



INSTITUTO POLITÉCNICO  
DE VIANA DO CASTELO

---

# RELATÓRIO FINAL DE PRÁTICA DE ENSINO SUPERVISIONADA

Mestrado EPE e Ensino do 1.º CEB

Resolução de Problemas abertos com alunos  
do 3.º ano de escolaridade

Andreia Cristina Ferreira Pereira

---

---





INSTITUTO POLITÉCNICO  
DE VIANA DO CASTELO

Andreia Cristina Ferreira Pereira

**RELATÓRIO FINAL DE PRÁTICA  
DE ENSINO SUPERVISIONADA  
Mestrado EPE e Ensino do 1.º CEB**

Resolução de Problemas abertos com alunos  
do 3.º ano de escolaridade

Trabalho efetuado sob a orientação do(a)  
Professora Doutora Lina Fonseca

novembro de 2021

O principal objetivo da educação é criar pessoas capazes de fazer coisas novas e não simplesmente repetir o que as outras gerações fizeram.

Jean Piaget

## AGRADECIMENTOS

Este relatório representa o culminar de uma grande etapa da minha vida e o início de outra. Deixo de ser aluna para ser educadora e professora do 1.º CEB. Não poderia deixar de agradecer a quem nunca me deixou desistir e sempre me incentivou a continuar, dando-me forças para concretizar este sonho. Um especial obrigada,

À minha orientadora, Doutora Lina Fonseca, por todo o apoio dado ao longo destes últimos meses, pela disponibilidade para esclarecer as dúvidas, pelas palavras de incentivo para continuar, mas, sobretudo, pelo rigor e pela exigência que me ajudaram a crescer.

À melhor companheira de estágio, Andreia Faria, a parceria perfeita ao longo destes cinco anos. Não nos conhecíamos e rapidamente nos tornámos amigas para a vida. Ansiedade, medo, superação, alegria, esforço e emoção foram alguns dos sentimentos que partilhámos. Por mais difícil que esta última etapa fosse, havia sempre uma palavra de incentivo e encorajamento para continuar esta jornada. Nunca me deixou desistir e esteve sempre lá para mim.

À minha família, que esteve ao meu lado, apoiou-me e teve muita paciência para as minhas mudanças de humor, nos momentos de maior pressão. Motivaram-me para continuar e estiveram sempre dispostos a ajudar-me quando precisei.

Às minhas amigas, pelo apoio, pelos conselhos e pela disponibilidade para me ouvirem nos momentos complicados.

Às educadoras e professoras cooperantes que conheci durante estes cinco anos, e foram modelos a seguir, deram-me a oportunidade de experimentar, mostrando-me que podemos fazer sempre melhor.

A todas as crianças e alunos que fizeram parte deste meu percurso, que me ensinaram sempre algo e ficarão para sempre no meu coração.

Aos professores da ESE que me ensinaram os valores que um professor deve ter e foram exemplos para mim, marcando de forma positiva o meu percurso académico.

## RESUMO

No âmbito da unidade curricular de Prática de Ensino Supervisionada (PES), integrada no mestrado de Educação Pré-Escolar e Ensino do 1.º CEB, da Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Viana do Castelo, foi desenvolvido um estudo.

O estudo centrou-se na área da matemática, sobre a resolução de problemas. Teve como objetivo analisar e comparar, em contexto natural, o desempenho de alunos, do 3.º ano de escolaridade, na resolução de problemas com carácter fechado, e também problemas abertos, que podem assumir diferentes resoluções e mais do que uma solução. Para orientar o estudo, definiram-se duas questões de investigação: 1) Como é que os alunos resolvem problemas de processo? Que estratégias usam? 2) Que dificuldades manifestam: na compreensão e na resolução de problemas abertos? O estudo realizou-se numa escola de 1.º CEB, com uma turma de 1.º e 3.º anos, constituída por 21 alunos.

Considerando o objetivo e as questões de investigação, optou-se por adotar um paradigma interpretativo, privilegiando-se a metodologia de natureza qualitativa, recorrendo-se ao método do estudo de caso. O caso foi constituído pelos 12 alunos do 3.º ano. A recolha de dados fez-se através de seis tarefas matemáticas, da observação participante, dos meios audiovisuais e das conversas informais. Para analisar os dados criaram-se categorias de análise fechadas e abertas, cada uma delas com diferentes indicadores, que facilitaram a interpretação dos dados. Com os resultados do estudo verificou-se que os alunos resolveram os problemas aplicando os seus conhecimentos matemáticos e as estratégias que já conheciam. As principais dificuldades foram ao nível da compreensão nos problemas fechados e da resolução e resposta nos problemas abertos.

A PES e todo o processo investigativo permitiram-me crescer tanto a nível pessoal como profissional, desenvolvendo valores, como o respeito, cooperação e empatia, que nunca me deverão abandonar.

**Palavras-chave:** matemática, resolução de problemas, tarefas abertas, estratégias, primeiro ciclo de escolaridade.

## ABSTRACT

A study was developed as part of the Supervised Teaching Practice (PES) course of the master's degree in Pre-school Education and Primary School Teaching at the School of Education of the Polytechnic Institute of Viana do Castelo.

The study focused on mathematics, more specifically on the problem solving. Its main goal was to analyse and compare, in a natural context, the performance of 3rd grade pupils in solving closed and open problems, which can have different resolutions and more than one solution. To guide the study, two research questions were defined: 1) How do students solve process problems? What strategies they use? 2) What difficulties do they reveal: in understanding and solving open problems? The study took place in a primary school, with a 1st and 3rd grade class, with 21 students.

Considering the purpose and the research questions, the study was developed within an interpretative paradigm, through a qualitative methodology, and the case study method. The case was composed of twelve 3rd grade students. Data were collected through six mathematical tasks, participant observation, audio-visual media, and informal conversations. Closed and open categories of analysis were created, each one with different indicators, to guide data analysis. The results of the study showed that pupils solved the problems by applying their mathematical knowledge and the strategies they already knew. The main difficulties were revealed in understanding the closed problems and solving and answering the open problems.

The PES and the research process allowed me to grow on a personal and professional level, developing values, such as respect, cooperation, and empathy, that I will never forget.

**Keywords:** mathematics, problem solving, open tasks, strategies, primary school.

## ÍNDICE

AGRADECIMENTOS.....	I
RESUMO.....	II
ABSTRACT .....	III
ÍNDICE .....	IV
ÍNDICE DE FIGURAS.....	VII
ÍNDICE DE TABELAS.....	IX
ÍNDICE DE ABREVIATURAS.....	IX
INTRODUÇÃO.....	1
CAPÍTULO I – ENQUADRAMENTO DA PRÁTICA DE ENSINO SUPERVISIONADA .....	3
Caraterização dos contextos educativos .....	3
Caraterização do Contexto Educativo de Pré-Escolar.....	3
Caraterização do meio local. ....	3
Caraterização do contexto escolar. ....	3
Caraterização da sala de atividades. ....	4
Caraterização do grupo. ....	5
Percurso da Intervenção Educativa no Pré-Escolar .....	6
Áreas de intervenção.....	6
Caraterização do Contexto Educativo do 1.º ciclo do Ensino Básico .....	10
Caraterização do meio local. ....	10
Caraterização do contexto escolar. ....	10
Caraterização da sala de aula. ....	10
Caraterização da turma. ....	11
Percurso da Intervenção Educativa no 1.º Ciclo do Ensino Básico.....	12
Áreas de intervenção.....	12
Projeto de integração local: Ludoteca.....	14
CAPÍTULO II- PROJETO DE INVESTIGAÇÃO .....	17
Introdução.....	17
Pertinência do estudo .....	17
Definição do problema e questões de investigação .....	19



Revisão de Literatura .....	19
Resolução de problemas .....	20
Importância da resolução de problemas.....	20
Definição de problema. ....	23
Distinção entre problemas abertos e problemas fechados. ....	24
A resolução de problemas na prática escolar .....	26
Estratégias de resolução de problemas. ....	26
Estratégias de transformação de problemas. ....	28
Dificuldades manifestadas pelos alunos. ....	29
Casos empíricos.....	31
Metodologia.....	34
Opções metodológicas .....	34
Participantes.....	36
Recolha de dados .....	37
Observação Participante. ....	38
Meios audiovisuais: registo vídeo, áudio e fotográfico.....	39
Conversas informais. ....	39
Documentos escritos pelos alunos: tarefas matemáticas.....	40
Intervenção educativa.....	40
Descrição das tarefas.....	42
Tarefa n.º 1: Os acessórios da girafa Olímpia para usar no almoço. ....	44
Tarefa n.º 2: A idade do pai da Ana. ....	47
Tarefa n.º 3: A caminhada da turma da Esperança.....	51
Tarefa n.º 4: A estante na escola da Rosa Meira Engenheira. ....	53
Tarefa n.º 5: O presente da Rosa Meira Engenheira.....	56
Procedimentos de análise de dados .....	59
Categorias de análise.....	60
Calendarização do Estudo .....	62
Apresentação e discussão dos resultados .....	63
Tarefa n.º 1: Os acessórios da girafa Olímpia para usar no almoço.....	63
Tarefa n.º 2: A idade do pai da Ana .....	73
Tarefa n.º 3: A caminhada da turma da Esperança .....	87

Tarefa n.º 4: A estante da Rosa Meira Engenheira .....	96
Tarefa n.º 5: O presente da Rosa Meira Engenheira .....	107
Conclusões .....	117
Respondendo às questões do estudo .....	117
Limitações do estudo e recomendações para futuras intervenções .....	125
CAPÍTULO III- REFLEXÃO GLOBAL SOBRE A PRÁTICA DE ENSINO SUPERVISIONADA.....	127
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	133
ANEXOS.....	136
Anexo 1: Pedido de autorização aos encarregados de educação .....	136

## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1: Parte do interior da sala de atividades.....	5
Figura 2: Atividades realizadas durante as intervenções.....	8
Figura 3: Espaço exterior da escola antes da intervenção.....	15
Figura 4: Espaço exterior da escola depois da intervenção.....	15
Figura 5: Duas possíveis estratégias de resolução para o problema de processo.....	45
Figura 6: Possível estratégia de resolução para o problema aberto.....	46
Figura 7: Possível resolução para o problema fechado.....	49
Figura 8: Possível resolução para o problema aberto um.....	49
Figura 9: Possível resolução para o problema aberto dois.....	51
Figura 10: Possível resolução para o problema fechado.....	52
Figura 11: Possível resolução para o problema aberto.....	53
Figura 12: Possível resolução do problema fechado.....	54
Figura 13: Possível estratégia de resolução para o problema aberto.....	56
Figura 14: Possível resolução para o problema fechado.....	57
Figura 15: Possível resolução para o problema aberto.....	58
Figura 16: Resolução do aluno AC para o problema de processo.....	63
Figura 17: Resolução do aluno AD para o problema de processo.....	64
Figura 18: Resolução do aluno CP para o problema de processo.....	65
Figura 19: Resolução do aluno AP para o problema de processo.....	65
Figura 20: Resolução do aluno SM para o problema de processo.....	66
Figura 21: Resolução do aluno DM para o problema aberto.....	69
Figura 22: Resolução do aluno CP para o problema aberto.....	69
Figura 23: Resolução do aluno LS para o problema aberto.....	70
Figura 24: Resolução do aluno AD para o problema aberto.....	70
Figura 25: Resolução do aluno SM para o problema fechado.....	74
Figura 26: Resolução do aluno DM para o problema fechado.....	75
Figura 27: Resolução do aluno AP para o problema fechado.....	75
Figura 28: Resolução do aluno MG para o problema fechado.....	75
Figura 29: Resolução do aluno AP para o problema aberto 1.....	78
Figura 30: Resolução do aluno EM para o problema aberto 1.....	78
Figura 31: Resolução do aluno CP para o problema aberto 1.....	79
Figura 32: Resolução do aluno MG para o problema aberto 1.....	80
Figura 33: Resolução do aluno SM para o problema aberto 1.....	80
Figura 34: Resolução do aluno AD para o problema aberto 2.....	83
Figura 35: Resolução do aluno CP para o problema aberto 2.....	83
Figura 36: Resolução do aluno MR para o problema aberto 2.....	84
Figura 37: Resolução do aluno SM para o problema aberto 2.....	84
Figura 38: Resolução do aluno DM para o problema fechado.....	88
Figura 39: Resolução do aluno AP para o problema fechado.....	88

Figura 40: Resolução do aluno LP para o problema aberto. ....	91
Figura 41: Resolução do aluno AC para o problema aberto. ....	91
Figura 42: Resolução do aluno DM para o problema aberto. ....	92
Figura 43: Resolução do aluno SM para o problema aberto. ....	93
Figura 44: Resolução do aluno AD para o problema fechado. ....	96
Figura 45: Resolução do aluno DM para o problema fechado. ....	97
Figura 46: Resolução do aluno EM para o problema fechado. ....	97
Figura 47: Resolução do aluno AP para o problema fechado. ....	98
Figura 48: Resolução do aluno EM para o problema aberto. ....	101
Figura 49: Resolução do aluno LP para o problema aberto. ....	101
Figura 50: Resolução do aluno DM para o problema aberto. ....	102
Figura 51: Resolução do aluno AD para o problema aberto. ....	103
Figura 52: Resolução do aluno CP para o problema aberto. ....	103
Figura 53: Resolução do aluno SM para o problema aberto. ....	104
Figura 54: Resolução do aluno AC para o problema fechado. ....	108
Figura 55: Resolução do aluno MR para o problema fechado. ....	108
Figura 56: Resolução do aluno DM para o problema fechado. ....	109
Figura 57: Resolução do aluno LS para o problema aberto. ....	111
Figura 58: Resolução do aluno LP para o problema aberto. ....	112
Figura 59: Resolução do aluno CP para o problema aberto. ....	112
Figura 60: Resolução do aluno AP para o problema aberto. ....	113
Figura 61: Resolução do aluno EM para o problema aberto. ....	114

## ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 1: Composição do grupo em estudo/codificação dos alunos.....	37
Tabela 2: Associação de cada tarefa ao problema original do manual.....	41
Tabela 3: Identificação dos problemas e data em que foram implementados. ....	42
Tabela 4: Categorias de análise. ....	61
Tabela 5: Calendarização do estudo.....	62

## ÍNDICE DE ABREVIATURAS

**1.º CEB** - 1.º Ciclo do Ensino Básico

**AAAP**- Atividades de Animação e Apoio à Família

**EC**- Educadora Cooperante

**EE**- Educadoras Estagiárias

**IPVC** - Instituto Politécnico de Viana do Castelo

**JJ**- Jardim de Infância

**OCEPE**- Orientações Curriculares para a Educação Pré-Escolar

**PC**- Professora Cooperante

**PES** - Prática de Ensino Supervisionada

**TIC**- Tecnologias de Informação e Comunicação



## INTRODUÇÃO

O presente relatório de investigação resultou das intervenções educativas desenvolvidas nos contextos, no âmbito da unidade curricular de PES, inserida no plano de estudos do mestrado em Educação Pré-Escolar e Ensino do 1.º CEB, da Escola Superior de Educação do IPVC. O relatório centra-se na área da matemática e está organizado em três capítulos distintos: o enquadramento da PES, o projeto de investigação e a reflexão global da PES.

No primeiro capítulo, são caracterizados os dois contextos educativos onde decorreram as intervenções, durante o primeiro e o segundo semestre. Caracteriza-se o meio local, o contexto escolar, a sala de atividades, a sala de aula, o grupo de crianças e a turma. No final, faz-se uma reflexão sobre o percurso da intervenção educativa, onde são descritas as áreas de intervenção, os conteúdos abordados, as atividades dinamizadas, bem como a participação no projeto da escola, referente ao 1.º CEB.

O segundo capítulo dá a conhecer todo o trabalho realizado no âmbito do projeto de investigação, encontrando-se dividido em cinco secções. A primeira, refere-se à introdução, onde é descrita a pertinência do estudo, são definidos o problema e as questões de investigação. A segunda secção, diz respeito à revisão de literatura, devidamente fundamentada, sustentando o trabalho investigativo. Segue-se a metodologia, onde são descritas as opções metodológicas adotadas, os participantes do estudo, as técnicas de recolha de dados, a intervenção educativa, as tarefas implementadas, os procedimentos de análise dos dados e a calendarização do estudo. A quarta secção, refere-se à apresentação e discussão dos resultados, analisando-se todas as tarefas. A última secção refere-se às conclusões, onde se responde às questões de investigação e se apresentam limitações do estudo e recomendações para as futuras intervenções.

No terceiro capítulo, surge a reflexão global de toda a PES, salientando-se o contributo das experiências vividas nos contextos para o crescimento pessoal e profissional. Para terminar, constam as referências bibliográficas e os anexos.





## CAPÍTULO I – ENQUADRAMENTO DA PRÁTICA DE ENSINO SUPERVISIONADA

### Caraterização dos contextos educativos

Este capítulo pretende dar a conhecer os contextos onde decorreu a PES e o percurso educativo destas duas etapas. Está organizado em duas partes: a primeira dedicada à intervenção realizada na Educação Pré-Escolar e a segunda referente ao contexto educativo do 1.º CEB. Sobre cada um destes contextos é feita uma breve caraterização do meio local, do contexto escolar, com a descrição dos agrupamentos e das escolas, da sala de atividades, da sala de aula, do grupo de crianças e da turma.

No contexto de 1.º CEB, é apresentado o projeto de integração local: ludoteca, desenvolvido para os alunos. No final da caraterização de cada um dos contextos, reflete-se sobre o percurso da intervenção educativa, evidenciando-se as áreas de intervenção, as temáticas exploradas e as atividades desenvolvidas, bem como o contributo da experiência para o crescimento pessoal e profissional.

#### *Caraterização do Contexto Educativo de Pré-Escolar*

Caraterização do meio local. O contexto educativo onde se realizou a PES, durante o 1.º semestre, pertence a uma das 27 freguesias do concelho de Viana do Castelo. Este concelho tem cerca de 91 000 habitantes, dos quais, aproximadamente, 40 000 habitam na cidade. Ocupa uma área de, sensivelmente, 319  $Km^2$ . Viana do Castelo é a cidade atlântica mais a norte de Portugal, delimitada a norte pelo concelho de Caminha, a este pelo concelho de Ponte de Lima, a sul pelos concelhos de Barcelos e Esposende e a oeste pelo Oceano Atlântico. Destaca-se pela riqueza do seu património rural, monumental e histórico, sendo que a Basílica de Santa Luzia é o seu monumento mais emblemático.

A freguesia onde se encontra o Jardim de Infância (JI), no qual decorreu a PES, pertence à União das freguesias de Viana do Castelo (Santa Maria Maior e Monserrate) e Meadela. Possui 4927 habitantes e ocupa uma área de 2,09  $Km^2$ .

Caraterização do contexto escolar. O Agrupamento de Escolas onde o JI se insere, pertence ao distrito de Viana do Castelo. É composto por oito unidades educativas: um

Jardim de Infância, cinco Escolas Básicas do 1.º CEB, duas delas com JI incorporado, uma escola do 2.º e 3.º CEB e uma Escola Secundária.

Relativamente ao espaço exterior do JI era bastante amplo. Na parte da frente do edifício existia uma área de baloiços e outra onde as crianças podiam andar de triciclos, trotinetes e realizar jogos. Possuía ainda uma zona coberta, com uma casa de madeira. Na parte lateral do edifício, existia uma horta e na parte de trás uma área com relva, onde as crianças exploravam o que emerge da terra.

O JI era composto por quatro salas de atividades, uma biblioteca, duas casas de banho para as crianças, duas salas de Atividades de Animação e Apoio à Família (AAAP), para o prolongamento de horário, um espaço de arrumação, uma sala para as educadoras, um ginásio com vários materiais para as sessões de motricidade, uma lavandaria, uma casa de banho para os adultos, um refeitório e uma sala com armários para o material escolar e outros materiais de apoio às salas de atividades. Devido à pandemia, o JI funcionava por duas bolhas, cada uma delas com dois grupos de crianças, com horários diferenciados para usar espaços comuns.

Em relação aos recursos humanos, cada sala de atividades tinha uma educadora, responsável pelo grupo, e uma auxiliar. Tinha duas animadoras responsáveis pelas AAAP. O horário de funcionamento do JI era das 8h até às 18h. Dentro deste horário, a componente letiva funcionava até às 15h30 e o restante tempo era a componente não letiva com as AAAP.

**Caraterização da sala de atividades.** A sala A, destinada ao grupo de crianças que integrou a PES, possuía várias janelas, proporcionando uma boa entrada de luz natural. Era um espaço amplo e arejado, adequado ao número de crianças que tinha, devidamente organizado em função das suas necessidades e interesses, procurando estimular a sua autonomia. Nas paredes interiores da sala existiam quatro placares de cortiça, onde eram expostos os trabalhos das crianças e os materiais construídos para as atividades estruturadas. Tinha três armários destinados à arrumação de materiais diversos. Possuía uma mesa com um computador, usado pela educadora para mostrar conteúdos às crianças, através da tela e do projetor.

A sala de atividades estava dividida por áreas, que proporcionavam diferentes oportunidades de aprendizagem e desenvolvimento em vários níveis: a área das ciências, a área da biblioteca, a área do faz de conta e a área das construções. Na área das ciências existia um globo terrestre, um microscópio de plástico, duas lupas, uma caixa lupa, uns binóculos e uma pinça. A área da biblioteca possuía uma estante, de altura reduzida, com diferentes livros, dois aventais de histórias e uma cesta com vários fantoches, para as crianças darem asas à imaginação. A área do faz de conta estava dividida em três zonas diferentes: a zona da mercearia, a zona da cozinha e a zona das bonecas. A área das construções tinha uma estante, acessível às crianças, com diferentes materiais como legos de diferentes tamanhos, carros, blocos de encaixe e uma pista de corrida. Na Figura 1 observa-se parte do interior da sala.

**Figura 1**

*Parte do interior da sala de atividades*



Na sala onde se realizou a PES, o horário estava dividido da seguinte forma: das 8h às 9h30 era a receção das crianças. Das 9h30 às 9h50 eram as rotinas, até às 10h30 era o lanche da manhã e o recreio, das 10h30 às 11h45 eram as atividades planificadas, até às 13h30 era o almoço e o recreio, das 13h30 às 15h eram atividades planificadas e até às 15h30 era o lanche da tarde. As atividades planificadas ocupavam no máximo trinta minutos, sendo o restante tempo para as crianças brincarem nas áreas.

**Caraterização do grupo.** A PES foi desenvolvida com um grupo heterogéneo de 21 crianças, que se encontrava na faixa etária dos três aos cinco anos de idade, com seis do

sexo masculino e 15 do sexo feminino. Destas crianças, cinco tinham três anos, sete tinham quatro e nove tinham cinco anos. Era um grupo com várias crianças oriundas de outros países: duas da Roménia, uma do Guatemala, uma da Síria, uma de São Tomé e Príncipe e seis do Brasil. O grupo destacava-se por ser muito ativo, dinâmico, desafiador, interessado e participativo.

A caracterização do grupo baseou-se na observação feita pelas educadoras estagiárias (EE), no período de intervenção pedagógica, tendo por referência o documento orientador do Ministério da Educação: as Orientações Curriculares para a Educação Pré-Escolar (OCEPE) (Lopes da Silva et al., 2016). Em primeiro lugar, na Área de Formação Pessoal e Social, todas as crianças tinham consciência da sua identidade, eram confiantes e autónomas. O grupo estava bem integrado na dinâmica da sala, as crianças mostravam curiosidade pelas temáticas abordadas e desejo de aprender. A relação entre elas era de respeito e cooperação.

Relativamente à Área de Expressão e Comunicação, a maioria das crianças efetuava corretamente a pega do lápis, gostavam de desenhar, pintar, recortar e colar, demonstravam grande interesse pelo jogo simbólico, quando brincavam na área do faz de conta. Era um grupo muito recetivo às canções propostas, tendo grande facilidade em aprendê-las, mostravam entusiasmo na realização de coreografias, gostavam de ouvir histórias, reconheciam as figuras geométricas e conseguiam fazer contagens, pelo menos até dez. Existiam algumas lacunas ao nível da lateralidade e da posição e deslocação no espaço, nomeadamente na distinção do lado esquerdo do lado direito.

No que diz respeito à Área do Conhecimento do Mundo, reconheciam aspetos como as estações do ano, as partes do corpo, os meios de transporte, as profissões e os graus de parentesco. Mostravam interesse em descobrir a diversidade de culturas presentes na sala, bem como a localização do seu país no globo.

#### *Percurso da Intervenção Educativa no Pré-Escolar*

**Áreas de intervenção.** A PES, no 1.º semestre, desenvolveu-se ao longo de 14 semanas, à segunda, terça e quarta-feira. As três primeiras semanas, de 12 de outubro a 26 de outubro, corresponderam à observação. As restantes 11 semanas, de 2 de novembro

a 25 de janeiro, foram de implementação, onde cada elemento do par pedagógico teve oportunidade de intervir, alternadamente, durante cinco semanas. A semana de 30 de novembro e a de 4 de janeiro, foram de regência completa. Nas três semanas de observação, houve oportunidade de se familiarizar com o contexto, conhecer a EC, as suas metodologias, a auxiliar, as características das crianças, os seus interesses e necessidades, a dinâmica de trabalho do grupo, o tipo de atividades que costumavam fazer e criar laços de afeto e proximidade com todas as crianças.

As três semanas de observação foram cruciais para construir as planificações, sustentadas nas OCEPE, incluindo as áreas do currículo de forma articulada, considerando também as ideias das crianças e as temáticas sugeridas pela EC. Assim, todas as planificações promoviam aprendizagens nas diferentes áreas e domínios do programa. O trabalho enquanto par foi de colaboração e ajuda mútua, privilegiando-se a comunicação, com a partilha de ideias e a construção conjunta das atividades. Houve a preocupação em desenvolver atividades que, para além de proporcionar aprendizagens às crianças, as deixassem motivadas. De ressaltar a importância dos materiais manipuláveis, na sua maioria construídos a partir de materiais reutilizáveis, que o par pedagógico fazia questão de introduzir em cada semana, tornando-se uma mais-valia.

Na primeira semana a temática era o Outono, com a exploração das cores das folhas, a aprendizagem de uma canção, a exploração das características externas e internas de diferentes alimentos da estação, podendo observar, tocar, cheirar e provar, tornando-se a aprendizagem mais significativa. Construíram o Painel do Outono, contactando com diversas técnicas de carimbagem para fazer folhas e ouriços-cacheiros. A exploração dos alimentos articulou-se com uma atividade que envolvia contagens e a associação de números a quantidades.

A terceira semana focou-se na Alimentação Saudável, construindo-se a pirâmide dos alimentos com as crianças. Receberam uma folha para criar a sua refeição, através do recorte de imagens. Aprenderam a canção “A Pirâmide dos Alimentos”. Criou-se o Loto da Alimentação, procurando dar continuidade às aprendizagens promovidas nas semanas anteriores. Para terminar a semana, realizaram um percurso, ligado à temática, desenvolvendo mais uma vez, a relação com o seu próprio corpo.

Na quinta semana, com a temática do Natal, foi uma semana de regência completa. Contudo, não foi possível frequentar o JI, pois estávamos em isolamento profilático. No entanto, estavam planejadas um conjunto de atividades como a leitura da história “Eu sei tudo sobre o Pai Natal”, a construção de um Painel de Natal, a aprendizagem de uma nova canção e a continuidade da exploração dos padrões de repetição. Dada a situação, algumas das atividades não foram implementadas e outras foram ajustadas, de forma a serem introduzidas, pela EC, na semana seguinte.

Na sétima semana finalizámos a temática do Natal. As crianças visualizaram um vídeo, construído pelas EE, sobre a história “Eu sei tudo sobre o Pai Natal”. Construíram o presente para as famílias e exploraram a neve artificial. Para desenvolver a orientação espacial das crianças, criou-se a atividade da posição dos pinheirinhos de Natal, procurando promover esta aprendizagem, pouco desenvolvida no grupo.

A nona semana teve como tema a Família, com a apresentação da história “O Livro da Família”, a construção do Painel da Família com as suas fotografias e os desenhos das suas famílias. Conheceram os diferentes tipos de Família, através de fantoches, representativos dos elementos do agregado familiar. Aprenderam a música: “A Família é o maior tesouro”. Para continuar a desenvolver a orientação espacial das crianças, foi introduzido o Robot Doc, onde tiveram de criar sequências de programação para movimentá-lo pelo tabuleiro.

Na Figura 2 apresentam-se evidências das intervenções.

## **Figura 2**

*Atividades realizadas durante as intervenções*



Finalizada a descrição das semanas de implementação, é importante refletir sobre esta experiência gratificante, que deu brilho à minha vida. O Pré-Escolar é, para mim, a etapa mais bonita e genuína, recheada de amor, devendo oferecer às crianças momentos de aprendizagens através do brincar. Neste sentido, o meu objetivo e do meu par pedagógico foi proporcionar estes momentos, com atividades onde as crianças se sentissem felizes ao mesmo tempo que aprendiam algo novo. Considero que conseguimos fazê-lo, pois notei no grupo uma notória evolução, quer a nível das aprendizagens promovidas como também do comportamento do grupo.

Ao longo desta experiência a colaboração da EC e da auxiliar foi crucial para o meu crescimento. Partilharam connosco as suas experiências e conhecimentos, dando-nos sempre apoio e motivação para arriscarmos nas intervenções. Com as duas formamos uma equipa, com uma relação muito boa e de confiança no trabalho que estávamos a desenvolver para as crianças.

Mais importante ainda, foi o meu par pedagógico, a melhor parceira que podia ter. A nossa forma de trabalhar e pensar era muito semelhante. Passámos muitas horas a planear, a procurar, a construir o melhor para oferecer às crianças. Ajudámo-nos mutuamente e não permitimos que existissem conflitos entre nós, que pudessem prejudicar o bom funcionamento do par perante o grupo de crianças. Evoluímos em conjunto, festejámos cada conquista e aprendemos com as derrotas. Refletíamos e sabíamos que cada acontecimento era necessário para o nosso crescimento e por isso tínhamos de enfrentá-lo. Acredito que, juntas, fizemos a diferença, na vida destas crianças.

Efetivamente, esta passagem pelo Pré-Escolar mostrou-me que este é o caminho que devo continuar a seguir e o que quero fazer para o resto da minha vida. O que posso oferecer, mas também receber e aprender, a espontaneidade e transparência destas crianças, a sua verdade e o amor que têm para dar e receber, não existe em nenhum outro nível de ensino. É fascinante para mim saber que a escolha que fiz, permitir-me-á continuar a crescer todos os dias, fazendo o que mais gosto.

### *Caraterização do Contexto Educativo do 1.º ciclo do Ensino Básico*

Caraterização do meio local. O contexto educativo onde decorreu a PES, durante o 2.º semestre, está inserido num Agrupamento de escolas de rede pública escolar, pertencente a uma das 27 freguesias do concelho de Viana do Castelo. A escola onde se desenrolou a PES, situa-se na freguesia de São Romão de Neiva, com uma área de 6,7 Km<sup>2</sup> e cerca de 1224 habitantes. O património existente é riquíssimo, destacando-se o Mosteiro de S. Romão do Neiva, a Capela da Senhora do Carmo, a Capela da Senhora do Crasto, a Igreja Paroquial, o Monte do Crasto e a Praia Fluvial no rio Neiva.

Caraterização do contexto escolar. A escola de 1.º CEB onde se desenvolveu a PES, pertence ao Agrupamento de Escolas de Monte da Ola, composto por nove jardins de infância, 12 escolas do 1.º CEB, 2 escolas de 2.º e 3.º CEB e a escola-sede, que inclui o ensino secundário. A existência de um pequeno espaço coberto, possibilitava momentos de atividades estruturadas e não estruturadas em dias de chuva. Apesar de o espaço ser amplo, caracterizava-se pela ausência de materiais e recursos para os alunos usarem nos momentos de recreio.

No que respeita ao espaço interior, a escola possuía dois andares. No piso inferior, encontrava-se o hall de entrada, uma sala de aula destinada ao 1.º e 3.º anos, uma sala de apoio, a casa de banho dos alunos, a casa de banho dos professores, fechada para isolamento, a arrecadação e a cantina, onde se encontra a sala de professores, de momento usada como sala de isolamento. No piso superior tinha duas salas de aula, para o 2.º e 4.º anos, a zona de informática, com dois computadores e uma impressora, duas casas de banho, uma delas reservada para isolamento e dois armários com material.

Em relação aos recursos humanos, diariamente encontrava-se na escola a coordenadora que era também professora do 4.º ano, uma professora para o 1.º e 3.º anos, uma professora para o 2.º ano, uma professora de apoio, duas auxiliares de ação educativa, uma cozinheira e uma ajudante de cozinha.

Caraterização da sala de aula. A sala estava no piso inferior e apresentava condições adequadas para os momentos de aprendizagem. Tinha várias janelas que permitiam a entrada de luz natural. Estava equipada com uma salamandra para aquecimento no inverno. A organização da sala era dividida em duas partes, para dar resposta aos dois níveis



de escolaridade. Metade estava organizada para os alunos do 1.º ano com cinco mesas em U e uma no meio. A outra metade, para o 3.º ano com sete mesas organizadas em duas filas, a primeira com três mesas e a segunda com quatro. Existiam dois quadros, um de giz para o 1.º ano e um branco para o 3.º ano, colocados em paredes opostas. Tinha a mesa da professora, e mais duas de apoio, um computador portátil, um projetor e a tela. Possuía dois armários, um para cada ano. Nas paredes tinham dois placares, com trabalhos dos alunos e cartazes informativos. Relativamente ao horário da turma, entravam todos os dias às 9h e terminavam às 16h, com o intervalo a meio da manhã, das 10h30min até às 11h. O horário do almoço era das 12h até às 14h.

**Caraterização da turma.** A PES foi desenvolvida com uma turma mista de 21 alunos, dos quais nove frequentam o 1.º ano e 12 o 3.º ano. No 1.º ano, quatro alunos eram do sexo feminino e cinco do sexo masculino. No 3.º ano, quatro eram do sexo masculino e oito do sexo feminino. As idades dos alunos variavam dos seis aos nove anos. Apesar de ser uma turma com dois anos de escolaridade diferentes, davam-se todos bem, existia um grande espírito de partilha e entreajuda. Os alunos do 3.º ano apadrinhavam os do 1.º ano e estavam sempre disponíveis para ajudar os afilhados a ultrapassar as dificuldades.

Era uma turma com bom comportamento, participativa, empenhada, acolhedora, carinhosa, dinâmica e interessada. Os alunos demonstravam confiança na realização das atividades e não tinham receio de responder, quando questionados. Mostravam vontade de aprender, principalmente quando os conteúdos eram apresentados de formas distintas, com recurso a materiais manipuláveis, que os deixavam motivados para as aprendizagens. A personalidade e singularidade de cada aluno, faziam com que fosse uma turma única e especial, muito unida, apesar da diferença de idades existente.

Os alunos tinham dificuldade em escutar os colegas e esperar pela sua vez de falar. No 1.º ano, alguns ainda não dominavam a leitura nem a escrita. No 3.º ano, as principais fragilidades no Português eram a estruturação dos textos, alguns aspetos da gramática e ainda davam vários erros ortográficos. Na Matemática, tinham dificuldade na interpretação e resolução de problemas. Nas restantes áreas, os alunos mostravam-se muito motivados e curiosos pelos conteúdos e as atividades. A turma realizava atividades diferenciadas,

adequadas ao seu nível de escolaridade. No entanto, existia espaço para atividades conjuntas, que envolviam o trabalho em grupos, com elementos dos dois níveis de ensino.

### *Percurso da Intervenção Educativa no 1.º Ciclo do Ensino Básico*

**Áreas de intervenção.** No 2.º semestre, a PES desenvolveu-se ao longo de 11 semanas, sendo duas destas semanas de regência completa. As três primeiras semanas foram de observação, de cinco a 21 de abril. As restantes oito semanas foram de implementação, de 26 de abril a 18 de junho, distribuídas pelo par pedagógico. A semana de 24 de maio e de 14 de junho foram de regência completa. As semanas de observação permitiram conhecer a personalidade dos alunos, os seus gostos, preferências e interesses, as dificuldades que tinham, a rotina e a dinâmica das aulas. Conseguimos observar a metodologia que a PC utilizava para lecionar conteúdos aos dois anos de escolaridade, as estratégias que adotava, o modo como organizava as aulas e a forma que tinha de trabalhar. Estas semanas foram fundamentais para criar laços e para definir a nossa prática. Em conjunto com a PC, selecionamos os conteúdos e as temáticas a explorar junto dos alunos, sustentadas nos programas curriculares.

Depois de debatermos enquanto par, criámos um Projeto de Leitura, que caracterizou as nossas oito semanas de implementação, com a introdução de um novo livro de Literatura Infanto Juvenil a cada semana, com uma temática diferente. Todas as atividades e conteúdos a lecionar ou consolidar estavam relacionados com esse livro, permitindo estabelecer a interdisciplinaridade entre as diversas áreas. Para cada livro, os alunos colavam no caderno a imagem da capa e faziam a identificação e o registo dos elementos paratextuais. De seguida, apresenta-se cada uma das semanas de intervenção.

Na primeira semana com a temática dos Afetos, utilizou-se a obra “A girafa que comia estrelas”, de José Eduardo Agualusa, desenvolvendo-se atividades nas diferentes áreas. Explorou-se com os alunos a leitura da história, através do avental, as questões de compreensão da obra, a escrita de uma página de diário da personagem favorita, a escrita de frases sobre as características da girafa Olímpia, a realização de problemas, os números até 50, a ordem crescente e decrescente, os padrões e o Sistema Solar.

