INSTITUTO POLITÉCNICO
DE VIANA DO CASTELO

RELATÓRIO FINAL DE PRÁTICA DE ENSINO SUPERVISIONADA

Mestrado em Ensino 1º e 2º CEB
- Matemática e Ciências Naturais

Utilização do MathCityMap num trilho matemático sobre números racionais: um estudo no 6º ano de escolaridade.

Cláudia Barbosa Gonçalves

Escola Superior de Educação

2022

INSTITUTO POLITÉCNICO
DE VIANA DO CASTELO

Cláudia Barbosa Gonçalves

RELATÓRIO FINAL DE PRÁTICA DE ENSINO SUPERVISIONADA

Mestrado em Ensino 1º e 2º CEB
- Matemática e Ciências Naturais

Utilização do MathCityMap num trilho matemático sobre números racionais: um estudo no 6.º ano de escolaridade

Trabalho efetuado sob a orientação do(a)
Doutora Ana Barbosa

Novembro de 2022

AGRADECIMENTOS

No momento que termino uma das fases mais importantes da minha vida posso afirmar que durante todo o meu percurso tive o prazer de estar rodeada de pessoas incríveis, que me acompanharam e me ajudaram a crescer a nível pessoal e profissional, contribuindo para que esta caminhada fosse concluída com sucesso. Mesmo sabendo que o que sinto não consegue ser descrito, pois é muito superior às palavras que possa escrever, é o momento de agradecer a todas essas pessoas que me ajudaram a chegar até aqui.

Primeiramente, agradeço à minha orientadora, a Professora Doutora Ana Barbosa, por permitir que tudo fosse possível, pela disponibilidade, dedicação, atenção, paciência e todo o apoio dado na realização do presente relatório.

A todos os professores com quem tive o prazer de me cruzar na Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Viana do Castelo, que me acompanharam ao longo de todo o percurso académico e me ajudaram a crescer, partilhando todas as suas vivências.

Aos professores cooperantes, Professor Rui e Professor José, por toda a disponibilidade e ensinamentos transmitidos que me ajudaram a crescer e evoluir enquanto futura profissional.

A todas as crianças com quem tive a sorte de cruzar e que, de certa forma, contribuíram para me tornar uma melhor profissional.

A ti, Ana Filipa por teres sido um incrível par de estágio, por todas as vivências e aprendizagens, apoio, paciência, incentivo, por todo o companheirismo demonstrado durante todo este percurso. Obrigada!

A todos os meus amigos, em especial, à Eduarda, Carol, Adriana, Rafa, Rita, Sara e Cris, por me acompanharem desde o início. Obrigada, pessoal.

A toda a minha família, em especial à minha irmã Márcia que me acompanhou durante todo o meu percurso, pelo apoio e força para concluir esta etapa. Obrigada a todos.

Um agradecimento muito especial aos meus pais, por acreditarem sempre em mim, por todos os ensinamentos, todas as palavras de força e conforto e por me darem todo o amor do mundo. Dedico-vos este trabalho como recompensa de tudo o que fizeram por mim. Obrigada, sem vocês isto não seria possível!

A ti meu César, agradeço-te por todas as palavras de carinho e conforto, por todos os abraços apertados nos momentos difíceis, pela determinação e coragem que me transmites, pela paciência e por estares sempre lá. Não tenho palavras para te agradecer, não tenho palavras para ti. Obrigada por todo o amor. És o melhor do mundo.

Finalmente, agradeço a todas as pessoas que se cruzaram na minha vida e durante todo este percurso. Uma grande obrigada por toda a ajuda e toda a força para que este momento se concretizasse e por todas as aprendizagens que me proporcionaram.

Obrigada por me mostrarem que podemos alcançar todos os nossos sonhos!

"Tenho em mim todos os sonhos do mundo"

(Fernando Pessoa)

RESUMO

Este relatório foi desenvolvido no âmbito da unidade curricular de Prática de Ensino Supervisionada, que integra o curso de Mestrado em Ensino do 1º Ciclo do Ensino Básico e de Matemática e Ciências Naturais no 2º Ciclo do Ensino Básico. Encontra-se organizado em três partes: a primeira parte refere-se ao enquadramento dos contextos educativos nos quais decorreram as intervenções didáticas, na qual é realizada uma breve descrição dos percursos nas diferentes áreas disciplinares; a segunda parte apresenta o estudo realizado numa turma do 2º Ciclo do Ensino Básico no âmbito da Matemática; a terceira parte corresponde à reflexão final sobre as experiências vividas durante a Prática de Ensino Supervisionada.

O estudo descrito na segunda parte do relatório foi realizado na área da Matemática com uma turma do 6.º ano de escolaridade, composta por 26 alunos. Pretendia-se compreender o modo como os alunos mobilizam conhecimentos sobre números racionais na realização de um trilho matemático com a aplicação MathCityMap, tendo-se delineado as seguintes questões de investigação: Q.1. Como se caracteriza o desempenho dos alunos na resolução de tarefas sobre números racionais num trilho matemático com a aplicação MathCityMap?; Q.2. Que atitudes evidenciam os alunos na realização de um trilho matemático com a aplicação MathCityMap?

De modo a dar resposta ao problema e às questões orientadoras, o estudo seguiu uma metodologia de investigação de natureza qualitativa num design de estudo de caso, incidindo, particularmente, em dois grupos-caso criteriosamente selecionados. A recolha de dados recaiu sobre toda a turma e foram privilegiadas como principais fontes de recolha de dados a observação participante, notas de campo, o inquérito por questionário, o inquérito por entrevista, registos escritos produzidos pelos alunos e registos audiovisuais, nomeadamente o recurso a fotografias e áudios.

Com a análise de dados realizada, tendo por base os grupos-caso mas também a turma, foi possível concluir que o trilho matemático possibilitou consolidar e aplicar os conhecimentos previamente aprendidos pelos alunos nas aulas, principalmente no que refere ao tema dos números racionais. De uma forma geral, os alunos apresentaram um desempenho bastante positivo na resolução das tarefas propostas, contudo revelaram algumas dificuldades que se centraram maioritariamente na compreensão dos enunciados, na explicitação do raciocínio/estratégias utilizadas e em alguns conceitos, nomeadamente os diferentes significados e representações dos números racionais e o conceito de frações equivalentes. No que se refere à natureza das estratégias, destacam-se as estratégias analíticas como as mais utilizadas, contudo, houve uma tarefa em que a turma optou por estratégias visuais e mistas, considerando que era a maneira mais fácil de resolver. Ao longo do trilho, os alunos demonstraram interesse na utilização do MathCityMap, por ser um recurso digital e pelas diversas funcionalidades que apresenta, nomeadamente as sugestões e a exploração do mapa. Além disso, revelaram que esta abordagem facilitou a aprendizagem. Quanto às atitudes, globalmente compreenderam aspetos da importância e da utilidade da matemática no dia a dia, demonstraram interesse, motivação e envolvimento na resolução das tarefas, com o MathCityMap, evidenciando uma crescente autoconfiança,

Palavras-chave: Aprendizagem; Números racionais; Matemática fora da sala de aula; Trilho Matemático; Tecnologia; Desempenho; Atitudes

ABSTRACT

This report was developed within the scope of Supervised Teaching Practice, which is part of the Master's Degree in Teaching in the 1st Cycle of Basic Education and Mathematics and Natural Sciences in the 2nd Cycle of Basic Education. It is divided in three parts: the first one, refers to the description of the educational contexts in which the didactic intervention took place and of the different paths taken in the different curricular areas; the second part, presents the conducted study with a group of 6th grade students in the scope of Mathematics; the third part is the final reflection about the acquired experiences during the Supervised Teaching Practice.

The referred study was conducted with a 6th grade class, composed by 26 students, in the field of Mathematics. It was intended to understand the way students mobilize their knowledge about rational numbers when carrying out a math trail with MathCityMap. The following research questions were formulated: Q.1. How can we characterize the performance of students when solving tasks about rational numbers on a math trail with MathCityMap?; Q.2. Which attitudes do students present when they execute a math trail with MathCityMAP?

The study followed a qualitative research methodology in a case study design, focusing particularly, in two carefully selected cases. The data collection involved the whole classroom and used as main sources the participant observation, field notes, questionnaire, interview, written records produced by the students and audio-visual records, such as photographs and audios.

With the data analysis conducted it was possible to conclude that the realization of the math trail made it possible to consolidate and apply the mobilized previously learned knowledge during the classes, especially about rational numbers. In a general way, the students showed a very positive performance in solving the proposed tasks, although some difficulties were revealed, especially in the comprehension of the enunciations and explaining the reasoning/strategies used, especially the different meanings and representations of the rational numbers and the equivalent fractions concept. In what concerns to the strategy nature, the analytic strategies are highlighted as the most used by the students to perform their tasks, although, in a specific task, the classroom had chosen visual and mixed strategies as the easiest way to solve the task. The students had shown interest in MathCityMap along the path, because it was a digital resource and by its different functionalities, such as the suggestions and the map exploration. Regarding the attitudes, the use of mathematics and its importance in everyday life was globally understood, they also showed interest, motivation and engagement while solving the tasks with MathCityMap involvement, evidencing a growing self-confidence throughout the trail.

Keywords: Learning; Rational numbers; Mathematics outside the classroom; Math trail; Technology; Performance; Attitudes

ÍNDICE

ÍNDICE DE FIGURAS

ÍNDICE DE TABELAS

ÍNDICE DE GRÁFICOS

ÍNDICE DE QUADROS

LISTA DE ABREVIATURAS

1.º CEB – 1.º Ciclo do Ensino Básico

2.º CEB – 2.º Ciclo do Ensino Básico

AEC – Atividades de Enriquecimento Curricular

APM – Associação de Professores de Matemática

CEB – Ciclo do Ensino Básico

CMVC – Câmara Municipal de Viana do Castelo

DGE – Direção Geral de Educação

EB – Ensino Básico

EE – Encarregado de Educação

ICE – Intervenção em Contexto Educativo

INE – Instituto Nacional de Estatística

MCM – MathCityMap

ME – Ministério da Educação

MEC – Ministério da Educação e Ciência

NCTM – National Council of Teachers of Mathematics

OCDE – Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Económico

PE – Professora(s) Estagiária(s)

PES – Prática de Ensino Supervisionada

PMEB – Programa de Matemática do Ensino Básico

PNL – Plano Nacional de Leitura

TEIP – Territórios132 Educativos de Intervenção Prioritária

UNESCO - United Nations Educational, Scientific and Cultural Organization

INTRODUÇÃO

O presente relatório foi realizado no âmbito da unidade curricular Prática de Ensino Supervisionada (PES), que integra o plano de estudos do segundo ano do Mestrado em Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico e de Matemática e Ciências Naturais no 2.º Ciclo do Ensino Básico, da Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Viana do Castelo. De acordo com o regulamento dos cursos de mestrado de habilitação profissional para a docência, o presente relatório é considerado um projeto de intervenção e investigação individual devidamente fundamentado. Encontra-se dividido em três partes primordiais: Parte I - Enquadramento da Prática de Ensino Supervisionada; Parte II – Trabalho de Investigação; e finalmente a Parte III – Reflexão Global da Prática de Ensino Supervisionada.

A primeira parte refere-se à descrição dos contextos educativos onde decorreu a Prática de Ensino Supervisionada. Encontra-se dividida em dois capítulos, nos quais são evidenciados o 1.º e o 2.º Ciclos do Ensino Básico. Estes capítulos apresentam uma breve caracterização do respetivo contexto educativo, nomeadamente o meio local, o agrupamento, a escola e a turma envolvida. É também realizada uma descrição do percurso nas áreas de intervenção em todas as disciplinas lecionadas nestes ciclos de ensino, nomeadamente as cinco áreas que abrangem o 1.º CEB: Matemática, Português, Estudo do Meio, Educação Físico-Motora e Expressão Plástica; e as áreas de Matemática e Ciências Naturais que integram o 2.º CEB.

A segunda parte diz respeito ao trabalho de investigação desenvolvido numa turma do 2.º CEB, em que a finalidade era compreender o modo como os alunos mobilizam conhecimentos sobre números racionais na realização de um trilho matemático com a aplicação MathCityMap. Esta parte do relatório encontra-se dividida em seis capítulos. No capítulo I, *Introdução*, é justificada a pertinência do estudo e enunciado o problema e as respetivas questões de investigação; o capítulo II, *Fundamentação Teórica*, corresponde à sustentação do problema formulado na literatura, com base em vários autores de referência, procurando debater os principais aspetos que se relacionam com a temática em estudo. Este capítulo está subdividido em vários pontos fundamentais, nomeadamente, as orientações atuais para o ensino e aprendizagem da Matemática, o ensino e a aprendizagem dos números racionais, os trilhos matemáticos digitais, as atitudes na aprendizagem da Matemática e os estudos empíricos; o capítulo III, *Metodologia de Investigação*, trata todos os procedimentos metodológicos adotados ao longo da investigação, descrevendo e caracterizando os participantes e os instrumentos de recolha de dados; o capítulo IV, *Intervenção Didática*, refere-se à descrição pormenorizada da intervenção educativa, refletindo também sobre as escolhas relacionadas com a realização do trilho e a respetiva organização e preparação; no Capítulo V, *Apresentação e Discussão dos Resultados*, apresentam-se e discutem-se os resultados obtidos da investigação; e finalmente no Capítulo VI, *Conclusões*, apresenta as conclusões do estudo face às questões orientadoras, refletindo sobre as limitações do estudo e recomendações para futuras investigações.

Na terceira e última parte do relatório apresenta-se a Reflexão Global da Prática de Ensino Supervisionada, onde se pretende refletir sobre a importância das experiências vividas nos diferentes contextos para o meu desenvolvimento pessoal e profissional, referindo aprendizagens e dificuldades durante todo o percurso realizado e evidenciando aspetos positivos e negativos.

PARTE I - ENQUADRAMENTO DA PRÁTICA DE ENSINO SUPERVISIONADA

A primeira parte que compõe este relatório destina-se à descrição dos aspetos referentes aos contextos educativos onde decorreu a Prática de Ensino Supervisionada (PES), nomeadamente a caracterização dos contextos e os percursos da intervenção educativa nas diversas áreas curriculares trabalhadas. Para isso, dividiu-se esta parte em dois capítulos, nomeadamente: um primeiro alusivo à PES no 1.º Ciclo do Ensino Básico (1.ºCEB); e um segundo alusivo à PES no 2.º Ciclo do Ensino Básico (2.ºCEB). No Capítulo I é possível encontrar uma breve caracterização do contexto educativo, refletindo sobre o meio envolvente, o agrupamento, a escola, a turma, a sala de aula e percurso nas áreas do Português, Matemática, Estudo do Meio, Educação Físico-Motora e Expressão Plástica. No Capítulo II segue-se uma estrutura semelhante, no entanto o percurso é focado nas áreas das Ciências Naturais e da Matemática.

Capítulo I - Intervenção em Contexto Educativo no 1.º CEB

O presente capítulo apresenta-se dividido em dois pontos. O primeiro refere-se à intervenção em contexto educativo do 1.º CEB, e é realizada a caracterização do contexto em que foram desenvolvidas as intervenções, envolvendo a descrição do meio envolvente, do agrupamento, da escola e da turma em questão. A segunda parte refere-se ao percurso educativo feito na PES, no contexto referido anteriormente.

