



INSTITUTO POLITÉCNICO  
DE VIANA DO CASTELO

# RELATÓRIO FINAL DE PRÁTICA DE ENSINO SUPERVISIONADA

Mestrado EPE e Ensino do 1.º CEB

Raciocínio matemático de alunos do 3.º ano na resolução de  
problemas com números racionais

Patrícia Barroca Monteiro Duarte Santos





INSTITUTO POLITÉCNICO  
DE VIANA DO CASTELO

Patrícia Barroca Monteiro Duarte Santos

**RELATÓRIO FINAL DE PRÁTICA  
DE ENSINO SUPERVISIONADA**  
Mestrado EPE e Ensino do 1.º CEB

Raciocínio matemático de alunos do 3.º ano na resolução de  
problemas com números racionais

Trabalho efetuado sob a orientação do(a)  
Professora Doutora Lina Fonseca

novembro de 2021

*Uma criança, um professor, uma caneta e um livro podem mudar o mundo.*

Malala Yousafzai

## AGRADECIMENTOS

Com a apresentação deste relatório escrito, dou por encerrado um dos capítulos mais importantes na minha vida, que por sua vez, dará início a um grande sonho, que existe desde criança, ser educadora e professora, algo que, sem dúvida, me deixará concretizada a nível profissional.

Ao longo dos últimos anos tive de me esforçar bastante, tendo passado por momentos bons e outros nem tanto. Mas, sempre consegui superar os desafios que surgiam, porque tinha bases e acima de tudo, porque tinha muito apoio de quem me rodeia. Por este motivo, torna-se crucial começar este trabalho com uma nota de agradecimento a todas essas pessoas.

Em primeiro lugar, tenho de agradecer à minha orientadora, Professora Doutora Lina Fonseca, por ter acreditado em mim, no meu potencial e, acima de tudo, por toda a ajuda e encorajamento que me deu, não só no relatório, mas em todos os anos de curso. Sem dúvida que foi uma das professoras que se destacou e marcou o meu percurso académico.

De seguida, devo deixar o meu grande reconhecimento e agradecimento a todos os profissionais de educação, com que tive o privilégio de trabalhar, destacando a Educadora e o Professor cooperantes, que acolheram o meu par de estágio. Foram grandes modelos, que me orientaram da melhor maneira possível, enriquecendo o meu conhecimento e capacidades. Apesar de ter sido pouco tempo, recordar-me-ei sempre deles.

Associado a eles, tenho de agradecer a todas as crianças com quem tive o prazer de lidar, podendo ser consideradas o elemento mais importante de todo este percurso, uma vez que sem elas nada disto faria sentido. Assim, obrigada por me terem recebido tão bem e por me terem acompanhado nesta etapa. Crescemos juntos e passamos por momentos inesquecíveis. Nunca me esquecerei de vocês.

Para além delas, tenho de destacar a minha família, que desde cedo percebeu o quanto eu queria isto e respeitou a minha escolha, incentivando-me constantemente, para atingir o meu objetivo.

Mãe e pai, obrigada por tudo o que me ensinaram, por acreditarem sempre em mim, até mesmo, quando eu duvidei. Foram fundamentais em todo este processo, tendo-me apoiado e orientado incansavelmente, quando eu estava mais perdida. Obrigada por toda a ajuda e disponibilidade, que sempre demonstraram.

À minha avó Tina, avós Zé e tia São obrigada também por toda a ajuda e incentivo, que sempre me deram, por todo o interesse em saber como estava a correr o curso e, acima de tudo, por estarem presentes constantemente. Destaco ainda os meus outros avós, Alfredo e avó Tona, que apesar de não terem tido oportunidade de assistir a este momento, sempre souberam o quanto o desejei e sempre me apoiaram e demonstraram o seu orgulho.

Aos meus irmãos, Duarte e Filipe tenho a agradecer todo o convívio e apoio, pois sabem que é algo verdadeiramente importante para mim e, sempre estiveram disponíveis, quando precisava deles.

Tendo concluído os agradecimentos à família, devo dedicar umas palavras a quatro amigos muito especiais, que Viana do Castelo me deu, logo no primeiro ano. Amigos esses que, também considero como família.

Mafalda, obrigada por teres estado presente em todos os momentos, por me apoiares, aconselhares e não largares a minha mão, quando mais precisei. Foste a melhor colega de quarto, parceira de estágio e de muitas aventuras, que eu podia ter escolhido. Obrigada por tudo o que fizeste e continuas a fazer por mim.

Rafaela, aquela que sempre me conseguiu levar do oito a 80. Obrigada por todos os momentos que passámos, por todas as opiniões que me deste e pela tua energia contagiante. Obrigada por fazeres parte de um dos melhores capítulos da minha vida.

Luís, obrigada por toda a dedicação, apoio, incentivo, tempo e conversas que tivemos. Ajudaste a melhorar os dias menos bons, pois contigo era impossível não se ficar bem-disposto.

André, obrigada por todos os momentos em que estiveste presente e por tudo o que fizeste por mim. Estiveste sempre disponível e, quando eu precisava, tinhas uma palavra de motivação.

Para terminar, devo ainda agradecer a todos os colegas e restantes amigos que estiveram presentes, durante estes cinco anos e que de alguma forma me marcaram e apoiaram. Obrigada.

## RESUMO

O relatório em análise foi desenvolvido no âmbito da Prática de Ensino Supervisionada, lecionada no Mestrado em Educação Pré-Escolar e Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico, na Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Viana do Castelo.

O trabalho de investigação, centrado na área da Matemática, tem como objetivo compreender como é que os alunos do 3.º ano do ensino básico raciocinam e resolvem problemas relacionados com números racionais. Para orientar o estudo foram estabelecidas as seguintes três questões: 1) Que processos do raciocínio e estratégias utilizam os alunos na resolução de problemas?; 2) Como é que os alunos expõem os seus raciocínios?; 3) Que dificuldades manifestam na resolução de problemas?

Com base no problema e nas questões de investigação, optou-se pela metodologia de investigação qualitativa, e selecionou-se o método de estudo caso. Deste modo, apesar do estudo ter sido implementado numa turma de 23 alunos do 3.º ano de escolaridade, numa Escola Básica de Viana do Castelo, para a investigação, apenas foram considerados os dados recolhidos de três alunos, os casos do estudo. A recolha de dados focou-se na observação, nos documentos dos alunos, isto é, nas resoluções de quatro tarefas e registos do caderno, nas entrevistas e no uso de meios audiovisuais. Para analisar todas as informações obtidas, foram estabelecidas quatro categorias de análise de dados, que focaram os processos e estratégias de raciocínio utilizados, bem como o modo como os alunos expõem e as dificuldades sentidas na resolução de problemas.

Através dos resultados obtidos compreendeu-se que é essencial promover o raciocínio dos alunos e acima de tudo o modo como o expõem. Para além disso, verificou-se que a visualização é uma estratégia muito poderosa neste conteúdo, cuja utilização deve ser potenciada. Também é importante realçar que a maior dificuldade evidenciada foi o conceito de equivalência e os alunos expressam-se melhor na forma oral.

Por último, é importante referir que a realização deste relatório enriqueceu a investigadora, promovendo novos conhecimentos e diversas competências, como por exemplo a criatividade, a observação e a capacidade crítica, que serão ferramentas fundamentais para o percurso profissional que se segue.

**Palavras-chave:** Matemática; Raciocínio Matemático; Números Racionais; 1.º Ciclo do Ensino Básico.

## ABSTRACT

The present report was developed in the context of Supervised Teaching Practice, taught in master's degree in Pre-School Education and 1st Cycle of Basic Education, in the Higher School of Education of the Polytechnic Institute of Viana do Castelo.

The research work, with focus in mathematics, has the purpose to understand how students of grade 3 reasoning and solve problems about rational numbers. To guide the study of the investigation there were established three questions: 1) What type of reasoning and strategies do the students use to solve the problems? 2) How do students expose their reasoning? 3) What are the difficulties revealed when solving the questions?

According to the problem and the questions of the research, it was established a quantitative methodology, and a case study was developed. Despite doing the study in a class of 23 students of the grade 3, in a Viana do Castelo primary school, for the research there were only used collected information of three students. Data collection was focused on the observation, on documents gathered about the students resolution of the four problems solving tasks and registration on the notebooks, on the interviews made and in the usage of audio vision means. In order to analyse all the information obtained there were defined four categories of analysis focused on the process, on the strategies, on the ways used to share their thoughts and on the difficulties revealed.

Through the main results obtained it was understood that it is essential to promote the reasoning of the students, even more the way that they expose it. It was also verified that visualization is a powerful strategy in solving problems whose use must be improved. It is also important to highlight that the greatest difficulty evidenced was the concept of equivalence and the students express themselves better in the oral form.

Lastly, it is important to refer that the realization of this report enriched the researcher, it promoted new knowledge and diverse skills like creativity, observation and criticism, all of these tools for a professional route that comes in the future.

**Keywords:** Mathematics; Mathematical Reasoning; Rational Numbers; Primary school.

## ÍNDICE

AGRADECIMENTOS.....	I
RESUMO.....	III
ABSTRACT.....	IV
ÍNDICE DE FIGURAS.....	IX
ÍNDICE DE TABELAS.....	XI
ÍNDICE DE ABREVIATURAS.....	XII
INTRODUÇÃO.....	1
CAPÍTULO I – ENQUADRAMENTO DA PRÁTICA DE ENSINO SUPERVISIONADA.....	3
Caraterizações dos Contextos Educativos.....	5
Caraterização do Contexto Educativo do Pré-Escolar.....	5
<i>Caraterização do Meio</i> .....	5
<i>Caraterização do Agrupamento/Jardim de Infância</i> .....	5
<i>Caraterização da Sala e Rotinas</i> .....	7
<i>Caraterização do Grupo</i> .....	8
Percurso da Intervenção Educativa no Pré-Escolar.....	11
<i>Áreas de Intervenção</i> .....	11
Caraterização do Contexto de 1.º Ciclo do Ensino Básico.....	16
<i>Caraterização do Meio</i> .....	16
<i>Caraterização do Agrupamento/Escola</i> .....	16
<i>Caraterização da Sala</i> .....	17
<i>Caraterização da Turma</i> .....	18
Percurso da Intervenção Educativa no 1.º Ciclo do Ensino Básico.....	19
<i>Áreas de Intervenção</i> .....	20
CAPÍTULO II – PROJETO DE INVESTIGAÇÃO.....	25
Introdução.....	27
<i>Pertinência do Estudo</i> .....	27
<i>Definição do Problema e Questões de Investigação</i> .....	28
Revisão de Literatura.....	29
<i>Raciocínio Matemático</i> .....	29
Tipos de Raciocínio.....	31
Processos de Raciocínio.....	33
<i>Números Racionais</i> .....	35
Números Racionais nos Documentos Curriculares de Matemática.....	36

Dificuldades e Estratégias de Ensino-Aprendizagem na Aquisição dos Números Racionais .....	37
<i>Estudos Empíricos</i> .....	39
Metodologia .....	<b>43</b>
<i>Opções Metodológicas</i> .....	43
<i>Participantes</i> .....	44
<i>Recolha de Dados</i> .....	44
Observação .....	45
Documentos dos Alunos – Tarefas e Registos dos Cadernos .....	46
Entrevistas .....	46
Meios Audiovisuais – Registo Vídeo, Áudio e Fotográfico .....	47
<i>Intervenção Educativa</i> .....	47
Tarefa n.º 1 .....	48
Tarefa n.º 2 .....	50
Tarefa n.º 3 .....	51
Tarefa n.º 4 .....	52
<i>Procedimentos de Análise de Dados</i> .....	54
<i>Calendarização do Estudo</i> .....	54
Apresentação e Análise dos Resultados .....	<b>56</b>
Tarefa n.º 1 .....	56
Tarefa n.º 2 .....	66
Primeiro momento .....	67
Segundo momento .....	71
Tarefa n.º 3 .....	75
Tarefa n.º 4 .....	81
<i>Sínteses Finais</i> .....	96
Caso C .....	96
Caso O .....	96
Caso T .....	97
Conclusões .....	<b>99</b>
<i>Limitações do Estudo e Recomendações para Futuras Investigações</i> .....	106
<i>Considerações Finais</i> .....	107
CAPÍTULO III – REFLEXÃO FINAL SOBRE A PRÁTICA DE ENSINO SUPERVISIONADA .....	109
Reflexão Final da PES .....	<b>111</b>
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	115
ANEXOS .....	119

<b>Anexo 1</b> .....	<b>121</b>
<b>Anexo 2</b> .....	<b>138</b>
<b>Anexo 3</b> .....	<b>139</b>
<i>Anexo 3.1</i> .....	<i>140</i>
<i>Anexo 3.2</i> .....	<i>140</i>
<i>Anexo 3.3</i> .....	<i>141</i>



## ÍNDICE DE FIGURAS

<b>Figura 1</b> - Pintar a Terra .....	12
<b>Figura 2</b> - Elmer .....	13
<b>Figura 3</b> - Árvore dos desejos.....	15
<b>Figura 4</b> - Casa de madeira pintada.....	16
<b>Figura 5</b> - Horário da turma do 3.º ano de escolaridade .....	19
<b>Figura 6</b> - Puzzles.....	20
<b>Figura 7</b> - Experiência sobre como se desenvolvem as plantas .....	22
<b>Figura 8</b> - Experiência sobre como as plantas absorvem água .....	22
<b>Figura 9</b> - Resposta do aluno O à questão 1 da tarefa 1 .....	57
<b>Figura 10</b> - Resposta do aluno T à questão 1 da tarefa 1.....	57
<b>Figura 11</b> - Resposta da aluna C à questão 1 da tarefa 1.....	57
<b>Figura 12</b> - Respostas do aluno O às questões 2 a) e 2 b) da tarefa 1 .....	58
<b>Figura 13</b> - Respostas da aluna C às questões 2 a) e 2 b) da tarefa 1 .....	59
<b>Figura 14</b> - Respostas do aluno T às questões 2 a) e 2 b) da tarefa 1 .....	59
<b>Figura 15</b> - Resposta do aluno T à questão 2 c) da tarefa 1.....	60
<b>Figura 16</b> - Resposta do aluno T à questão 3 da tarefa 1.....	60
<b>Figura 17</b> - Resposta da aluna C à questão 3 da tarefa 1.....	60
<b>Figura 18</b> - Resposta do aluno O à questão 3 da tarefa 1 .....	60
<b>Figura 19</b> - Resposta do aluno T, da aluna C e do aluno O, respetivamente, à questão 4 da tarefa 1 .....	61
<b>Figura 20</b> - Resposta do aluno O à questão 5 da tarefa 1 .....	61
<b>Figura 21</b> - Resposta do aluno T à questão 5 da tarefa 1.....	62
<b>Figura 22</b> - Resposta da aluna C à questão 5 da tarefa 1.....	63
<b>Figura 23</b> - Resposta do aluno T à questão 6 da tarefa 1.....	64
<b>Figura 24</b> - Resposta da aluna C à questão 6 da tarefa 1.....	64
<b>Figura 25</b> - Resposta do aluno O à questão 6 da tarefa 1 .....	64
<b>Figura 26</b> - Resposta do aluno O à tarefa 2.....	68
<b>Figura 27</b> - Resposta da aluna C à tarefa 2.....	69
<b>Figura 28</b> - Estratégias da aluna C sobre as operações da tarefa 2 .....	70
<b>Figura 29</b> - Resposta do aluno T à tarefa 2 .....	71
<b>Figura 30</b> - Registo do caderno da aluna C.....	72
<b>Figura 31</b> - Registo do caderno do aluno T .....	73
<b>Figura 32</b> - Registo do caderno do aluno O.....	73
<b>Figura 33</b> - Resposta da aluna C à primeira parte da tarefa 3 .....	75
<b>Figura 34</b> - Resposta do aluno T à primeira parte da tarefa 3 .....	76
<b>Figura 35</b> - Resposta do aluno O à primeira parte da tarefa 3.....	76
<b>Figura 36</b> - Resposta da aluna C à segunda parte da tarefa 3.....	77
<b>Figura 37</b> - Resposta do aluno O à segunda parte da tarefa 3.....	79
<b>Figura 38</b> - Resposta do aluno T à segunda parte da tarefa 3 .....	79
<b>Figura 39</b> - Respostas do aluno O às questões 1.1) e 1.2) da tarefa 4 .....	82
<b>Figura 40</b> - Respostas do aluno T às questões 1.1) e 1.2) da tarefa 4.....	84
<b>Figura 41</b> - Respostas da aluna C às questões 1.1) e 1.2) da tarefa 4.....	84
<b>Figura 42</b> - Respostas do aluno O às questões 2.1) e 2.2) da tarefa 4 .....	85

<b>Figura 43</b> - Respostas do aluno T às questões 2.1) e 2.2) da tarefa 4.....	86
<b>Figura 44</b> - Respostas da aluna C às questões 2.1) e 2.2) da tarefa 4.....	86
<b>Figura 45</b> - Resposta do aluno O à questão 2.3) da tarefa 4.....	87
<b>Figura 46</b> - Resposta da aluna C à questão 2.3) da tarefa 4.....	87
<b>Figura 47</b> - Resposta do aluno T à questão 2.3) da tarefa 4 .....	87
<b>Figura 48</b> - Respostas dos alunos C, O e T, respectivamente, à questão 2.4) da tarefa 4 .....	88
<b>Figura 49</b> - Resposta do aluno O à questão 2.5) da tarefa 4.....	88
<b>Figura 50</b> - Resposta da aluna C à questão 2.5) da tarefa 4.....	89
<b>Figura 51</b> - Resposta do aluno T à questão 2.5) da tarefa 4 .....	89
<b>Figura 52</b> - Resposta do aluno O à questão 2.6) da tarefa 4.....	91
<b>Figura 53</b> - Resposta do aluno T à questão 2.6) da tarefa 4 .....	91
<b>Figura 54</b> - Resposta da aluna C à questão 2.6) da tarefa 4.....	92
<b>Figura 55</b> - Resposta da aluna C à questão 2.7) da tarefa 4.....	93
<b>Figura 56</b> - Resposta do aluno O à questão 2.7) da tarefa 4.....	94
<b>Figura 57</b> - Resposta do aluno T à questão 2.7) da tarefa 4 .....	94

## ÍNDICE DE TABELAS

<b>Tabela 1</b> - Capacidades e conhecimentos matemáticos implícitos na aprendizagem .....	30
<b>Tabela 2</b> - Características dos processos de raciocínio matemático relacionados à procura de semelhanças e diferenças .....	33
<b>Tabela 3</b> - Informações gerais da primeira tarefa.....	48
<b>Tabela 4</b> - Informações gerais da segunda tarefa.....	50
<b>Tabela 5</b> - Informações gerais da terceira tarefa.....	51
<b>Tabela 6</b> - Informações gerais da quarta tarefa.....	52
<b>Tabela 7</b> - Calendarização do estudo .....	55
<b>Tabela 8</b> - Nível de correção das respostas à tarefa 1 .....	56
<b>Tabela 9</b> - Nível de correção das respostas à tarefa escrita 2 .....	67
<b>Tabela 10</b> - Nível de correção das respostas à tarefa 3 .....	75
<b>Tabela 11</b> - Nível de correção das respostas à tarefa 4 .....	81
<b>Tabela 12</b> - Sínteses gerais sobre os casos.....	98

## ÍNDICE DE ABREVIATURAS

**AE** – Aprendizagens Essenciais

**CEB** – Ciclo do Ensino Básico

**COVID 19** – Coronavírus Disease 19

**EC** – Educadora Cooperante

**JI** – Jardim de Infância

**MAB** – Material Multibásico

**ME** – Ministério da Educação

**NCTM** – National Council of Teachers of Mathematics

**OCEPE** – Orientações Curriculares para a Educação Pré-Escolar

**PASEO** – Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória

**PC** – Professor Cooperante

**PES** – Prática de Ensino Supervisionada

**PHDA** – Perturbação de Hiperatividade e Défice de Atenção

**PMEB** – Programa de Matemática do Ensino Básico

**SARS-CoV-2** – Síndrome Respiratório Aguda Grave – Coronavírus 2

## INTRODUÇÃO

Este relatório surgiu na unidade curricular Prática de Ensino Supervisionada (PES), que ocorre no 2.º ano de formação do Mestrado em Educação Pré-Escolar e Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico (CEB), na Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Viana do Castelo.

O documento encontra-se dividido em três grandes capítulos. O primeiro é referente ao enquadramento da PES, enquanto o segundo apresenta o projeto de investigação desenvolvido e o terceiro evidencia a reflexão final da PES. Posto isso, surgem ainda as referências bibliográficas e os anexos, que finalizam o relatório.

O primeiro capítulo destaca as caracterizações dos contextos educativos, em que a PES foi realizada. Neste sentido, começa por ser descrito o meio local, seguindo-se uma análise do agrupamento e da instituição, bem como da sala e do grupo ou turma. Para além disso, também são detalhadas as áreas de intervenção, destacando-se algumas atividades e o modo como foram implementadas.

Em relação ao capítulo seguinte, o mais extenso, uma vez que foca toda a investigação, está organizado em várias secções. A primeira engloba a pertinência do estudo, em simultâneo com o problema e as questões de investigação. De seguida, sobressai a revisão de literatura que sustenta o estudo, que é sucedida pela metodologia onde se explicitam: as opções metodológicas, a descrição dos participantes, os métodos de recolha de dados, a descrição da intervenção educativa, a categoria de análises e a calendarização do trabalho. Para finalizar, surge a apresentação e análise dos resultados e as conclusões do estudo, da mesma forma que também são indicadas algumas limitações e recomendações, para investigações futuras.

O último capítulo deste documento centra-se na reflexão final da PES, onde se analisa todo o trabalho desenvolvido, ao longo deste percurso, que se dividiu em dois contextos escolares, um referente ao Pré-Escolar e outro ao 1.º CEB. Assim são salientados alguns momentos positivos, algumas dificuldades sentidas, realçando as aprendizagens obtidas, através dessas situações.



## **CAPÍTULO I – ENQUADRAMENTO DA PRÁTICA DE ENSINO SUPERVISIONADA**



## **Caraterizações dos Contextos Educativos**

Este capítulo apresenta a caraterização dos contextos e os percursos das intervenções educativas, realizadas no Pré-Escolar e no 1.º CEB, no âmbito da PES. As caraterizações dos contextos consistem numa análise do meio local fornecendo assim, informações sobre aspetos geográficos, sociais, económicos e culturais. Para além disso, também surge uma descrição do contexto, da sala e do grupo. No final, em relação aos percursos das intervenções, surgem informações relativas às áreas lecionadas, onde se refere os conteúdos trabalhados e o modo como foram abordados.

### **Caraterização do Contexto Educativo do Pré-Escolar**

#### ***Caraterização do Meio***

O contexto onde foi desenvolvida a PES, durante o primeiro semestre, fica localizado numa das 27 freguesias do concelho de Viana do Castelo, que abrange uma área de 314 km<sup>2</sup>. Viana do Castelo está inserida numa região conhecida como Alto Minho, que faz fronteira com Espanha, Braga e o oceano Atlântico. Para além disso, em 2019 Viana do Castelo foi considerada “o melhor distrito para se viver em Portugal” (Naves, 2019), tendo-se destacado, com melhor avaliação, nos parâmetros de qualidade de ar, acessos e silêncio.

Esta cidade apresenta uma grande diversidade paisagística, uma vez que nos surpreende com vistas para o rio Lima, para zonas mais montanhosas e, para o mar. Em relação ao património cultural, também nos surpreende com um grande leque de opções, tais como, teatros, museus, a biblioteca municipal, o Santuário de Santa Luzia, entre muitas outras opções. Ainda sobre as tradições desta cidade, é importante referir que contém uma gastronomia típica e destacar o artesanato, devido às suas louças e bordados, bem como a Romaria de Nossa Senhora d’Agonia, que atrai muitas pessoas, para verem os seus tapetes, cortejos e procissões, gigantones & cabeçudos e muitos outros momentos.

#### ***Caraterização do Agrupamento/Jardim de Infância***

O contexto onde desenvolvemos a PES integra um agrupamento que, a nível de oferta pública, dá resposta a quatro freguesias. Este estabelecimento é formado por oito contextos educativos, sendo que um é Jardim de Infância (JI), cinco são Escolas Básicas do 1.º CEB, havendo duas que também têm integrados Jardins de Infância, outra é uma Escola Básica do 2.º e 3.º Ciclos e por fim, existe uma Escola Secundária, que também funciona como sede de agrupamento.

Através da análise do Projeto Educativo, constatou-se que o agrupamento é frequentado por 2767 alunos, dos quais 154 se encontram em contextos de Pré-Escolar, 504 no 1.º CEB, 189 no 2.º CEB, 313 no 3.º CEB e, em relação ao Secundário, este dá resposta a 1607, tendo incluído adultos. Para além disto, é importante ressaltar que, cerca de 140 alunos são identificados com Necessidades Educativas Especiais.

Este agrupamento tem diversos profissionais, desde educadores e professores, a assistentes técnicos e assistentes operacionais, uma psicóloga dos Serviços de Psicologia e Orientação Escolar e outra psicóloga do Centro para a Qualificação e o Ensino Profissional, um docente reconvertido profissionalmente e uma terapeuta da fala. Tendo em conta, o mapa de pessoal afeto ao Município, o Projeto Educativo considera ter, ainda mais alguns assistentes técnicos e assistentes operacionais, bem como as cozinheiras.

Relativamente ao contexto onde decorreu a PES, o estabelecimento é uma das duas instituições, que abrange o Pré-Escolar e o 1.º CEB. Quanto ao edifício, o espaço encontra-se dividido, tanto a nível do interior, como do exterior.

No interior, o JI era composto por um *hall* de entrada, onde se situava a biblioteca, separada por uma pequena cerca de madeira, bem como, alguns painéis informativos. Existiam quatro salas de ensino, uma sala para o pessoal docente e duas, para o prolongamento de horário. Para além disso, o contexto apresentava uma sala laboratorial, contendo diversos materiais laboratoriais e posters informativos, sobre alguns conteúdos, relativos às Ciências Físico-Naturais e um ginásio, com bastante diversidade no material físico. Este espaço, também possuía uma televisão e um leitor de DVD. O edifício continha ainda, duas casas de banho, adequadas às crianças e uma para os adultos, uma sala de arrumações e o refeitório, que apesar de estar equipado com diversos eletrodomésticos, como fogão, forno, microondas e frigorífico, não prepara os almoços, uma vez que eles são confeccionados na parte da escola agregada ao 1.º CEB.

Por sua vez, o espaço exterior era composto por diversos materiais como, uma casinha de madeira, triciclos e atrelados, jogos no chão, um escorrega, dois baloiços, uma estrutura para trepar, e outros materiais adequados a este nível de escolaridade, que estimulam jogos e brincadeiras.

Devido à situação que o mundo estava a enfrentar, COVID-19 (*Coronavirus Disease 19*), as instituições de ensino tiveram de tomar algumas medidas de prevenção. No caso desta instituição de ensino, tanto as crianças, como todos os trabalhadores tinham de desinfetar as mãos em diversos momentos e trocar os sapatos à entrada. Inicialmente, na zona exterior que era abrigada, junto à porta, estavam disponíveis quatro bancos, um para cada grupo, onde as crianças e os profissionais desse grupo deveriam trocar o calçado. Devido às condições climáticas, optou-se que essa mudança seria feita no interior do JI e o grupo em que intervimos, tinha o seu espaço, para este efeito, na sala laboratorial. Para além disto, para evitar a propagação do vírus, na eventualidade de haver um caso positivo, foram criadas duas bolhas. Cada uma dessas bolhas, formada por dois grupos de crianças, respeitava um horário diferente, que interferia nos intervalos e na hora do almoço, o que permitia diminuir a quantidade de crianças no mesmo espaço, ao mesmo tempo. Deste modo, os grupos de cada bolha dividiam o espaço no refeitório e no parque exterior, bem como a sala de prolongamento. Apesar de nos anos anteriores, a receção das crianças ocorrer no ginásio, a Educadora

Cooperante (EC) decidiu que as crianças, à medida que chegavam e trocavam os sapatos, deviam dirigir-se para a sala de atividades, podendo realizar algumas atividades disponíveis, diminuindo assim o contacto entre crianças de grupos diferentes.

### ***Caraterização da Sala e Rotinas***

A sala de atividades do grupo era bastante espaçosa e tinha acesso a muito luz natural, estando bem equipada no que diz respeito a material informático, tendo um computador fixo e um portátil, que se ligava a colunas e um projetor, que projetava numa tela de projeção. Para além disso, existiam dois aquecedores fixos.

A sala encontrava-se dividida em 11 espaços distintos, que promoviam as diversas atividades que o grupo desenvolvia. As crianças tinham até 16 áreas de escolha, para poderem selecionar.

Assim que se entra na sala, deparamo-nos com uma parede com dois placares separados por um quadro de giz, sendo uma das áreas que as crianças podiam optar. O primeiro placar era dedicado à área da pintura. Por sua vez, o segundo placar evidenciava materiais relativos às rotinas, isto é, o quadro das presenças, o quadro das áreas e das rotinas, os dias da semana e do mês e o quadro do tempo.

Junto à parede envidraçada, existiam duas mesas redondas, posicionadas nas extremidades. A primeira mesa, que fica em frente ao placar com as rotinas, é o espaço onde as crianças podiam desenvolver atividades referentes às áreas da modelagem e da costura. Por sua vez, a segunda mesa ficava junto a um armário, que apresenta uma grande variedade de jogos da mesa. Entre essas mesas, existe um tapete dedicado aos jogos do chão, onde as crianças tinham ao seu dispor diversos animais, casas, bonecos, pistas e blocos, que podiam servir para se equilibrarem. Para além disso, ainda existia uma mesa retangular, para onde as crianças se deslocavam, quando selecionavam a área das experiências. Nessa mesa, existia uma balança de dois pratos, onde as crianças podiam observar diferentes situações com recurso a uns ursinhos disponíveis. Para além disso, consoante o projeto e as experiências desenvolvidas em grande grupo, as crianças tinham recursos, para explorar essas propostas de outras formas.

Outro dos espaços disponíveis na sala era a zona do faz de conta, onde existiam diversos materiais e brinquedos, como cozinha, mesa, cama, espelho, sapatos, bonecos, entre outros. Dentro da área do faz de conta, também conhecida como casinha, as crianças tinham acesso a um quadro branco, onde podiam criar desenhos, ou organizar letras e figuras geométricas magnéticas.

Ao centro da sala, existia um conjunto de mesas, que formava um retângulo, ficando incompleto, para permitir que tanto as crianças como os adultos pudessem circular no centro das mesas. Essa estrutura, onde cada criança tinham o seu lugar fixo, era onde ocorriam as rotinas e os trabalhos coletivos, que envolviam todas as crianças. Para além disso, esta zona era ocupada sempre que as crianças elegiam as áreas da colagem, projetos e desenho. Contudo, em alguns momentos, também era usada para realizarem jogos da mesa, pinturas e modelagem.

No centro das mesas, era possível encontrar um barquinho, que podia ser cheio com areia ou água. Num primeiro momento, estive com água, mas devido à estação do ano, optou-se por trocar para areia. Em janeiro, a EC acrescentou uma nova área ao quadro, relativa à programação que, também se realizava no centro das mesas.

Ainda sobre o espaço do grupo, é importante referir que a sala de atividades se estendia para um espaço mais pequeno, que fazia ligação entre a porta e a sala propriamente dita. Era nesse espaço que estavam os cabides, para as crianças colocarem os casacos. Para além disso, também era aí que ficava a área da biblioteca, da sala, que continha diversos livros e alguns *puffs* à disposição, tal como a barraquinha dos fantoches. A meio da nossa intervenção, a EC optou por colocar o computador, uma das áreas que as crianças podem selecionar nesse espaço, pois no interior da sala o acesso à rede era fraco e, assim, já era possível realizar pesquisas, caso fosse necessário.

Quanto ao número de crianças por área, este modificava consoante os recursos disponíveis e o espaço. Essa gestão já estava decidida quando chegámos e todas as crianças sabiam o limite, pois por baixo de cada área, havia um quadro com o número de espaços da área.

Por volta das 9h15 cantavam a canção para arrumar o espaço e sentar, para darmos início ao relaxamento, à música dos bons dias e, de seguida, as rotinas. O lanche da manhã ocorria em torno das 10h15 e nos dias em que as questões climáticas permitiam, o grupo vinha ao exterior brincar um bocado antes de retornar. As crianças começavam a arrumar tudo e a fazer a higiene a partir das 11h35, pois o almoço iniciava ao 12h00. As atividades da parte da tarde tinham início à 13h30 e duravam até às 14h50, aproximadamente. Das 15h00 às 15h30, horário em que iam embora ou para o prolongamento, a criança responsável pela avaliação, avaliava o dia e depois lanchavam.

### ***Caraterização do Grupo***

O grupo com quem interagimos era composto por 23 crianças, sendo nove do sexo feminino e 14 do sexo masculino. Este grupo heterogéneo, bastante curioso e envolvido pelas atividades, participando ativamente nos diversos momentos, era formado com crianças entre os três e os seis anos de idade, das quais, quatro crianças tinham três anos, seis crianças tinham quatro anos, 12 crianças tinham cinco anos e uma criança tinha seis anos. Era uma turma de continuidade. Deste modo, com exceção das crianças com três anos e de duas crianças, uma com cinco e outra com seis anos, que estavam a frequentar a turma pela primeira vez, as restantes já se conheciam. Estas duas últimas crianças apenas integraram o grupo a meio das atividades letivas, sendo que a primeira chegou em novembro e a segunda em janeiro. De salientar que uma das crianças de três anos, evidenciava dificuldades em diversas questões, como na comunicação e tinha certas reações, que não conseguíamos compreender. Por esse motivo, no momento em que entrevistamos, estava a ser acompanhada por uma terapeuta da fala.

Antes de iniciarmos as sessões de implementação, tivemos a possibilidade de observar os conhecimentos das crianças, com base nas Orientações Curriculares para a

Educação do Pré-Escolar [OCEPE] (Silva et al., 2016), permitindo-nos projetar atividades e propostas interessantes e que fossem de algum modo ao encontro do que o grupo pretendia e precisava.

Em relação à *Área de Formação Pessoal e Social*, as crianças tinham consciência de si, reconhecendo sem dificuldade as suas rotinas, os seus lugares, qual era o seu grupo e sala. A maioria das crianças apresentava um bom nível de autonomia, nas suas necessidades básicas, lavando as frutas e comendo sozinhas. Apesar disso, algumas das crianças mais novas e um ou outro menino com quatro anos ainda precisavam de auxílio em alguns momentos, como por exemplo, para apertar a bata ou trocar os sapatos pelas meias, nas atividades de motricidade. Uma vez que eram um grupo de continuidade, já conheciam bem as regras da sala, tendo ajudado os novos membros a ficar a par, rapidamente. Os meninos com cinco anos procuravam ajudar os mais novos, sempre que estes evidenciavam alguma dificuldade. É um grupo que integra muito bem novos membros, atualizando-os sobre as mais diversas informações e, principalmente os mais velhos já começavam a tentar resolver os seus problemas entre eles. Como foi referido, uma das crianças de três anos apresentava bastantes dificuldades na comunicação, no entanto, não era por isso que não estava integrada no grupo, pois eles interagem, tanto em brincadeiras, como em momentos em que possam estar tristes.

No que concerne à *Área de Expressão e Comunicação*, mais especificamente ao domínio de Educação Física, foi possível observar que, as crianças tinham um nível adequado para a idade, sendo que as propostas onde demonstravam maior dificuldade era a de ultrapassar obstáculos e em propostas relativas à perícia e manipulação, agarrar algo. Algumas das crianças mais novas, ainda demonstravam insegurança, no que diz respeito a saltos com alguma distância. No âmbito da yoga, o grupo apresentava um bom nível de concentração para a idade. A maior dificuldade surgia nos momentos que exigiam maior equilíbrio.

Em relação ao domínio da Educação Artística, no que diz respeito ao subdomínio das Artes Visuais, as crianças conseguiam expressar-se bem para as suas fases de desenvolvimento. As crianças mais velhas já manipulavam com bastante facilidade a tesoura, criando desenhos através de colagens, enquanto, as crianças mais novas evidenciavam mais dificuldades, principalmente os meninos com três anos de idade. Apesar disso, gostavam todos muito de manusear a tesoura, o que ajudará a ultrapassar as dificuldades evidenciadas.

Quanto ao subdomínio da Expressão Dramática, o grupo já era capaz de realizar jogos de mímica, identificando o que se pretendia reproduzir com pouca dificuldade. Uma das dificuldades nesta atividade, principalmente para os mais pequenos, era o momento em que tinham de ser eles a reproduzir, pois acabavam por bloquear um pouco. Para além disso, eram capazes de reproduzir movimentos consoante o que ouviam, como por exemplo, reproduzir músicas com movimentos.

Sobre o subdomínio da Música, as crianças apresentavam uma boa aprendizagem das canções. Relativamente aos instrumentos, algumas crianças, com maior foco, nas

mais pequenas, ainda tinham dificuldades evidentes no seu manuseamento. Para além disto, este grupo, caso estivesse concentrado conseguia reproduzir batimentos com alguma mestria, caso contrário, também reproduziam, mas evidenciavam-se mais as dificuldades.

Referente ao domínio da Linguagem Oral e Abordagem à Escrita, existia o caso descrito anteriormente, contudo as restantes crianças conseguiam comunicar, podendo haver mais dificuldade na compreensão do discurso das crianças mais novas e numa ou outra criança mais velha, pois são mais reservadas. Por vezes existiam algumas dificuldades na estrutura da frase, sendo mais evidente nos mais novos. A maioria das crianças já reconhecia as letras do seu nome e, apesar de ser menos evidente em algumas das crianças mais jovens, vários alunos já identificavam diversas letras do abecedário, conseguindo associar a palavras. Algumas das crianças, principalmente as mais velhas, já apresentavam alguma facilidade também na organização das letras em algumas palavras, reconhecendo quando dois nomes têm segmentos iguais. Quanto aos momentos de leitura, o grupo fica bastante interessado e curioso, conseguindo recontar o que ouviu. Outro dos momentos em que observámos esse interesse era na escolha da área da biblioteca.

Ainda sobre esta área, é importante falar sobre o domínio da Matemática. A maioria do grupo já conseguia contar de um a 20, contudo, as crianças mais novas, sentiam dificuldade e, para além disso, em alguns momentos em que era necessário identificar os números de um a dez, algumas crianças trocavam. Já conseguiam reproduzir algumas adições, com recurso aos dedos e, algumas das crianças mais desenvolvidas, consoante o cálculo, dão a resposta de forma direta. Os meninos finalistas, já eram capazes de fazer o registo e análise de dados, pois mensalmente, as crianças preenchem tabelas sobre as presenças e do quadro do tempo, explicando aos colegas o que descobriram. A maioria já conseguia distinguir as figuras geométricas principais – quadrado, retângulo, triângulo, círculo. Uma das dificuldades, que mesmo algumas das crianças mais velhas ainda evidenciavam, era na criação de padrões. Por último, sobre a *Área do Conhecimento do Mundo*, o grupo, com menos ênfase, para os mais novos, já compreendia as questões relativas à metodologia científica, uma vez que estavam habituados a trabalhar em projeto. Quanto às Ciências do Conhecimento do Mundo Social, as crianças já reconheciam os dias da semana e alguns dos meses, mas por vezes trocam-nos e não os conseguiam ordenar. Para além disso, ainda tinham alguma dificuldade na identificação das semanas, em compreender que mudavam. Referente ao Conhecimento do Meio Físico e Natural, o grupo gostava sempre de realizar atividades experimentais ficando eufóricos. Através destes momentos conseguiam fazer diversas descobertas e colocar novas questões, que os deixavam intrigados.

### **Percurso da Intervenção Educativa no Pré-Escolar**

A PES foi desenvolvida em 14 semanas. Durante as primeiras três semanas decorreu o período de observação. As seguintes, dedicadas à implementação, foram distribuídas igualmente e de forma intercalada entre os elementos do par. Assim, cada um dos elementos teve cinco semanas para intervir junto do grupo, acabando por sobrar uma semana, que seria implementada por ambos.

Tanto as observações, como as implementações ocorriam às segundas, terças e quartas-feiras, com exceções de duas semanas intensivas, uma vez que nessas deveríamos planificar para a semana inteira. Devido à situação atual que o país enfrenta, síndrome respiratória aguda grave – coronavírus 2 (SARS-CoV-2), e uma vez que na primeira quinzena de dezembro ocorreram dois feriados, nas duas terças-feiras, o governo decidiu suspender as aulas de segunda, reabrindo apenas nas quartas-feiras. Uma dessas semanas estava calendarizada como semana intensiva e por esse motivo, o grupo compareceu no estágio, quarta, quinta e sexta-feira, no entanto, na semana seguinte, o grupo apenas planificou para quarta-feira. Em janeiro, devido ao aumento substancial de casos de COVID-19, o Governo decretou algumas restrições, que não implicavam os JI. Contudo, com o agravamento da situação, o governo acabou por decretar a suspensão das atividades letivas, para que todos pudessem respeitar o confinamento. Por este motivo, não tivemos possibilidade de implementar a proposta planificada para a última semana, que seria dividida pelos elementos do grupo.

Para além destas alterações, que foram derivadas pela pandemia, é de salientar que não foi possível realizar o projeto de empreendedorismo, que costuma ocorrer neste semestre, tal como visitas de estudo, atividades que envolvessem convívios e a presença dos familiares e, por último, reuniões presenciais.

### **Áreas de Intervenção**

Durante as semanas de observação procurou-se retirar alguns apontamentos, sobre o funcionamento do grupo, ou seja, compreender como eram as suas rotinas, como estavam habituados a desenvolver as atividades e como lhes eram apresentadas, que tipo de propostas resultavam melhor e em que momentos eram promovidas.

Nesse período, também foi possível verificar que a EC trabalhava à base de projetos e, por esse motivo, e uma vez que a turma tinha crianças com diferentes idades houve a necessidade de compreender como estas interagem. Para além disso, observámos que as rotinas eram sempre desenvolvidas, em paralelo com uma atividade.

No decorrer das primeiras três sessões, de observação, o grupo estava a trabalhar em torno do projeto *Porque caem as folhas?*. Neste sentido, a educadora sugeriu que nas primeiras semanas de intervenção desenvolvêssemos um projeto que desse resposta à questão das crianças – *O que acontece ao dia quando vem a noite?*.