A terceira semana focou-se na Família, com o livro “Álbum de Famílias”, de Susana Amorim e Rute Agulhas. Foi uma semana muito emotiva e de grande partilha. Explorou-se o livro, ao longo dos três dias, criaram-se flores com as características de cada tipo de Família, abordaram-se os pontos alinhados e não alinhados, segmentos de reta, figuras geometricamente iguais, problemas de processo e a adição. Dialogou-se sobre os membros e os diferentes tipos de Família presentes na história: tradicional, pais separados, monoparental, dois pais, duas mães, pais emigrantes, institucional, de acolhimento, numerosa e de refugiados.

Na quinta semana, de regência completa, com a temática do Brincar, utilizou-se o livro “Rosa Meira Engenheira”, de Andrea Beaty. Explorou-se a história, a construção de frases, o questionamento sobre a importância do brincar e as características da rima. Recordaram-se vários conteúdos com recurso aos materiais manipuláveis, como as figuras geométricas, os sólidos geométricos, as contagens e representações, a localização e orientação no espaço e a resolução de problemas, envolvendo a multiplicação. Exploraram-se as profissões, a Educação Ambiental para a Sustentabilidade com a construção de um brinquedo, utilizando materiais reutilizados. A Educação para o Desenvolvimento e para a Cidadania Global, também esteve presente com atividades ligadas à Equidade de género nos brinquedos e nas oportunidades. Nesta semana, houve a participação dos pais numa atividade de partilha sobre o brincar de antigamente.

Na sétima semana com o tema Santos Populares, o livro foi “Pop-Up Seasons”, de Anna Milbourne. Explorou-se as ilustrações e os elementos de cada página, as festividades de cada estação do ano, dialogou-se sobre a tradição dos Santos Populares e a criaram-se quadras populares. Exploraram-se os padrões de repetição, o dinheiro e as suas equivalências, que foi consolidado com um jogo “O Preço Certo”, onde os alunos tinham de indicar o preço de alguns alimentos do seu dia a dia.

Terminada a descrição do trabalho desenvolvido ao longo de cada semana, importa refletir sobre a passagem pelo 1.º CEB e o impacto que teve em mim. Nunca irei esquecer os sentimentos que tive durante as semanas de observação, que me fizeram crescer e acreditar que somos capazes de fazer aquilo que nos parece impossível. Quando descobri, que o nosso contexto tinha dois níveis de ensino distintos, não sabia como iria fazer para

gerir e conseguir lecionar os dois anos. No primeiro dia de observação, arrisco-me a dizer que medo e angústia foram os sentimentos que me invadiram enquanto observava a PC a interagir com os dois anos em simultâneo. No entanto, com o passar dos dias e com as implementações, percebi que era capaz e senti-me orgulhosa das atividades que planificamos para os alunos. Planificar, foi sem dúvida o maior dos desafios para mim e para a minha colega. A exigência é muito maior e conciliar dois anos distintos na mesma sala não é nada fácil. Apesar disso, adaptámos a nossa metodologia, criando algo que fizesse sentido para nós, se adequasse aos alunos, ao método da PC e que tivesse um fio condutor. Foi difícil fazê-lo, mas o trabalho em par ajudou a estruturar as atividades comuns e diferenciadas para os dois anos. As ideias surgiram, foram ponderadas em conjunto e decididas com a PC, até obter algo com sentido e significado para nós, mas principalmente para os alunos. Compreendi que planificar para dois anos que partilham a mesma sala, exige muito de um professor, mas é possível fazê-lo e com um ensino de qualidade. Com as implementações aprendi que temos de ter capacidade de nos adaptar aos diferentes níveis em que se encontram os alunos, de explicar um conteúdo de diferentes formas para conseguir chegar a todos os alunos e de usar diferentes estratégias e materiais manipuláveis para motivar e captar a sua atenção.

Finalizada esta etapa, o balanço que faço é muito positivo. Deixa-me muito satisfeita saber que valeu a pena todo o esforço, o empenho e a dedicação com que me envolvi neste estágio. Todo o trabalho nas planificações foi compensado com a implementação e o *feedback* que recebemos por parte dos alunos e da PC, que sempre nos apoiou e transmitiu o seu conhecimento e experiência. Nesta passagem pelo 1.º CEB aprendi e cresci muito, compreendi que é possível manter a interdisciplinaridade entre todas as áreas, deixando os alunos motivados e curiosos. É trabalhoso, mas gratificante com a reação junto deles. Levo deste estágio, uma grande bagagem de aprendizagem, pessoas muito queridas e a certeza de que dei o meu melhor, que marquei pela positiva cada aluno e que vamos deixar saudades como eles nos deixam a nós. Termina com a convicção que este é o caminho a seguir.

Projeto de integração local: Ludoteca. A escola estava envolvida num projeto para inovar e embelezar o seu espaço exterior. No recreio, os alunos não dispunham de

materiais para brincarem e, portanto, com este projeto pretendia-se pintar no chão diversos jogos, que possibilitassem aos alunos o desenvolvimento de diversas capacidades, enquanto os exploravam livremente. Numa primeira fase, fez-se um levantamento do que os alunos gostariam de ter no chão do recreio e elegeram-se as ideias que eram passíveis de realizar. Num segundo momento, desenhou-se um esboço do que seria pintado e que posição ocuparia. De seguida, partiu-se para a realização do projeto, desenhando os esboços no chão com giz e pintando com as diferentes tintas disponíveis. Apresentam-se nas Figuras 3 e 4, imagens que mostram o antes e o resultado obtido.

### Figura 3

*Espaço exterior da escola antes da intervenção*



### Figura 4

*Espaço exterior da escola depois da intervenção*





## CAPÍTULO II- PROJETO DE INVESTIGAÇÃO

### Introdução

A seguinte secção está dividida em dois tópicos. No primeiro, apresenta-se a pertinência do estudo, evidenciando-se alguns aspetos para a sua relevância, como a importância da resolução de problemas no ensino da matemática e a pouca variação no tipo de problemas oferecido aos alunos. No segundo, procede-se à definição do problema, bem como à formulação das questões de investigação que orientam este estudo.

#### *Pertinência do estudo*

O estudo foca-se na área da matemática, mais propriamente na resolução de problemas. Esta ocupa um lugar central no desenvolvimento da matemática, apesar de nunca lhe ter sido dada a devida importância (Duarte, 2000). Como tal, deve ter um grande enfoque na sala de aula, não só com problemas rotineiros, mas também com aqueles que desafiam os alunos e testam as suas capacidades, devendo ser desenvolvida logo a partir do 1.º CEB, por ser um processo demorado

o desenvolvimento da capacidade de resolver problemas, sejam eles quais forem, é lento e por isso os alunos necessitam desde cedo de poder contactar com situações desafiadoras que melhorem não só a sua capacidade de resolução de problemas, mas também a sua autoconfiança. (Fonseca, 2014, p. 19)

Neste sentido, é necessário melhorar a qualidade do ensino e “criar condições para que os alunos desenvolvam a sua capacidade para resolver problemas.” (Duarte, 2000, p. 98), procurando combater as diversas dificuldades que apresentam, quer ao nível da compreensão dos problemas, como também, da sua resolução. Muitas destas dificuldades, devem-se ao reduzido contato, ao longo da escolaridade, que os alunos têm com experiências diversificadas que lhes deem a possibilidade de desenvolver as suas capacidades de resolução de problemas, não adquirindo as competências e as estratégias necessárias. No entanto, é preciso contrariar isso e proporcionar aos alunos diferentes problemas, cada vez mais desafiantes, pois a resolução de problemas é uma capacidade que necessita de ser exercitada.

Para além disso, a resolução de problemas está integrada nos diversos conteúdos do programa de matemática do 1.º CEB, devendo ser abordada de forma a potenciar o desenvolvimento dos alunos, a sua forma de pensar e preparando-os para resolver

eficazmente problemas (Vale et al., 2015). Todavia, não deve ser apenas de problemas fechados, com uma única solução, mas sim dar a oportunidade aos alunos de resolver problemas abertos, que possibilitam mais do que uma solução. A falta de oferta destes problemas abertos, recai sobre os manuais escolares, materiais mais usados para apresentar os conteúdos escolares, onde a grande parte dos problemas são problemas de conteúdo, por vezes limitadores da aprendizagem dos alunos e bloqueadores da sua imaginação. A maioria contém problemas de um ou vários passos, de uma única solução, sem permitirem aos alunos oportunidades diversificadas de reflexão, que desafiem a curiosidade. Pelo contrário, os problemas abertos aumentam a comunicação em sala de aula e a criatividade dos alunos (Pehkonen et al., 2013). Porém, quando eles se deparam com um problema aberto, que tem várias soluções, têm mais dificuldade em resolvê-lo, considerando-o difícil, uma vez que não estão habituados a este tipo de problemas que exigem uma exploração diferente e alguma persistência. Ficam inseguros, não resolvem os problemas e quando o fazem é mecanicamente, sem atribuir qualquer sentido (Abrantes et al., 1999) e sem pensar se a resposta está adequada ao que é pedido no problema.

Para contrariar esta situação, neste estudo serão usados problemas abertos, obtidos da transformação dos problemas fechados dos manuais escolares. Desta forma, será possível mostrar como pequenas modificações nos enunciados podem ajudar os alunos a refletir sobre as questões e a envolverem-se mais nas resoluções. Este envolvimento permite que sejam membros ativos nas aulas de matemática, comunicando entre eles as diferentes formas de pensar para resolver um problema, levando-os a refletir sobre a forma como pensaram e a compreenderem as diferentes estratégias de resolução. Isto remete para Duarte (2000) que nos diz “Mais importante que aprender a resolver um problema é aprender com a resolução do problema.” (p.98). Esta aprendizagem só pode ser feita através de problemas que levam os alunos a experimentar “a emoção da descoberta” da resolução, ganhando o gosto pelo raciocínio e pela matemática (Duarte, 2000).



### *Definição do problema e questões de investigação*

Tal como já foi referido, existe um défice nos manuais escolares, no que a problemas abertos diz respeito, o que condiciona a aprendizagem dos alunos, pois não desenvolvem o raciocínio e tendem a pensar que os problemas tem uma única forma de serem resolvidos e uma única solução. Sendo crucial contrariar isto, é necessário inovar e ir além dos manuais escolares com propostas mais desafiadoras e contextualizadas com as restantes áreas do currículo. Assim, pretende-se analisar e comparar, em contexto natural, o desempenho de alunos, do 3.º ano de escolaridade, na resolução de problemas com carácter fechado, e também problemas abertos, que podem assumir diferentes resoluções e mais do que uma solução. Espera-se que os alunos reflitam sobre diferentes aspetos, nomeadamente, o método e a representação usados, em diferentes possibilidades de resposta, a organizarem o seu pensamento e a descreverem o percurso que utilizaram na resolução, apresentando-o aos colegas. Procura-se ainda que sejam capazes de compreender a diversidade de soluções e de processos de resolução que os problemas abertos podem ter (Castillo, 2010), que se habituem a justificar as suas escolhas e respeitem os pontos de vista dos colegas.

Deste modo, este estudo justifica-se pela necessidade de dar resposta ao problema apresentado, bastante atual e fundamental para o desenvolvimento do conhecimento dos alunos e a melhoria das suas atitudes relativamente à aprendizagem da matemática. Para orientar o estudo foram definidas as seguintes questões de investigação:

1. Como é que os alunos resolvem problemas de processo? Que estratégias usam?
2. Que dificuldades manifestam os alunos: na compreensão e na resolução dos problemas abertos?

### **Revisão de Literatura**

Nesta secção apresenta-se a fundamentação teórica, que sustenta este trabalho de investigação. Foca-se no tema em estudo, tendo em conta o problema e as questões de investigação. Está dividida em três tópicos: no primeiro, centrado na resolução de problemas, refere-se a sua importância no ensino, a definição de problema e distinguem-

se problemas abertos de problemas fechados. No segundo tópico, aborda-se a resolução de problemas na prática escolar, salientando-se a importância de se trabalharem com os alunos diferentes estratégias de resolução de problemas e enumerando-as. Apresentam-se, também, estratégias para transformar os problemas fechados em problemas abertos e ainda as dificuldades manifestadas pelos alunos na resolução de problemas. O terceiro e último tópico, mostra três casos empíricos relacionados com a temática desta investigação.

### *Resolução de problemas*

Importância da resolução de problemas. A resolução de problemas é para Fonseca (2014) o “motor de desenvolvimento da ciência e da nossa civilização.” (p. 17), pois toda a vida o ser humano se deparou com problemas para resolver, e, até mesmo, inventar, recorrendo aos seus conhecimentos para os solucionar. Não é possível existir matemática sem a resolução de problemas, sem o raciocínio e, também, sem a explicação do aluno sobre o seu raciocínio (Fonseca, 2014).

No documento das Aprendizagens Essenciais (ME, 2021), refere-se que “A resolução de problemas é uma atividade central da matemática, na qual todos os alunos devem poder tornar-se, progressivamente, mais eficazes.” (p. 3), estando um dos objetivos gerais para a aprendizagem da matemática ligado à resolução de problemas “Desenvolver a capacidade de resolver problemas recorrendo aos seus conhecimentos matemáticos, de diversos tipos e em diversos contextos, confiando na sua capacidade de desenvolver estratégias apropriadas e obter soluções válidas.” (p. 3). Além disso, a resolução de problemas é uma das capacidades matemáticas transversais, que juntamente com os conhecimentos matemáticos, devem fazer parte da aprendizagem dos alunos (ME, 2021).

De referir, também, que no documento das Aprendizagens Essenciais atualmente em vigor (ME, 2018), uma das finalidades principais do ensino da matemática é “Promover a aquisição e desenvolvimento de conhecimento e experiência em Matemática e a capacidade da sua aplicação em contextos matemáticos e não matemáticos.” (p. 2). Esta finalidade, pretende que os alunos compreendam os conceitos, as propriedades, as relações matemáticas que podem estabelecer, as técnicas e os procedimentos a utilizar, desenvolvendo a capacidade para analisar, interpretar e resolver situações em diferentes

contextos, consigam generalizar, desenvolvam a capacidade de argumentação matemática, para explicarem e justificarem o seu raciocínio e as conclusões a que chegaram, bem como a capacidade de resolver e formular problemas (ME, 2018). A concretização desta finalidade só é possível através da prática da resolução de problemas em sala de aula, que dá aos alunos ferramentas para resolverem diversos problemas tanto no contexto da matemática como, também, no seu dia a dia.

De referir, ainda, que de acordo com o Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória (Martins et al., 2017), raciocínio e resolução de problemas são uma das dez áreas de competência a desenvolver nos alunos, mostrando como é essencial que façam parte do ensino da matemática e da sua aprendizagem

as competências na área de Resolução de problemas dizem respeito aos processos de encontrar respostas para uma nova situação, mobilizando o raciocínio com vista à tomada de decisão, à construção e uso de estratégias e à eventual formulação de novas questões. (p.23)

Por outro lado, é importante compreender os diversos significados que estão associados a esta área de competência. A resolução de problemas é um processo para dotar os alunos de diferentes estratégias de resolução, que obrigam a pensar num caminho para chegar à solução, possibilitando a aplicação de conteúdos adquiridos, bem como a aquisição de novos conhecimentos. Para Vale e Pimentel (2004) a resolução de problemas pode ser definida segundo três perspetivas diferentes

um processo, quando pretendemos dotar os alunos com estratégias de resolução tornando-os solucionadores cada vez mais aptos de problemas; é também uma finalidade, quando tentamos atender aos aspetos matemáticos como explorar, questionar, investigar, descobrir e usar raciocínios plausíveis; e, por fim, é um método de ensino, que surge para introduzir conceitos envolvendo exploração e descoberta, de acordo com as finalidades do ensino da matemática e de factos, conceitos e procedimentos matemáticos. (p.11)

Pode ainda ser vista como uma via facilitadora da aprendizagem da matemática, considerada “um processo que deve orientar a actividade matemática na sala de aula do 1.º ciclo, proporcionando um contexto de aprendizagem em que se apresentam novos conceitos ou se aprofundam e aplicam conceitos já adquiridos.” (Boavida et al., 2008, p.15).

Como se pode ver, a resolução de problemas apesar de não ser considerada um domínio do programa de matemática como os Números e Operações, a Geometria e

Medida e a Organização e Tratamento de Dados é parte integrante da matemática e “deve acompanhar em paralelo o currículo e a prática de sala de aula, a par de outras tarefas mais procedimentais, desenvolvendo a compreensão dos conceitos e da estrutura matemática.” (Vale et al., 2015, p.45).

No Programa de Matemática para o Ensino Básico (ME, 2013), é referido que a resolução de problemas envolve, da parte dos alunos, a leitura e interpretação de enunciados, a mobilização de conhecimentos de factos, conceitos e relações, a seleção e aplicação adequada de regras e procedimentos, previamente estudados e treinados, a revisão, sempre que necessária, da estratégia preconizada e a interpretação dos resultados finais. (p.5)

Com o intuito de provar a importância que a resolução de problemas tem no ensino da matemática e no desenvolvimento das capacidades para resolver problemas, podem ser enumerados um conjunto de diferentes aspetos. Um deles é a construção de novos conhecimentos matemáticos com a possibilidade de uma aprendizagem ativa através da resolução de problemas. Outro está ligado ao desenvolvimento do pensamento, procurando conduzir os alunos a pensar de maneira diferente e para além do ponto de partida e também a fomentar o raciocínio e a justificação das respostas, levando-os a raciocinar matematicamente (Boavida et al., 2008). Para além disto, um aspeto também importante diz respeito à tomada de decisão. Cada aluno, perante um problema, tem de decidir como vai atuar para chegar à solução, nomeadamente as estratégias que vai adotar, dentro daquelas que conhece.

Ainda de referir, o contato que a resolução de problemas tem com o quotidiano, ajudando os alunos a resolver problemas do seu dia a dia (Vale & Pimentel, 2004), mostrando a utilidade da matemática fora da escola, na vida quotidiana de cada um (Boavida et al., 2008). Por fim, mas não menos importante, salientam-se as conexões que a resolução de problemas possibilita, dando a oportunidade de verificar os conhecimentos dos alunos sobre diferentes temas do ensino. Na opinião de Boavida et al. (2008) “permite estabelecer conexões entre vários temas matemáticos e entre a Matemática e outras áreas curriculares” (p.14).

Para reforçar, a resolução de problemas surge como um tema e um conteúdo de aprendizagem no documento das Aprendizagens Essenciais (ME, 2018), onde se pretende

que “Os alunos desenvolvam a capacidade de resolver problemas em situações que convocam a mobilização das aprendizagens nos diversos domínios, e de analisar as estratégias e os resultados obtidos.” (p.5). Uma capacidade transversal aos quatro anos do 1.º CEB, que pode ser atingida através da operacionalização de diferentes objetivos adequados a cada ano.

Assim, a resolução de problemas oferece uma visão holística da matemática, promovendo “o desenvolvimento de determinados comportamentos e atitudes (autoconfiança), que apontam para níveis cognitivos elevados (compreensão e aplicação) e não apenas para o conhecimento de factos e técnicas” (Duarte, 2000, p. 99).

**Definição de problema.** Para aplicar a resolução de problemas na sala de aula, é necessário compreender o que é um problema, com o intuito de adequá-lo aos objetivos que se pretendem atingir. Todavia, não é fácil defini-lo, pois, dependendo da situação pode estar-se perante um problema ou simplesmente um exercício, consoante o momento e o indivíduo que o resolve. Um exercício “não tem surpresas e pode ser resolvido confortavelmente utilizando procedimentos rotineiros e familiares.” (Vale & Pimentel, 2004, p. 13).

Contrariamente, um problema “é uma tarefa que difere de um exercício essencialmente pelo facto de o aluno não dispor previamente de um algoritmo ou estratégia que conduzirá a uma solução.” (Duarte, 2000, p. 98). Considera-se que só se está perante um problema, quando não se sabe o caminho para chegar à solução, colocando o aluno em atividade para a descobrir (Vale et al., 2015).

Segundo Vale e Pimentel (2004) “um problema é uma situação para a qual não se dispõe, à partida, de um procedimento que nos permite determinar a solução.” (p. 12). Um problema tem de assumir determinadas características: ser compreensível para os alunos, motivante e estimulante, ter vários processos de resolução e integrar vários temas (Boavida et al., 2008). No entanto, Duarte (2000) defende que “Os problemas não devem surgir somente como um factor de motivação externa para o estudo da Matemática, mas como algo que é inerente à Matemática.” (p. 99).

Dessa forma, um problema é considerado bom, quando desafia “os alunos a desenvolver e aplicar estratégias, que são um meio para introduzir novos conceitos e que

oferecem um contexto para usar e desenvolver diferentes capacidades.” (Boavida et al., 2008, p. 26).

Distinção entre problemas abertos e problemas fechados. Dependendo do objetivo que se pretende atingir, o professor deve ter em conta os diferentes tipos de problemas que existem. Os problemas de cálculo implicam a tomada de decisão relativamente às operações a usar, mediante os dados apresentados, podendo distinguir-se problemas de um passo e problemas de mais passos. Estes problemas levam os alunos a fazer uma análise muito superficial e a darem respostas sem sentido (Boavida et al., 2008), sendo considerados problemas fechados, por terem apenas um caminho e uma solução (Sullivan et al., 2005).

Outro tipo, são os problemas de processo, que não têm uma solução óbvia e podem despertar o interesse dos alunos

Geralmente, embutidos em contextos mais complexos e requerem um maior esforço para compreender a Matemática necessária para chegar à solução, uma vez que tem de se recorrer a estratégias de resolução mais criativas para descobrir o caminho a seguir. Requerem persistência, pensamento flexível e uma boa dose de organização. (Boavida et al., 2008, p. 19)

Podem também ser chamados de problemas abertos, dado que têm mais de um caminho, várias respostas e formas de raciocínio (Sullivan et al., 2005), apresentam um objetivo claro, envolvem a procura de padrões e ligações entre os elementos do problema, estimulam o pensamento matemático de ordem superior, permitem usar diversas estratégias matemáticas e colocar em prática diferentes conteúdos, adequando-se aos distintos níveis de desenvolvimento dos alunos (Way, 2017).

De acordo com Castillo (2010) um problema aberto tem de cumprir pelo menos uma das seguintes condições: a) não oferecer todas as informações necessárias para a resolução, mas quem o resolve tem meios para obtê-las; b) o enunciado do problema pode gerar diferentes interpretações por parte de quem o lê, de acordo com a experiência de cada um; c) a sua estruturação permita a reformulação, usando a criatividade e a originalidade; d) não é possível ter acesso direto à solução do problema.

Vale e Pimentel (2004) referem que os problemas abertos possibilitam “ao aluno vários processos de resolução onde tenha de “investigar” para chegar a um resultado.” (p.

14). São problemas que levam os alunos a procurar o contexto do problema, a tomar decisões, a estabelecer ligações e a identificar alternativas, podendo ser abordados de diferentes maneiras (Sullivan et al., 2005).

Para resolver este tipo de problemas, “os alunos têm de fazer explorações para descobrir regularidades e formular conjeturas,” (Boavida et al., 2008, p. 20), analisando diferentes opções de resposta, através dos processos e estratégias de resolução (Sullivan et al., 2005). Cada aluno faz a sua interpretação do problema, seleciona as suas estratégias e apresenta as soluções, podendo “haver alunos que fazem uma exploração total da questão e outros que só descobrem algumas possibilidades, mas todos têm oportunidade de fazer alguma descoberta, de acordo com os seus conhecimentos e capacidades.” (Boavida et al., 2008, p. 22).

O uso destes problemas na sala de aula acarreta várias vantagens para o crescimento e aprendizagem dos alunos, nomeadamente o desenvolvimento das suas habilidades de resolução de problemas, do seu raciocínio (Pehkonen et al., 2013), do espírito crítico e da capacidade de reflexão. Os alunos ficam de tal forma envolvidos na “procura de diferentes métodos e caminhos, e não apenas de uma resposta” (Boavida et al., 2008, p. 16), que no momento de partilha, as diferentes estratégias de resolução e soluções geram discussões entre os alunos, que são extraordinários momentos de aprendizagem (Way, 2017).

De referir, ainda, que segundo Sullivan et al. (2005) os problemas abertos contribuem para o diálogo constante com o professor e entre pares sobre as estratégias usadas e as soluções obtidas, ocorrendo aprendizagem resultante das tarefas realizadas pelos alunos, selecionadas intencionalmente pelo professor. Isto mostra como estes problemas podem ser excelentes oportunidades de avaliação para o professor, pois os alunos têm a oportunidade de mostrar o que são capazes de fazer, expondo e defendendo o seu modo de encontrar as soluções (Way, 2017).

No entanto, os problemas abertos são de uma grande exigência, uma vez que “necessitam de maior concentração dos alunos, de melhor compreensão dos textos, de conjugação de vários saberes, da construção de argumentação em defesa das opções tomadas e, várias vezes, da delimitação de contornos quando as situações propostas são

menos definidas” (Fonseca, 2014, p. 19). E, portanto, é preciso explorar estes problemas na sala de aula, para que os alunos desenvolvam as competências necessárias para os resolver.

#### *A resolução de problemas na prática escolar*

Estratégias de resolução de problemas. Vale et al. (2015) afirmam que “o envolvimento dos alunos em resolução de problemas procurando vários modos de resolução permite-lhes compreender que um problema pode ser abordado de muitos modos diferentes e com a utilização de várias estratégias, conduzindo a soluções criativas.” (p. 49). Hoje em dia, é normal existirem diferentes processos de resolução e vários caminhos para obter a mesma ou várias soluções (Fonseca, 2014).

A interpretação do problema e as escolhas das estratégias são algo muito particular, que varia de aluno para aluno, existindo “uma relação estreita entre cada problema e quem o resolve.” (Fonseca, 2014, p. 18). Quando se deparam com um problema, os alunos selecionam as estratégias que, do seu ponto de vista, os ajudarão a compreender o problema e a chegar à solução.

Na opinião de Boavida et al. (2008) “as estratégias são ferramentas que, a maior parte das vezes, se identificam com processos de raciocínio e que podem ser bastante úteis em vários momentos do processo de resolução de problemas.” (p. 23). Para além de úteis, acarretam algumas vantagens: “(a) ajudam os alunos a abordar o problema e a descobrir um caminho; (b) podem ser uma alternativa ao uso direto de conceitos que o aluno não possui ou não estão acessíveis; e (c) facilitam muitas vezes a interpretação das situações.” (Vale et al., 2015, p. 49).

De acordo com o Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória, perante um problema

os alunos colocam e analisam questões a investigar, distinguindo o que se sabe do que se pretende descobrir. Definem e executam estratégias adequadas para investigar e responder às questões iniciais. Analisam criticamente as conclusões a que chegam, reformulando, se necessário, as estratégias adotadas. (Martins et al., 2017, p. 23)

Para que isso aconteça, as tarefas propostas pelos professores devem ser adequadas e motivar os alunos para procurar modos de resolução diferentes, levando-os



“a ir progressivamente adquirindo um rol de estratégias úteis e produtivas noutras abordagens.” (Vale et al., 2015, p. 45).

Relativamente às estratégias, ME (2013) é da opinião que “Embora os alunos possam começar por apresentar estratégias de resolução mais informais, recorrendo a esquemas, diagramas, tabelas ou outras representações, devem ser incentivados a recorrer progressivamente a métodos mais sistemáticos e formalizados.” (p. 5).

São muitas as estratégias enumeradas pelos diferentes investigadores, para ajudar os alunos a resolver problemas. Boavida et al. (2008) indicam algumas estratégias que podem ser usadas no 1.º CEB, de forma única ou conjunta: “Fazer uma simulação/dramatização; Fazer tentativas; Reduzir a um problema mais simples; Descobrir um padrão; Fazer uma lista organizada; Trabalhar do fim para o princípio” (p. 23).

Vale e Pimentel (2004) descrevem algumas delas e acrescentam outras estratégias possíveis para a resolução de problemas. “Descobrir um padrão/Descobrir uma regra ou lei de formação” (p. 24) é uma estratégia que se foca em determinados passos do problema para descobrir um padrão ou uma regra, que permite obter a resposta através da generalização. “Fazer tentativas/Fazer conjeturas” (p. 24) consiste em observar os dados do problema e procurar “adivinhar” qual será a solução, através da testagem de várias hipóteses e verificando a sua veracidade, relativamente ao que é pedido no problema.

Outra estratégia é “Trabalhar do fim para o princípio” (p. 24) usada quando se conhece o ponto de chegada, mas desconhece-se o ponto de partida, iniciando-se a resolução pelo fim ou por aquilo que se quer provar. A estratégia “Usar dedução lógica/Fazer eliminação” (p. 24) implica observar e analisar todas as hipóteses possíveis e usar o raciocínio lógico para ir eliminando, uma a uma, aquelas que não são válidas face ao problema, restando apenas uma, que é a solução correta.

Na estratégia “Reduzir a um problema mais simples/Decomposição/Simplificação” (p. 24) resolve-se um determinado caso do problema ou coloca-se o problema mais simples, resolvendo-o por partes. Está associada à estratégia de descoberta de um padrão. A estratégia “Fazer uma simulação/Fazer uma experimentação/ Fazer uma dramatização” (p. 25) leva os alunos a utilizarem objetos, criarem modelos ou dramatizações do problema, para simplificá-lo e conseguirem encontrar a solução.

Outra estratégia é “Fazer um desenho/diagrama, gráfico ou esquema” (p. 25) onde os alunos recorrem a estas ferramentas para ilustrar o seu modo de pensamento e explicar como chegaram à solução. A última é “Fazer uma lista organizada ou fazer uma tabela” (p. 25) e pode ser usada como estratégia de resolução ou para representar, organizar e guardar a informação fornecida no problema. Mediante as diferentes estratégias que foram apontadas é importante que os alunos compreendam cada uma delas, saibam como as utilizar e percebam quais são aquelas que melhor se adequam a cada problema.

**Estratégias de transformação de problemas.** Transformar um problema numa abordagem mais aberta pode ser uma tarefa com alguma complexidade para os professores, mesmo quando o ponto de partida são problemas já existentes. Não obstante, é possível fazê-lo de uma forma fácil, se o ponto de partida forem os problemas básicos fechados que já existem, uma excelente fonte para os problemas abertos (Way, 2017).

Cada problema que existe esconde um mundo de vários problemas, com muito potencial para serem explorados com os alunos (Moses et al., 1990). Uma estratégia para transformar um problema é olhar para ele e questionar que tipo de informação nos dá, que tipo de informação desconhecemos e queremos descobrir, que tipo de restrições são impostas na resposta e só depois gerar um novo problema a partir do original, alterando o que conhecemos, o que é desconhecido ou as restrições (Moses et al., 1990). Partindo de um problema original podemos tirar dele o máximo proveito e transformá-lo em vários problemas com diferentes questões, onde os alunos utilizam o seu raciocínio e aplicam os seus conhecimentos para chegar à resposta, ou às várias respostas que podem existir.

No entanto, a transformação dos problemas pode não ser apenas tarefa do professor, mas, também, dos alunos, tornando-se algo muito desafiante. A forma como os problemas são colocados aos alunos é um aspeto importante, para que essa transformação possa ocorrer. Moses et al. (1990) estabeleceram alguns princípios a ter em conta: a partir da identificação e alteração das restrições surge o princípio um, onde os alunos devem aprender a concentrar-se no enunciado do problema e não apenas no modo como vão fazer para resolvê-lo. Procurando, com a ajuda do professor, levar os alunos a construir várias associações do mesmo problema, tornando a formulação cada vez mais criativa e a resolução de problemas eficaz. Através do olhar para as coisas familiares de maneiras

estranhas surge o princípio dois, que reforça a importância de começar num território matemático confortável, que ajuda até os alunos mais novos, com algum incentivo do professor, a mudar as restrições de um problema e que pode ser facilitada com a inclusão de material manipulável, tornando o território matemático ainda mais familiar (Moses et al., 1990).

O princípio três, surge com o intuito de incentivar os alunos a usar a ambiguidade, que deve ser vista como útil e produtiva e não como um fracasso, para criar novas perguntas e problemas, sendo o professor um facilitador dessa criação ao interpretar mal, de forma propositada, uma resposta do aluno, que servirá para focar a atenção dos restantes (Moses et al., 1990). O quarto, e último princípio, incentiva a ensinar a ideia de domínio desde cedo aos alunos, para que joguem o mesmo jogo matemático com um conjunto de peças diferentes (Moses et al., 1990).

Do ponto de vista de Yeo (2017) outra forma de abrir problemas pode ser pedir aos alunos que encontrem diferentes métodos de resolução para chegar à solução. Criar um novo problema, é algo que se torna mais fácil com a prática. Depois de identificadas as variáveis, transformar um problema torna-se uma reação automática para qualquer problema básico de palavras (Way, 2017).

Com se pode ver, a transformação de problemas pode ser tarefa do professor e, também, dos alunos. Contudo, o professor tem um papel fundamental no estabelecimento do contexto necessário e no apoio aos alunos para aprenderem a abrir um problema, bem como na promoção de alguns aspetos como a partilha de ideias, a entajuda e na criação de um clima de sala de aula propício a que se sintam livres para colocar os seus próprios problemas, possam escolher aqueles que vão resolver, sem a pressão do limite de tempo (Moses et al., 1990).

Dificuldades manifestadas pelos alunos. Quando os alunos se deparam com uma nova tarefa relacionada com a resolução de problemas, as intervenções do professor são cruciais para criar um ambiente de partilha de ideias na sala de aula. O professor tem um papel fundamental na apresentação da tarefa, devendo intervir de forma propositada e intencional para influenciar a discussão, desenvolver o raciocínio dos alunos, incentivá-los a darem explicações mais detalhadas das estratégias que utilizaram, a justificar as suas

soluções perante os colegas, e a generalizá-las, promovendo a sua autonomia (Mueller et al., 2014).

Nem sempre é fácil para alguns alunos esta última parte de comunicar aos colegas as suas soluções, uma vez que é algo que não estão habituados a fazer na maioria dos casos. Para comunicar a resolução de um problema, os alunos têm de apresentar o seu raciocínio, argumentar em defesa da sua estratégia (Fonseca, 2014), o que por vezes se torna complicado, porque não têm as ferramentas necessárias que os ajudam a expressar o seu modo de pensar.

Transmitir aos outros a linha de raciocínio usada para chegar à solução, é uma tarefa que exige da parte dos alunos alguma perseverança. Pehkonen et al. (2013) acreditam que os alunos devem ser desafiados a explicar o que pensam e de que forma o fazem, como também, a justificar o seu pensamento. Nas palavras de Boavida et al. (2008) “Os alunos devem ser encorajados a apresentar à turma as suas resoluções e a explicar porque acham que fazem sentido.” (p. 33).

Por outro lado, os alunos também precisam de aprender a escutar e a aceitar as ideias dos colegas. Algo que pode ser desenvolvido através do trabalho em pequeno grupo, que os incentiva a partilharem opiniões, a ouvirem as explicações dos colegas, a pedirem ajuda e a questionarem (Mueller et al., 2014). O questionamento é a chave para os alunos se habituarem a refletir sobre as suas estratégias e a convencerem os colegas da validade das suas justificações, promovendo uma compreensão mais elaborada e ajudando no crescimento matemático do aluno (Mueller et al., 2014).

No entanto, o trabalho em grupo nem sempre é privilegiado, porque os professores partem do pressuposto que aqueles alunos que apresentam mais dificuldades não serão capazes de compreender e realizar o problema do mesmo modo que os restantes, tratando-os de forma distinta, usando um tom de voz mais alto e repetindo várias vezes as etapas a realizar. Em vez disso, o professor deve fazer com que se sintam parte integrante da turma, participativos, dando algumas instruções para a realização do problema, como por exemplo, o significado de algum termo, ou a existência de várias soluções e diferentes maneiras de resolução (Sullivan et al., 2005). Da mesma forma, para aqueles alunos que terminam muito rápido, o professor deve dar tarefas complementares relacionadas com o

mesmo problema, estendendo a sua experiência, para que desenvolvam o pensamento matemático de nível superior, a sua capacidade de argumentação, diálogo e reflexão, antes de avançar para a próxima tarefa (Sullivan et al., 2005).

Visualizar os dados do problema e organizá-los para chegar à solução, é uma dificuldade de alguns alunos. Cabe ao professor facultar-lhes material concreto manipulável, que os ajuda a criar uma memória visual e aumenta a probabilidade de encontrarem semelhanças ou diferenças nas suas soluções (Way, 2017). A interpretação e compreensão do enunciado do problema e a escolha da estratégia que mais se adequa ao problema são também dificuldades apresentadas na resolução de problemas.

Para além destas, Schoenfeld (1992), citado por Vale e Pimentel (2004), indica mais algumas das dificuldades manifestadas pelos alunos

por exemplo, uma das concepções muito comum entre os alunos é a de que os problemas têm sempre uma solução e que esta é única. Ou que os problemas têm de ser rapidamente resolvidos em poucos minutos. Estas concepções têm efeitos prejudiciais no desempenho dos alunos, pois pode levá-los a desistirem caso não consigam resolver um problema ao fim de alguns minutos ou caso descubram que o problema não tem solução. (p. 16)

Por tudo isto, salienta-se a necessidade da resolução de problemas estar presente no dia a dia dos alunos, destacando-se também a motivação como fator fundamental para que esta aprendizagem seja coesa e significativa. Os problemas devem estar inseridos num contexto que faça sentido para os alunos, como por exemplo estar relacionado com as abordagens que estão a ser feitas nas restantes áreas, para dessa forma, despertar a vontade de os resolver. A ausência deste contexto torna-se uma dificuldade para os alunos.

### *Casos empíricos*

Com o intuito de compreender e fortalecer o conhecimento da prática da resolução de problemas em sala de aula, foi importante conhecer outros trabalhos existentes na mesma área de investigação. Assim, nesta secção da revisão de literatura serão apresentados três estudos empíricos realizados, direta ou indiretamente, no âmbito da resolução de problemas, com alunos do 1.º CEB.