1. Caracterização do contexto educativo do 1.º CEB

1.1. Caracterização do Meio

No 1.º semestre do ano letivo 2021/2022, a Prática de Ensino Supervisionada (PES) desenvolveu-se numa escola do concelho de Viana do Castelo. Trata-se da cidade atlântica mais a norte de Portugal, tem uma área de 310,02 km^2. A cidade conta com aproximadamente 40 000 habitantes e o concelho com cerca de 85 784 habitantes (INE, 2021). É limitada a norte pelo município de Caminha, a leste por Ponte de Lima, a sul por Barcelos e Esposende, e a Oeste pelo Oceano Atlântico e encontra-se dividida em 27 freguesias. A sua população tem, maioritariamente, idades compreendidas entre os 25 e os 64 anos e é uma cidade com mais de 700 anos e com uma história muito centrada naquelas que são as suas principais atividades: piscatória, mercante e construção naval. Em termos de atividades socioeconómicas, evidencia-se a agricultura, no setor primário, as indústrias, no setor secundário e o comércio, no setor terciário.

A cidade destaca-se pela sua vasta paisagem e pela qualidade de vida que proporciona. Fundida entre o rio, o mar e as montanhas que harmonizam o ambiente e oferecem uma vasta forma de ocupar os tempos livres, através da prática de diversas atividades desportivas e visitas a locais e atrações, existindo uma série de pontos de elevado interesse para conhecer. Dispõe de várias associações desportivas e a nível histórico e cultural, é repleta de igrejas e capelas, de museus, um teatro, o famoso navio-hospital Gil Eanes e o Santuário de Santa Luzia. Trata-se de uma cidade dotada de particularidades que a tornam única e atrativa, nomeadamente a relevância que oferece à etnografia vianense, tornando-se assim conhecida como a capital do folclore português.

A freguesia onde se localiza a Escola do 1.º CEB onde decorreu a PES tem 5,25 km^2 e 1179 habitantes, maioritariamente com idades compreendidas entre os 25 e 64 anos (INE, 2021). A norte encontra-se o rio Lima e fica a 9 km do centro de Viana do Castelo. Possui um vasto património histórico, cultural e gastronómico. A nível do património histórico, podemos encontrar capelas, igrejas, fontes, ruínas, montes e o famoso rio Lima. Ao nível do património cultural, destacam-se várias festividades. Do património cultural e artístico há a salientar conhecidas peças de teatro e obras-primas. O artesanato, nomeadamente os bordados, a cestaria e tornearia de madeira são também característicos da freguesia.

A população ativa encontra-se maioritariamente no sector secundário, sobretudo no núcleo urbano da cidade de Viana, tendo um nível socioeconómico médio. A freguesia apresenta ainda, uma associação desportiva cultural e social que promove sobretudo aulas de formação musical e instrumental. No âmbito educativo, congrega ainda no mesmo edifício um jardim de infância e uma escola básica, pertencentes a um agrupamento de escolas do concelho, composto por catorze espaços educativos, que funcionam em edifícios distintos.

1.2. Caracterização do Agrupamento

O contexto educativo onde decorreu a PES integra um Agrupamento do concelho de Viana do Castelo, e situa-se na margem sul do rio Lima. Estende-se por 10 freguesias, e a sua área de influência abrange cerca de 72 km^2. Dele fazem parte catorze estabelecimentos de ensino dispersos por freguesias do concelho de Viana do Castelo, com diversas tipologias e níveis de ensino. A escola sede é uma Escola Básica e Secundária, frequentada pelo maior número de alunos, e a oferta formativa vai desde o Pré-escolar ao Ensino Secundário. É constituído por nove Jardins de Infância, doze Escolas Básicas do 1.º CEB, duas Escolas de Ensino Básico de 2.º e 3.º Ciclo e a escola-sede, que inclui o ensino secundário.

De acordo com dados atuais do Projeto Educativo 2018/2022, é frequentado por 2118 alunos, distribuídos entre a educação pré-escolar (332 crianças), o ensino básico (1700 alunos) e o ensino secundário (101 alunos). O agrupamento dispõe de uma Unidade de Atendimento Especializado /Multideficiência e três Unidades de Ensino Estruturado / Autismo, destinada a alunos com défices de natureza motora, cognitiva, sensorial e de comunicação. Relativamente ao corpo docente, fazem parte deste agrupamento 233 professores e educadores, distribuídos por catorze Departamentos Curriculares que integram 122 Grupos Disciplinares. O pessoal não docente do Agrupamento é constituído por 160 Assistentes Operacionais / Técnicos e 3 técnicas contratadas no âmbito do projeto TEIP, 1 Técnica de Intervenção Local, 1 Psicóloga Escolar e 25 técnicos das Atividades de Enriquecimento Curricular (AEC).

O Agrupamento é apoiado por diversos parceiros e estruturas e encontra-se a desenvolver diversos projetos nas diferentes escolas, trabalhando para ser uma instituição de referência no sistema de ensino e formação.

1.3. Caracterização da Escola

Da totalidade de alunos do agrupamento, 43 pertencem à Escola Básica do 1.º CEB, onde foi desenvolvida a primeira parte da PES. O edifício tem estrutura com dois andares e quatro salas para atividade escolar. No mesmo edifício escolar funciona o 1.º CEB e o jardim de infância, estando os alunos distribuídos pelo Pré-Escolar (18 crianças), 1.º e 2.º anos (10 alunos) e 3.º e 4.º anos (15 alunos). Apesar de existirem quatro níveis de escolaridade distintos, havia apenas duas turmas devido ao baixo número de residentes na freguesia a que a escola pertence. Os alunos do 3.º e 4.º anos tinham aulas no piso superior e os alunos do 1.º e 2.º ano e Pré-Escolar tinham aulas no piso inferior, em salas distintas. No piso superior existiam duas pequenas áreas – multimédia e biblioteca.

Uma vez que o Jardim de infância estava inserido no mesmo espaço físico que o 1.º CEB, o espaço exterior era comum. Assim, apesar de existirem algumas limitações, as crianças dos dois níveis interagiam com frequência, uma vez que lhes era permitido brincar livremente pelo espaço. A escola possuía uma área ao ar livre, devidamente resguardada e vedada, e dois pequenos pátios cobertos, que satisfaziam as necessidades motoras das crianças, quando as condições atmosféricas não eram favoráveis. Esse espaço exterior dispunha de uma horta e de um jardim, um campo de futebol e um parque infantil. Existiam ainda alguns jogos no chão (jogo da macaca e o jogo do galo) que permitiam que as crianças experimentassem diferentes jogos tradicionais. A escola dispunha de inúmeros materiais educativos, desde jogos relacionados com as diferentes áreas, como mapas de Portugal e do Mundo, globo terrestre, cartazes com diversos conteúdos, jogos, livros e enciclopédias, materiais manipuláveis, material de laboratório e material para a atividade físico-motora. Apesar do material disponível, havia lacunas em algumas áreas curriculares.

Os horários das turmas cumpriam as normas habituais, começando às 9h da manhã, tinham um intervalo das 10h30m – 11h00m, e finalizavam a parte matinal às 12h30m. Iniciavam à tarde às 14h30m e terminavam às 16h. Os alunos envolvidos nas Atividades de Enriquecimento Curricular (AEC) tinham um horário suplementar.

A comunidade educativa era composta por um corpo docente e não docente constituído por uma educadora e dois professores de 1.º CEB/ docentes titulares das turmas, sendo um deles também diretor da escola, uma psicóloga, dois professores de Expressão Musical, uma professora de Inglês, quatro funcionárias, uma cozinheira e ainda os professores responsáveis pelas AEC.

No ano letivo 2021/2022, a escola encontrava-se a desenvolver vários projetos de agrupamento e de escola, entre eles, o Atletismo nas Escolas que pretendia sensibilizar e motivar os alunos para a prática do atletismo, envolvendo o 1.º e 2.º anos de escolaridade (articulação com a Câmara Municipal de Viana da Castelo - CMVC); a Natação nas Escolas, envolvendo o 3.º e 4.º anos de escolaridade; e a Música nas Escolas, destinada ao Pré-escolar e 1.º CEB. A turma afeta à PES integrava os dois últimos projetos.

1.4. Caracterização da sala de aula

A sala de aula que acolhia a turma de estágio estava equipada com um quadro de giz e um quadro interativo com projetor. Junto aos quadros e no fundo da sala, existiam quadros de cortiça onde os alunos afixavam os seus trabalhos, assim como alguns dos materiais didáticos explorados ao longo das aulas. Na lateral esquerda, havia dois armários onde estavam organizados todos os materiais que os alunos utilizavam, nomeadamente os seus livros, capas, onde guardavam os trabalhos, e ainda algum material da escola que era disponibilizado para os alunos. Junto aos armários, estavam dispostas caixas com a indicação do nome dos alunos, onde cada um guardava e organizava o seu próprio material. Ainda na lateral esquerda, situava-se a mesa do professor, que dispunha de um computador fixo. Para finalizar, no centro da sala de aula estavam distribuídas as onze mesas dos alunos, sendo quatro para os alunos do 3.º ano (uma para cada um) e sete para os alunos do 4.º ano. As mesas estavam unidas, em filas horizontais. Uma vez que existiam dois anos de escolaridade na mesma turma, os alunos do 3.º ano sentavam-se nas filas da frente, enquanto os do 4.º ano estavam nas posteriores. Na figura 1, é possível observar a disposição da sala de aula, facilitando a perceção do leitor.

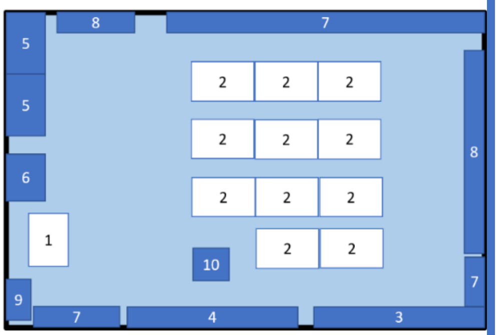

FIGURA 1 - DISPOSIÇÃO DA SALA DE AULA

1.5. Caracterização da turma

A turma era constituída por alunos do 3.º e 4.º anos de escolaridade. Tratava-se de um grupo bastante heterogéneo ao nível das aprendizagens, composto por 15 alunos, sendo que quatro frequentavam o 3.º ano e os restantes encontravam-se no 4.º ano. No que diz respeito aos alunos do 3.º ano havia três do sexo masculino e apenas uma do sexo feminino. Por sua vez, no 4.º ano, cinco elementos eram do sexo feminino e seis do sexo masculino. Todos eram de nacionalidade portuguesa, e tinham idades compreendidas entre os 8 e os 9 anos, e nenhum aluno tinha Necessidades Educativas Especiais.

De uma forma geral, os alunos eram assíduos e pontais, sendo as suas faltas devidamente justificadas pelos encarregados de educação, sempre que necessário. Maioritariamente era uma turma participativa, mas ainda revelavam algumas dificuldades e diferentes níveis e ritmos de aprendizagem nas várias áreas curriculares, nomeadamente nas disciplinas de Matemática e Português. A disciplina de Estudo do Meio era a preferida por todos, e o entusiamo e atenção deles nesses momentos era notória. Tratava-se de uma turma pouco autónoma no processo de aprendizagem, principalmente devido ao ano atípico vivenciado no ano letivo anterior, com o confinamento associado à situação pandémica provocada pela covid-19. Na disciplina de Português apresentavam muitas dificuldades na elaboração e criação de textos aliada à imaginação, talvez devido aos poucos hábitos de leitura. Na área da Matemática, a principal dificuldade passava pela interpretação das questões e compreensão do que se pretendia com algumas tarefas, sendo um aspeto que se devia essencialmente à falta de leitura. Era uma turma difícil, sobretudo pelo seu mau comportamento e pelas dificuldades em respeitar as regras de sala de aula. Muitas vezes, quando eram repreendidos pelas professoras estagiárias, as suas atitudes não se alteravam, no entanto quando eram chamados atenção pelo docente titular de turma acabavam por ceder. Apesar do seu comportamento, sempre que eram estimulados para a resolução de alguma tarefa mais desafiante reagiam com exaltação, demonstrando empenho e interesse pelas tarefas propostas.

Os alunos eram provenientes de meios familiares diversos, mesmo em termos das habilitações académicas dos pais e encarregados de educação (EE), sendo que a maioria das mães e pais tinha formação ao nível do ensino secundário. Verifica-se no gráfico 1 que uma mãe possuía mestrado, quatro mães e um pai possuíam licenciatura, sete mães e seis pais o ensino secundário, três mães e quatro pais o 9.º ano de escolaridade, e ainda dois pais com o 2.º CEB, um com o 1.º CEB e um em que as suas habilitações eram desconhecidas.

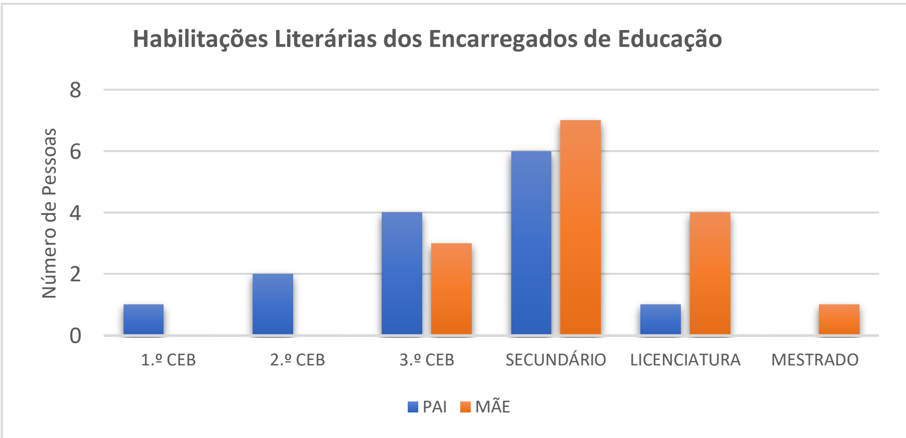

GRÁFICO 1 - HABILITAÇÕES LITERÁRIAS DOS ENCARREGADOS DE EDUCAÇÃO

As professoras estagiárias lecionavam sem qualquer interrupção o que estava estipulado no horário, à exceção da segunda-feira, que não era na totalidade gerida pelas professoras estagiárias, uma vez que o horário compreendido entre as 14h30m e as 15h30m era destinado à oferta complementar de Inglês. O mesmo sucedia na quarta-feira, entre as 14h15m e as 15h15m, horário também destinado a Inglês e posteriormente à oferta complementar de Expressão Musical, entre as 15h15m e as 16h. Contudo, apesar de as professoras estagiárias não serem responsáveis pelos horários anteriores, estavam sempre presentes, observando e auxiliando os professores responsáveis (Quadro 1).

TEMPOS	SEGUNDA		TERÇA		QUARTA		QUINTA		SEXTA	
	3º ANO	4º ANO	3º ANO	4º ANO	3º ANO	4º ANO	3º ANO	4º ANO	3º ANO	4º ANO
09:00 - 10:30	Matemática		Português		Matemática		Educação Física Educação Artística		Português	
10:30 – 11:00										
11:00 – 12.30	Português		Matemática		Português		Matemática		Estudo do Meio	
12:30 – 14:30										
14.30 – 15:30	Inglês		Estudo do Meio		Inglês		Educação Artística		Oferta Complementar	
15.30 – 16:00	Educação Artística		Apoio ao Estudo		Educação Musical				Educação Artística	

Quadro 1 - Horário da turma do 3.º e 4.º anos

2. Percurso da Intervenção Educativa do 1.º CEB

A primeira parte da Intervenção em Contexto Educativo (ICE1) da PES realizou-se numa escola do 1.º CEB. Esta intervenção dividiu-se em três semanas de observação e onze semanas de regência que foram alternadas pelo par pedagógico, perfazendo um total de catorze semanas de intervenção pedagógica. As onze semanas de regência dividiram-se em sete semanas, em que foram implementados apenas três dias por semana (2ª, 3ª e 4ª feiras), num horário de 11 horas, e quatro semanas intensivas, que corresponderam a cinco dias de implementação, num horário de 20 horas, distribuídas de segunda a sexta-feira.