Após a questão anterior ficar esclarecida, surgiu uma nova etapa do projeto que se focava na seguinte questão: *Como a lua vai para cima e vem para baixo?* A semana começou com uma conversa, para relembrar o que havia sido trabalhado na semana

anterior. Depois disso, realizaram-se alguns exercícios de reprodução de emoções e animais, estando assim relacionados com Jogo Dramático/Teatro. O primeiro dizia respeito a um conteúdo anteriormente trabalhado e, por sua vez, o segundo exercício estava relacionado com o tema que seria analisado da parte da tarde, uma vez que analisaríamos o livro *A que sabe a lua?*, promovendo o prazer e a motivação para ler e escrever. No final da análise, dinamizou-se uma proposta matemática, relacionada com organização e tratamento de dados, uma vez que os alunos estiveram a ordenar os animais de acordo com a história. No segundo dia, e aproveitando uma das mensagens do livro, decidiu-se dar resposta a uma curiosidade das crianças, isto é, a confeção de queijo. A atividade teve início com a análise da receita e a criação de um pictograma, continuando assim a promover o domínio da Matemática. Depois desse momento, confecionamos o queijo. Esta atividade foi considerado a experiência da semana, permitindo assim desenvolver capacidades em torno da Área do Conhecimento do Mundo – Abordagem às Ciências. Da parte da tarde, desenvolveu-se um pequeno teatro, relativo à rotação do sol, da lua e da Terra, durante a promoção de uma atividade musical, relativa a ritmos. O último dia foi dedicado à Educação Física e à Educação Artística. Em relação ao primeiro momento foram realizados alguns jogos e um percurso que respeitava os seguintes subdomínios: perícia e manipulação e deslocamentos e equilíbrio. Em relação ao segundo momento, focado nas Artes Visuais, o grupo teve oportunidade de pintar a lua, o sol e a Terra (figura 1), para a maquete que seria criada na semana seguinte.

### **Figura 1**

*Pintar a Terra*



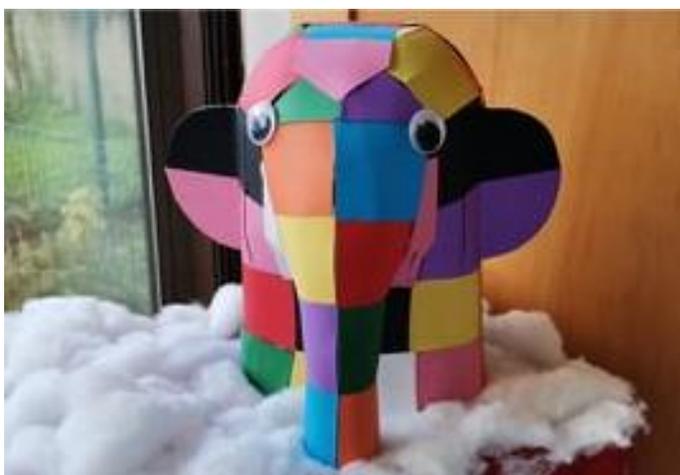
A seguinte intervenção foi focada na finalização do projeto. Assim, procurou-se relembrar várias dinâmicas que foram trabalhadas nas semanas anteriores. Por este motivo optou-se por uma semana muito experimental, em torno da Área do

Conhecimento do Mundo onde se explicou como o ar quente não deixa a bola de ping pong cair, em paralelismo ao deslocamento do foguetão, bem como o reflexo e o que este causa, através de uma lanterna e um espelho, permitindo que as crianças compreendessem o que ocorre com o sol, a Terra e a lua. Para além disso, ainda foi realizada uma atividade nesta área interligada com o subdomínio das Artes Visuais, quando recortaram e coloriram os helicópteros, antes de lançarem. Envolveu-se a Matemática, quando recordamos a história *A que sabe a lua?* e analisou-se o conceito de cheio e vazio, devido à lua. Em relação a Educação Física – trabalhou-se um pouco de todos os subdomínios, quer em yoga, quer nas atividades referentes ao balão, pois houve momentos individuais, para se deslocarem, outros para lançarem e agarrarem e até mesmo, momentos em que formaram pares. Quanto à Música, nesta semana ela também esteve presente, em dois momentos. O primeiro em yoga, quando ouviram elementos da natureza e o segundo num jogo rítmico, com base na música trabalhada na semana anterior. No que diz respeito ao domínio da Linguagem Oral e Abordagem à Escrita, foram desenvolvidas atividades referentes à consciência de palavras, referidas nas semanas anteriores. Outro dos subdomínios foi a comunicação oral, que esteve implícita no preenchimento do quadro do projeto e na explicação das situações experimentais. Para finalizar, ainda surgiu espaço para a leitura, de uma história inventada por nós, que no final, foi recontada pelo grupo.

A semana que se sucedeu apenas foi referente a um dia, devido à situação pandémica, contudo, deu-se continuidade ao tema do novo projeto, o Natal, introduzindo novos elementos da época, isto é, as renas e as luzes de Natal. Nesse dia promoveu-se momentos referentes à Matemática, à Educação Física e à Linguagem Oral e Abordagem à Escrita. Em relação à Matemática, os meninos fizeram propostas com base na geometria, mais especificamente, em padrões, com as luzes. A nível motor, esteve em foco o subdomínio dos jogos, com as caçadinhas e o macaquinho chinês. A nível oral e escrito houve comunicação oral na análise da carta enviada pelo Rodolfo e na chegada do Elmer, o Elefante (figura 2), que antecedeu a história *O Natal do Elmer*.

**Figura 2**

*Elmer*



A nova intervenção ocorreu na primeira semana de janeiro. Como não havia sido iniciado nenhum projeto, decidiu-se que nesta semana o foco seria a mudança de estação do ano – o inverno. Para além disso, também deveriam ser promovidos momentos para selecionar o projeto futuro. No primeiro dia, os alunos começaram por se expressar (Linguagem Oral e Abordagem à Escrita) sobre as diferenças entre os conceitos de frio e quente. Ainda sobre este domínio, nesse mesmo dia, os alunos analisaram a árvore dos desejos (figura 3), onde ficariam registados os desenhos dos meninos, sobre o que gostariam de fazer no projeto seguinte. Nesse mesmo dia, em yoga promoveu-se o jogo da memória, relacionado com posições de yoga e depois de refletirem sobre uma vontade para 2021, à vez todos os meninos partilharam. No final do dia, em relação à Matemática – organização e tratamento de dados, os finalistas efetuaram o estudo estatístico das presenças e do tempo do mês anterior. No dia seguinte e ainda sobre esta área do conhecimento, os alunos relacionaram vários cartões, que apresentavam diferentes quantidades com números, figuras e dedos das mãos. Envolvendo a Linguagem Oral e Abordagem à Escrita, bem como o subdomínio das Artes Visuais, foi possível preencher as primeiras colunas do quadro, sobre o novo projeto, sendo elas: o que já sei; o que quero descobrir; quem me pode ajudar. Da parte da tarde, interpretou-se uma música, criando movimentos para acompanhar a letra. Na quarta-feira resolveram-se tarefas relacionadas com a Área do Conhecimento do Mundo – Abordagem às Ciências, através da análise de oito caixas sensoriais. Depois disso, destacou-se a Área de Expressão e Comunicação. Num primeiro momento foi através da Educação Física, onde se promoveram atividades relacionadas com perícias e manipulação e com deslocamentos e equilíbrio. No segundo momento, teve haver com a Educação Artística – Artes Visuais, através da criação das coroas, em homenagem aos reis magos. Nos últimos dois dias estiveram presentes propostas relacionadas com Área do Conhecimento do Mundo, com Linguagem Oral e Expressão Escrita, com Educação Artística (Jogo Dramático/Teatro e Artes Visuais) e com Matemática. Quanto à primeira área salientam-se as seguintes atividades: análise dos diferentes tipos de tempo meteorológico; as estações do ano; o banho da boneca. O primeiro momento esteve relacionado com a identificação de convenções de escrita, pois as crianças tinham de identificar a imagem do que tinha sido referido. A atividade sobre as estações do ano, promoveu um momento relacionado com o prazer e motivação para ler, uma vez que primeiros efetuamos a leitura da história *O senhor ano e as quatro estações*. Como atividade de pós-leitura, as crianças caracterizaram numa folha alguns aspetos alusivos a cada estação do ano. Ainda sobre as Artes Visuais, é importante salientar a introdução do pintor Piet Mondrian e dos seus quadros, que foram reproduzidos pelos alunos. Em relação à Matemática, esta surgiu associada ao banho da boneca, uma vez que foi desenvolvido um pictograma com o que seria necessário utilizar nessa ocasião. Por último, em Jogo Dramático/Teatro, efetuou-se a leitura de uma história e pretendia-se

que os meninos reproduzissem as emoções mencionadas e, demonstrassem como tocariam alguns instrumentos identificados através de cartões.

### Figura 3

*Árvore dos desejos*



A última semana já foi sobre o novo projeto, remodelar a casinha. No entanto, a EC sugeriu que também se trabalhasse a programação. Quanto à casinha foram criadas propostas de associação, relativos a produtos de limpeza. Para além disso, também criamos uma caça ao tesouro com adivinhas, para descobrirmos as peças de um puzzle, que evidenciava a tarefa do dia, no caso, pintar a casinha de madeira (Educação Artística – Artes Visuais) (figura 4). Através da Matemática – Números e Operações fizemos a contagem de ferramentas identificando com um círculo o número correspondente. Quanto à programação, referente a Matemática – geometria: utilizar conceitos de orientação, este momento esteve associado à leitura de um livro, *Smurfs – o labirinto mágico*. Esta atividade derivou na existência de um labirinto, em tamanho real, que devia ser percorrido pelos alunos, em conformidade com as setas de programação. Contudo, também o podiam percorrer com o robot de programação. Em Educação Física e em Jogo Dramático/Teatro, subdomínio da Educação Artística, também surgiu alguma interdisciplinaridade, que permitiu enquadrar as setas de programação. Para além disso, no primeiro domínio mencionado foram dinamizadas atividades referentes aos deslocamentos e equilíbrio, enquanto em Jogo Dramático/Teatro, houve a introdução de uma história, que devia ser concluída, por cada grupo, consoante o cartão que tivessem. Para finalizar, falta referir o momento referente a Música, onde se promoveu uma atividade rítmica.

**Figura 4**

*Casa de madeira pintada*



### **Caraterização do Contexto de 1.º Ciclo do Ensino Básico**

#### ***Caraterização do Meio***

A intervenção do segundo semestre da PES decorreu numa escola básica de uma das 27 freguesias do distrito de Viana do Castelo. Deste modo, o meio deste estabelecimento de ensino é o mesmo que o que foi caraterizado em relação ao estabelecimento do Pré-Escolar.

#### ***Caraterização do Agrupamento/Escola***

Este agrupamento é composto por diversas instituições que estão localizadas em duas freguesias. A escola do primeiro ciclo onde estivemos fica próxima de alguns monumentos de grande valor, para a cidade. Atualmente, este contexto fica situado numa zona habitacional, com bastante população, que já foi considerada rural, algo que se deveu ao acréscimo populacional que este distrito tem vindo a sofrer ao longo dos anos.

Ao longo dos anos, o agrupamento que nos recebeu, sofreu algumas alterações na sua constituição, sendo que a mais recente se deu no ano letivo 2013/2014. Atualmente abrange cinco estabelecimentos, que estão preparadas para receber alunos desde o pré-escolar, até ao terceiro CEB. Neste sentido, um dos estabelecimentos é Jardim de Infância e Escola Primária, outro é Jardim de Infância. Para além disso, ainda existe outra Escola Primária e uma Escola direcionada exclusivamente para o 2.º e 3.º (CEB). De acrescentar ainda, que este agrupamento está apto a receber alunos com multideficiência, sendo uma das escolas de referência no domínio da visão.

Segundo o Projeto Educativo atual, este agrupamento integra 159 docentes, dos quais 30 estão dedicados ao 1.º Ciclo. Relativamente ao pessoal não docente, no total são 79 pessoas, das quais 69 são assistentes operacionais, 9 são assistentes técnicos e uma faz parte do serviço de psicologia e orientação vocacional.

A escola onde entrevistamos estava dividida em duas partes, a área interna e a área externa. Em relação ao interior, o edifício era composto por três pisos, por onde estavam organizadas as salas de aula. Para além disso, ainda existia uma sala dedicada ao apoio à multideficiência. No piso da entrada, existia um polivalente, com uma sala para material. No piso superior, situava-se a biblioteca, devidamente equipada com livros, computadores e espaço para trabalharem (mesas e cadeiras), bem como material para teatro. Junto à biblioteca, tinha uma sala dos professores, onde existiam computadores, impressoras e alguns materiais e uma outra sala, que na altura funcionava como espaço de isolamento para situações de COVID-19. Em frente a esse espaço existia um pequeno refeitório, com máquina do café, frigorífico, chaleira e microondas e um armário com alguma loiça. As crianças iam almoçar à cantina da outra escola. A escola tinha várias casas de banho para as crianças, algumas para adultos e, ainda existiam duas que estavam equipadas com chuveiros e adaptadas para alunos com problemas motores.

O espaço exterior da escola estava organizado em três espaços, que contornavam três dos quatro lados do edifício, sendo que o único lado que não tinha espaço externo, fazia fronteira com a rua. O primeiro era um espaço amplo, que através de uma rampa dava acesso ao espaço central, o maior das três partes. Este ficava em frente à porta que faz ligação à outra escola. Metade deste espaço era coberto com toldes, sendo a exceção do exterior. Durante a intervenção, devido à pandemia existia uma fita sinalizadora a dividir o recinto em duas partes, permitindo que as turmas mantivessem as suas bolhas. Através de uma segunda rampa, chegávamos ao terceiro campo, onde os alunos aproveitam para fazer jogos de equipas.

### ***Caraterização da Sala***

A sala de aula da turma era bastante comprida e iluminada, uma vez que uma das paredes era composta por janelas que podiam abrir de duas formas distintas, o que permitia arejar o espaço. Para além disso, o espaço também tinha um aquecedor.

Junto à porta existia um lavatório devidamente equipado com sabão e um suporte de folhas de papel, bem como um dos três recipientes, que permitem a separação de alguns tipos de lixo. No seguimento dessa parede, estavam dois placares, onde se afixavam algumas das propostas desenvolvidas pelos alunos.

Ao fundo da sala estavam posicionados dois quadros, um de giz e outro branco, que se encontravam separados por um quadro interativo, ligado a um projetor. Em frente ao quadro de giz, encontrava-se a secretária do professor, que tinha um computador portátil. Na outra extremidade da sala, existiam dois armários, onde estavam guardadas as capas dos alunos e os seus materiais de reserva.

No espaço central da sala ficavam posicionadas as secretárias individuais e as cadeiras, onde os alunos se acomodavam. Estavam organizadas em cinco filas.

### ***Caraterização da Turma***

A turma com que desenvolvemos atividades frequentava o 3.º ano de escolaridade e é composta por 23 alunos, dos quais 12 eram raparigas e 11 eram rapazes, com idades compreendidas entre os oito e os 10 anos. No ano passado, a turma recebeu dois alunos, uma menina e um menino, provenientes do Brasil e um segundo menino da Venezuela, que estavam completamente integrados e adaptados à turma. Este grupo tinha um aluno com perturbação de hiperatividade e défice de atenção (PHDA) e outro com daltonismo e baixa visão, tendo acesso a uma mesa adaptada às suas necessidades. Um dos cuidados que existia era a utilização dos quadros. Por norma, utilizávamos o quadro branco e, apesar de termos acesso às quatro cores habituais (preto, azul, vermelho e verde), apenas usávamos a caneta preta e raramente a vermelha. O quadro de giz apenas era utilizado quando havia necessidade de reescrever algo, para os alunos que estavam mais afastados. Devido a estas questões, em alguns momentos da semana, os dois alunos eram acompanhados por professores, recebendo assim um apoio mais individualizado e centrado nas suas dificuldades.

Em relação aos seus comportamentos, o grupo de alunos era bastante participativo, interessado e empenhado nas diferentes atividades que lhes eram propostas. Tinham por hábito questionar e partilhar conhecimentos que já possuíam sobre os diferentes temas. No que diz respeito à realização das propostas, a turma estava muito bem habituada a desenvolver propostas de forma autónoma, verificando mais tarde as devidas resoluções e discussão das propostas em grande grupo.

Durante as semanas de observação, e com base em conversas com o professor cooperante (PC), constatámos que os alunos evidenciavam um bom nível de conhecimento, mas que seria importante promover mais momentos de produção escrita, relativamente à área do Português e, intensificar a resolução de problemas, quanto à Matemática. Quanto ao Estudo do Meio, estes momentos eram muito interessantes, onde ocorriam grandes discussões, visto haver muita partilha de conhecimentos e questões. Para colmatar algumas das dificuldades evidenciadas, em alguns momentos da semana, sendo a quarta-feira, um desses momentos, depois do lanche, alguns alunos indicados pelo PC tinham apoio com uma outra professora. Por esse motivo, durante essa hora e meia havia sempre um grupo de cinco alunos, que saíam da sala.

As aprendizagens de cada área disciplinar eram organizadas consoante o horário da turma, visto haver professores coadjuvantes para as áreas das expressões (Educação Visual e Expressão Musical) e uma professora responsável pelo Inglês. Deste modo, os alunos todos os dias entravam às 9h15min e tinham o intervalo entre as 10h15min e as 10h45min. Ao 12h15 ouvia-se o toque sinalizador do horário de almoço, que se estendia até à 13h45. O último toque ocorria às 15h45, que finalizava o dia. Ao longo dos

diferentes dias, as áreas iam sendo alteradas, estando organizadas conforme o horário (figura 5).

**Figura 5**

*Horário da turma do 3.º ano de escolaridade*

	<b>2.ª FEIRA</b>	<b>3.ª FEIRA</b>	<b>4.ª FEIRA</b>	<b>5.ª FEIRA</b>	<b>6.ª FEIRA</b>
9:15-9:45	Mat.	Inglês	Port.	Port.	Port.
9:45-10:15	Mat.	Inglês	Port.	Port.	Port.
10:15-10:45	intervalo				
10:45-11:15	Mat.	EA(MUS)	Port.	Mat.	Est. Meio
11:15-11:45	Mat.	EA(MUS)	Port.	Mat.	Est. Meio
11:45-12:15	Port.	Of. Comp/AE	Port.	Of. Comp/AE	Est. Meio
12:15-13:45	Almoço				
13:45-14:15	Port.	Port.	Mat.	Inglês	Mat.
14:15-14:45	Port.	Port.	Mat.	Inglês	Mat.
14:45-15:15	EA	Mat.	Est. Meio	Mat.	E.F.
15:15-15:45	EA	Mat.	Est. Meio	Mat.	E.F.
15:45-16:15				AE.E	
16:15-16:30	Intervalo				
16:30-17:00	AEC	AEC	AEC	AEC	AEC
17:00-17:30	ALE1	AFD2	AB2	AB2	AFD2

Uma vez que havia uma hora de Oferta Complementar/Apoio ao Estudo distribuída por dois dias, o professor responsável pela turma decidiu que às terças-feiras ocorria a Oferta Complementar, onde existia espaço para desenvolver experiências relacionadas com os conceitos que estavam a aprofundar na altura e, que as quintas-feiras ficavam destinadas a Apoio ao Estudo. Apesar de não estar identificado no horário, ao primeiro tempo da tarde de segunda-feira, de forma quinzenal, era habitual ir à sala de aula a professora bibliotecária, promover a leitura e algumas atividades sobre uma obra literária.

### **Percurso da Intervenção Educativa no 1.º Ciclo do Ensino Básico**

Esta intervenção teve de ser adiada, pois em janeiro estávamos perante um agravamento da pandemia. Com o intuito de diminuir os riscos que enfrentávamos e consoante as medidas impostas pelo Governo, apenas tivemos oportunidade de iniciar o estágio no início do 3.º Período.

A PES esteve organizada num total de 11 semanas e à semelhança do primeiro contexto, este período esteve dividido em duas partes. Assim, as primeiras três semanas foram dedicadas à observação, para podermos conhecer melhor a turma. As restantes oito semanas foram divididas de igual forma entre os elementos do par de estágio e eram destinadas à implementação de atividades. Deste modo, cada elemento regeu durante quatro semanas, sendo que em três delas apenas interveio três dias, segunda-feira, terça-feira e quarta-feira e na restante semana, que era a intensiva, interveio a semana toda.

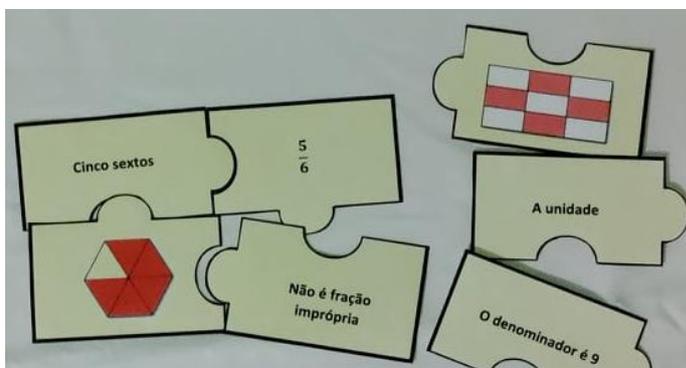
### **Áreas de Intervenção**

Durante as primeiras semanas pode-se conhecer melhor os métodos de trabalho da turma, o que foi muito importante para quando começámos a planificar. Quanto ao planeamento das atividades houve sempre o cuidado de respeitar o horário e os conteúdos sugeridos pelo professor cooperante. Deste modo, em todas as semanas foram promovidas atividades relacionadas com a área do Português, da Matemática, do Estudo do Meio e da Educação Física.

Ao longo da primeira semana houve oportunidade de analisar a Carta, no âmbito da disciplina de Português. Assim, começou-se por realizar uma conversa sobre a importância deste texto e de seguida analisou-se a estrutura de uma carta e envelope. Para consolidar, propôs-se que cada aluno elaborasse uma carta para presentear a mãe, no Dia da Mãe. Em relação à Matemática, deu-se continuidade ao tema das frações, explorando as frações equivalentes e a comparação e ordenação de frações. Começou-se por relembrar o que os alunos já sabiam, com uns puzzles (figura 6). Quando se introduziram as frações equivalentes, recorreu-se a modelos circulares e retangulares, que representavam frações, permitindo que os alunos visualisassem e manuseassem os objetos e promoveu-se o jogo – comboios das frações equivalentes, que consistia na relação correta de diversos post-it. Por sua vez, a comparação e ordenação de frações foram introduzidas com um PowerPoint interativo. Quanto ao Estudo do Meio o foco foi a importância do sol para a saúde, onde se analisou o motivo pelo qual o sol é importante, os cuidados que se devem ter e quais são os perigos que corremos, caso não haja cuidados. Para consolidar estes conceitos os alunos responderam a um quiz digital. Para finalizar, em relação à Educação Física, promoveram-se alguns jogos, como a apanhadinha e o futebol sem bola, bem como alguns exercícios referentes à manipulação da bola.

**Figura 6**

*Puzzles*



Na intervenção seguinte introduziram-se os momentos de avaliação intercalar, pelo que surgiu necessidade de iniciar revisões, tanto na área do Português como da Matemática. Neste sentido, em relação à primeira área, os alunos realizaram uma ficha

de revisões geral e, no último dia, implementou-se a proposta de avaliação. No que diz respeito à Matemática, as revisões apenas decorreram no último dia de intervenção, uma vez que até esse momento reviu-se o conceito de frações equivalentes e introduziu-se as frações decimais com dois problemas, resolvidos em grande grupo. Relativamente a Estudo do Meio, foram aprofundados os seguintes conceitos inerentes aos materiais: distinguir objetos frágeis de perigosos; reconhecer quando e como devem ser utilizá-los. Para aprofundar esta temática dinamizou-se uma experiência, que consistia na criação de uma bússola. Para além disso, os alunos visualizaram um vídeo, onde era possível analisar outras experiências sobre ímanes. Por último, na área da Educação Física realizou-se um jogo de grande grupo, a corda humana e nesse seguimento iniciou-se um percurso, com atividades de bola.

Seguidamente, deu-se início à primeira semana intensiva, o que implicou uma grande gestão, para haver possibilidade de desenvolver todos os temas propostos. No âmbito do Português a semana começou com um momento de expressão oral, que mais tarde deu lugar a uma atividade de compreensão do oral, sobre uma entrevista. No dia seguinte, introduziu-se os pronomes pessoais e na quarta-feira, num momento de oralidade reviram-se os tipos de texto que os alunos já conheciam, realizando um esquema no quadro. Nesse seguimento, introduziu-se e explorou-se o texto informativo, promovendo a leitura e a descoberta de palavras desconhecidas, no dicionário. No penúltimo dia, a turma ouviu um texto e começou por identificar os pronomes referidos e, depois de serem verificadas as suas respostas, foi pedido que recontassem a história, podendo expandi-la. Para concluir a semana, desenvolvemos, em grande grupo, um texto informativo sobre uma árvore elegida pelos alunos. Além disso, os tópicos e as informações também foram obtidos pelos alunos. Este momento esteve relacionado com os conceitos e atividades que estavam a ser desenvolvidos no Estudo do Meio, como o passeio pela Natureza e os constituintes plantas. No entanto, durante a semana ainda foram promovidas 2 atividades, no caso, experimentais (figuras 7 e 8), para descobrirmos como se desenvolvem as plantas e como é que absorvem a água. Quanto à área da Matemática, reviu-se os números decimais, salientados na semana anterior e desenvolveram-se atividades em torno da adição e subtração e da comparação e ordenação. Neste sentido, foram propostos diferentes algoritmos e promoveu-se a leitura e identificação de números. Nos últimos dois dias da semana, através de retas numéricas e de números desordenados, intensificou-se o trabalho dos alunos, em relação ao segundo aspeto. A atividade física teve início com um jogo de equipas, à conquista do objeto. Mais tarde realizaram um percurso que estava relacionado com lançamento e receção de arcos, passes de bola e remate à baliza e ultrapassar obstáculos direcionando uma bola com a mão. Para finalizar, relaxaram o corpo, através de alguns exercícios de respiração e alongamentos.

**Figura 7**

*Experiência sobre como se desenvolvem as plantas*



**Figura 8**

*Experiência sobre como as plantas absorvem água*



Na sétima semana de estágio fomentaram-se propostas de Português no âmbito da leitura e interpretação de texto, da gramática e da produção escrita. Deste modo, apresentou-se um texto em PowerPoint sobre o feriado do dia 10 de junho. Antes de se ler e analisar, teve-se uma conversa, para ver as pré conceções da turma. Durante esta atividade ainda se apresentou o hino nacional. Em relação à gramática, introduziram-se os verbos irregulares. Para além disso, entregou-se um texto desenvolvido por um dos alunos e propôs-se que os alunos o melhorassem, em pares. A nível da Matemática, deu-

se continuidade ao tema da semana anterior, unidades de medida de comprimento, ou seja, introduziu-se o milímetro e os múltiplos do metro. Para o primeiro momento, os alunos utilizaram os metros articulados para relembrar as medidas anteriormente abordadas. Seguidamente desenvolveram-se vários exercícios de consolidação, que implicavam a escrita e leitura de números, a medição de objetos (estimativa e valor exato) e a transformação de números. Para referir os múltiplos de metro usaram-se tabelas, o que auxiliou a compreensão e as transformações que ocorrem. Relativamente a Estudo do Meio, concluiu-se o tema das plantas com a realização do jogo Joker, desenvolvido em equipas, que referia as utilidades destes seres vivos. Para além disso, introduzimos os animais – comparação e classificação. Para este momento começou por ser apresentado um PowerPoint e para concluir analisaram-se diferentes imagens de animais, que foram organizadas num cartaz. Nesta sessão de Educação Física, a turma, organizada em vários grupos, realizou um jogo que introduzia algumas das regras do jogo do mata. Em relação ao desenvolvimento, surgiram dois momentos. O primeiro disse respeito à troca de bola, tanto com mãos como com pés. O segundo momento foi relativo a atividades rítmicas, e pretendia-se que os alunos se movimentassem, enquanto era reproduzida uma música. No final, realizaram-se algumas posições de yoga.



## **CAPÍTULO II – PROJETO DE INVESTIGAÇÃO**



## **Introdução**

Este capítulo diz respeito ao trabalho de investigação desenvolvido, ou seja, é nesta secção que estará descrita a pertinência do estudo, o problema, bem como as questões de investigação e a revisão de literatura. Para além disso, também será nesta parte do relatório que exploraremos a metodologia aplicada, tal como a descrição das propostas e a sua análise. O capítulo encerra com a apresentação das conclusões obtidas.

### ***Pertinência do Estudo***

Verificando o Programa e Metas Curriculares de Matemática do Ensino Básico [PMEB] (ME, 2013) e as evoluções que têm vindo a sofrer, podemos constatar que uma das grandes finalidades relacionadas com a promoção das aprendizagens nesta área é a estruturação do pensamento, pois é essencial que os alunos tenham capacidade para adquirir, organizar e sintetizar os conceitos, mas também é importante que saibam argumentar sobre as diferentes temáticas, desenvolvendo assim as suas justificações.

Através do Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória [PASEO] (Martins et al., 2017) ficamos a conhecer um conjunto de ideais que se pretende que sejam adquiridas durante a escolaridade obrigatória. Este documento está bastante organizado, identificando os princípios, a visão, os valores e as áreas de competências. Analisando com mais detalhe, compreendemos a importância de promover aprendizagens que enriqueçam o raciocínio e a resolução de problemas, uma vez que isso permitirá que os estudantes, mais tarde, possuam todas as ferramentas para promoverem pesquisas e projetos, bem como solucionarem problemas, utilizando variadíssimos processos. Apesar de existirem diferentes formas de dinamizar esta competência, raciocínio e resolução de problemas, uma das áreas onde se salienta é a Matemática. Por este motivo, teremos possibilidade de verificar que o PASEO se encontra articulado com outros documentos, que visam orientar as aprendizagens, como por exemplo o PMEB (ME, 2013) e as Aprendizagens Essenciais [AE] (DGE, 2021).

De acordo com o PMEB (ME, 2013), esta competência é muito importante e valorizada, dada a necessidade de promover e explorar novas estratégias que virão desenvolver esta capacidade. Assim, pretende-se que os alunos se tornem cidadãos críticos, capazes de estabelecer as suas conjeturas, explicações e justificações de forma individualizada.

Por sua vez, as AE (DGE, 2021) salientam a necessidade do raciocínio matemático destacando que é algo central nesta área e que todos os alunos deveriam ter hipóteses de progredir.

Nós, enquanto professores, temos um papel bastante ativo na promoção e desenvolvimento desta capacidade, uma vez que devemos aceitar diversas formas de explorar as diferentes tarefas, não impondo um só processo ou método de resolução. Assim, e de acordo com Oliveira (2008), os alunos terão possibilidade de obter novos

conceitos. Isto é crucial na Matemática, para nos permitir compreender como é que os alunos visualizaram ou projetaram um determinado processo de resolução. Para além disso, também lhes permite explicar e desenvolver as suas capacidades de comunicação oral, uma vez que têm de comunicar, para as explicar e detalhar. Nem sempre é fácil, pois nestas fases os alunos têm dificuldade em expor os seus raciocínios, não sabendo expressar-se da melhor forma. Este é outro dos motivos pelo qual devemos promover e intensificar estas atividades.

### ***Definição do Problema e Questões de Investigação***

Assim, neste estudo pretende-se compreender como é que os alunos do 3.º ano do ensino básico raciocinam e resolvem problemas, relacionados com números racionais. Para orientar o estudo foram definidas as seguintes questões:

- 1) Que processos do raciocínio e estratégias utilizam os alunos na resolução de problemas?
- 2) Como é que os alunos expõem os seus raciocínios?
- 3) Que dificuldades manifestam na resolução de problemas?

## **Revisão de Literatura**

Nesta secção apresenta-se a pesquisa bibliográfica desenvolvida, com o intuito de sustentar a investigação que se encontra organizada em três tópicos. O primeiro refere-se ao raciocínio matemático, que por sua vez se encontra dividido em três subtópicos: raciocínio matemático, tipos de raciocínio, e os processos de raciocínio, bem como as estratégias que podemos utilizar, quando resolvemos um problema. O segundo diz respeito aos números racionais, salientando-se as frações, os números decimais, os números racionais nos documentos curriculares da matemática e dificuldades e estratégias que existem no momento da aprendizagem deste conteúdo. Para finalizar esta secção apresentam-se alguns estudos empíricos.

### ***Raciocínio Matemático***

De acordo com Piaget, referido por Reis (2004), o raciocínio desenvolvido pelas crianças tem semelhanças com o raciocínio do homem primitivo, uma vez que não sustenta os acontecimentos em factos físicos, mas sim em causas sobrenaturais, pois “a mente infantil tem também tendência a fugir do real, refugiando-se no mundo do sonho, imaginando relações ocultas, analogias fantasiosas.” (p. 29). Com o avançar da idade e a aquisição de pensamento racional, o raciocínio começa a desenvolver-se e torna-se mais metódico, sendo que na opinião de Tang e Ginsburg (1999), mencionado por Copley (2019), torna-se necessário “avaliar a adequação do raciocínio da criança” devendo ser compreendido e entendido “de onde a criança está vindo” (p. 2).

No PASEO (Martins et al., 2017) verificamos que são indicadas três categorias, os princípios, as áreas de competências e os valores, que devem ser desenvolvidas com todos os alunos durante a escolaridade obrigatória. Em relação às áreas de competências, é importante referir que “são complementares e a sua enumeração não pressupõe qualquer hierarquia interna entre as mesmas” (p. 19). Uma das dez áreas estabelecidas pelo PASEO (Martins et al., 2017) denomina-se por raciocínio e resolução de problemas e tem algumas competências atribuídas. Assim,

As competências na área de Raciocínio dizem respeito aos processos lógicos que permitem aceder à informação, interpretar experiências e produzir conhecimento. As competências na área de Resolução de problemas dizem respeito aos processos de encontrar respostas para uma nova situação, mobilizando o raciocínio com vista à tomada de decisão, à construção e uso de estratégias e à eventual formulação de novas questões. (...) Para aprofundar esta área, procura-se que os alunos consigam “interpretar informação, planear e conduzir pesquisas; gerir projetos e tomar decisões para resolver problemas; desenvolver processos conducentes à construção de produtos e de conhecimento, usando recursos diversificados.” (p. 23)

Porém, no que diz respeito a documentos curriculares, não podemos limitar a pesquisa ao PASEO, pois existe uma articulação entre este suporte e as AE, no caso, as de Matemática.

Analisando as AE de Matemática (DGE, 2021), estabelecidas para o 3.º ano de escolaridade somos confrontados com várias questões, salientando-se a seguinte: “O que é aprender Matemática?” (p. 3). Para nos elucidar, o documento explica que esta aprendizagem está sustentada em dois aspetos, isto é, as capacidades matemáticas e os conhecimentos matemáticos. Neste sentido, a tabela 1 aprofunda tanto as capacidades, como os conhecimentos matemáticos que estão implícitos na aprendizagem.

**Tabela 1**

*Capacidades e conhecimentos matemáticos implícitos na aprendizagem (DGE, 2021)*

<b>Capacidades matemáticas</b>	<b>Conhecimentos matemáticos</b>
Resolução de problemas; Raciocínio matemático; Pensamento computacional; Comunicação matemática; Representações matemáticas; Conexões matemáticas.	Números – quantidade; Álgebra – variação e relações; Dados e probabilidade – dados e incerteza; Geometria e medida – espaço e a forma.

Estas aprendizagens vão sendo adaptadas, à medida que os alunos vão progredindo, existindo diferentes graus de dificuldade, que estão intercalados, criando assim um fio condutor.

Resumindo, estes documentos estão articulados, porque as capacidades e atitudes transversais que se aplicam nesta área em estudo “contribuem para uma educação matemática mais articulada com a educação global e, no sentido inverso, para que a Matemática ofereça contexto ao desenvolvimento integral dos alunos” (DGE, 2021, p. 5).

O raciocínio matemático pode ser entendido como “a cola” (p. 1) que dá sentido à matemática (NRICH, 2014) mas, também pode ser visto como o elemento que contribuirá para a compreensão concetual dos conceitos matemáticos (NCTM, 2014). Aprofundando ainda mais esta ideia, Russell (1999), referido em NCTM (2006) e citado em Copley (2019), ao dizer “o raciocínio matemático deve estar no centro da aprendizagem matemática e, quando emparelhado com a resolução de problemas, é muitas vezes chamado de coração da matemática” (p. 2), concorda com o que foi referido anteriormente e, acima de tudo, salienta a importância do raciocínio matemático em paralelo com a resolução de problemas.

Como o trabalho do professor, em sala de aula, é realizado através de tarefas, é importante propor tarefas desafiadoras que possibilitem “experimentar, conjecturar, avaliar as conjecturas, comunicar, argumentar em favor das suas opções e discutir” (Goldenberg, Cuoco, & Mark, 1998). De acordo com o NCTM (2007) a capacidade de raciocinar é fulcral na aquisição de diversos conceitos matemáticos, através da utilização de alguns meios como a explicação e justificação de ideias.

Como já foi referido ao longo da pertinência e para orientar as aulas, o PMEB (ME, 2013) defende cada vez mais o papel desta capacidade no ensino-aprendizagem da Matemática, referindo que os diferentes objetivos enunciados devem ser iniciados o mais cedo possível, permitindo assim construir e desenvolver o raciocínio, revelando-se na comunicação e resolução de problemas.

No seu conjunto, e de modo integrado, estes desempenhos devem concorrer, a partir do nível mais elementar de escolaridade, para a aquisição de conhecimentos de factos e de procedimentos, para a construção e o desenvolvimento do raciocínio matemático, para uma comunicação (oral e escrita) adequada à Matemática, para a resolução de problemas em diversos contextos e para uma visão da Matemática como um todo articulado e coerente. (ME, 2013, p. 4)

Assim, com o avançar do percurso dos alunos, o raciocínio está cada vez mais implícito na área da Matemática, sendo este tipo de raciocínio, bastante reconhecido por diversos autores. Na opinião de Russell (1999) o raciocínio, na aprendizagem da Matemática é “o que usamos para pensar sobre as propriedades de um determinado objeto matemático e desenvolver generalizações que se apliquem a toda a classe de objetos” e é “a ferramenta para compreender a abstração” (p. 1). A generalização é algo tão fundamental que para Mason e Johnston-Wilder (2004) uma sessão que não implique este conceito não pode ser considerada uma aula de Matemática.

No entanto, raciocinar vai para além da generalização, porque quanto mais desenvolvermos o nosso raciocínio, mais conclusões obteremos, tal como sugere o NCTM (2000), referido em Fonseca e Esteves (2017), raciocinar é “obter conclusões com base em evidências ou assunções prévias” (p. 536).

Atualmente, nem todos os autores que se têm vindo a dedicar a este tema estão de acordo, uma vez que para uns a relevância do raciocínio passa pelos aspetos lógicos enquanto, outros valorizam os processos intuitivos, o modo como formulamos novas conjecturas e, no final, obtemos as conclusões.

**Tipos de Raciocínio.** Segundo Jeannotte e Kieran (2017) foram estabelecidos quatro elementos, que surgiram de literatura relativa à matemática educacional, que têm o intuito de esclarecer conceitos. Assim, esses elementos passam pelas “atividades/produtos dicotómicos, a natureza inferencial do raciocínio matemático, o objetivo e as funções do raciocínio matemático e o que passamos a referir como aspetos estruturais e de processo” (p. 6). Individualmente, estes métodos não são aceites por todos, uma vez que ainda não foram evidenciadas conclusões que demonstrem a sua viabilidade. Contudo,

a articulação destes quatro elementos combinados na perspetiva (*commognitive*), leva a definir o raciocínio matemático como um processo de comunicação com os outros e consigo mesmo que permite inferir enunciados matemáticos a partir de outros enunciados matemáticos. (Jeannotte & Kieran, 2017, p. 7)

Ainda sobre a comunicação, as autoras Jeannotte e Kieran (2017) ressaltam que “cada ato comunicacional apresenta tanto a atividade quanto os aspetos do produto, que são capturados, respetivamente, pelo processo e aspetos estruturais do raciocínio matemático” (p. 7).

Quando Oliveira (2002) analisa o raciocínio, sustentando-o em factos reais, determina que existem quatro tipos de raciocínio, sendo eles: 1. indução; 2. dedução; 3. abdução; e 4. transformação. Contudo, destes tipos todos, os mais usuais são os dois primeiros, ou seja, a indução e a dedução.

Com o objetivo de aprofundar mais estes dois tipos de raciocínio identificados, podemos indicar que o raciocínio dedutivo “para alguns autores é sinónimo de raciocínio matemático” (Jeannotte & Kieran, 2017, p. 8). Para além disso, estas investigadoras concluem que este tipo de raciocínio “depende do valor epistémico dos dados e das garantias” (p. 8). Por sua vez, o raciocínio indutivo é visto como um tipo menos consistente, uma vez que se resume a todo o raciocínio que não seja considerado dedutivo. Ao contrário do raciocínio dedutivo, este apenas “deduz garantias a partir dos dados e da reivindicação dos mesmos” (p. 8).

Consoante o PMEB (ME, 2013), apesar do raciocínio matemático tido por excelência ser o hipotético-dedutivo, também é importante referir o raciocínio indutivo, pois é através dele que temos hipóteses de formular conjecturas. No caso dos alunos, este passo é promovido com o estudo e verificação de algumas situações particulares. Segundo o ME,

o raciocínio intuitivo não é apropriado para justificar propriedades, e, contrariamente ao raciocínio dedutivo, pode levar a conclusões erradas a partir de hipóteses verdadeiras, razão pela qual as conjecturas formuladas mas não demonstradas têm um interesse limitado, devendo os alunos ser alertados para este facto e incentivados a justificá-las a posteriori. (ME, 2013, p. 4)

Através das AE (DGE, 2021) estabelecidas para o 3.º ano de escolaridade comprovamos que, realmente, um dos objetivos da aprendizagem da matemática no século XXI é a necessidade de desenvolver a capacidade de raciocinar matematicamente, uma vez que permitirá “compreenderem o porquê de relações estabelecidas serem matematicamente válidas” (p. 2). Neste sentido, as orientações descrevem que esta capacidade é “uma atividade central da Matemática” (p. 2), uma vez que todos os alunos devem deparar-se com ocasiões que lhes permitam ampliar os seus raciocínios abstratos, por meio de uma comunicação matemática sofisticada, à idade de escolaridade.

Oliveira (2002), citado por Ponte (2012) diz que o raciocínio dedutivo constitui “o elemento estruturante, por excelência, do conhecimento matemático” (p. 358), apresentando-se como um raciocínio lógico, analisado do geral para o particular.

**Processos de Raciocínio.** De acordo com Oliveira (2008), o raciocínio matemático é um conjunto de processos através dos quais podemos obter novos conhecimentos, retirados de conhecimentos anteriormente adquiridos.

Dos vários processos de raciocínio matemático encontrados na literatura, emergiram nove processos distintos. Oito deles foram classificados em uma de duas categorias: os processos relacionados à procura de semelhanças e diferenças, ou os processos relacionados à validação. (...) O nono processo, o de exemplificar, foi classificado como suporte para as duas outras categorias. (Jeannotte & Kieran, 2017, p. 9)

Quando se referem à primeira categoria, Jeannotte e Kieran (2017) focam-se em processos como, classificar, comparar, identificar um padrão, conjecturar e generalizar. Por sua vez, os processos referentes à validação são a justificação e a prova formal. Assim, na próxima tabela surgem definições sobre os diferentes processos, anteriormente mencionados, de acordo com as autoras referidas acima.