Destaca-se o estudo realizado, na Escola Superior de Educação, do Instituto Politécnico de Viana de Castelo, no âmbito de mestrado, por Fernandes (2017), intitulado

“Resolução de Problemas Abertos com alunos do 3.º ano de escolaridade”, com seis alunos do 3.º ano, quatro do sexo feminino e dois do sexo masculino, com sete e oito anos de idade. O objetivo do estudo era “perceber o contributo de problemas abertos para o desempenho dos alunos, para a forma como veem a matemática e para a sua capacidade de comunicar.” (Fernandes, 2017, p. 23). Para orientar este estudo foram definidas as seguintes questões de investigação: Como é que a resolução de problemas abertos influencia a imagem dos alunos sobre a matemática? Qual o grau de envolvimento dos alunos na resolução de problemas abertos? Como se caracteriza o desempenho dos alunos perante problemas abertos? Como é que o recurso a problemas abertos desenvolve a capacidade de comunicar dos alunos? A autora optou por seguir uma abordagem do paradigma interpretativo, com uma metodologia de investigação qualitativa, usando o método Investigação-Ação. Utilizou como técnicas de recolha de dados a observação, as tarefas matemáticas, as notas de campo e o questionário. As tarefas foram apresentadas aos alunos para eles resolverem. Primeiro foi entregue um problema fechado e, depois um problema aberto, formulado a partir do problema fechado. Concluiu que houve uma evolução e melhoria no desempenho dos alunos quanto à resolução de problemas. As tarefas abertas foram uma excelente ferramenta para os alunos terem um papel mais ativo, “levando-os a refletir sobre a forma de resolver o problema, a organizar o pensamento e a desenvolver a comunicação matemática.” (Fernandes, 2017, p.iii).

Ribeiro (2016) desenvolveu na Escola Superior de Educação, do Instituto Politécnico de Setúbal, uma investigação com o título “Resolução de Problemas de Subtração no 2.º Ano de Escolaridade”. Este estudo tinha como principal objetivo “compreender e caracterizar o modo como os alunos do 2.º ano resolvem problemas de subtração.” (Ribeiro, 2016, p. 2). Procurando, também, identificar as estratégias usadas pelos alunos e as dificuldades que apresentavam ao resolver este tipo de problemas. Tratou-se de um estudo de natureza interpretativa, tendo por base uma metodologia qualitativa. Os participantes eram 25 alunos, mas foram selecionados apenas três para proceder a uma análise mais aprofunda das suas resoluções. Com o intuito de orientar o estudo, definiram-se duas questões de investigação: “Quais as estratégias utilizadas pelos alunos do 2.º ano quando resolvem problemas de subtração? Que dificuldades os alunos

manifestam quando resolvem problemas de subtração?” (Ribeiro, 2016, p. 3). Para a recolha de dados recorreu à observação participante e à recolha documental. Foi desenvolvida uma proposta com oito problemas, ao longo de seis semanas, permitindo concluir que os alunos usavam diversas estratégias para resolver os problemas e as principais dificuldades eram ao nível da compreensão do problema, na adequação da estratégia a usar e no processo de resolução.

Em 2019, Lopes fez uma dissertação de mestrado, na mesma instituição que a anterior, intitulada “A Resolução de Problemas e a Literatura Infantil”. Esta investigação tinha como principal objetivo “compreender o contributo da Literatura Infantil no desenvolvimento da capacidade de resolução de problemas de alunos do 3.º ano de escolaridade ” (Lopes, 2019, p. iv). Recorreu a uma abordagem qualitativa, inserida numa investigação sobre a prática. Os participantes foram doze alunos, três do sexo feminino e nove do sexo masculino, com idades compreendidas entre os oito e os doze anos. Para orientar o estudo definiram-se três questões de investigação: Quais as estratégias utilizadas pelos alunos na resolução de problemas associados às histórias infantis exploradas? Quais as fases de resolução, propostas por Polya, a que os alunos recorrem na resolução de problemas? Qual a perceção dos alunos acerca do contributo das histórias infantis exploradas na resolução de problemas? As técnicas usadas na recolha de dados foram a observação participante, a recolha documental e o inquérito por questionário. Realizaram-se três tarefas, com três, quatro e três problemas cada uma. Estes problemas estavam associados às operações de multiplicação e divisão e formulara-se em função das aprendizagens das crianças, indo ao encontro dos seus gostos. Os resultados permitiram concluir que o grupo usa várias estratégias para resolver os problemas, sendo a mais usada a adição repetida; na grande parte dos problemas os alunos utilizam apenas as três primeiras fases de resolução propostas por Polya, e percebem que as histórias exploradas ajudam na capacidade para resolver problemas.

Com a pesquisa feita, mostrou-se a importância da resolução de problemas na prática escolar, bem como o impacto positivo que pode ter junto dos alunos. De tal forma que permite o desenvolvimento de competências em diferentes níveis, se tiverem oportunidade de contactar com este tipo de problemas, integrados num contexto e que

possibilitam o estabelecimento de conexões dentro da matemática e também com outras áreas.

## Metodologia

Na presente secção do relatório descrevem-se e fundamentam-se as opções metodológicas selecionadas para a concretização deste estudo, caracterizam-se os participantes envolvidos, explicitam-se as técnicas de recolha de dados usadas, descreve-se a intervenção educativa e apresentam-se as tarefas propostas aos alunos. Esta secção termina com a apresentação dos procedimentos de análise de dados e a calendarização ao longo do estudo.

### *Opções metodológicas*

Para que a investigação se desenvolva em plena sintonia com o objetivo do estudo e as questões de investigação, é necessário definir o paradigma a adotar, a natureza da metodologia e o método que a caracterizam. Este estudo procura analisar e comparar, em contexto natural, o desempenho de alunos, do 3.º ano de escolaridade, na resolução de problemas com carácter fechado, e também problemas abertos, que podem assumir diferentes resoluções e mais do que uma solução. Para atingir este objetivo foram formuladas duas questões de investigação: 1) Como é que os alunos resolvem problemas de processo? Que estratégias usam? 2) Que dificuldades manifestam os alunos: na compreensão e na resolução de problemas abertos?

Neste sentido, necessita-se de enveredar por um caminho que sustente a investigação e oriente o investigador. Antes de o fazer é preciso ter conhecimento dos diferentes paradigmas que existem, das metodologias de investigação e dos métodos que podem ser adotados. A identificação do paradigma é fulcral, pois os paradigmas guiam a pesquisa, delineando as várias opções que o investigador terá de decidir para chegar às respostas do problema e das questões de investigação (Coutinho, 2018). Na visão de Kuhn (1962), citado por Coutinho (2018), paradigma pode ser definido como “o conjunto de crenças, valores, técnicas partilhadas pelos membros de uma dada comunidade científica” e como “modelo para o “quê” e para o “como” investigar num dado e definido contexto histórico/social” (p.9).



Existem vários paradigmas de investigação. Coutinho (2018) destaca três deles: o paradigma positivista, o paradigma interpretativo e o paradigma sócio crítico. Atendendo ao objetivo do estudo e às questões de investigação, optou-se por adotar o paradigma interpretativo, que valoriza o papel do investigador, tem como finalidade compreender, interpretar e descobrir significados, onde a teoria e a prática estão relacionadas e orienta a metodologia, que se distancia da prática, procurando analisar e descrever os métodos (Coutinho, 2018).

A metodologia, por sua vez, pode assumir três tipos de natureza: quantitativa, qualitativa ou mista. Neste estudo privilegiou-se a metodologia de natureza qualitativa focada na compreensão mais profunda dos problemas, investigando as razões que levam a determinados comportamentos, deixando de lado a preocupação com a dimensão dos participantes e a generalização dos resultados (Fernandes, 1991). Nesta metodologia “admite-se que há tantas interpretações da realidade quanto os indivíduos (investigadores) que a procuram interpretar” (Fernandes, 1991, p. 2), sendo o investigador o principal instrumento de recolha de dados, influenciando a qualidade dos dados pela sensibilidade que tem, o conhecimento adquirido e a sua integridade (Fernandes, 1991).

De acordo com Bogdan e Biklen (1994) a investigação de natureza qualitativa tem cinco características principais: “a fonte direta de dados é o ambiente natural, constituindo o investigador o instrumento principal” (p. 47), dado que se compreendem melhor as ações se forem observadas no seu contexto natural; é descritiva, sendo os dados recolhidos através de palavras ou imagens, para que nenhum detalhe passe despercebido; foca-se no processo e não apenas nos resultados obtidos; os dados são analisados pelos investigadores de forma indutiva e o significado tem grande importância, pois os investigadores interessam-se em compreender o modo como as pessoas dão sentido às suas vidas.

Neste estudo o método selecionado foi o estudo de caso, “que envolve o estudo intensivo e detalhado de uma entidade bem definida: o “caso”” (Coutinho, 2018, p. 335). É um método que tem como objetivo geral “explorar, descrever, explicar, avaliar e/ou transformar” (Gómez et al., 1996, citado por Coutinho, 2018, p. 337). No dizer de Merriam (1988), citado por Bogdan e Biklen (1994), “O estudo de caso consiste na observação

detalhada de um contexto, ou indivíduo, de uma única fonte de documentos ou de um acontecimento específico” (p. 89).

Ponte (1994) apresenta uma definição bastante completa para o estudo de caso e alguns aspetos que caracterizam esta abordagem

Um estudo de caso pode ser caracterizado como um estudo de uma entidade bem definida como um programa, uma instituição, um sistema educativo, uma pessoa, ou uma unidade social. Visa conhecer em profundidade o seu “como” e os seus “porquês”, evidenciando a sua unidade e identidade próprias. É uma investigação que se assume como particularística, isto é, que se debruça deliberadamente sobre uma situação específica que se supõe ser única em muitos aspectos, procurando descobrir o que há nela de mais essencial e característico. (p. 3)

Neste estudo, o caso era um grupo de alunos do 3.º ano de escolaridade.

### *Participantes*

O presente estudo realizou-se em contexto de PES, durante o ano letivo 2020/2021, numa escola de 1.º CEB, situada numa das freguesias de Viana do Castelo. A turma era constituída por alunos de dois anos de escolaridade distintos, o 1.º e o 3.º ano. Contudo, o estudo incidiu apenas no 3.º ano de escolaridade, com 12 alunos, quatro do sexo masculino e oito do sexo feminino, com idades compreendidas entre os oito e os nove anos. Todos os participantes estavam autorizados pelos seus encarregados de educação a participar neste estudo. Foram informados da finalidade e objetivos do estudo, bem como da garantia no anonimato e da confidencialidade dos dados recolhidos, através do pedido de autorização aos pais/encarregados de educação (Anexo 1).

A composição do grupo de alunos que participou no estudo, de acordo com a sua idade e género, bem como a codificação adotada para garantir o anonimato e a confidencialidade dos dados encontram-se na Tabela 1.

O grupo de alunos demonstrava interesse e entusiasmo na realização das tarefas propostas. Eram muito empenhados e participativos, sem receio de exporem as suas dúvidas ou ideias. Apresentavam um bom comportamento e curiosidade na descoberta das tarefas a realizar. Estavam habituados ao diálogo e à partilha, dos diferentes pontos de vista, em grande grupo. Maioritariamente, resolviam apenas problemas de passos, com a aplicação direta de uma, duas ou mais das quatro operações aritméticas (Vale & Pimentel,

2004) e não estavam habituados a resolver problemas de processo, que podem ser resolvidos através da utilização de diferentes estratégias. As principais dificuldades encontravam-se na interpretação e resolução de problemas.

**Tabela 1**

*Composição do grupo em estudo/codificação dos alunos*

<b>Idade</b>	<b>Sexo</b>	<b>Código dos alunos</b>
8 anos	Feminino	EM; AC; CP; AD; LP; MR; LS
9 anos	Feminino	AP
	Masculino	DM; SM; MG; DL

#### *Recolha de dados*

A recolha de dados é “uma fase crucial em qualquer investigação” (Vale, 2004, p. 179), depois da definição do problema, do objetivo, das questões de investigação e da metodologia a seguir, é essencial escolher as técnicas de recolha de dados, para que, posteriormente, possa ser feita uma análise cuidada dos dados recolhidos. De acordo com as palavras de Vale (2004) “os dados qualitativos são obtidos a partir de ações que comportam com elas intenções e significados. Estas ações ocorrem sempre em situações específicas, num contexto social e histórico e são interpretadas profundamente, quer pelos participantes (“insiders”) quer pelo investigador (“outsider”)” (p. 179).

Seguindo este estudo um método de estudo de caso, uma das suas características é que “o investigador recorre a fontes múltiplas de dados e a métodos de recolha muito diversificados: observações diretas e indiretas, entrevistas, questionários, narrativas, registos áudio e vídeo, diários, cartas, documentos, etc” (Coutinho, 2018, p. 336). Assim, para a recolha de dados neste estudo recorreu-se a várias técnicas de recolha de dados como: observação participante, meios audiovisuais: registo vídeo, áudio e fotográfico, conversas informais e documentos escritos pelos alunos: tarefas matemáticas. Foram selecionadas mais do que uma fonte para “permitir por um lado, assegurar as diferentes perspetivas dos participantes no estudo e por outro, obter várias “medidas” do mesmo fenómeno, criando condições para uma triangulação dos dados, durante a fase de análise”

(Coutinho, 2018, p. 341). Desta forma, as técnicas escolhidas fortalecem-se umas às outras e possibilitam a obtenção de informação diferenciada, para o enriquecimento da investigação. Apresentam-se, de seguida, as técnicas de recolha de dados utilizadas nesta investigação.

**Observação Participante.** Uma das técnicas de recolha de dados são as observações, consideradas por Vale (2004) “a melhor técnica de recolha de dados do indivíduo em actividade, em primeira mão, pois permitem comparar aquilo que diz, ou que não diz, com aquilo que faz” (p. 181). Para além disso, esta técnica “permite que o investigador observe os participantes sem ter de depender do que lhe respondem” (Coutinho, 2018, p. 53). Na visão de Fernandes (1991) “através de observação detalhada e planeada e de interacção estreita com os sujeitos podem estudar-se os processos cognitivos que utilizam na resolução de situações problemáticas” (p. 4). Quanto ao tipo de protocolo, as observações podem ser estruturadas, se o investigador utiliza uma grelha de observação ou não estruturadas, onde o investigador observa pormenorizadamente, mas não tem nenhum documento elaborado para fazer o registo. Neste estudo optou-se por fazer uma observação não estruturada.

A posição que o investigador assume, identifica o tipo de observação que se realiza. Neste caso, uma posição interativa com os participantes, caracterizando-se por observação participante. De acordo com Yin (1989), citado por Vale (2004), “a observação participante designa um modo especial de observação no qual o investigador não é meramente um observador passivo mas desempenha algum papel na situação que está a ser estudada ou participa em actividades relacionadas com ela” (p. 182). Neste tipo de observação, “o investigador assume um papel ativo e atua como mais um membro do grupo que observa; o objetivo neste caso, é conseguir ter a perspetiva de um insider do grupo, sem perder a credibilidade que assiste a um investigador social” (Angrosino, 2012, citado por Coutinho, 2018, p. 46).

No contexto, esta técnica foi usada através da observação dos alunos aquando da realização das tarefas, bem como as respostas que cada um proferia acerca das suas estratégias de resolução e as justificações que apresentava.

Meios audiovisuais: registo vídeo, áudio e fotográfico. Como a observação foi participante, não era possível fazer o registo em simultâneo com a intervenção. Por isso, recorreu-se aos meios audiovisuais para auxiliar no processo de recolha de dados. Estas ferramentas foram usadas durante as intervenções em contexto de sala de aula. Os registos facilitaram a transcrição em detalhe dos momentos de discussão das resoluções das tarefas. Desta forma, o investigador focou a atenção nas questões a colocar aos alunos para gerar a discussão, sem se preocupar com o registo escrito do que diziam.

A gravação áudio é uma ferramenta essencial para verificar a forma como os alunos se expressam ao explicar o seu raciocínio, captando a sua linguagem verbal e as discussões que se desenvolvem entre os alunos. Por sua vez, a gravação vídeo permite uma perceção da intervenção dos participantes, possibilitando a verificação da sua linguagem verbal e não verbal. De acordo com as palavras de Postic e De Ketele (1988), citados por Amado (2014), “o registo vídeo permite reconstituir um processo de ensino/aprendizagem, analisar as cadeias de comportamentos, os modos de “abertura e de fecho” utilizados pelos professores, assinalar os momentos-chave e analisar certas sequências selecionadas” (p. 238). São meios fundamentais que permitem a captação de determinados pormenores, que de outra forma não seriam possíveis de obter. Por outro lado, possibilitam a análise posterior detalhada dos dados recolhidos, tendo a vantagem de puderem ser repetidas inúmeras vezes.

Conversas informais. Este tipo de conversas são caracterizadas por Amado (2014) como entrevistas informais, onde não há “um plano prévio (por isso as designamos por informais), tratando-se, em muitos casos, de verdadeiras “conversas” ou “troca de ideias” acerca do vivido” (p. 210). Ao longo da intervenção foram realizadas algumas conversas informais com a professora cooperante sobre o grupo de participantes e as tarefas propostas para a investigação. Com os alunos, também, foram realizadas conversas informais para esclarecer algumas das resoluções das tarefas apresentadas e auxiliar na interpretação feita por eles.

Segundo Vale (2004) estas conversas informais com os participantes do estudo permitem criar “situações que forneçam dados complementares em relação aos que resultam da observação naturalista, assim como uma grande dose de confiança que

estimule aquelas conversas” (p. 182). Estas conversas informais são uma mais valia para a investigação, na medida, em que completam as tarefas realizadas pelos participantes, permitindo ao investigador compreender como cada participante interpretou a tarefa proposta, o raciocínio e o modo de pensar que desenvolveu.

Documentos escritos pelos alunos: tarefas matemáticas. As tarefas implementadas junto dos alunos constituíram uma técnica de recolha de dados essencial nesta investigação. Foram implementadas cinco tarefas junto dos alunos, todas resolvidas individualmente. No final da realização de cada tarefa, foi possível ficar com os registos dos alunos para posterior análise das estratégias usadas na resolução dos problemas apresentados. Estas tarefas permitem compreender o modo como os alunos resolvem os problemas propostos, analisar as suas respostas e o seu desempenho. De acordo com as Aprendizagens Essenciais (ME, 2021) “a experiência matemática dos alunos desenrola-se a partir de tarefas, sendo essencial que estas sejam poderosas e desafiantes, com vista a cativar os alunos e impulsionar as suas aprendizagens” (p. 6). Neste sentido, foram construídas tarefas que fossem ao encontro deste pensamento.

### *Intervenção educativa*

Este estudo desenvolveu-se com a implementação de cinco tarefas relacionadas com a resolução de problemas, enquadradas na temática explorada durante a semana. Eram tarefas que desafiavam os alunos a resolver problemas, aplicando diferentes estratégias de resolução. Cada uma teve origem num problema do manual do 3.º ano “A Grande Aventura” (Landeiro et al., 2020), adaptado para construir um problema relacionado ao contexto da semana e reformulado para obter um problema aberto. Para selecionar os problemas do manual, numa primeira fase escolheram-se aqueles que possibilitavam distintas aberturas, uma vez que é possível fazer esta transformação a partir de problemas básicos fechados que já existem (Way, 2017). Numa segunda fase, selecionaram-se os que se adequavam aos conteúdos da semana ou que explorassem conteúdos já lecionados. Os problemas foram escolhidos no decorrer das semanas, adaptando-se às necessidades dos alunos e selecionados com o conhecimento da professora cooperante. Numa terceira fase, os problemas originais foram transformados,

fazendo-se várias derivações do mesmo problema, para posteriormente escolher as mais interessantes e adequadas. Assim, na Tabela 2, apresentam-se os problemas do manual, que deram origem às tarefas apresentadas aos alunos.

**Tabela 2**

*Associação de cada tarefa ao problema original do manual*

<b>Tarefa</b>	<b>Problema Original</b> (Fonte: Landeiro et al., 2020)
n.º 1	Para o lanche, a Estrela decidiu fazer sandes. Ela tem pão de leite e pão de trigo e manteiga, fiambre e queijo. Se ela quiser colocar apenas 1 ingrediente em cada sandes, quantas sandes diferentes pode fazer? Podes usar desenhos, esquemas ou palavras. (p. 117)
n.º 2	Calcula a idade do pai do João, sabendo que: - O algarismo das unidades representa um número que é o dobro do das dezenas. - A soma dos números representados pelos seus algarismos é 9. (p. 129)
n.º 3	Os alunos do 3.º ano foram fazer uma caminhada. Levaram 135 sandes, que foram colocadas em 5 geleiras, cada uma com o mesmo número de sandes. Calcula quantas sandes ficaram em cada uma. (p. 156)
n.º 4	Na sala há uma estante com 8 prateleiras. Em cada uma há 24 livros. Quantos livros existem na estante?. (p. 90)
n.º 5	Hoje é o dia de aniversário do Ulisses. A Estrela fez-lhe um presente e vai embrulhá-lo usando uma fita com 120 cm. Será que consegue passar a fita em todos os lados de um presente com a forma de um cubo e ainda fazer um laço com 125 cm? Regista no teu caderno a forma como pensaste. (p.128)



A recolha de dados para este estudo decorreu em simultâneo com a PES, pelo que estava adaptada ao normal funcionamento das intervenções do par pedagógico, para não causar estranheza nos alunos. Desta forma, cada semana trazia uma nova temática, com uma obra literária a ser explorada, estando todas as atividades nas diferentes áreas relacionadas com ela. Neste sentido, os problemas apresentados aos alunos, também, se enquadraram na obra literária e na temática explorada em cada semana: os afetos, a família e o brincar. Foi necessário, numa primeira instância, realizar pequenas alterações no enunciado e, depois, alterações mais profundas, que deram origem aos problemas com

um carácter aberto. As tarefas foram realizadas entre abril e maio do ano letivo de 2020/2021.

De seguida, apresentam-se na Tabela 3, as datas da realização de cada tarefa, bem como a obra literária associada e o tipo de problema realizado.

**Tabela 3**

*Identificação dos problemas e data em que foram implementados*

Tarefa	Obra literária da semana	Data	Tipo de Problema
n.º 1	“A girafa que comia estrelas” de José Eduardo Agualusa	26 de abril	<b>Problema de processo:</b> Os acessórios da girafa Olímpia para usar no almoço
		27 de abril	<b>Problema aberto:</b> Os acessórios da girafa Olímpia para usar no almoço
n.º 2	“Álbum de Famílias” de Susana Amorim e Rute Agulhas	11 de maio (manhã)	<b>Problema fechado:</b> A idade do pai da Ana
		11 de maio (tarde)	<b>Problema aberto:</b> A idade do pai da Ana
n.º 3	Susana Amorim e Rute Agulhas	11 de maio (manhã)	<b>Problema fechado:</b> A caminhada da turma da Esperança
		11 de maio (tarde)	<b>Problema aberto:</b> A caminhada da turma da Esperança
n.º 4	“Rosa Meira, Engenheira” de Andrea Beaty	24 de maio	<b>Problema fechado:</b> A estante na escola da Rosa Meira Engenheira
		25 de maio	<b>Problema aberto:</b> A estante na escola da Rosa Meira Engenheira
n.º 5	Andrea Beaty	26 de maio	<b>Problema fechado:</b> O presente da Rosa Meira Engenheira
		27 de maio	<b>Problema aberto:</b> O presente da Rosa Meira Engenheira

Descrição das tarefas. Em cada semana de intervenção eram apresentadas duas tarefas aos alunos do 3.º ano. Cada uma era composta por dois problemas, um com carácter mais fechado e outro com carácter mais aberto, à exceção de uma tarefa que teve dois problemas abertos.



A implementação das tarefas seguia uma rotina: num dia era entregue o problema com um carácter mais fechado, no dia seguinte era feita a sua correção e discussão e entregue a versão do problema com carácter aberto, para os alunos resolverem. No dia seguinte era feita a correção deste e discussão. Poucas foram as vezes que não se seguiu esta rotina, por motivos de supervisão da PES.

Com a implementação destas tarefas procurou-se que os alunos compreendessem e aplicassem os seus conhecimentos matemáticos para resolver os problemas, ganhando gosto, autoconfiança e autonomia na resolução de problemas. Os principais objetivos de aprendizagem no momento da realização dos problemas foram: “Reconhecer e aplicar as etapas do processo de resolução de problemas” e “Aplicar e adaptar estratégias diversas de resolução de problemas, em diversos contextos” (ME, 2021, p. 13). Relativamente aos momentos de correção dos problemas, um dos principais objetivos era “Reconhecer a correção, a diferença e a eficácia de diferentes estratégias da resolução de um problema” (ME, 2021, p. 13-14).

Ao longo da realização e das correções das tarefas, procurou-se sempre criar na sala um ambiente positivo, onde os alunos se sentissem à vontade para colocar as suas dúvidas e apresentar as suas resoluções. Segundo as Aprendizagens Essenciais (ME, 2021) “devem ser criados ambientes de aprendizagem matemática onde errar seja visto como fazendo parte do processo de aprendizagem” (p. 7). Por outro lado, durante as correções das tarefas consideraram-se as estratégias usadas por cada um dos alunos, valorizando-se o seu modo de pensar e dando oportunidade de se expressarem aos colegas para explicar o seu raciocínio. De acordo com as Aprendizagens Essenciais (ME, 2021) o professor deve

acolher resoluções criativas propostas pelos alunos, valorizando o seu espírito de iniciativa e autonomia, e analisar, de forma sistemática, com toda a turma, a diversidade de resoluções relativas aos problemas resolvidos, de modo a proporcionar o conhecimento coletivo de estratégias que podem ser mobilizadas em outras situações. (p. 13)

Para além disso, é fundamental que nestes momentos de discussão em grande grupo, os alunos se habituem a avaliar a eficácia de cada uma das estratégias que são apresentadas, que as comparem, indiquem aquelas que são mais adequadas para cada problema, que tomem uma posição fundamentada, bem como se habituem a ter a

capacidade de negociar e aceitar os diferentes pontos de vista que surgem ao longo das discussões (ME, 2021). Procurou-se desenvolver estes aspetos junto dos alunos.

De seguida, descreve-se cada uma das tarefas propostas aos alunos, o enunciado dos problemas, as questões de interpretação colocadas e possíveis estratégias de resolução.

*Tarefa n.º 1: Os acessórios da girafa Olímpia para usar no almoço.* Esta foi a primeira tarefa apresentada aos alunos, um problema de processo que envolvia a combinatória e admitia mais do que uma solução, onde os alunos tinham de combinar dois objetos dos disponíveis nos dados do enunciado. Foi usado como modelo o problema existente no manual, alterando-se os dados para elementos relacionados com a história. Pretendia-se com este problema verificar as estratégias que os alunos usavam, como reagiam ao facto de o problema assumir mais do que uma solução e as dificuldades que apresentavam tanto ao nível da interpretação do enunciado, como da realização da tarefa.

A girafa Olímpia e a galinha Dona Margarida estão a organizar um almoço com os seus amigos. Ajuda-as a resolver os problemas que vão surgindo durante os preparativos. A girafa Olímpia decidiu colocar um acessório para ficar com mais estilo. Tem 3 bonés: amarelo, azul, verde; 2 cachecóis: laranja, vermelho e 2 pares de óculos: às flores e às pintas. Que possibilidades diferentes tem se escolher 1 boné e 1 par de óculos?

Os alunos começaram por ler o problema e responder às questões de interpretação colocadas oralmente, para que compreendessem o conteúdo do problema e o que se pretendia descobrir.

#### **Questões de interpretação**

*Que acessórios tem a Olímpia? (A Olímpia tem bonés, cachecóis e óculos.)*

*Quantos tem de cada um dos tipos? ( Tem três bonés, dois cachecóis e dois pares de óculos.)*

*O que vai ter de combinar? ( Vai ter de combinar um boné e um par de óculos.)*

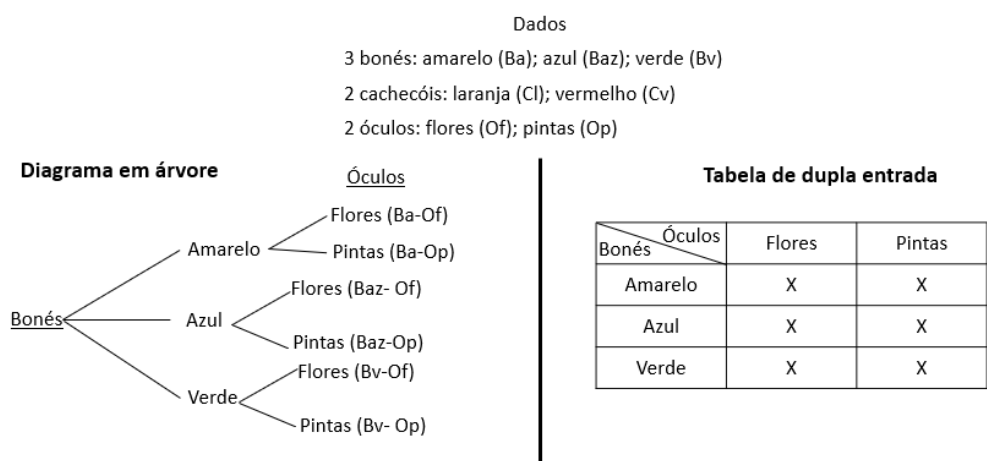
*Quantos são de cada tipo? (São três bonés e dois pares de óculos.)*

*O que queremos descobrir? (Queremos descobrir quais são as possibilidades diferentes que existem ao combinar um boné e um par de óculos.)*

Depois, avançaram para a resolução do problema, onde tinham de descobrir as possibilidades que a girafa Olímpia tinha ao escolher um boné e um par de óculos. Para resolver o problema, os alunos tinham de combinar todos os elementos do conjunto de bonés, com os elementos do conjunto de pares de óculos. Dado que, o conjunto dos bonés era constituído por três bonés de cores diferentes, cada um deles podia ser combinado com os dois elementos do conjunto de par de óculos, podendo ser com o das flores ou o das pintas. Assim sendo, para cada boné existiam duas possibilidades diferentes, fazendo um total de seis possibilidades, que os alunos tinham de indicar quais eram. Este problema podia ser resolvido utilizando várias estratégias. Apresentam-se na Figura 5 duas delas: a utilização de um diagrama em árvore e a construção de uma tabela de dupla entrada.

**Figura 5**

*Dois possíveis estratégias de resolução para o problema de processo*



**Resposta:** Tem seis possibilidades diferentes de escolher um boné e um par de óculos: Ba-Of; Ba-Op; Baz-Of; Baz-Op; Bv-Of; Bv-Op.

No dia seguinte, após a correção do problema, os alunos resolveram o problema com um caráter mais aberto. Este foi reformulado a partir do anterior, alterando-se a questão do problema, onde os alunos passaram a combinar três acessórios diferentes, em vez de dois. Pretendia-se com este problema que comparassem os dois enunciados e apontassem as diferenças existentes, nomeadamente o que tinham de descobrir. Pretendia-se, também, observar a sua reação a este novo problema muito parecido com o anterior.

A girafa Olímpia e a galinha Dona Margarida estão a organizar um almoço com os seus amigos. Ajuda-as a resolver os problemas que vão surgindo durante os preparativos. A girafa Olímpia decidiu colocar um acessório para ficar com mais estilo. Tem 3 bonés: amarelo, azul, verde; 2 cachecóis: laranja, vermelho e 2 pares de óculos: às flores e às pintas. Que possibilidades diferentes tem se escolher 1 acessório de cada tipo?

Da mesma forma que no problema anterior, os alunos leram o problema e responderam às questões de interpretação.

### Questões de interpretação

*Que acessórios tem a Olímpia? (A Olímpia tem bonés, cachecóis e óculos.)*

*Quantos acessórios vai escolher? ( Vai escolher um boné, um cachecol e um par de óculos.)*

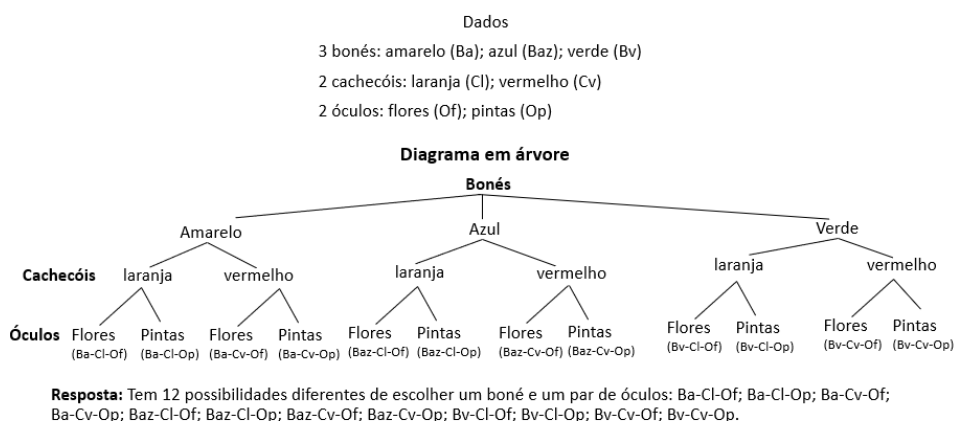
*O que queremos descobrir? (Queremos descobrir as possibilidades diferentes que tem ao escolher um acessório de cada tipo.)*

*Quais as diferenças entre este problema e o de ontem? (A diferença é que passamos a combinar três objetos diferentes em vez de serem dois.)*

De seguida, iniciaram a resolução do problema. Neste, para além de combinar os elementos do conjunto de bonés e os elementos do conjunto de pares de óculos, tinham, também, de combinar os elementos do conjunto de cachecóis. Uma das estratégias possíveis para chegar às 12 possibilidades deste problema, foi utilizar, novamente, o diagrama de árvore, que permitiu listar quais eram as possibilidades, como se mostra na Figura 6.

**Figura 6**

*Possível estratégia de resolução para o problema aberto*



*Tarefa n.º 2: A idade do pai da Ana.* A segunda tarefa entregue aos alunos era um problema fechado, com uma única solução, mas que assumia diversos processos de resolução. Pretendia-se observar como os alunos resolviam o problema, as estratégias que usavam e se consideravam as duas condições apresentadas para chegar à resposta do problema.

Calcula a idade do pai da Ana, tendo em conta que:

-O algarismo das unidades representa um número que é o dobro do das dezenas.

-A soma dos números representados pelos seus algarismos é 9.

Os alunos leram o enunciado do problema e responderam às questões de interpretação, que tinham o intuito de ajudar os alunos a compreender o significado de cada condição, antes de avançarem para a resolução do problema.

#### **Questões de interpretação**

*Qual o algarismo que vai ser maior? (O algarismo que vai ser maior é o das unidades.)*

*Qual a relação entre o algarismo das unidades e o das dezenas? (O algarismo das unidades é o dobro do das dezenas.)*

*Qual a soma dos números que representam o algarismo das dezenas e o das unidades? (A soma dos números que representam o algarismo das dezenas e das unidades é nove.)*

*O que queremos descobrir? (Queremos calcular a idade do pai da Ana.)*

De seguida, iniciaram a resolução do problema, autonomamente. Precisavam de obedecer às duas condições em simultâneo, considerando que se uma das condições era “O algarismo das unidades representa um número que é o dobro do das dezenas”, então o número que era maior era o das unidades, obtendo-o através da multiplicação, por dois, do número que representa o algarismo das dezenas. Por outro lado, existia a segunda condição “A soma dos números representados pelos seus algarismos é 9”, onde era preciso decompor o número natural nove para ver quais os números que obedeciam também à primeira condição. Havia várias estratégias para chegar à solução deste problema e descobrir a idade do pai da Ana. Na Figura 7, mostra-se uma possível resolução do problema.

No mesmo dia, durante a tarde, após a correção do problema anterior, os alunos resolveram o problema aberto. Desta vez foram propostas duas aberturas diferentes para o problema anterior, às quais os alunos procuraram dar resposta. Na reformulação deste problema, para além das alterações ao nível das condições apresentadas, foi acrescentada uma informação relativa à Ana “uma menina do 3.º ano”, desnecessária para a resolução do problema. Todavia, pretendia-se que os alunos compreendessem que era um dado em excesso, sem importância para a resolução, mas que muitas vezes os enunciados dos problemas apresentam este tipo de informações, cabendo aos alunos ser seletivos para recolher os dados que realmente importam para chegar à resposta. Este tipo de problemas deve ser apresentado aos alunos tal como nos dizem as Aprendizagens Essenciais (ME, 2021) “Propor problemas com excesso de dados ou com dados insuficientes” ( p. 13). Neste caso, aproveitou-se a oportunidade para fazer esta exploração adicional e levar os alunos a refletir sobre isto.

### Figura 7

*Possível resolução para o problema fechado*

Dados

1.ª Condição: O algarismo das unidades (U) é o dobro das dezenas (D)  
 2.ª Condição: A soma dos números representados pelos algarismos das dezenas e das unidades é nove (D+U= 9);

**Fazer tentativas**

D+U= 9

Decomposição do número 9:

<p>9=1+8</p> <p>2+7</p> <p>3+6</p> <p>4+5</p>	<p>Depois da decomposição do número 9, faz-se os cálculos obedecendo à 1.ª condição: se o algarismo das dezenas for 1, o das unidades será <math>2 \times 1 = 2</math>, mas <math>1+2</math> não dá 9, por isso a idade não é 12. Analisemos todas as opções:</p>	<p>D      U (2xD)</p> <p>—      —</p>
	<p><math>2 \times 1 = 2, 1 + 2 = 3 \neq 9</math></p> <p><math>2 \times 2 = 4, 2 + 4 = 6 \neq 9</math></p> <p><math>2 \times 3 = 6, 3 + 6 = 9 = 9</math></p>	<p><math>\frac{1}{1} \quad \frac{2}{2} \quad \times</math></p> <p><math>\frac{2}{2} \quad \frac{4}{4} \quad \times</math></p> <p><math>\frac{3}{3} \quad \frac{6}{6}</math></p>

**Resposta:** A idade do pai da Ana é 36 anos.

No enunciado do problema aberto, alterou-se a primeira condição, mantendo-se a segunda: “A soma dos números representados pelos seus algarismos é 9”. Esta alteração fez com que passassem a existir várias soluções.