O período de observação foi imprescindível para um conhecimento mais aprofundado sobre a turma, assim, a partir destes momentos, foi possível compreender algumas dinâmicas do grupo, bem como as suas rotinas diárias, os métodos e as estratégias que o professor titular utilizava na lecionação das aulas. Após o período de observação, seguiu-se a implementação que correspondeu a um total de onze semanas. Cada elemento do par pedagógico ocupou-se de cinco semanas de regência, assumidas de forma alternada, sendo que três dessas semanas tiveram a duração de três dias e duas a duração de cinco. Finalmente, a última semana foi regida pelos dois elementos do par pedagógico.

O trabalho desenvolvido ao longo deste período, foi sempre realizado colaborativamente, isto é, todas as planificações foram formuladas e discutidas entre o par pedagógico, apesar de as intervenções serem realizadas individualmente. As planificações eram redigidas e apoiadas pelos documentos oficiais do Ministério da Educação: Programas e Metas Curriculares do Ensino Básico e Aprendizagens Essenciais (ME-DGE, 2018a,b,c,d,e,f,g,h,i,j,k), posteriormente eram analisadas pelo professor orientador cooperante e corrigidas pelo par pedagógico, sendo discutidas e refinadas com os professores supervisores das diferentes áreas científicas, que davam o seu contributo através de correções e sugestões. Estas planificações eram sempre realizadas uma semana antes da implementação. É importante referir que todos os professores supervisores e o professor orientador cooperante foram fundamentais para a aprendizagem e desenvolvimento de todo o processo durante a intervenção educativa.

A cada novo conteúdo foram planeadas tarefas diversificadas, de modo a proporcionar aprendizagens significativas aos alunos, tendo em conta os ritmos de trabalho e níveis de conhecimentos, adaptados aos 3º e 4º anos. O ensino centrou-se sobretudo na exploração, com recurso regular a tarefas que requeriam a participação ativa dos alunos, recorrendo a vídeos, jogos digitais e/ou de tabuleiro, imagens, músicas, entre outros. Deste modo, para cada disciplina foram utilizadas várias estratégias. Na disciplina de matemática, destaca-se o recurso ao material cuisenaire, blocos lógicos, puzzles, dominós, jogos de cartas, sólidos e ainda a figuras geométricas. Na área do português, promoveu-se atividades de exploração da leitura, de escrita criativa e ainda ligadas ao domínio da gramática. A disciplina de estudo do meio, centrou-se em atividades dinâmicas e digitais, o recurso ao globo terrestre, planisfério e ao mapa mundo, cartazes de exploração e atividades experimentais foram o centro de toda a intervenção educativa.

Um outro aspeto fundamental desta ICE, foi a realização das reflexões sobre as aulas lecionadas. Deste modo, após a realização das planificações e a supervisão das aulas, realizou-se uma reflexão sobre a semana de trabalho, incidindo nas áreas de regência, identificando aspetos positivos e negativos da aula e perspetivas de melhoria, de forma a promover o nosso progresso nas intervenções futuras.

2.1. Áreas de Intervenção

Ao longo da Intervenção em Contexto Educativo no 1.º CEB, contactou-se com cinco áreas do saber diferentes que compõem a matriz curricular deste nível de ensino, nomeadamente português, matemática, estudo do meio, expressão e educação físico-motora e expressão e educação artísticas. Para estruturar minuciosamente todas as tarefas a implementar, foram utilizados como apoio diversos documentos curriculares, oficiais do Ministério da Educação, nomeadamente os Programas e as Metas Curriculares do 1.º Ciclo do Ensino Básico e as Aprendizagens Essenciais do 1º Ciclo Ensino Básico. Todas as planificações implementadas foram redigidas com base nestes documentos, com o auxílio do professor orientador cooperante e dos professores supervisores.

2.1.1. Português

No que diz respeito à disciplina de Português, nos conteúdos trabalhados foram abordados os quatro domínios nos dois anos de escolaridade: Leitura e Escrita, Oralidade, Educação Literária e a Gramática (ME-DGE, 2018j,k).

No domínio da Leitura e Escrita, deu-se ênfase ao texto narrativo, aos contos populares e lendas. Com base nos textos abordados durante as aulas, foi dada relevância à identificação do tema ou assunto do texto, à sequência temporal de acontecimentos e lugares, ao recontar uma história ouvida e foi imprescindível a identificação sistemática dos elementos que compõem a capa de um livro (autor, ilustrador, editora e ano de publicação). Em conjunto com a compreensão textual foram trabalhados fatores alusivos à fluência da leitura.

No domínio da Oralidade, desenvolveu-se a capacidade de comunicar adequadamente e a partilha de opiniões de forma clara e audível a partir das questões e debates realizados pelos professores e colegas. Foram ainda explorados conteúdos relacionados com a recolha de informações na compreensão de textos, a recolha de ideias para desenvolver a escrita de textos, a descodificação de ideias-chave sobre os temas abordados e o recurso a apresentações orais dos trabalhos desenvolvidos.

No domínio da Educação Literária abordou-se a leitura e a compreensão de diversos textos literários. Neste sentido foram utilizadas algumas obras literárias presentes no Plano Nacional de Leitura (PNL), nomeadamente no 3.º ano "O Senhor do seu nariz e outras histórias", de Álvaro Magalhães, e no 4.º ano "O Príncipe Feliz", de Oscar Wilde. Neste domínio deu-se muita importância à compreensão dos textos (tema, personagens, lugar e tempo), procurando desenvolver nos alunos a partilha de opiniões e pontos de vista face às histórias e textos. Possibilitou ainda explorar diversas atividades e antecipar conteúdos com base nas ilustrações e no título das obras. Este domínio é fundamental, pois permite que os alunos exprimam os seus sentimentos e emoções após a leitura dos textos e os contestem com o momento anterior à leitura da obra, explicitando o que sentiram em cada momento e promovendo o gosto pela leitura.

Segundo Azevedo e Balça (2017), é muito importante o mediador da leitura gostar da história que lê e conta às crianças, contudo este não é o único aspeto que se deve ter em conta para promover o gosto pela leitura na criança. Ao gosto pessoal do mediador de leitura devem aliar-se outros aspetos centrados na criança, nomeadamente o gosto das crianças, os seus interesses, a sua faixa etária e maturidade. Todas as obras literárias abordadas foram exploradas em três momentos distintos: antes de ler, durante a leitura e depois da leitura. Os três momentos são muito importantes para motivar os alunos para a leitura e uns sem os outros não revelam tanta eficiência na compreensão dos textos, devendo sempre procurar realizar o seguimento e o processo estabelecido. Assim, Sim-Sim (2007) defende que:

> "ensinar a compreender é ensinar explicitamente estratégias para abordar um texto. Estratégias de compreensão são ferramentas de que os alunos se servem deliberadamente para melhor compreenderem o que leem, quer se trate de ficção ou de não ficção. Essas estratégias ocorrem antes da leitura de textos, durante a leitura de textos e após a leitura de textos" (p.15).

Relativamente ao domínio da gramática foram abordados conteúdos comuns aos dois anos de escolaridade, nomeadamente as classes de palavras, os adjetivos, os advérbios, a acentuação, a silaba tónica e átona e, de forma muito superficial, foram trabalhadas as palavras homónimas e o singular e plural das palavras. Na área disciplinar de português, foi ainda realizada a leitura e interpretação de um livro que, posteriormente, foi utilizado para a organização de uma peça de teatro na festa de Natal da escola. Neste sentido, todo o trabalho realizado com os alunos e todas os preparativos para a apresentação da peça foram uma componente do processo de regência.

Em todas as regências os alunos demonstraram interesse e motivação para aprender, nomeadamente quando se centravam em tarefas de cariz mais dinâmico e lúdico. Era uma turma bastante recetiva às aprendizagens quando em contacto com materiais interativos e manipuláveis. De uma forma geral, foram visíveis o envolvimento e o progressivo desenvolvimento dos alunos face à leitura e à escrita ao longo das regências.

2.1.2 Matemática

A área curricular de matemática no 1.º CEB divide-se em três grandes domínios: Números e Operações (NO), Organização e Tratamento de Dados (OTD) e ainda Geometria e Medida (GM) (ME-DGE, 208h,i; MEC, 2013). Ao longo das implementações, foram abordados os três domínios de conteúdo nos dois anos de escolaridade, apesar de o domínio da OTD ter sido explorado de forma mais pontual. Todos os temas foram trabalhados de forma progressiva, iniciando com uma exploração tendo por base o concreto, em direção a uma abordagem mais abstrata, para uma aprendizagem mais significativa, como é proposto nas orientações curriculares (MEC, 2013).

No domínio dos Números e Operações, os conteúdos abordados estavam relacionados entre si, apesar de serem anos de escolaridade distintos. No 3.º ano foram abordados os números naturais, nomeadamente os números ordinais até ao centésimo e os números naturais até ao milhão, o sistema numeral decimal, com a leitura por classes e por ordens e a decomposição decimal de números até um milhão. No 4º ano foi introduzido o bilião e os seus diferentes significados, a leitura por extenso, classes e ordens e o valor posicional. Nos dois anos de escolaridade foram abordados os números racionais não negativos. Tendo em conta as orientações curriculares para o 3.º ano de escolaridade, no subtema números racionais não negativos, trabalhou-se: a fração como representação de medida de comprimento e de outras grandezas; frações equivalentes e noção de número racional; a ordenação de números racionais representados por frações com o mesmo numerador ou o mesmo denominador, ou utilizando a reta numérica ou a medição de outras grandezas. No subtema adição e subtração de números racionais não negativos representados por frações abordou-se apenas a adição e subtração de números racionais representados por frações com o mesmo denominador. Por sua vez, no subtema números racionais não negativos no 4.º ano de escolaridade trabalhou-se a: construção de frações equivalentes por multiplicação dos termos por um mesmo fator e a simplificação de frações de termos pertencentes à tabuada do 2 e do 5 ou ambos múltiplos de 10, bem como a multiplicação de números racionais representados por dízimas finitas, utilizando o algoritmo.

No domínio da Geometria e Medida, foram tratados conteúdos diferentes e comuns aos dois anos de escolaridade. Neste sentido, no 3.º ano foi abordado o subtópico medida, mais concretamente, o tempo: minutos e segundos; leitura do tempo em relógios de ponteiros; conversões de medidas de tempo e adição e subtração de medidas de tempo. Enquanto o 4.º ano abordou o subtópico relacionado com as figuras geométricas, nomeadamente as propriedades geométricas: retas concorrentes, perpendiculares e paralelas; retas não paralelas que não se intersetam; polígonos regulares e polígonos geometricamente iguais. Contudo, neste domínio alguns conteúdos foram abordados em simultâneo, nomeadamente o perímetro e área, a capacidade e os ângulos. Assim, tendo em conta as orientações curriculares para o 3.º ano explorou-se: no subtópico da área, as medições de áreas em unidades quadradas e a fórmula para a área do retângulo de lados de medida inteira; no subtópico da capacidade, as unidades de capacidade do sistema métrico, as conversões e as medições de capacidades em unidades do sistema métrico. Por sua vez, o 4.º ano no subtópico área abordou: unidades de área do sistema métrico; medições de áreas em unidades do sistema métrico; conversões e determinação, numa dada unidade do sistema métrico, de áreas de retângulos com lados de medidas em números inteiros. Já no subtópico da localização e orientação no espaço trabalhou-se: ângulo formado por duas direções; vértice de um ângulo; ângulos com a mesma amplitude; a meia-volta e o quarto de volta associados a ângulos; identificar ângulos em polígonos e distinguir diversos tipos de ângulos (reto, agudo, obtuso, raso).

O domínio da OTD, foi abordado apenas pelo 3.º ano de escolaridade e de forma muito superficial, explorando apenas gráficos de barras, pictogramas e gráficos de pontos e o mínimo, máximo e amplitude de um conjunto de dados.

De uma forma geral, a resolução de problemas, o raciocínio e a comunicação matemática são capacidades que ao longo das aulas eram implicadas de forma transversal, procurando desenvolver o interesse pela área e o reconhecimento da sua importância através do recurso a situações reais. Foi também uma preocupação a promoção de autoconfiança e autoavaliação das aprendizagens.

Durante a intervenção educativa na área da Matemática foi realizado um trilho matemático no exterior da escola a partir os conteúdos aprendidos na sala de aula e que tinham vindo a abordar ao longo das regências. O trilho foi concretizado com recurso à aplicação MathCityMap, definindo e criando as tarefas, com base em elementos do meio envolvente da escola, nomeadamente, balizas, escadas, a horta, o jogo da macaca, o jogo do galo e o bebedouro. Esta aplicação foi uma mais-valia, uma vez que, possibilitou que os alunos observassem objetos interessantes nas imediações da escola, aplicando conceitos matemáticos fora da sala de aula olhando para o meio que os rodeia a partir de uma perspetiva matemática.

Nas diferentes regências, os alunos mostraram-se motivados, principalmente quando nas aulas tinham a possibilidade de manipular materiais, como foi o caso da exploração inicial das frações a partir do material cuisenaire e dos blocos lógicos. Posteriormente, à medida que iam desenvolvendo as operações com frações e outros conteúdos, iam explorando diversos jogos, como o dominó, puzzles, jogos de cartas com quizz e jogos digitais. A visualização de pequenos vídeos que o manual oferecia ou de recursos explorados pelas professoras estagiárias mantinham os alunos concentrados e motivados. De uma forma geral, mostraram-se recetivos às novas aprendizagens e apesar dos diferentes níveis de desenvolvimento, com algumas adaptações e diferentes formas de explicar os conteúdos, foi possível envolver os alunos na aprendizagem.

2.1.3. Estudo do Meio

Ao contrário das disciplinas anteriormente referidas, em Estudo do Meio não foram abordados todos os blocos mencionados no programa (ME-DGE, 2018f,g), sendo apenas explorados o Bloco 1 – À Descoberta de Si Mesmo, o Bloco 2 – À Descoberta dos Outros e das Instituições e ainda o Bloco 3 – À Descoberta do Ambiente Natural.

Relativamente ao primeiro bloco destaca-se a abordagem do subtópico Corpo, nos dois anos de escolaridade. No 3.º ano partiu-se da identificação da digestão como um dos fenómenos relacionados com algumas das funções vitais. Por outro lado, no 4.º ano a aprendizagem centrou-se nos músculos, nomeadamente no reconhecimento da sua existência e a sua função, e ainda na pele, a sua importância e funções. O segundo bloco, foi o mais trabalhado ao longo das regências. No 3.º ano foi abordado o subtópico, os membros da sua família, no qual o principal objetivo foi estabelecer relações de parentesco e a construção de uma árvore genealógica, e ainda o subtópico, o passado familiar mais longínquo, procurando: reconhecer datas e acontecimentos da história da família e localizar numa linha de tempo e conhecer unidades de tempo (a década). Ainda neste bloco, tratou-se: o passado do meio local e o passado do meio nacional (4º ano). No passado do meio local, foram trabalhadas as tradições, as lendas, os vestígios do passado local, as construções e, sobretudo, a importância do património histórico e cultural. Por outro lado, no passado nacional foram trabalhados aspetos relacionados com referências da história nacional, nomeadamente a história de D. Pedro e D. Inês de Castro e alguns costumes da vida quotidiana daquele tempo, a romanização, as diferentes comunidades humanas, e ainda localização dos factos e datas estudadas no friso cronológico da História de Portugal e o século como unidade de tempo.

