Clica 1 vez na bússola no sentido dos ponteiros do relógio e, com a ajuda da seta de movimento, segue em frente na Avenida dos Combatentes da Grande Guerra.



- ✓ Do teu lado direito vais encontrar a Rua Manuel Espregueira, situada entre a Caixa Geral de Depósitos e uma loja da "NOS".
- ✓ Entra na Rua Manuel Espregueira e procura do lado esquerdo a loja com o nome "W52".
- ✓ Parte da fachada da loja "W52" está coberta com azulejos.
- ✓ Usa o mapa para te orientares.



**Tarefa 7:** Observa uma das figuras castanhas que encontras nesses azulejos.

7.1. Quantas simetrias de reflexão e de rotação tem essa figura?

Descreve as simetrias de reflexão	Descreve as simetrias de rotação

7.2.

Usando elementos presentes nos azulejos representa na tua folha de registo um exemplo de uma rotação.

- ✎ Não te esqueças de incluir a figura inicial e a figura transformada, bem como de identificar o centro e a amplitude da rotação.


Resolução

Conseguiste resolver todas as tarefas? Se sim, PARABÉNS!  
Espero que tenhas gostado desta aventura virtual! Obrigada pelo teu esforço e dedicação.  
Encontramo-nos no próximo percurso!



## Anexo 7

Trilho Matemático à volta do mundo



Escola E, B 2,3 Pedro Barbosa  
24 de maio de 2019



Nome: \_\_\_\_\_




Na última aula fizemos um trilho matemático na cidade de Viana do Castelo.




Hoje vais procurar exemplos de isometrias num local do mundo à tua escolha.

Segue as instruções:

- 1°. Cria uma pasta no ambiente de trabalho com os nomes dos elementos do teu grupo;
- 2°. Abre o Google na aplicação Google Maps;
- 3°. Na barra de pesquisa do Google Maps escreve o nome de um local que gostasses de visitar e procura exemplos de isometrias;
- 4°. Observa a paisagem à tua volta e fica atento a elementos como varandas, monumentos, azulejos, portões, janelas, etc...
- 5°. Quando encontrares algum exemplo de uma ou mais isometrias faz o respetivo registo.
- 6°. Guarda as imagens na pasta criada. Para isso:
  - ✓ Agora carrega na tecla "PrtSc"; 
  - ✓ Abre a aplicação do "Paint" no teu computador; 
  - ✓ Cola a imagem;
  - ✓ Guarda na pasta que está no Ambiente de Trabalho.



Lembra-te que é um trabalho de pares por isso não te esqueças de partilhar ideias com o teu colega.

Utiliza a seta de movimento  para te movimentares, a bússola para te orientares  e a opção do zoom se precisares de ver melhor a imagem. 

**Exemplo 1:**

Local: \_\_\_\_\_

Isometria(s) encontrada(s): \_\_\_\_\_

Desenho	Explica como pensaste

**Exemplo 2:**

Local: \_\_\_\_\_

Isometria(s) encontrada(s): \_\_\_\_\_

Desenho	Explica como pensaste