Calcula a idade do pai da Ana, uma menina do 3.º ano, tendo em conta que:  
 -O algarismo das dezenas representa um número que é maior do que o das unidades.  
 -A soma dos números representados pelos seus algarismos é 9.

Foi estruturado um conjunto de questões de interpretação para ajudar os alunos a compreender as condições implementadas e a identificar as diferenças existentes entre este problema e o fechado.

### Questões de interpretação

*Em que ano anda a Ana? (A Ana anda no 3.º ano.)*  
*Qual o algarismo que vai ser maior? (O algarismo que vai ser maior é o das dezenas.)*  
*Qual a soma dos números que representam o algarismo das dezenas e o das unidades? (A soma dos números que representam o algarismo das dezenas e das unidades é nove.)*  
*O que queremos descobrir? (Queremos descobrir a idade do pai da Ana.)*

Os alunos verificaram que apesar de terem de descobrir, na mesma, a idade do pai da Ana, este problema era diferente, pois a primeira condição passou a ser “O algarismo das dezenas representa um número que é maior do que o das unidades”. Depois, iniciaram a resolução do problema. Na Figura 8 apresenta-se uma possível resolução para este problema aberto.

### Figura 8

Possível resolução para o problema aberto um

Dados

1.ª Condição: O algarismo das dezenas (D) é maior do que o das unidades (U);  
 2.ª Condição: A soma dos números representados pelos algarismos das dezenas e das unidades é nove ( $D+U=9$ );

**Fazer tentativas**

$D+U=9$

Depois da decomposição do número 9, organiza-se as possibilidades, obedecendo à 1.ª condição. Analisemos todas as opções:

Decomposição do número 9:

$9=1+8$	$\underline{\quad} \underline{\quad}$	$\underline{8} \underline{1}$	$D > U$ $\underline{\quad} > \underline{\quad}$
$2+7$	$\underline{\quad} \underline{\quad}$	$\underline{7} \underline{2}$	
$3+6$	$\underline{\quad} \underline{\quad}$	$\underline{6} \underline{3}$	
$4+5$	$\underline{\quad} \underline{\quad}$	$\underline{5} \underline{4}$	
$0+9$	$\underline{\quad} \underline{\quad}$	$\underline{9} \underline{0}$	

**Resposta:** A idade do pai da Ana pode ser 54, 63, 72, 81 ou 90 anos.

A partir do problema fechado, surgiu um segundo problema aberto, com várias soluções. Desta vez, foram alteradas as duas condições.

Calcula a idade do pai da Ana, uma menina do 3.º ano, tendo em conta que:  
-O algarismo das dezenas representa um número que é o dobro do das unidades.  
-A soma dos números representados pelos seus algarismos é um número par.

Antes de resolver o problema, os alunos responderam às questões de interpretação e esclareceram as suas dúvidas.

#### **Questões de interpretação**

*Em que ano anda a Ana? (A Ana anda no 3.º ano.)*

*Qual o algarismo que vai ser maior? (O algarismo que vai ser maior é o das dezenas.)*

*Qual a relação entre o algarismo das unidades e o das dezenas? (O algarismo das dezenas é o dobro do das unidades.)*

*Qual a soma dos números que representam o algarismo das dezenas e o das unidades? (A soma dos números que representam o algarismo das dezenas e das unidades é um número par.)*

*O que queremos descobrir? (Queremos descobrir a idade do pai da Ana.)*

De seguida, iniciaram a resolução do problema. Para o fazer, precisavam de esquecer as condições que tinham sido impostas até ao momento e focarem-se nas novas que surgiram. Passou a ser o algarismo das dezenas o dobro do das unidades, sendo o das dezenas maior e a soma dos dois era um número par. Os alunos precisaram de recorrer aos seus conhecimentos matemáticos, pondo em prática a sua capacidade de raciocínio matemático, para recordar quais os números que somados dão um número par. Esta condição só é possível quando somamos dois números pares ou dois números ímpares. Uma forma de resolver este problema era fazer por tentativas, experimentando colocar um número nas unidades, calculando o seu dobro e verificando se a sua soma dava um número par. Na Figura 9 apresenta-se uma possível resolução deste problema. Como se pretendia que os alunos encontrassem todas as soluções, esta estratégia de usar a tentativa e erro deve ser feita de forma organizada para ter a certeza de que são testadas todas as possibilidades.



## Figura 9

Possível resolução para o problema aberto dois

Dados

- 1.<sup>a</sup> Condição: O algarismo das dezenas (D) representa um número que é o dobro do das unidades (U);
- 2.<sup>a</sup> Condição: A soma dos números representados pelos algarismos das dezenas e das unidades é um número par;

### Fazer tentativas

Se a soma é número par, então os números representados pelos algarismos das dezenas e das unidades são os dois pares ou ímpares.

Se o número representado pelo algarismo das unidades for 1, o das dezenas será 2, porque  $1 \times 2 = 2$ , mas  $2 + 1 = 3$ , que não é par, logo a idade 21 não é possível.

Analisemos as restantes possibilidades.

D(2xU)	U	
<u>  </u>	<u>  </u>	
<u>  2  </u>	<u>  1  </u>	$1 \times 2 = 2$ , $2 + 1 = 3$ não é par <b>X</b>
<u>  4  </u>	<u>  2  </u>	$2 \times 2 = 4$ , $4 + 2 = 6$ é par
<u>  6  </u>	<u>  3  </u>	$3 \times 2 = 6$ , $6 + 3 = 9$ não é par <b>X</b>
<u>  8  </u>	<u>  4  </u>	$4 \times 2 = 8$ , $8 + 4 = 12$ é par

**Resposta:** A idade do pai da Ana pode ser 42 ou 84 anos.

*Tarefa n.º 3: A caminhada da turma da Esperança.* A terceira tarefa era um problema fechado, com uma única solução, que envolvia a operação da divisão.

Os alunos da escola da Esperança foram fazer uma caminhada. Levaram 135 sandes, que foram colocadas em 5 geleiras, cada uma com o mesmo número de sandes. Calcula quantas sandes ficaram em cada uma.

Os alunos leram o enunciado do problema e responderam às questões de interpretação colocadas oralmente, para verificar se compreenderam o que era pedido.

### Questões de interpretação

*O que foram fazer os alunos da turma da Esperança?* (Os alunos da turma da Esperança foram fazer uma caminhada.)

*O que levaram para a caminhada?* (Para a caminhada levaram sandes dentro de geleiras.)

*Quantas sandes tinham?* (Tinham 135 sandes.)

*Quantas geleiras tinham?* (Tinham 5 geleiras.)

*A quantidade de sandes em cada geleira varia?* (Não, a quantidade de sandes em cada geleira não varia, têm todas o mesmo número.)

*O que queremos descobrir?* (Queremos descobrir o número de sandes que leva cada geleira.)

Para resolver o problema, tinham de aplicar o algoritmo da divisão, uma vez que os dados apresentados permitiam efetuar esta operação, já que todas as geleiras tinham o mesmo número de sandes. Apresenta-se na Figura 10, uma possível estratégia de resolução.

### Figura 10

*Possível resolução para o problema fechado*

Dados

135 sandes

5 geleiras com igual número de sandes.

#### Fazer a operação da divisão

$$\begin{array}{r|l} 135 & 5 \\ -10 & 27 \\ \hline 35 & \\ -35 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

**Resposta:** Em cada geleira ficaram 27 sandes.

A partir do problema fechado, obteve-se o problema aberto, retirando o número de geleiras que havia, possibilitando a existência de mais do que uma solução.

Os alunos da escola da Esperança foram fazer uma caminhada. Levaram 135 sandes, que foram colocadas em geleiras, cada uma com o mesmo número de sandes. Calcula quantas geleiras havia.

Os alunos leram o enunciado e responderam às questões de interpretação, identificando as diferenças existentes entre este problema e o anterior.

#### Questões de interpretação

*O que foram fazer os alunos da turma da Esperança? (Os alunos da turma da Esperança foram fazer uma caminhada.)*

*O que levaram para a caminhada? (Levaram para a caminhada sandes dentro de geleiras.)*

*Quantas sandes tinham? (Tinham 135 sandes.)*

*Quantas geleiras tinham? (Não sabemos o número de geleiras que havia.)*

*O número de sandes em cada geleira varia? (Não, o número de sandes em cada geleira não varia, tem todas o mesmo número.)*

*O que queremos descobrir? (Queremos descobrir o número de geleiras que havia.)*

*Como podemos descobrir? (Podemos descobrir através de tentativas.)*

De seguida, iniciaram a resolução do problema. Para descobrir as diferentes soluções que existiam para este problema, uma das estratégias para resolvê-lo era usar a tentativa erro e o algoritmo da divisão. Para que a solução fosse possível, as operações de divisão, só eram válidas e contabilizadas quando a divisão era exata, ou seja, o resto dava zero, uma vez que todas as geleiras tinham o mesmo número de sandes. Neste problema, depois de encontradas todas as soluções possíveis (1,3,5,9,15,27,45,135) era importante refletir com os alunos acerca destes números, explicando que são os divisores do 135, e, portanto, dividem exatamente o 135, isto é, quando o resto dá zero. E refletir, também sobre quais das soluções faziam sentido no contexto do problema. Na Figura 11, apresenta-se um processo de resolução para este problema.

**Figura 11**

*Possível resolução para o problema aberto*

Dados	Fazer tentativas	
<p>135 sandes geleiras com igual número de sandes.</p> <p>Se tivermos 1 geleira, então esta leva 135 sandes.</p> <hr/> <p>Se tivermos 2 geleiras, então:</p> $\begin{array}{r} 135 \quad 2 \\ -12 \quad 67 \\ \hline 15 \\ -14 \\ \hline 1 \end{array}$ <p>Mas sobra uma sandes, logo não dá.</p> <hr/> <p>Se tivermos 3 geleiras, então:</p> $\begin{array}{r} 135 \quad 3 \\ -12 \quad 45 \\ \hline 15 \\ -15 \\ \hline 0 \end{array}$ <p>Cada uma leva, 45 sandes.</p>	<p>Se tivermos 4 geleira, então:</p> $\begin{array}{r} 135 \quad 4 \\ -12 \quad 33 \\ \hline 15 \\ -12 \\ \hline 3 \end{array}$ <p>Mas sobram 3 sandes, logo não dá.</p> <hr/> <p>Se tivermos 5 geleiras, então:</p> $\begin{array}{r} 135 \quad 5 \\ -10 \quad 27 \\ \hline 35 \\ -35 \\ \hline 0 \end{array}$ <hr/> <p>Se tivermos 6 geleiras, então:</p> $\begin{array}{r} 135 \quad 6 \\ -12 \quad 22 \\ \hline 15 \\ -12 \\ \hline 3 \end{array}$ <p>Mas sobram 3, logo não dá.</p>	<p>Da mesma forma, se tivermos 7, 8, 10, 11, 12, 13 e 14 geleiras, também não dá porque sobram sandes.</p> <p>Com 9 geleiras, conseguimos ter 15 sandes em cada uma.</p> $\begin{array}{r} 135 \quad 9 \\ -9 \quad 15 \\ \hline 45 \\ -45 \\ \hline 0 \end{array}$ <p><b>Resposta:</b> Das soluções existentes, fazem sentido para o contexto do problema, as seguintes:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>1 geleira com 135 sandes;</li> <li>3 geleiras com 45 sandes cada;</li> <li>5 geleiras com 27 sandes cada;</li> <li>9 geleiras com 15 sandes cada.</li> </ul>

*Tarefa n.º 4: A estante na escola da Rosa Meira Engenheira.* Esta tarefa era um problema fechado, com uma única solução, que envolvia a multiplicação.

Na biblioteca da escola de Rosa Meira há uma estante, com 8 prateleiras. Em cada uma há 24 livros sobre Engenharia. Quantos livros existem na estante?

Para ajudar a compreender o enunciado do problema e a interpretar os dados que eram fornecidos, os alunos responderam às questões de interpretação, antes de iniciarem a resolução do problema.

#### Questões de interpretação

*O que há na biblioteca da escola de Rosa Meira? (Na biblioteca da escola da Rosa Meira há uma estante.)*

*Quantas prateleiras tem a estante? (A estante tem oito prateleiras.)*

*Quantos livros há em cada prateleira? (Em cada prateleira há 24 livros.)*

*O que queremos descobrir? (Queremos descobrir o número de livros que há na estante.)*

Uma das formas de resolver este problema era aplicar a operação da multiplicação, multiplicando o número de prateleiras (8), pelo número de livros que havia em cada prateleira (24). Na Figura 12 apresenta-se este processo de resolução do problema.

#### Figura 12

*Possível resolução do problema fechado*

Dados

8 prateleiras  
24 livros em cada prateleira.

**Fazer a operação da multiplicação**

$\begin{array}{r} 24 \\ \times 8 \\ \hline 192 \end{array}$	<p>Outra forma é resolver a operação, usando a decomposição:</p> $8 \times 24 = 8 \times (20+4) = 8 \times 20 + 8 \times 4 = 160 + 32 = 192$
---	--

**Resposta:** Na estante existem 192 livros.

No dia seguinte, após a correção do problema fechado, os alunos receberam o problema aberto. Na reformulação deste problema, fizeram-se alterações significativas, pretendendo-se descobrir como estão distribuídos os livros pelas oito prateleiras, passando a estante a ter apenas 24 livros. Sendo um problema com caráter aberto, assumia mais do que uma solução, mas os alunos não precisavam de encontrar todas as que existiam.

Na biblioteca da escola de Rosa Meira há uma estante, com 8 prateleiras, todas elas com livros. No total a estante tem 24 livros, sobre Engenharia. O número de livros em cada prateleira é par. Como podem estar distribuídos os livros pelas 8 prateleiras? Apresenta duas soluções.

Para que conseguissem resolver o problema com sucesso, primeiro tinham de perceber o que mudou, quais eram os novos dados que surgiram e o que queriam descobrir. Para ajudar, foram formuladas algumas questões de interpretação, às quais tiveram de responder antes de iniciarem a resolução.

#### **Questões de interpretação**

*O que há na biblioteca da escola de Rosa Meira? (Na biblioteca da escola da Rosa Meira há uma estante.)*

*Quantas prateleiras tem a estante? (A estante tem 8 prateleiras.)*

*Quantos livros tem a estante? (A estante tem 24 livros.)*

*Quantos livros tem cada prateleira? (Não sabemos, mas o seu número é par.)*






*O que queremos descobrir? (Queremos descobrir como estão distribuídos os livros pelas 8 prateleiras.)*

*Quais as diferenças entre este problema e o de ontem? (O número 24 deixou de ser os livros em cada prateleira e passou a ser o número de livros da estante e o que queremos descobrir também mudou.)*

Após esta análise e compreensão do enunciado do problema, os alunos deram início à resolução. Havia duas condições importantes a considerar neste problema: uma delas era que todas as prateleiras tinham livros e a outra era que cada prateleira tinha um número par de livros. Portanto, os alunos tinham de recorrer aos seus conhecimentos matemáticos para recordar os números pares, todos aqueles que terminam em 0, 2, 4, 6 e 8. Sabendo que dispunham de 24 livros, a distribuição tinha de ser feita por tentativas. Uma estratégia podia ser usar o desenho para distribuir os 24 livros pelas oito prateleiras, atendendo às condições. Desenhados os 24 livros, formavam-se oito grupos, que representavam as prateleiras, cada uma com um número par de livros. Começando com o menor número par possível, o dois, porque não há prateleiras sem livros, verificava-se quantos grupos se podiam formar que tivessem dois livros. Era possível ter sete grupos com dois livros e sobravam dez para o oitavo grupo. Significava que sete prateleiras tinham dois livros e uma tinha dez ( $7 \times 2 + 10$ ). Depois de representar através do desenho, podia-se traduzir através de uma expressão, utilizando a adição e a multiplicação, uma vez que havia grupos com a mesma quantidade de livros. Continuaram-se as tentativas com os restantes números pares. Este processo de resolução apresenta-se na Figura 13.

**Figura 13**

Possível estratégia de resolução para o problema aberto

Dados	Fazer tentativas
8 prateleiras; 24 livros no total, distribuídos pela estante; Cada prateleira com um número par de livros; Todas as prateleiras com livros.	
	$7 \times 2 + 10 = 24$
	$6 \times 2 + 4 + 8 = 24$
	$6 \times 2 + 2 \times 6 = 24$
	$5 \times 2 + 2 \times 4 + 6 = 24$
	$4 \times 2 + 4 \times 4 = 24$

**Resposta:** Os livros podem estar distribuídos pelas oito prateleiras de cinco maneiras diferentes: podemos ter sete prateleiras com dois livros e uma com 10; ou seis prateleiras com dois livros, uma com quatro e outra com oito; ou seis prateleiras com dois livros e duas com seis livros; ou cinco prateleiras com dois livros, duas com quatro livros e uma com seis; ou quatro prateleiras com dois livros e outras quatro com quatro livros.

*Tarefa n.º 5: O presente da Rosa Meira Engenheira.* Esta foi a última tarefa implementada para a recolha de dados deste estudo. Uma tarefa fechada que envolvia aspetos do domínio da geometria e medida.

A Rosa Meira inventou um chapéu anticobra para o tio Ricardo, colocou-o dentro de uma caixa e embrulhou-o usando uma fita com 120 cm. Será que consegue passar a fita em todos os lados do presente com a forma de um cubo e ainda fazer um laço com 25cm? Regista a forma como pensaste.



Após a leitura do enunciado do problema, os alunos responderam às questões de interpretação.

#### Questões de interpretação

*O que inventou a Rosa Meira?* (A Rosa Meira inventou um chapéu anticobra.)

*Para quem é o presente?* (O presente é para o tio Ricardo.)

*Qual o comprimento da fita para embrulhar?* (O comprimento da fita é 120 cm.)

*Qual é a forma do presente?* (A forma do presente é um cubo.)

*Qual o comprimento da aresta do cubo?* (O comprimento da aresta é 15 cm.)

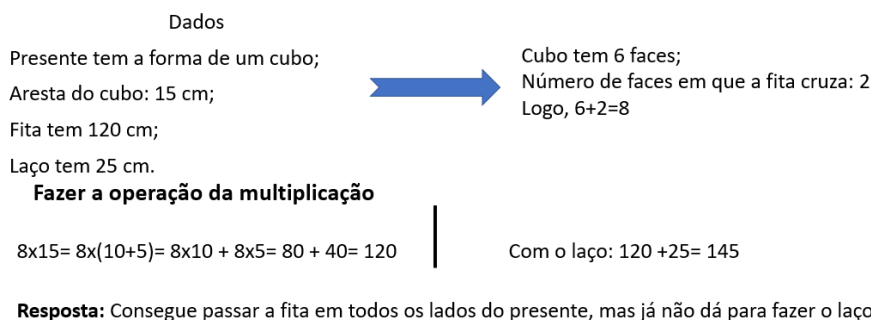
*Qual o comprimento da fita para o laço?* (O comprimento da fita para o laço é 25 cm.)

*O que queremos descobrir?* (Queremos descobrir se a fita chega para passar em todos os lados do cubo e ainda fazer um laço.)

Antes de avançar para a resolução, esclareceu-se outro aspeto crucial para a resolução do problema: o número de vezes que a fita passava no cubo e em quantas faces cruzava. Para visualizarem estes aspetos, levou-se para a sala de aula o cubo do material multibase e uma fita, para que os alunos pudessem observar e concluir que a fita cruzava em duas faces do cubo, pelo que tinham de considerar as seis faces do cubo, mais as duas vezes em que cruzava. Esclarecido este aspeto os alunos resolveram o problema. Na Figura 14, apresenta-se uma possível estratégia de resolução.


#### Figura 14

*Possível resolução para o problema fechado*



No dia seguinte, depois da correção do problema fechado, os alunos receberam o problema aberto. Na reformulação deste retirou-se a condição do comprimento da aresta do cubo ser 15 cm, passando a poder ser um intervalo entre 8 e 13 cm.

A Rosa Meira inventou um chapéu anticobra para o tio Ricardo, colocou-o dentro de uma caixa e embrulhou-o usando uma fita com 120 cm. Será que consegue passar a fita em todos os lados de um presente com a forma de um cubo? O comprimento da aresta pode variar entre 8 e 13 cm (números inteiros) e ainda fazer um laço com 25cm? Apresenta duas soluções. Regista a forma como pensaste.



Depois de lerem o enunciado, responderam às questões de interpretação para clarificar os aspetos que mudaram neste problema e esclarecer as dúvidas que existiam para, de seguida, procederem à sua resolução.

### Questões de interpretação

*O que inventou a Rosa Meira? (A Rosa Meira inventou um chapéu anticobra.)*

*Para quem é o presente? (O presente é para o tio Ricardo.)*

*Qual o comprimento da fita para embrulhar? (O comprimento da fita é 120 cm.)*

*Qual é a forma do presente? (O presente tem a forma de um cubo.)*

*Qual o comprimento da aresta do cubo? (O comprimento da aresta pode variar entre 8 e 13 cm.)*

*Qual o comprimento da fita para laço? (O comprimento da fita para o laço é 25 cm.)*

*O que queremos descobrir? (Queremos descobrir se a fita chega para passar em todos os lados do cubo e ainda fazer um laço.)*

*Quais as diferenças entre este problema e o de ontem? (A medida da aresta mudou, podendo ser 6 medidas diferentes.)*

Para resolver este problema, existiam diversas estratégias que podiam ser usadas. Uma delas era construir uma tabela para organizar todo o processo de resolução. Os alunos tinham de efetuar uma primeira operação para descobrir a quantidade de fita que gastavam ao passar as oito vezes, para cada um dos comprimentos da aresta. Tinham, também, de adicionar a cada produto obtido na multiplicação, o comprimento do laço e verificar quais eram aqueles que não excediam os 120 cm, dando para passar nos lados do cubo e ainda fazer o laço. Na Figura 15, apresenta-se este processo de resolução.

**Figura 15**

*Possível resolução para o problema aberto*

Dados  
 Presente tem a forma de um cubo;  
 Aresta do cubo: entre 8 e 13 cm;  
 Fita tem 120 cm;  
 Laço tem 25 cm.



Cubo tem 6 faces;  
 Número de faces em que a fita cruza: 2  
 Logo,  $6 \times 2 = 8$

**Fazer uma tabela**

Comprimento da aresta	Passar a fita pelos lados	Fita dos lados mais o laço	Fita dá para os dois	Fita só dá para os lados
<b>8</b>	$8 \times 8 = 64$	$64 + 25 = 89$	sim	-----
<b>9</b>	$8 \times 9 = 72$	$72 + 25 = 97$	sim	-----
<b>10</b>	$8 \times 10 = 80$	$80 + 25 = 105$	sim	-----
<b>11</b>	$8 \times 11 = 88$	$88 + 25 = 113$	sim	-----
<b>12</b>	$8 \times 12 = 96$	$96 + 25 = 121$	não	sim
<b>13</b>	$8 \times 13 = 104$	$104 + 25 = 129$	não	sim

**Resposta:** A fita dá para os lados e para fazer o laço se o cubo tiver de comprimento da aresta 8, 9, 10 ou 11 cm. Se o comprimento da aresta for 12 ou 13 cm, a fita só dá para os lados.



### *Procedimentos de análise de dados*

Depois de recolhidos, os dados precisam de ser organizados, analisados e interpretados para que possam ser entendidos pelos outros. Surge assim, o processo da análise dos dados. De acordo com Amado (2014) “A questão da análise de dados é central na investigação. Não basta recolher dados, é preciso saber analisá-los e interpretá-los” (p.299). No entanto, antes de se avançar para este processo, importa compreender o seu significado. Vale (2004) defende que “Analisar é um processo de estabelecer ordem, estrutura e significado na grande massa de dados recolhidos e começa no primeiro dia em que o investigador entra em cena” (p. 183).

Na perspetiva de Bogdan e Biklen (1994)

a análise de dados é o processo de busca e de organização sistemático de transcrições de entrevistas, de notas de campo e de outros materiais que foram sendo acumulados, com o objectivo de aumentar a sua própria compreensão desses mesmos materiais e de lhe permitir apresentar aos outros aquilo que encontrou. (p. 205)

Vários autores defendem a existência de algumas componentes no processo de análise dos dados. Todavia, Janesick (1994), citado por Vale (2004), afirma que “não há um único bom sistema para análise dos dados. O investigador deve procurar o caminho mais eficaz para contar a sua “história”, de modo a convencer a audiência” (p. 186). Foi com base neste pressuposto que se desenvolveu a análise de dados nesta investigação.

Do ponto de vista de Amado (2014) o primeiro passo do processo de análise é a organização sistemática dos dados. Assim, para facilitar esta organização podem estabelecer-se categorias de análise, que ajudam o investigador a organizar todos os dados que recolheu no terreno, permitindo a sua categorização, para posterior interpretação. “As categorias constituem um meio de classificar os dados descritivos que recolheu, de forma que o material contido num determinado tópico possa ser fisicamente apartado dos outros dados” (Bogdan & Biklen, 1994, p. 221). Cada categoria é traduzida numa palavra-chave ou expressão que reflete de forma precisa e exaustiva, o sentido das unidades de registo (Amado, 2014).

Contudo, antes de definir as categorias de análise, é importante perceber o tipo de procedimento que vai ser adotado nessa categorização. Amado (2014) defende que existem três tipos: o fechado, quando as categorias são definidas previamente; o aberto se

as categorias são definidas a partir da análise dos dados e o misto, quando se combinam categorias previamente definidas com categorias criadas a partir dos dados obtidos.

Decidido o tipo de procedimento, o investigador constrói os indicadores, a partir de uma primeira análise dos dados. Amado (2014) defende que o sucesso da análise prende-se com a natureza dos indicadores, podendo o investigador, durante a sua construção, ter uma atitude mais descritiva ou uma atitude mais interpretativa.

### Categorias de análise

Neste estudo, tendo em conta a problemática, as questões de investigação, os aspetos apresentados na revisão de literatura e os dados recolhidos, optou-se por um procedimento misto. Maioritariamente, definiram-se categorias de análise fechadas, comuns às cinco tarefas implementadas: “compreensão do enunciado”, “resolução do problema”, “estratégias de resolução” e “dificuldades”, mas, também, uma categoria de análise aberta “Resposta ao problema” que surgiu em resultado da análise dos dados.

Foi durante esta análise prévia dos dados, que se construíram vários indicadores, atendendo às resoluções e às respostas observadas. Durante esta construção, o investigador adotou as duas atitudes, a descritiva e a interpretativa. Numa fase posterior, procurou-se agrupar os indicadores e associá-los às categorias existentes.

Na Tabela 4 apresentam-se as questões de investigação, as categorias de análise definidas e os indicadores, aplicáveis a todas as tarefas. Com a exceção na categoria “resposta ao problema” de cinco indicadores que são apenas para o problema aberto da tarefa n.º 5.

A cada indicador foi associado um código de três cores, para facilitar a análise por parte do investigador e auxiliar na interpretação dos resultados. A cor verde significa que é um aspeto positivo e que o modo de resolução está correto, os alunos conseguiram atingir os objetivos que se pretendiam com as tarefas. A cor amarela remete para alguma falha ou ajuda recebida ao longo da realização das tarefas. A cor vermelha remete para aspetos menos positivos, como, por exemplo, a não realização da tarefa ou resoluções erradas.

De referir, que para cada tarefa criaram-se duas tabelas para facilitar a organização e a análise dos dados. Uma tabela dizia respeito ao problema com um carácter fechado e a outra ao problema com carácter aberto.

**Tabela 4**

*Categorias de análise*

Questões de Investigação	Categorias de análise	Indicadores
Questão 1: Como é que os alunos resolvem problemas de processo? Que estratégias usam?	Compreensão do enunciado	Compreendeu o texto
		Identificou os dados
		Compreendeu o pedido
	Resolução do problema	Resolveu corretamente
		Respeitou as condições
		Resolveu sozinho
		Implementou corretamente a estratégia selecionada
		Efetuiu corretamente os cálculos <sup>1</sup>
	Estratégias de resolução	Não resolveu
		Tentativa e erro
		Desenho/esquema/diagrama
		Tabela/lista organizada
	Resposta ao problema	Operações aritméticas
		Respondeu corretamente, apresentando todas as soluções
		Não apresentou resposta completa
		Não apresentou qualquer resposta
Número de soluções encontradas		
Para o n.º 5 (problema aberto) acresce os seguintes indicadores: (a) $7 \times 2 + 10$ (b) $6 \times 2 + 4 + 8$ (c) $6 \times 2 + 2 \times 6$ (d) $5 \times 2 + 2 \times 4 + 6$ (e) $4 \times 2 + 4 \times 4$		
Questão 2: Que dificuldades manifestam os alunos: na compreensão e na resolução de problemas abertos?	Dificuldades	Desligar-se do problema fechado
		Compreender o problema
		Operacionalizar as condições do problema
		Efetuar cálculos
		Organizar a resolução
		Responder ao problema

<sup>1</sup> cálculos corretos e adequados ao problema em resolução.

### *Calendarização do Estudo*

Este estudo desenvolveu-se entre dezembro de 2020 e novembro de 2021, passando por diferentes etapas, desde a definição do tema até à redação do relatório.

A primeira etapa foi a pesquisa bibliográfica para decidir o tema e o caminho a percorrer junto dos participantes. Definiram-se o problema, as questões de investigação, a metodologia a adotar e as técnicas de recolha de dados a usar. Depois, com as semanas de observação foi possível perceber a dinâmica da turma para fazer o planeamento da sequência didática e enviar o pedido de autorização aos encarregados de educação. A etapa seguinte foi a implementação das tarefas, que possibilitou a recolha de dados. Terminada a intervenção, procedeu-se ao tratamento e análise dos dados, para gerar as conclusões do estudo.

A última etapa foi a escrita do relatório.

Na Tabela 5, apresenta-se, detalhadamente, a calendarização do estudo.

**Tabela 5**

*Calendarização do estudo*

<b>Datas</b>	dez.20	jan.21	fev.21	mar.21	abr.21	mai.21	jun.21	jul.21	ago.21	set.21	out.21	nov.21
<b>Etapas do estudo</b>												
Definição do tema												
Definição do problema e questões de investigação												
Observação do grupo												
Pesquisa bibliográfica e Revisão de Literatura												
Seleção e elaboração das tarefas												
Pedido de autorização aos encarregados de educação												
Implementação das tarefas e recolha de dados												
Análise dos dados												
Redação do relatório												

## Apresentação e discussão dos resultados

Nesta secção apresenta-se a análise e a interpretação dos resultados obtidos com cada tarefa implementada em sala de aula, com o intuito de responder às questões de investigação. Começa-se por analisar o problema com caráter mais fechado e depois o problema com caráter aberto, tendo em conta as categorias de análise formuladas. A análise feita de cada problema é sustentada com imagens das resoluções dos alunos e algumas transcrições dos seus raciocínios. Depois desta análise, surge a tabela com os dados organizados, bem como o balanço do problema. Termina-se com uma comparação dos dois problemas, o fechado e o aberto, procurando analisar o desempenho dos alunos e as principais dificuldades.

### *Tarefa n.º 1: Os acessórios da girafa Olímpia para usar no almoço*

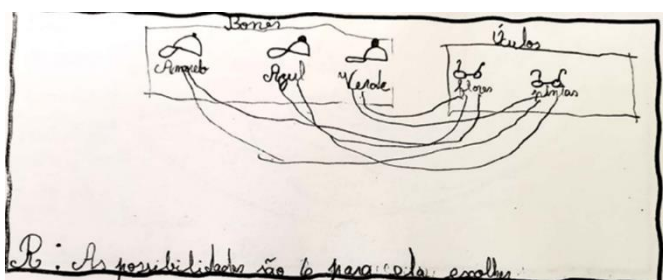
No problema de processo com caráter mais fechado, os alunos tinham de combinar os três bonés com os dois pares de óculos para indicar quais eram as possibilidades que tinham ao escolher um boné e um par de óculos. A maioria dos alunos, sete, teve a resolução correta, porque apresentaram as diferentes possibilidades existentes, através do desenho, esquema ou lista que fizeram, ainda que não as tenham escrito na resposta. O aluno AC, combinou o esquema e o desenho para organizar a sua resolução. Explicou aos colegas como pensou para obter o resultado

os bonés são três, nós temos de ligar o boné amarelo com os óculos às flores e os óculos às pintas. Depois o boné azul com os óculos às flores e os óculos às pintas. E o boné verde com os óculos às flores e os óculos às pintas. (AC, 26 abril 2021).

Na Figura 16 apresenta-se a resolução que o aluno AC efetuou.

**Figura 16**

*Resolução do aluno AC para o problema de processo*



AC começou por registar, na sua folha, os dados necessários para a resolução do problema, fazendo dois conjuntos, o dos bonés e o dos pares de óculos. De seguida, fez as combinações entre cada boné e os pares de óculos, sendo possível fazer duas ligações para cada boné. Para apresentar a sua resposta, contabilizou o número de ligações feitas. Uma resolução organizada e bem perceptível. Faltou apenas registar cada uma das ligações, para as indicar na resposta. O mesmo aconteceu com os restantes seis alunos que acertaram a resolução. Nenhum indicou quais eram as seis possibilidades que existiam.

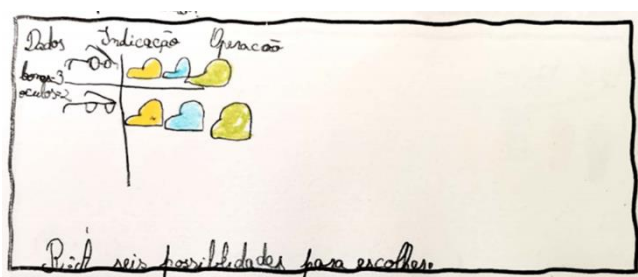
O aluno AD também usou o desenho para resolver o problema, mas fê-lo com a estrutura da tabela de dupla entrada. Explicou aos colegas o seu raciocínio

eu pus os dados: primeiro os bonés igual a três e os óculos igual a dois. Depois fiz uma tabela, para ser mais fácil. Pus os óculos com as flores e depois pus os bonés, o amarelo, o azul e o verde. E depois pus os óculos às pintas e depois juntei tudo e deu seis. (AD, 26 abril 2021).

Na Figura 17 apresenta-se a resolução que o aluno AD efetuou.

### Figura 17

*Resolução do aluno AD para o problema de processo*



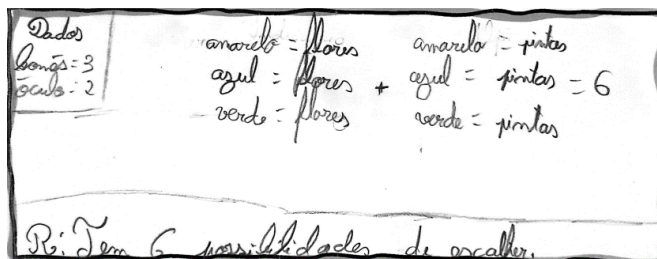
O aluno CP apresentou uma resolução diferente da anterior, optou por utilizar a estratégia da lista organizada. Quando foi ao quadro apresentá-la aos colegas, explicou o seu raciocínio

eu meti os dados e meti os bonés, que são três, e os óculos, que são dois. Depois, aqui em baixo meti o amarelo igual a flores, o azul igual a flores, o verde igual a flores e depois meti mais e fiz o mesmo para os óculos às pintas. Fiz amarelo igual a pintas, azul igual a pintas e verde igual a pintas. Isto vai dar seis. (CP, 26 abril 2021).

Na Figura 18 apresenta-se a resolução que o aluno CP efetuou.

**Figura 18**

Resolução do aluno CP para o problema de processo

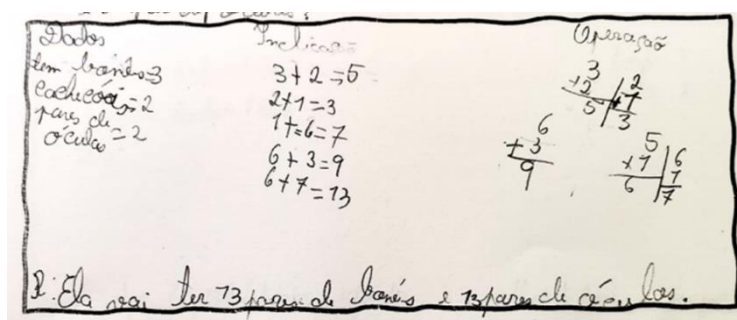


CP começou por identificar os dados necessários para implementar as condições do problema, fez as combinações de todos os bonés com o par de óculos das flores, e de seguida, todos os bonés com o par de óculos das pintas, adicionando as possibilidades. Uma resolução válida e que permitiu encontrar todas as soluções.

Os restantes quatro alunos não resolveram corretamente o problema e não compreenderam o que era pedido no enunciado. O aluno AP não conseguiu trabalhar com os dados do problema nem operacionalizar as condições que lhe eram impostas, como se observa na Figura 19, através da sua resolução.

**Figura 19**

Resolução do aluno AP para o problema de processo

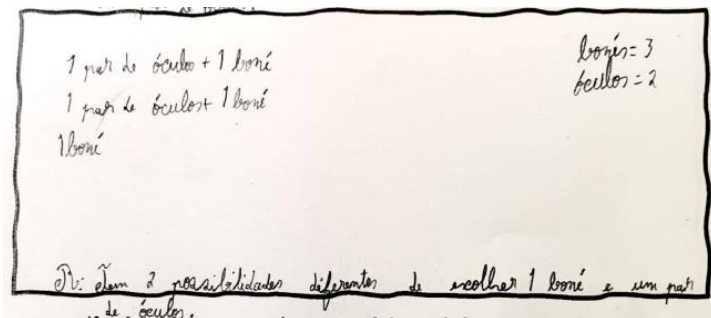


AP colocou os dados do problema e fez várias adições sem coerência, que não se adequavam à resolução do problema. Como não o percebeu, procurou efetuar cálculos até encontrar uma resposta que lhe pareceu satisfatória. Não conseguiu explicar por que procedeu deste modo.