No que diz respeito ao Bloco 3 – À Descoberta do Ambiente Natural, o tópico trabalhado nos dois anos de escolaridade foi os astros. O 3.º ano aprendeu a reconhecer o sol como uma fonte de luz e calor e a realizar a distinção entre estrelas e planetas, nomeadamente o sol e a lua. Por sua vez, o 4.º ano estudou a Terra, particularmente a sua forma, concretizando essa exploração através da visualização do planisfério e globo terrestre, e ainda o sistema solar e os elementos que dele fazem parte.

Em todas as regências os alunos mostraram-se motivados para aprender e partilhar com a turma as suas experiências, relacionadas com o que estava a ser aprendido. Foi de facto visível que nas regências com atividades mais lúdicas e ativas os alunos demonstraram um envolvimento muito superior.

2.1.4 Expressão e Educação Físico-Motora

Na área de Educação Físico – Motora, é de referir que apesar desta componente estar inserida no horário letivo do professor titular da turma não foi explorada semanalmente, sendo lecionada somente nas semanas intensivas de regência. As aulas de Educação Física realizaram-se maioritariamente no exterior da escola, tendo em conta as condições meteorológicas, uma vez que, não dispunha de um espaço propício para a realização das mesmas. Os conteúdos abordados foram distribuídos por vários blocos das orientações curriculares (ME-DGE, 2018d,e) e a nossa intervenção recaiu essencialmente sobre o Bloco 4 – Jogos - possibilitando executar jogos ajustados às destrezas motoras da turma com habilidades básicas e ações técnico-táticas fundamentais, o Bloco 6 — Atividades Rítmicas Expressivas (Dança) – que possibilitou trabalhar na turma atividades rítmicas com habilidades e movimentos básicos de acordo com a estrutura rítmica e melodia de composições musicais; e o Bloco 7 - Percursos na Natureza – realizando habilidades em percursos na natureza, nomeadamente no exterior da escola, colaborando com os colegas e respeitando as regras de segurança e preservação do ambiente.

No Bloco 4 – Jogos, procurou-se trabalhar: a cooperação com os colegas, através de ações favoráveis ao cumprimento das regras e do objetivo do jogo; tratar os colegas de equipa e os adversários com igual cordialidade e respeito, evitando ações que ponham em risco a sua integridade física. No que diz respeito ao Bloco 6 – Atividades Rítmicas e Expressivas (dança) abordou-se: movimentação em grupo com ambiente musical adequado e de acordo com a marcação rítmica do professor; combinar habilidade motoras; realizar saltos de pequena amplitude, no lugar em diferentes direções e sentidos definidos pela orientação corporal, variando os apoios; e ajustar a sua ação às alterações associada à dinâmica proposta pela música. Relativamente ao Bloco 7 – Percursos na Natureza, o foco esteve em: colaborar com o colega interpretando sinais informativos simples durante o percurso, para que este, acompanhado pelo colega, cumpra um percurso; e colaborar com o colega combinando as habilidades aprendidas anteriormente, mantendo a perceção e direção do ponto de partida e outros pontos de referência.

Uma das regências mais marcantes foi a sessão em que se promoveu a interdisciplinaridade entre Educação Físico – Motora e Estudo do Meio, trabalhando os percursos na natureza com foco no Dia Mundial da Pessoa com Deficiência e os diferentes órgãos dos sentidos. Os alunos foram organizados em pares e, em cada par, um dos elementos foi vendado, o principal objetivo da atividade consistia em o colega guiar o que estava de olhos vendados pela zona exterior da escola, de forma a apalpar, cheirar e ouvir elementos presentes na natureza e à sua volta e, ao mesmo tempo, aperceber-se das dificuldades diárias que pessoas com deficiência visual possuem.

De uma forma geral, os alunos mostraram-se envolvidos e interessados, superando sempre as suas dificuldades e procurando expor as suas dúvidas. O facto de as aulas terem sido lecionadas ao ar livre e no exterior, contactando com o meio envolvente, também foi um fator influenciador. Ao longo das regências foram realizadas diferentes atividades, contudo os jogos foram as que mais se destacaram, promovendo a cooperação entre os diversos elementos da turma, que se tratava de um aspeto a aperfeiçoar.

2.1.5. Expressão e Educação Artística

Na área da Expressão Artística, os conteúdos trabalhados foram distribuídos por vários blocos das orientações curriculares (ME-DGE, 2018b,c). Destaca-se sobretudo a expressão plástica, contudo a expressão musical foi também abordada, a partir de músicas e coreografias simples.

No que concerne à educação musical, destaca-se o Bloco 1 - Jogos de Exploração, tendo por base o subdomínio voz. Neste contexto, os alunos tinham como objetivo ensaiar e apresentar uma canção de Natal. Relativamente à expressão plástica evidenciaram-se os seguintes blocos: Bloco 1 – Descoberta e Organização Progressiva de volumes (Modelagem e Escultura e Construções), Bloco 2 – Descoberta e Organização Progressiva de Superfícies (Pintura) e o Bloco 3 – Exploração de Técnicas Diversas de Expressão (Recorte, Colagem e Dobragem).

No Bloco 1 – Descoberta e Organização Progressiva de volumes, destacou-se sobretudo a modelagem e escultura, com a manipulação de diferentes materiais moldáveis, nomeadamente a plasticina e a pasta de papel. Esta exploração proporcionou experiências sensoriais importantes e permitiu aos alunos desenvolver a motricidade fina, a criatividade e libertar tensões. Neste bloco foi abordado ainda o subtópico Construções, na qual, a partir de diversos materiais e objetos, realizaram construções livremente, desenvolvendo a destreza manual e a capacidade de criar objetos e resolver problemas. Realizaram construções para as decorações e brindes de Natal, uma estátua, referente a uma leitura realizada na área do português e ainda uma maquete relacionada com a romanização.

Relativamente ao Bloco 2 – Descoberta e Organização Progressiva de Superfícies, destacou-se a pintura livre, a pintura de adereços, cenários e construções e ainda a pintura de superfícies não planas. Assim, todas as construções que foram realizando eram posteriormente finalizadas com recurso à técnica de pintura de tinta guache.

No que diz respeito ao Bloco 3 – Exploração de Técnicas Diversas de Expressão, responsável por desenvolver as capacidades expressivas dos alunos, através da utilização de diferentes materiais e técnicas, destacou-se o recorte, colagem e a dobragem. A partir de diversos materiais realizaram trabalhos criativos e diversificados, nomeadamente sobre uma história lida e sobre a estação do ano que tinha iniciado, o Inverno.

Todas as atividades desenvolvidas foram pensadas de modo a motivar os alunos. Sendo uma área em que podiam exprimir os seus gostos, tentou-se perceber o que os cativava e interessava e promover atividades em que cada um pudesse modelar, construir, pintar, recortar, dobrar e colar. De uma forma geral, foi percetível a necessidade de estimular a sua criatividade, uma vez que estava pouco desenvolvida. Ao longo das regências, os alunos foram evoluindo principalmente a esse nível.

Em suma, durante este percurso em contexto educativo, aprendi e desenvolvi bastantes aprendizagens, nomeadamente a adaptar-me aos diferentes ritmos e níveis de aprendizagem dos alunos, a contactar com diferentes métodos e estratégias de ensino dos diversos conteúdos, em desenvolver atividades mais lúdicas e dinâmicas e que despertassem maior entusiamo e interesse nos alunos, a ouvir e perceber os gostos pessoais de cada um, procurando ir ao encontro das suas preferências, a observar antes de me pronunciar, e sobretudo, a ler e perceber os alunos a partir das suas expressões e manifestações.

Capítulo II - Intervenção em Contexto Educativo no 2.º CEB

O presente capítulo encontra-se dividido em dois pontos. O primeiro refere-se à intervenção em contexto educativo do 2.º CEB, no qual é realizada a caracterização do contexto em que foram desenvolvidas as intervenções, envolvendo a descrição do meio envolvente, do agrupamento, da escola e da turma em questão. O segundo ponto refere-se ao percurso educativo feito na PES, no contexto educativo referido, particularmente nas áreas da Matemática e das Ciências Naturais.

1. Caracterização do contexto educativo do 2.º CEB

1.1. Caracterização do Meio

A intervenção em contexto educativo do 2.º CEB realizou-se numa escola que pertence a uma união de freguesias de Viana do Castelo, que tem tido ao longo do tempo, um crescimento populacional acentuado. No momento do estágio, esta união de freguesias tinha cerca de 25 158 habitantes, a maioria com idades compreendidas entre os 25-64 anos (INE, 2011).

Ao dispor há várias instituições relevantes e importantes do concelho ligadas a áreas da educação, saúde, desporto e cultura. Ao nível do património histórico e artístico, trata-se de uma freguesia repleta de famosos e importantíssimos pontos de interesse turístico, nomeadamente santuários, conventos, museus e capelas. Relativamente aos setores de atividade, predominam a atividade piscatória e a construção naval, essencialmente por se situar numa zona costeira do Oceano Atlântico. O comércio e o artesanato são também duas atividades relevantes da zona.

1.2. Caracterização do Agrupamento

O contexto educativo onde decorreu a PES integra um agrupamento de escolas pertencente ao concelho de Viana do Castelo. Fazem parte deste agrupamento três escolas, que se localizam próximas umas das outras, uma que agrega apenas o 1.º CEB, uma escola que contempla o 2.º e 3.º CEB e, finalmente, uma escola secundária, sede do agrupamento.

Este agrupamento de escolas é dotado de várias bibliotecas, tendo para cada escola uma biblioteca, espaços fundamentais para os alunos, constituídas por diversos recursos, quer tecnológicos quer físicos, que apoiavam a realização de trabalhos e projetos.

A maioria dos alunos que frequentavam este agrupamento reside na área geográfica de influência das escolas, contudo, muitos provêm de localidades limítrofes. Assim, cerca de 60,9% dos alunos residem na união de freguesias da cidade, sendo os restantes provenientes de outras localidades e concelhos. O Agrupamento, tinha no total 1658 alunos, a maioria a frequentar o ensino secundário. A comunidade educativa é ainda composta por 197 professores, 2 psicólogas e 10 docentes de ensino especial. A maioria dos docentes pertencem ao quadro do agrupamento, constituindo um corpo docente estável e consciente do contexto educativo. Relativamente ao corpo não docente, este agrupamento é composto por 79 funcionários, sendo 15 administrativos e 56 assistentes operacionais.

O agrupamento de escolas em causa é apoiado por diversas instituições e autarquias do município de Viana do Castelo, disponibilizando ao longo do ano letivo uma grande diversidade de projetos.

1.3. Caracterização da Escola

A escola onde se realizou a intervenção educativa no 2.º CEB foi fundada em 1980 e serve alunos do 2.º e 3.º CEB. Em 2019, conclui-se a requalificação e ampliação da 1ª fase da obra para o novo projeto escolar, sendo que no ano letivo 2019/2020 a obra encontrava-se concluída e em funcionamento. Todo o edifício principal foi requalificado, inclusive os campos de jogos, pavilhão desportivo e edifício técnico. A escola ficou composta por vinte e oito salas de aula, das quais dezanove normais, um gabinete de educação especial, uma sala de música, uma sala de informática, um laboratório de ciências, um laboratório de física e química, uma sala de Educação Visual e duas salas de Educação Visual e Tecnológica. O edifício escolar, é também composto por uma biblioteca, um bar, um refeitório e cozinha, arrecadações, instalações sanitárias, secretaria, gabinete médico, uma sala de professores, sala de reuniões, salas de atendimento aos encarregados de educação, reprografia e um polivalente.

No que diz respeito ao espaço exterior, era amplo e com uma grande área cimentada, contudo existiam poucos espaços verdes para os alunos desfrutarem. Relativamente aos espaços desportivos, possuía um campo de futebol, pista de atletismo e campo de basquetebol, devidamente equipados, não só para as aulas de Educação Física, mas para os alunos usufruírem nos períodos livres e de intervalo.

Relativamente aos recursos educativos, a escola apresentava recursos suficientes e favoráveis ao desenvolvimento das aprendizagens nas diferentes áreas. Desde materiais, didáticos e lúdicos, a equipamentos tecnológicos, como projetores e computadores, em bom estado de funcionamento e disponíveis em todas as salas, que estavam equipadas com quadros brancos e de cortiça, à exceção das salas de EV e EV/ET que além destes quadros, apresentavam quadros de giz.

1.4. Caracterização da sala de aula

A intervenção educativa nas áreas de Ciências Naturais e Matemática desenvolveu-se em duas salas distintas, mas equipadas de forma muito semelhante. As aulas de Ciências Naturais não decorriam no laboratório, sendo por isso necessário solicitar a sua requisição quando se pretendia realizar aulas de natureza experimental, uma vez que, só estas salas estavam equipadas com os materiais essenciais e com os produtos químicos que seriam utilizados nas experiências e atividades concretizadas pelos alunos. As salas de aula eram amplas, com grandes janelas que permitiam utilizar a luz natural como fonte de energia e estavam equipadas com um quadro branco e um projetor. Junto aos quadros encontrava-se um armário, e no fundo da sala, existiam quadros de cortiça que permitiam afixar avisos importantes e os trabalhos desenvolvidos pelos alunos. Ambas apresentavam a mesma organização e, no centro da sala, estavam distribuídas mesas dispostas em filas e colunas, orientadas para o quadro branco e para a secretária do professor. As salas possuíam também computadores e colunas para o professor utilizar se assim desejasse. Semanalmente, a aula de Matemática de quarenta e cinco minutos era realizada na sala de educação visual e educação tecnológica, encontrando-se, por isso, equipada com material artístico e de desenho e com mesas elevatórias.

1.5. Caracterização da turma

A turma na qual se desenvolveu a segunda parte da PES era constituída por alunos do 6.º ano de escolaridade. Tratava-se de uma turma bastante heterogénea ao nível das aprendizagens, composta por vinte e seis alunos, catorze do sexo masculino e doze do feminino. As idades dos alunos variavam entre os 11 e 12 anos e nenhum se encontrava a repetir o 6.º ano de escolaridade. Destes vinte e seis alunos, três eram de nacionalidade estrangeira (Brasileira) e nenhum necessitava de Necessidades Educativas Especiais. De acordo com as informações recolhidas junto do professor orientador cooperante, os alunos que integravam a turma eram oriundos de duas turmas distintas de uma escola privada pertencente ao concelho. Os alunos eram oriundos de meios familiares com um nível socioeconómico médio/elevado. Após a analise de um relatório referente a informações da turma, cedido pelo professor orientador cooperante, conclui-se que os Encarregados de Educação dos alunos eram na sua maioria os próprios pais dos alunos.

No que diz respeito à pontualidade e assiduidade, de uma forma geral os alunos cumpriam as normas estabelecidas. Eram alunos participativos e comunicativos, contudo faziam-no de forma desorganizada, o que resultava em comportamentos disruptivos. Globalmente, eram alunos agitados, que estabeleciam entre si conversas paralelas e revelavam dificuldades em concentrar-se. Estes são alguns aspetos que influenciavam o ambiente de sala de aula, impedindo o normal desenvolvimento da aula e a aprendizagem dos alunos, o que se refletia na emergência de dificuldades e diferentes níveis e ritmos de aprendizagem nas várias áreas curriculares. Relativamente ao aproveitamento dos alunos é visível na figura 2 que a disciplina de Português era a que revelava menor taxa de sucesso.