**Tabela 2**

*Características dos processos de raciocínio matemático relacionados à procura de semelhanças e diferenças (Jeannotte & Kieran, 2017)*

Processos de Raciocínio	Definição
Classificar	Classificar é um processo importante que permite o desenvolvimento no nível do objeto, juntando ou separando diferentes objetos discursivos, estruturando assim, um discurso. Este processo pode estar associado aos seguintes processos: comparar, conjecturar e generalizar.
Comparar	A comparação pode ocorrer em simultâneo, com uma infinidade de outros processos de raciocínio matemático, tais como: generalização, identificação de um padrão, validação. Por exemplo, identificar um padrão precisa de comparar casos ou exemplos, de modo a destacar o padrão. Contudo, identificar um padrão vai para além de comparar, porque comparar apenas infere a narrativa sobre semelhanças e diferenças.
Identificar um Padrão	Este processo, sobre o ponto de vista cognitivo, difere de conjecturar e generalizar, por ser possível identificar um padrão aplicável a um determinado conjunto sem expandi-lo para um conjunto maior.

Conjeturar	Do ponto de vista cognitivo, conjeturar leva a uma extensão do discurso pela construção de narrativas prováveis, a partir da busca de semelhanças e diferenças.
Generalizar	Podemos vincular a generalização aos processos de raciocínio matemático, porque o processo está claramente associado à inferência e ao discurso, sem necessariamente criar um novo discurso incomensurável. Em contraste, abstrair (Jeannotte, 2015) produz um desenvolvimento de meta-nível do discurso e, portanto, não é considerado um processo de aprendizagem de uma perspectiva cognitiva.

Ponte (2012) explica que os processos de raciocínio incluem a formulação de questões, a formulação e teste de conjeturas e a realização de justificações. Por este motivo, podemos estar perante questões específicas ou gerais. Para desenvolver estes processos, com principal foco para a justificação, é crucial que se inicie desde cedo, evoluindo de justificações simples e informais, para formais. Também o NRICH (2014) indica que quando raciocinam, os alunos avaliam situações, selecionam estratégias de resolução de problemas, tiram conclusões lógicas, desenvolvem e descrevem soluções, e refletem sobre as soluções apontadas.

Essas estratégias podem incluir, por exemplo, descobrir um padrão, reduzir a um problema mais simples, deduzir logicamente, fazer um esquema/desenho, fazer uma lista organizada, trabalhar do fim para o princípio (Vale & Pimentel, 2004).

Para Lannin et al. (2011), referidos por Serrazina et al. (2018), “conjeturar é um processo que envolve o raciocínio matemático sobre relações matemáticas, desenvolver declarações, denominadas como conjeturas, que requerem uma exploração mais aprofundada para verificar se são verdadeiras ou não” (p. 555). Quando os alunos conjeturam pode-se afirmar que desenvolvem um conjunto de generalizações que, para o autor, podem ser apresentadas ou evidenciadas de diferentes formas e nem sempre têm de ser válidas.

Ellis (2011), identificado em Serrazina et al. (2018) é de opinião que a generalização implica colaboração, defendendo que

generalizar é uma atividade em que as pessoas partilham um contexto socio matemático e que devem estar envolvidas em pelo menos uma das seguintes três ações: 1. Identificar semelhanças entre casos; 2. prolongar o raciocínio de alguém para além do caso inicial; 3. extrair resultados mais amplos a partir de casos particulares. (p. 556)

Através da fundamentação de diversos autores referidos no documento anterior compreendemos que existe a possibilidade de obtermos raciocínio matemático através da conjetura, que nos encaminhará para a generalização. Por sua vez, esse processo implicará a justificação, que tem como propósito comprovar e fazer os outros aceitarem determinado raciocínio. A justificação tem aqui a função de convencer (Fonseca, 2004). Por esse motivo, justificar não é apenas dizer que algo é verdadeiro ou falso, mas apresentar argumentos e razões que o comprovam. Por este motivo é que Lannin et al.

(2001) realçam a necessidade dos alunos se tornarem progressivamente conscientes da importância de justificar. Logo, também terão de saber como o podem fazer, reconhecendo alguns processos.

Com base no NRIC (2014), existe um conjunto de cinco passos fundamentais para a identificação e sequenciação dos processos.

Passo um – *Descrever*: simplesmente diz o que eles fizeram.

Passo dois – *Explicar*: oferece algumas razões para o que fizeram. Isto pode ou não ser correto. O argumento ainda pode não se ajustar com coerência. Isto é o início do raciocínio indutivo.

Passo três – *Convencer*: Confiante de que a sua cadeia de raciocínio está correta pode utilizar palavras como, “eu acho” ou “sem dúvida”. O argumento matemático subjacente pode ou não ser preciso, embora seja provado que tenha mais coerência e integridade do que o estágio da explicação. Isto é chamado de raciocínio indutivo.

Passo quatro – *Justificar*: um argumento lógico correto que tem uma sequência completa de raciocínios para isso e usa palavras como “porque”, “portanto”, “e então”, “isso leva a” ...

Passo cinco – *Provar*: um argumento claro, que é matematicamente sólido é baseado em generalizações e numa estrutura subjacente. Isto também é chamado de raciocínio dedutivo. (p. 1)

Em suma, este artigo indica processos de raciocínio que os alunos precisam aprender desde cedo. O primeiro processo consiste em descrever, seguindo-se o momento da explicação e do convencer quem ouve. No final restam dois processos, o da justificação e o do provar, que é fundamentado pela justificação.

### **Números Racionais**

Caraça (1989), citado em Canelas (2016), indica que “o conjunto dos números racionais compreende o conjunto dos números inteiros e dos números fracionários” (p. 7). Mas de que adianta saber o que compreende o conjunto dos racionais, sem compreender em que consiste? Deste modo, números racionais são todos aqueles que podem simbolizar uma razão. De acordo com Fonseca e Reis (2000), esta razão pode ser efetuada por dois números inteiros, mas o resultado pode não revelar um valor exato.

Segundo Nunes (2006) “quantidades representadas por números naturais é fácil de compreender. Podemos contar e dizer quantas laranjas temos num saco. Mas as frações causam dificuldades à maioria das pessoas, porque envolvem relações entre quantidades” (p. 1). As frações são compostas por numerador (número de partes iguais que tomaram do todo), denominador (número de partes iguais em que dividiram o todo, a unidade) e traço de fração (simboliza a divisão). Os valores que ocupam os dois termos são números inteiros e o denominador tem de ser sempre diferente de 0. Oliveira (2008), referido em Mamede (2008), é da opinião que “chama-se número racional a um número que pode ser representado na forma  $m:n$ , com  $m$  e  $n$  inteiros e  $n \neq 0$ ” (Araújo, 2018, p. 46). Para além disso, as frações ainda possuem uma característica, que as torna

mais complexas, pois podem ser equivalentes, isto é, segundo NCTM (2002) podemos “gerar diferentes quantidades (contínuas e discretas) para determinadas frações e frações para diferentes exibições de quantidade” (p. 9). Este documento, vai mais longe afirmando mesmo que só estamos realmente preparados para “explorar as frações como um sistema de números” (p. 9) quando formos capazes de dominar este tópico, as equivalências. Nunes (2006) concorda com esta ideia, defendendo que como este assunto é bastante difícil para os alunos, é necessário que “eles percebam que a mesma fração pode-se referir a diferentes quantidades, e que diferentes frações podem ser equivalentes porque se referem à mesma quantidade” (p. 2). Para além disso, a autora salienta que através de uma pesquisa sobre frações ficou evidente “que muitos dos erros que os alunos cometem quando trabalham com frações podem ser vistos como consequência da sua incapacidade de compreender que os números naturais e racionais envolvem ideias diferentes” (p. 2).

**Números Racionais nos Documentos Curriculares de Matemática.** “O Programa de Matemática rompe com o que acontecia anteriormente, incluindo no 1.º Ciclo, um trabalho com números racionais representados na forma de fração.” (Mendes, Brocardo, Delgado & Gonçalves, 2010, p. 3)

De acordo com as AE (DGE, 2018) o professor deve orientar a sua intervenção consoante os temas e conteúdos de aprendizagens. Deste modo, no 3.º ano de escolaridade devem-se dinamizar propostas no âmbito dos Números e Operações, da Geometria e Medida, da Organização e Tratamento de Dados e na Resolução de Problemas, Raciocínio e Comunicação.

Segundo a DGE (2018), neste estudo é importante referir os conteúdos dos Números e Operações, visto ser neste ciclo que “são estudados os números naturais e o sistema de numeração decimal, bem como os números racionais não negativos na sua representação decimal, sendo também introduzida a representação na forma de fração, considerada nos seus múltiplos significados” (p. 4). Para além disso, é de salientar o último grande tema, Resolução de Problemas, Raciocínio e Comunicação, porque está interligado com todos os domínios de aprendizagem da Matemática, uma vez que, através da resolução de problemas sobre conceitos, que mobilizem conhecimentos dos diferentes conteúdos permite “analisar as estratégias e os resultados obtidos”, “os raciocínios dos outros” e a “comunicação matemática” (p. 5).

Martins et al. (2018) a propósito das implicações práticas do PASEO nas ações do professor defendem que

A ação educativa é, pois, compreendida como uma ação formativa especializada, fundada no ensino, que implica a adoção de princípios e estratégias pedagógicas e didáticas que visam a concretização das aprendizagens. Trata-se de encontrar a melhor forma e os recursos mais eficazes para todos os alunos aprenderem, isto é, para que se produza uma apropriação efetiva dos conhecimentos, capacidades e atitudes que se trabalharam, em conjunto e individualmente, e que permitem desenvolver as competências previstas no Perfil dos Alunos ao longo da escolaridade obrigatória (p. 32).

Para direcionar ainda mais as ideologias defendidas pelo PASEO, a DGE (2021) desenvolveu novas AE, para serem introduzidas no próximo ano letivo. Neste documento, passam a estar mais claros os tópicos relativos às diferentes capacidades que se pretendem desenvolver. Referente aos números racionais passa a ser definida a importância de intensificar o ensino do sistema de numeração decimal, reforçando o seu valor posicional. Para além disso, destaca-se o ensino das frações, identificando os seguintes subtópicos: “significado de fração” (p. 17) e “relação entre frações” (p. 18).

Quanto ao valor posicional, as aprendizagens vão incidir no reconhecimento e utilização de valor posicional, permitindo assim descrever e representar números. Em relação à representação dos números, também se pretende que os alunos se deparem com materiais de base 10 e que recorram à estrutura multiplicativa do sistema decimal.

Referente às frações pretende-se que os alunos saibam identificar algumas representações de frações, no caso, parte-todo e quociente. Além disso, também está estipulado que os alunos consigam representar frações de múltiplas formas e que interpretem e resolvam problemas com frações.

Para concluir, sobre a relação entre frações procura-se que os alunos as saibam comparar e ordenar, desde que tenham o mesmo denominador e que reconheçam equivalências entre algumas frações, no caso, a metade, a quarta parte e a terça parte.

Observando de uma forma mais detalhada, o documento orientador (DGE, 2021) ainda sugere estratégias, que implicam diferentes formas de promover as aprendizagens, como trabalho em grupo, uso de material manipulável, representações de diferentes tipos (desenhos, esquemas, ...).

Em suma, é possível comprovar que o novo documento orientador está mais direcionado para o PASEO, continuando a valorizar os conteúdos e aprendizagens.

**Dificuldades e Estratégias de Ensino-Aprendizagem na Aquisição dos Números Racionais.** Segundo Strother et al. (2016), “o ensino e a aprendizagem de frações e decimais, com compreensão requer um esforço significativo de professores e alunos. Esses primeiros tópicos de números racionais são frequentemente as primeiras experiências dos alunos com níveis de conteúdo matemático que não se alinham bem com as noções intuitivas de Matemática dos alunos” (p. 132).

Dando relevância a esta opinião, surge o NCTM (2002) afirmando que “nenhuma área da Matemática do ensino fundamental é tão rica, cognitivamente complicada e difícil de ensinar na Matemática, quanto as frações, proporções e proporcionalidade” (p. 3). Ao mesmo tempo, vários autores comprovam isto, chegando mesmo ao ponto de Resnick (1986), referido em NCTM (2002), dizer que os alunos bem sucedidos a Matemática resumem-se aos que acreditam que a Matemática tem sentido e esforçam-se por lhe dar. No entanto, a ideia do autor não fica por aqui e acaba mesmo por afirmar, que os alunos deixam de acreditar nesta ideia no momento mais importante, isto é, quando introduzem as frações e proporções.

Apesar deste ser um dos vários conteúdos que devem ser lecionados nas escolas, o autor anterior indica que ao longo dos vários anos de ensino obrigatório, os alunos são confrontados com estas aprendizagens muito antes de atingirem esses níveis, pois estes conceitos estão presentes em diversas atividades do mundo quotidiano, sendo que algumas “têm lugar em casa (por exemplo, como dividir um objeto entre amigos), outras ocorrem de práticas organizadas numa cultura mais ampla (por exemplo, rastrear médias de rebatidas de basebol)”, permitindo assim desenvolver o “conhecimento sobre a relação dos números” (NCTM, 2002, p. 3).

Com base no que foi referido anteriormente, centra-se a razão pela qual, quando os professores iniciam os números racionais devem ter em conta os conhecimentos que os alunos já possuem, permitindo assim que relacionem ambos. Para procederem a esta relação de conhecimentos e, tendo em conta que estamos a tratar de um conteúdo matemático bastante particular, devido a todas as dificuldades que são evidenciadas, é fulcral que nós, professores, possuamos uma boa capacidade de nos expressarmos, sendo necessário objetividade e clareza e, para obtermos isso, precisamos “ter cuidado sobre a nossa terminologia, nesta área da Matemática (NCTM, 2002, p. 4).

Mais tarde, outro fator que se revela importante na aprendizagem é a necessidade de compreender o que o aluno está, ou não, a adquirir pois, “quando alguém escreve um número como  $\frac{3}{4}$ , nós não sabemos como é que estão a pensar, até que nos digam” (NCTM, 2002, p. 3). Para compreendermos como os alunos estão a pensar surgem dois fatores cruciais. Por um lado, devemos promover perguntas com propósito, uma vez que segundo NCTM (2006) “o ensino eficaz de Matemática usa perguntas com propósito para avaliar e desenvolver o raciocínio e a criação de sentido dos alunos sobre ideias e relacionamentos matemáticos importantes” (p. 10). Por outro lado, torna-se necessário dar ferramentas aos alunos que os ajudem a expressarem-se e evoluírem as suas habilidades comunicativas, o que permitirá a exposição de raciocínios mais explícitos e um melhor foco nas reais dificuldades do grupo. Segundo, NCTM (2002) “o trabalho paciente com os alunos para desenvolver uma linguagem clara e consistente para quantidades divididas resolverá alguns equívocos comuns sobre frações” (p. 9).

Tal como já foi referido diversas vezes ao longo desta secção, as frações possuem características particulares, que dificultam a sua aprendizagem e um dos processos para simplificar este conteúdo é partir do que o aluno compreende e, para isso, precisamos relacionar esta capacidade com o raciocínio matemático, algo que também foi indicado ao longo do texto. Neste sentido, uma das técnicas dos professores deve passar por implementar tarefas que promovam o raciocínio e a resolução de problemas, o que permitirá obter “vários pontos de entrada e variadas estratégias de solução” (NCTM, 2006, p. 10).

De acordo com Copley (2019) “as crianças serão mais capazes de resolver problemas que estão ligados às suas experiências e depois passar de familiares para menos familiares” (p. 1). As AE (DGE, 2021) sugerem o mesmo, acrescentando que esse trabalho pode ser resolvido a pares ou em grupos. Mais do que isso, o documento

curricular propõe que os professores solicitem “a representação das situações trabalhadas através de desenhos, esquemas, palavras ou símbolos, interpretando e relacionando o sentido das diferentes representações” (p. 17).

Analisando de forma mais aprofundada, o NTCM (2006) evidenciado em Copley (2019), salienta que para se obter uma “base mais sólida das frações, os alunos devem entender que o tamanho de uma parte fracionária é relativo ao tamanho do todo” (p. 4). Por este motivo, o documento defende que os alunos devem resolver problemas que impliquem a comparação de diferentes modelos de frações visuais. Por sua vez, a DGE procura acrescentar novas hipóteses para aprofundar estes conceitos, como “usar representações das frações em papel ou com materiais manipuláveis (exemplo: círculos ou barras de fração), para promover o reconhecimento da equivalência entre frações cujos numeradores e denominadores sejam facilmente relacionáveis entre si.” (DGE, 2021, p. 18).

Scaptura et al. (2007) também são grandes defensores de modelos visuais, no entanto, não o especificam apenas às frações, mas sim aos números racionais, uma vez que os autores são da opinião que “muitas vezes, as frações e decimais são ensinados separadamente, sem fornecer aos alunos a oportunidade de fazer a conexão, o que prejudica a sua capacidade de compreender totalmente os números racionais” (p. 24). Neste sentido, os autores defendem que “o desenvolvimento de modelos visuais de números racionais é fundamental para a construção de uma compreensão das formas múltiplas e equivalentes de números racionais e da relação entre decimais e percentagens” (p. 24).

Alguns autores são apologistas de promover atividades interdisciplinares, que envolvam a Matemática. Copley (2019) diz que “em alguns contextos, as crianças frequentemente resolvem problemas matemáticos durante jogos” (p. 1). Outra ideia defendida por Scaptura et al. (2007) é a ligação da Matemática com a arte, sugerindo o uso da tabela dos 100, pois é uma forma de os alunos visualizarem as diferentes partes em que podemos dividir a unidade, ou seja, o todo. Assim, os alunos podem “visualizar claramente e determinar a forma decimal (0.01 para cada quadrado), para a quantidade de cada cor usada” (p. 25) que tenham disponíveis.

As AE (DGE, 2021), sugerem que os professores recorram a “materiais manipuláveis como o material multibásico (MAB), o ábaco vertical e também a *applets*, que permitam explorar a estruturação em base 10 de números de ordem superior ao milhar” (p. 17). Apesar de serem recomendados para as aprendizagens em torno dos decimais, alguns também podem ser estendidos às frações, como por exemplo o MAB, algo que já foi referido antes.

### ***Estudos Empíricos***

Para a realização de qualquer estudo e, com o intuito de o sustentar em ideias e conceitos fidedignos, é essencial realizar uma pesquisa rica, permitindo assim conhecer investigações que já foram desenvolvidas anteriormente, nesta área e sobre este tema.

Neste sentido, esta parte visa apresentar alguns estudos empíricos relativos com o raciocínio matemático e números racionais.

Santos (2018) promoveu uma investigação relacionada com o raciocínio matemático, com o intuito de compreender como é que os alunos do 4.º ano de escolaridade raciocinam e justificam as suas respostas, face a alguns problemas, que lhes são propostos numa sequência de tarefas. Para centrar o seu estudo, a autora definiu três questões, sendo elas: 1. Como se caracteriza o raciocínio matemático de alunos do 4.º ano de escolaridade? 2. Como é que os alunos procuram justificar as suas resoluções? 3. Que estratégias de resolução de problemas utilizam? A realização desta proposta seguiu as normas de um estudo qualitativo, afinando-se num estudo caso, o que significa que a investigadora se focou em seis dos dezanove alunos, que integravam a turma e resolveram as propostas. A análise dos dados ocorreu através de observações, notas de campo, conversas informais, gravação áudio, vídeo e fotografia e, tarefas individuais e de grupo. Relativamente às seis tarefas implementadas bissemanalmente, também é importante referir que foram desenvolvidas com base na visita de estudo que a turma realizaria no final do ano letivo. Assim, todas as propostas eram compostas por cartas mistérios, que forneceriam mais informações sobre o passeio e um enunciado com tarefas matemáticas. A implementação destas tarefas seguia uma sequência de seis passos, que ia desde o momento da entrega, até à análise e conversa com alguns participantes e terminava com uma correção em grande grupo, para partilharem diferentes processos. Ao longo desta investigação, foi possível constatar que os alunos que inicialmente encaravam esta disciplina como difícil, não se sentindo confortáveis e pondo em causa as suas respostas, começaram a justificar as suas propostas de resolução.

Esteves (2013), também teve interesse em investigar o raciocínio matemático, de modo a compreender melhor que tipo de raciocínio é aplicado pelos alunos e que processos utilizam para justificar, aprofundando ainda as dificuldades evidenciadas, principalmente na explicação/justificação do raciocínio. Para definir o que se pretendia realmente estudar, foram definidas três questões: 1. Como se caracteriza o raciocínio matemático de alunos do 2.º ano de escolaridade quando resolvem problemas de processo? 2. Como é que os alunos justificam os seus resultados/ as suas resoluções? 3. Que dificuldades é que os alunos manifestam na explicitação do raciocínio? Mais uma vez, estamos perante um estudo que segue a metodologia qualitativa, que está organizado com base nos estudos de caso. Por este motivo, os dados foram recolhidos através de tarefas de resolução de problemas, conversas, gravações áudio-vídeo, documentos e notas de campo focaram-se em três alunas do 2.º ano, permitindo assim, obter resultados mais criteriosos. Para direcionar este estudo, às aprendizagens dos alunos, a autora planificava tarefas relacionadas com os conteúdos explorados. Estas propostas que, por norma, consistiam em problemas de processo e habitualmente eram exploradas com recurso a materiais, foram desenvolvidas por todos os elementos da turma. Depois desse momento, eram dinamizadas algumas entrevistas com os três

casos e só no final é que foi organizada uma discussão final, em grande grupo. Através da análise dos dados recolhidos, a investigadora verificou que as propostas eram realizadas com diferentes estratégias e justificações. Por outro lado, a investigação permitiu compreender que algumas das dificuldades resultavam da incompreensão dos enunciados e por não estruturarem os dados apresentados.

A investigação desenvolvida Araújo (2018) procura compreender como é que a aplicação de jogos interativos pode auxiliar o processo de ensino-aprendizagem e o desenvolvimento de capacidades referentes às frações. Este estudo qualitativo, de cariz investigação-ação foi aplicado a uma turma de 22 alunos do 4.º ano e, para direcionar este problema foram selecionadas as seguintes questões: 1. De que forma a utilização de jogos interativos contribui para a predisposição dos alunos na aprendizagem das frações? 2. Quais as regras utilizadas pelos alunos na realização das diversas operações com frações? 3. Por que é que a introdução dos jogos interativos na aprendizagem das frações é benéfica para os alunos? Ao longo da investigação foram utilizadas diversas técnicas, salientando-se a recolha de dados obtida pela realização dos jogos, a observação, o preenchimento de questionários e meios audiovisuais. As propostas desenvolvidas consistiram na criação de três jogos dinâmicos, com diversas questões sobre frações. Com deste trabalho, é possível compreender que estes tipos de propostas interativas são positivos e úteis na interpretação de enunciados e em simultâneo, para a aplicação dos conceitos matemáticas e aumento de estratégias de resolução. Para além do que já foi referido, o grupo de participantes que usufruiu deste estudo melhorou os seus tipos de raciocínio e comunicação matemática e o modo como resolviam problemas.

Canelas (2016) através de um estudo qualitativo promovido numa turma de 5.º ano do Ensino Básico, composta por 22 alunos dinamizou um trabalho investigativo relativo à resolução de problemas com números racionais. Neste sentido, os seus objetivos consistiam em identificar as representações utilizadas pelos alunos, as dificuldades sentidas e o conhecimento que têm sobre os números racionais. Para auxiliar o problema de investigação foram definidas as questões evidenciadas a seguir: 1. Quais as representações usadas, na resolução de problemas que envolvem números racionais, pelos alunos do 5.º ano de escolaridade? 2. Quais as dificuldades sentidas na resolução dos mesmos? 3. Que conhecimentos têm os alunos sobre os números racionais? A proposta consistia na resolução escrita de três problemas e realização de entrevistas, que decorreu em três semanas de intervenção. Com o intuito de especificar mais os resultados foram selecionados 6 alunos, com diferentes níveis de desempenho, dois elementos com desempenho baixo, outros dois alunos com desempenho médio e os restantes com alto desempenho, para serem estudados com mais rigor. Uma vez que a turma ainda não conhecia o tema das tarefas, a autora optou por introduzir a temática com todo o grupo e só mais tarde aplicou estas atividades aos participantes. No final, a investigadora compreendeu que a representação a que grande parte dos alunos recorria, durante a solução de problemas era a representação simbólica, mas também

havia menção das representações pictóricas e concretas, por parte dos alunos que evidenciavam mais dificuldades. A maioria das dificuldades evidencia-se nas diferentes representações dos números, na ordenação e comparação e em alguns casos na realização de operações.

Relativamente ao estudo de Chainho (2015), desenvolvido com 17 alunos do 3.º ano do Ensino Básico, esta pretendia reconhecer as dificuldades que os alunos demonstravam na aprendizagem de números racionais. Para isso, orientou-se pelos objetivos seguintes: 1. Identificar as representações usadas pelos alunos na aprendizagem dos números racionais; 2. Identificar as dificuldades dos alunos na aprendizagem dos números racionais não negativos; 3. Caracterizar metodologias que contribuam para melhorar o ensino e a aprendizagem dos números racionais. Apesar do método de investigação aplicado ter sido o estudo-caso, esta investigação apresenta-se como uma investigação-ação, pois com base nas dificuldades foram elaborados planos de ação para as superar. Para além disso, também foi efetuado uma análise do nível dos conhecimentos, que permitiu avaliar o plano, revelando-se assim as melhorias e os pontos em que seria necessário reforçar os conteúdos. A análise do estudo deu-se através da observação do grupo, de uma entrevista semiestruturada à professora cooperante da turma, de um teste diagnóstico, da aplicação de uma cadeia de tarefas, implementadas no decorrer de várias semanas e do seu registo, bem como conversas informais com os participantes do estudo, no caso, os alunos. Com esta intervenção foi possível verificar que houve uma alteração nas representações escolhidas pelos alunos, passando das ativas, que evoluíam para icónicas, e para icónicas juntamente com simbólicas. Para além disso, houve uma evolução crescente no que diz respeito ao tema, uma vez que, quando iniciaram não sabiam ler uma fração. De frisar ainda, que a investigadora constata que a aprendizagem com base em materiais manipuláveis auxilia e melhora a aprendizagem, tornando-se uma boa técnica de ensino.

## **Metodologia**

Nesta secção apresenta-se a metodologia que sustenta esta investigação. Desta forma, num primeiro momento estarão descritas as opções metodológicas, seguindo-se uma descrição dos participantes e as técnicas de recolha de dados utilizados durante todo o processo. Posto isto, surgirá a intervenção educativa, que consiste na descrição e explicação das tarefas implementadas e nos procedimentos de análise de dados. Por fim, a secção termina com a calendarização que foi estipulada para este estudo investigativo.

### ***Opções Metodológicas***

Todas as investigações são processos que devem ser trabalhados e analisados com bastante rigor e de forma sistematizada, permitindo assim descrever e interpretar os dados que estamos a analisar. Para sustentar estes trabalhos, é necessário eleger uma metodologia uma vez que, segundo Herman (1983), citado por Lessard-Hébert et al. (1990), a metodologia não passa de “um conjunto de diretrizes que orientam a investigação científica” (p. 15).

O estudo em análise foi desenvolvido no âmbito do paradigma interpretativo, seguindo uma metodologia qualitativa, algo bastante comum nas investigações em educação, pois, de acordo com Fernandes (1991) são estas investigações que nos facultam informações sobre o ensino e as aprendizagens, bem como dos processos cognitivos e metacognitivos, que não é possível conseguir através dos métodos quantitativos, uma vez que estes são limitados. Por isso, podem ser considerados inapropriados. Neste sentido, segundo Patton (2002), referido por Rosado et al. (2012), as investigações que seguem métodos qualitativos focam-se

nas pessoas, em particular na forma como as pessoas percebem as suas experiências, no estudo das suas crenças, valores e atitudes, no significado que atribuem aos seus comportamentos e às situações, e no âmbito das suas relações com os outros, nos contextos mais concretos onde vivem (p. 8).

Rosado et al. (2012) concluíram que estes tipos de investigação estão mais focados na compreensão do que na explicação, o que torna estes estudos mais profundos.

Como se pretendia aprofundar e analisar detalhadamente processos de raciocínio matemático que os alunos apresentam na resolução de tarefas, optou-se por promover uma investigação qualitativa, seguindo o método de estudo caso pois, conforme Merriam (1988), referido por Bogdan e Biklen (1994), esta forma de investigar “consiste na observação detalhada de um contexto, ou indivíduo, de uma única fonte de documentos ou de um acontecimento específico” (p. 89). Assim, a característica mais evidente deste método centra-se no número de elementos que são analisados, porque como é um estudo que exige bastantes pormenores e detalhes, requer que o conjunto em análise esteja muito bem definido, sendo caracterizado por “casos”. Guba e Lincoln (1985), referidos por Aires (2015), são da opinião que “o estudo de casos constitui uma

metodologia válida porque proporciona densas descrições da realidade que se pretende estudar” (p. 22).

Em suma elegeram-se o estudo caso pois, tal como Yin (2001) explica, esta é “a estratégia preferida quando se colocam questões do tipo "como" e "por que", quando o pesquisador tem pouco controlo sobre os eventos” (p. 19).

### ***Participantes***

Este estudo foi realizado numa turma composta por 23 alunos do 3.º ano do CEB, dos quais 11 eram rapazes e 12 eram raparigas, com idades compreendidas entre os 8 e os 10 anos. Antes de iniciar esta investigação, foi entregue a todos os Encarregados de Educação um documento onde se explicava o objetivo deste trabalho e se solicitava a autorização para a participação dos educandos, tendo obtido confirmação por parte de todos.

Apesar de todos terem desenvolvido as tarefas, este estudo centrou-se nos resultados de três alunos, dois rapazes e uma rapariga. Os três casos iniciaram o estudo com oito anos, no entanto, no decorrer a rapariga, caso C, celebrou o seu aniversário, concluindo assim a intervenção com nove anos. Para além disso, é importante explicar que um dos casos masculinos, aluno T, tem baixa visão e daltonismo. Por este motivo, as suas tarefas tinham de ser adaptadas, em relação ao tamanho da letra. Quanto aos seus desempenhos, os alunos não apresentam grandes dificuldades nas diversas áreas e têm bastante interesse pela Matemática. Gonçalves et al. (2021) afirmam que nestes casos, os participantes “não serão produto do acaso, do sorteio, da impessoalidade, mas sim de uma escolha deliberada, autoral, baseada em critérios determinados pelo investigador, fazendo-os corresponder ao seu objeto de estudo” (p. 33). Neste sentido, durante a seleção dos alunos, não estiveram em causa os seus desempenhos e classificações, mas sim o modo como se expressavam e explicavam os seus raciocínios, uma vez que o estudo em análise implica bastante a descrição e pormenorização de raciocínios.

A turma era bastante participativa e interessada, evidenciando gosto pela Matemática. Alguns alunos evidenciavam maiores dificuldades, mas todos tentavam responder. Por este motivo, o período de resolução das diferentes tarefas variava sempre, consoante a necessidade de cada aluno. Uma vez que as tarefas foram desenvolvidas consoante as temáticas que a turma ia aprofundando, surgiam algumas questões sobre os conceitos e manifestavam dificuldade em explicar os seus raciocínios. À medida que foram realizando estas tarefas, deixaram de questionar tanto sobre como deveriam explicar, tornando-se um processo mais intuitivo.

### ***Recolha de Dados***

Aires (2015) explica que “a seleção das técnicas a utilizar durante o processo de pesquisa constitui uma etapa que o investigador não pode minimizar, pois destas depende a concretização dos objetivos do trabalho de campo” (p. 24).

Após ter sido definido o problema e as questões do estudo selecionou-se a metodologia, identificando-se quais seriam as melhores técnicas para recolher os dados necessários, tendo sido selecionadas várias.

De acordo com diversos autores, uma das grandes estratégias destas investigações é o método da triangulação que, segundo Denzin (1978), referido por Azevedo et al. (2013), pode estar organizado em quatro grandes tipos, sendo eles: “triangulação de dados, triangulação do investigador, triangulação da teoria, e triangulação metodológica” (p. 4). Nesta investigação, recorreu-se ao aspeto número um, isto é, a triangulação de dados, pois tal como Rosado et al. (2012) refere, “o método de triangulação consiste numa estratégia de combinação e cruzamento de múltiplos pontos de vista sobre um mesmo objeto, através (...) de múltiplas técnicas de recolha de dados” (p. 15).

Conforme já foi indicado anteriormente, recorreu-se a diferentes técnicas, que com base em Colás (1992), identificado em Aires (2015), podem ser categorizadas entre técnicas diretas ou interativas e técnicas indiretas ou não interativas. Assim sendo, recorreu-se a observações e entrevistas, bem como à realização de tarefas e posteriormente, a recolha desses documentos e outras propostas desenvolvidas no caderno. Para auxiliar, ainda foram utilizados meios audiovisuais, como fotografias, vídeos e gravações de alguns momentos em sala de aula.

No caso desta investigação e de muitas outras, que seguem métodos qualitativos, as diferentes técnicas selecionadas estão relacionadas e completam-se. Lessard-Hébert et al. (1990) defendem esta ideia, explicando que um

grande número de investigações qualitativas recorrem a diversas técnicas de recolha de dados que se complementam. Também a observação participante é muitas vezes associada à técnica da entrevista (modo de inquérito oral), normalmente com o fito de triangular os dados. (p. 158)

**Observação.** Antes mesmo de iniciarmos a recolha de dados e a intervenção pedagógica, teve-se oportunidade de conhecer e observar as rotinas, o desempenho, as dificuldades e gostos de cada aluno, através da observação e do registo dessa mesma informação, o que foi crucial, para compreender se o tema do estudo se adequava. Também permitiu compreender quais poderiam ser as maiores dificuldades e fragilidades durante a recolha de dados. De acordo com Bogdan e Biklen (1994), estes momentos não revelam importância para todos, pois é importante estarmos contextualizados e informados sobre o estudo, pois “os acontecimentos vulgares tornam-se dados quando vistos de um ponto de vista particular”(p. 149).

Uma vez que esta investigação seguiu a metodologia qualitativa e a investigadora teria de intervir junto do grupo de participantes, pois é uma das professoras estagiárias, optou-se por recorrer a uma observação participante, o que segundo Lessard-Hébert et al. (1990), implica que o investigador seja “o instrumento principal de observação” (p. 155). Para além disso, os autores explicam que esta modalidade de observação permitirá

“que o investigador possa compreender o mundo social do interior, pois partilha a condição humana dos indivíduos que observa” (p. 155).

**Documentos dos Alunos – Tarefas e Registos dos Cadernos.** O método de recolha central desta investigação foi a realização de tarefas individuais, num total de quatro. Estas propostas foram desenvolvidas consoante as temáticas implementadas nas diferentes semanas da intervenção, indo ao encontro dos conceitos que os alunos tinham adquirido. Assim sendo, houve três tarefas referentes a frações, que foram introduzidas nas primeiras duas semanas. No decorrer da terceira semana foi implementada uma nova proposta, referente a números decimais.

Em paralelo com as tarefas, houve também registos que os alunos realizaram nos cadernos ou na folha das tarefas, o que foi importante, pois detalhavam e mostravam os diferentes processos que os alunos utilizaram em algumas propostas.

Bowen (2009), citado por Gonçalves et al. (2021), defende que a recolha de documentos é bastante importante, uma vez que “contém textos (palavras) e imagens, que foram registadas sem a intervenção de um investigador” (p. 107). Para além disso, Aires (2015) defende que estes dados permitem sustentar informações recolhidas pelos métodos diretos e “validar” e contrastar a informação obtida, reconstituir acontecimentos importantes para as pessoas ou grupos sociais em análise, gerar hipóteses” (p. 42).

**Entrevistas.** Com o intuito de aprofundar os raciocínios que os alunos manifestaram nas tarefas, foram realizadas entrevistas informais individuais, um método flexível, que segundo Coutinho (2014), “permite que o investigador ajuste as questões no decurso do processo. Pode fornecer informação em profundidade” (p.145). Estas situações ocorriam na sala de aula, durante os intervalos, sem que estivessem mais alunos por perto, possibilitando assim, uma análise das questões, ao ritmo do aluno, sem influenciar os restantes intervenientes que, passariam pelo mesmo procedimento posteriormente. Para Silverman (2000), referido por Coutinho (2014),

as entrevistas são uma poderosa técnica de recolha de dados porque pressupõem uma interação entre o entrevistado e o investigador, possibilitando a este último a obtenção de informação que nunca seria conseguida através de um questionário, uma vez que pode sempre pedir esclarecimentos adicionais ao inquirido no caso da resposta obtida não ser suficientemente esclarecedora. (p. 141)

Durante o percurso entre o recreio e a sala onde decorriam as entrevistas, explicava-se o objetivo do que iríamos realizar, salientando a importância no estudo, algo bastante importante para Van der Maren (1987), citado por Lessard-Hébert et al. (1990), “Na entrevista individual faz-se crer ao entrevistado que está perante nós que o que ele relata é importante. Assim, escutamo-lo, fitamo-lo, encorajamo-lo (...)” (p. 166). Assim que chegávamos à sala, colocávamos o aluno à vontade e criávamos um ambiente bastante calmo, com muita predisposição para ouvir o que os entrevistados tinham a

dizer, encorajando-os e sugerindo que relessem os enunciados, quando surgiam algumas hesitações. Lessard-Hébert et al. (1990) afirmam que “na entrevista individual, o investigador inspira-se na técnica da escuta ativa: ele fita e encoraja o sujeito” (p. 166).

**Meios Audiovisuais – Registo Vídeo, Áudio e Fotográfico.** Esta técnica foi bastante utilizada na recolha de dados relativos aos documentos dos alunos, tal como em alguns momentos de sala de aula e na realização das entrevistas elaboradas aos alunos caso.

Analisando de forma mais detalhada a utilização de cada uma das técnicas, isto é, registo de vídeo, de áudio e fotográfico, torna-se importante salientar os seguintes aspetos. Em relação ao registo fotográfico, este foi fundamental para arquivar as tarefas resolvidas pelos alunos, uma vez que as devolvemos corrigidas e com todo o *feedback* necessário. Para além disso, também serviu, no que diz respeito ao registo de algumas propostas que foram desenvolvidas no caderno.

Por sua vez, o registo áudio foi utilizado essencialmente na realização das entrevistas, uma vez que os alunos poderiam ter necessidade de explicar mais ou menos questões e alguns dos seus raciocínios poderiam ser longos, o que tornaria a entrevista mais demorada e não seria viável registar tudo manualmente, pois poderiam falhar dados cruciais. Por este motivo, Bogdan e Biklen (1994) recomendam o uso de um gravador “quando um estudo envolve entrevistas extensas ou quando a entrevista é a técnica principal do estudo” (p. 172).

Por último, mas não menos importante, recorreu-se ao registo de vídeo, numa das atividades, uma vez que se realizou no quadro e não havia possibilidade de registar observações feitas pelos alunos, pois neste estudo o investigador é o professor, deve auxiliar o aluno, promovendo novas aprendizagens. Outro fator pelo qual foi preferível utilizar este processo, foi a partilha de raciocínios e ideias que surgiam, havendo alunos a auxiliar outros e a completar raciocínios ou, até mesmo desenvolver novos, com base nos dos colegas de turma. Foi preferível recorrer ao vídeo e não à gravação do áudio, visto ter sido uma tarefa desenvolvida no quadro. Assim, este recurso permite-nos observar a interação do aluno com os materiais disponíveis e os registos que elaboraram, durante as explicações.

### ***Intervenção Educativa***

Uma vez que este estudo pretende analisar os raciocínios que os alunos utilizam, a intervenção educativa focou-se na apresentação de quatro tarefas. Todas elas foram desenvolvidas de forma individual, contudo, uma parte da segunda tarefa foi uma discussão, o que permitiu que todos os alunos partilhassem ideias e opiniões, com o grande grupo.

Estas propostas foram desenvolvidas de acordo com os documentos orientadores e, à medida que a intervenção na PES foi ocorrendo, pois uma das preocupações foi a de conciliar as propostas com os conteúdos programáticos que eram lecionados, porque

o tema deste estudo é transversal a todos os conteúdos estipulados pelos documentos orientadores desta área curricular. Assim sendo, os recursos criados promovem o raciocínio matemático e abordam diferentes subtemáticas do tema racionais.

Seguidamente, surgem as apresentações das diferentes propostas, acompanhadas por tabelas que evidenciam a data em que se realizou cada atividade, a área e domínios a trabalhar e, por último, os objetivos implícitos. Depois das , serão apresentadas breves descrições das propostas e as tarefas desenvolvidas.

**Tarefa n.º 1.** Esta primeira atividade era alusiva aos festejos do Dia da Mãe, uma vez que a data comemorativa se estava a aproximar e, ao longo dessa semana trabalhamos essa questão noutros momentos. Assim, na tabela abaixo podemos verificar a data, comprovando que apenas faltavam cinco dias para essa ocasião. Para além disso, a tabela 3 também refere os domínios e os objetivos associados à tarefa.

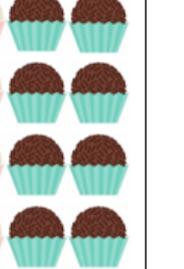
**Tabela 3**

*Informações gerais da primeira tarefa*

Calendarização da tarefa	27 de abril de 2021
Área e Domínios	Matemática – Números e Operações.
Objetivos	Efetuar contagens progressivas e regressivas, com saltos fixos; Resolver problemas de até três passos envolvendo situações de juntar, acrescentar, completar e comparar; Utilizar as frações para designar grandezas formadas por certo número de partes equivalentes a uma que resulte de divisão equitativa de um todo.

**Descrição da tarefa.** Para iniciar este estudo optou-se pela criação de uma proposta que envolvesse padrões com os números fracionários, especificamente a identificação de frações e as suas equivalências, temática explorada na sala de aula.

A Joana está a preparar uma surpresa, para festejarem o Dia da Mãe. Por esse motivo comprou 18 brigadeiros de chocolate branco e 36 brigadeiros de chocolate negro. Depois de comprar os bombons, começou a fazer conjuntos, para que cada convidado tivesse uma lembrança e decidiu organizar da seguinte forma:

				
1 brigadeiro de chocolate branco	2 brigadeiro de chocolate branco	3 brigadeiro de chocolate branco	4 brigadeiro de chocolate branco	
				
2 brigadeiros de chocolate negro	4 brigadeiros de chocolate negro	6 brigadeiros de chocolate negro	8 brigadeiros de chocolate negro	
1 convidado	2 convidados	3 convidados	4 convidados	

- 1) Observa as figuras. Explica como é que a Joana decidiu organizar as lembranças para cada convidado.
- 2) Observando as colunas, representa em forma de fração:
  - a. a parte de brigadeiros de chocolate branco relativamente ao total de brigadeiros em cada coluna.
  - b. a parte de brigadeiros de chocolate negro relativamente ao total de brigadeiros em cada coluna.
  - c. Existem frações equivalentes? Se sim, indica quais são justificando.
- 3) Qual é o grupo de brigadeiros que se repete?
- 4) Completa a coluna em branco, representando os brigadeiros e escrevendo as informações, como nas colunas anteriores.
- 5) Representa quantos brigadeiros de cada tipo a Joana precisaria ter para fazer 23 lembranças. Como pensaste?
- 6) Uma vez que a Joana tem 18 brigadeiros de chocolate branco e 36 de chocolate negro, quantas lembranças consegue fazer? Explica como pensaste.