O aluno SM combinou dois bonés com dois pares de óculos, verificando que não havia mais nenhum par de óculos para combinar com o terceiro boné, concluindo que só existiam duas possibilidades, como se observa na Figura 20, através da sua resolução.

**Figura 20**

*Resolução do aluno SM para o problema de processo*



SM não considerou a variedade de bonés nem de óculos. Fixou-se apenas na quantidade e não na qualidade, demonstrando não ter compreendido as condições do problema nem o que era pedido.



Tarefa n.º 1: Os acessórios da girafa Olímpia para usar no almoço- Problema de processo

Alunos	Compreensão do enunciado			Resolução do problema						Estratégias de resolução				Resposta ao problema				Dificuldades					
	Compreendeu o texto	Identificou os dados	Compreendeu o pedido	Resolveu corretamente	Respeitou as condições	Resolveu sozinho	Implementou corretamente a estratégia selecionada	Efetuiu corretamente os cálculos	Não resolveu	Tentativa e erro	Desenho/esquema/diagrama	Tabela/lista organizada	Operações aritméticas	Respondeu corretamente, apresentando todas as soluções	Não apresentou resposta completa	Não apresentou qualquer resposta	Número de soluções encontradas	Desligar-se do problema fechado	Compreender o problema	Operacionalizar as condições do problema	Efetuar cálculos	Organizar a resolução	Responder ao problema
AP	X	X	X	X	X	X	X	X	--	--	--	--	X	X	--	--	0	X	X	X	X	X	X
AD	X	X	X	X	X	X	X	---	--	--	X	--	--	--	X	---	6	X	X	X	X	X	X
AC	X	X	X	X	X	X	X	---	--	--	X	--	--	--	X	---	6	X	X	X	X	X	X
CP	X	X	X	X	X	X	X	---	--	--	---	X	--	--	X	---	6	X	X	X	X	X	X
DM	X	X	X	X	X	X	X	---	--	--	X	--	--	X	---	---	0	X	X	X	X	X	X
DL	X	X	X	X	X	X	X	X	--	--	X	--	X	X	---	---	0	X	X	X	X	X	X
EM	X	X	X	X	X	X	X	---	--	--	X	--	--	--	X	---	6	X	X	X	X	X	X
LP	X	X	X	X	X	X	X	---	--	--	X	--	--	--	X	---	6	X	X	X	X	X	X
LS	X	X	X	X	X	X	X	---	--	--	X	--	--	--	X	---	6	X	X	X	X	X	X
MR	X	X	X	X	X	X	X	---	--	--	X	--	--	--	X	---	6	X	X	X	X	X	X
MG	FALTOU																						
SM	X	X	X	X	X	X	X	X	--	--	---	X	--	X	--	---	0	X	X	X	X	X	X

11 participantes: 7 resoluções corretas e 4 incorretas.

Da análise da tabela anterior verifica-se que, relativamente, à “Compreensão do enunciado”, todos os alunos identificaram os dados, mas quatro não foram capazes de compreender o texto nem o que era pedido no problema. Na “Resolução do problema”, sete alunos resolveram-no corretamente e quatro tiveram-no errado. Três destes alunos não respeitaram as condições do problema e o outro procurou fazê-lo, mas não conseguiu cumpri-las na totalidade. Todos resolveram sozinhos, mas quatro alunos não conseguiram implementar corretamente a estratégia selecionada. Apenas três usaram cálculos, que não se adequavam à resolução do problema.

No que diz respeito às “Estratégias de resolução”, a maioria dos alunos usou o desenho ou esquema. Dois alunos usaram a lista organizada e outros dois selecionaram inadequadamente as operações aritméticas para resolver o problema. Na “Resposta ao problema”, quatro tiveram a resposta errada, não conseguindo encontrar nenhuma solução, e os restantes tiveram-na incompleta, porque apesar de terem encontrado o número correto de soluções, o problema pedia que essas possibilidades fossem listadas.

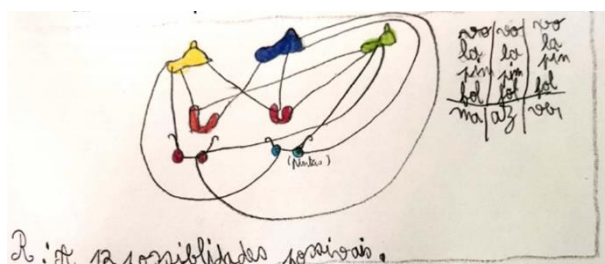
Relativamente às “Dificuldades”, quatro alunos manifestaram-nas no: “Compreender o problema” e “Operacionalizar as condições do problema”, e oito alunos tiveram dificuldades em “Responder ao problema”, porque não prestaram atenção que a questão do enunciado dizia “Que” e não “Quantas”. Era previsível que esta pequena incorreção fosse acontecer com a maioria dos alunos, pois não estavam habituados a resolver problemas que na resposta exigiam a listagem. O balanço deste problema é satisfatório, porque a maioria dos alunos teve sucesso, com a exceção de quatro que tiveram dificuldades na resolução do problema.

No que concerne ao problema aberto, os alunos tinham de indicar que possibilidades diferentes tinham ao escolher um acessório de cada tipo. A maioria dos alunos não conseguiu fazê-lo, tendo a sua resolução incompleta ou errada. Cinco alunos não compreenderam o pedido no problema, nem respeitaram as suas condições. Consequentemente não conseguiram encontrar nenhuma possibilidade.

O aluno DM usou o desenho e o esquema para estabelecer as ligações entre os elementos, como se observa na Figura 21, através da sua resolução.

**Figura 21**

Resolução do aluno DM para o problema aberto

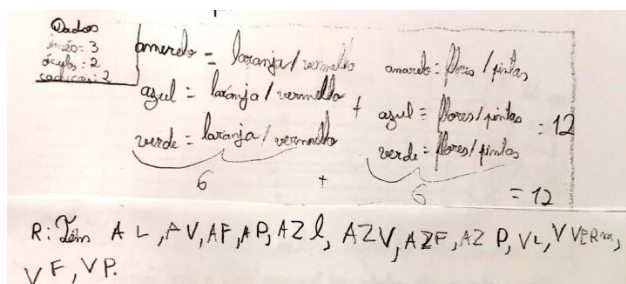


No entanto, combinou os bonés com os pares de óculos e os bonés com os cachecóis, separadamente, e não fez ligações entre os cachecóis e os pares de óculos, não respeitando a condição imposta no problema.

Com um raciocínio muito próximo do aluno DM, mas com uma estratégia distinta, o aluno CP fez uma lista organizada, combinando primeiro os bonés com os cachecóis, e depois os bonés com os pares de óculos. Na Figura 22 apresenta-se a resolução que o aluno CP efetuou.

**Figura 22**

Resolução do aluno CP para o problema aberto



Quatro alunos conseguiram encontrar entre duas e nove possibilidades, usando o esquema ou o desenho para apresentar a sua resolução. Nota-se que, por falta de organização no seu processo, não conseguiram descobrir todas as possibilidades, pois não as registaram à medida que as foram encontrando. Esta desorganização é visível na resolução do aluno LS, apresentada na Figura 23, que apesar de ter feito dois esquemas e usado cores diferentes, ao dar a resposta, acabou por repetir duas das possibilidades.



Tarefa n.º 1: Os acessórios da girafa Olímpia para usar no almoço- Problema aberto

Alunos	Compreensão do enunciado			Resolução do problema						Estratégias de resolução				Resposta ao problema				Dificuldades					
	Compreendeu o texto	Identificou os dados	Compreendeu o pedido	Resolveu corretamente	Respeitou as condições	Resolveu sozinho	Implementou corretamente a estratégia selecionada	Efetuiu corretamente os cálculos	Não resolveu	Tentativa e erro	Desenho/esquema/diagrama	Tabela/lista organizada	Operações aritméticas	Respondeu corretamente, apresentando todas as soluções	Não apresentou resposta completa	Não apresentou qualquer resposta	Número de soluções encontradas	Desligar-se do problema fechado	Compreender o problema	Operacionalizar as condições do problema	Efetuar cálculos	Organizar a resolução	Responder ao problema
AP	X	X	X	X	X	X	X	---	--	--	X	--	--	--	X	---	3	X	X	X	X	X	X
AD	X	X	X	X	X	X	X	---	--	--	X	X	--	X	---	---	12	X	X	X	X	X	X
AC	X	X	X	---	X	X	X	---	X	--	---	--	--	--	X	---	2	X	X	X	X	X	X
CP	X	X	X	X	X	X	X	---	--	--	---	X	X	X	---	---	0	X	X	X	X	X	X
DM	X	X	X	X	X	X	X	---	--	--	X	--	--	X	---	---	0	X	X	X	X	X	X
DL	X	X	X	X	X	X	X	---	--	--	X	--	--	X	---	---	0	X	X	X	X	X	X
EM	X	X	X	X	X	X	X	---	--	--	X	--	--	X	---	---	0	X	X	X	X	X	X
LP	X	X	X	X	X	X	X	---	--	--	X	X	--	--	X	---	2	X	X	X	X	X	X
LS	X	X	X	X	X	X	X	---	--	--	X	--	--	--	X	---	9	X	X	X	X	X	X
MR	X	X	X	X	X	X	X	---	--	--	---	X	--	X	---	---	12	X	X	X	X	X	X
MG	FALTOU																						
SM	X	X	X	X	X	X	X	---	--	--	X	--	--	X	--	---	0	X	X	X	X	X	X

11 participantes: 2 resoluções corretas, 3 incompletas, 5 incorretas e 1 não resolveu.

Da análise da tabela anterior verifica-se que, relativamente, à “Compreensão do enunciado”, todos foram capazes de identificar os dados. Cinco alunos não conseguiram compreender o texto nem o pedido no problema. Na “Resolução do problema”, apenas dois alunos o resolveram corretamente, três tiveram-no incompleto, uma vez que não encontraram todas as soluções, e cinco tiveram-no errado, pois não respeitaram as condições do problema. Todos o resolveram sozinhos e um aluno resolveu o problema, mas apagou a sua resolução.

No que diz respeito às “Estratégias de resolução”, a maioria dos alunos usou o desenho ou esquema e quatro recorreram à tabela ou lista organizada. Na “Resposta ao problema”, apenas dois alunos responderam corretamente, cinco tiveram resposta errada e quatro não apresentaram resposta completa. Quanto ao “Número de soluções encontradas”, dois alunos encontraram as doze possibilidades, um conseguiu encontrar nove, outro encontrou três, dois encontram duas e cinco não encontraram nenhuma.

Relativamente às “Dificuldades”, verificaram-se nove alunos com dificuldades em: “Compreender o problema”, ao nível do texto e do pedido, “Operacionalizar as condições do problema”, no sentido de respeitar as condições apresentadas, “Organizar a resolução”, para conseguirem registar todas as possibilidades, e “Responder ao problema”, uma vez que alguns alunos indicaram um número, ainda que errado, quando deveriam ter listado as possibilidades, demonstrando dificuldades na compreensão. O balanço deste problema é não satisfatório, porque apenas dois alunos foram capazes de encontrar as doze possibilidades e cinco não conseguiram encontrar uma única solução.

O balanço desta tarefa é não satisfatório, pois verificou-se uma regressão por parte de alguns alunos. Na “Compreensão do enunciado”, de quatro alunos que não compreenderam o texto nem o pedido, passamos para cinco, sendo que três destes não compreenderam os dois problemas. Na “Resolução do problema” verificou-se uma regressão, nomeadamente no “Resolveu corretamente”, de sete alunos com a resolução correta no problema fechado, passamos a ter apenas dois. Para além disso, houve um aumento dos alunos que não respeitaram as condições do problema e que não implementaram corretamente a estratégia selecionada. Relativamente às “Estratégias de resolução”, nos dois problemas as escolhidas foram o desenho, esquema, tabela e lista

organizada. Na “Resposta ao problema”, a regressão também se verificou, porque o número de alunos que conseguiu encontrar todas as possibilidades diminuiu e houve mais um que não encontrou nenhuma.

Nesta tarefa, as dificuldades relacionaram-se com a “Compreensão do problema”, a “Resolução do problema” e a “Resposta ao problema”, com maior incidência no problema aberto. No problema fechado “Responder ao problema” foi o indicador que teve maior frequência, com oito alunos a manifestar esta dificuldade, enquanto no problema aberto, a principal dificuldade verificou-se no “Operacionalizar as condições do problema” e “Organizar a resolução” com sete alunos. Na passagem de um problema para o outro, no “Responder ao problema”, houve uma redução do número de alunos que apresentaram esta dificuldade, de oito passamos para quatro. Isto aconteceu porque durante a correção do primeiro problema, procurou-se interpretar com os alunos a questão que era feita no enunciado e levá-los a compreender que quando dizia “Que” ou “Quais”, a resposta a apresentarem não podia ser apenas um número. Neste caso, nos dois problemas, era necessário listar todas as possibilidades.

#### *Tarefa n.º 2: A idade do pai da Ana*

Relativamente ao problema fechado, os alunos tinham de descobrir a idade do pai da Ana tendo em conta as condições: “O algarismo das unidades representa um número que é o dobro do das dezenas.” e “A soma dos números representados pelos seus algarismos é 9.” Ao receberem o enunciado e após a sua leitura e resposta às questões de interpretação, continuaram com dúvidas nas condições e no modo como resolver o problema. Como não apresentava dados concretos para aplicarem numa operação, gerou-se muita confusão, havendo necessidade de uma intervenção por parte da investigadora, para que os alunos pudessem resolver o problema. Assim, foi apresentada no quadro uma estratégia para ajudar os alunos a compreenderem cada condição, e depois avançarem para a resolução, onde tinham de usar as duas condições em simultâneo. O facto de os alunos não conseguirem iniciar a resolução autonomamente fez com que todo o seu processo de resolução fosse influenciado pela ajuda inicial dada pela investigadora.

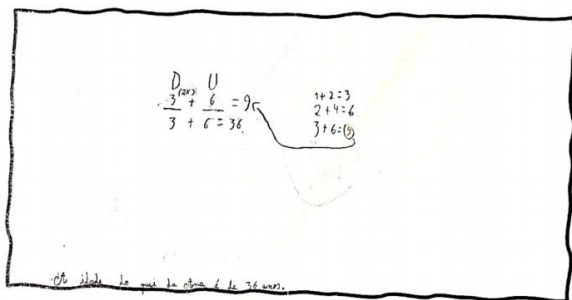
A maioria, à exceção de dois alunos, teve a resolução totalmente correta. O aluno SM, foi o que apresentou um raciocínio mais completo e organizado, começando por aplicar a primeira condição, testando para o número um ( $1 \times 2 = 2$ ) e verificando que não satisfazia a segunda condição. Fez o mesmo para o número dois e três, percebendo que este último era o único que satisfazia as duas condições em simultâneo. Foi ao quadro apresentar a sua resolução e explicou aos colegas o seu raciocínio

coloquei o “D” de dezenas e o “U” de unidades. E depois, meti aqui um espacinho e aqui outro e meti igual a nove. Eu estava a pensar e anotei os meus pensamentos. Um vezes dois dá dois, mas a soma dá três e nós não queremos três, queremos nove. E então fui para o dois, dois vezes dois, dá quatro, dois mais quatro dá seis, que também, não é, então fui para o três. Três vezes dois dá seis, e três mais seis dá nove. Este dava, então o pai tinha 36 anos. (SM, 11 maio 2021).

Na Figura 25 apresenta-se a resolução que o aluno SM efetuou.

**Figura 25**

*Resolução do aluno SM para o problema fechado*

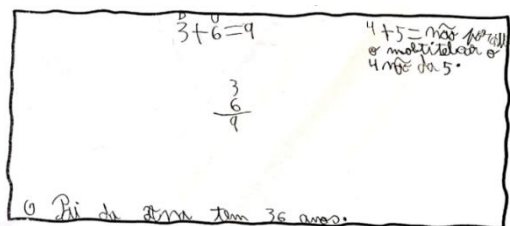


O aluno DM, também usou a tentativa e erro, testando os números quatro e cinco, que satisfaziam a segunda condição, mas não a primeira, apresentando uma justificação para não os usar na resposta. Foi uma justificação muito válida, pois percebe-se que o aluno quando se referia ao multiplicar o quatro, entendeu que era para calcular o seu dobro, que não daria cinco, mas sim oito. E portanto, verificou que estes dois números, o quatro e o cinco, satisfaziam a segunda condição, mas não a primeira. Na Figura 26 apresenta-se a resolução que o aluno DM efetuou.



**Figura 26**

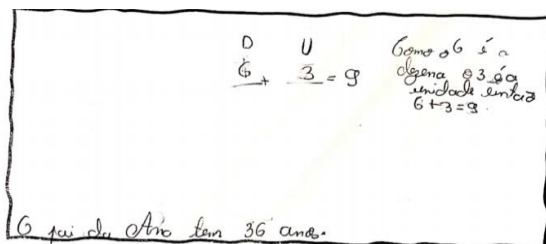
Resolução do aluno DM para o problema fechado



Os alunos AP e MG tiveram as resoluções incompletas por motivos distintos. O aluno AP, respeitou apenas a segunda condição. Na primeira, confundiu-se, assumindo que o algarismo das dezenas era maior do que o das unidades. Apesar disso, na resposta apresentou os números pela ordem correta, respeitando a primeira condição, como se observa na Figura 27.

**Figura 27**

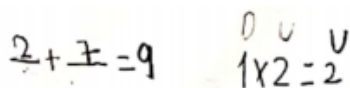
Resolução do aluno AP para o problema fechado



Já o aluno MG, respeitou as duas condições. Para a primeira, experimentou o número um, calculando o dobro e obtendo dois, que representava as unidades. Na segunda condição, experimentou os números dois e sete, cuja soma é nove, satisfazendo a condição. Contudo, apesar de ter compreendido as condições em separado, não foi capaz de combiná-las para chegar à resposta, deixando o espaço em branco, mostrando que não compreendeu o problema. Na Figura 28 apresenta-se a resolução que o aluno MG efetuou.

**Figura 28**

Resolução do aluno MG para o problema fechado



Tarefa n.º 2: A idade do pai da Ana - Problema fechado

Alunos	Compreensão do enunciado			Resolução do problema						Estratégias de resolução				Resposta ao problema				Dificuldades					
	Compreendeu o texto	Identificou os dados	Compreendeu o pedido	Resolveu corretamente	Respeitou as condições	Resolveu sozinho	Implementou corretamente a estratégia selecionada	Efetuiu corretamente os cálculos	Não resolveu	Tentativa e erro	Desenho/esquema/diagrama	Tabela/lista organizada	Operações aritméticas	Respondeu corretamente, apresentando todas as soluções	Não apresentou resposta completa	Não apresentou qualquer resposta	Número de soluções encontradas	Desligar-se do problema fechado	Compreender o problema	Operacionalizar as condições do problema	Efetuar cálculos	Organizar a resolução	Responder ao problema
AP	X	X	X	X	X	X	X	X	--	--	--	--	X	X	--	--	--	X	X	X	X	X	X
AD	X	X	X	X	X	X	X	X	--	--	--	--	X	X	--	--	--	X	X	X	X	X	X
AC	X	X	X	X	X	X	X	X	--	--	--	--	X	X	--	--	--	X	X	X	X	X	X
CP	X	X	X	X	X	X	X	X	--	--	--	--	X	X	--	--	--	X	X	X	X	X	X
DM	X	X	X	X	X	X	X	X	--	X	--	--	X	X	--	--	--	X	X	X	X	X	X
DL	X	X	X	X	X	X	X	X	--	--	--	--	X	X	--	--	--	X	X	X	X	X	X
EM	X	X	X	X	X	X	X	X	--	--	--	--	X	X	--	--	--	X	X	X	X	X	X
LP	X	X	X	X	X	X	X	X	--	--	--	--	X	X	--	--	--	X	X	X	X	X	X
LS	X	X	X	X	X	X	X	X	--	--	--	--	X	X	--	--	--	X	X	X	X	X	X
MR	X	X	X	X	X	X	X	X	--	--	--	--	X	X	--	--	--	X	X	X	X	X	X
MG	X	X	X	X	X	X	X	X	--	--	--	--	X	--	--	X	--	X	X	X	X	X	X
SM	X	X	X	X	X	X	X	X	--	X	--	--	X	X	--	--	--	X	X	X	X	X	X

12 participantes: 10 resoluções corretas e 2 incompletas.

Da análise da tabela anterior verifica-se que, relativamente, à “Compreensão do enunciado”, todos os alunos identificaram os dados e compreenderam o pedido, mas não foram capazes de compreender muito bem o texto, a nível das condições impostas. Na “Resolução do problema”, dez alunos resolveram-no corretamente e dois tiveram-no incompleto, não respeitando as suas condições. Todos precisaram de uma ajuda inicial para resolver o problema. A totalidade dos alunos conseguiu implementar corretamente a estratégia selecionada e efetuar corretamente os cálculos.

No que diz respeito às “Estratégias de resolução”, todos os alunos usaram as operações aritméticas, com a multiplicação e a adição. Dois alunos usaram, também, a tentativa e erro. Na “Resposta ao problema”, onze alunos responderam corretamente e um não apresentou qualquer resposta.

Relativamente às “Dificuldades”, todos as tiveram no “Compreender o problema”. Verificaram-se dois alunos com dificuldades em: “Operacionalizar as condições do problema”, dado que um apenas respeitou uma delas, e o outro não as usou em simultâneo, e “Responder ao problema”, uma vez que um aluno não respondeu. O balanço deste problema é satisfatório, porque a maioria dos alunos teve sucesso, com a exceção de dois alunos com incorreções na “Resolução do problema”. Todavia, todos precisaram de ajuda para conseguir compreender o problema.

Esta tarefa, dada a sua riqueza, tinha dois problemas abertos. No que concerne ao problema aberto número um, os alunos tinham de descobrir a idade do pai da Ana tendo em conta as condições: “O algarismo das dezenas representa um número que é maior do que o das unidades” e “A soma dos números representados pelos seus algarismos é 9.” Neste problema havia cinco soluções, mas como nenhum aluno encontrou a solução 90, esta não foi considerada nas suas resoluções. Sete alunos tiveram sucesso, apresentando uma resolução e resposta totalmente corretas. O aluno AP foi ao quadro apresentar a sua resolução e explicou as colegas o seu raciocínio

AP: Eu pensei que oito mais um dava nove.

I: Porque colocaste oito mais um e não um mais oito?

AP: Porque as dezenas tinham de ser maiores do que as unidades.

I: Muito bem! E depois?

AP: Fiz todas as contas que davam nove e coloquei as dezenas maiores que as unidades.  
(AP, 11 maio 2021).

Na Figura 29 apresenta-se a resolução que o aluno AP efetuou.

**Figura 29**

Resolução do aluno AP para o problema aberto 1

D maior U menor

$$\begin{array}{l} 81 | 8 + 1 = 9 \\ 63 | 6 + 3 = 9 \\ 72 | 7 + 2 = 9 \\ 54 | 5 + 4 = 9 \end{array}$$

R: Podem ser 81, 63, 72 e 54.

Repare-se que este aluno na resolução teve o cuidado de escrever “D maior U menor”, para não se esquecer da primeira condição, e à medida que efetuou os cálculos, colocou ao lado os números correspondentes às idades que teria de apresentar na resposta.

O aluno EM teve a sua resolução correta e descobriu as quatro soluções. Contudo, a sua resposta estava errada, como se observa na Figura 30 através da sua resolução.

**Figura 30**

Resolução do aluno EM para o problema aberto 1

$9 = 7 + 2x$

$$\begin{array}{l} 8+1 \\ 5+4 \\ 6+3 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} D \quad U \\ 7 + 2 = 9 \\ 8 + 1 = 9 \\ 5 + 4 = 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} D \quad U \\ 6 + 3 = 9 \\ 7 + 2 = 9 \end{array}$$

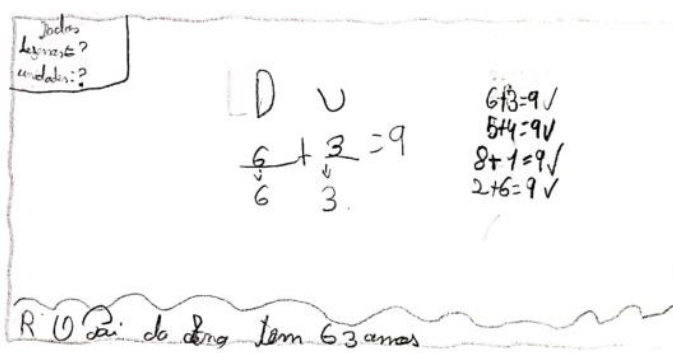
R: O Pai pode ter 36 anos ou 7+2=9, 8+1, 5+4,

O aluno EM começou por apresentar na resposta “36 anos”, trocando a ordem dos algarismos apresentados na resolução. Deveria ter mantido a ordem e apresentado o número 63. Para as restantes soluções apresentou as adições que realizou, revelando alguma confusão no seu raciocínio. Possivelmente, achou estranho o pai poder ter mais do que uma idade ou tem a conceção de que um problema de matemática tem apenas uma solução.

Os alunos CP, MG e SM tiveram a sua resolução incompleta e conseqüentemente a resposta que apresentaram, também não estava totalmente correta. No caso do aluno CP, conseguiu encontrar as quatro soluções, mas na resposta apresentou apenas uma delas, como se observa na Figura 31 através da sua resolução.

**Figura 31**

*Resolução do aluno CP para o problema aberto 1*

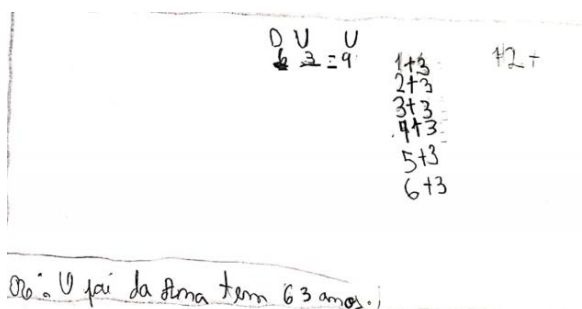


Isto mostra da parte do aluno alguma dificuldade em aceitar que a resposta de um problema matemático possa ter mais do que uma opção, ainda que na sua resolução tenha assinalado com um certo mais duas soluções, optou por apresentar só uma idade para o pai. Na resolução teve um erro ao efetuar um cálculo, enquanto descobria quais eram os números que adicionados davam nove. Numa destas adições colocou  $2+6=9$ , em vez de  $7+2=9$ . Isto deve ter acontecido por uma possível distração por parte do aluno, dado que foi um erro pontual.

Os alunos MG e SM usaram a estratégia tentativa e erro, testando várias possibilidades com diferentes números, até encontrarem uma solução. O aluno MG apresentou uma resolução, reveladora de um raciocínio um pouco confuso, como se observa na Figura 32 através da sua resolução.

**Figura 32**

Resolução do aluno MG para o problema aberto 1

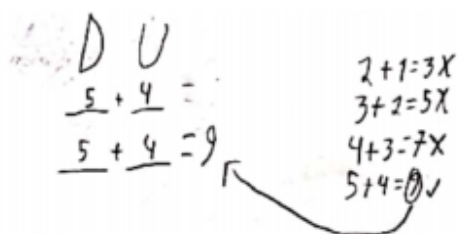


Fez várias adições, mas em todas elas havia uma parcela fixa, o número três. Parece que o aluno assumiu uma nova condição para o problema, que o algarismo das unidades era o número três. Testou vários números para as dezenas e escolheu o seis, porque era o único que satisfazia a segunda condição do problema. As tentativas realizadas pelo aluno mostram que não respeitou a primeira condição.

O aluno SM apresentou uma resolução, reveladora de um raciocínio muito organizado, mas que o conduziu apenas a uma solução, como se observa na Figura 33 através da sua resolução.

**Figura 33**

Resolução do aluno SM para o problema aberto 1



O aluno SM respeitou as condições do problema e fez várias tentativas de forma organizada. Na parcela das dezenas colocou números maiores do que os da parcela das unidades. Na primeira adição escreveu 2+1, verificando que não dava. Nas seguintes adições, usou os números consecutivos de cada parcela. Encontrou a solução 5+4 e terminou a resolução. Possivelmente, ainda fez o cálculo mental da adição seguinte, 6+5, mas que não dava. Seguindo este raciocínio o aluno não conseguiria encontrar mais nenhuma solução.

Tarefa n.º 2: A idade do pai da Ana - Problema aberto 1

Alunos	Compreensão do enunciado			Resolução do problema						Estratégias de resolução				Resposta ao problema				Dificuldades					
	Compreendeu o texto	Identificou os dados	Compreendeu o pedido	Resolveu corretamente	Respeitou as condições	Resolveu sozinho	Implementou corretamente a estratégia selecionada	Efetuiu corretamente os cálculos	Não resolveu	Tentativa e erro	Desenho/esquema/diagrama	Tabela/lista organizada	Operações aritméticas	Respondeu corretamente, apresentando todas as soluções	Não apresentou resposta completa	Não apresentou qualquer resposta	Número de soluções encontradas	Desligar-se do problema fechado	Compreender o problema	Operacionalizar as condições do problema	Efetuar cálculos	Organizar a resolução	Responder ao problema
AP	X	X	X	X	X	X	X	X	--	--	--	--	X	X	--	--	4	X	X	X	X	X	X
AD	X	X	X	X	X	X	X	X	--	--	--	--	X	X	--	--	4	X	X	X	X	X	X
AC	X	X	X	X	X	X	X	X	--	--	--	--	X	X	--	--	4	X	X	X	X	X	X
CP	X	X	X	X	X	X	X	X	--	--	--	--	X	--	X	--	3	X	X	X	X	X	X
DM	X	X	X	X	X	X	X	X	--	--	--	--	X	--	X	--	4	X	X	X	X	X	X
DL	X	X	X	X	X	X	X	X	--	--	--	--	X	X	--	--	4	X	X	X	X	X	X
EM	X	X	X	X	X	X	X	X	--	--	--	--	X	X	--	--	4	X	X	X	X	X	X
LP	X	X	X	X	X	X	X	X	--	--	--	--	X	X	--	--	4	X	X	X	X	X	X
LS	X	X	X	X	X	X	X	X	--	--	--	--	X	X	--	--	4	X	X	X	X	X	X
MR	X	X	X	X	X	X	X	X	--	--	--	--	X	X	--	--	4	X	X	X	X	X	X
MG	X	X	X	X	X	X	X	X	--	X	--	--	X	--	X	--	1	X	X	X	X	X	X
SM	X	X	X	X	X	X	X	X	--	X	--	--	X	--	--	X	1	X	X	X	X	X	X

12 participantes: 10 resoluções corretas e 2 incompletas.

Da análise da tabela anterior verifica-se que, relativamente, à “Compreensão do enunciado”, todos os alunos foram capazes de identificar os dados e compreender o pedido. Apenas um aluno não compreendeu o texto, nomeadamente uma das condições. Na “Resolução do problema”, nove alunos resolveram-no corretamente e três tiveram-no incompleto, uma vez que não encontraram todas as soluções. Todos resolveram o problema sozinhos e implementaram corretamente a estratégia selecionada. Somente um aluno errou um cálculo.

No que diz respeito às “Estratégias de resolução”, todos usaram as operações aritméticas, com a adição. Dois alunos usaram, também, a tentativa e erro. Na “Resposta ao problema”, sete alunos responderam corretamente, um errou a resposta, três não a apresentaram completa e um não apresentou qualquer resposta. Quanto ao “Número de soluções encontradas”, nove alunos encontraram as quatro soluções, um aluno encontrou três e dois encontraram apenas uma.

Relativamente às “Dificuldades”, cinco alunos manifestaram-nas em: “Compreender o problema”, ao nível do texto, “Operacionalizar as condições do problema”, no sentido de respeitar as condições apresentadas, “Efetuar os cálculos”, dado que se confundiram numa adição e “Responder ao problema”, uma vez que dois alunos apresentaram apenas uma solução, mesmo tendo encontrado outras, um aluno não sabia como responder e outro não respondeu. O balanço deste problema é satisfatório, porque a maioria dos alunos teve sucesso, com a exceção de três alunos com incorreções na “Resolução do problema” e cinco na “Resposta ao problema”.

No que concerne ao problema aberto número dois, os alunos tinham de descobrir a idade do pai da Ana tendo em conta as condições: “O algarismo das dezenas representa um número que é o dobro do das unidades” e “A soma dos números representados pelos seus algarismos é um número par.” Sete alunos tiveram sucesso com uma resolução e resposta corretas, encontrando as duas soluções existentes. O aluno AD apresentou uma resolução, reveladora de um raciocínio bem organizado, como se observa na Figura 34 através da sua resolução.



**Figura 34**

Resolução do aluno AD para o problema aberto 2

2 4 6 8  
 $2+1=3$  X  
 $4+2=6$  ✓  
 $6+3=9$  X  
 $8+4=12$  ✓  
O Pai da Ana tem 42 anos e 84.

AD começou por aplicar para o número um, a primeira condição, calculando o seu dobro, e depois verificar se satisfazia a segunda condição. Repetiu o processo para os números consecutivos da parcela. Para facilitar a escolha das soluções, à medida que fez colocou um certo ou uma cruz, representativos das soluções válidas ou não válidas.

Os alunos CP e MR compreenderam o problema e resolveram-no corretamente, mas na resposta tiveram incorreções. No caso do aluno CP, apresentou apenas uma solução na resposta, quando na resolução tinha encontrado as duas, como se observa na Figura 35 através da sua resolução.

**Figura 35**

Resolução do aluno CP para o problema aberto 2

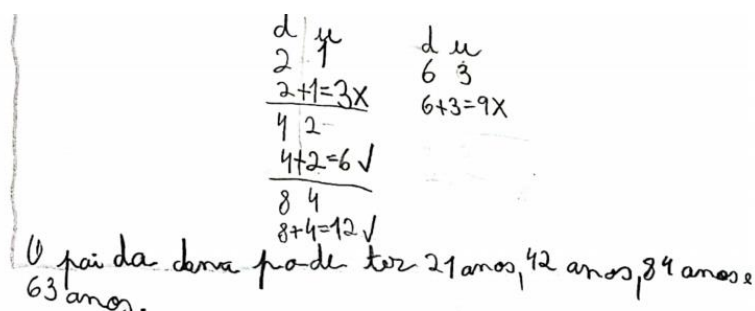
D U  
 $4 + 2 = 6$   
↓ ↓  
4 2  
 $8+4=12$  ✓  
 $4+2=6$  ✓  
 $6+3=9$  X  
 $8+4=12$  ✓  
R: O Pai da Ana tem 42 anos.

O mesmo aconteceu no problema anterior, verificando-se que este aluno tinha alguma dificuldade em aceitar que os problemas matemáticos podiam ter mais do que uma solução.

Já o aluno MR, na sua resposta escreveu todas as opções que apresentou na resolução, incluindo as que não satisfaziam a segunda condição, como se observa na Figura 36 através da sua resolução.

**Figura 36**

*Resolução do aluno MR para o problema aberto 2*



$$\begin{array}{r} d \quad 4 \\ 2 \quad 1 \\ \hline 2+1=3X \\ 4 \quad 2 \\ \hline 4+2=6\checkmark \\ 8 \quad 4 \\ \hline 8+4=12\checkmark \end{array} \quad \begin{array}{r} d \quad u \\ 6 \quad 3 \\ \hline 6+3=9X \end{array}$$

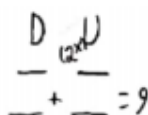
O pai da dona pode ter 21 anos, 42 anos, 84 anos e 63 anos.

Repare-se que na resolução o aluno usou um “X” para assinalar as opções que não eram válidas, mostrando que compreendia e respeitava as condições do problema. Contudo na resposta, ao escrever estas duas opções pareceu revelar alguma distração ou esqueceu-se do pedido no problema.

O aluno SM, foi o único que não encontrou nenhuma solução nem apresentou a sua resolução concluída, como se observa na Figura 37 através da sua resolução.

**Figura 37**

*Resolução do aluno SM para o problema aberto 2*



$$\begin{array}{r} D \\ \hline \end{array} \begin{array}{r} 12 \\ \hline \end{array} + \begin{array}{r} \hline \end{array} = 9$$

O aluno SM indicou na resolução a estratégia que pretendia utilizar, registando a primeira condição. Todavia, na segunda condição manteve a do problema aberto anterior, demonstrando alguma falta de atenção no momento da leitura do problema e da resposta às questões de interpretação. Provavelmente não fez uma boa gestão do tempo que tinha para realizar os dois problemas abertos, utilizando a grande parte do tempo para resolver o problema anterior. Consequentemente, não conseguiu terminar este.