Disc.	1	2	3	4	5	N.º alunos	Sucesso	Média
Port.	0	4	14	4	4	26	84,62%	3,31
Ing.	0	0	14	6	6	26	100,00%	3,69
HGP	0	0	9	10	7	26	100,00%	3,92
CD	0	0	16	4	6	26	100,00%	3,62
Mat	0	3	12	7	4	26	88,46%	3,46
CN	0	0	13	7	6	26	100,00%	3,73
EDV	a)	a)	a)	a)	a)	0	#DIV/0!	#VALOR!
ETN	a)	a)	a)	a)	a)	0	#DIV/0!	#VALOR!
EDM	0	0	8	13	5	26	100,00%	3,88
TIC	0	0	4	12	10	26	100,00%	4,23
EDF	0	0	5	19	2	26	100,00%	3,88
OC	0	0	5	13	8	26	100,00%	4,12
	0	7	95	82	50			#VALOR!

Figura 2 - Níveis registados no 2.º período do ano letivo 2021/2022

No que diz respeito ao desempenho dos alunos nas áreas disciplinares de Ciências Naturais e de Matemática, observava-se, um melhor aproveitamento em Ciências Naturais do que na disciplina de Matemática (Figura 2). Enquanto na área de Ciências Naturais nenhum aluno apresentava nível igual ou inferior a dois, na área da Matemática, três alunos obtiveram nível 2 no final do 2.º período.

Na disciplina de Ciências Naturais era notória a atenção e interesse demonstrado pelos alunos, sobretudo pela quantidade de questões que iam colocando e pelas curiosidades que iam acrescentando durante as aulas. Na área da Matemática, a principal dificuldade passava pela interpretação e compreensão das tarefas, sendo uma situação que se devia essencialmente a lacunas no domínio do Português, sobretudo à capacidade de leitura.

Partindo do questionário inicial (Anexo 1), implementado no âmbito do estudo, verificou-se que a área disciplinar preferida pelos alunos era Inglês, eleita por nove alunos, 35% da turma, seguindo-se Educação Física, eleita por oito alunos, 31% da turma. Foram ainda eleitas como uma das disciplinas preferidas Matemática, Ciências da Natureza e História e Geografia de Portugal, tal como se pode observar no gráfico 2.

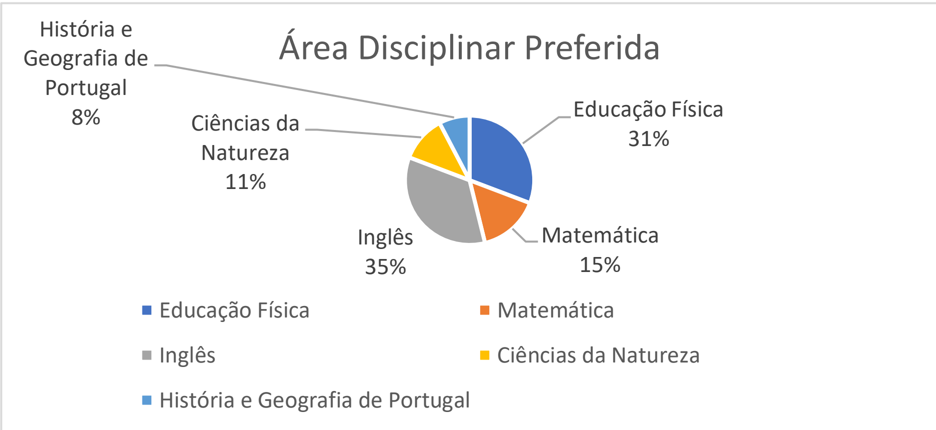

GRÁFICO 2 - ÁREA DISCIPLINAR PREFERIDA

As professoras estagiárias lecionavam sem qualquer interrupção o que estava estipulado no horário. A carga horária de cada disciplina, nem sempre estava de acordo com o estipulado na matriz curricular do 6.º ano de escolaridade publicada em 2014, pelo Ministério de Educação e Ciência, no Diário da República. A área da matemática, de acordo com a matriz curricular, deve ocupar 6 tempos de 45 minutos semanais, o que não foi adotado no horário da turma, tal como se pode verificar na figura 3. Contrariamente, a área das ciências naturais ocupava 3 tempos de 45 minutos semanais, tal como refere o documento referido e é visível no horário da turma. Os alunos iniciavam as aulas às oito horas e trinta minutos todos os dias e terminavam às dezasseis horas e cinquenta minutos às segundas-feiras, às dezassete horas e quarenta minutos às terças-feiras e os restantes dias às treze horas e vinte minutos. Os intervalos entre as aulas eram de dez ou cinco minutos.

		Segunda	Terça	Quarta	Quinta	Sexta
8:30 9:15	1	EV 6 B EV	HGP6 A05	EMRC6 A05	PORT6 B06	EF6 GIN3
9:15 10:00	2	EV 6 B EV	HGP6 A05	TIC 6 P105	PORT6 B06	EF6 GIN3
10:15 11:00	3	MAT6 A03	PORT6 A05	MAT6 A05	EMUS6 P112	HGP6 P112
11:00 11:45	4	MAT6 A03	PORT6 A05	MAT6 A05	EMUS6 P112	ING6 A04
11:50 12:35	5	PORT6 A03	EF6 GIN1	CNA6 A05	MAT6 A EV	ING6 P106
12:35 13:20	6	CNA6 A03	OC GIN1	CNA6 A05	AP_EST. P A EV	ING6 P106
13:35 14:20	7					
14:20 15:05	8	APAING B03	DTT B03			
15:20 16:05	9	ING6 B03	ETN 6 B EV			
16:05 16:50	10	CID6 B03	ETN 6 B EV			
16:55 17:40	11		AP_EST.M B05			
17:40 18:25	12					

FIGURA 3 - HORÁRIO DA TURMA DO 2.º CEB

2. Percurso da Intervenção Educativa no 2.º CEB

A intervenção educativa no 2.º CEB realizou-se em duas áreas do saber distintas: Ciências Naturais e Matemática e teve a duração de catorze semanas, organizando-se em quatro semanas de observação e dez semanas de implementação, distribuídas e intercaladas pelos dois elementos do par pedagógico. Durante as semanas referentes à implementação, cada elemento do par pedagógico assumia uma disciplina, sendo que no final de cada bloco os papeis invertiam-se. Além destas, foram ainda disponibilizadas duas semanas reservadas à participação em atividades de escola ou, se necessário, para a recolha de dados complementares à realização do estudo.

A intervenção educativa começou com a área das Ciências Naturais, decorrendo maioritariamente durante o mês de abril, sendo disponibilizadas para esta regência cerca de seis semanas, das quais uma era destinada a férias da Páscoa. Posteriormente, seguiu-se a regência na área da Matemática, que se desenrolou maioritariamente durante o mês de maio e teve a duração de quatro semanas. Apesar de o número de semanas apresentado para as diferentes áreas do saber não ser equivalente, devido ao período de férias de Páscoa, o número de aulas implementadas pelos elementos do par pedagógico nas diferentes áreas foi o mesmo. As primeiras quatro semanas de observação foram importantes, na medida em que permitiram desenvolver um conhecimento mais profundo da turma, nomeadamente do seu comportamento, do seu desempenho, de algumas dinâmicas, nomeadamente as rotinas diárias, os métodos e estratégias aplicadas pelo professor durante a lecionação das aulas. Ao longo da intervenção educativa, as professoras estagiárias iam sendo supervisionadas, em pelo menos duas sessões de cada área disciplinar.

Ao longo da intervenção educativa, foi necessário elaborar planificações para posteriormente serem implementadas nas regências. Assim, durante o período de observação foi desenvolvida a planificação das aulas de Ciências Naturais e, durante o período de regência desta área as planificações da intervenção educativa na área da Matemática. As planificações deveriam ser entregues atempadamente e uma semana antes do início da implementação tinham de ser refinadas e finalizadas. Todas as planificações tiveram por base os documentos curriculares oficiais, nomeadamente o Programa e Metas Curriculares do Ensino Básico (ME-DGIDC, 2013; MEC, 2013) e as Aprendizagens Essenciais (ME-DGE, 2018a, 2018b). Estas planificações eram orientadas e analisadas pelo professor orientador cooperante e pelo professor supervisor das diferentes áreas, sendo assim sujeitas a alterações e modificações pertinentes. No desenvolvimento das planificações, optou-se por práticas educativas diversificadas e que direcionavam o ensino no sentido exploratório, promovendo o recurso a tecnologias e ao envolvimento ativo dos alunos, isto é, jogos digitais, vídeos, imagens, jogos de tabuleiro, entre outros.

Além das planificações, também se realizaram reflexões no final de cada aula, nas quais se analisava o desenvolvimento da regência, focando as principais dificuldades sentidas, apontando pontos positivos e negativos, e ainda estratégias de melhoria a aplicar futuramente.

2.1. Áreas de Intervenção

2.1.1 Ciências Naturais

A primeira parte da intervenção educativa incidiu na área das Ciências Naturais. Em cada semana eram disponibilizadas para esta área disciplinar, uma aula de 90 minutos e uma aula de 45 minutos, assim, na totalidade, foram lecionadas oito aulas, das quais três tiveram a duração de 45 minutos e cinco a duração de 90 minutos. A regência centrou-se no domínio das Plantas, nomeadamente nas trocas nutricionais entre o organismo e o meio e na reprodução das plantas. Durante a regência procurou-se estabelecer estratégias de ensino-aprendizagem que fossem motivadoras para os alunos, optando por aulas mais exploratórias. Partindo do tema atribuído, selecionou-se tarefas que envolvessem atividade teórico-prática, uma vez que, esta tipologia de tarefas, contribui para a construção do conhecimento através da experimentação. Foram usados diversos recursos áudio e vídeo para apresentar os conteúdos, jogos para sintetizar e consolidar os conceitos aprendidos e atividades colaborativas e de natureza experimental. A tabela 1 apresenta a organização da implementação dos conteúdos a trabalhar nas diferentes aulas.

Tabela 1 - Organização dos conteúdos de Ciências Naturais

Dia	Tempo de aula	Conteúdos trabalhados
28/03	45 min	Fotossíntese
30/03	90 min	Ficha de Avaliação Sumativa
04/04	45 min	Atividade experimental – Fatores que influenciam o processo fotossintético
06/04	90 min	Circulação das seivas nas plantas.
20/04	90 min	Relação entre os produtos da fotossíntese e a respiração celular das plantas. Reservas alimentares nas plantas —atividade experimental. Utilização das plantas na sociedade atual.
27/04	90 min	Transpiração nas plantas. Trocas gasosas nas plantas e a renovação do ar. Constituição da flor. Função dos órgãos que constituem uma flor.
02/05	45 min	Polinização e agentes de polinizadores A fecundação na flor.
04/05	90 min	A frutificação. Constituição e dispersão das sementes. Condições necessárias à germinação da semente.

Durante as implementações as aulas iniciavam sempre com uma questão central, tendo por base o tema da aula, privilegiando o diálogo e debate com a turma, de forma a manter os alunos envolvidos, apelando à reflexão e discussão de ideias, percebendo os seus pontos de vista sobre o assunto. Posteriormente, e antes de finalizar a aula, a questão central era respondida, e os alunos enunciavam os conceitos aprendidos a partir das suas generalizações. Neste sentido, ao longo das aulas era desenvolvida com os alunos a capacidade de pensar criticamente que, de acordo com o *Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória* (ME-DGE, 2017) implica que os alunos sejam capazes de desenvolver o pensamento amplo, profundo, coerente, a capacidade de observar, analisar informação, e apresentar ideias argumentadas com recurso a critérios claros ou subentendidos, apresentando a sua posição devidamente fundamentada.

Ao longo das aulas de Ciências Naturais o trabalho colaborativo foi fundamental e é uma estratégia relevante no processo de ensino e aprendizagem, nomeadamente nas aulas de natureza experimental. Através do trabalho colaborativo em contexto de sala de aula, os alunos desenvolvem competências comunicativas e o pensamento crítico, aperfeiçoando a aptidão para apresentar as suas perspetivas e pontos de vista, trocar ideias com os colegas, e fundamentar as suas conceções.

2.1.2 Matemática

A intervenção educativa na área da matemática decorreu na segunda parte das regências. Em cada semana eram disponibilizadas para esta área disciplinar, duas aulas de 90 minutos e uma aula de 45 minutos. Assim, na totalidade, foram lecionadas doze aulas, das quais quatro com a duração de 45 minutos e oito com a duração de 90 minutos. A regência centrou-se no domínio dos Números e Operações, nomeadamente no tema Números Racionais, com foco em três grandes finalidades: representar e comparar números positivos e negativos, adicionar números racionais e subtrair números racionais.

Foram abordados os números negativos e a sua utilização no dia a dia, a reta numérica, as abcissas de pontos, reconhecer o significado do zero em todos os contextos, o valor absoluto ou módulo de um número, os números simétricos, a comparação de números racionais, identificar conjuntos numéricos e a adição e subtração de números racionais. As Aprendizagens Essenciais (ME-DGE, 2018a), no domínio Números e Operações, além dos conteúdos supramencionados, faz também referência a: aplicar estratégias na resolução de problemas; desenvolver a expressão de ideias matemáticas oralmente e por escrito; confiar nas capacidades; ser persistente e autónomo ao lidar com situações que envolvam matemática.

Tendo em conta que o estudo incidiu na área da matemática e tinha por base o tema a lecionar nas aulas, foi ainda realizado um trilho matemático, que abordou, de uma forma geral, os números racionais, tendo por base os conhecimentos prévios dos alunos. As primeiras aulas foram dedicadas à lecionação do novo conteúdo a introduzir. Na primeira aula realizou-se um teste diagnóstico para aferir os conhecimentos prévios dos alunos relativamente ao tema. Dado que o trilho não abordava apenas os novos conteúdos, mas também conteúdos previamente aprendidos, a implementação do teste diagnóstico foi relevante, para perceber a situação em que os alunos se encontravam e as principais dificuldades que apresentavam, antecipando também dificuldades que poderiam surgir no momento da realização do trilho. As aulas seguintes foram destinadas à lecionação dos conteúdos. Para que fossem produtivas, procurou-se construir planificações que incluíssem tarefas que abrangessem exemplos do dia a dia e promovessem um ensino exploratório e o recurso a materiais manipuláveis ou representações visuais, como por exemplo as barras chinesas, a régua dupla e a reta numérica. O recurso a tecnologia foi também uma estratégia adotada nas aulas, sendo usual o recurso a jogos, quizz, vídeos, powerpoints, entre outros, que cativavam a atenção dos alunos. Estas dinâmicas permitiram que os alunos desempenhassem um papel mais ativo e compreendessem melhor os conceitos trabalhados. A utilização de materiais didáticos nas aulas, além de facilitar o processo de ensino e aprendizagem da matemática, promoveu simultaneamente o trabalho colaborativo, uma vez que, para a utilização destes recursos foi necessário organizar a turma em grupos. Deste modo, permitiu que os alunos criassem rotinas de trabalho colaborativo, promovessem a discussão de ideias e estabelecem interações com os colegas, o que facilitou o momento da realização do trilho, uma vez que os alunos já estavam acostumados a esta dinâmica.

Durante a regência, foi visível a motivação e o envolvimento dos alunos nas aulas. A aula que gostei mais de lecionar foi aquela em que trabalhei conteúdos relacionados com adição e subtração de números racionais com recurso ao Modelo das Barras Chinesas. Através do ensino exploratório, com base em tarefas modeladas com as barras chinesas, os alunos conseguiram deduzir e enunciar todas a regras operatórias para a adição e subtração de números racionais. Apesar de ser uma nova abordagem para os alunos, responderam aos objetivos previstos e revelaram entusiasmo e gosto pela estratégia aplicada, sendo que, muitos deles, no momento afirmaram ser uma estratégia muito fácil e simples. Para uma melhor compreensão, juntamente com o recurso às barras chinesas utilizei um PowerPoint, que orientou a lecionação da aula e permitiu manter o foco dos alunos.