**Tarefa n.º 2.** A tarefa em análise esteve dividida em dois momentos, que foram implementados durante a mesma manhã. Na seguinte tabela, podemos verificar essa informação, bem como as áreas, domínios e objetivos que estiveram implícitos a este momento.

**Tabela 4**

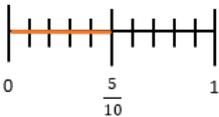
*Informações gerais da segunda tarefa*

Calendarização da tarefa	10 de maio de 2021
Área e Domínios	Matemática – Números e Operações.
Objetivo	Reconhecer frações equivalentes.

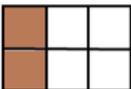
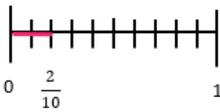
**Descrição da tarefa.** Como já foi referido anteriormente, o primeiro momento foi desenvolvido de forma individual e implica a relação entre frações visuais e operações fracionárias, com outras frações equivalentes. Para o segundo momento, cada aluno recebeu um cartão com uma representação (anexo 2), que poderia ser ou não uma das representações evidenciadas na tarefa, que preencheram anteriormente. Deste modo, deveriam descobrir uma fração equivalente a essa, explicando o seu raciocínio no caderno. No final, realizamos uma partilha no quadro, tendo permitido que todos os alunos à vez, viessem relacionar os seus cartões com as frações apresentadas, explicando como determinaram as diferentes relações entre os cartões.

1) Liga as representações às frações que forem equivalentes.

$\frac{15}{30} - \frac{9}{30}$

$\frac{2}{15} + \frac{1}{15}$


$\frac{1}{2}$

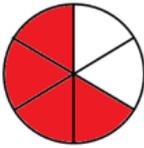
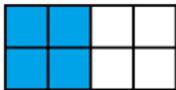
$\frac{1}{3}$

$\frac{1}{5}$

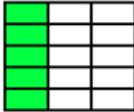
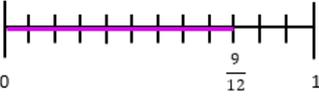
$\frac{2}{3}$

$\frac{3}{4}$

$\frac{6}{20} - \frac{2}{20}$

$\frac{5}{15} + \frac{5}{15}$

**Tarefa n.º 3.** À semelhança da tarefa anterior, esta também esteve dividida em duas partes. De acordo com a informação da tabela, que se segue, verificamos que esta tarefa foi implementada na mesma semana que a anterior, mais especificamente, em dias consecutivos.

**Tabela 5**

*Informações gerais da terceira tarefa*

Calendarização da tarefa	11 de maio de 2021
Área e Domínios	Matemática – Números e Operações.
Objetivo	Resolver problemas de até três passos envolvendo situações de partilha equitativa e de agrupamento.

**Descrição da tarefa.** Este recurso, que referia o modo como o Sr. João parte os seus bolos para vender, foi composto por duas partes. Num primeiro momento, os alunos apenas precisam de apresentar diferentes formas de dividir um quadrado em quatro partes iguais. Na segunda parte da tarefa, os alunos deparam-se com duas opiniões e devem indicar e explicar, com quem concordam. Tais como as tarefas anteriores, a presente proposta centra-se no conceito de equivalência.

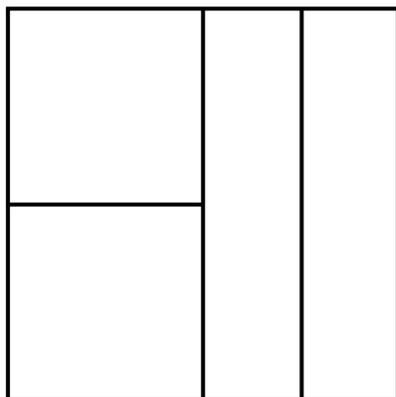
**PARTE I**

1) O Sr. João tem uma pastelaria onde vende bolos de laranja. Utiliza formas quadradas, para cozer os seus bolos, que depois divide em 4 pedaços iguais. Nos quadrados abaixo, representa as diferentes formas como ele pode dividir os seus bolos.


## PARTE II

2) Certo dia, o Sr. João ficou muito aborrecido. Enganou-se a dividir um bolo em quatro fatias iguais. Era de opinião de que já não podia vender. A mulher do Sr. João disse-lhe:

- Não há problema! Podes vender o bolo. Está dividido em quatro fatias equivalentes, apenas não têm a mesma forma.



Na tua opinião, quem tem razão: o Sr. João ou a sua mulher?

Explica como pensaste.

**Tarefa n.º 4.** A apresentação desta tarefa surge no mesmo formato que as anteriores. Deste modo, com base na tabela 6 conseguimos verificar o momento em que foi implementada, tal como a área, os domínios e os objetivos que orientam os dois problemas.

### Tabela 6

#### *Informações gerais da quarta tarefa*

Calendarização da tarefa	25 de maio de 2021
Área e Domínios	Matemática – Números e Operações.
Objetivo	Resolver problemas de até três passos envolvendo situações de juntar, acrescentar e retirar.

**Descrição da tarefa.** Para esta proposta prepararam-se dois problemas, compostos por algumas alíneas cada, relativos aos números decimais e à adição e subtração.

- 1) O Vasco chegou a casa todo contente, porque tinha aprendido uma matéria nova na escola: os números decimais. Em conversa com o irmão, o Vasco disse:  
- Hoje, fiquei a saber que dizer que termos duas unidades é o mesmo que vinte décimas.  
Mas, o irmão do Vasco não percebeu nada e perguntou como é que aquilo era possível.

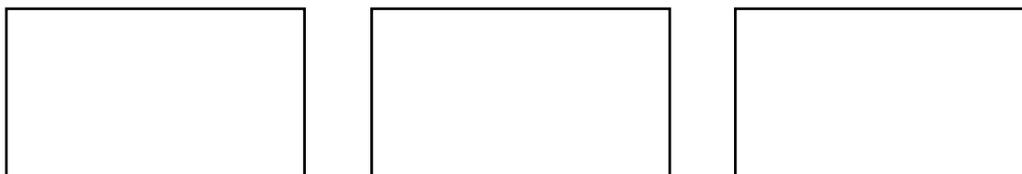
1.1) Achas que o Vasco tem razão? Justifica a tua resposta.

1.2) Se concordas com o Vasco, explica como ele pode esclarecer o irmão.

- 2) A Paula é finalista e queria guardar uma lembrança de todos os amigos da turma, para mais tarde recordar. Decidiu pedir que todos os amigos escrevessem uma mensagem. Como tem 21 amigos e ainda falta juntar o professor, comprou três folhas iguais e dividiu cada uma em dez partes iguais, para que todos tivessem direito a um espaço.

2.1) Quantas unidades tem a Paula?

2.2) Representa como é que a Paula pode ter dividido cada folha.



2.3) Depois de ter dividido as folhas, com quantas décimas ficou no total? Diz como pensaste.

2.4) Representa na forma decimal, a parte em que o professor escreveu à Paula.

2.5) Se cada amigo teve direito a um espaço, quantas décimas foram ocupadas? Diz como pensaste.

2.6) Depois dos amigos e do professor terem deixado uma mensagem à Paula, ainda há espaços livres? Se sim, a quantas décimas corresponde? Diz como pensaste.

2.7) Mais tarde, a Paula lembrou-se que também queria guardar um registo de 10 amigos de outra sala. Será que precisará de comprar mais alguma folha ou o espaço que sobrou chega? Diz como pensaste.

### ***Procedimentos de Análise de Dados***

Vale (2004) retrata a análise de dados como “um processo de estabelecer ordem, estrutura e significado na grande massa de dados recolhidos e começa no primeiro dia em que o investigador entra em cena” (p. 11). Neste sentido, de acordo com Bogdan e Biklen (1994) “um passo crucial na análise de dados, diz respeito ao desenvolvimento de uma lista de categorias de codificação” (p. 221).

Para selecionar essas categorias de análise, teve-se em conta o problema e questões de investigação levantadas neste estudo, bem como a revisão de literatura e “a procura de regularidades e padrões” (Bogdan & Biklen, 1994, p. 221) nos dados.

Assim, os dados deste estudo foram analisados consoante as seguintes categorias:

- Processos de raciocínio que os alunos utilizam para resolver problemas;
- Estratégias utilizadas pelos alunos na resolução de problemas;
- Modo que os alunos utilizam para expor os seus raciocínios;
- Dificuldades manifestadas pelos alunos perante as tarefas apresentadas.

Para analisar o primeiro aspeto, os processos de raciocínio, a análise de dados foi desenvolvida com base em Jeannotte e Kieran (2017), que salientam os processos de semelhanças e diferenças, sendo eles, a classificação, a comparação, a identificação de um padrão, a conjectura e, por último, a generalização. Para as estratégias utilizadas seguiu-se Vale e Pimentel (2004).

Em relação ao modo como os alunos expõem os seus raciocínios seguiram-se os quatro primeiros passos fundamentais salientados pelo NRICH (2014), que são a descrição, a explicação, o convencer e o justificar. Para além disso, os dados também foram analisados de acordo com o que o NCTM (2002) defende, em relação ao foco na clareza e na consistência da linguagem, na organização do pensamento que estava a ser comunicado e na justificação rigorosa do trabalho efetuado.

Quanto à última categoria de análise, ou seja, as dificuldades manifestadas, é importante realçar que emergiram dos resultados.

### ***Calendarização do Estudo***

Apesar da PES ter sido iniciada em outubro de 2020, a realização do estudo apenas teve início em fevereiro e prolongou-se até outubro de 2021. É importante salientar que esta investigação sofreu alguns ajustes em relação à calendarização devido à situação pandémica que enfrentamos. Para além disso, este problema afetou os participantes, não só no presente ano letivo, como no anterior.

De seguida, na tabela 7 surge a calendarização das diferentes etapas que foram realizadas neste estudo.

**Tabela 7***Calendarização do estudo*

<b>Datas</b>	<b>fev. 21</b>	<b>mar.</b>	<b>abr.</b>	<b>mai.</b>	<b>jun.</b>	<b>jul.</b>	<b>ago.</b>	<b>set.</b>	<b>out.</b>	<b>nov. 21</b>
<b>Etapas do estudo</b>										
Definição do tema	■									
Pesquisa Bibliográfica	■	■	■	■	■	■	■			
Definição do problema e questões de investigação	■		■							
Revisão de literatura					■	■	■			
Observação do grupo			■	■	■					
Pedidos de autorização aos encarregados de educação			■							
Criação das tarefas			■	■	■					
Implementação das tarefas			■	■	■					
Caraterização do contexto	■					■				
Definição das categorias de análise							■	■		
Análise de dados								■	■	■
Conclusões									■	■

## Apresentação e Análise dos Resultados

Esta secção é dedicada à análise dos resultados obtidos, através das diferentes tarefas implementadas. Apesar desta investigação se tratar de um estudo-caso, optou-se por analisar os resultados deste estudo por tarefas, o que permitiu comparar e analisar diretamente os três casos. Num primeiro momento desenvolveram-se tabelas, sobre cada uma das tarefas, relativos às respostas que os casos deram. Nesse seguimento apresenta-se uma análise detalhada das questões de cada tarefa. No final de cada tarefa surge uma síntese individualizada de cada caso. Após a análise de todas as tarefas, surge uma observação individualizada sobre cada caso, que é desenvolvida consoante as sínteses anteriores.

### Tarefa n.º 1

Tal como já foi referido anteriormente, a primeira tarefa diz respeito a um problema relativo à organização de brigadeiros de chocolate branco e negro por convidados, para festejarem o Dia da Mãe.

Esta tarefa foi entregue aos alunos no último dia de intervenção da PE na primeira semana de intervenção. Assim, os alunos desenvolveram-na de forma individual. Na semana seguinte, procedemos à realização das entrevistas e da análise da tarefa, em grande grupo.

A seguinte tabela, evidencia o desempenho de cada um dos casos nas diferentes questões, desta tarefa.

**Tabela 8**

*Nível de correção das respostas à tarefa 1*

Questões	Aluna C	Aluno O	Aluno T
1	Verde	Verde	Verde
2 a	Verde	Verde	Verde
2 b	Verde	Verde	Verde
2 c	Vermelho	Vermelho	Vermelho
3	Verde	Verde	Verde
4	Verde	Verde	Verde
5	Amarelo	Vermelho	Verde
6	Amarelo	Verde	Verde

**Legenda:**

Verde – respostas corretas

Amarelo – respostas incompletas

Vermelho – respostas erradas

Depois de verificar a adequação das respostas, iniciou-se a análise pormenorizada de cada uma das tarefas.

Em relação à primeira questão, o primeiro aspeto verificado foi o tipo de processo que os alunos selecionaram. Verificou-se que todos os alunos determinaram e classificaram o modo como a Joana organizava os brigadeiros pelos convidados.

Para além de verificarmos o processo de resolução utilizado, também observamos as estratégias. Com base na resposta do aluno O foi possível compreender que, após analisar o enunciado e o esquema, detetou que a distribuição dos brigadeiros respeitava uma sequência, ou seja, seguia um padrão, à qual é possível aplicar operações matemáticas. Por sua vez, os restantes casos, alunos T e C, apenas recorreram ao esquema e detetaram que cada convidado recebe um brigadeiro branco e dois negros. Deste modo, através da análise do esquema descobriram o padrão, que está por trás da organização das lembranças.

### Figura 9

Resposta do aluno O à questão 1 da tarefa 1

- 1) Observa as figuras. Explica como é que a Joana decidiu organizar as lembranças para cada convidado.

Ela multiplicou o número de brigadeiros pelo número de convidados.

### Figura 10

Resposta do aluno T à questão 1 da tarefa 1

- 1) Observa as figuras. Explica como é que a Joana decidiu organizar as lembranças para cada convidado.

Ela decidiu dar 1 brigadeiro de chocolate branco e dois de chocolate negro a cada convidado.

### Figura 11

Resposta da aluna C à questão 1 da tarefa 1

- 1) Observa as figuras. Explica como é que a Joana decidiu organizar as lembranças para cada convidado.

Decidiu que para cada convidado tem mais 1 de chocolate branco e 2 de chocolate negro.

Quanto à exposição do processo de raciocínio, surgiram dois momentos, isto é, modo escrito e modo oral. Em relação à resposta escrita, todos os alunos conseguiram explicar como a Joana organizava os brigadeiros pelas lembranças, porém as respostas dos alunos T e C foram muito mais específicas, em comparação com a do aluno O. Apesar disso, durante as entrevistas os alunos C e O aprofundaram mais as suas respostas, justificando-as, através de um discurso organizado e claro, como se pode ver a seguir.

**Investigadora** – Pronto, então o que acontece aos chocolates brancos e aos chocolates negros?

**Aluna C** – Acrescenta-se mais dois nos negros e mais um no branco.

**Investigadora** – E porque é que se acrescenta?

**Aluna C** – Porque cada convidado tem um branco e dois negros.

**Investigadora** – Recorda o que diz aqui (apontando para o quadro da tabela) e como é que tu pensaste nisto?

**Aluno O** – Bem, então eu pensei em multiplicá-los. Escrevi aqui que um brigadeiro (interrupção na gravação) Porque no primeiro padrão eu vejo que é um brigadeiro de chocolate branco por dois de chocolate negro. Então eu pensei em multiplicá-lo sempre.  $2, 2 \times 2 = 4, 2 \times 1 = 2$  e vou sempre acrescentando.

**Investigadora** – E porque é que tens de multiplicar sempre?

**Aluno O** – Porque se eu tirar estes todos (só deixa visível uma linha de brigadeiros em cada coluna) tenho a mesma quantidade.

**Investigadora** – E isto é para quantas pessoas (analisando a primeira coluna)?

**Aluno O** – Isto é para um convidado. Então multiplico por 2, 3, 4, 5.

**Investigadora** – Para saberes o que?

**Aluno O** – O número de brigadeiros por convidado.

Contudo, o aluno T foi mais restrito, respondendo apenas ao que lhe era perguntado e de forma curta. Em causa esteve a sua dificuldade em expor o seu raciocínio, pois em alguns momentos parecia que saltava na sequência do seu pensamento.

**Investigadora** – Explica-me o que é que o enunciado e este esquema te dizem.

**Aluno T** – Aqui tem um brigadeiro de chocolate branco e dois de chocolate negro, certo?

**Investigadora** – Sim.

**Aluno T** – Então ela foi acrescentando esse, acrescentando esses e acrescentando.

**Investigadora** – E acrescentaste porquê?

**Aluno T** - Porque foi adicionando um de chocolate branco e dois de negro.

**Investigadora** – Sim, mas tinha a ver com os convidados?

**Aluno T** – Sim.

**Investigadora** – Então tu precisavas sempre de acrescentar mais um branco e dois negros para quê? Sempre que acrescentava o quê?

**Aluno T** – Para um convidado.

Relativamente, às primeiras duas alíneas da questão 2 os alunos classificaram as diferentes frações existentes, através da observação e representação direta.

## Figura 12

Respostas do aluno O às questões 2 a) e 2 b) da tarefa 1

2) Observando as colunas, representa em forma de fração:

a. a parte de brigadeiros de chocolate branco relativamente ao total de brigadeiros em cada coluna.

$$\frac{1}{3}, \frac{2}{6}, \frac{3}{9}, \frac{4}{12}, \frac{5}{15}$$

b. a parte de brigadeiros de chocolate negro relativamente ao total de brigadeiros em cada coluna.

$$\frac{2}{3}, \frac{4}{6}, \frac{6}{9}, \frac{8}{12}, \frac{10}{15}$$

### Figura 13

Respostas da aluna C às questões 2 a) e 2 b) da tarefa 1

2) Observando as colunas, representa em forma de fração:

- a. a parte de brigadeiros de chocolate branco relativamente ao total de brigadeiros em cada coluna.

$$\frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5}{3 \cdot 6 \cdot 9 \cdot 12 \cdot 15}$$

- b. a parte de brigadeiros de chocolate negro relativamente ao total de brigadeiros em cada coluna.

$$\frac{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8 \cdot 10}{3 \cdot 6 \cdot 9 \cdot 12 \cdot 15}$$

### Figura 14

Respostas do aluno T às questões 2 a) e 2 b) da tarefa 1

2) Observando as colunas, representa em forma de fração:

- a. a parte de brigadeiros de chocolate branco relativamente ao total de brigadeiros em cada coluna.

$$\frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6}{3 \cdot 6 \cdot 9 \cdot 12 \cdot 15 \cdot 18}$$

- b. a parte de brigadeiros de chocolate negro relativamente ao total de brigadeiros em cada coluna.

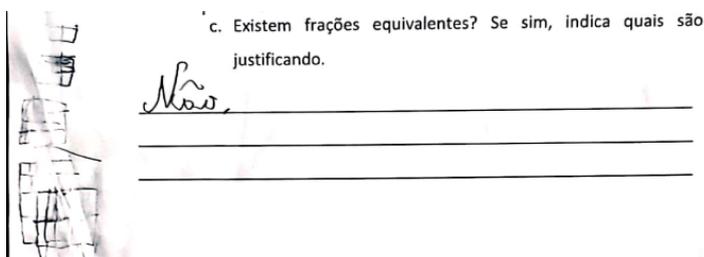
$$\frac{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8 \cdot 10}{3 \cdot 6 \cdot 9 \cdot 12 \cdot 15}$$

De salientar, a resposta 2 b) do aluno T, uma vez que, para além dessa estratégia, também evidencia ter usado as operações, para determinar a parte de brigadeiros negros, em relação ao total. Em suma, para responderem à questão, os alunos simplesmente identificaram as frações apresentadas.

A questão 2 c) foi onde surgiram mais problemas, sendo que nenhum dos casos foi bem-sucedido, uma vez que todos responderam da mesma forma, "Não.". O aluno T, ainda tentou usar representações/esquemas para determinar se as frações seriam equivalentes, contudo apagou e não as especificou, o que impossibilita determinar que frações analisou. Em causa, esteve a fragilidade dos conhecimentos dos alunos sobre este conteúdo, visto ser recente, bem como a dificuldade na compreensão da questão e na deteção de frações no modelo contínuo.

**Figura 15**

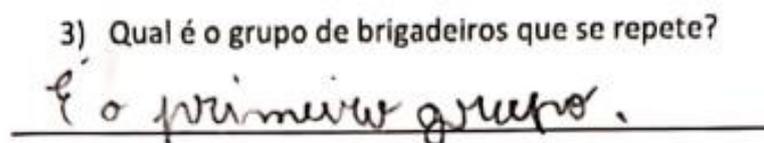
Resposta do aluno T à questão 2 c) da tarefa 1



Na terceira questão da tarefa, todos os alunos foram capazes de identificar o padrão, uma vez que deviam indicar o grupo que se repetia. Se observarmos as diferentes respostas, compreendemos que dois dos casos, aluno T e aluna C mencionam o primeiro grupo do esquema, enquanto o aluno O especifica os brigadeiros. Neste sentido, seguiram o mesmo processo e estratégia de raciocínio. Uma vez que para esta questão, os alunos aplicaram o conhecimento adquirido e exposto anteriormente, limitaram-se a responder de forma sucinta. Deste modo, esta questão não evidencia informações sobre o modo como os alunos expõem o seu raciocínio.

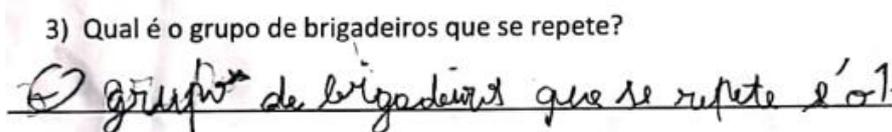
**Figura 16**

Resposta do aluno T à questão 3 da tarefa 1



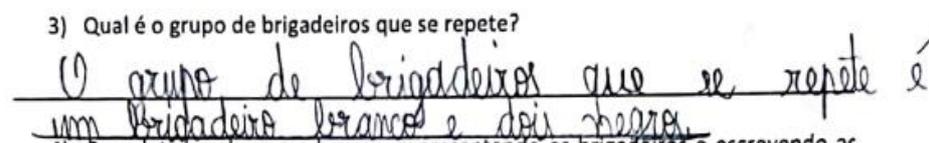
**Figura 17**

Resposta da aluna C à questão 3 da tarefa 1



**Figura 18**

Resposta do aluno O à questão 3 da tarefa 1



Na questão seguinte, em relação à exposição de raciocínio, ocorre o mesmo que na situação anterior, uma vez que o conhecimento necessário foi apresentado anteriormente, na questão 1. Por sua vez, no que diz respeito ao processo de resolução, os alunos conseguiram generalizar, representando o número de brigadeiros necessários para cinco convidados. Para além disso, também foram capazes de legendar a representação, à imagem das situações que antecederam os cinco convidados. A estratégia aplicada foi a dedução lógica. Isso ficou comprovado no momento da implementação, pois a maioria dos alunos, assim que receberam a tarefa começaram logo por preencher os espaços em branco.

**Figura 19**

Resposta do aluno T, da aluna C e do aluno O, respetivamente, à questão 4 da tarefa 1

4 brigadeiros de chocolate branco	5 brigadeiros de chocolate branco
8 brigadeiros de chocolate negro	10 brigadeiros de chocolate negro
4 convidados	5 convidados

4 brigadeiro de chocolate branco	5 de chocolate branco
8 brigadeiros de chocolate negro	10 de chocolate negro
4 convidados	5 convidados

4 brigadeiro de chocolate branco	5 brigadeiros de chocolate branco
8 brigadeiros de chocolate negro	10 brigadeiros de chocolate negro
4 convidados	5 convidados

Relativamente à penúltima questão, tal como é possível constatar na tabela 8, acima evidenciada, o aluno O não foi bem-sucedido, ao contrário dos colegas.

Com base na sua resposta escrita, compreendemos que o aluno afirma existir um erro no enunciado pois, de acordo com a sua visão, apresentada nesta questão, a regra deste padrão orienta-se pela tabuada do três e o número 23 não faz parte da mesma.

**Figura 20**

Resposta do aluno O à questão 5 da tarefa 1

5) Representa quantos brigadeiros de cada tipo a Joana precisaria ter para fazer 23 lembranças. Como pensaste?

$$\begin{array}{r} 24 \times 3 \\ 24 \times 8 \\ \hline \end{array}$$

Na minha opinião este problema não tem solução, porque este número não respeita a regra do padrão que é estar na tabuada do 3.

Neste caso, quando realizámos a entrevista, começámos por analisar a questão seis e só depois nos debruçamos sobre esta. Inicialmente o aluno continuou a apresentar algumas dificuldades, pois foi confrontado com a sua resposta. No entanto,

analisámos detalhadamente, focando o cerne da questão. No final, o aluno percebeu que a questão tinha resolução e conseguiu explicar qual seria a resposta a este problema.

**Aluno O** – (lê a sua resposta) Eu não encontro o 23 na tabuada do 3.

**Investigadora** – Mas o que ele que eu quero saber nesta pergunta? Não é preciso leres a pergunta toda em voz alta, basta apenas explicares o que ele quer saber.

**Aluno O** – Quantos brigadeiros de cada tipo ele precisa para fazer 23 lembranças.

**Investigadora** – E tu na pergunta debaixo dizias que o número de lembranças é definido por que número?

**Aluno O** – Pelo número de brigadeiros brancos.

**Investigadora** – Então, eu posso ter para 3 convidados?

**Aluno O** – Para três convidados são 3 brigadeiros dos brancos.

**Investigadora** – E em relação aos negros lembraste?

**Aluno O** – Para cada um convidado, são dois. Então multiplicamos.

**Investigadora** – Então se tu souberes o total de lembranças, sabes o número de convidados ou não?

**Aluno O** – O total de lembranças, sim.

**Investigadora** – Então a pergunta refere quantos convidados?

**Aluno O** – Para 23.

**Investigadora** – Pronto. E tu continuas a achar que não dava para fazer este problema?

**Aluno O** – Bem, visto por este lado até acho que teria solução.

**Investigadora** – E como seria a solução?

**Aluno O** – Bem, então teria 23 brancos e multiplicaríamos os 23 por 2, para termos o número de brigadeiros negros.

Em suma, o fator que não permitiu que o aluno fosse eficaz nesta questão foi a má interpretação do enunciado e uma grande confusão que o aluno fez, em relação à análise da tarefa, que realizou corretamente para todas as restantes questões. Podemos afirmar isso, de acordo com as respostas bem-sucedidas que ele foi fornecendo nas restantes questões da tarefa e na explicação que apresenta na entrevista, pois tal como foi registado, o aluno consegue argumentar sobre o modo como são organizados os brigadeiros.

Analisando as restantes respostas, compreendemos que os alunos indicaram quantos brigadeiros seriam necessários para fazer 23 lembranças e, para obterem essa resposta realizaram algumas operações.

Em relação ao caso T, este foi bem-sucedido, uma vez que classificou corretamente o número de brigadeiros.

## Figura 21

### Resposta do aluno T à questão 5 da tarefa 1

5) Representa quantos brigadeiros de cada tipo a Joana precisaria ter para fazer 23 lembranças. Como pensaste?

branco  $\times 23 = 23$   
 negro  $2 \times 23 = 46$

$\begin{array}{r} 23 \\ \times 2 \\ \hline 46 \end{array}$

Para fazer 23 lembranças  
 ia para 23 brigadeiros de chocolate branco e  
 46 de brigadeiros de chocolate negro.

branco  $1 \times 23 = 23$  depois  $2 \times 23 = 46$

Quanto à exposição do raciocínio verificamos que este apenas descreve o que fez. Contudo, no momento da entrevista, o aluno foi capaz de explicar e justificar a sua resposta.

**Aluno T** – (lê a pergunta e a resposta)

**Investigadora** – Consegues explicar-me porque é que fizeste  $1 \times 23$ . O que é que te fez pensar nisso?

**Aluno T** – Eu primeiro fiz  $1 \times 23$  porque vai sempre acrescentando um a cada lembrança (de acordo com o esquema no verso da folha – ele vira e aponta), então ele pedia 23 lembranças, são 23 de chocolate branco. E depois, o de negro, como de cada vez vai acrescentando dois de negro é vezes dois, que dá 46.

De acordo com a tabela 8, nesta questão a aluna C surge a amarelo, por se ter enganado a determinar o resultado de um dos cálculos, o que a fez classificar mal o número de brigadeiros de chocolate negro. Para além disso, por distração, quando foi a dar a resposta escrita enganou-se a identificar os brigadeiros, apenas referindo brigadeiros brancos.

## Figura 22

Resposta da aluna C à questão 5 da tarefa 1

5) Representa quantos brigadeiros de cada tipo a Joana precisaria ter para fazer 23 lembranças. Como pensaste?

$1 \times 23 = 23$   
 $23 \times 2 = 66$

23 brancos e 66 brancos porque um número vezes  
23 e cada lembrança tem 1 branco e 2 negros

Apesar dessa situação e de acordo com a entrevista, compreendemos que a aluna C é capaz de justificar o seu raciocínio, uma vez que no seu discurso menciona palavras como “porque”.

**Investigadora** – Consegues-me explicar o que é que tu pensaste na cinco e o que pensaste na seis? Podes ler a pergunta e a resposta.

**Aluna C** – (lê a pergunta e a sua resposta) Eu pensei assim, se cada convidado tem um brigadeiro branco precisava de 23 brancos, porque  $1 \times 23 = 23$  e como um convidado tem dois brigadeiros negros, eu fiz isto (refere-se ao cálculo) e deu 63 e precisa de 66 brigadeiros negros.

Para finalizar esta tarefa, analisou-se a sexta questão, que demonstrou que todos os alunos, através da classificação, processo de raciocínio utilizado, foram capazes de determinar quantas lembranças a Joana conseguia fazer. Enquanto o aluno T e a aluna C realizaram cálculos, para identificarem o total de lembranças, o aluno O fez uma dedução lógica, orientando-se pela identificação do padrão, uma vez que já tinha compreendido anteriormente que cada lembrança tinha um brigadeiro de chocolate

branco e dois de chocolate negro. A nível escrito, o aluno O e a aluna C são capazes de justificar os seus raciocínios e, em relação ao aluno T este apenas descreve o que fez.

### Figura 23

Resposta do aluno T à questão 6 da tarefa 1

70 + 18 =

$$\begin{array}{r} 18 \\ + 18 \\ \hline 36 \end{array}$$

6) Uma vez que a Joana tem 18 brigadeiros de chocolate branco e 36 de chocolate negro, quantas lembranças consegue fazer? Explica como pensaste.

$18 : 1 = 18$  pensaste.  
 $36 : 2 = 18$

$$\begin{array}{r} 18 \overline{) 18} \\ \underline{18} \\ 00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 36 \overline{) 36} \\ \underline{36} \\ 00 \end{array}$$

Consegue fazer 18 lembranças.

Primeira fiz 18 depois fiz 36 : 2 = 18

### Figura 24

Resposta da aluna C à questão 6 da tarefa 1

6) Uma vez que a Joana tem 18 brigadeiros de chocolate branco e 36 de chocolate negro, quantas lembranças consegue fazer? Explica como pensaste.

$18 : 1 = 18$   
 $36 : 2 = 18$

Porque cada lembrança tem 1 branco e 2 negros.

### Figura 25

Resposta do aluno O à questão 6 da tarefa 1

6) Uma vez que a Joana tem 18 brigadeiros de chocolate branco e 36 de chocolate negro, quantas lembranças consegue fazer? Explica como pensaste.

Consegue fazer 18 lembranças porque o número de brigadeiros brancos é o que diz o número de lembranças.

No entanto, durante a entrevista torna-se visível que todos sabem justificar as suas respostas. No caso do aluno O ele orienta-se pelo quadro apresentado na tarefa, para demonstrar o seu raciocínio, explicando que se focou nos brigadeiros de chocolate branco e que compreendeu que o número desse tipo de bombons é sempre igual ao número de lembranças.

**Investigadora** – E qual é a tua resposta?

**Aluno O** – Conseguo fazer 18 lembranças, porque o número de brigadeiros brancos é o que diz o número de lembranças.

**Investigadora** – Explica então porque é que achas isso e como pensaste.

**Aluno O** – (Volta ao quadro da tarefa) Porque aqui, se reparar, aqui (aponta coluna um) um brigadeiro para um convidado. Não são dois nem três. Dois brigadeiros brancos, dois convidados. Três brigadeiros brancos, três convidados. Quatro brigadeiros brancos, quatro convidados. Encontrei que a regra dos brigadeiros é que os brigadeiros de chocolate branco é que ditam o número de lembranças.

Durante a entrevista da aluna C, esta explicou os motivos pelos quais procedeu às operações e, para além disso, procurou-se compreender se tinha consciência do erro realizado no cálculo, uma vez que afirmava que  $18 \div 1 = 1$ , o que não se verificou.

**Aluna C** – Como cada lembrança tem um branco divide 18 por 1 e dá um.

**Investigadora** – Então este um o que representa (sinalizando o divisor)?

**Aluna C** – O número de brigadeiros.

**Investigadora** – Este um, o resultado, representa o número de brigadeiros e divides o 18 por um. O que representa esse número?

**Aluna C** – Representa as vezes que o brigadeiro de chocolate branco está na lembrança.

**Investigadora** – Na lembrança para quem?

**Aluna C** – Para os convidados.

**Investigadora** – E neste caso, é para quantos convidados? Estás a dividir por um.

**Aluna C** – Para um.

**Investigadora** – Tudo bem e a segunda conta que fizeste? Ora explica lá.

**Aluna C** –  $36 \div 2 = 18$ , porque cada lembrança tem dois brigadeiros de chocolate negro e o 18 é o número de lembranças, o dois é o número que cada lembrança tem de chocolates negros e o 36 é os brigadeiros de chocolate negro.

Por último, o aluno T após ler a questão começa imediatamente a explicar e a justificar a sua resolução, através das operações inversas, pois ele compreendeu que ao longo das questões anteriores, sempre que o número de lembranças aumentava, acrescentavam-se brigadeiros. Como nesta questão ele já sabia o total de brigadeiros, apenas precisava determinar o número de lembranças. Para além disso, ainda explica porque divide por 2.

**Investigadora** – Muito bem. E na pergunta seis, lembras-te o que fizeste? Também podes ler, se quiseres.

**Aluno T** – Uma vez que a Joana tem 18 brigadeiros de chocolate branco e 36 de chocolate negro, quantas lembranças consegue fazer? Explica como pensaste. (leitura da questão) Conseguo fazer 18 lembranças. Primeiro eu fiz  $18 \div 1$ , porque cada vez vai acrescentando 1, então agora eu vou fazer a dividir, que deu 18. E depois eu fiz  $36 \div 2$ , porque os de chocolate negro vão acrescentando 2 e deu 18. Como são os dois 18 consegue fazer 18 lembranças.

**Síntese C.** Com esta primeira proposta compreende-se que a aluna esteve bem na resolução da maioria das questões. Apresentou diversos processos de raciocínio, tendo relacionado alguns deles. O mesmo ocorreu em relação às estratégias. Quanto à exposição dos seus raciocínios, a aluna evidencia mais facilidade na exposição oral,

comparativamente com a escrita, uma vez que em alguns momentos poderia ter aprofundado mais as suas respostas. No que diz respeito à resolução de tarefas, o caso C deve ter mais atenção e cuidado nos momentos em que responde por escrito, principalmente quando produz os cálculos. Apesar de já ter sido destacado anteriormente, o conceito de frações equivalentes ainda tem de ser mais trabalhado.

**Síntese O.** O aluno compreendeu a tarefa e foi capaz de resolver grande parte das questões, com exceção de duas. No caso da questão sobre frações equivalentes, a atividade foi aplicada precocemente, pois exigia um grau de conhecimento que os alunos ainda não dominavam. A dificuldade na questão 5 esteve relacionada com a interpretação. Em relação ao seu raciocínio, o aluno utiliza vários processos e estratégias. Contudo, não deixa de ser curioso que em alguns momentos os restantes casos seguiram a mesma linha de raciocínio, apresentando respostas similares e este destacava-se com uma análise ou estratégia diferente. Constata-se que está bastante habituado a explicar e justificar os seus raciocínios, conseguindo expor tanto no papel como de forma oral, produzindo um discurso bastante coerente e com seguimento, tendo justificado o porquê de ser da opinião que não era possível resolver a quinta questão.

**Síntese T.** A nível da resolução das questões foi o aluno mais bem-sucedido, tendo apenas apresentado dificuldades na questão sobre frações equivalentes. Contudo, apesar de ter apagado, ficou evidente que ainda tentou visualizar a existência de frações equivalentes. Para além dessa estratégia, também recorre bastante a outras, destacando-se as operações, que derivam de diferentes tipos de processo de raciocínios. Apesar disso, dos três casos foi o que demonstrou mais dificuldades em relação à exposição do seu raciocínio, principalmente, no que diz respeito à parte escrita, visto que, nos momentos de entrevista era capaz de falar sobre as suas resoluções e aprofundá-las, justificando o seu raciocínio. Para além disso foi o mais contido, respondendo apenas ao que lhe era perguntado e de forma muito sucinta.

### **Tarefa n.º 2**

Uma vez que a turma tinha evidenciado bastantes dificuldades na tarefa anterior, em relação à questão das frações equivalentes e, como nessa semana, um dos objetivos seria o de efetuar revisões para a ficha de avaliação, decidiu-se começar a semana com a implementação desta tarefa, relativa às frações equivalentes.

Esta proposta esteve dividida em dois grandes momentos. O primeiro foi a realização da tarefa escrita. À medida que os alunos iam concluindo foi-se introduzindo o segundo momento. Deste modo, entregou-se aleatoriamente um cartão a cada aluno e pretendia-se que os alunos, de forma individual, os analisassem e registassem o máximo de informações, sobre a fração representada. No final, realizou-se uma discussão em grande grupo, onde todos os alunos tiveram oportunidade de, à vez, irem

ao quadro falar sobre o seu cartão e correspondê-lo, consoante a sua equivalência, a uma das frações afixadas no quadro. De salientar que, como a tarefa escrita apenas solicitava as ligações, no primeiro momento não estará presente nenhum tipo de exposição de raciocínio.

**Primeiro momento.** A próxima tabela apresenta as respostas dos alunos caso, sobre as diferentes representações.

**Tabela 9**

*Nível de correção das respostas à tarefa escrita 2*

Representações		Aluna C	Aluno O	Aluno T
$\frac{15}{30} - \frac{9}{30}$	Operação	Verde	Verde	Amarelo
$\frac{6}{9}$	Estrelas	Verde	Verde	Verde
$\frac{5}{10}$	Reta	Verde	Verde	Verde
$\frac{2}{15} + \frac{1}{15}$	Operação	Verde	Vermelho	Amarelo
$\frac{2}{6}$	Retângulo	Verde	Verde	Verde
$\frac{2}{10}$	Reta	Verde	Verde	Verde
$\frac{12}{16}$	Emojis	Amarelo	Verde	Verde
$\frac{4}{6}$	Círculo	Verde	Verde	Verde
$\frac{6}{20} - \frac{2}{20}$	Operação	Verde	Verde	Amarelo
$\frac{4}{8}$	Retângulo	Verde	Verde	Verde
$\frac{10}{15} + \frac{5}{15}$	Operação	Vermelho	Verde	Amarelo
$\frac{8}{12}$	Círculo	Vermelho	Verde	Verde
$\frac{5}{15}$	Retângulo	Vermelho	Verde	Verde
$\frac{9}{12}$	Reta	Vermelho	Verde	Verde

**Legenda:**

Verde – ligação correta  
 Amarelo – sem ligação  
 Vermelho – ligação errada

Depois de se observar quais as ligações, das representações às frações, que não foram corretas e as representações que não tiveram relação, procurou-se compreender o que esteve em causa, tanto para as relações corretas, como para as incorretas.

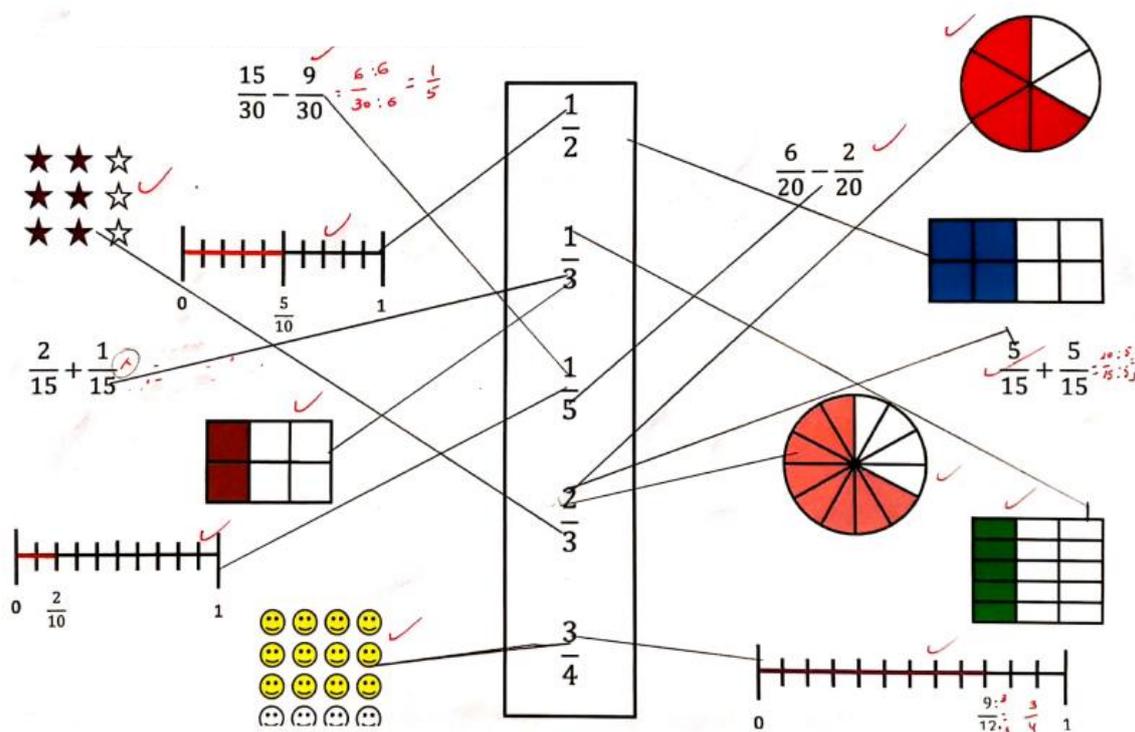
Começando pelo primeiro caso, o aluno O é possível constatar que apresentou uma tarefa muito boa, pois só não relacionou bem uma das representações, que no caso era uma adição,  $\frac{2}{15} + \frac{1}{15}$ . A causa deste erro pode ter surgido por uma distração/confusão, pois o numerador resultante da operação era igual ao denominador da fração a que correspondeu.