Tarefa n.º 2: A idade do pai da Ana - Problema aberto 2

Alunos	Compreensão do enunciado			Resolução do problema						Estratégias de resolução				Resposta ao problema				Dificuldades					
	Compreendeu o texto	Identificou os dados	Compreendeu o pedido	Resolveu corretamente	Respeitou as condições	Resolveu sozinho	Implementou corretamente a estratégia selecionada	Efetuiu corretamente os cálculos	Não resolveu	Tentativa e erro	Desenho/esquema/diagrama	Tabela/lista organizada	Operações aritméticas	Respondeu corretamente, apresentando todas as soluções	Não apresentou resposta completa	Não apresentou qualquer resposta	Número de soluções encontradas	Desligar-se do problema fechado	Compreender o problema	Operacionalizar as condições do problema	Efetuar cálculos	Organizar a resolução	Responder ao problema
AP	X	X	X	X	X	X	X	X	--	X	---	--	X	---	X	---	1	X	X	X	X	X	X
AD	X	X	X	X	X	X	X	X	--	X	---	--	X	X	---	---	2	X	X	X	X	X	X
AC	X	X	X	X	X	X	X	X	--	X	---	--	X	X	---	---	2	X	X	X	X	X	X
CP	X	X	X	X	X	X	X	X	--	X	---	--	X	---	X	---	2	X	X	X	X	X	X
DM	X	X	X	X	X	X	X	X	--	X	---	--	X	---	X	---	1	X	X	X	X	X	X
DL	X	X	X	X	X	X	X	X	--	X	---	--	X	X	---	---	2	X	X	X	X	X	X
EM	X	X	X	X	X	X	X	X	--	X	---	--	X	X	---	---	2	X	X	X	X	X	X
LP	X	X	X	X	X	X	X	X	--	X	---	--	X	X	---	---	2	X	X	X	X	X	X
LS	X	X	X	X	X	X	X	X	--	X	---	--	X	X	---	---	2	X	X	X	X	X	X
MR	X	X	X	X	X	X	X	X	--	X	---	--	X	X	---	---	2	X	X	X	X	X	X
MG	X	X	X	X	X	X	X	X	--	X	---	--	X	X	---	---	2	X	X	X	X	X	X
SM	X	X	X	X	X	X	---	---	--	--	---	--	X	---	--	X	0	X	X	X	X	X	X

12 participantes: 9 resoluções corretas e 3 incompletas.

Da análise da tabela anterior verifica-se que, relativamente, à “Compreensão do enunciado”, todos os alunos foram capazes de identificar os dados e compreender o pedido. Apenas um aluno não compreendeu o texto, nomeadamente uma das condições. Na “Resolução do problema”, nove alunos resolveram-no corretamente e três tiveram-no incompleto, uma vez que não encontraram todas as soluções. Todos os alunos, à exceção de um, respeitaram as condições, resolveram o problema sozinhos, implementaram corretamente a estratégia selecionada e efetuaram corretamente os cálculos.

No que diz respeito às “Estratégias de resolução”, todos usaram as operações aritméticas, com a adição e a multiplicação. Onze alunos usaram, também, a tentativa e erro. Na “Resposta ao problema”, sete alunos responderam corretamente, um colocou soluções a mais, três não apresentaram resposta completa e um não apresentou qualquer resposta. Quanto ao “Número de soluções encontradas”, nove alunos encontraram duas soluções, dois encontram uma e um não encontrou nenhuma.

Relativamente às “Dificuldades”, três alunos manifestaram-nas no: “Desligar-se do problema fechado”, “Compreender o problema”, ao nível do texto, “Operacionalizar as condições do problema”, no sentido de respeitar as condições apresentadas, e “Responder ao problema”, visto que um aluno apresentou apenas uma solução, mesmo tendo encontrado a outra, outro para além das duas soluções, colocou mais duas que não satisfaziam as condições e o outro aluno não respondeu. O balanço deste problema é satisfatório, porque a maioria teve sucesso, com a exceção de três alunos com incorreções na “Resolução do problema” e cinco na “Resposta ao problema”.

O balanço desta tarefa é satisfatório, pois verificou-se melhoria. Na “Compreensão do enunciado”, houve uma evolução excelente e visível. Da totalidade de alunos que não compreendeu o texto, nos problemas abertos, aqui apenas um teve esta dificuldade. Na “Resolução do problema”, existiu melhoria. Nas “Estratégias de resolução”, todos os alunos usaram as operações aritméticas da adição e da multiplicação para resolver os problemas. O uso da tentativa e erro, também esteve presente, mas mais visível nas resoluções no problema aberto dois. Na “Resposta ao problema”, houve uma pequena regressão na passagem para os problemas abertos, de onze alunos que tinham encontrado a solução no

problema fechado, passamos para nove alunos que encontraram todas as soluções nos problemas abertos.

Nesta tarefa, as principais dificuldades relacionaram-se com a “Compreensão do problema”, com maior incidência no problema fechado. Não obstante, existiu uma melhoria nos alunos, pois apesar de na passagem do problema fechado para os abertos aparecer um aluno com dificuldades no “Desligar-se do problema fechado” e no “Efetuar corretamente os cálculos”, houve uma grande regressão no número de alunos com dificuldades. De doze alunos com dificuldades no problema fechado, passamos para cinco no problema aberto número um e três no problema aberto número dois. No problema fechado, “Compreender o problema” foi o que teve maior frequência, com doze alunos a manifestar esta dificuldade, enquanto nos problemas abertos, a principal dificuldade verificou-se no “Responder ao problema”, com cinco alunos que não apresentaram resposta completa ou não responderam. Uma das razões para isto ter acontecido prende-se com o facto de os alunos estarem demasiado habituados a resolver problemas sempre da mesma tipologia e que admitem apenas uma solução, acabando por ter alguma dificuldade em aceitar quando surgem várias soluções.

### *Tarefa n.º 3: A caminhada da turma da Esperança*

No problema fechado desta tarefa, os alunos tinham 135 sandes para distribuir, igualmente, por cinco geleiras. Para resolver o problema, tinham de aplicar o algoritmo da divisão e descobrir quantas sandes ficavam em cada uma. Todos compreenderam o que tinham de fazer e apenas um aluno não conseguiu resolver o problema com sucesso. Os onze alunos que resolveram o problema acertadamente, usaram todos a mesma estratégia, aprendida anteriormente, fazendo o algoritmo da divisão e logo de seguida, a operação inversa, a multiplicação, com o intuito de verificar se os cálculos estavam corretos. O aluno DM explicou como resolveu o problema

eu pensei na divisão que foi, 135 a dividir por cinco, 135 são as sandes e 5 as geleiras. Depois, fiz um a dividir por cinco, não dá, mas depois pensei no três, se havia algum número na tabuada do cinco que dava 13, não, mas havia um próximo que era o 10. Depois baixei o cinco e pensei: algum número na tabuada do cinco que dê 35, há, que é o sete. Sete vezes cinco dá 35. Depois, fiz a multiplicação para ver se a conta estava certa. (DM, 11 maio 2021).

Na Figura 38 apresenta-se a resolução que o aluno DM efetuou.

**Figura 38**

Resolução do aluno DM para o problema fechado

The student's work is enclosed in a hand-drawn rectangular box. On the left, a long division problem is written: 
$$\begin{array}{r} 735 \overline{) 1047} \\ -104 \\ \hline 075 \\ -75 \\ \hline 00 \end{array}$$
 To the right of this, the number 27 is written. Below the division, a multiplication problem is written: 
$$\begin{array}{r} 27 \\ \times 5 \\ \hline 135 \end{array}$$
 At the bottom of the box, the student has written the sentence: "Em cada divisão não é o mesmo."

O aluno AP compreendeu o problema e sabia como fazê-lo, indicando corretamente o algoritmo da divisão. Contudo, enganou-se a efetuar os cálculos, chegando a um resultado diferente do esperado. Na Figura 39 apresenta-se a resolução que o aluno efetuou.

**Figura 39**

Resolução do aluno AP para o problema fechado

The student's work is enclosed in a hand-drawn rectangular box. On the left, a long division problem is written: 
$$\begin{array}{r} 135 \overline{) 1047} \\ -104 \\ \hline 075 \\ -75 \\ \hline 00 \end{array}$$
 To the right of this, the number 75 is written. Below the division, a multiplication problem is written: 
$$\begin{array}{r} 275 \\ \times 5 \\ \hline 1375 \end{array}$$
 At the bottom of the box, the student has written the sentence: "Ficaram 375 sandes."

AP fez a verificação, através da operação da multiplicação, mas como se tinha enganado obteve um produto diferente do dividendo. E foi este produto que apresentou na resposta. Percebe-se que sabia que quando aplicava o algoritmo da divisão devia fazer a verificação. Todavia, não sabia o seu significado, uma vez que o produto não era igual ao dividendo e não fez nada para alterar a situação. Para além disso, na resposta apresentou o produto, quando deveria ter colocado o quociente. Isto parece mostrar que o aluno tinha este processo muito mecanizado, não o compreendendo.

Tarefa n.º 3: A caminhada da turma da Esperança- Problema fechado

Alunos	Compreensão do enunciado			Resolução do problema						Estratégias de resolução				Resposta ao problema				Dificuldades					
	Compreendeu o texto	Identificou os dados	Compreendeu o pedido	Resolveu corretamente	Respeitou as condições	Resolveu sozinho	Implementou corretamente a estratégia selecionada	Efetuiu corretamente os cálculos	Não resolveu	Tentativa e erro	Desenho/esquema/diagrama	Tabela/lista organizada	Operações aritméticas	Respondeu corretamente, apresentando todas as soluções	Não apresentou resposta completa	Não apresentou qualquer resposta	Número de soluções encontradas	Desligar-se do problema fechado	Compreender o problema	Operacionalizar as condições do problema	Efetuar cálculos	Organizar a resolução	Responder ao problema
AP	X	X	X	X	X	X	X	X	--	--	--	--	X	X	--	--	--	X	X	X	X	X	X
AD	X	X	X	X	X	X	X	X	--	--	--	--	X	X	--	--	--	X	X	X	X	X	X
AC	X	X	X	X	X	X	X	X	--	--	--	--	X	X	--	--	--	X	X	X	X	X	X
CP	X	X	X	X	X	X	X	X	--	--	--	--	X	X	--	--	--	X	X	X	X	X	X
DM	X	X	X	X	X	X	X	X	--	--	--	--	X	X	--	--	--	X	X	X	X	X	X
DL	X	X	X	X	X	X	X	X	--	--	--	--	X	X	--	--	--	X	X	X	X	X	X
EM	X	X	X	X	X	X	X	X	--	--	--	--	X	X	--	--	--	X	X	X	X	X	X
LP	X	X	X	X	X	X	X	X	--	--	--	--	X	X	--	--	--	X	X	X	X	X	X
LS	X	X	X	X	X	X	X	X	--	--	--	--	X	X	--	--	--	X	X	X	X	X	X
MR	X	X	X	X	X	X	X	X	--	--	--	--	X	X	--	--	--	X	X	X	X	X	X
MG	X	X	X	X	X	X	X	X	--	--	--	--	X	--	--	X	--	X	X	X	X	X	X
SM	X	X	X	X	X	X	X	X	--	--	--	--	X	X	--	--	--	X	X	X	X	X	X

12 participantes: 11 resoluções corretas e 1 incompleta.

Da análise da tabela anterior verifica-se que, relativamente, à “Compreensão do enunciado”, todos os alunos tiveram êxito, compreenderam o texto, foram capazes de identificar os dados e compreenderam o pedido. Na “Resolução do problema”, onze alunos resolveram-no corretamente e um teve-o incompleto. Todos os alunos respeitaram as condições, resolveram-no sozinhos e implementaram corretamente a estratégia selecionada. Apenas um aluno errou os cálculos ao efetuar o algoritmo da divisão.

No que diz respeito às “Estratégias de resolução”, todos os alunos usaram as operações aritméticas, com a divisão e a multiplicação. Na “Resposta ao problema”, dez alunos responderam corretamente, um teve a resposta errada, em consequência dos erros nos cálculos e um não apresentou qualquer resposta.

Relativamente às “Dificuldades”, dois alunos manifestaram-nas em: “Efetuar os cálculos” e “Responder ao problema”. O balanço deste problema é muito satisfatório, porque a maioria dos alunos teve sucesso, com a exceção de um com incorreções na “Resolução do problema”.

No que concerne ao problema aberto, os alunos tinha de distribuir as 135 sandes, igualmente pelas geleiras, mas não sabiam quantas existiam, era o que tinham de descobrir. Inicialmente gerou algumas dúvidas porque os alunos afirmavam que eram cinco geleiras, dado que pertencia ao problema fechado, e na transformação deixou de existir. Mas, através das questões de interpretação compreenderam que tinham de descobrir o número de geleiras e para o fazer, tinha de ser através de tentativas.

Era necessário usar o algoritmo da divisão, apenas com números de um algarismo, pois até ao momento os alunos ainda não tinham aprendido com números de dois algarismos. Ainda assim, no momento da correção, dialogou-se com eles sobre os divisores do número 135 e as soluções que fariam sentido para o contexto do problema, concluindo-se com eles que 15, 27, 45 e 135 geleiras não tinha muita lógica para o problema, pois cada uma levaria um número muito reduzido de sandes. Depois de compreenderem o raciocínio que teriam de aplicar, a resolução do problema tornou-se mais fácil, surgindo diferentes processos de organizarem o seu pensamento.

A maioria dos alunos teve a resolução e a resposta incompletas. Dos nove alunos com a resolução incompleta, cinco não tiveram tempo para concluir a resolução e



encontrar as quatro soluções. Foi o caso do aluno AC que testou vários números, fazendo o algoritmo da divisão e a verificação para cada um, só conseguindo até ao número sete, encontrando três soluções. Na Figura 40 apresenta-se a resolução que o aluno AC efetuou.

Figura 40

Resolução do aluno AC para o problema aberto

Dados: 6 geléias = 22 ramos  
 1 geléia = 135 ramos  
 2 geléias = 67 ramos  
 3 geléias = 45 ramos  
 4 geléias = 33 ramos  
 5 geléias = 27 ramos

Handwritten calculations for division and multiplication:

$$\begin{array}{r} 135 \overline{) 135} \\ \underline{-135} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 135 \overline{) 135} \\ \underline{-135} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 135 \overline{) 135} \\ \underline{-135} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 135 \overline{) 135} \\ \underline{-135} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 135 \overline{) 135} \\ \underline{-135} \\ 0 \end{array}$$

Resposta: Podem ser: 3 geléias 45 ramos, 5 geléias 27 ramos, 1 geléia 135 ramos e 7...

Os outros quatro alunos com a resolução incompleta tiveram incorreções nos cálculos. O aluno LP ao efetuar o algoritmo da divisão para o número três confundiu-se nos cálculos, como se observa na Figura 41 através da sua resolução.

Figura 41

Resolução do aluno LP para o problema aberto

Handwritten calculations for division and multiplication:

$$\begin{array}{r} 135 \overline{) 135} \\ \underline{-135} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 135 \overline{) 135} \\ \underline{-135} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 135 \overline{) 135} \\ \underline{-135} \\ 0 \end{array}$$

Resposta: 4 ramos que são: 1 = 135, 3 = 45, 5 = 27 e 9 = 15

Na resolução deste aluno destaca-se o pormenor de ter efetuado cálculos apenas para os números ímpares. Não efetuou tentativas para os números pares e escreveu a razão pela qual não o fez, o que lhe permitiu ter mais tempo para conseguir descobrir todas as soluções. Como se pode ver na figura anterior, LP escreveu a seguinte justificação: “Não dá para dividir por 2, 4, 6, 8, 10... Porque o número 135 é ímpar e só podemos dividir por números ímpares.” (LP, 11 maio 2021). Este aluno não foi o único que testou apenas para os números ímpares, mais quatro alunos o fizeram, mas nem todos apresentaram a justificação.

O aluno DM para além de se ter enganado no cálculo  $9 \times 7$ , ao efetuar o algoritmo da divisão para o número sete, esqueceu-se de efetuar o cálculo para o número cinco, encontrando apenas duas soluções, como se observa na Figura 42 através da sua resolução.

**Figura 42**

*Resolução do aluno DM para o problema aberto*

Handwritten mathematical work showing division attempts for 135 by various numbers. The work is organized into two columns. The left column shows divisions by 3, 4, 8, and 17. The right column shows divisions by 2, 6, 7, 16, and 13. Some divisions are marked with checkmarks or crosses. At the bottom, there is a handwritten note: "Os gelosins podem ser: 3 com 45, 1 com 135".

A sua resolução mostra desorganização, podendo não ter testado os números por ordem, dado que aparecem dispersos na folha, e talvez por isso se tenha esquecido do

número cinco. Quanto à tentativa para o número nove, o aluno pode não ter tido tempo de concluir a sua resolução.

Três alunos tiveram dificuldades em compreender o que o problema pedia e durante a sua resolução necessitaram de ajuda. A investigadora explicou, novamente, como tinham de fazer, salientando que os números de geleiras que satisfaziam as condições do problema, eram aqueles em que a operação da divisão era exata, ou seja, o resto dava zero.

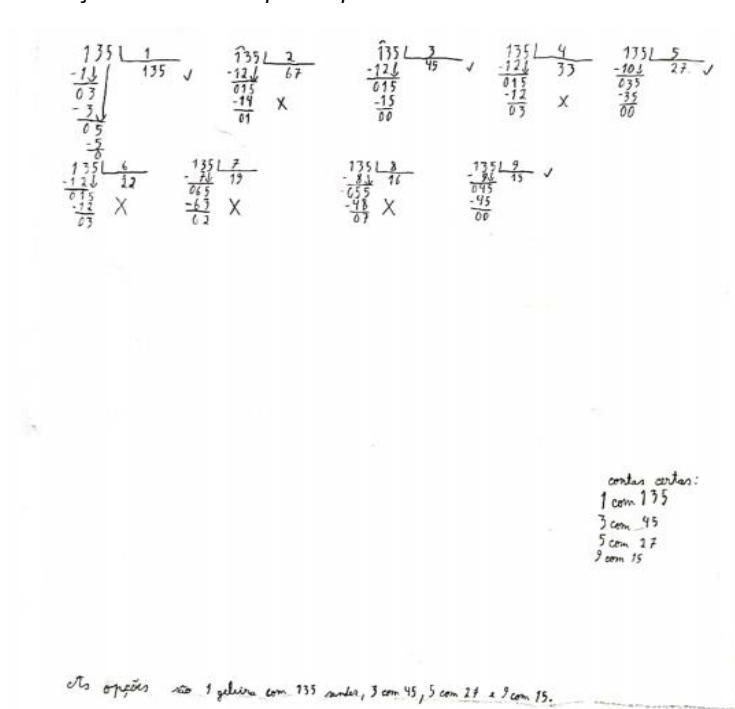
Apenas três alunos tiveram a resolução e resposta totalmente correta, conseguindo testar vários números sem incorreções e encontrar as quatro soluções, que faziam sentido no contexto do problema e para as quais sabiam efetuar os cálculos. O aluno SM foi ao quadro e explicou parte do seu raciocínio

eu fiz 135 a dividir por todos os números até nove, para ver quantas geleiras íamos ter. Se for só uma geleira leva 135 sandes. Se for duas geleiras cada uma leva 67, mas sobra uma sandes, que não podemos dividir. Por isso, duas geleiras não dá. Depois, fiz as contas para ver se dava com três geleiras e dava porque cada geleira ficava com 45 sandes e não sobrava nenhuma. (SM, 11 maio 2021).

Na Figura 43 apresenta-se a resolução que o aluno SM efetuou.

**Figura 43**

*Resolução do aluno SM para o problema aberto*



Tarefa n.º 3: A caminhada da turma da Esperança- Problema aberto

Alunos	Compreensão do enunciado			Resolução do problema						Estratégias de resolução				Resposta ao problema				Dificuldades					
	Compreendeu o texto	Identificou os dados	Compreendeu o pedido	Resolveu corretamente	Respeitou as condições	Resolveu sozinho	Implementou corretamente a estratégia selecionada	Efetuiu corretamente os cálculos	Não resolveu	Tentativa e erro	Desenho/esquema/diagrama	Tabela/lista organizada	Operações aritméticas	Respondeu corretamente, apresentando todas as soluções	Não apresentou resposta completa	Não apresentou qualquer resposta	Número de soluções encontradas	Desligar-se do problema fechado	Compreender o problema	Operacionalizar as condições do problema	Efetuar cálculos	Organizar a resolução	Responder ao problema
AP	X	X	X	X	X	X	X	X	--	X	---	X	X	---	---	X	3	X	X	X	X	X	X
AD	X	X	X	X	X	X	X	X	--	X	---	X	X	X	---	---	4	X	X	X	X	X	X
AC	X	X	X	X	X	X	X	X	--	X	---	X	X	---	X	---	3	X	X	X	X	X	X
CP	X	X	X	X	X	X	X	X	--	X	---	--	X	---	X	---	2	X	X	X	X	X	X
DM	X	X	X	X	X	X	X	X	--	X	---	--	X	---	X	---	2	X	X	X	X	X	X
DL	X	X	X	X	X	X	X	X	--	X	---	X	X	X	---	---	4	X	X	X	X	X	X
EM	X	X	X	X	X	X	X	X	--	X	---	--	X	---	X	---	2	X	X	X	X	X	X
LP	X	X	X	X	X	X	X	X	--	X	---	X	X	X	---	---	4	X	X	X	X	X	X
LS	X	X	X	X	X	X	X	X	--	X	---	X	X	X	---	---	4	X	X	X	X	X	X
MR	X	X	X	X	X	X	X	X	--	X	---	X	X	---	---	X	2	X	X	X	X	X	X
MG	X	X	X	X	X	X	X	X	--	X	---	X	X	---	---	X	2	X	X	X	X	X	X
SM	X	X	X	X	X	X	X	X	--	X	---	X	X	X	--	---	4	X	X	X	X	X	X

12 participantes: 3 resoluções corretas e 9 incompletas.

Da análise da tabela anterior verifica-se que, relativamente, à “Compreensão do enunciado”, todos os alunos foram capazes de identificar os dados. Três tiveram dificuldade em compreender o texto e, conseqüentemente, o que era pedido no problema. Na “Resolução do problema”, nove alunos tiveram a sua resolução incompleta e apenas três a tiveram correta. Todos respeitaram as condições do problema e implementaram corretamente as estratégias selecionadas. Três alunos precisaram de ajuda durante a resolução. Quatro alunos tiveram incorreções nos cálculos, ao fazer o algoritmo da divisão.

No que diz respeito às “Estratégias de resolução”, todos usaram a tentativa e erro e as operações aritméticas, com a divisão e a multiplicação. Nove alunos utilizaram a tabela ou lista organizada, para registarem os resultados e selecionarem os que satisfaziam as condições do problema, para apresentá-los na resposta. Na “Resposta ao problema”, cinco alunos responderam corretamente, quatro não apresentaram resposta completa e três não apresentaram qualquer resposta. Quanto ao número de soluções encontradas, cinco alunos encontraram as quatro soluções, dois encontraram três e cinco encontraram apenas duas.

Relativamente às “Dificuldades”, verificou-se que todos os alunos, numa fase inicial de leitura do problema, manifestaram dificuldades em “Desligar-se do problema fechado”, já que referiram que a resposta seria cinco geleiras. Durante a resolução seis alunos tiveram dificuldades em: “Compreender o problema”, “Operacionalizar as condições do problema”, “Efetuar os cálculos”, e “Organizar a resolução”. O balanço deste problema é não satisfatório, porque apenas quatro alunos foram capazes de encontrar as quatro soluções. No entanto, era um problema de alguma complexidade e demorada resolução, pelo que se fossem pedidas apenas duas soluções todos as teriam encontrado.

O balanço desta tarefa é não satisfatório, pois verificou-se uma regressão por parte de alguns alunos. Na “Compreensão do enunciado”, de uma total compreensão, passamos a três alunos que não compreenderam o texto nem o pedido no problema aberto. Na “Resolução do problema” verificou-se uma regressão, nomeadamente no “Resolveu corretamente”, de apenas um aluno com a resolução incompleta passamos a ter nove. Relativamente às “Estratégias de resolução”, todos os alunos passaram a combinar mais do que uma para resolver o problema. Na “Resposta ao problema”, de dez alunos com a

resposta totalmente correta, passamos para apenas cinco, aumentando para quatro, o número de alunos com a resposta incompleta e para três o número de alunos que não apresentou resposta. Possivelmente, os que não a apresentaram foi por falta de tempo.

Nesta tarefa, as principais dificuldades relacionaram-se com a “Compreensão do problema” e a “Resolução do problema”, com maior incidência no problema aberto. Na passagem para este, passamos à totalidade dos alunos com dificuldades em pelo menos um dos indicadores, sendo o “Desligar-se do problema fechado”, o que teve maior frequência.

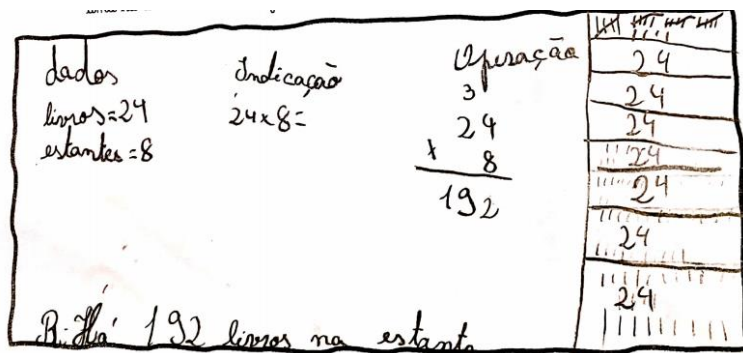
Apesar de não ter acontecido uma evolução dentro dos problemas da tarefa, notou-se melhoria em comparação com as primeiras tarefas realizadas. Nesta, os alunos preocuparam-se em usar várias estratégias para não se perderem no meio de tantos cálculos que efetuaram, criando tabelas ou listas com as soluções encontradas, assinalando as possíveis, mas, também, as que não davam, para mais facilmente indicarem a resposta.

#### Tarefa n.º 4: A estante da Rosa Meira Engenheira

No problema fechado, tinham de descobrir o número de livros existentes numa estante de oito prateleiras, com 24 livros cada uma. Oito alunos resolveram o problema acertadamente, usando o desenho e a operação aritmética da multiplicação, conseguindo chegar à resposta correta. Efetuaram os cálculos sem enganos, demonstrando que sabiam a tabuada do oito e aplicar o algoritmo da multiplicação. Foi o caso do aluno AD, como se observa na Figura 44, através da sua resolução.

**Figura 44**

Resolução do aluno AD para o problema fechado



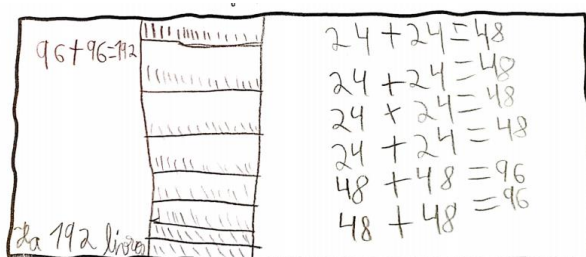
O aluno DM resolveu através de sucessivas adições. Começou por adicionar o número de livros em duas prateleiras ( $24 + 24 = 48$ ), repetindo esta operação quatro vezes. Adicionou os resultados, obtendo duas vezes o número 96, que adicionou para descobrir o número total de livros. Este aluno optou pela adição, pois não sabia a tabuada da multiplicação, usando a operação que o deixava confortável. Quando foi ao quadro apresentar a sua resolução, explicou aos colegas o que fez

eu pensei,  $24+24$ , porque é o número de livros que tem cada prateleira. E depois, juntei os resultados, e aqui, também, juntei os resultados para ter o número de livros. (DM, 24 maio 2021).

Na Figura 45 apresenta-se a resolução que o aluno DM efetuou.

**Figura 45**

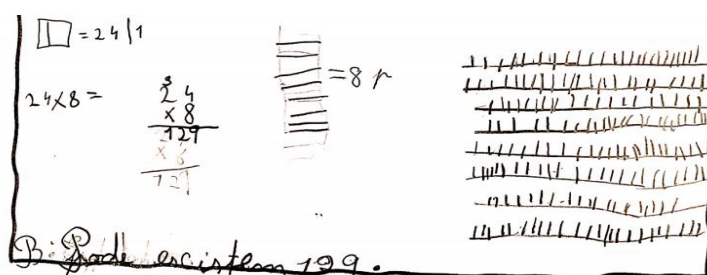
*Resolução do aluno DM para o problema fechado*



Dois alunos compreenderam o enunciado, aplicaram corretamente as estratégias que selecionaram, mas depararam-se com dificuldades ao efetuar os cálculos. Percebe-se que se confundiram no algoritmo da multiplicação ou não sabiam bem a tabuada. No caso do aluno EM, ao efetuar o cálculo  $24 \times 8$ , obteve 129, em vez de 192, conduzindo-o a uma resposta errada, como se observa na Figura 46 através da sua resolução.

**Figura 46**

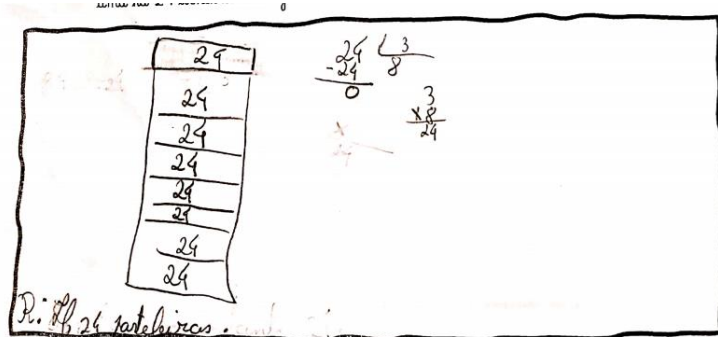
*Resolução do aluno EM para o problema fechado*



O aluno AP foi o único que não compreendeu o que era pedido no problema, como também não sabia a operação aritmética a utilizar para obter a resposta. Através da resolução apresentada pelo aluno, percebe-se que ele não compreendeu, porque a sua resposta é direcionada a uma questão sobre o número de prateleiras, quando no enunciado se pretendia descobrir o número de livros existentes na estante. Na Figura 47 apresenta-se a resolução que o aluno AP efetuou.

**Figura 47**

*Resolução do aluno AP para o problema fechado*



A sua resposta parece mostrar que não voltou a ler a questão do problema, depois de responder, para verificar se respondia de acordo com a questão colocada. Na resolução do problema, optou por combinar o desenho, que estava correto, e a operação aritmética, tal como os restantes alunos. No entanto, escolheu a operação da divisão, que não se aplicava a este problema, colocando no dividendo o número 24, representativo dos livros em cada prateleira, e no divisor o número três, que não fazia parte do problema. Foi capaz de efetuar corretamente os cálculos e fazer a verificação, usando a operação da multiplicação, mas na resposta apresentou o resultado da multiplicação, quando deveria ter escrito o da divisão. Depreende-se que o aluno aplicou o que aprendeu, mas não compreendeu, já que apresentou o resultado correspondente ao número de livros em cada prateleira. O esquema que usou não está relacionado com os cálculos. Este aspeto permite dizer que, para este aluno, esquemas e cálculos, usados num mesmo problema, não têm de ser relacionados. Esta resolução deixa um alerta aos professores, quando usam diferentes representações para uma mesma situação: a necessidade de se estabelecerem relações claras entre elas, para contribuir para a melhor compreensão dos alunos.



Tarefa n.º 4: A estante na escola da Rosa Meira Engenheira- Problema fechado

Alunos	Compreensão do enunciado			Resolução do problema						Estratégias de resolução				Resposta ao problema				Dificuldades					
	Compreendeu o texto	Identificou os dados	Compreendeu o pedido	Resolveu corretamente	Respeitou as condições	Resolveu sozinho	Implementou corretamente a estratégia selecionada	Efetuiu corretamente os cálculos	Não resolveu	Tentativa e erro	Desenho/esquema/diagrama	Tabela/lista organizada	Operações aritméticas	Respondeu corretamente, apresentando todas as soluções	Não apresentou resposta completa	Não apresentou qualquer resposta	Número de soluções encontradas	Desligar-se do problema fechado	Compreender o problema	Operacionalizar as condições do problema	Efetuar cálculos	Organizar a resolução	Responder ao problema
AP	X	X	X	X	X	X	X	X	--	--	X	--	X	X	---	---	---	X	X	X	X	X	X
AD	X	X	X	X	X	X	X	X	--	--	X	--	X	X	---	---	---	X	X	X	X	X	X
AC	X	X	X	X	X	X	X	X	--	--	X	--	X	X	---	---	---	X	X	X	X	X	X
CP	X	X	X	X	X	X	X	X	--	--	X	--	X	X	---	---	---	X	X	X	X	X	X
DM	X	X	X	X	X	X	X	X	--	--	X	--	X	X	---	---	---	X	X	X	X	X	X
DL	X	X	X	X	X	X	X	X	--	--	X	--	X	---	---	X	---	X	X	X	X	X	X
EM	X	X	X	X	X	X	X	X	--	--	X	--	X	X	---	---	---	X	X	X	X	X	X
LP	X	X	X	X	X	X	X	X	--	--	X	--	X	X	---	---	---	X	X	X	X	X	X
LS	X	X	X	X	X	X	X	X	--	--	X	--	X	X	---	---	---	X	X	X	X	X	X
MR	X	X	X	X	X	X	X	X	--	--	X	--	X	X	---	---	---	X	X	X	X	X	X
MG	FALTOU																						
SM	X	X	X	X	X	X	X	X	--	--	X	--	X	X	--	---	---	X	X	X	X	X	X

11 participantes: 8 resoluções corretas, 2 incompletas e 1 incorreta.

Da análise da tabela anterior verifica-se que, relativamente, à “Compreensão do enunciado”, todos foram capazes de identificar os dados. Apenas um aluno não compreendeu o texto nem o pedido no problema. Na “Resolução do problema”, oito alunos resolveram-no corretamente, dois tiveram-no incompleto, uma vez que falharam nos cálculos e um aluno teve a resolução errada. Todos respeitaram as condições do problema e resolveram-no sozinhos. Apenas um aluno não “Implementou corretamente a estratégia selecionada”, pois usou uma das estratégias inadequadamente. Dois alunos erraram os cálculos e um não usou a operação correta.

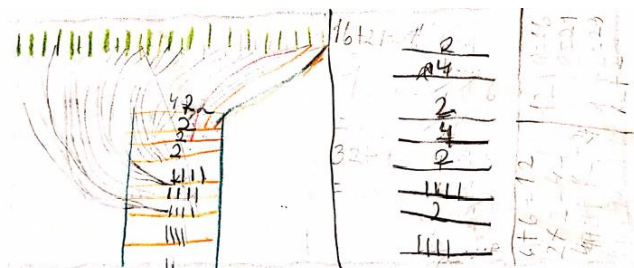
No que diz respeito às “Estratégias de resolução”, todos usaram o desenho e as operações aritméticas, ainda que nesta última, um aluno não tenha escolhido a operação adequada. Na “Resposta ao problema”, oito alunos responderam corretamente, dois erraram a resposta e um não apresentou qualquer resposta.

Relativamente às “Dificuldades”, três alunos manifestaram-nas no: “Compreender o problema”, ao nível do que era pedido, “Operacionalizar as condições do problema”, no sentido de respeitar as condições apresentadas, “Efetuar os cálculos”, pois confundiram-se no algoritmo da multiplicação e “Responder ao problema”, uma vez que um aluno não respondeu. O balanço deste problema é satisfatório, porque a maioria dos alunos teve sucesso, com a exceção de três com incorreções.

No que concerne ao problema aberto, tinham de descobrir como podiam distribuir 24 livros por uma estante de oito prateleiras, considerando que todas elas continham um número par de livros. Optou-se por pedir aos alunos que indicassem apenas duas das cinco soluções possíveis, para que tivessem tempo de resolver, dado que tinham de fazer tentativas. Todos compreenderam o problema e ao longo da resolução respeitaram as duas condições impostas: todas as prateleiras terem livros e o número de livros em cada uma ser par. Apenas dois alunos não tiveram a sua resolução totalmente correta. No caso do aluno EM, apresentou duas vezes a mesma solução, apesar de na resolução ter distribuído os livros por uma ordem diferente, como se observa na Figura 48 através da sua resolução.

**Figura 48**

Resolução do aluno EM para o problema aberto

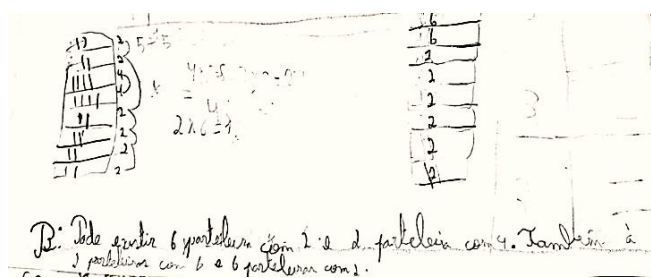


No entanto, como não apresentou resposta, e esta pedia a contabilização do número de livros em cada prateleira e a referência a quantas tinham o mesmo número de livros, não se apercebeu que as duas resoluções eram referentes à mesma solução.

Já o aluno LP numa das tentativas distribuiu apenas 20 livros, indicando que em seis prateleiras estariam dois livros e nas outras duas, quatro livros em cada, não se apercebendo que faltava distribuir quatro livros, como se observa na Figura 49 através da sua resolução.

**Figura 49**

Resolução do aluno LP para o problema aberto



Verifica-se que este aluno ao adicionar o número de livros em cada prateleira, contabilizou mal, o que pode ter acontecido por ter feito o cálculo mentalmente, dado que não apresentou nenhum cálculo na sua resolução. LP apresentou a solução  $6 \times 2 + 2 \times 6$  (seis prateleiras com dois livros mais duas prateleiras com seis), encontrada por mais três colegas. Durante a resolução no quadro, explicou o seu raciocínio

eu pensei assim, como seis é um número par, eu meti, e fui contando quais eram os números pares que tenho e depois cheguei à conclusão que tinha o dois, que usei em quase todas. O

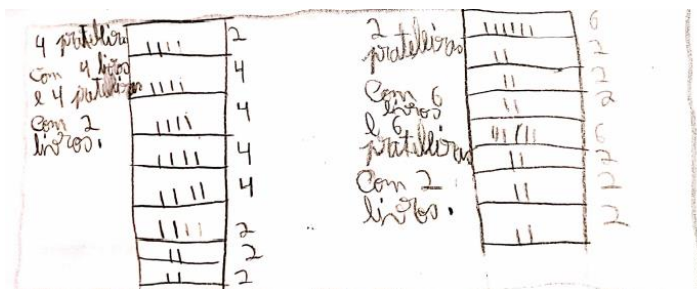
seis meti duas vezes, que é seis mais seis, que dá doze. Depois, meti 2,4,6,8,10,12. (LP, 25 maio 2021).