PARTE II - TRABALHO DE INVESTIGAÇÃO

A segunda parte do presente relatório tem como propósito refletir sobre o trabalho de investigação realizado e encontra-se organizado em cinco capítulos, nomeadamente: Capítulo I – Introdução, Capítulo II – Fundamentação Teórica, Capítulo III – Metodologia de Investigação, Capítulo IV – Intervenção Didática, Capítulo V – Apresentação e Discussão dos Resultados e Capítulo VI – Conclusões.

Capítulo I – Introdução

Neste capítulo será apresentada e fundamentada a pertinência do estudo, sendo também formulado o problema e as questões de investigação. Neste sentido, encontra-se dividido em dois pontos: pertinência do estudo; e o problema e respetivas questões de investigação.

1. Pertinência do estudo

O estudo centra-se no tema dos Números Racionais, conteúdo lecionado na intervenção em contexto educativo do 2º CEB, e na sua abordagem através do recurso a um trilho matemático digital.

O tema dos Números Racionais é considerado estruturante na Matemática do ensino básico, sendo esperado que no final do 2.º CEB, os alunos sejam capazes de utilizar os números racionais em vários contextos e de relacionar as suas diversas representações (MEC, 2013). No entanto, o processo de ensino e aprendizagem subjacente a este tema reveste-se de elevada complexidade, pela multiplicidade de significados, representações e contextos que lhe estão associados a este conjunto numérico (e.g. Behr et al., 1983; Kieren, 1976, referido por Quaresma, 2010; Ventura & Oliveira, 2011). Apesar de muitos alunos revelarem um conhecimento procedimental (símbolos, regras, algoritmos), frequentemente o conhecimento conceptual (conceitos e princípios e suas relações) está aquém do esperado, aspeto que se torna evidente na resolução de problemas (Barbosa & Vale, 2021a).

Segundo o NCTM (2007, 2017) durante o seu percurso escolar e para que a aprendizagem seja eficaz, os alunos devem ser capazes de identificar e relacionar diferentes conceitos matemáticos, de compreender que uns surgem a partir de outros e de recorrer a representações para modelar e interpretar os diferentes conceitos. De acordo com Fosnot e Dolk (2002), para que haja aquisição de conceitos sobre um determinado tema, é fundamental que os alunos estabeleçam conexões entre o concreto e o simbólico, relacionando os contextos com situações reais do dia a dia. Neste sentido, é importante que os alunos, paralelamente com a aquisição dos conhecimentos na educação formal em sala de aula, vivenciem e desenvolvam a capacidade de os aplicar na resolução de problemas em diferentes contextos de aprendizagem. Segundo Borromeo-Ferri (2010) a matemática e a atividade matemática fazem parte do mundo real em diversas situações e profissões e o professor tem um papel fundamental, que é adotar metodologias que permitam os alunos estabelecer conexões com a vida real na aula de matemática.

Tendo em conta os aspetos referidos anteriormente, verifica-se que os contextos podem influenciar o processo de ensino e aprendizagem, sendo importantes na construção do conhecimento bem como nas atitudes dos alunos. Contudo, é importante aliar aos contextos, métodos e recursos que respondam às necessidades dos alunos e às tendências atuais para o ensino e aprendizagem de matemática. De acordo com o NCTM (2007, 2017) é fundamental que os alunos realizem tarefas que envolvam o contacto com a tecnologia, cabendo ao professor selecionar as propostas que melhor contribuem para a aquisição de conhecimentos, tendo em conta a diversidade de contextos e a atual diversidade de recursos tecnológicos. De forma a dar resposta a estas situações, surgem os trilhos matemáticos, um contexto não formal de aprendizagem, que ocorre fora da sala de aula e consiste num conjunto de tarefas que os alunos resolvem ao longo de um percurso previamente planeado (Vale et al., 2019). De acordo com Richardson (2004) os trilhos proporcionam aos alunos um espírito colaborativo de aventura e descoberta, permitindo desenvolver a capacidade de comunicação matemática. Além destes aspetos, e de modo a ser possível acompanhar a evolução de uma sociedade cada vez mais tecnológica, simultaneamente surge neste estudo a oportunidade da utilização de uma aplicação móvel na disciplina de matemática, o MathCityMap. Esta ferramenta permite enriquecer a aprendizagem fora da sala de aula com recurso a dispositivos móveis, reforçado as interações e dando ao aluno um papel mais ativo (Barbosa & Vale, 2022).

São estas as dimensões do estudo, no qual se procura articular questões de ensino e aprendizagem sobre os números racionais e a matemática fora da sala de aula numa vertente digital.

2. Problema e questões de investigação

Tendo em vista os aspetos mencionados no ponto anterior, é imprescindível que os alunos tenham a oportunidade de resolver tarefas em contexto não formal e autêntico, com recurso a tecnologia, assegurando a motivação e o interesse pela disciplina. O presente estudo realiza-se então na área da Matemática, com uma turma do 6.º ano de escolaridade, formada por 26 alunos, e pretende compreender o modo como os alunos mobilizam conhecimentos sobre números racionais na realização de um trilho matemático com a aplicação MathCityMap. Neste sentido, foram formuladas as seguintes questões orientadoras:

Q.1. Como se caracteriza o desempenho dos alunos na resolução de tarefas sobre números racionais num trilho matemático com a aplicação MathCityMap?

Q.2. Que atitudes evidenciam os alunos na realização de um trilho matemático com a aplicação MathCityMap?

De modo a dar resposta ao problema e às questões de investigação, no desenvolvimento deste estudo recorreu-se a uma metodologia de investigação de natureza qualitativa usando um design de estudo de caso. Assim, o estudo irá incidir em dois grupos-caso, criteriosamente selecionados. Os dados analisados serão recolhidos através de diferentes fontes, nomeadamente observação participante, dois questionários, entrevistas, documentos (produções escritas dos alunos, notas de campo) e registos audiovisuais.

Capítulo II – Fundamentação Teórica

O presente capítulo tem como principal objetivo enquadrar, a nível teórico, as principais temáticas relacionadas com o problema em estudo, recorrendo a uma revisão da literatura baseada em diferentes documentos e autores de referência. Coutinho (2011) refere que uma das primeiras intenções de uma investigação é conceber informação que permita compreender o acontecimento ou fenómeno em estudo, o que implica relacionar esse fenómeno com investigações que o envolvem. Posto isto, o investigador depende de outros investigadores e do seu corpo de conhecimentos, recorrendo à literatura publicada que o irá auxiliar no processo de planificação, implementação, interpretação e difusão dos resultados da investigação a desenvolver. Assim sendo, a fundamentação teórica encontra-se divida em cinco pontos: o primeiro, apresenta uma análise geral sobre as orientações curriculares atuais para o ensino e aprendizagem da Matemática; o segundo discute aspetos de ensino e aprendizagem dos números racionais; o terceiro refere a importância dos trilhos matemáticos e o recurso às tecnologias digitais para o ensino e a aprendizagem da matemática fora da sala de aula, nomeadamente a utilização do MathCityMap; o quarto ponto foca-se na dimensão afetiva das aprendizagens, salientando as atitudes; e, finalmente, no quinto ponto, é realizada um síntese de alguns estudos empíricos relacionados com o estudo em questão.

1. Orientações atuais para o ensino e aprendizagem da Matemática

1.1. Orientações Curriculares Gerais

Atualmente, e desde muito cedo, é comum alguns alunos referirem que não gostam de Matemática e não compreenderem a importância que esta disciplina tem na formação de cidadãos competentes. Estas conceções surgem, maioritariamente, devido a influências sociais, concebendo a ideia de que a matemática é uma disciplina difícil, motivo que leva ao desinteresse e desapego por parte dos alunos. Reforçando estas ideias, já há muito tempo Ponte (1992) referia que "as concepções formam-se num processo simultaneamente individual (como resultado da elaboração sobre a nossa experiência) e social (como resultado do confronto das nossas elaborações com as dos outros). Assim, as nossas conceções sobre a Matemática são influenciadas pelas experiências que nos habituámos a reconhecer como tal e também pelas representações sociais dominantes" (p.1). Por outro lado, muitos alunos acreditam que, para aprender matemática, é necessário um abundante e aglomerado conhecimento de fórmulas e algoritmos (D'Ambrosio, 1989). Aliás, ainda hoje os nossos alunos acreditam que fazer matemática é seguir e aplicar regras transmitidas pelo professor, tendo como premissa que a matemática é um corpo de conceitos verdadeiros e estáticos, do qual não se duvida ou questiona. Esta perspetiva tem por base aquilo que o NCTM (2017) designa por crenças não produtivas, que são reconhecidas por limitarem o acesso dos alunos a práticas matemáticas importantes e se centrarem apenas no treino de procedimentos e memorização de factos.

Contudo, o conhecimento matemático é fundamental e pode ser mobilizado em diversas situações e contextos, nomeadamente no dia a dia das pessoas. A Matemática permeia a nossa vida diária nas coisas mais banais e a necessidade de compreender e ser capaz de usar a matemática no dia a dia nas mais diversas profissões e no local de trabalho nunca foi tão grande e continuará a aumentar (NCTM, 2007; Quaresma & Ponte, 2012; Vale et al., 2019). Neste sentido, a matemática é uma ciência aplicada em diversas áreas com distintas visões e claramente se verifica que é uma área do saber primordial, não só a nível profissional, mas também a nível social. Por estas razões, a matemática é uma disciplina trabalhada em todos os níveis da escolaridade obrigatória e assume um papel importante no currículo. É assim importante começar por enquadrar as principais orientações curriculares para o ensino e a aprendizagem da matemática.

Apesar de já não se encontrar em vigor, é pertinente mencionar algumas ideias do *Programa de Matemática do Ensino Básico* de 2007 (ME-DGIDC, 2007) que, pelo seu caráter inovador na altura, conduziu a mudanças significativas nas práticas de ensino. Segundo este documento, a matemática tem como finalidades: a) promover a aquisição de informação, conhecimento e experiência do aluno e o desenvolvimento da capacidade da sua integração e mobilização em contextos diversificados; b) desenvolver atitudes positivas face à Matemática e a capacidade de apreciar esta ciência; reforçando as dimensões cognitiva e afetiva. Para além de dar destaque a conhecimentos e atitudes, o programa reforçava a importância de se desenvolver capacidades transversais, interligadas entre si, nas quais se destacam: a comunicação, o raciocínio e a resolução de problemas. Este programa apresentava quatro grandes domínios de conteúdo, sendo eles: Números e Operações (NO), Álgebra (ALG), Geometria e Medida (GM) e Organização e Tratamento de Dados (OTD); todos eles incluídos nos três ciclos do EB, à exceção da Álgebra que não era explicitamente trabalhada no 1.º CEB. Os autores consideraram relevante incluir algumas notas metodológicas para orientar as práticas dos professores, atribuindo, por exemplo, ênfase à diversidade das tarefas propostas e ao modo como estas eram implementadas na sala de aula, sublinhando a importância de o aluno ter experiências matemáticas diversificadas, como por exemplo, projetos, investigações, jogos, exercícios e problemas, envolvendo contextos matemáticos e não matemáticos e diferentes áreas do saber. Mencionavam também a pertinência da utilização de recursos variados, a valorização do cálculo mental e a história e papel da matemática no mundo atual.

Este programa foi reformulado pelo Ministério da Educação e, em junho de 2013, foi homologado o *Programa de Matemática do Ensino Básico* (MEC, 2013), documento que orientou este trabalho e enquadrou a PES. As finalidades deste programa assentam na estruturação do pensamento, na análise do mundo natural e na interpretação da sociedade, havendo pretensão de desenvolver conhecimentos e capacidades nos alunos para encarar diversas situações do seu quotidiano. Contrariamente ao programa anterior, neste são definidos cinco grandes domínios, com diferenças para os três ciclos do ensino básico: Números e Operações (NO), Geometria e Medida (GM) e Organização e Tratamento de Dados (OTD), lecionados e trabalhados ao longo dos três ciclos do ensino básico; Álgebra (ALG) que surge a partir do 2.º CEB e continua no 3.º CEB; e, por último, Funções, Sequências e Sucessões (FSS), trabalhado apenas no 3.º CEB. Os autores defendem uma aprendizagem progressiva e gradual, respeitando o tempo necessário dos alunos, partindo do concreto para o abstrato. É dada liberdade às escolas e aos professores para decidirem que metodologias e recursos consideram adequados para promover a aprendizagem e alcançar os desempenhos esperados.

Posteriormente, em 2017, foi publicado um novo documento pelo Ministério da Educação, com caráter transversal, designado por *Perfil dos Alunos à Saída da*

Escolaridade Obrigatória (ME-DGE, 2017). Este documento, serve de referente a todas as áreas curriculares, e apresenta uma matriz onde estão incluídos os objetivos transversais a todas as disciplinas do currículo escolar que os alunos devem atingir no final da escolaridade obrigatória, quer a nível curricular, no planeamento, na realização e na avaliação interna e externa do ensino e da aprendizagem. Este referencial, tem como objetivo "criar condições de equilíbrio entre o conhecimento, a compreensão, a criatividade e o sentido crítico. Trata-se de formar pessoas autónomas e responsáveis e cidadãos ativos", procurando definir um perfil comum a todos e que simultaneamente se incite e se interesse pela qualidade (ME-DGE, 2017, p.5). Para isso, foi adotada uma organização em: Princípios, Visão, Valores e Áreas de Competências. Os princípios justificam as ações relacionadas coma gestão do currículo na escola em todas as áreas. A visão explicita o que se pretende para os alunos enquanto cidadãos à saída da escolaridade obrigatória. Os valores são orientações compreendidas como características éticas, que são expressos através da forma de estar e agir e segundo as quais as crenças, comportamentos e ações são definidos como adequados. As áreas de competências remetem para competências entendidas como conhecimentos, capacidades e atitudes e são de natureza diversa: cognitiva e metacognitiva, social e emocional, física e prática. De uma forma geral, este documento faz referência à formação global do aluno, mas cada área curricular está rodeada de múltiplas competências, teóricas e práticas, por isso é importante referi-lo no processo de ensino e aprendizagem da matemática, pois, não só é um documento orientador a ter em consideração, como também apresenta uma grande parte (se não todas) das competências a desenvolver ao longo das aulas de matemática.

Mais recentemente, e em articulação com o documento anterior, surgem as *Aprendizagens Essenciais* (ME-DGE, 2018a), documentos de orientação curricular que pretendem o desenvolvimento das competências inscritas no perfil do aluno, nas várias áreas curriculares. Na área da matemática são apresentados os conhecimentos, capacidades e atitudes esperados para cada um dos níveis do EB, expressando o que os alunos devem saber e os processos cognitivos que devem ativar. "Privilegia-se uma aprendizagem da Matemática com compreensão, bem como o desenvolvimento da capacidade dos alunos em utilizá-la em contextos matemáticos e não matemáticos ao longo da escolaridade, e nos diversos domínios disciplinares, por forma a contribuir não só para a sua autorrealização enquanto estudantes, como também na sua vida futura pessoal, profissional e social" (ME-DGE, 2018a,p.1). Destacam-se como finalidades: a) aquisição e desenvolvimento de conhecimentos e experiências na área e a sua aplicação em diferentes contextos; b) desenvolver uma atitude positiva e reconhecer o papel da matemática na sociedade. É ainda referida a importância do desenvolvimento de capacidades matemáticas, nomeadamente a resolução de problemas, o raciocínio e a comunicação oral e escrita, já destacadas em documentos curriculares prévios.