Analisando a sua tarefa, tornou-se complicado compreender que processos e estratégias utilizou, uma vez que não evidenciou qualquer registo, para além dos traços de ligação. Apesar disso, compreende-se que o aluno detetou semelhanças entre as representações e frações, classificando-as corretamente, com exceção de uma, que já

foi mencionada anteriormente. No final da tarefa, o aluno recorreu ao PC para verificar as suas respostas e, é de notar que o professor teve cuidado de lhe apresentar e analisar um processo de resolução, que consiste na divisão da fração por um número que seja divisor, tanto do numerador, como do denominador, como se mostra na figura 26.

**Figura 26**

*Resposta do aluno O à tarefa 2*



Em relação ao caso seguinte, aluna C, verifica-se que relacionou corretamente nove das 14 representações, sendo que uma delas deixou sem ligação, sendo ela a  $\frac{12}{16}$ , representada pelos emojis. Ao contrário do caso anterior, esta aluna apresentou processos e estratégias, que explicam a razão das suas ligações, ficando evidente o processo de generalização, pois adequou o seu modelo para todas as representações. Assim, a aluna começava sempre por procurar semelhanças, classificando-as. Para isso, recorria a uma excelente estratégia, o desenho, visto dividir as figuras em partes iguais, verificando quantas ficam pintadas, em relação ao total e identificação de um padrão: a aluna C tomava a parte pintada como motivo mínimo e via quantas vezes o podia repetir na sua figura.

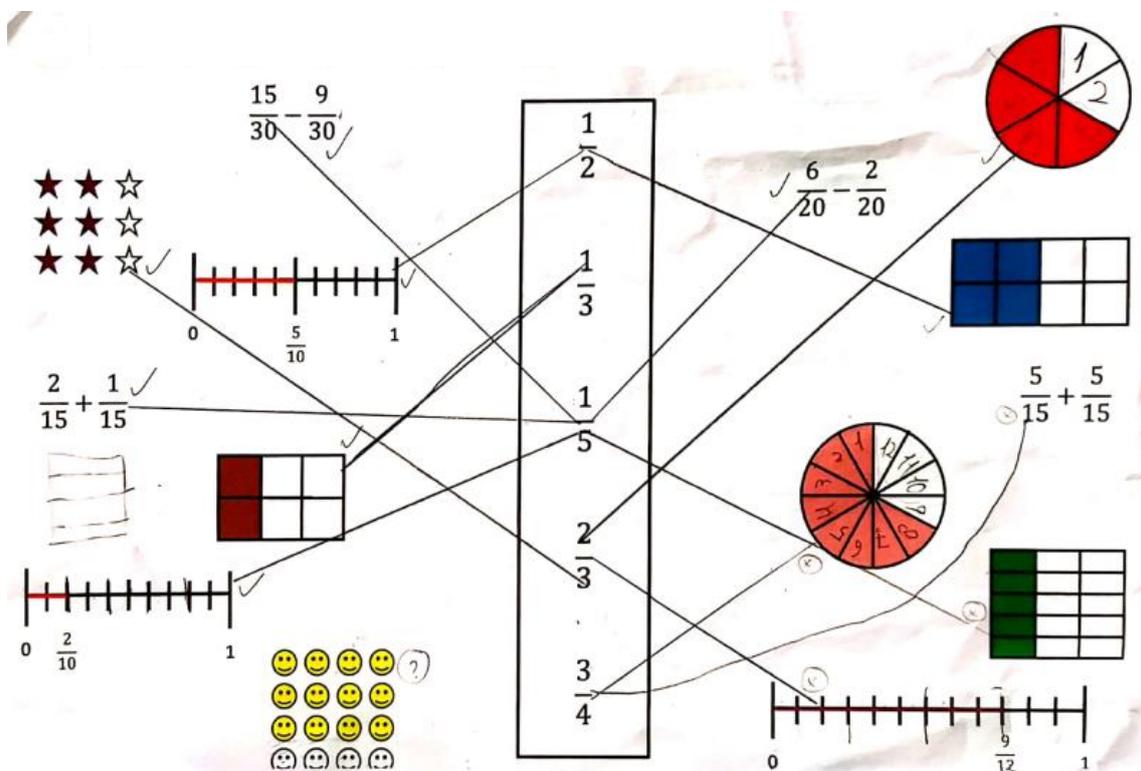
Estas estratégias ficaram evidentes nas representações na reta numérica, mais especificamente, nas frações  $\frac{2}{10}$  e  $\frac{9}{12}$ , bem como nas duas representações circulares,  $\frac{4}{6}$  e  $\frac{8}{12}$ , onde começou por contabilizar as diferentes partes/fatias e depois tentou dividi-las, com traços. Para além disso, é importante reforçar que, quanto às primeiras três

operações,  $\frac{15}{30} - \frac{9}{30}$ ,  $\frac{2}{15} + \frac{1}{15}$  e  $\frac{6}{20} - \frac{2}{20}$  a aluna apresentou o seu processo e estratégias no verso da folha (figura 28). Assim, começava sempre por resolver a operação em causa e, só depois de determinar a fração resultante, é que criava um esquema, por norma, retângulos divididos de acordo com o denominador. De seguida, pintava o segundo o algarismo do numerador e, no final, voltava a dividir o esquema.

Quanto aos seus erros é evidente que houve alguma pressa e distração. Isso ficou evidente na operação que ligou de forma errada,  $\frac{10}{15} + \frac{5}{15}$ , pois ao contrário das restantes, não foi desenvolvido nenhum registo auxiliar. Para além disso, a aluna começa a tarefa com um bom desempenho e só nas últimas representações, da direita, é que começou a falhar. Apesar desses elementos, constata-se que tem dificuldades em verificar as representações equivalentes a  $\frac{3}{4}$ , porque não respondeu a uma delas,  $\frac{12}{16}$ , e não evidenciou nenhum tipo de estratégia e, no caso da segunda, a reta numérica  $\frac{9}{12}$ , a aluna realiza a sua estratégia, dividindo o segmento de reta em quatro partes, o que torna visível que três das quatro estão pintadas (figura 27) mas, isso não foi suficiente, visto ter acabado por relacionar com a fração  $\frac{2}{3}$ .

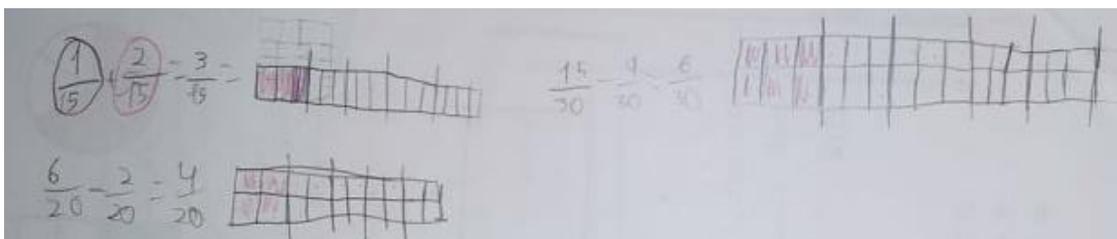
**Figura 27**

*Resposta da aluna C à tarefa 2*



**Figura 28**

*Estratégias da aluna C sobre as operações da tarefa 2*

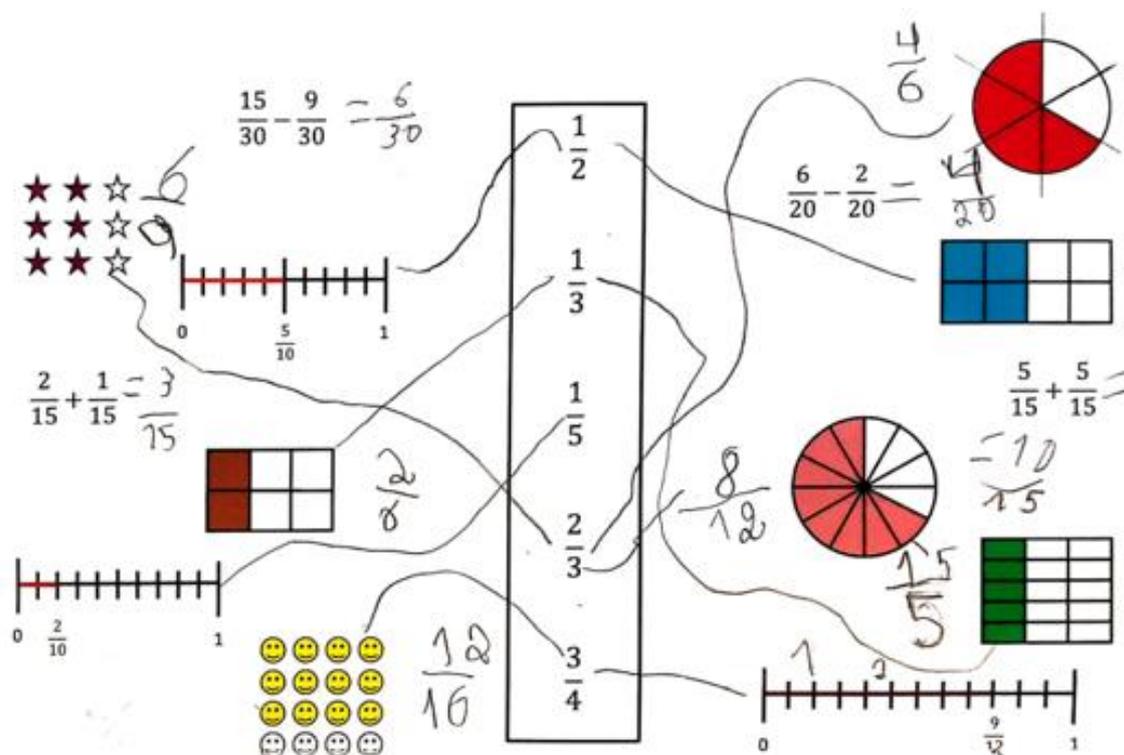


No caso do aluno T podemos afirmar que todas as ligações que resolveu foram bem-sucedidas. Contudo, como já foi evidenciado na tabela 9 sobre as respostas dos alunos, este caso deixou quatro representações sem ligação e deve-se salientar que todas elas eram operações. Em suma, foi capaz de encontrar semelhanças entre as duas partes, acabando por classificar as representações, de acordo com as frações. À imagem do caso anterior, este aluno também evidencia processos e estratégias de raciocínio. Antes de ser capaz de classificar, o aluno recorreu a um outro processo, a generalização, visto ter adaptado a mesma estratégia, a todas as situações. Relativamente à estratégia, o aluno visualiza a figura e opta por indicar em fração quantas partes do total de cada representação estão pintadas, relacionando-as a seguir. De salientar que a representação circular  $\frac{4}{6}$ , pode induzir em erro, uma vez que evidencia uns traços mais salientes. Contudo, a existência desses traços não se deve a nenhuma estratégia, mas sim ao problema de visão do aluno, daltonismo, que tem dificuldade em distinguir as cores. Por esse motivo, a investigadora realizou-os.

O mais curioso é que no caso das operações,  $\frac{15}{30} - \frac{9}{30}$ ,  $\frac{2}{15} + \frac{1}{15}$ ,  $\frac{6}{20} - \frac{2}{20}$  e  $\frac{10}{15} + \frac{5}{15}$ , o aluno calcula os resultados, representando em fração, mas acaba por não os ligar. Em causa podem estar duas razões. Por um lado, não reconheceu as equivalências entre os resultados das operações e as frações da caixa ou, interpretou mal a tarefa e percebeu que, em relação às operações, apenas tinha de as resolver.

**Figura 29**

Resposta do aluno T à tarefa 2



**Segundo momento.** Com base na análise do momento anterior ficou evidente a utilização de diferentes estratégias, por parte dos alunos. Enquanto a aluna C precisa de visualizar a representação da fração para determinar as equivalências, o aluno T opta por indicar em fração o que vê representado. Este fator pode ser associado às suas estratégias, pois no caderno e na discussão sobre a tarefa em grande grupo, ficou evidente que a aluna C utilizava esta forma de raciocinar, uma vez que quando apresenta a sua estratégia convence o grupo. Em suma, a aluna pegou no motivo mínimo, seis quadrados pintados, e verificou quantas vezes esse motivo podia ser repetido. Desta forma, constatou que o motivo cabe 5 vezes no retângulo e, por isso, conclui que a região pintada representa  $\frac{1}{5}$ .

**Investigadora** – A aluna C acha que  $\frac{6}{30}$  equivale a  $\frac{1}{5}$ . Porquê?

**Aluna C** – Posso desenhar?

**Investigadora** – Podes.

**Aluna C** – (Desenha um retângulo com 2 linhas e 15 colunas e pintou 6 retângulos).

**Aluna C** – Agora divide-se, faço mais um traço (um traço maior a salientar o retângulo que foi todo pintado) e faço mais partes.

**Investigadora** – Usa esta cor (vermelha), para se distinguir.

**Aluna C** – Uma, duas, três, quatro e cinco. E está pintada uma parte de cinco.

Na figura 30 é possível ver as cinco partes iguais em que o retângulo está dividido, estando pintada uma parte, mostrando assim a equivalência entre  $\frac{6}{30}$  e  $\frac{1}{5}$ . Para além

disso, deve-se salientar o uso incorreto do equivalente, que deve ter sido distração, pois nas operações realizadas no verso da folha nunca utilizou, aplicando sempre o sinal de igualdade (=).

### Figura 30

Registo do caderno da aluna C

No entanto, em dois momentos distintos, o caso T explicou que recorreu à divisão do numerador e do denominador, por um divisor de ambos.

O primeiro momento ocorreu durante a discussão sobre o cartão do aluno A. Neste sentido, o aluno A começou por apresentar o seu cartão, indicando que lhe tinha sido atribuída a operação  $\frac{6}{20} - \frac{2}{20}$ . Depois disso, explicou o seu processo, igual ao da aluna C, o que significa que, depois de determinar o resultado da subtração, representou um retângulo dividido em 20 partes e pintou quatro. De seguida, determinou em quantos grupos podia dividir o retângulo. Uma vez que, no final da explicação, vários alunos permaneceram com dificuldades e sem compreenderem o processo/estratégia do aluno A, a investigadora voltou a explicar. Em resposta à nova explicação, o aluno G disse ter pensado de outra forma, afirmando “Pensei o número de vezes que 4 dava 20.” (aluno G). Em resposta a este comentário, o aluno T acrescentou a seguinte frase: “Eu tenho outra forma, fiz os 20 a dividir por 4.” (aluno T).

Por sua vez, o segundo momento aconteceu no quadro, durante a discussão sobre o seu cartão, onde o aluno explicou o que registou no caderno. Com base na sua intervenção ficou evidente a destreza do aluno neste tipo de propostas, visto ter sido capaz de apresentar dois processos de resolução distintos, convencendo os ouvintes.

**Investigadora** – E porque é que  $\frac{4}{8}$  é equivalente a  $\frac{1}{2}$ ?

**Aluno T** – Eu pensei  $\frac{4}{8}$  e dividi o denominador e o numerador por dois (representou).

**Investigadora** – O aluno T fez pela divisão.

**Aluno T** – E deu dois (o numerador) e este aqui deu quatro (denominador).

**Investigadora** – Muito bem.

**Aluno T** – Só que continuei a dividir até dar  $\frac{1}{2}$ .

**Investigadora** – Muito bem. O aluno T viu até onde conseguia dividir. Dividir o máximo.

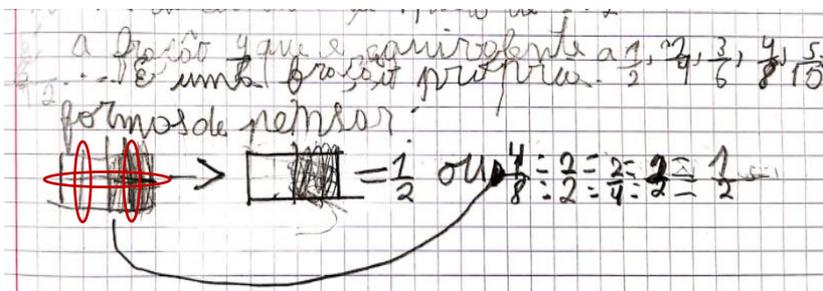
**Aluno T** – E eu posso fazer, também de outra forma (explicou no cartão). Eu apaguei este risco, este risco e este risco .

**Investigadora** – Ah, muito bem. Então deixaste só este, aqui do meio.

O que o aluno T explicou pode ver-se na figura 31, quando do primeiro esquema para o segundo apagou os riscos assinalados.

**Figura 31**

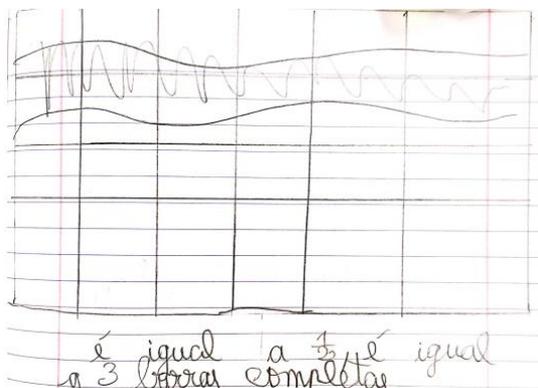
*Registo do caderno do aluno T*



Quanto ao aluno O, conseguimos compreender melhor o seu raciocínio, percebendo que à semelhança do caso C, este aluno reconhece as equivalências entre as frações através da visualização. Assim sendo, o aluno através da dedução lógica e do auxílio de desenhos identifica as equivalências. Talvez, por este motivo, na tarefa não são evidenciados registos de apoio, que permitam compreender o seu raciocínio, pois o aluno já estava perante a maioria das representações, apesar de isso não acontecer com as operações.

**Figura 32**

*Registo do caderno do aluno O*



No momento oral, o aluno O apresentou alguma dificuldade em reconhecer o que estava representado no cartão que recebeu, uma vez que apenas dizia que o cartão representava  $\frac{1}{2}$  não mencionando  $\frac{12}{24}$ . Quando falou sobre como pensou na equivalência do seu cartão, o aluno não foi capaz de descrever o seu raciocínio, exposto no caderno, ou seja, dizer que representou a figura e pintou a sua metade. No entanto, na sua última fala, explicou duas adições, que representavam a adição  $12 + 12$ . Deste modo, percebe-se que o aluno reconhece que 24 é o dobro de 12, logo 12 é metade de 24.

**Investigadora** – O aluno O diz que a fração que tem equivale a  $\frac{1}{2}$ . Porquê? Mas primeiro, que fração está aqui representada?

**Aluno O** – É  $\frac{1}{2}$ .

**Investigadora** – Mas a fração que está. A figura está dividida em quantas partes?

**Aluno O** – Está dividida em 24.

**Investigadora** – E quantas estão pintadas?

**Aluno O** – 12.

**Investigadora** – Então, diz-me isso em forma de fração.

**Aluno O** –  $\frac{1}{2}$ .

**Investigadora** – Não, tu dizes-me que tens aqui  $\frac{12}{24}$  (escrevi no quadro a fração). Como é que se lê isto?

**Aluno O** – Doze vinte e quatro avos.

**Investigadora** – Exatamente. E o aluno O diz que  $\frac{1}{2}$  é equivalente a  $\frac{12}{24}$ . Porquê? Como é que pensaste?

**Aluno O** – Eu pensei que  $2 + 2 = 4$  e  $1 + 1 = 2$ .

**Síntese C.** A aluna foi capaz de classificar as frações, generalizar o seu processo, para identificar as equivalências entre frações. A sua estratégia foca-se bastante na visualização, o que deriva dos desenhos e da identificação de um padrão. De salientar também a boa resolução de cálculos com frações, algo comum a todos os casos. Apesar da tarefa não evidenciar grande momentos de exposição, a aluna foi capaz de convencer os outros com as suas explicações. Ficou evidente que a aluna compreende o conceito de fração e de fração equivalente. Contudo, ainda apresenta algumas dificuldades, sendo que a maior foi o reconhecimento de frações equivalentes a  $\frac{3}{4}$ . Para além disso, deve pensar bem e resolver com calma.

**Síntese O.** Foi o caso que ofereceu menos dados, talvez por ter realizado deduções lógicas. Contudo, o seu desempenho evidencia que o aluno sabe classificar as representações de acordo com as suas equivalências. Assim, compreende-se que adquiriu conhecimento e sabe o que está a fazer, mas teve dificuldades na exposição do seu raciocínio, tanto por escrito como oralmente.

**Síntese T.** O aluno revelou muita facilidade em representar sobre a forma de fração, o que visualiza. Durante a realização da tarefa foi capaz de apresentar mais do que uma estratégia, através das operações ou, pela criação de desenhos, generalizando-a nos diferentes tipos de representação. Neste caso, a curiosidade focou-se na falta de ligação das operações às frações, uma vez que as adições e subtrações foram bem resolvidas. Apesar de apresentar ideias muito interessantes, no momento da oralidade não conseguiu justificar as suas estratégias, apenas convencendo os colegas.

### Tarefa n.º 3

À semelhança da tarefa anterior, esta também surgiu devido às dificuldades identificadas na primeira tarefa. Assim, o foco desta tarefa é aprofundar o conceito de equivalência.

Uma vez que a proposta estava dividida em duas partes, os alunos começaram por receber apenas a primeira parte, que consistia na divisão de quadrados em quatro partes iguais. De salientar que, os alunos sabiam que todas as partes deviam ser iguais, contudo, não o conseguiram representar dessa forma, uma vez que ainda não desenvolveram totalmente o seu rigor na divisão das figuras, destreza que vão adquirir com tempo. Por este motivo, o rigor na divisão não foi um dos parâmetros analisados. À medida que iam concluindo, fomos retirando essa parte e entregando a segunda parte, para que os alunos não alterassem as suas respostas.

A tabela abaixo resume a correção com que os alunos responderam a cada uma das partes.

**Tabela 10**

*Nível de correção das respostas à tarefa 3*

Partes	Aluna C	Aluno O	Aluno T
1	Verde	Verde	Verde
2	Verde	Vermelho	Vermelho

**Legenda:**

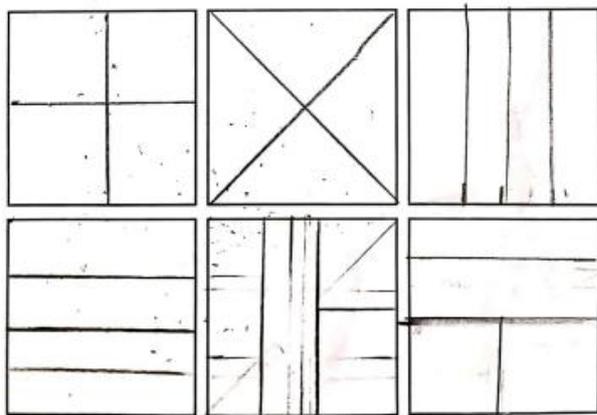
Verde – respostas corretas

Vermelho – respostas erradas

De acordo com a tabela 10, torna-se evidente que todos os alunos foram capazes de representar algumas divisões dos bolos do Sr. João. Neste sentido, as figuras seguintes evidenciam a resolução dos alunos nesta primeira parte.

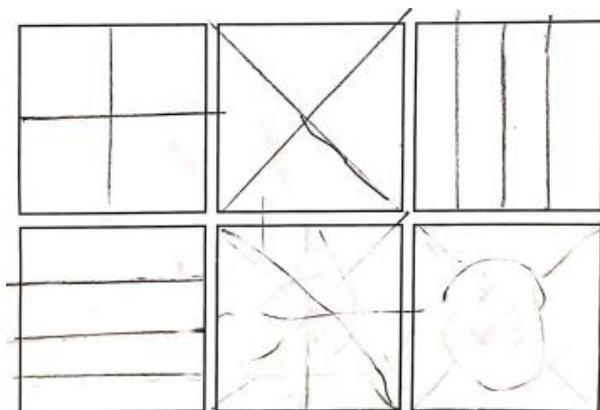
**Figura 33**

*Resposta da aluna C à primeira parte, da tarefa 3*



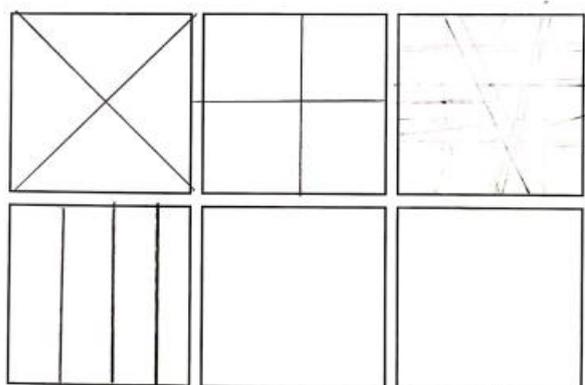
**Figura 34**

*Resposta do aluno T à primeira parte da tarefa 3*



**Figura 35**

*Resposta do aluno O à primeira parte da tarefa 3*



**Nota:** as figuras apresentam alguns traços que não foram possíveis apagar melhor, devido à força com que os alunos usaram o lápis.

É importante referir que o caso C ocupou os seis quadrados apresentados, o caso T preencheu quatro e o caso O apresentou três possibilidades.

Quando analisamos as possibilidades que os alunos realizaram constatamos que, apenas o aluno O apresentou propostas que são todas diferentes. Os alunos T e C reproduziram a mesma divisão do quadrado, alterando apenas o ângulo por onde observam a folha. No caso do aluno T apenas fez isso com um modelo de divisão e a aluna C fez isso com dois modelos de divisão.

Também se deve frisar que a situação repetida pelo aluno T é uma das representações repetidas, por parte da aluna C. Assim, verificamos que um dos quadrados foi dividido com linhas verticais e o outro quadrado com linhas horizontais. A outra divisão do quadrado, que o caso C reproduziu duas vezes trata-se de um quadrado dividido ao meio e, numa parte dividiu na horizontal e a outra parte dividiu na vertical.

Em síntese, com esta proposta, os alunos conseguiram descobrir várias divisões, através da criação de uma lista organizada, onde ficaram evidentes diferentes processos, para se dividir o quadrado. No final, esse trabalho permitiu que os alunos tivessem oportunidade de comparar as diferenças entre os diferentes modelos. Comparando o aluno O, com o aluno T verificou-se que o primeiro caso esteve melhor, uma vez que as representações são as mesmas, mas o aluno T acrescenta uma repetida, só que vista por outro ângulo. Em relação ao caso C, apesar de repetir duas divisões, dos três casos, foi a única que apresentou uma divisão diferente dos restantes casos que, por acaso, coincide com a divisão presente na segunda parte da tarefa.

Assim, com base na primeira tarefa já se depreende que a aluna C compreenderia a segunda parte e seria eficiente na resolução, uma vez que já considerava a divisão do quadrado em análise, como possível. Verificando a sua tarefa comprova-se que a aluna altera a figura e depois justifica, descrevendo o que desenhou, na figura da tarefa. Para além disso, a entrevista vem corroborar a sua justificação ficando evidente que tem consciência do que significam figuras equivalentes.

**Figura 36**

*Resposta da aluna C à segunda parte da tarefa 3*


Na tua opinião, quem tem razão: o Sr. João ou a sua mulher?

Explica como pensaste.

*da minha opinião a sua mulher é que tem razão porque se prolongar a parte do meio e tirarmos o que divide as duas fatias compridas tinhamos quatro fatias iguais*

**Investigadora** – O Sr. João achou que não podia vender e a mulher dizia que podia vender porque as fatias ...

**Aluna C** – Eram iguais.

**Investigadora** – Eram iguais? Visivelmente?

**Aluna C** – Visivelmente não, mas se nós dividíssemos de outra forma eram iguais.

**Investigadora** – Qual é a palavrinha correta, que está no enunciado e explica isso?

**Aluna C** – São equivalentes. Eu pensei nos dois quadrados primeiro e eu notei nas duas fatias ao lado e também dividi assim, na vertical e notei que tinha as mesmas fatias. Depois, com este traço, na segunda parte eu dividi a meio ...

**Investigadora** – Na horizontal.

**Aluna C** – Na horizontal, como estava na primeira e notei que todas as fatias eram iguais, equivalentes.

**Investigadora** – Portanto elas não tinham a mesma forma, mas tinham todas a mesma quantidade, é isso?

**Aluna C** – Sim

Com base nesta análise, surgem as seguintes questões. O que estará na base do resultado sempre correto da aluna C? Será o facto como observou as representações na tarefa 2?

Depois de analisar todos os registos da aluna essa é uma hipótese que se deve ter em conta e que pode ter ocorrido pelo processo utilizado desde o início, uma vez que sempre se orientou pela visualização, ao contrário dos restantes casos. Assim sendo, teve oportunidade de aprofundar e desenvolver mais a visualização de representações, o que parece que a fez dominar mais depressa o conceito de equivalência.

Relativamente ao caso O, o aluno errou por tentar resolver a tarefa com conceitos que ainda não conhece/domina, isto é, operações referentes à área e ao perímetro. Para além disso, o aluno focou-se muito em aspetos que não são mencionados, ou seja, a opinião dos clientes, a injustiça de por um bolo daqueles à venda e no modo, como o Sr. João lhes iria provar a equivalência. Apesar de responder de forma errada, o aluno justifica a sua resposta, apresentando os cálculos que realizou e uma explicação escrita.

Estes dados também são verificados no momento da entrevista. Porém, no decorrer da entrevista, também se compreende que o aluno tem consciência sobre o que são figuras equivalentes, uma vez que apresenta a sua definição. De seguida, surgem algumas evidências da entrevista, que comprovam estas informações:

**Investigadora** – Então, tu dizes que a figura está dividida em quatro partes. Dois quadrados e dois retângulos.

**Aluno O** – Sim.

**Investigadora** – E os dois quadrados juntos equivalem a que parte da figura?

**Aluno O** – Os dois quadrados juntos? Metade.

**Investigadora** – E os dois retângulos juntos?

**Aluno O** – Metade também.

**Investigadora** – E as fatias são equivalentes ou não? Antes disso, o que é que significa serem equivalentes?

**Aluno O** – Bem, equivalentes é mesmo que não tenham a mesma forma, matematicamente são iguais, mas com formas diferentes.

(...)

**Investigadora** – Eu quero que me expliques pelo lado em que tu viste.

**Aluno O** – Bem, eu vi que isto era uma injustiça porque se os clientes andavam sempre a comprar fatias iguais. Mas mesmo que o Sr. João diga, isto até são coisas iguais, os clientes não sabem e não vão andar ali com uma fita métrica no bolo a medir.

**Investigadora** – Claro, mas isto aqui não se trata da opinião dos clientes. Nesta questão nós queremos saber antes de chegar aos clientes. Nós queremos saber se ele pode por à venda ou não. Ele depois explica o porquê de o bolo estar à venda, certo? Mas a questão é que ele está na dúvida se pode ou não. Se tu fosses o Sr. João tu podias por ou não à venda?

**Aluno O** – Não.

**Investigadora** – Porquê?

**Aluno O** – Porque ninguém sabe. Eu não posso estar ali a medir o bolo para ver se as fatias são iguais e se têm uma área igual.

**Investigadora** – Mas aqui tu também vais ter de fazer a divisão de um bolo (parte I). Nestas propostas tu demonstraste como poderias dividir o bolo. Ele aqui também vai dividir o bolo, agora esta fatia, um dos retângulos, não representa um dos quadrados?

**Aluno O** – Não, representa mais.

**Investigadora** – Porquê?

**Aluno O** – Pode-se ver isso pelas minhas contas, que está aqui no topo da página.

(...)

**Aluno O** – Mas eu decidi somar para ver a área e depois poder compará-la com a do outro quadrado.

Em suma, o caso O conhece a definição do conceito de equivalentes, mas não a compreende e por isso não a soube adaptar a este problema, em parte por se ter focado em aspetos que não eram necessários. Isso pode ter ocorrido por uma análise rápida do enunciado e uma interpretação errada. Além disso, dificultou o seu trabalho tentando resolver com conceitos não adquiridos, como é possível observar na figura seguinte:

**Figura 37**

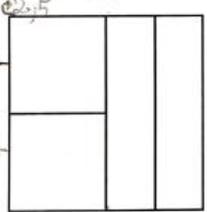
*Resposta do aluno O à segunda parte da tarefa 3*

$2,5 + 2,5 + 2,5 + 2,5 = 10$   
8

PARTE II

2) Certo dia, o Sr. João ficou muito aborrecido. Enganou-se a dividir um bolo em quatro fatias iguais. Era de opinião de que já não podia vender. A mulher do Sr. João disse-lhe:

- Não há problema! Pode vender o bolo. Está dividido em quatro fatias equivalentes, apenas não têm a mesma forma.



Na tua opinião, quem tem razão: o Sr. João ou a sua mulher?

Explica como pensaste.

*ela minha opi-  
nião e sendo  
joão tem razão,  
porque as fatias  
não têm o mesmo tamanho  
(quadradas 10 centímetros, retangulares  
10 centímetros) e mesmo que  
tivessem não se podia vender  
aos clientes.*

Por último, o aluno T apenas afirmou que não seria possível, uma vez que nessa situação uns comeriam mais do que os outros.

**Figura 38**

*Resposta do aluno T à segunda parte da tarefa 3*

Explica como pensaste.

*O Sr. João.*  
*Porque assim*  
*uns comem mais*  
*que os outros.*

No entanto, através da entrevista, compreendeu-se melhor o modo como raciocinou e constata-se que o aluno não percebeu em que consiste o conceito de figuras equivalentes. Quando é questionado sobre o que significa dizer que temos quatro fatias equivalentes, ele afirma que são quatro fatias iguais. O avançar da entrevista focou-se neste aspeto, colocando várias questões, sendo que uma delas questionava o caso sobre a existência de alguma fatia equivalente a outra. Nesse momento, o aluno identificou que as fatias quadradas eram equivalentes uma à outra e o mesmo sucedia-se com as fatias retangulares. Em suma, o aluno explicou o seu raciocínio, quanto a equivalências e demonstrou que não adquiriu corretamente o conceito, apesar de se expressar de forma clara.

**Investigadora** – Já agora, o que é que significa dizer quatro fatias equivalentes?

**Aluno T** – São quatro fatias iguais.

**Investigadora** – São iguais? Têm de estar visivelmente iguais ou podem ter outras formas e representam o mesmo?

**Aluno T** – Têm de estar exatamente iguais.

(...)

**Investigadora** – Então tu achas que as fatias não representam o mesmo, porque para serem equivalentes têm de ter a mesma forma.

**Aluno T** – Sim.

**Investigadora** – Mas existe aí alguma fatia que seja equivalente a outra?

**Aluno T** – Sim. Uma fatia é equivalente a outra e as outras duas são equivalentes umas às outras (apontou)

**Investigadora** – Quais?

**Aluno T** – A primeira fatia, o primeiro quadradinho é equivalente ao outro quadradinho.

**Investigadora** – E quais são as outras duas fatias?

**Aluno T** – São retângulos.

**Investigadora** – E são equivalentes ou não?

**Aluno T** – São.

**Investigadora** – E o retângulo não é equivalente ao quadrado.

**Aluno T** – Exatamente.

**Investigadora** – Não é?

**Aluno T** – Não.

**Síntese C.** A aluna foi eficaz na resolução das tarefas, evidenciando apenas algumas dificuldades nas visualizações das representações do quadrado. Quanto aos seus processos, foi clara e precisa, explicando e justificando corretamente os seus raciocínios. Para além disso, à imagem da tarefa anterior, comprovou-se que a aluna recorreu a uma lista organizada para determinar diferentes representações.

**Síntese O.** O aluno apresentou menos representações, mas foi o único que não repetiu divisões. Apesar de não ter sido eficaz na segunda parte, essa falha não se deveu ao facto de não saber o que são figuras equivalentes, uma vez que o aluno conhece a sua definição, mas não a soube aplicar na questão. Para além disso, também procurou responder à proposta com conhecimentos que não domina. No entanto, defendeu-os, tentando justificá-los. Em relação à explicação, até ao momento, esta foi a proposta em

que o aluno apresentou mais dificuldades, pela falta de conhecimento sobre a sua estratégia, cálculos.

**Síntese T.** O aluno foi o que manifestou mais dificuldades. No primeiro momento, começou por apresentar algumas representações, evidenciando uma delas por dois pontos de visualização. Quanto à segunda parte, ficou visível que o aluno não domina o conceito de equivalências. Para além disso, a nível da mensagem escrita, o aluno foi muito breve, criando uma afirmação com sentido, mas sem explicar a razão, que está na origem dessa opinião.

#### **Tarefa n.º 4**

Esta tarefa surgiu na sequência da aprendizagem referentes a resolução de problemas sobre adição e subtração de números decimais. A proposta, composta por dois problemas, cada um com algumas alíneas, num primeiro momento procura introduzir o tema e retirar dados sobre o modo como os alunos compreenderam o que são números decimais. O segundo problema, mais extenso, pretende que os alunos apliquem as adições e subtrações que aprenderam. Neste seguimento, a seguinte tabela demonstra como os alunos responderam às questões.

**Tabela 11**

*Nível de correção das respostas à tarefa 4*

Respostas	Aluna C	Aluno O	Aluno T
1.1	Verde	Verde	Amarelo
1.2	Verde	Verde	Verde
2.1	Verde	Vermelho	Verde
2.2	Verde	Verde	Verde
2.3	Verde	Verde	Verde
2.4	Verde	Verde	Verde
2.5	Vermelho	Verde	Vermelho
2.6	Verde	Verde	Verde
2.7	Verde	Verde	Verde

**Legenda:**

Verde – respostas corretas

Amarelo – respostas incompletas

Vermelho – respostas erradas

O primeiro problema, composto por duas questões, focava-se na comparação entre duas unidades e vinte décimas. Observando as respostas do caso O verificamos que apenas respondeu à primeira questão, mas ele explica o porquê no início da entrevista, tendo respondido à questão nesse momento. Comprovamos que o seu raciocínio foi oriundo de uma dedução lógica, tendo em conta que em duas entrevistas, uma durante a realização da tarefa e uma segunda, que surgiu quando esta foi concluída, o aluno foi capaz de sintetizar a relação entre os números, explicando passo a passo. Ao longo da entrevista ficou evidente que o aluno estava bastante seguro do seu raciocínio, sendo capaz de apresentar mais do que uma estratégia de resolução. No

primeiro momento, o aluno confundiu-se um pouco nos conceitos, podendo estar a fazer alguma confusão, visto afirmar que  $\frac{20}{20} = 2$ , o que não é verdade. Assim, a sua afirmação só seria correta se o aluno afirmasse que  $\frac{10}{10} + \frac{10}{10} = 2$ . A segunda estratégia consistia em desenhos, visto ter sido questionado se recorreria a algum recurso. No entanto, De acordo com os seguintes excertos de entrevista, as explicações foram justificadas e apresentadas de forma bastante clara, consistente e organizada.

Parte I – Durante a resolução

**Investigadora** – Explica-me como é que tu pensaste esta primeira pergunta por favor.

**Aluno O** – Então, eu acho que o Vasco tem razão, porque se dez vezes um décimo é uma unidade, se eu multiplicar dez sobre dez por dois, vou ter vinte sobre vinte e, vinte sobre vinte é igual a duas unidades completas.

**Investigadora** – E agora na questão 1.2) se eu fosse o irmão do Vasco e tu o Vasco, como é que me explicavas?

**Aluno O** – Eu dizia, imagina um quadrado grande dividido em dez partes iguais, cada uma dessas partes é uma décima da unidade. E dez décimas é igual a uma unidade.

Parte II – Após a entrevista

**Investigadora** – Então, na 1.1) tu achavas que o Vasco tinha razão.

**Aluno O** – E continuo a achar que ele tem razão.

**Investigadora** – E estás certo. E como é que tu explicavas?

**Aluno O** – Bem, eu vejo por este lado. Nos números decimais, a décima vem da palavra dez e como é menor que um, isso indica que dez décimas é igual a um. Assim, como nas frações, dez sobre dez é igual a um.

**Investigadora** – Muito bem. E era assim que explicavas ao irmão do Vasco. Boa! Mas, não usavas nenhum recurso, nenhum objeto para explicar?

**Aluno O** – Se eles tivessem um quadro para explicar, fazia um quadrado com dez partes divididas e pintava as dez.

**Investigadora** – Mas, aqui era com duas unidades e vinte décimas.

**Aluno O** – Eu sei, por isso eu fazia mais um quadrado novamente dividido em dez partes iguais e pintava-as, também. E pedia ao irmão do Vasco, para as contar e dizer-me quantas eram.

**Investigadora** – Então ias contar o número de quadrados e o número de partes em que dividiste os quadrados.

**Aluno O** – Sim.

Tal como foi referido, a figura abaixo apenas apresenta uma resposta, mas como se verificou no excerto da entrevista, o aluno sabia o que responder às duas questões.

### Figura 39

Respostas do aluno O às questões 1.1) e 1.2) da tarefa 4

1.1) Achas que o Vasco tem razão? Justifica a tua resposta.

Eu acho que o Vasco tem razão, porque se uma décima é a décima parte da unidade vinte décimas são o dobro da unidade.

1.2) Se concordas com o Vasco, explica como ele pode esclarecer o irmão.

À semelhança deste caso, o aluno T, também realizou a questão, deduzindo logicamente. Essa estratégia foi justificada, no entanto, o aluno ainda não dominava a representação dos números, ou seja, a escrita e subseqüentemente, a leitura, pois ele queria indicar que duas unidades são 2 e não 0,20, como representou, e que isso era o mesmo que 2,0. Além disso, também referiu que o algarismo da direita indica a unidade em que devemos efetuar a leitura do número. Apesar disso, conseguiu apresentar uma boa linha de pensamento.

Quando foi questionado sobre como explicaria ao irmão do Vasco, verificou-se que o aluno era capaz de explicar de duas formas distintas. A primeira, estratégia escrita na tarefa, consistia na utilização de uma grelha de classes. Quando a aprofundou, na entrevista, voltaram a ser salientadas as suas dificuldades quanto à leitura e escrita. Depois de ouvir a explicação, ficou muito surpreso, tendo mesmo feito a interjeição “Ahhh” e respondido que entendeu. No entanto, no decorrer da entrevista, o aluno salientou outra estratégia, semelhante à do aluno O, sendo que a diferença é que o aluno O indicou que recorreria ao quadro para desenhar e este utilizaria papéis, referindo-se a duas folhas de papel, dividindo cada uma em dez partes, ficando com um total de vinte partes.

**Investigadora** – Tu achas que duas unidades é o mesmo que dizer que temos vinte décimas? Porquê?

**Aluno T** – Sim, porque dá para dividir (interrupção) Porque tens duas unidades, divides cada uma em dez e ficas com zero unidades, mas ficas com vinte décimas.

**Investigadora** – Ah, muito bem. E se tivesses de explicar isso a alguém, como é que explicavas? O que é que tu fazias, para explicar?