Dos quatro alunos que chegaram a esta solução, três pensaram da forma apresentada pelo aluno LP.

O aluno DM teve um raciocínio diferente. Pela resolução apresentada, começou por dividir o número de livros em duas partes iguais, fazendo o mesmo com as prateleiras. Assim, distribuiu doze livros por quatro prateleiras. Para o fazer, começou por colocar numa prateleira seis livros, ficando com seis livros para distribuir por três prateleiras. Mentalmente fez esta divisão, colocando dois livros em cada prateleira. Depois, repetiu exatamente o mesmo processo para as quatro prateleiras que faltavam. Na Figura 50 apresenta-se a resolução que o aluno DM efetuou.

**Figura 50**

*Resolução do aluno DM para o problema aberto*



DM encontrou, também, a solução  $4 \times 2 + 4 \times 4$  (quatro prateleiras com dois livros e quatro prateleiras com quatro), descoberta por mais oito alunos. Foi a solução mais encontrada. Nesta solução, alguns alunos optaram por fazer uma distribuição ordenada, colocando as primeiras quatro prateleiras com dois livros e as outras quatro com quatro livros. Os restantes alunos foram alternando entre o número dois e o quatro, até conseguirem chegar à distribuição que satisfazia as condições.

O aluno AD foi ao quadro apresentar a sua resolução e explicar o raciocínio que usou para chegar a esta solução

AD: Eu pensei quatro vezes o quatro, que é 16, mais dois vezes quatro, que dava 24.

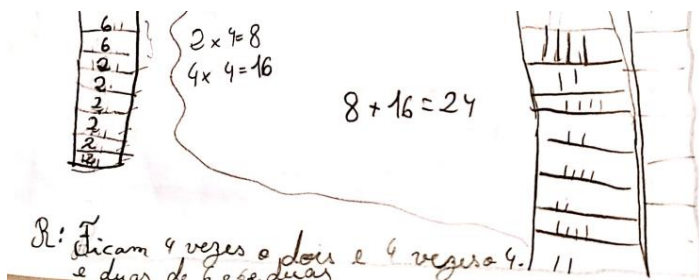
DM: Mas como é que ordenaste nas prateleiras?

AD: Fiz assim, tentei pôr o quatro, e depois, pensei e se tentar fazer quatro, mais quatro, mais quatro e mais quatro, e depois eu pensei noutra conta, que deu 16 essa, e tentei fazer uma que desse oito, fiz dois, mais dois, mais dois, mais dois. (AD e DM, 25 maio 2021).

Na Figura 51 apresenta-se a resolução que o aluno AD efetuou.

**Figura 51**

Resolução do aluno AD para o problema aberto



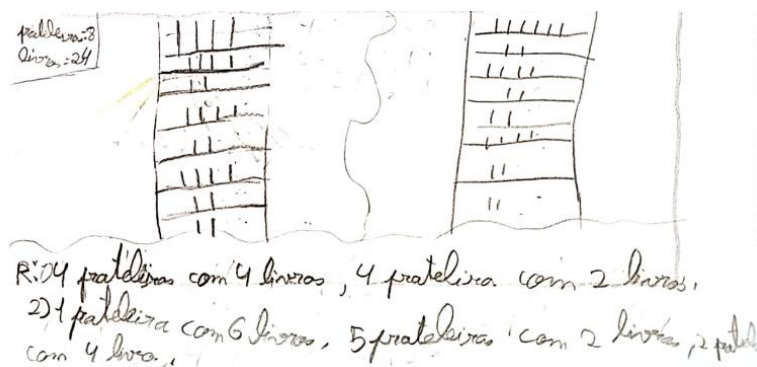
A solução  $5 \times 2 + 2 \times 4 + 6$  (cinco prateleiras com dois livros, mais duas prateleiras com quatro e uma prateleira com seis) foi descoberta por seis alunos, que apresentaram ordens de distribuição dos livros pelas prateleiras muito distintas. Alguns começaram por colocar várias prateleiras com dois ou quatro livros e no final é que completaram a última prateleira com seis livros. Outros começaram por colocar seis livros na primeira prateleira e depois distribuir os 18 que faltavam através de tentativas com os números quatro e dois. Foi o caso do aluno CP, que explicou o seu raciocínio

eu desenhei a estante e meti seis, e mais dois, depois o quatro, outra vez o dois, outro dois, mais quatro noutra prateleira. E as outras duas que sobraram, também, meti dois e quando somei tudo deu-me 24. (CP, 25 maio 2021).

Na Figura 52 apresenta-se a resolução que o aluno CP efetuou.

**Figura 52**

Resolução do aluno CP para o problema aberto



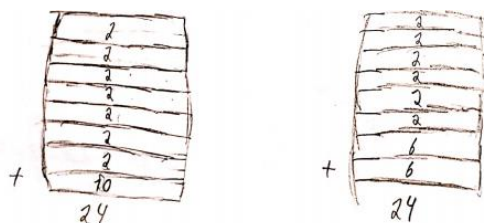
Apenas um aluno conseguiu descobrir a solução  $7 \times 2 + 10$  (sete prateleiras com dois livros mais uma com dez), começando por colocar numa prateleira dez livros e distribuir os outros 14 pelas sete prateleiras que faltavam. O aluno explicou o seu raciocínio

eu pensei, eu vou fazer assim, uma com 10 e então, mas então vou fazer outra com 14 para dar 24 e então, eu contei várias prateleiras com o dois: dois, quatro, seis, oito, dez, ...até chegar a 14 e depois meti aqui um 10 e ao somar tudo dava 24. (SM 25 maio 2021).

Na Figura 53 apresenta-se a resolução que o aluno SM efetuou.

**Figura 53**

*Resolução do aluno SM para o problema aberto*



*Ob: 7 prateleiras + 1 com 10 e 6 com 2, 2 com 6.*

Para este problema existia ainda mais uma solução,  $6 \times 2 + 4 + 8$  (seis prateleiras com dois livros, uma com quatro livros e uma com oito), que não foi encontrada por nenhum aluno, talvez por uma das prateleiras ter um número de livros maior e os alunos terem procurado fazer a distribuição apenas com os números dois e quatro, recorrendo ao seis, quando necessário, para completar o número de livros até 24.

Tarefa n.º 4: A estante na escola da Rosa Meira Engenheira- Problema aberto

Alunos	Compreensão do enunciado			Resolução do problema						Estratégias de resolução				Resposta ao problema							Dificuldades								
	Compreendeu o texto	Identificou os dados	Compreendeu o pedido	Resolveu corretamente	Respeitou as condições	Resolveu sozinho	Implementou corretamente a estratégia selecionada	Efetuiu corretamente os cálculos	Não resolveu	Tentativa e erro	Desenho/esquema/diagrama	Tabela/lista organizada	Operações aritméticas	Respondeu corretamente, apresentando todas as soluções	Não apresentou resposta completa	Não apresentou qualquer resposta	Número de soluções encontradas	7 x 2 + 10	6 x 2 + 4 + 8	6 x 2 + 2 x 6	5 x 2 + 2 x 4 + 6	4 x 2 + 4 x 4	Desligar-se do problema fechado	Compreender o problema	Operacionalizar as condições do problema	Efetuar cálculos	Organizar a resolução	Responder ao problema	
AP	X	X	X	X	X	X	X	X	--	X	X	--	--	---	X	--	2	--	--	--	X	X	X	X	X	X	X	X	X
AD	X	X	X	X	X	X	X	X	--	X	X	--	X	X	--	--	2	--	--	X	--	X	X	X	X	X	X	X	X
AC	X	X	X	X	X	X	X	X	--	X	X	--	X	---	--	X	2	--	--	--	X	X	X	X	X	X	X	X	X
CP	X	X	X	X	X	X	X	X	--	X	X	--	--	X	--	--	2	--	--	--	X	X	X	X	X	X	X	X	X
DM	X	X	X	X	X	X	X	X	--	X	X	--	--	X	--	--	2	--	--	X	--	X	X	X	X	X	X	X	X
DL	X	X	X	X	X	X	X	X	--	X	X	--	--	X	--	--	2	--	--	--	X	X	X	X	X	X	X	X	X
EM	X	X	X	X	X	X	X	X	--	X	X	--	--	---	--	X	1	--	--	--	--	X	X	X	X	X	X	X	X
LP	X	X	X	X	X	X	X	X	--	X	X	--	--	---	X	--	1	--	--	X	--	--	X	X	X	X	X	X	X
LS	X	X	X	X	X	X	X	X	--	X	X	--	X	X	---	---	2	--	--	--	X	X	X	X	X	X	X	X	X
MR	X	X	X	X	X	X	X	X	--	X	X	--	X	X	---	---	2	--	--	--	X	X	X	X	X	X	X	X	X
MG	FALTOU																												
SM	X	X	X	X	X	X	X	X	--	X	X	--	--	X	---	---	2	X	--	X	--	--	X	X	X	X	X	X	X

11 participantes: 9 resoluções corretas e 2 incompletas.

Da análise da tabela anterior verifica-se que, relativamente, à “Compreensão do enunciado”, todos os alunos compreenderam o texto, foram capazes de identificar os dados e de compreender o pedido. Na “Resolução do problema”, nove resolveram-no corretamente e dois tiveram-no incompleto, dado que um apresentou duas resoluções para a mesma solução e o outro falhou nos cálculos. Todos os alunos respeitaram as condições do problema, resolveram-no sozinhos e implementaram corretamente as estratégias selecionadas. Apenas um aluno teve incorreções nos cálculos, porque só adicionou 20 livros, quando eram 24.

No que diz respeito às “Estratégias de resolução”, todos usaram o desenho e a tentativa e erro. Quatro alunos utilizaram a adição e a multiplicação. Na “Resposta ao problema”, seis alunos responderam corretamente, um errou-a, dois não apresentaram resposta completa, um deles não terminou de a escrever e o outro tinha apenas uma das soluções correta. Dois alunos não deram qualquer resposta. Quanto ao número de soluções encontradas, nove alunos descobriram as duas soluções que eram pedidas, mas dois só conseguiram encontrar uma.

Relativamente às “Dificuldades”, cinco alunos manifestaram-nas em: “Efetuar os cálculos”, “Organizar a resolução” e “Responder ao problema”. O balanço deste problema é satisfatório, porque as principais dificuldades surgiram apenas na “Resposta ao problema”.

O balanço desta tarefa é muito satisfatório, pois verificou-se melhoria. Na “Compreensão do enunciado”, de um aluno que não compreendia o texto nem o pedido, passamos a uma total compreensão por parte de todos. Na “Resolução do problema”, houve uma evolução, com apenas dois alunos com resolução incompleta, tendo um deles incorreções nos cálculos. Relativamente às “Estratégias de resolução”, os alunos combinaram mais do que uma para resolver o problema. Foi interessante verificar que nos dois problemas, todos usaram o desenho para os auxiliar na compreensão e na resolução do problema. Sentiram necessidade de ter uma imagem visual e concreta para o conseguir resolver, o que é válido e fez todo o sentido usarem.

No entanto, na “Resposta ao problema”, existiu uma pequena regressão, já que passamos a ter cinco alunos com resposta errada, incompleta ou sem resposta.



Possivelmente aconteceu por alguns alunos não saberem bem como apresentar uma resposta com duas soluções, e que cada uma delas não era apenas um número. Era uma resposta diferente da que estavam habituados a dar aos problemas que faziam, que eram problemas de passos (Vale & Pimentel, 2004). Apesar disso, verificou-se que a aceitação da existência de várias soluções num problema começou a ser vista como um desafio, deixando de provocar estranheza nos alunos. Mostraram-se motivados e o pormenor de pedir apenas duas soluções, foi uma mais-valia para terem tempo de pensar e resolver com calma.

Nesta tarefa, as principais dificuldades relacionaram-se com a “Resposta ao problema”, com maior incidência no problema aberto. Na passagem de um problema para outro aumentou, de três para cinco, o número de alunos com dificuldades. No problema fechado “Efetuar cálculos” foi o indicador que teve maior frequência, com dois alunos a manifestar esta dificuldade, enquanto no problema aberto, foi no “Responder ao problema”, com quatro alunos.

#### *Tarefa n.º 5: O presente da Rosa Meira Engenheira*

Esta tarefa, ao contrário de todas as anteriores, necessitava de uma análise e interpretação do problema mais cuidada, que os alunos não seriam capazes de fazer sozinhos. O problema questionava se seria possível passar uma fita em todos os lados do presente com a forma de um cubo e ainda fazer um laço. Portanto, os alunos sabiam perfeitamente que o cubo tem seis faces, mas desconheciam que quando se passa a fita pelo cubo, esta cruza em duas delas. Logo, este dado era fundamental para resolver o problema corretamente e foi explicado pela investigadora. Para que os alunos pudessem ter uma imagem concreta, mostrou-se-lhes um cubo tridimensional com uma fita colocada, que passava nas diferentes faces, para verificarem que cruzava duas vezes. Desta forma, os alunos sabiam que ao resolver tinham de considerar as seis faces, mais as duas onde a fita cruzava, e, portanto, efetuar o cálculo para oito faces, sabendo que a aresta tinha 15cm, a fita era de 120cm e para fazer o laço eram precisos 25cm de fita.

Relativamente ao problema fechado, todos os alunos o compreenderam e resolveram acertadamente, usando as operações da multiplicação e da adição. A maioria

não usou a adição para fazer o cálculo da fita gasta com o laço, porque percebeu que já não dava, uma vez que o resultado da operação para calcular a fita gasta no cubo deu 120 (15 x 8). O aluno AC foi resolver ao quadro e explicou como pensou

as arestas do cubo tinham 15 cm e os lados tinham oito. Eu multipliquei os dois números, das arestas do cubo e dos lados. E deu-me 120, só que já não dava para o laço porque só tínhamos 120 cm de fita, que gastamos no cubo. (AC, 26 maio 2021).

Na Figura 54 apresenta-se a resolução que o aluno AC efetuou.

**Figura 54**

*Resolução do aluno AC para o problema fechado*

Dados  
arestas do cubo: 15cm  
lados: 8  
fita: 120cm

$$\begin{array}{r} 15 \\ \times 8 \\ \hline 120 \end{array}$$

P: Não dá para fazer o laço, porque já gastaram 120cm.

O aluno AC na explicação do seu raciocínio considerou as oito faces, seis relativas às faces do cubo e as outras duas às faces onde a fita cruzava. Daí ter escrito nos dados “lados: 8”, para considerar este número nos seus cálculos e não apenas as seis faces do cubo.

Três alunos completaram a sua resolução com a operação da adição,  $120+25=145$ , para descobrir a fita que necessitavam na totalidade. Foi o caso do aluno MR, como se observa na Figura 55 através da sua resolução.

**Figura 55**

*Resolução do aluno MR para o problema fechado*

dados  
120 fita  
125 laço

indicação  
 $15 \times 8 = 120$   
 $120 + 25 = 145$

operação

$$\begin{array}{r} 15 \\ \times 8 \\ \hline 120 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 120 \\ + 25 \\ \hline 145 \end{array}$$

Não dá porque passa de 120cm.

O aluno DM, tal como no problema fechado da tarefa anterior, optou por não usar o algoritmo da multiplicação, mas sim a operação da adição.

Começou por fazer quatro vezes a operação  $15+15=30$ , adicionando no final os resultados obtidos. Para o fazer, calculou duas vezes  $30+30=60$  e depois, adicionou  $60+60$ , obtendo 120, correspondente à fita necessária para passar no cubo. De seguida, fez a operação  $120+25=145$ , para descobrir a quantidade de fita necessária para o cubo e para o laço. A sua resposta não foi muito clara, mas percebe-se que o aluno compreendeu e viu que não era possível fazer o laço, apesar de não o ter escrito. Na Figura 56 apresenta-se a resolução que o aluno DM efetuou.

**Figura 56**

*Resolução do aluno DM para o problema fechado*

Handwritten student work showing calculations for a problem. The work is enclosed in a hand-drawn box. On the left, there are four instances of  $15+15=30$  stacked vertically. Below them are  $30+30=60$  and  $60+60=120$ . On the right, there is a vertical addition of  $120+25=145$  with a carry of 1. Below this, the text "Precisa de 145" is written. At the bottom left, the word "fita" is written.

Tarefa n.º 5: O presente da Rosa Meira Engenheira- Problema fechado

Alunos	Compreensão do enunciado			Resolução do problema						Estratégias de resolução				Resposta ao problema				Dificuldades					
	Compreendeu o texto	Identificou os dados	Compreendeu o pedido	Resolveu corretamente	Respeitou as condições	Resolveu sozinho	Implementou corretamente a estratégia selecionada	Efetuiu corretamente os cálculos	Não resolveu	Tentativa e erro	Desenho/esquema/diagrama	Tabela/lista organizada	Operações aritméticas	Respondeu corretamente, apresentando todas as soluções	Não apresentou resposta completa	Não apresentou qualquer resposta	Número de soluções encontradas	Desligar-se do problema fechado	Compreender o problema	Operacionalizar as condições do problema	Efetuar cálculos	Organizar a resolução	Responder ao problema
AP	X	X	X	X	X	X	X	X	--	--	--	--	X	X	--	--	--	X	X	X	X	X	X
AD	X	X	X	X	X	X	X	X	--	--	--	--	X	X	--	--	--	X	X	X	X	X	X
AC	X	X	X	X	X	X	X	X	--	--	--	--	X	X	--	--	--	X	X	X	X	X	X
CP	X	X	X	X	X	X	X	X	--	--	--	--	X	X	--	--	--	X	X	X	X	X	X
DM	X	X	X	X	X	X	X	X	--	--	--	--	X	X	--	--	--	X	X	X	X	X	X
DL	X	X	X	X	X	X	X	X	--	--	--	--	X	X	--	--	--	X	X	X	X	X	X
EM	X	X	X	X	X	X	X	X	--	--	--	--	X	X	--	--	--	X	X	X	X	X	X
LP	X	X	X	X	X	X	X	X	--	--	--	--	X	X	--	--	--	X	X	X	X	X	X
LS	X	X	X	X	X	X	X	X	--	--	--	--	X	X	--	--	--	X	X	X	X	X	X
MR	X	X	X	X	X	X	X	X	--	--	--	--	X	X	--	--	--	X	X	X	X	X	X
MG	X	X	X	X	X	X	X	X	--	--	--	--	X	X	--	--	--	X	X	X	X	X	X
SM	X	X	X	X	X	X	X	X	--	--	--	--	X	X	--	--	--	X	X	X	X	X	X

12 participantes: 12 resoluções corretas.

Da análise da tabela anterior verifica-se que, relativamente, à “Compreensão do enunciado”, todos compreenderam o texto, o que era pedido e foram capazes de identificar os dados. Na “Resolução do problema”, os doze alunos resolveram o problema acertadamente.

No que diz respeito às “Estratégias de resolução”, todos usaram as operações aritméticas, recorrendo à multiplicação e à adição. Na “Resposta ao problema”, todos responderam corretamente.

Relativamente às “Dificuldades”, não foram manifestadas por parte de nenhum aluno. O balanço deste problema é muito satisfatório, dado que todos tiveram êxito.

No que concerne ao problema aberto, os alunos tinham de considerar novamente as oito vezes que a fita passava pelo cubo, mas desta vez as medidas de comprimento da aresta variavam entre 8cm e 13cm. Optou-se por pedir que apresentassem apenas duas das quatro soluções existentes. A maioria dos alunos, à exceção de um, conseguiu encontrar pelo menos duas. Destes alunos, cinco tiveram a sua resolução e resposta totalmente correta, encontrando as quatro soluções. LS explicou aos colegas como resolveu para a medida de comprimento da aresta de 12cm

eu multipliquei o comprimento de aresta pelo número de lados que a fita passa e deu 96. Coloquei o 96 mais 25, que era o laço e deu 121. Vi que não dava para fazer o laço porque passa de 120. (LS, 27 maio 2021).

Na Figura 57 apresenta-se a resolução que o aluno DM efetuou.

**Figura 57**

*Resolução do aluno LS para o problema aberto*

$8 \times 8 = 64$ $\begin{array}{r} 80 \\ \times 8 \\ \hline 64 \end{array}$	$64 + 25 = 89$ $\begin{array}{r} 64 \\ + 25 \\ \hline 89 \end{array}$
$8 \times 9 = 72$ $\begin{array}{r} 80 \\ \times 9 \\ \hline 72 \end{array}$	$72 + 25 = 97$ $\begin{array}{r} 72 \\ + 25 \\ \hline 97 \end{array}$
$8 \times 10 = 80$ $\begin{array}{r} 80 \\ \times 8 \\ \hline 80 \end{array}$	$80 + 25 = 105$ $\begin{array}{r} 80 \\ + 25 \\ \hline 105 \end{array}$
$8 \times 11 = 88$ $\begin{array}{r} 88 \\ \times 8 \\ \hline 88 \end{array}$	$88 + 25 = 113$ $\begin{array}{r} 88 \\ + 25 \\ \hline 113 \end{array}$
$8 \times 12 = 96$ $\begin{array}{r} 96 \\ \times 8 \\ \hline 96 \end{array}$	$96 + 25 = 121$ $\begin{array}{r} 96 \\ + 25 \\ \hline 121 \end{array}$
$8 \times 13 = 104$ $\begin{array}{r} 104 \\ \times 8 \\ \hline 104 \end{array}$	$104 + 25 = 129$ $\begin{array}{r} 104 \\ + 25 \\ \hline 129 \end{array}$

R: As 4 maneiras que são 8, 9, 10 e 11.

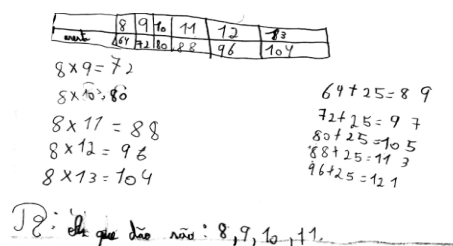
Destaca-se um pormenor interessante na resolução do aluno LP. A partir do momento que verificou que ao adicionar a medida do laço com a fita gasta no cubo de aresta 12 cm, dava um resultado superior a 120, já não efetuou os cálculos para a aresta 13 cm, porque sabia que, também, daria um valor superior a 120. Revelou bastante atenção ao trabalho que ia desenvolvendo e aos valores que ia obtendo na resolução do problema, comprovando com este pormenor que não o estava a fazer de uma forma mecanizada, mas sim atenta. LP explicou aos colegas porque não fez o cálculo

se 96 mais 25 dava 121, já sabia que ao fazer com o 13 ia dar mais. (LP, 27 maio de 2021).

Na Figura 58 apresenta-se a resolução que o aluno DM efetuou.

**Figura 58**

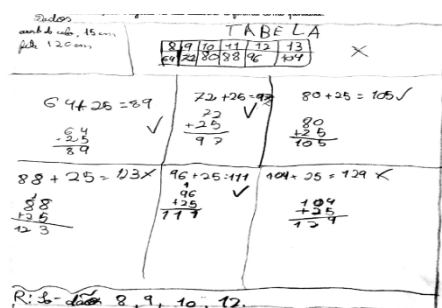
*Resolução do aluno LP para o problema aberto*



Seis alunos indicaram duas soluções, todavia tiveram algumas incorreções nos seus processos de resolução, nomeadamente no resultado das operações. Foi o caso de CP que ao efetuar os cálculos  $88+25$  e  $96+25$ , obteve 123 e 111, respetivamente, como se observa na Figura 59 através da sua resolução.

**Figura 59**

*Resolução do aluno CP para o problema aberto*

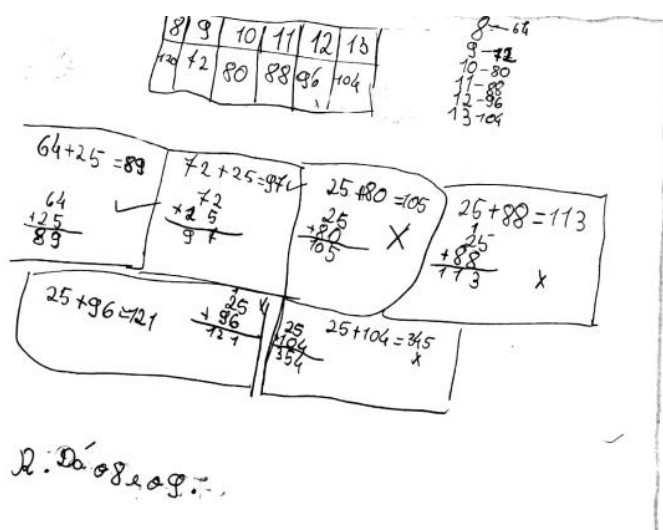


Na primeira operação,  $88+25$ , enganou-se ao adicionar as dezenas, colocando uma a mais. Na segunda operação, esqueceu-se de adicionar às dezenas, a dezena resultante da adição das unidades. Possivelmente estes erros aconteceram por distração do aluno.

O aluno AP teve um cálculo errado, pois ao fazer o algoritmo, como não tinha as parcelas alinhadas, adicionou unidades com dezenas, obtendo um resultado muito superior ao que era esperado, como se observa na Figura 60 através da sua resolução.

**Figura 60**

Resolução do aluno AP para o problema aberto



AP demonstrou não ter compreendido muito bem o pedido, ao colocar um "X" em duas operações que eram soluções. Isto parece mostrar que o aluno nas medidas de aresta 10cm e 11cm, cujos resultados ao adicionar a fita gasta para o laço dava 105 e 113, depreendeu que não davam, mas eram resultados inferiores a 120, e por isso, satisfiziam as condições do problema.

O aluno EM foi o único que não conseguiu encontrar nenhuma solução, como se observa na Figura 61 através da sua resolução.

Descobriu corretamente a fita gasta no cubo para cada uma das arestas, mas nos cálculos da fita para o laço errou, uma vez que multiplicou o número 25 pelos resultados obtidos, quando deveria ter adicionado.

Figura 61

Resolução do aluno EM para o problema aberto

$8 \times 8 = 64$ $\begin{array}{r} 8 \\ \times 8 \\ \hline 64 \end{array}$	$8 \times 9 \text{ ou } 9 \times 8 = 72$ $\begin{array}{r} 8 \\ \times 9 \\ \hline 72 \end{array}$	$8 \times 10 =$ $\begin{array}{r} 10 \\ \times 8 \\ \hline 80 \end{array}$	$8 \times 11 =$ $\begin{array}{r} 11 \\ \times 8 \\ \hline 88 \end{array}$
$8 \times 12 =$ $\begin{array}{r} 12 \\ \times 8 \\ \hline 96 \end{array}$	$8 \times 13 =$ $\begin{array}{r} 13 \\ \times 8 \\ \hline 104 \end{array}$	$64 \times 25 =$ $\begin{array}{r} 24 \\ \times 25 \\ \hline 160 \end{array}$	$72 \times 25 =$ $\begin{array}{r} 1 \\ 72 \\ \times 25 \\ \hline 180 \end{array}$
<i>Dá para fazer o laço 88, 72</i>			

Para além de ter indicado mal, os resultados destas operações estavam errados. O algoritmo da multiplicação foi mal aplicado, deixando a dúvida sobre distração do aluno ou não compreensão do procedimento. Multiplicou unidades por unidades e dezenas por dezenas, numa analogia com a adição. Não sabia muito bem como responder, uma vez que não apresentou as medidas do comprimento da aresta, mas sim os valores de fita gastos no cubo.



Tarefa n.º 5: O presente da Rosa Meira Engenheira- Problema aberto

Alunos	Compreensão do enunciado			Resolução do problema						Estratégias de resolução				Resposta ao problema				Dificuldades					
	Compreendeu o texto	Identificou os dados	Compreendeu o pedido	Resolveu corretamente	Respeitou as condições	Resolveu sozinho	Implementou corretamente a estratégia selecionada	Efetuiu corretamente os cálculos	Não resolveu	Tentativa e erro	Desenho/esquema/diagrama	Tabela/lista organizada	Operações aritméticas	Respondeu corretamente, apresentando todas as soluções	Não apresentou resposta completa	Não apresentou qualquer resposta	Número de soluções encontradas	Desligar-se do problema fechado	Compreender o problema	Operacionalizar as condições do problema	Efetuar cálculos	Organizar a resolução	Responder ao problema
AP	X	X	X	X	X	X	X	X	--	--	--	X	X	X	--	--	2	X	X	X	X	X	X
AD	X	X	X	X	X	X	X	X	--	--	--	--	X	X	--	--	4	X	X	X	X	X	X
AC	X	X	X	X	X	X	X	X	--	--	--	--	X	X	--	--	4	X	X	X	X	X	X
CP	X	X	X	X	X	X	X	X	--	--	--	X	X	X	--	--	3	X	X	X	X	X	X
DM	X	X	X	X	X	X	X	X	--	--	--	--	X	X	--	--	2	X	X	X	X	X	X
DL	X	X	X	X	X	X	X	X	--	--	--	--	X	X	--	--	4	X	X	X	X	X	X
EM	X	X	X	X	X	X	X	X	--	--	--	--	X	X	--	--	0	X	X	X	X	X	X
LP	X	X	X	X	X	X	X	X	--	--	--	X	X	X	--	--	4	X	X	X	X	X	X
LS	X	X	X	X	X	X	X	X	--	--	--	--	X	X	--	--	4	X	X	X	X	X	X
MR	X	X	X	X	X	X	X	X	--	--	--	--	X	X	--	--	4	X	X	X	X	X	X
MG	X	X	X	X	X	X	X	X	--	--	--	--	X	X	--	--	3	X	X	X	X	X	X
SM	X	X	X	X	X	X	X	X	--	--	--	--	X	X	--	--	4	X	X	X	X	X	X

12 participantes: 6 resoluções corretas e 6 incompletas.

Da análise da tabela anterior verifica-se que, relativamente, à “Compreensão do enunciado”, todos os alunos foram capazes de identificar os dados. Apenas um aluno não compreendeu o texto nem o pedido no problema. Na “Resolução do problema”, seis alunos resolveram-no corretamente e seis tiveram-no incompleto, uma vez que falharam nos cálculos. Todos respeitaram as condições do problema e resolveram-no sozinhos. Apenas um aluno não “Implementou corretamente a estratégia selecionada”, pois não escolheu a operação correta para realizar parte dos cálculos. Cinco alunos tiveram algumas incorreções nos cálculos.

No que diz respeito às “Estratégias de resolução”, todos usaram as operações aritméticas, com a multiplicação e a adição. Três alunos utilizaram, também, a tabela para organizar os resultados que obtiveram. Na “Resposta ao problema”, oito alunos responderam corretamente, três tiveram resposta incompleta, porque colocaram uma solução que não satisfazia as condições do problema e um aluno teve-a errada. Quanto ao “Número de soluções encontradas”, sete alunos descobriram quatro soluções, dois encontraram três e outros dois encontraram duas. Um aluno não conseguiu descobrir nenhuma solução.

Relativamente às “Dificuldades”, cinco alunos manifestaram-nas em: “Desligar-se do problema fechado”, dado que um escreveu nos dados a medida de aresta do problema fechado, “Compreender o problema”, ao nível do que era pedido, “Operacionalizar as condições do problema”, no sentido de respeitar as condições apresentadas, “Efetuar os cálculos”, pois confundiram-se nos algoritmos da adição e da multiplicação e “Responder ao problema”, visto que um aluno apresentou na resposta os resultados da fita gasta para passar no cubo, em vez de escrever as medidas de comprimento das arestas do cubo. O balanço deste problema é satisfatório, porque embora metade dos alunos tenha a resolução incompleta, apenas um, dos doze participantes não conseguiu encontrar as soluções. Os restantes encontraram pelo menos duas, que era o pedido no problema.

O balanço desta tarefa é satisfatório. Apesar de esta ter sido a primeira tarefa onde no problema fechado, todos compreenderam e conseguiram ter a resolução e a resposta totalmente correta, demonstrando a evolução que existiu ao longo destas cinco tarefas, verificou-se uma regressão na passagem para o problema aberto. Na “Compreensão do

enunciado”, de uma total compreensão por parte de todos, passamos a ter um aluno que não compreendeu o texto nem o pedido. Na “Resolução do problema”, metade dos alunos deixaram de ter a sua resolução totalmente correta e cinco tiveram erros nos cálculos. Relativamente às “Estratégias de resolução”, nos dois problemas as escolhidas foram as operações aritméticas e no aberto, também, a tabela ou lista organizada.

Na “Resposta ao problema”, existiu uma regressão, dado que passamos da totalidade dos alunos com a resposta correta, para apenas oito, já que quatro tiveram-na incompleta ou errada. No problema aberto, se fossem considerados apenas os cálculos efetuados para encontrar duas soluções, o balanço seria melhor. Todavia, os alunos procuraram encontrar todas as soluções, ainda que não fossem pedidas, sinal do interesse e empenho que tinham na tarefa. Nesta procura tiveram algumas incorreções nos cálculos, tanto da multiplicação como da adição, conduzindo-os a soluções erradas. Quanto às “Dificuldades”, no problema fechado não existiram, mas no aberto relacionaram-se com a “Resolução do problema”, com maior frequência em “Efetuar cálculos”, com cinco alunos a manifestar esta dificuldade.

## Conclusões

Nesta secção apresentam-se as conclusões do estudo, dando resposta às questões formuladas. Apresentam-se, também, as limitações do estudo e as recomendações para futuras intervenções, resultantes da reflexão ao longo de todo o processo de investigação.

### *Respondendo às questões do estudo*

A problemática do estudo centra-se no défice existente nos manuais escolares, no que a problemas abertos diz respeito, o que condiciona a aprendizagem dos alunos, pois não favorecem o desenvolvimento do raciocínio e tendem a pensar que os problemas têm uma única forma de ser resolvidos e uma única solução. Neste sentido, estabeleceu-se como principal objetivo analisar e comparar, em contexto natural, o desempenho de alunos, do 3.º ano de escolaridade, na resolução de problemas com carácter fechado, e também problemas abertos, que podem assumir diferentes resoluções e mais do que uma solução, procurando dar-se resposta às duas questões de investigação: 1) Como é que os

alunos resolvem problemas de processo? Que estratégias usam?; 2) Que dificuldades manifestam: na compreensão e na resolução de problemas abertos?.

Para o fazer, procurou-se “criar condições para que os alunos desenvolvam a sua capacidade para resolver problemas” (Duarte, 2000, p. 98), não esquecendo a importância das “conexões entre vários temas matemáticos e entre a Matemática e outras áreas curriculares” (Boavida et al., 2008, p.14). De tal forma que, a interligação das tarefas com o livro da semana, motivou os alunos e despertou-lhes curiosidade para saberem de que forma os problemas estavam relacionados com a história e as suas personagens, gerando neles interesse para a sua resolução.

A realização de tarefas que envolviam problemas cujo ponto de partida foram os problemas básicos fechados que já existiam (Way, 2017) e a sua transformação para os problemas abertos, tornaram-se uma mais-valia para atingir o objetivo do estudo. Constatou-se que a introdução dos problemas abertos estimulou os alunos, desafiou-os, possibilitou o uso de diferentes estratégias, o desenvolvimento do raciocínio e da sua comunicação, entre outros benefícios.

De seguida, retomam-se as questões de investigação orientadoras do estudo, para as quais, se pretende dar uma resposta reflexiva, com base nos resultados obtidos durante a análise e tratamento dos dados.

### **1) Como é que os alunos resolvem problemas de processo? Que estratégias usam?**

Antes da introdução da sequência didática, com os problemas de carácter fechado e aberto, os alunos não tinham grande contato com a realização de problemas abertos, nem sabiam bem qual era o seu conceito. Estavam habituados a resolver os problemas do manual, na sua maioria fechados, por terem apenas um caminho e uma solução (Sullivan et al., 2005), tendo muito enraizada esta ideia de que os problemas só tinham uma resposta e eram resolvidos de uma única maneira, igual para todos os alunos. Durante a intervenção, contactaram com os dois tipos de problemas, tiveram oportunidade de os comparar, de responder a questões de interpretação para melhor os compreender e de os resolver.

Alguns alunos resolveram certos problemas aplicando o método aprendido anteriormente, escrevendo no espaço para a resolução “Dados”, “Indicação” e “Operação”,

procurando preencher cada um deles. Este método apareceu em treze resoluções, apenas de problemas fechados, distribuídos por quatro tarefas, pertencentes a seis dos participantes. A partir do momento em que perceberam que poderiam deixar de o fazer, e resolver os problemas sem usar necessariamente as operações aritméticas, alguns alunos deixaram de escrever estes campos nas suas resoluções.

Por outro lado, dada a riqueza da primeira tarefa, que possibilitava o uso de diferentes estratégias e tinha várias soluções para a resposta, os alunos compreenderam que não tinham de usar todos a mesma estratégia para resolver um problema e que este podia ter mais do que uma solução. Tal como defende Fonseca (2014), é normal existirem diferentes processos de resolução e vários caminhos para obter a mesma ou várias soluções. Contudo, a aceitação desta última condição, foi um processo mais demorado para alguns alunos, que nas suas respostas apresentaram apenas uma solução, apesar de na resolução terem encontrado mais do que uma, como se pode verificar nos problemas abertos da tarefa número dois.

Boavida et al. (2008) afirma que na resolução de problemas existem “alunos que fazem uma exploração total da questão e outros que só descobrem algumas possibilidades, mas todos têm oportunidade de fazer alguma descoberta, de acordo com os seus conhecimentos e capacidades” (p.22). Este aspeto foi visível em algumas resoluções dos alunos nos problemas abertos, que envolviam a descoberta de várias possibilidades e nem todos conseguiram chegar a todas, ou por falta de organização na sua resolução, ou por praticarem um raciocínio que os conduziu apenas a uma solução. Verificou-se, principalmente, nas tarefas n.º 1, na procura das possibilidades para combinar um boné, um par de óculos e um cachecol, e também, na tarefa n.º 3, na descoberta do número de geleiras.