Considera-se pertinente destacar ainda documentos curriculares internacionais que apresentam algumas orientações fundamentais para o ensino e aprendizagem da matemática, e que constituem uma referência. Por exemplo, o documento *Princípios para a Ação* (NCTM, 2017), apresenta um conjunto de oito práticas a ter em conta para um ensino eficaz e profundo da matemática, destacando: as metas ou objetivos, as tarefas, as representações, o discurso matemático utilizado, as questões apresentadas, a fluência procedimental a partir da compreensão conceptual, o apoio na aprendizagem e ainda a utilização das evidências do pensamento dos alunos. Este conjunto de práticas demonstra o quão laborioso e complexo se torna o trabalho do professor, uma vez que é necessário responder a uma grande diversidade de desafios para que os alunos consigam mobilizar os conhecimentos pretendidos em cada ano de escolaridade. São ainda considerados alguns princípios a seguir na aprendizagem da matemática, nomeadamente: o *Acesso e Equidade*, exigindo que todos tenham acesso a uma educação de qualidade; o *Currículo,* destaca que para um programa de qualidade é necessário um currículo relevante e coerente para o desenvolvimento da aprendizagem e que institua conexões entre a matemática e o mundo envolvente. Assim sendo, defende que um currículo de matemática deve ser caracterizado pela compreensão profunda da matemática por parte dos professores, dos materiais que utilizam e ainda no conhecimento prévio e experiências dos alunos; as *Ferramentas e Tecnologia*, aliada ao recurso de recursos tecnológicos que promovem o desenvolvimento de opiniões e raciocínio matemático; a *Avaliação*, é fundamental para averiguar os conhecimentos dos alunos e definir como orientar a aprendizagem, que decisões tomar e como trabalhar no sentido de melhoria dos programas; o

Profissionalismo, que refere os professores como os principais responsáveis pelo ensino e aprendizagem eficaz e pelo sucesso dos alunos (NCTM, 2017).

Tendo em conta o mundo atual em que vivemos, é imprescindível que as escolas apresentem as condições necessárias no ensino e aprendizagem da matemática. De acordo com Vale & Barbosa (2020a) "estamos a viver num mundo complexo e com rápidas mudanças no qual será muito difícil sobreviver, sem sólidos conhecimentos e capacidades adequadas" (p.1). Neste sentido é fundamental que as escolas se adaptem e procurem dar resposta a esta e a futuras evoluções, uma vez que, "todos os alunos precisam de uma educação em matemática que os prepare para um futuro de grandes e contínuas mudanças" (NCTM, 2007,p.8)

1.2 A aula de matemática, o papel do professor e as tarefas

Além dos aspetos mencionados anteriormente referidos em documentos curriculares, há outros que é necessário ter em atenção para ir ao encontro de um ensino da matemática de qualidade, nomeadamente: a aula de matemática; o papel do professor no processo de ensino e aprendizagem; e, finalmente, a importância e tipologia das tarefas propostas.

O ensino e a aprendizagem da matemática são um processo complexo, dependente de vários fatores, principalmente do papel do professor (e dos alunos) e das metodologias adotadas. Segundo Vale e Barbosa (2020a), é importante que o professor encontre estratégias de ensino adequadas, para aplicar em diferentes contextos, que vão ao encontro da diversidade de estilos de pensamento e dificuldades apresentadas pelos alunos. No entanto, para além disto, é fulcral refletir sobre as tarefas a propor, uma vez que, são o ponto de partida para desencadear a atividade matemática Doyle (1988, referido por Vale e Barbosa, 2020) devendo ser apresentadas "tarefas, com múltiplas resoluções, que os desafiem (alunos) a pensar fora da caixa, e os motivem a aprender e a colaborar uns com os outros" (Vale & Barbosa, 2020a, p.1). Na mesma perspetiva, o NCTM (2017) defende que as aulas de matemática devem procurar envolver os alunos na resolução e discussão de tarefas promotoras do raciocínio e da resolução de problemas. Desta forma, deve dar-se especial atenção e ênfase aquelas que exigem um elevado conhecimento e compreensão, isto é, tarefas que envolvem problemas e procedimentos mais aprofundados, uma vez que podem contribuir para o desenvolvimento da flexibilidade do pensamento (Vale & Barbosa, 2021). Contudo, as tarefas rotineiras e com reduzido nível de exigência cognitiva são também importantes para memorizar e aplicar procedimentos, devendo promover-se um processo de ensino e aprendizagem que englobe uma diversidade de tarefas de diferentes níveis.

Quando se reflete acerca da dinâmica das aulas, é inevitável analisar as metodologias de ensino que lhe estão associadas. Atualmente, perspetiva-se um ensino mais direcionado para uma abordagem exploratória, contudo ainda se observa, com alguma frequência a predominância do ensino direto e tradicional, isto é, um tipo de ensino baseado na exposição, exemplos e exercícios (Canavarro, 2011; NCTM, 2017; Stein et al., 2008; Vale & Barbosa, 2021).

Num ensino de natureza tradicional, as aulas centram-se no professor que transmite os conceitos através de exemplos, de forma que os alunos, através da memorização, sejam capazes de resolver tarefas semelhantes. Desta forma, o aluno assume uma atitude passiva, isto é, não estabelece conexões nem procura por diferentes alternativas para resolver as tarefas e a comunicação caracteriza-se maioritariamente por um discurso seguindo o modelo IRA (Iniciação-Resposta-Avaliação), no qual o professor inicia o questionamento com os alunos, de forma a obter uma resposta para posteriormente ser avaliada (Vale & Barbosa, 2020a). Por outro lado, um ensino de natureza exploratória, de acordo com Canavarro (2011), remete para uma aprendizagem na qual "os alunos aprendem a partir do trabalho sério que realizam com tarefas valiosas que fazem emergir a necessidade ou vantagem das necessidades matemáticas que são sistematizadas em discussão coletiva" (p. 11). Assim, neste tipo de ensino, o professor é o principal responsável por direcionar o processo de ensino e aprendizagem, e é quem desperta e auxilia o aluno, para que este autonomamente construa o seu próprio conhecimento. Este modelo de ensino dá enfase à comunicação, e é a partir dela que o aluno questiona, justifica, discute, reflete, entre outros aspetos.

Para além de refletir acerca do papel do professor e da abordagem que privilegia, impõem-se uma reflexão sobre as tarefas propostas, que se defende que devem ser diversificadas na sua natureza:

Tarefas que pedem aos alunos a execução de um procedimento memorizado, de maneira rotineira, representam um certo tipo de oportunidade para os alunos pensarem; tarefas que exigem que os alunos pensem conceptualmente e que os estimulem a fazer conexões representam um tipo diferente de oportunidade para os alunos pensarem. (Stein & Smith, 2009, p.22)

Neste sentido, Stein e Smith (2009) agruparam as tarefas em categorias, em função de alguns critérios. No que diz respeito ao nível de exigência cognitiva que a resolução da tarefa requer, apresentaram uma organização em quatro categorias por ordem crescente de complexidade: tarefas de memorização, procedimentos sem conexões, procedimentos com conexões e tarefas para fazer matemática (Figura 4). As tarefas de memorização utilizam apenas a memória. Procedimentos sem conexões são rotineiros e não implicam a conexão entre conceitos ou significados e realizam-se em elevado número. Nos procedimentos com conexões há ligação entre conceitos e significados. Tarefas para fazer matemática desenvolvem capacidades de raciocínio e resolução de problemas e são as que possuem maior nível de exigência cognitiva. Todos estes tipos de tarefas permitem alcançar objetivos distintos, devendo, por isso, ser selecionadas de forma criteriosa de acordo com as finalidades. Neste sentido, a literatura (NCTM, 2017; Stein & Smith, 2009) recomenda um ensino direcionado para a diversificação da utilização destas tarefas, de modo que os alunos contactem com todas elas.

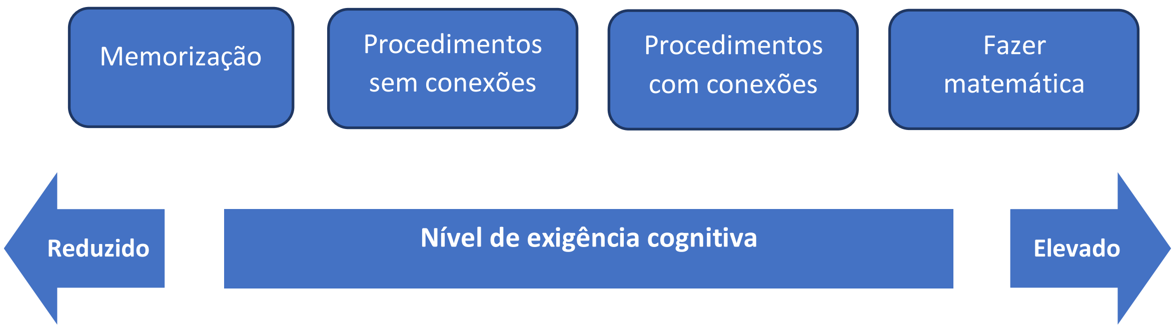

Figura 4 -Classificação das tarefas conforme o nível de exigência cognitiva (adaptada de Stein e Smith, 2009)

Não basta apenas selecionar as tarefas criteriosamente com o intuito de dar cumprimento às exigências curriculares, é importante saber implementar essas tarefas de forma a promover um ensino e aprendizagem eficaz, o que uma vez mais reforça a relevância do papel do professor. Neste sentido surge o *Quadro das Tarefas Matemáticas* proposto por Stein e Smith (2009) que apresenta três fases distintas que a tarefa atravessa até ao momento em que proporciona a aprendizagem do aluno (Figura 5).

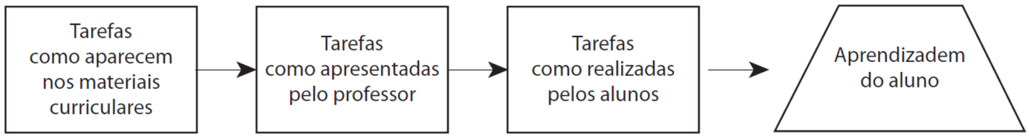

FIGURA 5 - QUADRO DAS TAREFAS MATEMÁTICAS (STEIN & SMITH, 2009, P.24)

Assim sendo, a primeira fase apresenta a tarefa tal como ela surge no currículo e recursos ou materiais escolares. Posteriormente as tarefas podem ser adaptadas pelo professor que as irá apresentar de acordo com as suas opções. Finalmente, surge o modo como são trabalhadas e implementadas efetivamente na sala de aula. Estas três fases são fundamentais e influenciam o processo de aprendizagem do aluno. Por isso, a natureza das tarefas pode alterar-se consoante a fase em que se encontra, isto é, a tarefa que surge nos livros e manuais nem sempre é idêntica à tarefa que o professor apresenta ou até mesmo à tarefa que os alunos realizam. Este quadro das tarefas matemáticas constitui uma ferramenta para “reflexão” e o seu foco é atentar no trabalho e pensamento dos alunos, isto é, naquilo que eles fazem ou pensam durante as aulas e que irá auxiliar o professor no processo de ensino, adaptando-o de forma a apoiar as tentativas dos alunos de raciocinar e compreender os significados envolvidos (Stein & Smith, 2009).

Das ideias anteriormente discutidas depreende-se que o professor pode limitar ou potenciar as oportunidades de aprendizagem dos alunos, não só na seleção das tarefas, mas também nas opções que faz na prática, nomeadamente no modo como as implementa e explora, os recursos que utiliza, o tempo que disponibiliza para a sua realização, as interações que fomenta e, sobretudo, a importância que lhes atribui (Canavarro & Santos, 2012).

Voltando ao modelo de ensino, quando estamos perante um ensino exploratório, deve-se assim privilegiar tarefas de elevado nível cognitivo, dado que o principal objetivo centra-se no desenvolvimento das capacidades de raciocínio e resolução de problemas (Canavarro & Santos, 2012). Para realizar esta seleção poderá também ser útil conhecer a tipologia das tarefas matemáticas tendo por base outros critérios, nomeadamente: o grau de desafio (elevado ou reduzido) e a abertura (aberta ou fechada). No que refere ao grau de desafio e à abertura das tarefas, Ponte (2005) define quatro tipos de tarefas (Figura 6): exercícios (tarefas fechadas de dificuldade reduzida); problemas (tarefas fechadas de dificuldade elevada); explorações (tarefas abertas de dificuldade reduzida) e investigações (tarefas abertas de dificuldade elevada). Contudo, salvaguarda-se a existência de outros tipos de tarefas.

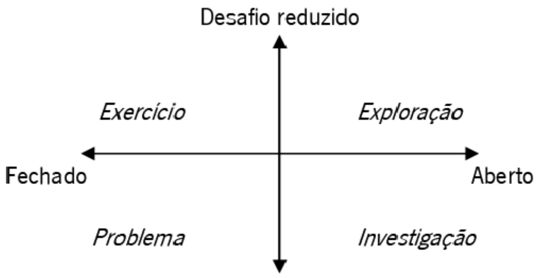

Figura 6 – Tipologia das tarefas, em termos do seu grau de desafio e de abertura (Ponte, 2005, p.8)

Para além dos aspetos referidos, existem outros que também são importantes no que refere às tarefas, por exemplo o contexto. Segundo Ponte (2005) as tarefas podem ser enquadradas em contextos da realidade ou formuladas em termos de matemática pura. Contudo, Skovsmose (2000, referido por Ponte, 2005) apresenta um outro contexto, intermédio aos mencionados anteriormente, designado de semirrealidade. O mesmo autor clarifica que contextos reais se referem ao dia a dia dos alunos e as questões remetem para a área da matemática ou outras áreas. Por outro lado, os contextos semirreais partem de situações inventadas e levam o aluno a praticar determinados saberes. Os contextos semirreais encontram-se maioritariamente nos exercícios e problemas dos manuais escolares. Pode-se assim afirmar que, relativamente ao contexto, as tarefas podem remeter para a vida quotidiana ou para o universo matemático (realidade, semirrealidade, matemática pura), sendo assim importante que, ao selecionar as tarefas, o professor procure diversificá-las tendo em conta estes aspetos e, ao mesmo tempo, seja capaz de as combinar de forma a favorecer o processo de ensino e aprendizagem dos alunos (Ponte & Quaresma, 2012).

Assim, nos dias de hoje é importante evoluir no sentido de responder às necessidades do mundo em que vivemos e procurar enveredar por um ensino não só focado na aquisição dos conhecimentos, mas no sentido de aplicar os conhecimentos adquiridos. Como referem Vale e Barbosa (2021) "hoje em dia as pessoas não têm sucesso na vida e trabalham apenas para o que sabem, reproduzindo o conhecimento do conteúdo, mas sim pelo que conseguem fazer com o que sabem" (p.1212). Desta forma, deve-se diligenciar o foco na aprendizagem a partir de aulas de natureza exploratória, nas quais o aluno realiza a sua aprendizagem a partir do questionamento, exploração, análise e discussão de diferentes estratégias de resolução para uma determinada tarefa.

2. O ensino e a aprendizagem dos números racionais

Neste ponto, pretende-se discutir aspetos relacionados com o ensino e a aprendizagem dos números racionais e encontra-se organizado em dois tópicos. Primeiramente é analisada a abordagem aos números racionais no currículo do ensino básico, incidindo no 2.º CEB. Posteriormente, são apresentadas algumas ideias da literatura sobre os números racionais, com foco no trabalho realizado em sala de aula.