**Aluno T** – Eu pegava em duas unidades, por exemplo papéis e dividia em vinte e mostrava como era possível dividir duas unidades em vinte décimas.

**Investigadora** – Muito bem, mas também dizias aqui que usavas uma grelha, não é?

**Aluno T** – Sim (lê resposta para si).

**Investigadora** – E o que é que tu fazias na grelha?

**Aluno T** – Na parte, nas unidades, na unidade eu punha zero vírgula.

**Investigadora** – Nas unidades punhas zero?

**Aluno T** – Sim, nas unidades punha zero, porque são zero unidades, dividimos em vinte, então ficamos com zero unidades. Então, vamos à parte decimal e colocamos um dois nas décimas e um zero nas centésimas.

**Investigadora** – Mas aí são duas décimas que tu tens representado.

**Aluno T** – Sim.

**Investigadora** – O dois tinha de ser por baixo das unidades, porque eram duas unidades.

**Aluno T** – Ahh.

**Investigadora** – Entendeste?

**Aluno T** – Entendi.

A figura 40 apresenta as respostas escritas do aluno, onde se verifica que houve alguma falta de domínio na representação dos números decimais.

## Figura 40

### Respostas do aluno T às questões 1.1) e 1.2) da tarefa 4

1.1) Achas que o Vasco tem razão? Justifica a tua resposta.

Yim acho que o Vasco tem  
razão porque 2 unidades são  
o dobro de 1 e o número  
de dígitos representa a unidade

1.2) Se concordas com o Vasco, explica como ele pode esclarecer o irmão.

por dizer a grelha de classes.

O terceiro caso, aluna C, apenas recorreu à grelha de classes para justificar e esclarecer o irmão do Vasco. Neste sentido, começa por explicar o que se deve colocar na grelha e, logo de seguida indica a conclusão que se obtém. Ficou evidente que a aluna produz um discurso coerente e ordeiro, de forma sintetizada.

## Figura 41

### Respostas da aluna C às questões 1.1) e 1.2) da tarefa 4

1.1) Achas que o Vasco tem razão? Justifica a tua resposta.

O Vasco tem razão porque que colocarmos  
na grelha de classes o 2 na unidade e o  
0 na décima notamos que são 20 décimas.

1.2) Se concordas com o Vasco, explica como ele pode esclarecer o irmão.

O Vasco notia porque numa grelha de classes e  
por o 2 na unidade e o 0 na décima.

No decorrer da entrevista, aprofundou-se o que aconteceria noutras situações, como por exemplo, efetuar a leitura de números decimais de diferentes formas. De salientar que a aluna foi capaz de responder e, foi mais além, indicando o que ocorreria em situações em que o algarismo das unidades fosse zero.

**Investigadora** – Carolina diz-me então, tu concordas com o Vasco?

**Aluna C** – Eu concordo com o Vasco, porque se recorrermos a uma grelha de classes e pusermos um dois nas unidades e um zero nas décimas, notamos que temos vinte décimas.

**Investigadora** – E se não leres o zero na décima, com o que é que ficas?

**Aluna C** – Fico com duas unidades. Mas, se as unidades para trás não tiverem nada, se pusermos um zero, o zero é como se não valesse nada.

Na segunda questão, os alunos confrontaram-se com um problema composto por sete alíneas. Três das quatro primeiras questões são de resposta rápida e pretendem que o aluno indique o número de unidades que a Paula tem, o modo como as divide e para representar em forma decimal a quantidade ocupada pelo professor. A questão em falta, refere-se à indicação do total de décimas e da sua justificação.

O caso O foi entrevistado em dois momentos distintos, tal como foi indicado anteriormente. No primeiro momento, durante a resolução da tarefa, o aluno foi questionado sobre quantas décimas tinha a Paula, ao qual respondeu 30, porque cada unidade tem 10 décimas. Contudo, quando verificamos as suas respostas escritas, o aluno indicou que a Paula tinha 30 unidades. Na segunda entrevista, o caso começa por responder acertadamente, no entanto, como tinha evidenciado uma resposta errada, talvez por distração, insistiu-se um pouco mais, para comprovar se realmente o aluno estava seguro da sua resposta. Neste sentido, voltamos a repetir a pergunta, que foi respondida com outra, por parte do aluno, parecendo estar a tentar organizar as suas ideias.

No final desse processo, constata-se que o aluno fica completamente seguro da sua resposta, classificando corretamente a quantidade de unidades que a Paula tinha. Isso deveu-se também a uma outra estratégia, a formulação de questões. Para além disso, o aluno também representou, em desenho, as divisões das folhas, tendo descrito isso na entrevista. De ressaltar que o caso optou por dividir todas as folhas da mesma forma.

Parte I – Durante a resolução

**Investigadora** – Quantas décimas tinha a Paula?

**Aluno O** – 30.

**Investigadora** – Porquê?

**Aluno O** – Porque cada unidade tem dez.

Parte II – Após a resolução

**Investigadora** – Nesta questão, quantas unidades tinha a Paula?

**Aluno O** – Tinha três folhas.

**Investigadora** – E quantas unidades isso é?

**Aluno O** – Bem, dividiu cada uma em dez, não é?

**Investigadora** – Mas a unidade não é o que nós dividimos, ou é?

**Aluno O** – Não, então temos três unidades.

**Investigadora** – Ahh, então são trinta ou três unidades

**Aluno O** – Três unidades.

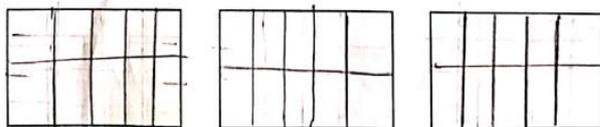
A seguinte figura destaca as evidências escritas do aluno O.

## Figura 42

Respostas do aluno O às questões 2.1) e 2.2) da tarefa 4

2.1) Quantas unidades tem a Paula? São 30 unidades.

2.2) Representa como é que a Paula pode ter dividido cada folha.



Os restantes alunos conseguiram classificar de forma correta, o número de unidades, desde o início, utilizando o desenho como estratégia, para representar as décimas das unidades. De salientar que a divisão das folhas ficava ao critério dos alunos. Deste modo, o caso T procedeu da mesma forma que o caso O dividindo os três quadrados da mesma forma enquanto, o caso C apresentou processos diferentes, o que pode ter sido derivado pela primeira parte da tarefa anterior.

Em relação às entrevistas, ambos os alunos puderam aprofundar mais as suas respostas, apesar da aluna C ainda ter realizado a descrição do que tinha feito.

### Figura 43

Respostas do aluno T às questões 2.1) e 2.2) da tarefa 4

2.1) Quantas unidades tem a Paula? tem 3 unidades

2.2) Representa como é que a Paula pode ter dividido cada folha.

### Figura 44

Respostas da aluna C às questões 2.1) e 2.2) da tarefa 4

2.1) Quantas unidades tem a Paula? A Paula tem 3 unidades.

2.2) Representa como é que a Paula pode ter dividido cada folha.

**Investigadora** – Depois, a Paula dizia que era finalista e que ia comprar três folhas, tu respondeste bem. Tu disseste que ela tinha três unidades. E dividia cada unidade em quantas partes?

**Aluno T** – Quantas partes dividiu?

**Investigadora** – Cada unidade.

**Aluno T** – Em dez.

**Investigadora** – Vimos que a Paula tinha 3 folhas, para todos os amigos lhe escreverem uma mensagem e tu disseste que a quantidade de unidades que ela tinha era 3, certo?

**Aluna C** – Sim.

**Investigadora** – E tu em baixo dividiste as folhas em quantas partes cada?

**Aluna C** – Dez.

Para responderem à questão seguinte, todos os alunos tiveram de se aprofundar e explicar a sua resposta. Assim, todos começaram por classificar com quantas décimas a Paula ficou. Os alunos expuseram duas estratégias, isto é, a utilização de operações e

de desenhos. Os casos C e T mencionaram por escrito as duas estratégias. Já o caso O apenas escreveu sobre a análise do desenho do verso da folha, questão 2.2, mencionando a operação no decorrer da entrevista. Quanto à exposição dos seus raciocínios, todos os alunos conseguiram justificar de forma correta as suas respostas.

A nível escrito, o aluno O foi o mais sucinto, mas muito claro. Contudo, a resposta da aluna C é mais rebuscada, uma vez que começa por referir o cálculo e sustenta-o no desenho. Por fim, a resposta do aluno T é muito boa, pois começou por analisar o desenho, apresentando a seguir o cálculo. Em suma, depreende-se o que quer dizer, mas faltou um pouco mais de clareza, referindo que “cada” folha foi dividida em dez partes, uma vez que a frase pode induzir em erro, ao parecer que as três folhas juntas foram divididas em dez partes iguais.

#### Figura 45

Resposta do aluno O à questão 2.3) da tarefa 4

2.3) Depois de ter dividido as folhas, com quantas décimas ficou no total? Diz como pensaste.

30 décimas, porque cada unidade tem 10 décimas.

#### Figura 46

Resposta da aluna C à questão 2.3) da tarefa 4

2.3) Depois de ter dividido as folhas, com quantas décimas ficou no total? Diz como pensaste.

A Paula ficou com 30 décimas porque  $3 \times 10 = 30$  a forma que dividio é 10 pensar na mesma forma.

#### Figura 47

Resposta do aluno T à questão 2.3) da tarefa 4

2.3) Depois de ter dividido as folhas, com quantas décimas ficou no total? Diz como pensaste.

Ficou no total com 30 décimas. Porque as 3 folhas foram divididas em 10 partes iguais.  $3 \cdot 10 = 30$ .

Relativamente às entrevistas, o aluno O foi muito claro e através de expressões como, “era muito simples”, demonstrou dominar o assunto, tornando algo bastante acessível para ele. A resposta da aluna C, na entrevista, assemelha-se à resposta escrita do aluno T, sendo que a diferença é que a aluna menciona que cada folha é que foi dividida em dez partes. Para além disso, partiu da aluna explicar logo o porquê de serem 30 décimas. O último caso, foi aquele que apresentou a resposta oral mais pobre, descrevendo apenas o que fez.

**Investigadora** – Se ela tinha três unidades, quantas décimas tinha? Como é que nós sabíamos quantas décimas tinha?

**Aluno O** – Era muito simples, se nós soubermos que uma folha está dividida em dez partes e contarmos que as outras folhas eram iguais, simplesmente fazemos  $3 \times 10$ , três unidades vezes dez décimas de cada uma.

**Investigadora** – Então isso dá quantas décimas?

**Aluno O** – Trinta, trinta décimas, porque cada unidade tem dez décimas.

**Investigadora** – Então quantas décimas tinha no total?

**Aluna C** – Tinha 30, porque tem três unidades e cada unidade está dividida em dez, fiz  $3 \times 10 = 30$ .

**Investigadora** – Então, quantas décimas ela tinha no total, de todas as unidades?

**Aluno T** – Trinta décimas.

**Investigadora** – Muito bem, e como é que tu sabes que são trinta décimas?

**Aluno T** – Porque três a dividir por dez.

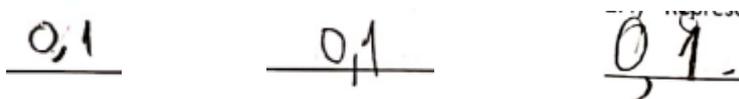
**Investigadora** – Três ou trinta?

**Aluno T** – Trinta, isso. Trinta a dividir por dez é três, que é o número de unidades.

No seguimento desta resposta, os alunos foram confrontados com uma questão, onde era solicitada a representação em forma decimal da parte que o professor escreveu, ou seja, uma décima (0,1). De acordo com a figura 48 conseguimos verificar que todos os alunos souberam responder corretamente.

#### Figura 48

Respostas dos alunos C, O e T, respetivamente, à questão 2.4, da tarefa 4

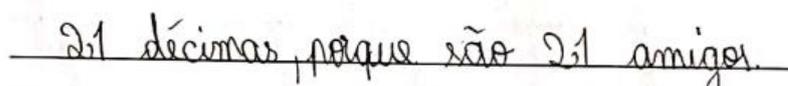


À semelhança da anterior, a resposta seguinte, questionava quantas décimas ocupavam os amigos. Contudo, nesta questão, os alunos tinham de explicar como pensaram. É importante começar por frisar que apenas o aluno O apresentou a resposta correta, isto é 21 décimas (2,1). Assim, fica evidente que foi capaz de classificar corretamente o número de espaços que seriam ocupados pelos amigos, através de uma dedução lógica, uma vez que frisa que a Paula apenas tem 21 amigos.

#### Figura 49

Resposta do aluno O à questão 2.5) da tarefa

2.5) Se cada amigo teve direito a um espaço, quantas décimas foram ocupadas? Diz como pensaste.



No decorrer da entrevista, fica evidente que o aluno sabia a resposta, pois quando é questionado ele responde com uma questão, para certificar-se que apenas pretendemos obter a resposta em relação aos amigos e não aos amigos e ao professor. Para além disso, justifica a sua resposta, explicando que todos têm direito a um só espaço.

**Investigadora** – E quantas partes seriam ocupadas pelos colegas? Quantas décimas?

**Aluno O** – Bem, depende. Está a contar só com os colegas da turma dele ou do professor?

**Investigadora** – Dos colegas. Eu só perguntei dos colegas e tu, aqui respondeste só para os colegas.

**Aluno O** – Então são 21 espaços ocupados.

**Investigadora** – Quantas décimas são?

**Aluno O** – Vinte e uma décimas.

**Investigadora** – E como sabes que são vinte e uma décimas?

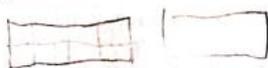
**Aluno O** – Porque se são vinte e um amigos e nenhum fica com zero ou com duas é lógico que são vinte e um espaços.

Os restantes casos erraram, tendo apresentado praticamente a mesma resposta. Assim sendo, os alunos C e T responderam 22 décimas (2,2), pois tal como surge na resposta, contabilizaram as pessoas todas que iam escrever, isto é, professor e amigos e não se focaram apenas nos amigos. Deste modo, fica evidente a falta de atenção, no momento em que interpretaram a questão, uma vez que o enunciado já frisava os 21 amigos e o professor em separado e, os alunos automaticamente adicionaram os dois valores, obtendo assim o total de pessoas que iriam ocupar as folhas.

### Figura 50

Resposta da aluna C à questão 2.5) da tarefa 4

2.5) Se cada amigo teve direito a um espaço, quantas décimas foram ocupadas? Diz como pensaste.



Foram ocupadas 22 décimas porque foram 22 pessoas.

### Figura 51

Resposta do aluno T à questão 2.5) da tarefa 4

2.5) Se cada amigo teve direito a um espaço, quantas décimas foram ocupadas? Diz como pensaste.

Foram ocupadas 22 décimas.  
Porque havia 22 pessoas.

Analisando de forma mais detalhada a figura 50, consoante os registos semiapagados, depreende-se que a aluna C se orientou pelo esquema das folhas. Para confirmar se recorreu a essa estratégia, o desenho, na entrevista, depois de a aluna constatar que a resposta era 21 décimas (2,1) e não 22 décimas (2,2), perguntámos como é que determinou a resposta correta, tendo explicado que cada um apenas ocupava um espaço, dedução lógica. Neste sentido, tivemos de focar mais a entrevista, questionando diretamente sobre os desenhos semiapagados. Assim, perguntámos se tinha estado a ocupar os espaços consoante o número de amigos, o qual negou. Desta vez, a aluna foi bastante sucinta, respondendo apenas ao que lhe era perguntado. Apesar disso, formulou frases organizadas, que explicaram claramente as questões que surgiram, após a análise da tarefa escrita.

**Investigadora** – E os amigos, a quantas décimas correspondem?

**Aluna C** – Corresponde a vinte e duas décimas.

**Investigadora** – Eu estou a perguntar-te só os amigos. Quantos amigos eram?

**Aluna C** – Eram vinte e um.

**Investigadora** – Então quantas décimas corresponde?

**Aluna C** – Vinte e um.

**Investigadora** – E como é que sabes que são vinte e uma décimas?

**Aluna C** – Porque se são vinte e um amigos, cada um ocupou um espaço.

**Investigadora** – Eu vi que tu apagaste, mas estiveste a desenhar de novo as folhas?

**Aluna C** – Sim.

**Investigadora** – Então estiveste a ocupar vinte e um espaços das folhas ou não chegaste a fazer isso?

**Aluna C** – Não cheguei a fazer isso.

**Investigadora** – Tudo bem, é só para eu perceber, porque como tinhas apagado eu fiquei sem saber o que é que tinhas feito exatamente.

Em relação ao aluno T surgiram mais dificuldades na entrevista, parecendo que existia alguma falta de domínio, sobre o problema, o que por vezes não possibilitava uma exposição tão clara. No momento em que o aluno foi confrontado com a questão sobre como determinou os espaços ocupados pelos amigos, o aluno fez uma questão/suposição, sobre cada um dos amigos apenas ter direito a um espaço. Ao confirmar, explicando que é a informação disponível no enunciado, a investigadora adianta-se e indica logo que eram 21 amigos, algo que também é frisado no enunciado. Nesse momento, verifica-se alguma surpresa por parte do aluno, talvez por estar a ser confrontado com a sua resposta escrita. Por esse motivo, voltou-se a focar nos dados fornecidos no enunciado, onde fica claro que a Paula tem 21 amigos e o professor. Após essa explicação, o aluno T é capaz de afirmar com certeza o número de amigos correto, explicando o seu raciocínio, através da operação  $21 \div 1$ , isto é, dividiu o total de amigos pelo número de espaços que cada um teria direito.

**Investigadora** – Mas ela (Paula) depois queria saber quantos espaços eram ocupados pelos amigos, não foi?

**Aluno T** – Sim.

**Investigadora** – E como é que tu viste, os espaços ocupados só pelos amigos?

**Aluno T** – Se cada um tivesse direito a um espaço?

**Investigadora** – Sim, só um espaço, que era o que dizia no enunciado. Eles eram vinte e um amigos.

**Aluno T** – Só pelos amigos, eram vinte e um amigos?

**Investigadora** – Sim vinte e um amigos.

**Aluno T** – Não, eram vinte e ...

**Investigadora** – Eram vinte e um amigos e o professor, mas nós só queremos saber dos amigos.

**Aluno T** – Então são vinte e um.

**Investigadora** – E como é que tu sabes, que são vinte e um?

**Aluno T** – Porque vinte e um a dividir por um é vinte e uma.

**Investigadora** – Vinte e uma...

**Aluno T** – Vinte e uma décimas.

A questão 2.6) foi bem respondida por todos os casos. Os dois rapazes, determinaram o espaço livre através da resolução de uma subtração, enquanto a rapariga, caso C, realizou um esquema.

### Figura 52

Resposta do aluno O à questão 2.6) da tarefa 4

- 2.6) Depois dos amigos e do professor terem deixado uma mensagem à Paula, ainda há espaços livres? Se sim, a quantas décimas corresponde? Diz como pensaste.

$$30 - 22 = 8$$
$$\begin{array}{r} 30 \\ -22 \\ \hline 08 \end{array}$$

Selearam 8 décimas porque 30 décimas menos 22 décimas é igual a 8 décimas.

### Figura 53

Resposta do aluno T à questão 2.6) da tarefa 4

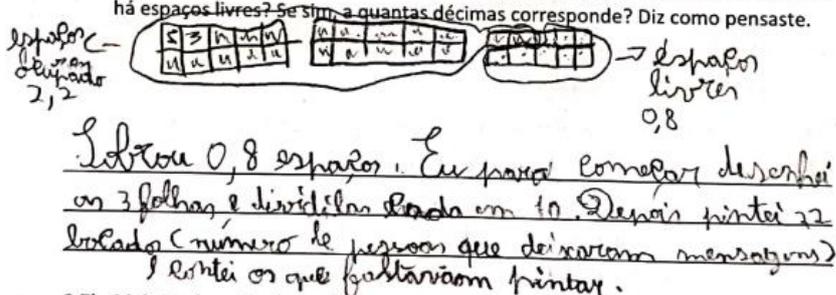
- 2.6) Depois dos amigos e do professor terem deixado uma mensagem à Paula, ainda há espaços livres? Se sim, a quantas décimas corresponde? Diz como pensaste.

Sim. Corresponde a 8 décimas  
eles usaram 22 quadrados e  
 $30 - 22 = 8$

## Figura 54

Resposta da aluna C à questão 2.6) da tarefa 4

2.6) Depois dos amigos e do professor terem deixado uma mensagem à Paula, ainda há espaços livres? Se sim, a quantas décimas corresponde? Diz como pensaste.



Sobrou 0,8 espaços. Eu para começar desenhei as 3 folhas e dividi-las cada em 10. Depois pintei 22 boxes (número de pessoas que deixaram mensagens) e restei as que faltavam pintar.

No que diz respeito às respostas dos alunos O e T verifica-se que fizeram uma subtração, isto é, ao total de espaços subtraíram o número de pessoas que iam preencher (professor e amigos). Para além de evidenciarem os cálculos, o aluno T aprofundou mais a sua resposta escrita, uma vez que explica que foram usados 22 quadrados. Por sua vez, o aluno O, apesar de usar a palavra “porque”, apenas se limitou a descrever a sua estratégia, não justificando o que o levou a efetuar a operação. Na entrevista, o aluno O mantém o mesmo estilo de resposta, tendo apenas acrescentado o motivo de aos 30 ter subtraído 22 e não 21. Já o aluno T pareceu estar muito confuso, equivocando-se várias vezes nas respostas, o que fez com que o seu discurso não estivesse muito organizado e claro. Apesar disso, soube explicar o que representava o aditivo e o subtrativo.

**Investigadora** – Muito bem. E vai sobrar algum espaço das trinta décimas?

**Aluno O** – Sim.

**Investigadora** – Quantos?

**Aluno O** – Para sabermos se sobrou vamos tirar aos trinta espaços, que é o total, vinte e dois.

**Investigadora** – E porquê vinte e dois?

**Aluno O** – Porque estamos a contar também com o professor. E vai-nos dar oito.

**Investigadora** – E depois, nós queríamos saber os espaços que sobravam. Depois do professor e dos alunos escreverem, quantos espaços sobravam?

**Aluno T** – Vinte e dois.

**Investigadora** – Então, o professor e os alunos escreviam e sobravam vinte e dois espaços?

**Aluno T** – Oito, oito.

**Investigadora** – Porque é que eram oito décimas que sobravam?

**Aluno T** – Porque depois de escreverem, cada um ocupou vinte e duas décimas.

**Investigadora** – Cada um, não. Todos.

**Aluno T** – Todos ocuparam e se tirássemos (reticente).

**Investigadora** – Que operação é que fizeste?

**Aluno T** –  $30 - 22 = 8$

**Investigadora** – Muito bem, então o que é que tu fizeste? O trinta que número é?

**Aluno T** – É o número de espaços em que ela dividiu as três unidades.

**Investigadora** – E o vinte e dois, é o número de pessoas?

**Aluno T** – Sim, que usaram. E sobrou oito.

Relativamente ao caso C verifica-se que começou por representar as três folhas, dividindo cada uma em dez partes. De seguida, contabilizou 22 espaços, pintando-os e delimitando-os, acrescentando uma legenda. Depois disso, repetiu o processo com os espaços que sobraram. Esta foi uma estratégia muito bem desenvolvida e detalhada. Em relação à explicação, a aluna descreveu o que fez e, durante esse processo justificou o seu raciocínio, colocando dentro de parêntesis o motivo pelo qual apenas pintou 22 espaços.

Este raciocínio ficou bastante claro, no entanto, optou-se por voltar a analisar na entrevista, uma vez que podia surgir mais algum comentário útil de análise. Deste modo, durante a entrevista, a aluna voltou a explicar o que fez, de forma organizada e clara e bem semelhante à parte escrita.

**Investigadora** – E depois, nós queríamos saber se tinham sobrado espaços. E tu fizeste-me aí um esquema, muito bem feito. Ora explica-me lá, como é que tu sabes que sobraram espaços.

**Aluna C** – Porque eu desenhei as três unidades e dividi cada uma em dez. E depois, como foram vinte e duas pessoas a ocupar os espaços, eu pintei os quadradinhos até chegar a vinte e dois.

**Investigadora** – Ah, porque nos vinte e dois já estás a contar com o professor?

**Aluna C** – Sim.

**Investigadora** – E depois contaste os que não pintaste?

**Aluna C** – Sim.

Na última questão, todos os alunos constataram que a Paula precisaria de uma nova folha, para os dez amigos da outra sala, também poderem escrever. O processo chave utilizado nesta proposta foi a comparação, no caso, entre números, tendo sido deduzido de forma lógica e exposta, junto com uma justificação, por escrito. Os alunos C e O compararam o número 10, amigos da outra sala, com o número oito, espaços que sobravam das três folhas, verificando que 10 é maior que oito ( $10 > 8$ ). No entanto, o aluno T comparou 30, total de partes em que as três folhas foram divididas, com 32, total de pessoas a preencher as folhas (professor, 21 amigos e 10 amigos da outra sala), verificando que 30 é menor que 32 ( $30 < 32$ ). As seguintes figuras evidenciam as respostas dos três casos.

## Figura 55

*Resposta da aluna C à questão 2.7) da tarefa 4*

- 2.7) Mais tarde, a Paula lembrou-se que também queria guardar um registo de 10 amigos de outra sala. Será que precisará de comprar mais alguma folha ou o espaço que sobrou chega? Diz como pensaste.

*A Paula teve de comprar outra folha porque eram 10 amigos de outra sala e só tinha 8 pedacos.*

## Figura 56

Resposta do aluno O à questão 2.7) da tarefa 4

- 2.7) Mais tarde, a Paula lembrou-se que também queria guardar um registo de 10 amigos de outra sala. Será que precisará de comprar mais alguma folha ou o espaço que sobrou chega? Diz como pensaste.

Se Paula terá de comprar outra folha, porque ela só tem 8 décimas.

## Figura 57

Resposta do aluno T à questão 2.7) da tarefa 4

- 2.7) Mais tarde, a Paula lembrou-se que também queria guardar um registo de 10 amigos de outra sala. Será que precisará de comprar mais alguma folha ou o espaço que sobrou chega? Diz como pensaste.

Não chega - porque há 130 bits  
que sobram e assim gostam  
32 que sobram

Através das entrevistas, comprovou-se as estratégias usadas pelos alunos, principalmente, no que diz respeito aos dois rapazes. No caso do aluno O, começamos por destacar a sua expressão inicial, “eu nem tive de pensar” (aluno O), demonstrando que fez uma dedução óbvia, com base na resposta à questão 2.6) e no enunciado da questão 2.7). Esta dedução também ocorreu com a aluna C. No caso da entrevista do aluno T, este justificou-se respondendo de forma segura, rápida e sucinta. Para além disso, é importante destacar dois momentos. O primeiro é o cuidado que o aluno tem, em compreender se a investigadora está a acompanhar o seu raciocínio, colocando questões que terminam em “certo”. O segundo destaque vai para a exposição de uma segunda estratégia aplicada, isto é, a adição que o aluno efetuou, através de um cálculo mental.

**Investigadora** – E depois aparecia aqui, mais uma pergunta a dizer que ela se lembrou de mais dez amigos de outra sala e queria saber se tinha de comprar mais uma folha ou não, ou se os espaços que tinham chegavam.

**Aluno O** – Eu nem tive de pensar, simplesmente pensei os dez não cabem em oito.

**Investigadora** – Boa. Então, Ela tinha ou não tinha de comprar uma folha?

**Aluno O** – Tinha.

**Investigadora** – E quantos espaços faltavam?

**Aluno O** – Dois.

**Investigadora** – E ela ia precisar de mais folhas ou não, para os dez amigos da outra turma?

**Aluna C** – Sim, porque só tinham sobrado oito espaços.

**Investigadora** – E eles eram dez, que é superior.

**Aluna C** – Sim.

**Investigadora** – E aqui, nesta pergunta? A Paula lembrou-se que tinha mais dez amigos, não foi? E queríamos saber se as folhas que ela tinha chegavam ou não.

**Aluno T** – Sim. E não chegam.

**Investigadora** – Porquê?

**Aluno T** – Porque se cada um gastasse um espaço, não ia chegar, porque sobraram oito e oito é (...)

**Investigadora** – Como é que tu pensaste?

**Aluno T** – Ah, é porque há trinta quadrados certo? E se desse para os outros dez amigos, da outra sala, ia gastar 32. Mas tinha 32, tinha 30.

**Investigadora** – E como sabes que eram 32? Que operação é que tu fizeste na tua cabecinha?

**Aluno T** – Fiz os 22 que gastaram mais os dez da outra turma e assim deu 32.

**Síntese C.** Tal como já se comprovou anteriormente, a aluna recorre muito a desenhos/esquemas. Para além disso, ficou evidente a aplicação de conceitos trabalhados em tarefas anteriores, como por exemplo, a divisão dos retângulos. No entanto, também recorre a operações e a deduções lógicas. Devido à tipologia de questões, os processos recorrentes foram a comparação e a classificação. No que diz respeito às justificações, a aluna C foi bastante explícita, cuidadosa e, acima de tudo específica. Tal como já foi referido anteriormente, deve estar mais focada na interpretação dos enunciados.

**Síntese O.** Com esta tarefa ficou evidente que o aluno compreendeu este conteúdo, tendo errado uma das respostas por distração. Usou vários processos como a comparação e a classificação. Esses processos foram sustentados com diferentes estratégias, destacando-se a dedução lógica e as operações. Quanto à sua exposição, o aluno expressou-se com bastante clareza, na maioria dos momentos, apresentando um raciocínio bem organizado. Em algumas respostas poderia ter aprofundado mais as suas justificações, indo além da descrição.

**Síntese T.** Este aluno ainda evidencia algumas dificuldades na exposição do seu raciocínio, tanto em momentos orais como escritos. Assim, falta alguma estruturação nos pensamentos e falta ser mais rigoroso nas justificações, uma vez que se compreende o que pretende dizer, mas a falta de uma ou outra palavra, podem tornar a justificação menos correta, como aconteceu em pelo menos dois casos, questão 1.1) e 2.3). Quanto aos processos destacaram-se a comparação e a classificação. Em relação às estratégias, o aluno aplicou várias, mas à imagem das restantes tarefas a que mais se destaca é o uso de operações. Para finalizar, o aluno nem sempre esteve seguro, em relação aos dados fornecidos e, por essa razão precipitou-se numa resposta, acabando por errá-la.

### **Sínteses Finais**

De seguida, são apresentadas as sínteses finais de cada aluno, isto é, sínteses gerais, sobre o seu desempenho nas tarefas, onde se destacam os processos, as estratégias, o modo como expuseram os seus raciocínios e as suas dificuldades. Estas sínteses foram desenvolvidas consoante as sínteses individuais de cada aluno, que surgem no final da análise, sobre cada tarefa. No final, é apresentada uma tabela, que esquematiza o conteúdo das sínteses de cada caso e permite compará-los.

**Caso C.** A aluna recorre a uma grande diversidade de processos, sendo capaz de os relacionar em algumas respostas. O mesmo acontece em relação às estratégias, sendo importante destacar que as mais comuns foram a utilização de esquemas/desenhos e o uso de operações. Ao longo das tarefas ficou evidente um grande desenvolvimento na visualização de frações, focando os seus processos nessa estratégia, o que justifica o grande uso dos esquemas/desenhos. Essa característica parece ter influenciado a rápida aquisição de conceitos como a equivalência de frações. Quanto à exposição do raciocínio, num primeiro momento destaca-se a expressão oral, em relação à expressão escrita. No entanto, no decorrer das tarefas foi aprimorando as suas respostas escritas, o que não distanciou tanto os dois modos de expor. Em suma, dava respostas bem formuladas e claras e, a grande diferença é que, por vezes, as respostas eram mais detalhadas nas entrevistas. No que diz respeito às suas dificuldades deve-se salientar a resolução das operações que não envolvem frações, uma vez que nem sempre foram resolvidas corretamente. Para além disso, apesar de se ter destacado a rápida aquisição do conceito de equivalência, ficou evidente que a aluna não dominava o conceito em relação à fração  $\frac{3}{4}$ .

Derivado da dificuldade evidenciada pela aluna C, sobre identificar relações de equivalências entre diferentes representações e a fração  $\frac{3}{4}$ , surgiram duas questões:

- Terá a fração  $\frac{3}{4}$  alguma coisa que dificulte mais a aprendizagem? É menos intuitiva do que as frações com numerador 1 ou 2?
- Será que a dificuldade não está relacionada com o numerador, mas sim o denominador?

**Caso O.** É um aluno que utiliza diferentes processos de raciocínio e, por vezes aplica mais do que um, na mesma resposta. O mesmo ocorre com as estratégias, isto é, utiliza várias, mas sobressai o uso da dedução lógica e as operações. De salientar também que, em comparação com os restantes alunos, o caso O é o que mais vezes recorria a um outro processo, ou seja, enquanto os restantes casos usavam a mesma estratégia, obtendo respostas bastante similares, este aluno não seguia o mesmo padrão. É importante frisar que nem sempre acontecia isto, visto existirem algumas situações, mais raras, em que a sua resposta era similar à resposta de um dos casos e

diferente da do outro caso. Um outro aspeto, importante de ser referido é o à vontade que o aluno tem em se expressar, fazendo alguns comentários, que demonstravam a sua segurança e, apresentando respostas claras e bem organizadas, ficando evidente o fio condutor, que o orientou. Este último aspeto fazia-o das respostas completas, mas sucintas. Resumidamente, aparentava estar habituado com este tipo de proposta, em que deve expor o seu raciocínio, devendo ser destacadas as justificações nas respostas erradas. Para além disso, também se verificou mais facilidade na exposição oral, relativamente à escrita. As suas maiores dificuldades encontram-se na interpretação dos enunciados, devendo ter mais calma e na tentativa de resolver questões com conteúdos que ainda não domina.

**Caso T.** Tal como os alunos anteriores, este também utiliza vários processos, apresentando evidências de mais do que um processo, em algumas situações. Quanto às estratégias, o aluno também apresenta bastantes e diferentes, no entanto a que mais se destaca é o uso das operações. É importante referir que o aluno, na primeira tarefa começou logo por identificar as frações através de cálculos e tentou identificar frações equivalentes através de esquemas/desenhos. No entanto, nas tarefas seguintes nunca mais recorreu a essa estratégia, focando-se nas operações. Para além disso, esta estratégia, equivaler frações através das operações, só foi explorada com todos os alunos, durante a discussão da tarefa 2 e, deve-se recordar que quem introduziu esse tema foram dois alunos, sendo o caso T um deles. Dos três casos, este foi o que apresentou mais dificuldades na exposição do seu raciocínio, destacando-se a exposição oral, uma vez que nesses momentos o aluno realmente justificava os seus raciocínios. Analisando de forma mais detalhada, o aluno nem sempre tinha um discurso claro, principalmente no início, tendo existido a necessidade de fazer várias perguntas, porque era muito sucinto e quase que só respondia ao que lhe era perguntado, algo que foi melhorando. Já a parte escrita era algo que lhe custava mais e, na maioria das vezes o aluno só descrevia o que fazia. Para além disso, por vezes faltavam algumas palavras/expressões-chave que eram fundamentais, porque apesar de se compreender o que o aluno pretendia referir, a frase não retratava a situação. Também devem ser destacadas outras dificuldades, no entanto, são referentes à resolução das tarefas. Assim, destaca-se que o aluno teve dificuldade em relacionar as operações com as frações, apesar de ter realizado corretamente as operações. Para além disso verifica-se que ainda não domina o conceito de equivalência, tendo sabido aplicar num primeiro momento, mas depois disso, quando foi confrontado de novo com essa situação noutra registo, não soube dar resposta e não conseguiu explicar o seu conceito.

Depois de se ter verificado uma mudança, em relação às estratégias usadas pelo aluno T, para relacionar as expressões com as frações, de acordo com as suas equivalências, levantaram-se as seguintes questões:

- Por que razão terá acontecido isto?

- Pelo facto de os enunciados não integrarem figuras?
- Pensará o aluno: se tem figuras tenho de resolver com figuras?

**Tabela 12**

*Síntese geral sobre os casos*

	<b>Caso C</b>	<b>Caso O</b>	<b>Caso T</b>
<b>Idade</b>	8 anos.	8 anos.	8 anos.
<b>Caraterísticas pessoais</b>	Menina.	Menino.	Menino; Tem baixa visão; Sofre de daltonismo.
<b>Processos</b>	Usou todos menos a conjetura. Sobressai a classificação.	Usou todos menos a conjetura. Sobressai a classificação.	Usou todos menos a conjetura. Sobressai a classificação.
<b>Estratégias</b>	Usa diversas estratégias. Destaca-se o uso de esquemas/desenhos e as operações.	Usa diversas estratégias, sobressaindo a dedução lógica e as operações.	Usa diversas estratégias mas, na maioria das vezes recorre às operações.
<b>Exposição</b>	Tem mais facilidade em expor e justificar os seus raciocínios na forma oral, mas também o consegue fazer na forma escrita.  Organizada e clara. Muito rigorosa.	Tem muita facilidade em expor os seus raciocínios na forma oral, em relação à escrita, uma vez que aprofunda mais as suas respostas.  Bastante à vontade. Seguro, explícito e coerente.	Tem pouca facilidade em expor e justificar as suas respostas. A nível escrito não é habitual justificar os seus raciocínios, fazendo apenas descrições. Oralmente consegue explicar e justificar-se. Pouco organizado.
<b>Dificuldades</b>	Resolver operações que não envolvem frações. Conceito de equivalência para $\frac{3}{4}$ .	Interpretação dos enunciados.  Conceito de equivalência.	Efetuar leitura e representação de números decimais Conceito de equivalência.

## Conclusões

Esta secção, dedicada às conclusões do estudo, inicia-se com as respostas às questões de investigação. Além disso, também são mencionadas algumas limitações, que foram detetadas, bem como recomendações que surgiram no decorrer deste trabalho, o que permitirá aprofundar mais o estudo em causa. Para encerrar, surgem as considerações finais.

Tal como foi referido, o propósito deste estudo foi compreender como os alunos do 3.º ano de escolaridade raciocinam e resolvem problemas, relacionadas com os números racionais. Neste sentido, as conclusões obtidas para este problema surgem como resposta às seguintes questões:

### **1) Que processos do raciocínio e estratégias utilizam os alunos na resolução de problemas?**

Através desta questão de investigação procurou-se verificar dois aspetos sobre o raciocínio matemático, isto é, os processos e as estratégias. Ao longo das diferentes tarefas, pudemos constatar que os alunos aplicaram diferentes processos, relativos à procura de semelhanças e diferenças, bem como diferentes estratégias de resolução. Em alguns momentos, os alunos conseguiam relacionar mais do que um processo ou estratégia, uma vez que sentiam necessidade de aplicar mais do que um.

Analisando de forma mais detalhada, compreendeu-se que dos cinco processos, classificar, comparar, identificar um padrão, conjecturar e generalizar (Jeannotte & Kieran, 2017), os alunos recorreram a todos, com exceção da conjectura. Para além disso, deve-se referir que o processo de raciocínio mais utilizado foi a classificação e o menos utilizado a identificação do padrão. Outro aspeto curioso, que se obteve, através da análise dos resultados, foi que perante as mesmas questões, os alunos aplicaram sempre os mesmos processos. De salientar ainda, a tarefa 2, em que os casos C e T apresentaram evidências, que comprovam o uso de mais do que um processo. Não podemos afirmar o mesmo em relação ao caso O, uma vez que não apresentou nenhum tipo de evidências. Assim, esta tarefa vem demonstrar que realmente é possível relacionar processos, no caso, a classificação e a generalização, como Jeannotte e Kieran (2017) afirmam, na tabela 2.

A principal razão pela qual se obtiveram estes resultados, tem a ver com o tipo de questões presentes nas tarefas, pois havia muitas questões de resposta rápida, bem como algumas mais extensas, em que apenas se pretendia que os alunos referissem características do que estava a ser analisado, relacionassem representações com frações, de acordo com a sua equivalência ou indicassem com quem concordavam, no caso do Sr. João e da sua mulher. Apesar disso, não significa que por vezes não pudessem ter usado outros processos, como por exemplo, na primeira tarefa os alunos poderiam ter comparado, a par da identificação do padrão. Contudo, como apenas indicaram o padrão e não o exploraram, não se pode aplicar este processo, pois tal como já foi

referido antes, Jeanotte e Kieran (2017) defendem que “identificar um padrão vai para além de comparar, porque comparar apenas infere na narrativa sobre semelhanças e diferenças” e, os alunos não focaram essas diferenças, apenas salientaram o que se repetia.

Relativamente às estratégias, os alunos recorreram a diversas, sendo que algumas delas são destacadas por Vale e Pimentel (2004), como a identificação de padrão, deduzir logicamente, fazer uso de esquemas/desenho e realizar listas organizadas. Mas, para além dessas, os casos também recorreram à observação e representação direta, às operações e à formulação de questões. Para além disso, ficou mais evidente a relação e o uso de mais do que uma estratégia, na resolução das questões, comparativamente com os processos.

De acordo com as sínteses finais, já ficou visível que os casos nem sempre recorreram à mesma estratégia. Aprofundando esse estudo, também se comprovou que voluntaria ou involuntariamente, tinham a sua “estratégia preferida”, isto é, uma estratégia que utilizaram com mais frequência. Assim sendo, destacaram-se o uso de esquemas e desenhos, a dedução lógica e as operações. A primeira é mais recorrente no caso C, enquanto a segunda destaca-se no caso O e a terceira é aplicada por todos os casos.

Focando na estratégia primordial da aluna C, uso de esquemas e desenhos, esta recorre várias vezes, uma vez que recorre muito ao visual. Deste modo, vai ao encontro do que é defendido por diversos autores, isto é, deve-se recorrer à visualização, durante a aquisição de conhecimentos não só sobre frações, mas sim sobre os números racionais. Esta informação está explícita na revisão de literatura, sendo salientada por autores como, o NTCM (2006), referida por Copley (2019), a DGE (2021) e Scaptura et al (2007). Em suma, a aluna C aplica o que estes autores defendem, mostrando a valorização do visual, na aprendizagem de competências sobre este conceito.

O caso T também começou a realização das tarefas com a mesma estratégia, uso de esquemas/desenhos, no entanto optou por passar do visual para expressões numéricas. No final, é possível compreender e valorizar realmente esta estratégia, pois a aluna C foi mais bem-sucedida, na aquisição dos conteúdos, do que o aluno T.

Quanto ao aluno O não há muito que se possa frisar, pois as evidências sobre este aspeto são poucas, uma vez que realizou a maioria dessas propostas através da dedução lógica. No entanto, se focarmos o seu registo do caderno, verificamos que também aplica a visualização e o uso de esquema/desenho. Assim, com base em todos os dados, comprova-se que sem dúvida a visualização é um bom método e deve-se investir nesta estratégia, em relação a este conteúdo, pois é bastante complexo e deve ser simplificado.