Ao longo da realização das tarefas, os alunos usaram três estratégias: Fazer tentativas/Fazer conjecturas; Fazer um desenho/diagrama, gráfico ou esquema e Fazer uma lista organizada ou fazer uma tabela (Vale & Pimentel, 2004, pp. 24-25) e ainda as operações aritméticas. Na tarefa n.º 1, os alunos usaram o desenho, esquema ou diagrama; a tabela ou lista organizada e as operações aritméticas. Dois alunos escolheram inadequadamente esta última para resolver o problema fechado. Na tarefa n.º 2, utilizaram

a tentativa e erro e as operações aritméticas. A tentativa e erro foi mais frequente no problema aberto número dois. Na tarefa n.º 3, usaram as operações aritméticas, a tentativa e erro e a tabela ou lista organizada, estas duas últimas apenas no problema aberto. Na tarefa n.º 4, utilizaram o desenho, esquema ou diagrama, as operações aritméticas e a tentativa e erro. Esta última usada apenas no problema aberto. Na tarefa n.º 5, usaram as operações aritméticas em ambos os problemas e a tabela ou lista organizada só no aberto.

Como se pode ver a escolha das estratégias foi algo que variou muito de aluno para aluno, visto que existe “uma relação estreita entre cada problema e quem o resolve.” (Fonseca, 2014, p. 18). As operações aritméticas da adição, da multiplicação e da divisão foram as que os alunos mais usaram para resolver os problemas, tanto nos fechados como nos abertos. Relativamente à tentativa e erro, foi usada por todos os alunos em pelo menos uma das tarefas, maioritariamente nos problemas abertos, onde precisavam de testar vários números até encontrar aqueles que satisfaziam as condições dos problemas. O desenho, esquema ou diagrama foi utilizado em duas tarefas, facilitando a visualização do problema e a obtenção das soluções. Apenas um aluno não aplicou esta estratégia em nenhuma tarefa. A tabela e a lista organizada foram as menos usadas durante a realização das tarefas. Surgiu em três, mas com uma frequência menor de alunos. Dois dos participantes não a utilizaram em nenhum momento. No problema aberto da tarefa n.º 3, o seu uso foi mais notório, por parte de nove alunos, para organizarem a sua resolução e mais facilmente indicarem as soluções.

Na realização das tarefas, alguns alunos optaram por combinar mais do que uma estratégia para resolver os problemas, mais frequente nos abertos, devido à complexidade que apresentavam. Em todos, pelo menos três alunos combinaram duas ou três estratégias. Nos problemas fechados esta combinação foi mais evidente na tarefa n.º 4. Poucas foram as situações, onde os alunos selecionaram a estratégia equivocada ou não foram capazes de a implementar corretamente na resolução do problema.

De modo que, com base nos resultados obtidos, os alunos resolveram os problemas através dos conhecimentos e das experiências matemáticas que tinham, procurando aplicar estratégias que já tinham usado, em algum momento de resolução de problemas. A realização destas tarefas permitiu-lhes contactar com duas abordagens distintas para o

mesmo problema, desenvolvendo várias competências, como o raciocínio, a comunicação, já que para comunicar a sua resolução aos colegas necessitaram de apresentar o seu raciocínio e argumentar em defesa da estratégia usada (Fonseca, 2014). Desenvolveram, também, a capacidade de interpretação dos problemas, fundamental para o sucesso das resoluções. Principalmente com os problemas abertos, os alunos foram capazes de compreender a diversidade de soluções e de processos de resolução que existem (Castillo, 2010) e que as suas resoluções precisam de estar organizadas para conseguirem chegar às soluções. E por isso, começaram a combinar várias estratégias para resolver os problemas.

## **2) Que dificuldades manifestam os alunos: na compreensão e na resolução de problemas abertos?**

Durante a realização das tarefas, os alunos demonstraram várias dificuldades não só ao nível da compreensão e da resolução dos problemas, mas também, no que à comunicação das suas resoluções diz respeito. De acordo com Boavida et al. (2008) “Os alunos devem ser encorajados a apresentar à turma as suas resoluções e a explicar porque acham que fazem sentido.” (p.33). Atuou-se neste sentido com os alunos, encorajando-os a explicar aos colegas o seu raciocínio, a justificar as suas estratégias, com pequenas intervenções para melhorar a sua explicação. Procurou-se que no momento de partilha, as diferentes estratégias de resolução e soluções gerassem discussão entre os alunos, já que eram excelentes oportunidades de aprendizagem (Way, 2017).

No entanto, inicialmente estas discussões eram menos desenvolvidas, dado que os alunos não estavam habituados a elas, mas como o passar do tempo, a evolução foi notória e o seu à-vontade melhorou, contribuindo para uma compreensão mais elaborada, que ajudou no crescimento matemático do aluno (Mueller et al., 2014).

Relativamente às dificuldades apresentadas na realização das tarefas, o número de alunos que as teve variou em função do problema. Nos dois problemas da tarefa n.º 1, alguns alunos tiveram dificuldades em compreender, resolver e responder ao problema. Na passagem para o problema aberto, diminuíram os alunos com dificuldades em responder, mas surgiram dúvidas na organização da resolução. O número de alunos a manifestá-las diminuiu de onze para nove, mas cinco deles mantiveram as mesmas

dificuldades nos dois problemas. Apenas dois alunos não apresentaram nenhuma dificuldade no problema abertos.

Na tarefa n.º 2, as principais dificuldades foram ao nível da compreensão do problema fechado, tendo a totalidade dos alunos demonstrado falta de compreensão. Na passagem para os problemas abertos houve uma evolução, concentrando-se as dificuldades na resposta. O número de alunos que as manifestou teve uma evolução positiva, de doze alunos passamos para cinco no problema aberto um e apenas para três no problema aberto dois. Verificou-se que neste último, nove alunos não manifestaram nenhuma dificuldade. Uma evolução não só dentro da tarefa, mas também em relação à tarefa anterior. Talvez por ser uma tarefa mais fácil, que depois de compreenderem, a resolução tornou-se menos complexa, mas também pelo facto de os alunos começarem a familiarizar-se com os problemas abertos.

Na tarefa n.º 3, verificaram-se mais dificuldades no problema aberto, com a totalidade dos alunos a não conseguir desligar-se do problema fechado. Seis alunos tiveram algumas dificuldades ao nível da resolução, possivelmente por ser um problema que envolvia o algoritmo da divisão. O número de alunos que manifestou dificuldades teve uma regressão, de dois alunos passamos para doze no problema aberto. Nesta tarefa, apenas um aluno manifestou as mesmas dificuldades nos dois problemas.

Na tarefa n.º 4, houve uma redução do número de alunos com dificuldades, comparando com as tarefas anteriores, possivelmente por ser um problema mais fácil para os alunos, ou pela forma como o resolveram, através do desenho, que os ajudou a uma melhor compreensão e resolução. Outra razão, prende-se com o facto de os alunos estarem cada vez mais adaptados ao procedimento da realização das tarefas e estas não causarem tanta estranheza, como inicialmente. Apenas três alunos tiveram dificuldades na realização do problema fechado, e cinco no problema aberto, onde a principal dificuldade foi na resposta. Seis alunos não apresentaram nenhuma dificuldade no problema aberto.

Na tarefa n.º 5, verificaram-se dificuldades por parte de cinco alunos apenas no problema aberto, principalmente, ao nível dos cálculos. No entanto, foi nesta tarefa que, pela primeira vez, nenhum aluno demonstrou dificuldades no problema fechado. Talvez por terem compreendido de forma clara o que se pretendia, ou por já terem a experiência



das quatro tarefas anteriores, os resultados desta serem tão satisfatórios. Sete alunos não apresentaram nenhuma dificuldade no problema aberto.

Como se pode ver, na passagem do problema fechado para o problema aberto, o número de alunos com dificuldades nas tarefas n.º 3, n.º 4 e n.º 5 aumentou e nas tarefas n.º 1 e n.º 2 houve uma diminuição. Significa isto que surgiram mais dificuldades nos problemas abertos do que nos fechados. Estas dificuldades dividiram-se pela “Compreensão do enunciado”, “Resolução do problema e “Resposta ao problema”. Nos problemas fechados, as dificuldades concentraram-se ao nível da “Compreensão do enunciado”, enquanto nos problemas aberto foi na “Resolução do problema” e na “Resposta ao problema”.

Relativamente à “Compreensão do enunciado”, na tarefa n.º 1, quatro alunos não compreenderam o problema fechado e cinco o problema aberto. Na tarefa n.º 2, surgiram dificuldades na compreensão do texto, uma vez que o problema não apresentava dados concretos, mas sim condições que os alunos tinham de respeitar para chegar à resposta. Doze alunos não compreenderam o problema fechado, um não compreendeu o primeiro problema aberto e outro o segundo. Na tarefa n.º 3, três alunos não compreenderam o problema aberto. Na tarefa n.º 4, aconteceu com um aluno no problema fechado e na tarefa n.º 5 aconteceu com um aluno no problema aberto. Verificou-se uma redução do número de alunos a manifestarem estas dificuldades, possivelmente pela ajuda das questões de interpretação, que inicialmente os alunos acharam estranho, mas depois compreenderam que os ajudaria a resolver os problemas. Quanto aos alunos que manifestaram as dificuldades, cinco tiveram-nas em pelo menos três problemas. Os alunos DM e MG tiveram-nas em três problemas de duas tarefas. Já os alunos SM, DL e AP tiveram-nas em quatro problemas de duas, três e quatro tarefas, respetivamente. Os restantes sete alunos tiveram-nas em um ou dois problemas.

Na “Resolução do problema”, tal como já foi referido, as dificuldades verificaram-se mais nos problemas abertos. Alguns alunos não sabiam como resolvê-los, procurando fazê-lo, recorrendo apenas às operações aritméticas, efetuando cálculos com os dados existentes no problema, mas que não ajudavam a chegar à resposta ou os conduziam a uma resposta errada por terem indicado mal ou por terem erros nos cálculos. Outros nem

sempre respeitaram as condições que eram impostas nos problemas, ou faziam-no de forma separada. Surgiram erros nos cálculos por parte de alguns alunos, e também dificuldades em implementar a estratégia que tinham selecionado. Relativamente às dificuldades na resolução do problema, existiu maior frequência de alunos em “Operacionalizar as condições do problema”. Ainda assim, apesar das dúvidas manifestadas pelos alunos, dos onze problemas realizados, com as cinco tarefas, em apenas quatro existiram alunos com a resolução errada e que não foram capazes de chegar a nenhuma resposta válida. Foi o caso da tarefa n.º 1, com quatro alunos que erraram no problema fechado e cinco no problema aberto e na tarefa n.º 4 com um aluno errado no problema fechado. Quanto aos alunos que manifestaram as dificuldades, cinco ou não tiveram dificuldades ou no máximo em três problemas. Os alunos DM, LP e SM, tiveram-nas em três problemas, sendo que em dois deles manifestaram dificuldades, tanto ao nível da operacionalização das condições, como da organização da resolução. O aluno MG teve-as em quatro problemas de três tarefas. Os alunos DL e EM tiveram-nas em quatro problemas, sendo que em dois deles as dificuldades foram ao nível da operacionalização das condições, da organização da resolução e dos cálculos. O aluno AP teve-as em sete problemas de todas as tarefas, em quatro ao nível da operacionalização das condições e nos restantes três ao efetuar os cálculos.

Na “Resposta ao problema”, na passagem do problema fechado para o aberto, à exceção das tarefas n.º 1 e n.º 3, o número de alunos com dificuldades em dar a resposta aumentou. Existiram problemas onde alguns alunos tiveram a resposta errada porque escreveram algo diferente do que se pretendia ou então, tiveram-na incompleta, já que não encontraram todas as soluções. Nos problemas abertos da tarefa n.º 2, dois alunos encontraram várias soluções, mas na resposta apresentaram apenas uma. Isto confirma o defendido por Schoenfeld (1992), citado por Vale e Pimentel. Para além disso, nas tarefas n.º 2, n.º 3 e n.º 4, em ambos os problemas, houve pelo menos um aluno que não apresentou qualquer resposta. Quanto aos alunos que manifestaram as dificuldades, nove tiveram-nas em um ou dois problemas. O aluno CP teve em três problemas de duas tarefas, o SM em quatro problemas de duas e o EM teve-as em cinco problemas de quatro tarefas.

Com os resultados obtidos pode-se constatar que as principais dificuldades manifestadas pelos alunos se prenderam com a compreensão dos problemas, ao nível da interpretação do texto e do que se pretendia descobrir no problema. Por outro lado, surgiram algumas lacunas nas resoluções, estando a principal ligada à operacionalização das condições do problema, relacionada diretamente com a falta de compreensão dos problemas. Se os alunos não compreendem o texto nem o que é pedido, dificilmente conseguem compreender as condições e resolver o problema. Consequentemente, as dificuldades apresentadas na compreensão e na resolução, tiveram efeitos na apresentação das respostas, visto que outra das dificuldades manifestadas pelos alunos se prendeu com a comunicação das resoluções aos colegas. Relativamente aos alunos que manifestaram mais vezes dificuldades, verifica-se que quatro deles (AP, DM, DL e MG) tiveram-nas tanto na compreensão como na resolução. O aluno EM teve-as na resolução e na resposta ao problema. O SM teve-as na compreensão, resolução e resposta ao problema. Os alunos CP e LP tiveram-nas na resposta e na resolução ao problema.

#### *Limitações do estudo e recomendações para futuras intervenções*

Ao longo do desenvolvimento desta investigação foi possível detetar algumas limitações, sendo importante salientá-las para futuras intervenções. Enumeram-se quatro fatores condicionantes nesta investigação: a gestão do tempo, a experiência da investigadora, a ordem das tarefas e a qualidade das gravações.

O primeiro fator foi a gestão do tempo, para planear e realizar as tarefas, influenciando os resultados obtidos. Se por um lado o tempo de intervenção no contexto foi muito reduzido, por outro, o tempo disponível para realizar cada problema era diminuto. Dada a complexidade de alguns problemas abertos, era preciso mais tempo para os alunos compreenderem, estabelecerem os seus raciocínios e apresentarem a resposta. Por outro lado, antes da realização dos problemas abertos, era feita a correção do problema fechado, o que requeria tempo, bem como a interpretação e compreensão do novo problema. No entanto, não era possível fazer de outra forma, uma vez que os dias em contexto eram reduzidos e divididos pelo par pedagógico. Ainda assim, todas as tarefas planeadas para a investigação foram realizadas com os alunos.

Outro fator prende-se com a experiência da investigadora, no que à recolha de dados diz respeito. Era necessário ter feito uma observação mais cuidada das resoluções erradas, procurando perceber junto dos alunos o seu raciocínio, gravando-o, para enriquecer a investigação com as transcrições. Todavia, o duplo papel de investigadora e professora estagiária dificultou esta recolha.

O terceiro fator remete para a ordem de implementação das tarefas, que pode não ter sido a melhor, dado que se iniciou com uma tarefa de alguma complexidade, que envolvia a combinatória e ambos os problemas tinham mais do que uma solução. Talvez se fossem entregues numa fase final, os resultados poderiam ter sido diferentes, dado que os alunos já estavam familiarizados com os problemas e a lógica de funcionamento de cada tarefa. Para além disso, deveria ter-se colocado logo nos primeiros problemas abertos o limite de soluções que os alunos tinham de encontrar, para ganharem tempo na resolução. Não obstante, fez-se nas duas últimas tarefas, surtindo efeitos favoráveis.

O último fator, mas não menos importante, remete para a qualidade das gravações. Não foi possível gravar a implementação de todas as tarefas, principalmente na fase de entrega de um novo problema, onde surgiram dúvidas e intervenções dos alunos muito pertinentes. Contudo, era difícil fazer esta recolha, dado que estavam dois anos distintos a realizar atividades diferenciadas, na mesma sala, e com diálogos em simultâneo, ficando algumas das gravações de difícil perceção.

Para investigações futuras importava alargar o tempo de intervenção para apoiar mais os alunos com maiores fragilidades, o que não se concretizou tanto nesta intervenção, ainda que se procurasse fazê-lo. A aprendizagem dos alunos seria mais significativa. Para além disso, era importante dar continuidade a este tipo de investigações noutros contextos e também com outros anos de escolaridade e outros investigadores. Dessa forma, existiriam novas perspetivas e dados para comparar, fazendo-se um estudo completo sobre o impacto e os benefícios da introdução mais frequente dos problemas abertos no ensino. Para além destes problemas desenvolverem diversas competências nos alunos como o raciocínio, o pensamento crítico e a comunicação, o facto de estarem contextualizados com atividades de outras áreas é uma motivação adicional.

## CAPÍTULO III- REFLEXÃO GLOBAL SOBRE A PRÁTICA DE ENSINO SUPERVISIONADA

Este capítulo é dedicado à reflexão sobre a experiência que foi a Prática de Ensino Supervisionada.

É o momento de parar e recordar toda a passagem pela PES, uma etapa muito nostálgica e uma mistura de sentimentos difícil de explicar. Há cinco anos tomei a decisão de ingressar na faculdade, com muitos medos e sem saber muito bem como era o curso que estava a escolher. Hoje, olho para trás, vejo o caminho que percorri, o sucesso que tive, tudo o que aprendi e conquistei. O crescimento é notório em vários níveis e a satisfação imensa. Vivi experiências que marcaram a minha vida, momentos muito bons, outros difíceis, testei os meus limites, percebi que somos capazes de fazer muito mais do que aquilo que imaginamos. Aprendi muito sobre o mundo da educação.

A licenciatura foram três anos de uma verdadeira descoberta, onde compreendi como funcionava o ensino e tudo o que este envolvia. Ganhei um conjunto de ferramentas e estratégias, transmitidas por professores com muito conhecimento e experiência. Foi nesta altura que tive os primeiros contactos com os contextos educativos, onde pude testar algumas das estratégias, aprender com a experiência dos educadores e professores cooperantes e com os alunos. Observei diferentes realidades e tive oportunidade de perceber como eram as relações entre os alunos e entre os alunos e os educadores ou professores. Dei-me conta da responsabilidade que obrigava o trabalho que estávamos a desenvolver junto dos alunos, mas ao mesmo tempo da confiança depositada em nós para o fazer, ainda que estivéssemos num nível inicial. Durante estes três anos, fui privilegiada por ter a oportunidade de passar pelos diferentes ciclos, para perceber com qual deles me identificava. Foram experiências muito boas, que me ajudaram a crescer e a amadurecer.

Depois, surgiu o mestrado com um nível de exigência muito superior, mas necessário para me fortalecer e preparar para a PES. A grande oportunidade, o derradeiro desafio, um aproximar à realidade que nos espera no futuro. Entrámos nos contextos como educadoras ou professoras e desempenhámos um papel ativo no comando do grupo ou turma. Ter este contato com os contextos de Pré-Escolar e 1.º CEB deu-nos a possibilidade de conhecer de perto o funcionamento de cada um, as metodologias usadas e colocar em

prática tudo o que aprendemos, dando o nosso melhor. Foi uma mais valia podermos viver estas experiências de uma forma tão real, acompanhados de profissionais de excelência, que nos deixaram arriscar e aconselharam quando sentimos alguma dificuldade. Foram o nosso apoio, ajudaram-nos a fazer um melhor planeamento e a prever possíveis situações, para as quais tínhamos de estar preparadas.

Em cada estágio, tivemos semanas dedicadas à observação, para conhecer um pouco o contexto e iniciar o planeamento para as intervenções, que culminavam com uma reflexão da semana. Para mim, a reflexão foi um aspeto muito importante e que me ajudou a evoluir ao longo desta caminhada. Precisava de parar e refletir sobre a semana, destacando os aspetos positivos, mas, também aqueles que precisavam de ser melhorados, apontando de que forma o podia fazer. Foram momentos fundamentais para refletir sobre mim, ver o que não funcionou e aquilo que o grupo gostou. Desta forma, sem me aperceber fui moldando a educadora e professora que quero ser.

Nunca será demais recordar a experiência vivida nos contextos, os pontos fortes, mas também os fracos, as dificuldades sentidas e as aprendizagens adquiridas. Esta maravilhosa jornada começou no Pré-Escolar, num JI de cariz público, com um grupo heterogéneo de crianças, com idades compreendidas entre os três e os cinco anos. Uma instituição que nos acolheu muito bem e um grupo de crianças fantástico com um potencial imenso, dada a diversidade cultural existente na sala. Acompanhava este grupo, uma educadora e uma auxiliar que colocavam muito amor em tudo o que faziam, e que sempre nos incentivaram a arriscar, partilhando as suas experiências connosco. Duas pessoas maravilhosas que contribuíram para que estas semanas fossem inesquecíveis.

Nas três primeiras semanas, dedicadas à observação, conseguimos perceber as rotinas da sala, as dinâmicas do grupo, os ritmos de trabalho de cada criança e criar uma relação com elas. Ao mesmo tempo planeámos, em conjunto com a educadora cooperante, as temáticas a ser exploradas nas semanas de intervenção. Definidos os temas começámos a planificar. Uma tarefa bastante difícil, que exigiu um grande investimento de tempo do par pedagógico, para construir planificações com atividades interdisciplinares do interesse do grupo e adequadas aos diferentes níveis em que se encontravam as crianças. No decorrer das intervenções, percebemos que o grupo gostava da novidade, do mistério, dos

materiais apelativos, de tocar, de descobrir, e portanto, procurámos fazer ajustes neste sentido, adequando as nossas propostas, para que conseguíssemos cativar a atenção das crianças, incluindo novos materiais, na sua maioria reutilizados.

As nossas planificações caracterizavam-se por terem propostas interdisciplinares, estarem adequadas ao grupo, terem um carácter lúdico com atividades do interesse das crianças e mais importante, eram planificações ajustáveis. Sempre com espaço para serem adaptadas ao dia, em função do humor das crianças e da sua motivação. Para além disso, as planificações construídas procuraram seguir as rotinas da sala, criadas pela educadora cooperante, para não causar estranheza no grupo. Assim, existiam momentos de rotinas diárias, momentos de atividades estruturadas e momentos de atividades não estruturadas. Valorizámos o brincar livremente, quer no interior como no exterior. Ao longo desta experiência deparei-me com algumas dificuldades, a principal era o controlo do comportamento do grupo, que com a ajuda de estratégias dadas pelos professores supervisores, conseguimos melhorar.

Estas semanas vividas no Pré-Escolar foram a confirmação do amor que tenho por este contexto educativo, que desde sempre me cativou. A espontaneidade, a verdade, a simplicidade das crianças nesta faixa etária é algo que me fascina. São genuínas, agem sem pensar e têm muito amor para dar e receber. Levo desta experiência incrível uma grande bagagem de conhecimentos. Cresci, contactei com uma realidade diferente, aprendi muito com as crianças, a educadora e a auxiliar. Sei que dei o melhor de mim e fiz sempre tudo com muita responsabilidade, consciência, empenho e dedicação. Uma etapa que se encerra com a certeza de que deixei a minha marca, que a nossa passagem pelo Pré-Escolar não foi indiferente e com um sentimento de realização que me enche o coração.

Encerrou-se um ciclo que tinha considerado um desafio gigante, sem saber que o maior desafio estava prestes a chegar à minha vida.

O contexto do 1.º CEB foi a prova de que com esforço, dedicação e trabalho conseguimos fazer o que achamos inalcançável. Uma turma mista de 21 alunos, com 1.º e 3.º anos, com uma professora muito dinâmica e exigente era o que estava guardado para nós.

Não esquecerei as primeiras semanas de observação que foram um turbilhão de emoções. Tudo era novo e diferente. A distribuição da sala era incrível e muito funcional, deixando-me impressionada, os alunos do 1.º ano estavam voltados para uma parede e os do 3.º ano voltados para a parede oposta. A professora cooperante tinha muita experiência e uma capacidade incrível de dar resposta aos dois anos em simultâneo. Eu questionava-me como conseguiríamos manter este nível e ter a capacidade de controlar os dois anos. Foi um processo demorado adaptarmo-nos, entrar na rotina da sala, encontrar o ponto de partida para os nossas planificações. Como iríamos fazer? Qual seria o fio condutor? Como adaptaríamos atividades aos dois anos? Questões para as quais ainda não tínhamos resposta.

Depois de muito pensarmos, em conjunto com o meu par de estágio criámos um projeto de leitura, com um novo livro a cada semana, que foi a base para todas as tarefas planeadas.

Após a aprovação do projeto pela professora cooperante e com a sua ajuda iniciámos o planeamento da primeira semana de intervenção. A exigência das planificações estava num nível superior, foram precisos vários ajustes até chegarmos ao resultado final. A intervenção junto dos alunos deu sentido a todo o tempo investido e ao planeamento feito. Os alunos aderiram muito bem ao projeto e às tarefas construídas. O facto da maioria das tarefas ser relacionadas com a história do livro deixou-os muito motivados.

Chegamos ao final felizes e realizadas, mas passámos por um processo de adaptação demorado.

Estaria a mentir se dissesse que foi fácil. Não foi, mas a verdade é que ainda bem que fui escolhida, juntamente com a minha colega, para viver esta experiência. A responsabilidade que estava sobre nós, a luta constante para não falhar, o apoio que recebemos dos professores supervisores e da professora cooperante deram-nos forças para enfrentar o desafio e levá-lo a cabo com sucesso.

Durante esta experiência, bastante enriquecedora, pude ver como os alunos do 1.º ano fizeram a aprendizagem de uma nova letra, como aprenderam a ler, que eram aspetos que me suscitavam muita curiosidade. Por sua vez, no 3.º ano vivenciei o ensinamento de vários conteúdos, tendo de lidar com algumas dificuldades apresentadas pelos alunos. Foi



importante para mim perceber como é que estes alunos resolviam problemas, que estratégias usavam, que ideias tinham, quais eram os seus raciocínios e as dificuldades que apresentavam. E não só problemas com um carácter fechado, que eles estavam habituados a resolver, mas também problemas com um carácter aberto. Foi uma aprendizagem tanto para os alunos como para mim. Compreenderam que um problema pode ter várias soluções e que existem muitas formas de o resolver. Esta investigação mostrou-me como é que os alunos reagiram a este tipo de problemas e a evolução que consegui fazer com eles. Ao mesmo tempo, foi um desafio para mim adaptar as tarefas ao projeto de leitura, baseadas nos problemas do manual e fazer a transformação para os problemas com carácter aberto. No entanto, ver os alunos a resolvê-los, motivados para descobrir as soluções e de que forma o problema estava relacionado com a história, foi muito satisfatório.

Sinto que desenvolvi muitos aspetos em mim, e um deles foi a capacidade de comunicar e de fazê-lo de diferentes formas para que todos pudessem compreender. Por outro lado, ganhei um conjunto de ferramentas e estratégias, transmitidas pela professora cooperante, que certamente me serão úteis no futuro.

Terminar a experiência neste contexto foi muito emotivo, apesar de os alunos serem mais crescidos, criámos laços muito fortes com eles e a despedida foi difícil. Levo deste estágio memória de pessoas incríveis, uma experiência muito gratificante e um sentimento de realização.

Termino esta reflexão com a certeza de que dei sempre o meu melhor e que evolui muito, tanto a nível pessoal como profissional. Tirei o máximo de partido das experiências, não saio delas a mesma pessoa. Saio com a mente mais aberta, com o conhecimento de realidades diferentes da minha. Cresci sem me dar conta, mas mais do que um crescimento noto em mim um grande amadurecimento. No passado era difícil para mim cooperar, aceitar opiniões diferentes da minha, pensar antes de agir. Hoje em dia, sou mais ponderada, sei escutar a opinião dos outros, sei admitir quando estou errada e acima de tudo orgulho-me da pessoa em que me tornei. O que aprendi ao longo destes cinco anos e o que continuarei a aprender ao longo da vida, dão-me a certeza de que este é o meu caminho, e que empenho, respeito, dedicação e entreaajuda são palavras que nunca me deverão abandonar.

Olhar para o meu “EU” de há cinco anos e para o meu “EU” de hoje, é uma diferença abismal. Entrei no mundo encantado da educação, aprendi muito, passei por experiências inesquecíveis, o meu conhecimento cresceu, adquiri competências fundamentais para ser uma boa profissional, mudei a minha forma de ser e estar e criei a minha maneira de trabalhar. Aprendi que ser professor é muito mais do que ensinar, é dar amor, é escutar os alunos e ter abertura para aprender com eles, é arranjar mil e uma estratégias para chegar a todos. Um bom professor é aquele que está em constante aprendizagem e que é capaz de se moldar a cada um dos seus alunos, dando resposta às suas necessidades. É aquele que os leva a pensar e está atento aos seus sinais, assumindo uma posição em prol do bem estar dos alunos. É assim que eu pretendo exercer esta profissão, dando à educação e ao ensino o respeito que merecem e descomplicando os conteúdos, para terminar com o peso negativo, muitas vezes, atribuído à escola. Precisamos de mudar e inovar. Que os alunos acordem com vontade de ir para a escola e que possam aprender felizes. Que os futuros professores estejam em constante aprendizagem e sejam uma inspiração para os seus alunos.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Abrantes, P., Serrazina, L., & Oliveira, I. (1999). *A Matemática na Educação Básica*. Ministério da Educação, Departamento da Educação Básica.
- Agrupamento de Escolas de Monserrate - Página inicial*. (n.d.). <http://www.esmonserrate.org/#>
- Agrupamento de Escolas de Monte da Ola*. (n.d.). <https://www.escolasmontedaola.pt/aemo/escolas/>
- Amado, J. (2014). *Manual de investigação qualitativa em educação* (2nd ed.). Imprensa da Universidade de Coimbra.
- Boavida, A., Paiva, A., Cebola, G., Vale, I., & Pimentel, T. (2008). *A Experiência Matemática no Ensino Básico: Programa de Formação Contínua em Matemática para Professores dos 1.º e 2.º Ciclos do Ensino Básico*. Ministério da Educação, Direção-Geral de Inovação e de Desenvolvimento Curricular.
- Bogdan, R., & Biklen, S. (1994). *Investigação Qualitativa em Educação: Uma introdução à teoria e aos métodos*. Porto Editora.
- Câmara Municipal de Viana do Castelo*. (n.d.). <http://www.cm-viana-castelo.pt/>
- Castillo, M. (2010). Clasificaciones de los problemas en la enseñanza de la Matemática. *Mendive. Revista de Educación*, 8(3), 218–224. <http://mendive.upr.edu.cu/index.php/MendiveUPR/index>
- Coutinho, C. P. (2018). *Metodologia de Investigação em Ciências Sociais e Humanas - Teoria e Prática*. Livraria Almedina.
- Duarte, J. (2000). A resolução de problemas no ensino da Matemática. *Educação & Comunicação*, 4, 97–100. <http://hdl.handle.net/10400.8/293>
- Fernandes, D. (1991). Notas sobre os paradigmas de investigação em educação. *Noesis*, 18, 64–66.
- Fernandes, T. (2017). *Resolução de Problemas Abertos com alunos do 3.º ano de escolaridade*. (Relatório Final de Prática de Ensino Supervisionada, Escola Superior de Educação, Instituto Politécnico de Viana do Castelo). Repositório Científico IPVC. <http://hdl.handle.net/20.500.11960/1994>
- Fonseca, L. (2014). Resolução de problemas de Matemática: regresso ao passado. *Revista Educação e Matemática*, 130, 17–21.
- Freguesia de São Romão de Neiva*. (n.d.). <http://www.jf-neiva.com/>

- Landeiro, A., Gonçalves, H., & Pereira, Á. (2020). *A Grande Aventura Matemática 3.º Ano* (2nd ed.). Texto Editores.
- Lopes da Silva, I., Marques, L., Mata, L., & Rosa, M. (2016). Orientações Curriculares para a Educação Pré-Escolar. In *Ministério da Educação/Direção-Geral da Educação (DGE)* (Vol. 27, Issue 96). <https://doi.org/10.1590/S0101-73302006000300003>
- Lopes, F. (2019). *A Resolução de Problemas e a Literatura Infantil*. (Relatório de Projeto de Investigação do Mestrado em Educação Pré-Escolar e Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico, Instituto Politécnico de Setúbal). Repositório Comum. <http://hdl.handle.net/10400.26/30326>
- Martins, G., Gomes, C., Brocardo, J., Pedroso, J., Carrillo, J., Silva, L., Encarnação, M., Horta, M., Calçada, M., Nery, R., & Rodrigues, S. (2017). *Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória* (J. Pedroso, Ed.). Ministério da Educação.
- Ministério da Educação (ME). (2013). *Programa e Metas Curriculares de Matemática*. Direção Geral do Ensino Básico.
- Ministério da Educação (ME). (2018). *Aprendizagens Essenciais -Articulação com o Perfil dos Alunos*. Direção Geral de Educação.
- Ministério da Educação (ME). (2021). *Aprendizagens Essenciais -Articulação com o Perfil dos Alunos*. Direção Geral de Educação.
- Moses, B. M., Bjork, E., & Goldenberg, E. P. (1990). Beyond Problem Solving: Problem Posing. In T. Cooney & C. R. Hirsch (Eds.), *Teaching and learning mathematics in the 1990s: 1990 yearbook* (pp. 82–91). National Council of Teachers of Mathematics.
- Mueller, M., Yankelewitz, D., & Maher, C. (2014). Teachers Promoting Student Mathematical Reasoning. *Investigations in Mathematics Learning*, 7(2), 1–20. <https://doi.org/10.1080/24727466.2014.11790339>
- Palhares, P. (2004). *Elementos de Matemática para professores do Ensino Básico*. LIDEL- Edições Técnicas, Lda.
- Pehkonen, E., Näveri, L., & Laine, A. (2013). On Teaching Problem Solving in School Mathematics. *Center for Educational Policy Studies Journal*, 3(4), 9–23. <https://www.cepsj.si/index.php/cepsj>
- Ponte, J. (1994). O estudo de caso na investigação em Educação matemática. *Quadrante, Revista de Investigação Em Educação Matemática*, 3(1), 3–18. <https://doi.org/https://doi.org/10.48489/quadrante.22652>
- Ribeiro, S. (2016). *Resolução de Problemas de Subtração no 2.º Ano de Escolaridade*. (Relatório da componente de investigação de Estágio III do Mestrado em Educação Pré-Escolar e

Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico, Instituto Politécnico de Setúbal). Repositório Comum.  
<http://hdl.handle.net/10400.26/16895>

São Romão de Neiva. (n.d.). Wikipédia.  
[https://pt.wikipedia.org/wiki/S%C3%A3o\\_Rom%C3%A3o\\_de\\_Neiva](https://pt.wikipedia.org/wiki/S%C3%A3o_Rom%C3%A3o_de_Neiva)  
[https://pt.wikipedia.org/wiki/S%C3%A3o\\_Rom%C3%A3o\\_de\\_Neiva](https://pt.wikipedia.org/wiki/S%C3%A3o_Rom%C3%A3o_de_Neiva)

Sullivan, P., Mousley, J., & Zevenbergen, R. (2005). Increasing access to mathematical thinking .  
*MSOR Connections* , 5(4), 1–4. <https://www.researchgate.net/publication/228386887>

*União das Freguesias de Viana do Castelo (Santa Maria Maior e Monserrate) e Meadela | Concelho de Viana do Castelo - Distrito de Viana do Castelo - Portugal.* (n.d.).  
<http://santamariamaior-monserrate-meadela.com/>

Vale, I. (2004). Algumas Notas sobre a Investigação Qualitativa em Educação Matemática O Estudo de Caso. *Revista Da Escola Superior de Educação* , 5, 171–202.

Vale, I., & Pimentel, T. (2004). Resolução de Problemas. In P. Palhares (Ed.), *Elementos de Matemática para Professores do Ensino Básico* (pp. 7–52). LIDEL- Edições Técnicas, Lda.

Vale, I., Pimentel, T., & Barbosa, A. (2015). Ensinar matemática com resolução de problemas. *Quadrante. Revista de Investigação Em Educação Matemática*, 24(2), 39–60.  
<https://quadrante.apm.pt/index.php/quadrante/index>

*Viana do Castelo - Wikivoyage.* (n.d.). [https://pt.wikivoyage.org/wiki/Viana\\_do\\_Castelo](https://pt.wikivoyage.org/wiki/Viana_do_Castelo)

*Visitar Viana do Castelo | www.visitportugal.com.* (n.d.). <https://www.visitportugal.com/pt-pt/content/viana-do-castelo>

Way, J. (2017). Problem Solving: Opening up Problems . *University of Cambridge* .

<http://www.cam.ac.uk>

Yeo, J. B. W. (2017). Development of a framework to characterise the openness of mathematical tasks. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 15, 175–191.  
<https://link.springer.com/article/10.1007/s10763-015-9675-9>

## ANEXOS

### Anexo 1: Pedido de autorização aos encarregados de educação

Estimado(a) Encarregado(a) de Educação,

No âmbito do curso de Mestrado em Educação Pré-Escolar e 1.º Ciclo do Ensino Básico, da Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Viana do Castelo e da minha integração no estágio que realizo com o grupo de alunos em que o seu educando se encontra, pretendo realizar uma investigação centrada na área curricular de Matemática.

Para a concretização da investigação será necessário proceder à recolha de dados através de diferentes meios, como sejam registos fotográficos, áudio e vídeo das atividades alusivas ao estudo. Estes registos serão confidenciais e utilizados exclusivamente na realização desta investigação.

Todos os dados serão devidamente codificados garantindo, assim, o anonimato das fontes quando publicado.

Venho solicitar a sua autorização para que o seu educando participe no estudo, permitindo a recolha dos dados mencionados acima. Caso seja necessário algum esclarecimento adicional estarei disponível para esse fim.

Agradeço desde já a sua disponibilidade.

Viana do Castelo, 13 de abril de 2021

A mestranda

---

(Andreia Cristina Ferreira Pereira)

---