Outra estratégia que acaba por também envolver a visualização é a identificação de padrão, uma vez que é preciso compreender o que estão a observar e verificar que existe uma repetição, sempre igual. Mais uma vez, a aluna C destacou-se, salientando esta estratégia na segunda tarefa, quando precisou de equivaler frações.

Se analisarmos a estratégia das operações, algo que os alunos começam a desenvolver desde cedo, verificamos que é a estratégia que mais sobressai, sendo usada por todos os alunos, em vários momentos. Apesar de todos recorrerem a ela, o aluno T é o que mais vezes a utiliza acabando por diversificar menos. Já a aluna C por vezes deixa esta estratégia de parte, em detrimento do uso de esquemas, como aconteceu na questão 2.6) da tarefa quatro. O mesmo aconteceu na situação do aluno O, no entanto, esse caso recorre à dedução lógica. Um dos motivos pelo qual esta estratégia tem tanto destaque, pode estar relacionado com a sua implementação desde cedo.

Comprovou-se também que, a formulação de questões, foi uma estratégia rara, que só era aplicada nos momentos de entrevista, quando os alunos ficavam confusos ou pretendiam reorganizar os seus pensamentos.

Em suma, compreende-se que os alunos em análise têm bons raciocínios e conseguem relacionar bem as diferentes etapas dos problemas, pois fazem bastantes deduções e foram sempre seguros, não tendo recorrido à estratégia tentativa-erro. Para além disso, todos, em algum momento, mostraram recorrer à visualização. No entanto, os dois casos masculinos poderiam ter superado mais depressa as suas dificuldades, se tivessem recorrido mais esta competência/estratégia.

## **2) Como é que os alunos expõem os seus raciocínios?**

Saber expor os seus raciocínios é algo bastante importante em matemática, principalmente quando se trabalha este conteúdo programático, tão complexo. Neste sentido, deve-se ter uma linguagem bastante clara e específica e é necessário orientar os alunos e dar-lhes bases para, também conseguirem expor os seus raciocínios dessa forma, tal como sugere o NCTM (2002). Ao longo das tarefas analisaram-se as diferentes formas de expor raciocínios, quer na forma oral, como na escrita. Esta análise centrou-se nas seguintes vertentes: 1) o tipo de exposição que realizam, isto é, se descrevem, explicam, convencem ou justificam; 2) clareza e consistência da linguagem; 3) organização do pensamento; 4) rigor da justificação.

Ao longo da primeira tarefa, pudemos analisar a exposição de raciocínio em três das seis questões, sendo elas a primeira e as duas últimas. Isto ocorreu, porque as restantes questões eram de resposta rápida e nenhum dos casos foi bem-sucedido na questão 2 c). Deste modo, verificamos que na primeira questão, todos os alunos conseguem explicar o seu raciocínio, por escrito, tendo sido melhor o dos alunos C e T, uma vez que o aluno O explica o processo que a Joana utiliza, mas poderia ter sido mais específico. Ainda em relação à escrita, deve-se destacar que nas restantes respostas, os alunos C e O são capazes de justificar, enquanto o aluno T apenas descreve o que fez. Na questão 5 o aluno O foi um caso bastante curioso e demonstrou estar bastante à vontade com esta exposição, visto ser da opinião que a questão não podia ser resolvida e explicou o porquê. Em relação à parte oral, todos os alunos conseguiram justificar os seus raciocínios. Os primeiros dois casos, foram claros e explícitos, havendo um fio condutor ao longo do seu discurso. No entanto, nem sempre fluía, com todos os alunos.

Por exemplo, o caso do aluno T começava por explicar de forma sucinta o que havia respondido e, só depois, aprofundava e dava a justificação, em resposta ao questionamento. Para além disso, nem sempre havia muita coerência, faltando alguma organização nos seus pensamentos.

Por sua vez, na segunda tarefa, apenas se analisou a exposição do raciocínio, no momento em que se realizou a discussão no quadro, sobre o cartão que cada aluno recebeu. Nesta tarefa, ninguém justificou o seu raciocínio, no entanto todos foram capazes de o explicar. De referir que os alunos C e T foram mais longe, convencendo os ouvintes sobre as suas estratégias, uma vez que as explicaram. Relativamente à qualidade do discurso, o caso T destacou-se, sendo o mais rico em pormenores. Já a aluna C apoiou-se mais na estratégia que apresentou no quadro. Nesta proposta, o aluno O foi o que teve mais dificuldade, visto ter começado por se confundir na identificação da sua peça, uma vez que só indicava qual era a fração equivalente à sua peça.

Sobre a terceira proposta, é importante referir que só a aluna C foi bem-sucedida, mas isso não invalida que os restantes alunos tenham exposto os seus raciocínios, tal como aconteceu com o aluno O na questão 5 da primeira tarefa. Com base nisto, começamos por salientar as respostas da aluna C que a nível escrito apresentou uma descrição do que fez, aprofundando-a com uma justificação. Apesar disso, a nível oral apenas justificou a sua resposta. Em ambos os momentos, resposta escrita e entrevista, a aluna apresentou raciocínios bem explícitos e organizados. Os outros dois alunos justificaram, mas deve-se salientar que o aluno O para além disso, também apresenta uma explicação. Durante as entrevistas, ambos aprofundam os seus raciocínios, explicando os seus processos e estratégias, possibilitando assim compreender em que consistiam as suas dificuldades, que não lhes permitiram responder corretamente.

A última tarefa foi a mais rica em termos de exposição de raciocínio, uma vez que a maioria das questões deviam ser aprofundadas. No que diz respeito ao primeiro problema, os alunos conseguem justificar as suas respostas sobre a comparação e explicar como apresentariam a situação ao irmão do Vasco. De salientar, que o aluno O não respondeu por escrito a uma das questões, por não ter tido tempo e não por não saber explicar. Focando ainda as respostas escritas verificou-se que os alunos C e O estão mais seguros e sintetizados, em relação ao aluno T, que apresenta mais dificuldades e alguma incoerência, pois não dominava o conteúdo. Durante a oralidade, o aluno O chega mesmo a convencer, utilizando expressões como “eu acho”, “e continuo a achar”. Na questão seguinte em que foi possível expor o raciocínio, ou seja, questão 2.3), todos os alunos explicaram e justificaram por escrito as suas respostas. O aluno O foi o mais sucinto e claro. Em relação às restantes respostas, que eram semelhantes, destacou-se a do aluno T por ser mais organizada. A nível da entrevista, a aluna C já se evidenciou, pelo seu rigor, algo que o aluno T deve aprofundar, uma vez que a falta de uma palavra pode alterar o contexto de uma frase, por mais que se depreenda o que o aluno quer dizer. Para além disso, este aluno apenas foi capaz de descrever o que fez. O aluno O

respondeu de forma clara, o que evidenciou a facilidade que tinha, relativamente ao conteúdo. Na questão seguinte, apenas o aluno O teve um bom desempenho. No entanto, todos justificaram por escrito as suas respostas de forma muito curta. Por sua vez, o aluno O aprofundou essa justificação no momento oral. Com os outros alunos, as entrevistas foram mais extensas, para compreender as falhas. A aluna C apresentou respostas organizadas e claras, o que permitiu esclarecer algumas dúvidas da investigadora, quanto à estratégia utilizada. Quanto ao enunciado, após uma breve conversa, foi capaz de indicar rapidamente a resposta correta. Já o aluno T apresentou algumas dificuldades, por não ter o enunciado tão presente, uma vez que a entrevista foi feita após algum tempo. Mas assim que se pôs a par e foi capaz de indicar a resposta, também a conseguiu explicar. Na questão 2.6), na forma escrita, o aluno O apenas descreveu o seu processo, enquanto o aluno T o explicou. Na entrevista, o aluno O aprofundou um pouco mais a resposta, explicando apenas uma parte. O aluno T conseguiu explicar em que consistia a operação que fez, mas durante a entrevista esteve meio confuso, e por isso o seu discurso perdeu um pouco de sentido e não foi tão claro e organizado. O discurso da aluna C foi muito bem exposto e justificado, quer oralmente quer por escrito. A última questão foi bastante acessível para todos, e a nível escrito todos justificaram. Quanto à oralidade, ficou evidente a facilidade da questão para o aluno O, que explicou rapidamente o seu processo. Quanto aos restantes alunos, ambos justificaram, de forma clara e consistente. De ressaltar o aluno T que explicou dois processos oralmente e o cuidado que teve, para verificar se a investigadora o estava a acompanhar, demonstrando uma grande segurança no seu raciocínio.

A conclusão que se retira deste estudo é que os alunos apresentam mais facilidade, quando têm de se expor na forma oral, em relação à escrita, uma vez que dá para se orientarem nas perguntas que lhes são feitas durante as entrevistas e como se estão a expressar oralmente, tendem a aprofundar mais, enriquecendo o momento. Este aspeto vai ao encontro das ideias do NCTM (2006), uma vez que salientam a necessidade de promover questões com propósito, porque são da opinião que nem sempre conseguimos compreender o que os alunos adquirem ou não através do que escrevem. Por vezes, é necessário ouvi-los. Para além disso, deve-se salientar que houve altos e baixos durante este processo, ou seja, momentos em que os alunos tinham uma exposição fantástica e a seguir nem tanto. Assim, dois dos alunos apresentam um bom nível de exposição e o terceiro, aluno T, que não parecia estar tão habituado, também evoluiu. De qualquer forma, é importante referir que em todo este processo, apenas foram analisados quatro dos cinco passos fundamentais para a identificação e sequenciação dos processos, delineados por NRICH (2014). Por este motivo, os alunos devem investir e desenvolver cada vez mais as suas habilidades, uma vez que já conseguem justificar, na grande maioria das situações, mas ainda falta conseguirem provar os seus raciocínios.

### 3) Que dificuldades manifestam na resolução de problemas?

Após terem sido analisados todos os resultados obtidos ao longo deste estudo detetaram-se as seguintes dificuldades: 1) interpretação dos enunciados; 2) resolução de operações que não envolvem frações; 3) conceito de equivalência; 4) conceito de equivalência em relação à fração  $\frac{3}{4}$ ; 5) leitura e representação de números decimais.

Em relação à primeira dificuldade referida, isto é, interpretação dos enunciados, esta apenas se destacou num caso, uma vez que a questão 2 c) da tarefa um, que todos falharam, foi devido à falta de domínio do conteúdo e a 2.5) da tarefa quatro, foi mais uma distração/precipitação, do que má interpretação. Esta dificuldade foi evidenciada por duas vezes, nas tarefas um e três do aluno O. Relativamente à primeira tarefa, que apresenta um bom nível de correção verificou-se que a má interpretação de uma pergunta, fê-lo confundir-se completamente no seu raciocínio e na informação que já tinha compreendido e adquirido sobre o problema. O segundo momento, ocorreu na identificação de quem teria razão sobre a divisão dos bolos, entre o Sr. João e a sua mulher. Nesta questão comprovou-se que o aluno não interpretou corretamente, pois focou-se em razões e preocupações que não eram mencionadas no enunciado, o que o levou a selecionar uma linha de raciocínio baseada em conteúdos que não domina, uma vez que ainda seriam trabalhos em sessões futuras, como a área e o perímetro. Deste modo, caso se tivesse focado no que dizia o enunciado, isto é, no termo equivalentes, poderia ter começado por aplicar os conhecimentos que tem sobre isso. Esta dificuldade, já foi identificada em outras investigações, como por exemplo, Esteves (2013), que aprofunda ainda mais, afirmando que para além de não interpretarem corretamente, não organizavam os dados. Neste caso, se o aluno O definisse uma estratégia, como por exemplo, sublinhar as informações importantes do enunciado, ou escrever por tópicos os dados do enunciado, algo a que estava habituado a fazer em sala de aula, podia ter sido mais bem-sucedido.

A segunda dificuldade referida, apresentada pela aluna C, foca-se na resolução de operações e ocorreu nas duas últimas questões da primeira tarefa. Os dois erros ocorreram numa multiplicação e numa divisão. Realmente comprovou-se que a aluna tem algumas dificuldades, pois no momento da entrevista, em que foi confrontada com as duas operações não fez nenhuma menção aos erros dados. A causa para esta dificuldade pode derivar da tentativa de resolver a multiplicação e divisão através de cálculo mental, porque não apresentou as operações, apenas fez a indicação do cálculo.

As restantes três dificuldades já são referentes ao conteúdo programático, números racionais, sendo que duas delas são referentes às frações e a outra abrange os números decimais.

Uma vez que este assunto é tão complexo, decidiu-se começar por averiguar o que os alunos já dominavam, tal como a identificação de frações, porque de acordo com o que Copley (2019) defende, o professor deve partir do que o aluno compreende, relacionando os problemas com as suas experiências. Deste modo, na primeira tarefa todos começaram por representar as frações relativas a brigadeiros de chocolate branco

e de chocolate negro, algo que foi bem resolvido. No seguimento dessas questões, surgiu uma em que os alunos eram questionados sobre equivalências entre frações. Nessa questão ficou evidente que ninguém soube responder e compreendeu-se que o conceito ainda não estava completamente adquirido. Para colmatar essa dificuldade e realmente verificar se entre a primeira e as restantes tarefas, os casos tinham superado as suas dificuldades, optou-se por desenvolver uma proposta direcionada para a visualização. Independentemente dos processos e estratégias, os alunos foram conseguindo resolver, relacionando a maioria das representações às frações equivalentes. Com base nesta tarefa foram salientados alguns aspetos. Quanto à aluna C compreende-se que foi a que apresentou mais respostas incorretas, mas a maioria delas foram resultado da pressa e distração. Contudo, destacou-se a sua dificuldade em relacionar as representação à fração  $\frac{3}{4}$ , visto existirem duas equivalências e uma não ter tido ligação e a outra, apesar de ter ligação, não estava correta. O outro aspeto que se verificou é que o aluno T foi capaz de relacionar as expressões praticamente todas, tendo deixado sem traço de ligação as operações. No entanto, resolveu as operações corretamente e deixou essas, num ponto de situação idêntico às restantes. Por esse motivo, não é possível indicar de forma segura qual foi o seu problema. Uma vez que os alunos demonstraram alguma eficácia e domínio neste conceito, através da visualização, optou-se por apresentar uma segunda tarefa, também ela relativa à visualização, mas que o conteúdo central fosse o conceito de equivalência. Assim, começou por se pedir que os alunos dividissem quadrados em quatro partes iguais, de diferentes formas. Nesse momento, os alunos C e T representaram a mesma divisão de diferentes formas, não compreendendo que apenas estavam a alterar o ângulo por onde observavam a figura. Apesar disso, neste momento não surgiram grandes dificuldades, porque os alunos já tinham compreendido que, para as frações tinham de considerar sempre a unidade dividida em partes iguais e, até aqui, sempre que lhes era pedido para equivaler frações, as representações estavam divididas da mesma forma. Por esse motivo, na segunda parte, os alunos foram confrontados com uma figura que estava dividida em fatias equivalentes, tendo sido referido isso no enunciado e pretendia-se que defendessem uma de duas opiniões, isto é, se as fatias representavam o mesmo ou não. Nesta questão, apenas a aluna C foi bem sucedida. Quanto ao aluno O já se destacou a dificuldade, em relação à interpretação, mas deve-se aprofundar mais, afirmando que ele demonstrou conhecer a definição de equivalência, mas não foi capaz de aplicar à parte II da tarefa em questão. Quanto ao aluno T compreendeu-se que a sua dificuldade estava sustentada na falta de domínio sobre este conceito, logo seria muito complicado avançar, pois o aluno não tinha conhecimentos. Assim, estes dois casos vêm confirmar o que Nunes (2006) já havia afirmado, ou seja, que este aspeto, equivalência das frações, é uma das grandes dificuldades que os alunos sentem.

A última grande dificuldade evidenciada pelos alunos, mais especificamente, no caso T, é referente à da leitura e escrita de números decimais. Isso ressaltou no primeiro problema da quarta tarefa, pois o aluno começa por indicar que duas unidades (2,0) é o

mesmo que (0,20). Logo neste aspeto já existe um grande erro, pois o que o aluno escreveu representa duas unidades e vinte centésimas. Para além disso, é importante salientar que dificuldades semelhantes a esta, já foram detetadas em outros estudos, como o de Canelas (2016), uma vez que salienta que a aluna indicava que 1,60 é maior do que 1,6. Este caso demonstra que a aluna ainda não domina a leitura e escrita de números como o caso T. Em suma, este aluno salienta a importância que os documentos curriculares, entre eles, DGE (2021) dão à necessidade de reforçar o ensino do sistema de numeração decimal.

### ***Limitações do Estudo e Recomendações para Futuras Investigações***

No decorrer de toda esta investigação foi possível refletir e identificar alguns aspetos que, em certas ocasiões, restringiram o estudo. Apesar dos casos selecionados gostarem da disciplina e demonstrarem-se mais acessíveis, na resolução das tarefas, em relação à turma, é importante ressaltar alguns aspetos.

Em primeiro lugar, é importante mencionar o grau de exigência das tarefas, uma vez que algumas das questões eram complexas. Para agravar essa situação, devido à organização da PES e à necessidade de dar resposta aos conteúdos necessários de cada semana, algumas tarefas foram aplicadas precocemente. Isto ocorreu porque as tarefas eram implementadas na semana em que os alunos se deparavam com os conteúdos, pois se aguardássemos pela semana de intervenção da PE/investigadora seguinte, as tarefas já não seriam atuais, com o que havia sido trabalhado, pois entre essas duas semanas, existia uma semana de novas aprendizagens, referente ao par de estágio. Esta dificuldade ficou bastante evidente na questão das frações equivalentes, ou seja, a primeira tarefa e, mais tarde, na quarta tarefa.

Outra das dificuldades encontradas foi o tempo disponível para a realização/análise das tarefas, tendo sido muito reduzido, o que impossibilitou a maioria das correções e partilhas de conhecimento, em grande grupo. Em relação aos casos, durante os momentos das entrevistas, aproveitávamos para analisar as propostas e debatê-las, o que permitiu que os alunos identificassem alguns dos erros. No entanto, teria sido muito mais enriquecedor se tivessem existido debates das tarefas. Para tentar contornar esta situação, no final da PES, todos os alunos receberam as suas tarefas corrigidas, onde eram evidenciadas resoluções detalhadas e sugestões de outras respostas, como ocorreu no caso da questão 1.2 da quarta tarefa.

Para além do que já foi referido, é importante salientar a situação pandémica, que não permitia grandes aglomerados e, por esse motivo evitou-se realizar tarefas em grupos. Neste sentido, surge assim a primeira recomendação, para futuras investigações, relacionadas com este estudo. Seria interessante aplicar estas tarefas em pequenos e mais tarde, grandes grupos, pois haveria possibilidade de compreender se as dificuldades seriam as mesmas, se surgiam mais do que um tipo de resolução e estratégias e poderíamos verificar como os alunos exporiam os seus raciocínios.

Outra proposta semelhante consiste na aplicação deste estudo, num grupo de 3.º ano, que não tenha sofrido consequências provenientes do COVID-19, o que permitiria comprovar se a situação pandémica, que os alunos enfrentaram, afetou ou não o desempenho e evolução deles, no decorrer dos três anos de escolaridade.

Por último, mas não menos importante, poderia dar-se continuidade a esta investigação através da aplicação de propostas semelhantes, em anos posteriores, possibilitando a verificação da evolução do raciocínio e o modo como o expressam, bem como das dificuldades relativas aos racionais.

É de notar que todas estas recomendações exigirão mais tempo de intervenção, o que permitirá que as tarefas não sejam aplicadas de forma tão prematura e que os alunos possam ter tempo para discutir em grande grupo, pois tal como foi descrito, algumas propostas são complexas e precisam de tempo para ser analisadas e, consequentemente, debatidas.

### ***Considerações Finais***

Para finalizar este estudo é importante salientar alguns aspetos que foram sobressaindo no decorrer da investigação. Assim sendo, é fulcral começar por explicar o motivo pela realização deste trabalho investigativo nesta área e o porquê da escolha do tema, referindo o processo de criação das tarefas. Para além disso, analisa-se o papel do investigador e as aprendizagens que retirou para si, com a realização deste estudo.

No percurso educativo da investigadora, sempre existiu uma grande admiração pela área da Matemática, apesar de ao mesmo tempo, também surgirem grandes dificuldades que a faziam questionar esse interesse. Durante um período do seu percurso esta área esteve encerrada até que, com a ingressão na faculdade, a sua paixão por estes conteúdos voltou a sobressair cada vez mais. Em suma, sempre gostou muito de resolver problemas e descobrir diferentes formas para os resolver e, foi neste sentido que surgiu este tema, o raciocínio. Contudo, em relação à segunda parte do tema, os racionais, não se pode explicar da mesma forma, pois sempre foi daqueles conceitos onde surgiam mais inseguranças. No entanto, como referido, havia necessidade de relacionar as tarefas com os conteúdos programáticos, a serem lecionados.

Depois de definido o problema e a questões do estudo, a investigadora focou-se em analisar diversas propostas, que estiveram na base da criação das tarefas. Este foi um período complicado, uma vez que como não se conheciam os conteúdos com muita antecedência. Por este motivo havia a necessidade de ser sucinta, criativa e rápida a estruturar as tarefas, permitindo desenvolver questões ricas, para a investigação e que ao mesmo tempo, aplicassem os conhecimentos trabalhados.

Quase em simultâneo, foi importante definir a metodologia que orientaria o estudo, bem como o modo como a investigadora iria recolher os dados. Num primeiro momento, decidiu-se que esta recolha seria à base das tarefas, dos documentos audiovisuais e das observações. Contudo, no fim da primeira tarefa tornou-se evidente que seria necessário realizar entrevistas, para aprofundar os dados obtidos e poderem

ser mais fidedignos. Assim, começaram por ser realizadas algumas entrevistas a vários alunos, tendo sido selecionados três casos, por serem os que melhor se expressavam.

Só mais tarde, é que se debateu o modo como os dados seriam analisados. Para isso foi preciso desenvolver as categorias de análise, que suportariam essa análise. Este foi dos momentos mais trabalhosos, pois houve necessidade de analisar as várias tarefas, comparar as respostas dos diferentes casos e, no final, sintetizar a evolução de cada um.

Resumindo, este projeto investigativo foi um grande desafio e um período de aprendizagem muito grande para a investigadora, em diversos aspetos. Por um lado, desenvolveu as suas capacidades a nível de investigação. Por outro lado, também a fez descobrir um novo interesse pelo mundo dos racionais, tornando-a mais segura e interessada, uma vez que teve de encarar o problema, porque não havia outra solução a não ser preparar-se de todas as formas, para ser capaz de dar resposta às questões que pudessem ser levantadas pelos alunos.

### **CAPÍTULO III – REFLEXÃO FINAL SOBRE A PRÁTICA DE ENSINO SUPERVISIONADA**



## Reflexão Final da PES

Antes de dar por encerrado todo este processo enriquecedor de muita aprendizagem, é importante parar um pouco e refletir sobre tudo o que aconteceu, isto é, as dificuldades e receios que tivemos de enfrentar, os conhecimentos que obtivemos com esses momentos e com os profissionais que nos acolheram, bem como a aquisição e o aperfeiçoamento de diversas competências fulcrais para o futuro.

Tendo em conta que a PES foi desenvolvida em dois contextos distintos, um relativo ao ensino do Pré-Escolar e outro referente ao ensino do 1.º CEB, esta reflexão começará por focar cada um dos contextos, apresentando uma breve análise do que se concluiu com cada uma das experiências.

Assim, começando por relembrar o primeiro contexto, Pré-Escolar, o meu grupo de estágio teve a oportunidade de trabalhar com um grupo misto, uma vez que as crianças tinham idades compreendidas entre os três e os seis anos. Quando soube desta informação pensei em diversas coisas e, em simultâneo vivi diferentes emoções, como curiosidade, mas também algum medo. Nunca havia trabalhado com um grupo que fosse tão heterogêneo em relação às idades e, este fator é algo a que se deve ter bastante atenção, uma vez que existem propostas que não são adequadas a todas as faixas etárias. No entanto, durante o período em que ficámos com as crianças, verifiquei que era algo que se podia contornar com alguma facilidade. Para além disso, verifiquei que estes grupos ajudam a dar mais autonomia às crianças mais velhas, bem como responsabilidade, porque procuram ajudar os mais novos, que vão sendo estimulados e desenvolvem certas habilidades mais depressa.

Quando referimos o Pré-escolar, surge uma grande variedade de metodologias de ensino. Contudo, a EC com quem tive oportunidade de trabalhar elegia o trabalho de projeto, que surgia de acordo com as opiniões e vontades das crianças, algo fundamental nesta fase. Assim, durante a intervenção, tivemos oportunidade de realizar alguns, comprovando todos os registos que eram necessários para orientar o tema previsto e isso auxiliava na seleção de atividades lúdicas e criativas, que pudessem ser realizadas por todos. No entanto, também nos preparava para atividades em que isso não poderia ser possível e, assim tínhamos oportunidade de desenvolver outras propostas, que fossem acessíveis aos mais novos, o que permitia que todos integrassem o projeto.

Apesar de já ter sido referido, de forma breve, é importante salientar que o elemento-chave, isto é, o centro de todas as aprendizagens deve ser a criança. Por esse motivo devemos escutá-la e procurar responder a todas as suas questões, através de diversos recursos interativos, o que irá motivá-los. Em associação surge o mundo da magia, onde temos de ser criativos e imaginar com as crianças, pois a maioria das suas aprendizagens deriva destas fantasias. Aproveito para salientar que sem dúvida que esta foi uma das minhas maiores dificuldades, ou seja, conseguir entrar nesse mundo imaginário, mas ao fim de algumas semanas de intervenção, de muitas reflexões e

introspeções consegui por de lado as minhas dificuldades, melhorando cada vez mais este lado, que tem de ser constantemente trabalhado, para se seguir esta área, principalmente com crianças tão pequenas.

Quanto ao contexto referente ao 1.º ciclo tive oportunidade de trabalhar com uma turma do 3.º ano, composta por 23 alunos. Apesar de já ter trabalhado em diferentes contextos, nunca havia estagiado com uma turma desse ano escolar.

Foi uma experiência muito interessante que me desafiou constantemente em diversos aspetos, mas que também me deixou bastante nervosa, principalmente, por causa de alguns conteúdos em que, por vezes, não me sentia tão segura e receava as questões dos alunos, pois existem alguns temas que por mais que sejam analisados, é impossível prever todas as questões que possam surgir e, a turma em que estava era particularmente interessada em questionar e participar. Apesar disso, durante o período em que estive com a turma, tive oportunidade de aprimorar bastante, procurando sempre apresentar um discurso coerente e organizado, algo que está na base, para se adquirirem boas aprendizagens.

Também consegui estabelecer melhor o período de atividades individuais e em grande grupo, criando momentos, para ambas as situações. Para desenvolver esta competência foi muito importante compreender que o grupo estava habituado a trabalhar assim que entrassem na sala e, quando isso não acontecia, começavam a dispersar. Para além do mais, fez-me me começar a ter preparadas algumas atividades de reserva, devido aos diferentes ritmos dos alunos, uma vez que devemos compreender que nem sempre precisam do mesmo tempo, porque os alunos não adquirem o conhecimento da mesma forma nem ao mesmo ritmo, existindo alguns que precisam de mais tempo do que outros.

Infelizmente, devido à COVID-19, nem sempre havia a possibilidade de trabalhar em grupos, algo que gostaria de ter aplicado mais, porque existiam algumas restrições. Considero que esta é uma excelente forma de adquirirem e aplicarem conhecimentos, pois isso implica que os alunos se organizem e comuniquem, para no final obterem uma conclusão sobre a tarefa. Outro dos aspetos que não foi possível realizar, devido a este problema de saúde, foi a falta de atividades que implicassem elementos externos, como saídas ou a receção de convidados, uma vez que isso interferia com a segurança das crianças. Apesar disso, fomos sempre conseguindo realizar algumas tarefas fora do ambiente de sala de aula, promovendo-as no exterior ou nos polivalentes. A maioria dessas situações eram referentes à Educação Física, mas sem dúvida que se deve alargar este conceito, de forma mais recorrente, às restantes áreas. Para além disso, por vezes realizávamos algumas videochamadas, com pessoas externas, como por exemplo, autores de livros.

Neste sentido, surge desta forma um elemento bastante presente ao longo dos últimos dois anos e que tem sido fundamental para a educação, isto é, a tecnologia. Deste modo, deve-se salientar e investir mais na sua utilização, visto ser uma fonte muito vasta, em relação a conhecimentos, que podemos obter e, acima de tudo,

permite-nos manter o contacto com outras pessoas e situações. Atualmente é uma ferramenta indispensável para a sociedade, que todos devem saber manusear, pois na minha opinião, será um elemento cada vez mais utilizado.

Outro fator que cada vez mais me interessa é a questão da interdisciplinaridade, uma vez que não existe necessidade de separar as diferentes aprendizagens, porque muitas vezes encontram-se relacionadas, nos objetivos de diferentes áreas.

Quanto às propostas introduzidas, estas sempre foram organizadas de acordo com a planificação. Este suporte, é bastante útil, na medida em que nos permite organizar cronologicamente os dias, semanas ou meses, de acordo com o modelo desenvolvido. Para além disso, auxilia na verificação dos conteúdos e objetivos que já foram trabalhados e nos que ainda é preciso investir. Apesar destas qualidades, nunca nos devemos esquecer que este documento apenas é para orientação cega a ser seguida linha por linha. Deste modo, este documento deve ser feito com base no grupo e deve ser revisitado, consoante as dificuldades evidenciadas, podendo sofrer alterações, para integrar novas propostas, que façam falta e que não tenham sido pensadas. Durante os dois contextos, surgiram momentos em que houve necessidade de reorganizar o que estava planificado, e por vezes tínhamos alguma margem, mas chegou a acontecer mudar a planificação de um dia para o outro, tudo devido às dificuldades evidenciadas pelos alunos, que ainda não pareciam estar preparados para avançar nos conteúdos.

Para sermos capazes de planificar de acordo com os grupos e compreender o seu funcionamento, o que resultaria melhor a nível de atividades e propostas, tivemos de observar bastante. Isso permitiu-nos conhecer melhor os alunos e as suas reações, o que em alguns momentos nos possibilitava antecipar as suas reações, o que nos ajudava a preparar e a intervir de forma mais rápida. Por todas estas razões, sou capaz de afirmar que esta foi uma das competências que mais aprimorei em todo este percurso. E isso deixa-me contente, uma vez que me parece uma ferramenta crucial, para os professores.

Embora todos os aspetos, anteriormente mencionados, tenham sido fundamentais, é fulcral referir que só foi possível melhorar e ultrapassar as dificuldades de semana para semana, por se ter refletido no que correu bem e no que correu mal. Durante toda a intervenção, tive a grande oportunidade de refletir com diversas pessoas, entre eles, eu mesma, a minha parceira de estágio, a EC e o PC e os professores supervisores. Isso permitiu-me receber diversos feedback que ajudaram a tornar-me a minha melhor versão possível, até ao momento. Deste modo, no final de cada semana, havia sempre um balanço com cada uma das pessoas mencionadas, onde falávamos sobre diversas situações. Entre elas, destacávamos as dificuldades sentidas, o que poderia ter corrido melhor e o que correu bem, entre outras questões. Sem dúvida que estes foram dos momentos mais importantes. Para além disso, foi graças a estes momentos que ultrapassei diversas dificuldades, principalmente as que vivenciei no início da PES, que me fizeram duvidar de muitas coisas, inclusive das minhas capacidades.

Para finalizar, é importante referir que adorei ambos os contextos e, devo salientar que sem sombra de dúvidas, estas intervenções foram as que mais me marcaram, pois criaram-se laços muito profundos, devido ao convívio constante com todos os intervenientes. Para além disso permitiu-me ter uma pequena noção da realidade que vem a seguir.

Aproveito ainda para salientar que quem procura esta área tem de estar interessado e disponível em aprender novos conhecimentos e aprofundá-los. Destaco isto, uma vez que não nos podemos dar ao luxo de estagnar, porque temos uma responsabilidade muito grande, que é a de formar futuros cidadãos, que devem estar preparados para pensarem por si próprios e enfrentarem os problemas e imprevistos que irão ocorrer, porque é algo inevitável. Além do que já foi referido, todos os professores devem procurar aprimorar os seus métodos de ensino, mantendo-os atuais e precisam dominar diferentes estratégias de ensino, porque os alunos não aprendem todos da mesma forma. Por último, é importante que promovam diversas reflexões, onde analisem estas competências.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Abelheira, agrupamento. (2019). *Projeto Educativo agrupamento de escolas da abelheira Viana do Castelo*.
- Aires, L. (2015). *Paradigma Qualitativo e Práticas de Investigação Educacional*. [https://repositorioaberto.uab.pt/bitstream/10400.2/2028/4/Paradigma\\_Qualitativo%281ª edição\\_atualizada%29.pdf](https://repositorioaberto.uab.pt/bitstream/10400.2/2028/4/Paradigma_Qualitativo%281ª%20edição_atualizada%29.pdf)
- AltoMinho. (2016). Sobre. <https://www.altominho.pt/pt/sobre/>. Consultado em: 5 de fevereiro de 2021.
- Araújo, T. (2018). *Aprendizagem das frações com recurso a jogos matemáticos interativos: uma experiência no 4.º ano de escolaridade*. Relatório Final da Prática de Ensino Supervisionada em Educação Pré-escolar e Ensino do 1º Ciclo. Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Viana do Castelo, Viana do Castelo.
- Azevedo, C., Oliveira, L., Gonzalez, R. & Abdalla, M. (2013, novembro, 3-5). *A Estratégia de Triangulação: Objetivos, Possibilidades, Limitações e Proximidades com o Pragmatismo*. IV Encontro de Ensino e Pesquisa em Administração e Contabilidade, Brasília, Brasil.
- Bogdan, R. C., & Biklen S. K. (1994). *Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria dos métodos*. Porto Editora.
- Câmara Municipal Viana do Castelo. (2021) Apresentação. <http://www.cm-viana-castelo.pt/pt/apresentação>. Consultado em: 5 de fevereiro de 2021.
- Câmara Municipal Viana do Castelo. (2021) Dados e Números. <http://www.cm-viana-castelo.pt/pt/dados-em-numeros>. Consultado em: 5 de fevereiro de 2021.
- Canelas, A. (2016). *Resolução de problemas com números racionais - Um estudo com alunos do 5.º ano de escolaridade*. Relatório da componente de investigação do relatório de estágio em Mestrado em Ensino do 1º e do 2º Ciclo do Ensino Básico. Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Setúbal, Setúbal.
- Carmo, H., & Ferreira, M. M. (2008). *Metodologia da investigação: guia para auto-aprendizagem*. Universidade Aberta.
- Chainho, A. (2015). *A Aprendizagem dos Números Racionais no Ensino Básico - Um estudo no 3º ano do 1º ciclo*. Estudo Final de Mestrado em Mestrado na Especialidade em Educação Pré-Escolar e Ensino do 1º Ciclo do Ensino Básico. Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Beja, Beja.
- Coutinho, C. P. (2014). *Metodologias de investigação em Ciências Sociais e Humanas: Teoria e prática*. Almedina.
- Copley, J. (2019). *Work Sampling System: Mathematical Thinking – Background and Criteria*. NCS Pearson, 3, 1-9.
- Direção-Geral de Educação. (2018). *Aprendizagens Essenciais 3.º ano / 1.º Ciclo do Ensino Básico-Matemática*. Ministério da Educação.
- Direção-Geral de Educação. (2021). *Aprendizagens Essenciais 3.º ano / 1.º Ciclo do Ensino Básico-Matemática*. Ministério da Educação.

- Escolar, D. (2000). *Expressão e Educação Físico-Motora*. Retirado de [https://elearning.ipvc.pt/ipvc2019/pluginfile.php/114106/mod\\_resource/content/1/Programa%20de%20EFM%20ilustrado.pdf](https://elearning.ipvc.pt/ipvc2019/pluginfile.php/114106/mod_resource/content/1/Programa%20de%20EFM%20ilustrado.pdf)
- Esteves, V. (2013). *Raciocínio Matemático de alunos do 2º ano de escolaridade*. Relatório Final da Prática de Ensino Supervisionada em Educação Pré-escolar e Ensino do 1º Ciclo. Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Viana do Castelo, Viana do Castelo.
- Fernandes, D. (1991). *Notas sobre os paradigmas de investigação em educação*. *Noesis* (18), 64-66.
- Fonseca, L., & Esteves, V. (2017). *Raciocínio matemático e justificação: contributos de um estudo com alunos do 2.º ano de escolaridade*. VIII Congresso Ibero-americano de Education Matemática, Libro de Actas. CB-987, 535-546. ISBN 978-84-945722-3-4
- Fonseca, L. (2004). Funções da demonstração. *Revista da Escola Superior de Educação de Viana do Castelo*, 5, 103-117. ESE do IPVC.
- Goldenberg, E. P., Cuoco, A. & Mark, J. (1998). A role for geometry in general education. In R. Lehrer & D. Chazan (Eds.), *Designing learning environments for developing understanding of geometry and space* (pp. 3-42). Lawrence Erlbaun Associates Publishers.
- Gonçalves, S., Gonçalves, J. P., Rebolo, A., Rodrigues, A. I., Costa, A. P., Barcellos Fontanella, B. J., Damásio, C. P., Silva, C. G. da, Brandão, C., Formoso, C., Escalante Gómez, E., Castro, H. R. de, Ribeiro, J., Caïs, J., Revez, J., Magalhães, J., Folguera, L., Corujo, L., Pereira, M. M., Xavier, S., Alzás, T., Paul, V. (2021). *Manual de investigação qualitativa : conceção, análise e aplicações* (S. P. Gonçalves, J. P. Gonçalves, & C. G. Marques, Coord.). Pactor.
- Jeannotte, D., & Kieran, C. (2017). *A conceptual modelo of mathematical reasoning for school mathematics*. Springer 96, 1-16. doi: 10.1007/s10649-017-9761-8
- Lessard-Hébert, M., Goyette, G., & Boutin, G. (1990). *Investigação Qualitativa: Fundamentos e Práticas*. Epistemologia e Sociedade.
- Martins, G., Gomes, C., Brocardo, J., Pedroso, J., Carrilho, J., Silva, L., Encarnação, M., Horta, M., Calçada, M., Nery, R., & Rodrigues, S. (2017). *Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória*. Ministério da Educação Direção Geral de Educação (DGE).
- Mason, J. & Johnston-Wilder, S. (2004). *Fundamental Constructs in Mathematics Education*. Routledge Falmer.
- Mendes, F., Brocardo, J., Delgado, C., & Gonçalves, F. (2010). *Números e operações: 3.º ano: números naturais, operações com números naturais, números racionais não negativos*. [https://comum.rcaap.pt/bitstream/10400.26/5145/1/3%c2%ba\\_Ano\\_Numeros\\_e\\_Operacoes.pdf](https://comum.rcaap.pt/bitstream/10400.26/5145/1/3%c2%ba_Ano_Numeros_e_Operacoes.pdf)
- ME-DGE. (2004). *Organização Curricular e Programas - Estudo do Meio*. Ministério da Educação Direção Geral de Educação (Vol. 4).

- ME-DGE. (2012). *Programa e Metas Curriculares. Matemática*. Ensino Básico. Ministério da Educação e da Ciência.
- ME-DGE. (2015). *Programa e Metas Curriculares de Português do Ensino Básico*. Ministério da Educação e da Ciência.
- Monserate, agrupamento. (2015). *Projeto Educativo - Educar para a vida: diversidade formativa e inclusão educativa*.
- Morais, C., da Ponte, J. P., & Serrazina, L. (2018). Mathematical Reasoning fostered by (fostering) Transformations of Rational Number Representations. *Acta Scientiae*, 20(4), 552-570. doi: <https://doi.org/10.17648/acta.scientiae.v20iss4id3892>
- Naves, P. (2019). *Viana do Castelo é o melhor distrito para se viver em Portugal*. NiT. <https://www.nit.pt/fora-de-casa/na-cidade/viana-do-castelo-eleito-melhor-distrito-viver-portugal#:~:text=Para%20os%20portugueses%2C%20Viana%20do,distritos%20a%20n%C3%ADvel%20de%20seguran%C3%A7a>.
- NCTM (2000). *Principles and standards for school mathematics*. NCTM.
- NCTM (2002). *Making sense of fractions, ratios, and proportions*. NCTM.
- NCTM (2007). *Princípios e Normas para a Matemática Escolar*. APM.
- NCTM (2014). *Principles to Actions. Ensuring Mathematical Success for All*. National Council of Teachers of Mathematics.
- NRICH (2014). *Reasoning: Identifying Opportunities*. NRICH Primary Team. [nrich.maths.org/10990](http://nrich.maths.org/10990)
- Nunes, T. (2006). Fractions: difficult but crucial in mathematics learning. TLRP.
- Oliveira, P. (2008). *O raciocínio matemático à luz de uma epistemologia*. Educação e Matemática. 100, 3-9
- Ponte, J. P., Mata-Pereira, J. & Henriques, A. (2012). *O raciocínio matemático nos alunos do Ensino Básico e do Ensino Superior*. Universidade Estadual de Ponta Grossa Brasil.
- Reis, R. (2004). *Desenvolvimento do Raciocínio Matemático*. Universidade Aberta.
- Rosado, A., Mesquita, I., & Colaço, C. J. P. (2012). *Desporto e atividade física: métodos e técnicas de investigação qualitativa*. Faculdade Motricidade Humana.
- Russell, S. (1999). *Mathematical reasoning in Elementary Grades*. In Leo Stiff (Ed.), *Developing Mathematical Reasoning in Grades K-12* (pp.1-12). NCTM.
- Santos, C. (2018). *Raciocinando matematicamente: um estudo com alunos do 4.º ano de escolaridade*. Relatório Final da Prática de Ensino Supervisionada em Educação Pré-escolar e Ensino do 1º Ciclo. Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Viana do Castelo.
- Saptura, C., Suh, J., & Manaffey, G. (2007). Masterpieces to Mathematics: Using Art to Teach Fractions, Decimal, and Percent Equivalents. *Mathematics Teaching in the middle school*. 13(1), 24-28. NCTM.
- Silva, I., Marques, L., Mata, L., & Rosa, M. (2016). Orientações Curriculares para a Educação Pré-Escolar. In Ministério da Educação/Direção-Geral da Educação (DGE).

- Strother, S., Brendefur, J. L., Thiede, K., & Appletion, S. (2016). *Five Key Ideas to Teach Fractions and Decimals with Understanding*. *Advances in Social Sciences Research Journal*, 3(2) 132-137.
- Vale, I. (2004). *Algumas Notas sobre a Investigação Qualitativa em Educação Matemática, O Estudo de Caso*. In J. Subtil, J. Portela, & I. Vale (Eds.), *Revista da Escola Superior de Educação* (Vol. 5, pp. 171-202). Escola Superior de Educação.
- Vale, M. I. P. do, & Pimentel, T. (2004). Resolução de problemas. In *Elementos de matemática para professores do Ensino Básico* (pp. 7–51). Lidel.
- VIANAFestas. (2017). Romaria Sra. D'Agonia – História. <https://www.vianafestas.com/pt/eventos-e-romarias/romaria-sra-da-agonia#cortejo>. Consultado em: 5 de fevereiro.
- Yin, R. K. (2001). *Estudos de Caso, Planeamento e Métodos*. Bookman. [https://saudeglobaldotorg1.files.wordpress.com/2014/02/yin-metodologia\\_da\\_pesquisa\\_estudo\\_de\\_caso\\_yin.pdf](https://saudeglobaldotorg1.files.wordpress.com/2014/02/yin-metodologia_da_pesquisa_estudo_de_caso_yin.pdf)

## **ANEXOS**



## Anexo 1

### Modelo de planificação

Escola:		Data:		
Mestradas:		Ano de escolaridade:	N.º alunos:	
Áreas/ Domínios	Objetivos específicos	Desenvolvimento da aula e propostas de trabalho	Materiais/recursos/ espaços físicos/ tempo	Avaliação
Matemática: - Números e Operações	Números racionais não negativos: 11. Medir com frações: 3. Utilizar corretamente os termos “numerador” e “denominado” ; 5. Utilizar as frações para designar grandezas formadas por certo número de partes equivalentes a	<p style="text-align: center;"><u>Segunda-feira, 26 de abril de 2021</u></p> <p><b>9h15 – 10h15   Matemática:</b> Antes de introduzirmos o tema definido para este dia, frações equivalentes, realizaremos uma breve síntese do que já foi trabalhado anteriormente. Deste modo, e recorrendo a puzzles (anexo 1), iremos rever diversas questões, como: - Numerador e denominador, bem como as suas definições; - O denominador não pode ser zero e o porquê; - Leitura de frações; - De que outras formas podemos representar frações (unidade); - Frações próprias e impróprias. Durante a realização da atividade podem surgir algumas questões, tais como: - Como chamamos aos constituintes de uma fração? Resposta: Numerador, que é o número de cima, neste caso, o dois e denominador, que é o número de baixo, o três. - O que nos indica o numerador e o denominador? ou, Porque é que o número de cima se chama numerador? Resposta: O numerador indica o número de partes que retiramos do todo e o denominador indica o número de partes iguais, em que dividimos o todo. - O denominador pode ser qualquer número? Resposta: Tem de ser sempre um número diferente de zero. -Porquê?</p>	- Puzzles;	Recordam conceitos referentes às frações, formando puzzles.  Identificam e explicam os constituintes das frações.  Efetua a leitura de uma fração e representam

	<p>uma que resulte de divisão equitativa de um todo.</p>	<p>Resposta: Porque não é possível dividir uma unidade em zero partes iguais, o valor mínimo é um (unidade).</p> <p>- Como se efetua a leitura desta fração 2/3?</p> <p>Resposta: Dois terços.</p> <p>- Por que motivo podemos representar 4/4 como 1, isto é, a unidade?</p> <p>Resposta: É a unidade, porque é quatro do todo, que também é quatro, logo temos a unidade completa.</p> <p>- O que são frações próprias?</p> <p>Resposta: São as frações cujo numerador é menor que o denominador.</p> <p>- E frações impróprias? O que são?</p> <p>Resposta: São as frações que têm o numerador maior do que o denominador.</p> <p>No final de revermos todos estes conceitos, apresentaremos um problema (anexo 2), para iniciarmos a explicação do tema, frações equivalentes. Com o intuito de proceder à resolução do problema e auxiliar a explicação do conteúdo, levaremos frações circulares e retangulares (anexo 3), que já estão divididas em diferentes partes. Num primeiro momento, apenas utilizaremos as frações que representem <math>\frac{1}{2}</math>, <math>\frac{1}{4}</math> e <math>\frac{4}{8}</math>, que serão as mencionadas no problema. Contudo, depois de compreenderem, porque todas elas são frações equivalentes, perguntaremos se <math>\frac{5}{10}</math> também é equivalente às frações anteriores. Para responder, o aluno poderá vir ao quadro manipular o material. No final, é esperado que a resposta a esta questão seja positiva.</p> <p style="text-align: center;"><b>10h15 – 10h45</b> <b>Intervalo</b></p>	<p>- PowerPoint; - Frações circulares e retangulares;</p>	<p>com o material.</p> <p>Relacionam frações com a unidade.</p> <p>Distinguem frações próprias de impróprias.</p> <p>Interpretam o problema.</p> <p>Resolvem o problema recorrendo a material.</p>
--	--	--	---	--

		<p><b>10h45 – 11h45   Matemática:</b></p> <p>Depois do intervalo realizaremos o comboio das frações equivalentes (anexo 4). Esta atividade consiste na exposição aleatória de diversos cartões no quadro, que evidenciarão diferentes frações de modelo contínuo e discreto, circular e retangular. À vez, começaremos por chamar um aluno, que deverá selecionar um papel, por exemplo <math>\frac{1}{2}</math>. O aluno seguinte, deverá eleger um papel, que represente uma fração equivalente à anterior (exemplo, um quadrado dividido em duas partes iguais, com uma delas pintada) e assim sucessivamente.</p> <p>De seguida, pediremos que realizem os exercícios do manual (anexo 5), começando no exercício 2 da página 86 e os exercícios 1, 2, 3 e 4 da página seguinte.</p> <p>Assim que os primeiros alunos tiverem terminado os exercícios, realizaremos a correção no quadro. Para este momento, selecionaremos de forma aleatória diferentes alunos, que corrigirão no quadro as diferentes alíneas.</p> <p>No final, entregaremos uma folha A5 a cada aluno, onde existem diferentes flores (anexo 6). Ao centro, estará representada uma fração e em cada pétala, haverá outras. Neste sentido, será pedido que cada aluno pinte as pétalas que tiverem frações equivalentes à do centro. Esta proposta, poderá ser realizada na sala ou em casa, consoante o tempo disponível, para que possam consolidar o conceito de forma mais informal.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Cartões;</li> <li>- Post-it;</li>   <li>- Manual de matemática;</li>   <li>- Folhas com flores;</li> </ul>	<p>Selecionam os cartões e relacionam, representando frações equivalente.</p> <p>Resolvem exercícios individualmente, aplicando os conhecimentos adquiridos.</p> <p>Corrigem em grupo, explicando os seus raciocínios.</p> <p>Identificam e pintam as frações equivalentes.</p>
--	--	--	---	---

<p>Português: - Oralidade</p>	<p>3. Produzir discursos com diferentes finalidades, tendo em conta a situação e o interlocutor.</p> <p>3. Informar, explicar.</p>	<p><b>11h45 – 12h15   Português:</b></p> <p>Antes do almoço, ainda teremos oportunidade de iniciar uma proposta a nível do português que consiste na análise de um novo tipo de texto, a carta. Para desenvolver esta atividade começaremos por perguntar para que servem as cartas, aguardando obter respostas como - Servem para trocarmos mensagens com outras pessoas e empresas. Seguidamente, questionaremos se alguma vez trocaram cartas com alguém, aproveitando esta situação para analisar que atualmente, com toda a tecnologia que existe, este tornou-se um método de correspondência pouco usual. Para além disso, frisaremos ainda que este instrumento de comunicação é mais afetivo e simbolismo.</p>		<p>Explicam para que servem as cartas.</p>
<p>- Educação Literária</p> <p>- Leitura e Escrita</p>	<p>2. Praticar a leitura silenciosa.</p> <p>10. Monitorizar a compreensão.</p> <p>1. Sublinhar as palavras desconhecidas, inferir o significado a partir de</p>	<p>Após esta introdução ao tema, vamos solicitar que todos os alunos abram o manual de português na página 66 e efetuaremos a leitura do texto (anexo 7). Depois disso, pediremos que os alunos releiam o texto, de forma individual, sublinhando as palavras cujo significado desconheçam. A seguir a compreenderem todo o sentido do documento, bem como as palavras desconhecidas, procederemos à análise da sua forma, isto é, à apresentação gráfica que este tipo de documento exige:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Local e data;</li> <li>- Saudação Inicial;</li> <li>- Assunto (no caso do texto existem dois assuntos, deste modo ressaltaremos que cada assunto é escrito em parágrafos diferentes);</li> <li>- Último parágrafo;</li> <li>- Fórmula de despedida;</li> </ul>	<p>- Manual de português;</p>	<p>Leem o texto, assinalam palavras desconhecidas e em grande grupo explicam os significados.</p> <p>Analisam a estrutura da carta e do envelope.</p>

	<p>dados contextuais.</p> <p>6. Ler textos diversos.</p> <p>1. Ler cartas.</p> <p>11. Elaborar e aprofundar ideias e conhecimentos.</p> <p>4. Expressar uma opinião crítica a respeito de</p>	<p>- Assinatura.</p> <p>Aproveitaremos também, para verificar como se deve preencher o envelope, referindo as seguintes questões:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Distinção da zona do remetente (canto superior esquerdo) e do destinatário (canto inferior direito);</li> <li>- Menção aos dados pessoais necessários, para o envio da carta (nome, rua, número da porta/andar, código-postal, cidade e país);</li> <li>- Destacar os selos (papel autocolante, que comprova o pagamento pelo serviço de envio).</li> </ul> <p style="text-align: center;"><b>12h15 – 13h45</b> <b>Almoço</b></p> <p><b>13h45 – 14h45   Português:</b></p> <p>Assim que regressarmos do almoço, alguns alunos indicados aleatoriamente realizarão a leitura de algumas partes da carta. Deste modo, dividiremos o texto em três partes e sempre que chegarem a esses sítios, previamente definidos, trocaremos o aluno dando oportunidade a outro, para efetuar a leitura.</p> <p>Posteriormente, os alunos terão oportunidade de trocar opiniões, sobre o que levou a João a optar pela carta e não por outra forma, como uma chamada, um e-mail, entre outras formas. Para além disso, os alunos poderão dizer se optariam pela mesma forma de comunicação ou não, justificando a sua resposta. A estas questões poderemos obter algumas respostas como:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Para o pai ver a evolução da sua letra;</li> <li>- O João optou pela carta, para o pai ter uma lembrança, porque se for uma chamada, depois só fica na nossa cabeça, não podemos voltar a ver;</li> <li>- Essa carta foi de 2011, se calhar o João, ainda não sabia mexer muito bem com a</li> </ul>		<p>Efetuar a leitura oral do texto.</p> <p>Opinam sobre o que levou a personagem a escrever uma carta e explicam se fariam o mesmo.</p>
--	---	---	--	---

<p>Estudo do Meio:</p>	<p>ações das personagens ou de outras informações que possam ser objeto de juízos de valor.</p> <p>Prever se a quantidade de ar que cada pessoa deita é</p>	<p>Internet.</p> <p>- Não optava por essa forma, porque também posso trocar mensagens pela Internet e chegam lá mais depressa e também não desaparecem.</p> <p>Caso sobre tempo, iniciaremos em grande grupo, a resolução as questões do livro de fichas, página 24, ficha 18, sobre o texto (anexo 8). Deste modo, os alunos irão ler as perguntas e dar a resposta. O aluno que der a resposta mais completa, virá ao quadro escrevê-la.</p> <p><b>14h45 – 15h45   Educação Artística</b> (Nota no final da planificação)</p> <p style="text-align: center;"><b><u>Terça-feira, 27 de abril de 2021</u></b></p> <p><b>9h15 – 10h15   Inglês</b> (Nota no final da planificação)</p> <p style="text-align: center;"><b>10h15 – 10h45</b> <b>Intervalo</b></p> <p><b>10h45 – 11h45   Expressão Musical</b> (Nota no final da planificação)</p> <p><b>11h45 – 12h15   Oferta Complementar/Apoio ao Estudo:</b></p> <p>Começaremos por explicar que nesta semana daremos início a uma experiência, que terá continuidade na semana seguinte.</p> <p>Uma vez que nas últimas semanas a turma tem vindo a analisar os diferentes sistemas e as suas funções, nesse dia iniciaremos uma experiência descrita no</p>	<p>- Livro de fichas de português;</p> <p>- Manual de estudo do meio;</p>	<p>Efetuar a leitura das questões e respondem.</p> <p>Analisar o tema da experiência e o material</p>
------------------------	---	--	---	---

<p>Português: - Leitura e Escrita</p>	<p>a mesma.</p> <p>19. Escrever textos diversos. 1. Escrever cartas.</p> <p>20. Rever textos escritos. 1. Verificar se o texto contém as ideias previamente</p>	<p>manual de estudo do meio, página 68 que pretende analisar se a quantidade de ar libertada numa só expiração é a mesma em todas as pessoas (anexo 9). Depois de analisarmos essa questão, pediremos que os alunos façam uma previsão do que julgam que vá acontecer. Depois disso, vamos analisar o material, a que vamos ter de recorrer na semana seguinte. Apesar de no livro constar um garrafão de 5L, apenas utilizaremos uma garrafa de 1,5L, uma vez que iremos utilizar um recipiente de vidro, em vez de uma bacia de plástico. Desta forma, todos poderão visualizar a proposta dos seus lugares.</p> <p style="text-align: center;"><b>12h15 – 13h45</b> <b>Almoço</b></p> <p><b>13h45 – 14h45   Português:</b> Uma vez que no domingo seguinte, dia 2 de maio, é habitual festejar-se o Dia da Mãe e tendo em conta que na véspera estivemos a analisar a carta, vamos propor que cada aluno escreva no seu caderno uma carta para a mãe, completando assim a prenda que têm vindo a desenvolver durante o período estipulado para Educação Artística. Depois de escreverem a carta, todos os alunos deverão ir ao manual, preencher a tabela de sim ou não, identificada com o número 3, da página 67 (anexo 10). Esta, consiste numa autoavaliação, para que cada menino possa analisar se a sua carta respeita a estrutura deste tipo de texto, ou se falta alguma informação. Caso se tenha esquecido de algum ponto, o aluno poderá acrescentá-lo, melhorando assim o seu texto. Antes de avançarmos, explicaremos que no dia seguinte vamos passar a limpo as cartas e preencher os envelopes. Por este motivo pediremos que os alunos</p>	<p>- Caderno de português; - Manual de português;</p>	<p>necessário.</p> <p>Registam as previsões do que pensam que vai acontecer.</p> <p>Escrevem cartas para as mães.</p> <p>Analizam as suas cartas e autoavaliam as estruturas, preenchendo uma tabela.</p> <p>Acrescentam as informações que faltam.</p>
---	---	---	---	---

<p>Matemática: - Números e Operações</p>	<p>definidas.</p> <p>2.2. Efetuar contagens progressivas e regressivas, com saltos fixos.</p> <p>6.1. Resolver problemas de até três passos envolvendo situações de juntar, acrescentar, completar e comparar.</p> <p>5. Utilizar as frações para designar grandezas formadas por certo número de partes</p>	<p>verifiquem os seus endereços, em casa.</p> <p><b>14h45 – 15h45   Matemática:</b> <u>Proposta Tese</u> (anexo 11)</p> <p>Para concluir o dia, o grupo realizará uma proposta de atividade relacionada com sequências e frações. Relativamente a sequências, esta atividade pretende que os alunos identifiquem se estão perante um padrão ou não, qual é o grupo que se repete, para generalizarem diversas situações com os dados fornecidos, entre outras questões. Para além disso e ainda relacionado com sequências, esta proposta centra-se muito no pensamento e, por sua vez, descrição do raciocínio que o aluno teve durante a resolução. No que diz respeito a frações, a tarefa também promove questões, que implicam os conteúdos analisados no dia anterior, ou seja, representação de frações e frações equivalentes. Esta atividade inicia-se com uma contextualização, que tem como tema, a realização de lembranças para uma festa do Dia da Mãe. Essa contextualização é acompanhada por uma tabela e algumas questões.</p>	<p>- Ficha;</p>	<p>Resolvem a proposta individualmente, reconhecendo um padrão e o grupo que se repete.</p> <p>Generalizam situações.</p> <p>Identificam frações equivalentes e representam-nas.</p>
--	--	--	-----------------	--

	<p>equivalentes a uma que resulte de divisão equitativa de um todo.</p>	<p style="text-align: center;"><b><u>Quarta-feira, 28 de abril de 2021</u></b></p> <p><b>9h15 – 10h15   Matemática:</b></p> <p>13. Ordenar frações com o mesmo denominador.</p> <p>14. Ordenar frações com o mesmo numerador.</p> <p>Neste dia, começaremos com um novo assunto relacionado com as frações, mais especificamente, a comparação e ordenação de frações. Uma vez que a turma já trabalhou os sinais da comparação, no caso, o maior, menor e igual, com números inteiros, teremos o cuidado de rever esse conteúdo, através da apresentação de um breve PowerPoint interativo (anexo 12), que conterà os sinais, bem como a sua correspondência, e dois breves exercícios, para poderem aplicar com números naturais. Assim, a primeira proposta terá em foco alguns números e/ou expressões numéricas, agrupados dois a dois e pretende-se que os alunos identifiquem qual é o sinal em falta.</p> <p>- 1453 + 3364 ____ 6090 // resposta esperada: 4817 &lt; 6090</p> <p>- 5269 ____ 690 x 5 // resposta esperada: 5269 &gt; 3450</p> <p>- 750 : 3 ____ 250 // resposta esperada: 250 = 250</p> <p>- 954 - 758 ____ 446 : 2 // resposta esperada: 196 &lt; 223</p> <p>- 120 + 35 ____ 19 x 7 // resposta esperada: 155 &gt; 133</p> <p>- 23451 - 15765 ____ 7686 // resposta esperada: 7686 = 7686</p> <p>A segunda situação apresenta os seguintes números desordenados e pretende-se</p>	<p>- PowerPoint;</p>	<p>Relembra os sinais de comparação, identificando-os.</p> <p>Aplicam os sinais entre dois números, criando expressões verdadeiras.</p> <p>Organizam os números de</p>
--	---	--	----------------------	--

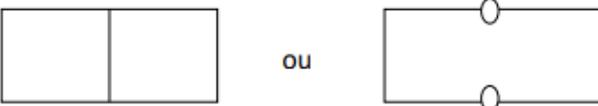
		<p>que os alunos os agrupem de forma decrescente.  - 361   2568   1349   9201   758   5712   883   1205   9942   999  Resposta esperada:  9942 &gt; 9201 &gt; 5712 &gt; 2568 &gt; 1349 &gt; 1205 &gt; 999 &gt; 883 &gt; 758 &gt; 361  Visto ser um suporte interativo, as respostas só surgirão depois dos alunos responderem às questões.</p> <p>Depois desta parte inicial e usando o mesmo suporte, vamos explicar como ocorre a comparação e ordenação, em relação às frações. Uma vez que será um tema novo, para que os alunos não se confundam, apenas analisaremos uma das formas. Assim sendo, neste dia apenas explicaremos que podemos comparar frações que têm o mesmo denominador e numeradores diferentes. Deste modo, começaremos por apresentar o seguinte problema e questões:</p> <p>A Ana e o Diogo receberam uma caixa com 9 berlindes. Quando foram jogar, repararam que a Ana tinha <math>\frac{4}{9}</math> dos berlindes e o Diogo tinha ficado com os restantes berlindes, <math>\frac{5}{9}</math>.</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) Através de um desenho, representa quantos berlindes tinha cada menino.</li> <li>2) Quem ficou com mais berlindes?</li> </ol> <p>No dia seguinte, em casa dos avós, a Ana e o Diogo juntaram os seus berlindes aos do primo Lourenço e ficaram com um total de 21 berlindes.</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) Quantos berlindes tinha o Lourenço?</li> <li>2) Com base nos 21 berlindes, representa em forma de fração o número de berlindes que têm a Ana e o Diogo e o número de berlindes que o Lourenço tem.</li> </ol>	<p>forma decrescente.</p> <p>Analizam os problemas e tentam responder.</p> <p>Explicam o seu raciocínio.</p>
--	--	---	--

		<p>3) Quem tinha mais berlindes, a Ana e o Diogo ou o Lourenço?</p> <p>Durante a tarde, estiveram a brincar com os berlindes. A Ana ficou com <math>\frac{5}{21}</math> dos berlindes, enquanto o Diogo tinha <math>\frac{7}{21}</math> e o Lourenço <math>\frac{9}{21}</math>.</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) Quem ficou com a maior parte dos berlindes?</li> <li>2) Quem ficou com menos berlindes?</li> <li>3) Justifica a tua resposta?</li> <li>4) Ordena de ordem crescente os números de berlindes dos três meninos.</li> </ol> <p>À medida que iremos resolvendo os exercícios, os alunos deverão ir explicando os seus raciocínios, familiarizando-se com o conceito. Para concluir apresentaremos uma definição, sendo ela:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- De duas frações com o mesmo denominador, é maior aquela que tem maior denominador.</li> <li>- <math>\frac{5}{21} &lt; \frac{7}{21} &lt; \frac{9}{21}</math>.</li> </ul> <p>Logo que todos tenham compreendido, compreendendo através de algumas questões como - Como determinados qual das frações é maior ou menor? / Entre <math>\frac{4}{8}</math> e <math>\frac{2}{8}</math>, qual é a maior e a menor?, entre outras questões - será solicitado que resolvam os exercícios 1, 2 e 3 da página 92, do manual de matemática (anexo 13), para aplicarem os conhecimentos adquiridos anteriormente. Antes do intervalo, ainda realizaremos a correção em grande grupo, esclarecendo todas as dúvidas que forem surgindo.</p>	<p>- Manual de matemática;</p>	<p>Resolvem os exercícios aplicando os conceitos e corrigem em grande grupo.</p>
--	--	--	--------------------------------	--

Português	<p>15. Redigir corretamente.</p> <p>1. Utilizar uma caligrafia legível.</p> <p>2. Respeitar as regras de ortografia.</p>	<p style="text-align: center;"><b>10h15 – 10h45</b> <b>Intervalo</b></p> <p><b>10h45 – 12h15   Português:</b> Entre o intervalo da manhã e o almoço, os alunos terão oportunidade de finalizar as suas cartas. Antes de avançarem, iremos rever a estrutura da carta no quadro interativo. Assim, desenvolveremos duas das atividades disponíveis na escola virtual (anexo 14).</p> <p>Em seguida, entregaremos uma folha a cada aluno, para que possam passar a limpo e a caneta a carta que escreveram no dia anterior. Juntamente com a folha, daremos também um envelope, para que possam escrever o seu nome no lugar do remetente e o nome da mãe no espaço do destinatário.</p> <p>No final, aproveitaremos para corrigir o que falta das perguntas de interpretação da carta presente no manual.</p>	<p>- Escola virtual - Projetor; - Computador;</p> <p>- Folhas e envelopes; Livro de fichas</p>	<p>Preenchem os espaços criando textos e frases bem estruturadas.</p> <p>Copiam as suas cartas para uma folha limpa e preenchem os envelopes.</p>
<p>Estudo do Meio: - À Descoberta de si mesmo</p>	<p>3. A saúde do seu corpo. Reconhecer a importância do</p>	<p style="text-align: center;"><b>12h15 – 13h45</b> <b>Almoço</b></p> <p><b>13h45 – 15h00   Estudo do Meio:</b> Relativamente ao estudo do meio, iremos analisar a importância do sol para a saúde. Num primeiro momento, pretendemos saber se já existem preconceções sobre este assunto. Por esse motivo, iremos perguntar porque é que o sol é importante</p>		<p>Explicam porque acham que o sol é importante para</p>

	<p>ar puro e do sol para a saúde.</p>	<p>para a saúde? - aguardando respostas como:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Dá-nos vitaminas;</li> <li>- Aquece-nos;</li> </ul> <p>Posteriormente, começaremos a ler e analisar, pelo projetor, a informação apresentada na página 77 do manual (anexo 15), esclarecendo as dúvidas que forem surgindo, como por exemplo:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- O que é o raquitismo e a osteoporose?</li> </ul> <p>Resposta: Isso são duas doenças relacionadas com os ossos. No caso do raquitismo, utiliza-se este termo para referirmos más formações dos ossos em crianças. Osteoporose acontece quando somos mais velhos, sendo até mais comum nas mulheres acima dos 45 anos, tornando os ossos mais frágeis.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- O que é radiação ultravioleta?</li> </ul> <p>Resposta: O sol produz diversos raios, que chamamos de radiação solar. Alguns são favoráveis ao ser humano e outros não, como é o caso da radiação ultravioleta.</p> <p>No final, para aplicar os conhecimentos trabalhados, apresentaremos um <i>quizz</i> em formato PowerPoint (anexo 16), onde estarão evidenciadas algumas questões, sendo elas:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Qual é a importância do sol?</li> <li>- Quais são as funções da vitamina D?</li> <li>- Entre que horas devemos evitar a exposição ao sol?</li> <li>- Quais são os perigos para a saúde de uma exposição prolongada ao sol?</li> <li>- Que cuidados devemos ter para nos protegermos dos raios ultravioleta do sol?</li> </ul> <p>Uma vez que esta proposta é para ser desenvolvida sem acesso a informação, a proposta contém diferentes tipos de perguntas, havendo verdadeiros e falsos, questões acompanhadas por 3 opções de resposta, sendo esperado que os alunos indiquem a correta. Para além disso, haverá uma parte com perguntas seguidas</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Projetor;</li> <li>- Manual online de Estudo do Meio;</li> <li>- PowerPoint com <i>quizz</i>;</li> </ul>	<p>a saúde.</p> <p>Leem os motivos, comparando com os argumentos que usarão inicialmente.</p> <p>Respondem ao <i>quizz</i> interativo, de acordo com os conceitos abordados.</p>
--	---------------------------------------	--	---	--

<p>Educação Física: - Jogos</p>	<p>8.1 Em situação de atacante: - Escolher e perseguir um dos adversários, utilizando mudanças de direção e velocidade.</p> <p>8.2 Em situações de defesa: - Fugir e esquivar-se utilizando mudanças de direção e</p>	<p>por várias respostas, em que os alunos têm de identificar todas as alíneas corretas e haverá ainda duas questões para indicarem respostas, com base no que se lembrarem. As respostas corretas apenas surgirão depois da turma indicar a alínea(s) que julgarem estar bem.</p> <p><b>15h00 – 15h45   Educação Física:</b> <u>Aquecimento (10’):</u></p> <p>A turma dará início com o aquecimento, através do jogo da apanhada. Deste modo, começaremos por definir dois jogadores que terão a função de apanhar todos os colegas. Os restantes alunos terão de movimentar-se, fugindo dos “apanhadores”, dentro do espaço sinalizado. Além disso, haverá quatro arcos posicionados no chão, designados por “casinha”, aos quais os jogadores poderão recorrer, para se protegerem dos “apanhadores”. No entanto, apenas poderão lá permanecer, durante 5 segundos. Ao serem apanhados, os jogadores serão eliminados. Contudo, apenas poderá haver duas crianças eliminadas de cada vez. Deste modo, sempre que houver uma terceira criança que tenha sido apanhada, esta deve trocar, com a que saiu do jogo à mais tempo e assim sucessivamente.</p>	<p>- Sinalizadores;</p>	<p>Apanhadores: Deslocam-se pelo campo, em corrida, tocando nos colegas.</p> <p>Jogadores: Correm dos apanhadores, não sendo apanhados.</p> <p>Criam estratégias consoante a posição dos apanhadores e das “casinhas” disponíveis.</p>
-------------------------------------	---	---	-------------------------	--

	<p>velocidade.</p> <p>- “Guardar” um fugitivo já apanhado, enquadrando-se para impedir que outros o “salvem”.</p>	<p><u>Desenvolvimento:</u></p> <p>Jogo – Futebol sem bola (15’)</p> <p>Para este jogo, a turma será dividida em duas equipas e cada uma delas terá metade do espaço, que estará sinalizado. O objetivo é que os elementos de cada equipa saiam do seu lado do campo, percorrendo todo o campo da equipa adversária, até chegar à linha final, sem serem tocados pelos adversários. Se estes conseguirem defender-se, e tocar no jogador que tentou marcar golo, este fica preso no local onde foi tocado e só pode voltar a movimentar-se, se outro jogador, da sua equipa o livrar, tocando-lhe. Esta situação, caçar os adversários, apenas poderá ocorrer quando esses jogadores se encontrarem no seu meio campo, que estará sinalizado com uma linha ou com dois sinalizadores, posicionados nas extremidades do campo.</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p>Assim que o jogador consiga tocar na linha da equipa adversária, essa equipa fará um ponto e, de seguida, o jogo recomeça do início, vencendo a equipa que conseguir marcar mais golos. Esta análise, de resultados deverá ser realizada por ambas as equipas e por nós, para verificar caso os grupos se enganem.</p>		<p>Arranjam estratégias, para não deixar os adversários chegarem à sua baliza.</p> <p>Correm, desviando-se dos adversários, até chegarem à outra extremidade do campo.</p>
	<p>2. Nos jogos coletivos com bola:</p> <p>2.1. Se tem a bola, passar a um</p>	<p>Jogo da Bola ao Meio (15’):</p> <p>Vamos dividir a turma em grupos de três jogadores e entregaremos a cada um, uma bola. Dois jogadores ficam em lados opostos e o terceiro elemento ficará no meio. O objetivo desta atividade é que os alunos das pontas troquem a bola entre si, com as duas mãos, sem que o aluno do centro intercete a bola. Sempre que este conseguir tocar ou agarrar a bola, o jogador deve trocar de lugar com</p>	<p>- Bolas;</p>	<p>Lançam e agarram a bola com as duas mãos.</p> <p>Lançam a bola</p>

<p>- Relaxamento</p>	<p>companheiro. 2.2. Receber ativamente a bola com as duas mãos, quando esta é dirigida ou quando a intercetar.</p> <p>- Promover a concentração e respirar calmamente;</p> <p>- Relaxar o corpo através de alongamentos.</p>	<p>quem lançou a bola. Esta atividade poderá ter variáveis, consoante o nível e desenvolvimento das crianças. Assim, caso as crianças estejam a demonstrar destreza na proposta, poderemos pedir que experimentem lançar com apenas uma mão e apanhar com as duas.</p> <p><u>Relaxamento (5'):</u> No final, realizaremos um relaxamento, que será iniciado com um exercício de respiração. Para isso, a turma formará um círculo, para que todos se possam ver. Seguidamente, realizaremos alguns alongamentos, para que os músculos dos alunos possam relaxar, respeitando a seguinte ordem:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Pescoço: 1) giram a cabeça para a esquerda e depois para a direita; 2) fazem movimentos circulares com a cabeça tanto da direita para a esquerda como no sentido inverso;</li> <li>- Pulsos: entrelaçam os dedos e fazer movimentos circulares com os pulsos;</li> <li>- Ombros: esticam os braços e fazer movimentos circulares para a frente e para trás;</li> <li>- Tronco: afastam as pernas e levam o braço direito para cima da cabeça, flexionando o tronco para a esquerda e depois inverter a ordem;</li> <li>- Cintura: colocam as mãos na cintura e depois, com as pernas afastadas fazer movimentos circulares com o tronco, da esquerda para a direita e no sentido inverso também;</li> <li>- Coluna: mantêm as pernas afastadas devem tocar com as mãos no chão,</li> </ul>	<p>- Imagens.</p>	<p>com uma mão. Desloca-se entre os jogadores até intercetar a bola.</p> <p>Estabilizam a respiração, inspirando e expirando devagar.</p> <p>Movimentam as diferentes partes do corpo.</p>
----------------------	---	--	-------------------	--

		<p>flexionando um pouco os joelhos e de seguida devem erguer-se e esticar os braços para trás;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Pernas: com as pernas afastadas agacham-se e enquanto uma está flexionada a outra está esticada, fazendo o inverso a seguir;</li> <li>- Joelhos: juntam as pernas e dobrar um pouco os joelhos, fazendo movimentos circulares, tanto para a direita como para a esquerda;</li> <li>- Tornozelos: à vez, apoiam a ponta de cada um dos pés no chão e fazer movimentos circulares.</li> </ul> <p>Para este último momento, levaremos connosco algumas imagens dos alongamentos (anexo 17), para que em vez de reproduzirem apenas consoante as nossas indicações, também o possam fazer através da interpretação de imagens.</p>		
--	--	--	--	--

**Nota:**

A turma é acompanhada por professores coadjuvantes a Educação Artística e a Educação Musical.

O tempo previsto para Inglês, também é lecionado por outra professora

A diferença entre os dois primeiros momentos e o Inglês, é que no primeiro caso permanecemos na sala a acompanhar e auxiliar a turma no que for necessário e, em relação ao Inglês isso não ocorre.

## **Anexo 2**

### *Pedido de Autorização*

#### **Pedido de Autorização**

Ex.mo(a) Encarregado(a) de Educação,

No âmbito do curso de Mestrado em Educação Pré-Escolar e Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico, da Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Viana do Castelo e da minha integração no estágio, que desenvolvo com a turma do seu educando, pretendo realizar uma investigação centrada na área curricular de Matemática.

Para a realização deste estudo de investigação terei necessidade de proceder à recolha de diversos dados, tais como, registos fotográficos, áudio e vídeo da intervenção e realização das tarefas propostas, durante o 3.º período do presente ano letivo. Todos os dados recolhidos serão utilizados exclusivamente para a investigação, garantindo-se o anonimato do seu educando, quando este estudo for publicado.

Tendo em conta tudo o que foi referido anteriormente, venho por este meio solicitar o seu consentimento para que o(a) seu(sua) educando(a) participe no estudo, permitindo assim, a recolha dos dados mencionados acima. Estarei ao seu dispor, caso sinta necessidade de obter mais esclarecimentos sobre esta investigação.

Desde já, agradeço a sua disponibilidade e cooperação, solicitando que preencha e entregue a autorização abaixo.

Viana do Castelo, 26 de abril de 2021

A mestranda,

\_\_\_\_\_

(Patrícia Santos)

\_\_\_\_\_

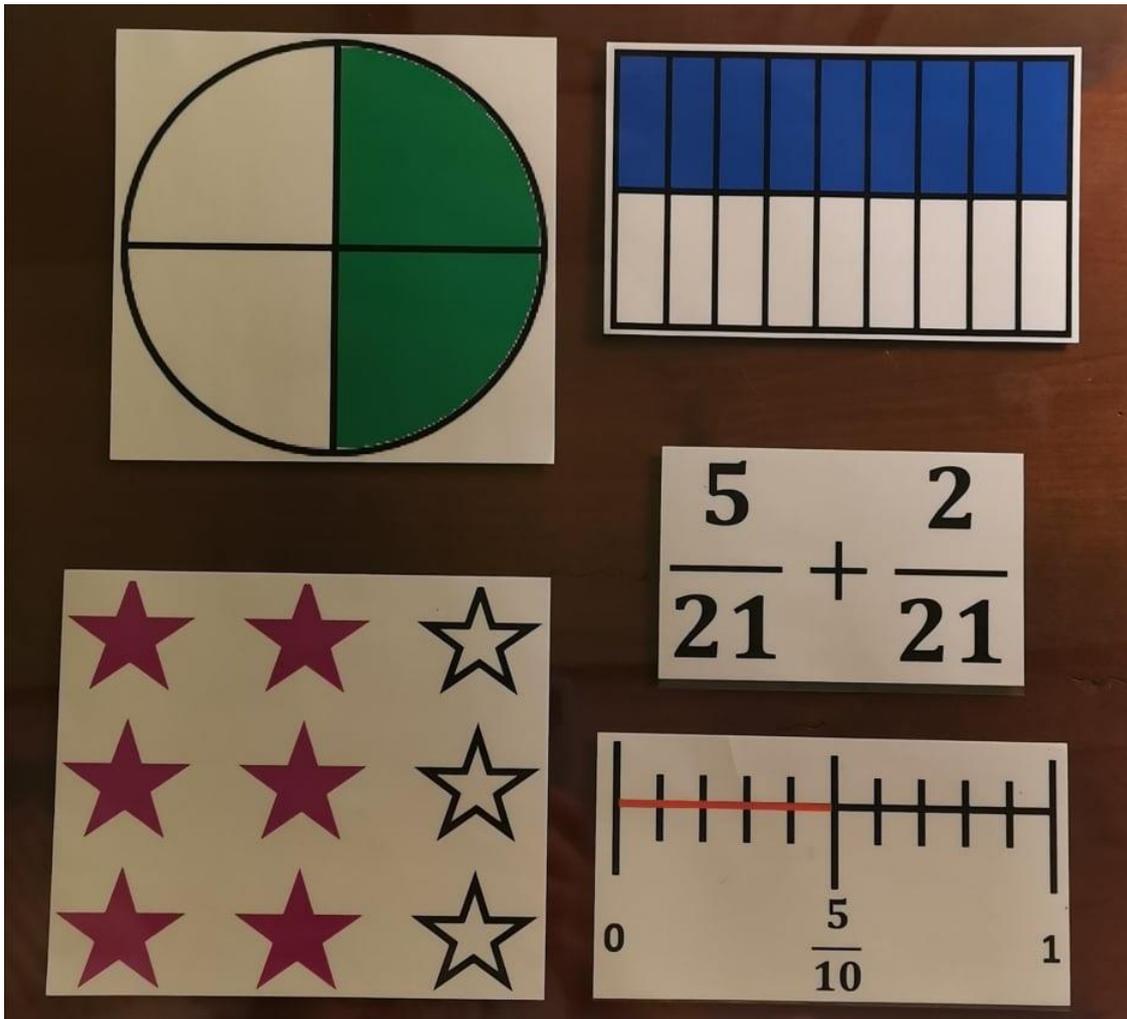
Eu, \_\_\_\_\_, Encarregado(a) de Educação do(a) aluno(a) \_\_\_\_\_, declaro que autorizo/não autorizo (riscar o que não interessar) a participação do(a) meu(minha) educando(a) no estudo acima referido e na recolha dos dados necessária para a sua concretização.

Data: \_\_\_\_/\_\_\_\_/\_\_\_\_\_

Assinatura: \_\_\_\_\_

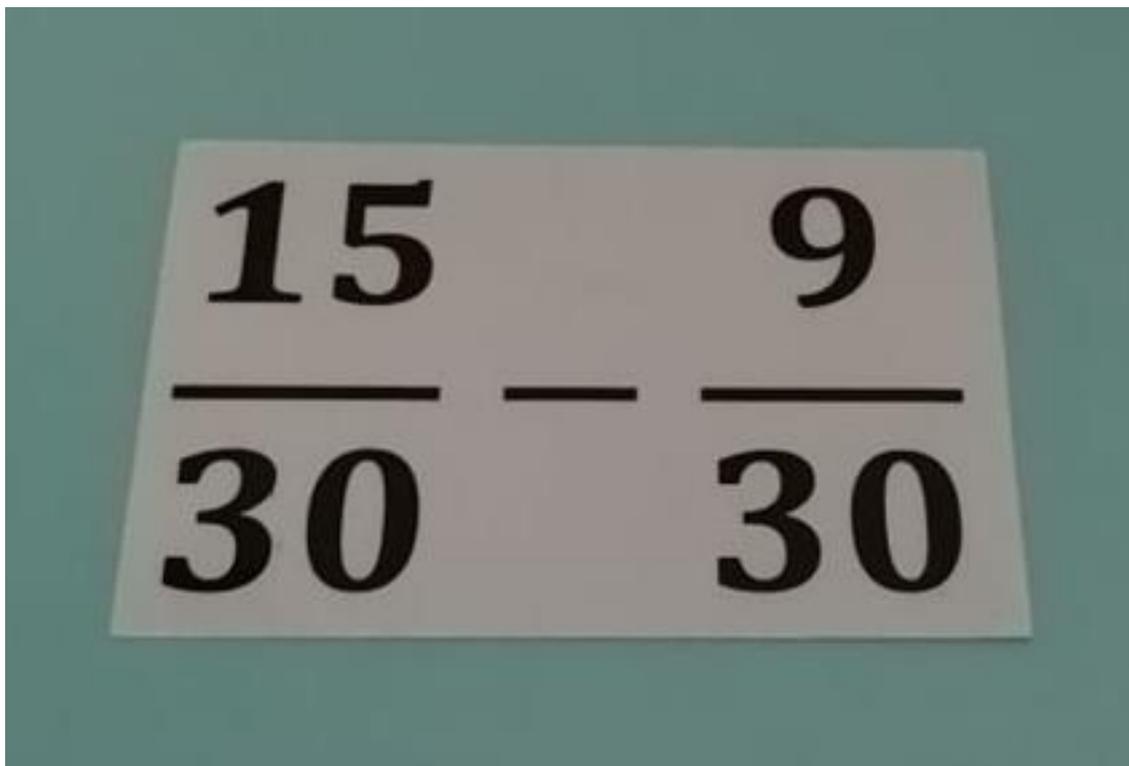
**Anexo 3**

*Alguns cartões da tarefa 2*



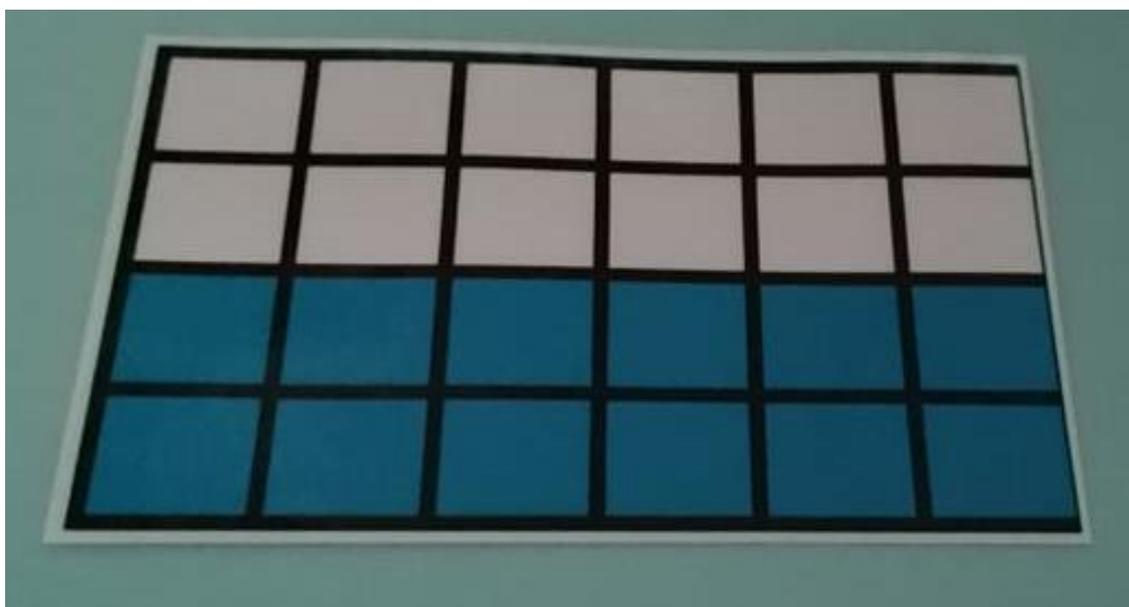
**Anexo 3.1**

*Cartão da aluna C na segunda tarefa*



**Anexo 3.2**

*Cartão do aluno O na segunda tarefa*



**Anexo 3.3**

*Cartão do aluno T na segunda tarefa*