2.1 Os números racionais no currículo do 2.º ciclo do ensino básico

Os números racionais são considerados um dos tópicos matemáticos mais complexos e importantes do currículo do ensino básico, uma vez que envolvem o desenvolvimento de estruturas cognitivas fundamentais para a aprendizagem da matemática (Pinto & Ribeiro, 2013). Neste sentido, os números racionais são um conteúdo introduzido desde cedo no percurso educativo dos alunos, desde o 1º CEB, tendo assim um papel imprescindível no currículo de matemática. Contudo, na aprendizagem dos números racionais, o insucesso dos alunos é frequente e constitui um obstáculo para o desenvolvimento do seu conhecimento matemático (Pinto & Ribeiro, 2013). Neste sentido, é fundamental discutir a sua importância e as dificuldades que lhe estão associadas.

O atual *Programa de Matemática do Ensino Básico* (MEC, 2013) encontra-se organizado em ciclos de estudo e, para cada ciclo, são apresentados os respetivos domínios de conteúdo. Os domínios de conteúdo e os objetivos expressos no PMEB encontram-se interligados e a sua articulação é apresentada nas Metas Curriculares. Os números racionais surgem no 1.º CEB, no 2.º ano de escolaridade, no domínio dos Números e Operações. No 2.º ano de escolaridade as frações são introduzidas para representar medidas de comprimento ou de outras grandezas, através da decomposição de um segmento de reta em segmentos de igual comprimento. No 3.º ano introduzem-se as operações com números racionais não negativos representados sob a forma de fração, nomeadamente a adição e subtração. Finalmente, no 4.º ano de escolaridade introduzem-se as operações multiplicação e divisão e a representação sob a forma de dízima e de fração. Nesta perspetiva, numa primeira fase, o PMEB (MEC, 2013) pretende que os alunos sejam capazes de compreender os números racionais, nomeadamente as suas diferentes representações.

No 2.º CEB, o estudo dos números racionais não negativos, foca-se em aprofundar a representação decimal e sob a forma de fração e introduzir a representação em percentagem e numeral misto, estendendo-se até aos números inteiros relativos. A abordagem das operações básicas sobre racionais e a introdução aos números racionais negativos realiza-se no 6.º ano de escolaridade, e envolve conteúdos como: a representação, ordenação e comparação de números positivos e negativos; os conjuntos numéricos, nomeadamente o conjunto dos números racionais; e a adição e subtração de números racionais positivos e negativos. O principal objetivo é que os alunos, ao finalizarem o 2.º CEB, compreendam e sejam capazes de "mostrar fluência e desembaraço na utilização de números racionais em contextos variados, relacionar de forma eficaz as suas diversas representações (frações, dízimas, numerais mistos, percentagens) e tratar situações que envolvam proporcionalidade direta entre grandezas" (MEC, 2013, p.14).

As *Aprendizagens Essenciais* (ME-DGE, 2018a) na área da matemática referem que os alunos devem ser capazes de desenvolver o sentido de número, compreender os números e as operações e demonstrar fluência no cálculo mental e escrito. Além destes aspetos, é esperado que sejam capazes de resolver problemas, tarefas de natureza exploratória, em diferentes contextos, e evidenciar atitudes positivas em relação à disciplina.

O estudo dos números racionais, apesar de ser introduzido desde cedo, é um dos conteúdos em que os alunos sentem mais dificuldades devido à complexidade dos conceitos que lhes estão associados. Posto isto, é importante que sejam utilizados em situações significativas para os alunos, como em contextos reais e situações do dia a dia, já que durante o percurso educativo "privilegia-se uma aprendizagem da Matemática com compreensão, bem como o desenvolvimento da capacidade de os alunos em utilizá-la em contextos matemáticos e não matemáticos ao longo da escolaridade" (ME-DGE, 2018a, p.1). Neste sentido, Fosnot e Dolk (2002) referem que a abordagem dos números racionais em contexto real facilita a compreensão dos alunos e ajuda a desenvolver o sentido de número. Em suma, na lecionação deste conteúdo é importante, partir sempre que possível de situações reais ou concretas/visuais, para que os alunos sejam capazes de estabelecer conexões e desenvolver a devida compreensão de número racional e dos conceitos subjacentes.

2.2 Questões de ensino e aprendizagem sobre os números racionais

No processo de ensino e aprendizagem dos números racionais podem surgir questões e desafios relevantes, que devem ser atendidos de modo a aprofundar e ampliar o sentido de número racional desenvolvido pelos alunos. A abordagem a este tema é considerada de elevada complexidade (Behr et al., 1983; Kieren, 1976 referido por Quaresma, 2010; Vale & Barbosa, 2020b; Ventura & Oliveira, 2011), principalmente pelo facto de se tratar de um conceito multifacetado, com diversos significados e representações (Behr et al., 1983; Lamon, 2006; Kieren, 1976, referido por Quaresma, 2010). Por estas razões é um dos conteúdos em que os alunos apresentam mais dificuldades, contribuindo em certa medida, para o insucesso na disciplina. É, assim, fundamental compreender a importância dos diferentes significados, interpretações e representações dos racionais para compreender estes números e de que forma se podem aplicar, passando-se, por isso, a uma discussão com base na literatura.

Kieren (1976, referido por Quaresma, 2010) começou por apresentar um modelo com quatro significados para os números racionais sob a forma de fração (razão, operador, quociente e medida), sendo que, na sua perspetiva, o significado parte-todo estava implícito nos outros significados. Mais tarde, Behr et al. (1983) apresentaram também um modelo dividido nas cinco categorias anteriores expandido as ideias anteriores. Expõem-se, de seguida, os diferentes significados de número racional.

Lamon (2007) considerou que a fração com significado *parte-todo* consiste em considerar uma ou mais partes da unidade que foi dividida em partes iguais. Assim, a fração como parte-todo representa uma comparação entre o número de partes que se tomam do todo (numerador), e o número total de partes em que o todo está dividido (denominador) (Charalambous & Pitta-Pantazi, 2007). Alguns autores (e.g. Behr et al., 1983; Lamon, 2007) referem que este significado normalmente é o primeiro a ser abordado no ensino dos números racionais por se considerar o mais simples. A fração como *quociente* surge associada a situações de partilha e a fração representa o quociente entre dois números inteiros, sendo o denominador diferente de 0. Para compreender este significado é fundamental que os alunos identifiquem a função do dividendo e do divisor na operação divisão e que dividir em partes iguais é a base para que se compreendam os números racionais como quociente (Lamon, 2007). O significado *operador* remete para a transformação de um número, isto é, uma ação sobre um número através da qual se transforma o seu valor (Lamon, 2007). De uma forma mais simples, o significado de fração como operador consiste numa sequência de multiplicações ou de divisões, sendo necessária a aplicação de um raciocínio multiplicativo. A fração como *medida* pode relacionar-se com o significado parte-todo, já que estabelece uma relação entre uma quantidade e uma determinada unidade (Behr et al., 1983). Lamon (2007) refere que, para compreender o significado medida é necessário: reconhecer a unidade de medida; determinar um comprimento; e medir um comprimento através da repetição da unidade de medida. Finalmente, a fração como *razão* tem um significado que surge da comparação entre duas quantidades, onde é imprescindível o raciocínio multiplicativo (Ventura, 2014) . No entanto, a fração como razão distingue-se da fração como parte-todo, na medida em que corresponde à razão entre duas grandezas de diferentes tipos, como por exemplo, a razão entre a distância e o tempo necessário para a percorrer, dando origem a uma nova grandeza (Lamon, 2006).

Quando se fala em números racionais, a representação sob a forma de fração é aquela que surge com maior frequência (Vale & Barbosa, 2020b). Pinto (2011) refere que ao longo dos anos de escolaridade os alunos deparam-se apenas ou com maior frequência com frações de significado parte-todo, o que remete para uma noção empobrecida do que é um número racional e, particularmente, dos diferentes significados que lhe podem ser atribuídos. Os significados apresentados anteriormente, apesar de se interrelacionarem, não surgem simultaneamente e apresentam características particulares, sendo assim importante ponderar de entre os diferentes significados qual a melhor abordagem para introduzir o conceito de número racional. De entre os cinco significados é necessário escolher um como ponto de partida. Segundo Fosnot e Dolk (2002) todos devem ser trabalhados, contudo o significado *medida* para introduzir o estudo das frações é contraindicado, uma vez que pode conduzir a possíveis problemas relacionados com a aprendizagem do todo e do conceito. Contrariamente, Lamon (2007) menciona que os significados *medida, razão e parte-todo* são muito mais preponderantes para iniciar esta aprendizagem do que os significados *operador e quociente.* Refere também que, quando os alunos compreendem primeiramente uma abordagem da *razão,* são capazes de realizar comparações entre *razão e parte-todo* devido à vigorosa conceção de equivalência formada. O conceito de equivalência entre frações deve merecer a atenção do professor, devido às dificuldades que, por vezes os alunos apresentam. Segundo Quaresma (2010), frequentemente os alunos aprendem o processo mecânico para obter frações equivalentes, contudo não compreendem o conceito de fração equivalente nem o significado quociente. Em suma, pretende-se que os alunos sejam capazes de distinguir os diferentes significados de fração e sejam capazes de compreender as relações entre eles.

O desenvolvimento do sentido de número racional deve abranger também as suas múltiplas representações, uma vez que, têm uma influência fundamental na aquisição dos conceitos pelos alunos, na reflexão e na comunicação (Barbosa & Vale, 2021a; Vale & Barbosa, 2020b). Para além disso, as diferentes representações que os números racionais podem assumir, bem como as conversões entre elas, são uma das dificuldades que os alunos apresentam durante o estudo dos números racionais (Monteiro & Pinto, 2005; Quaresma & Ponte, 2012). Cifarelli (1998) refere que as representações se utilizam, por exemplo, para descrever os procedimentos de resolução de problemas na aprendizagem da matemática. Assim, as representações construídas pelos alunos têm o intuito de descrever os conhecimentos que mobilizam na resolução de problemas e situações matemáticas. O sucesso de uma tarefa ou problema depende da capacidade dos alunos em construir representações adequadas do problema e de as utilizar como forma de compreender a informação (Cifarelli, 1998). De acordo com NCTM (2007, 2017), as representações são consideradas ferramentas fundamentais para desenvolver a compreensão, para comunicar a informação e para evidenciar o raciocínio. Nos Princípios para a Ação (NCTM, 2017) é apresentado um modelo organizado em cinco formas de representação, nomeadamente: a) contextuais (situam as ideias matemáticas num contexto); b) físicas (recorre a objetos concretos); c) visuais (pictóricas); d) verbais (uso da linguagem); e e) simbólicas (notação matemática). Nas palavras de Vale e Barbosa (2020b), os números racionais podem ser representados de diversas formas, que devem ser articuladas entre si para reforçar a compreensão, entre elas, as: representações visuais, como é o caso de desenhos, diagramas, figuras e gráficos; representações verbais, isto é, a linguagem; e finalmente representações simbólicas, relacionadas com números e letras. Neste âmbito das representações, e para Ventura e Oliveira (2011), é fundamental que o ensino-aprendizagem dos racionais seja introduzido a partir de modelos. Ensinar frações a partir da modelação e do recurso a materiais manipuláveis, isto é, a partir de representações físicas, auxilia na aquisição de estratégias que podem ser aplicadas em diversos procedimentos, contudo é importante que se realize uma articulação com as representações simbólicas (Vale & Barbosa, 2020b). A utilização de recursos concretos "fornecem aos alunos representações concretas de ideias abstratas, facilitando a utilização das representações com compreensão e a flexibilidade na conversão [entre elas]" (NCTM, 2007, p. 54). Assim, recorrer a materiais manipuláveis ou objetos concretos e representações visuais, torna o abstrato em concreto e possibilita uma melhor compreensão do conceito de número racional.

De acordo com Vale et al. (2018), um ensino e aprendizagem da matemática eficaz deve envolver os alunos em tarefas que promovam o raciocínio e resolução de problemas. Neste sentido, devem privilegiar-se tarefas que suscitem o recurso a diferentes representações, porque permitem que os alunos pensem de diversas formas e utilizem múltiplas estratégias. Vale et al. (2018), com base nos trabalhos de Borromeo-Ferri (2012), Krutetski (1976) e Presmeg, (2014), defendem que a natureza das estratégias se cruza com os estilos de pensamento dos alunos, que, por sua vez, conduzem à utilização de diferentes tipos de representações. Assim, estamos perante estratégias: i) analíticas, quando os alunos recorrem a representações algébricas, numéricas e verbais para resolver as tarefas; ii) visuais, quando utilizam esquemas e representações gráficas, como por exemplo, diagramas e figuras; e, finalmente, iii) mistas, quando os alunos não apresentam preferência pelo estilo de pensamento, e incluem representações visuais e analíticas no seu raciocínio.

Os modelos são assim fundamentais para ajudar os alunos a resolver problemas e, por isso, devem ser implementados de forma sólida e organizada e os números racionais não são exceção. Neste sentido, Vale e Barbosa (2020b) referem que é importante os alunos serem incentivados a utilizar desenhos, recortes, dobragens e materiais manipuláveis. O NCTM (2017) também refere que a utilização de materiais, como tiras de papel a representar partes fracionárias, permitem que os alunos, a partir de representações concretas ou físicas, compreendam ideias abstratas, usando diferentes representações e a conversão entre elas (NCTM, 2007). São vários os modelos apresentados por diferentes autores, neste contexto destaca-se o modelo da barra (Vale & Barbosa, 2020b). Segundo Middleton et al. (1998), o modelo da barra é um modelo visual que permite dar resposta e abarcar acontecimentos mais complexos, sendo assim fundamental na aprendizagem dos números racionais. Na mesma perspetiva Ventura (2014) indica que este modelo proporciona em paralelo a utilização das diversas representações, permitindo uma abordagem das conexões entre as diversas representações de um número. Através deste modelo, são usados retângulos para representar ou relacionar quantidades extraídas de um problema de palavras, de modo a ajudar os alunos a decidir quais as operações a usar e compreender porque são aplicadas (Barbosa & Vale, 2021a; Vale & Barbosa, 2020b). Assim, o recurso a modelos/ representações visuais pode facilitar a compreensão dos alunos, podendo ajudar a prevenir possíveis equívocos.

Além destes aspetos, outra dimensão a ter uma conta no processo de ensino e aprendizagem dos racionais é o contexto da tarefa. Ponte e Quaresma (2012) mencionam que o contexto se refere ao universo associado a cada tarefa e ao quotidiano dos alunos.

Quando a situação de partida é familiar aos alunos, estes partem do que já sabem e experienciaram dando mais significado às ideias e estratégias utilizadas. Isto é importante considerando que muitas das dificuldades que os alunos apresentam no estudo dos números racionais, devem-se à sobrevalorização do conhecimento procedimental, aprendendo a operar com os símbolos sem noção dos conceitos que lhe estão subjacentes (Monteiro et al., 2005). Para Fosnot e Dolk (2002), partir de contextos reais e de situações do dia a dia, nos quais os alunos podem modelar e gerar as suas próprias ideias, é fundamental na medida em que se fomenta um maior envolvimento dos alunos, dando-lhes uma maior suporte, isto é, parte-se da modelação de uma determinada situação matemática com o objetivo de perceber o seu sentido em contexto real. Estes autores reforçam que, para o desenvolvimento do sentido de número racional, os alunos devem ter contacto com contextos autênticos, que permitam estabelecer ligações entre múltiplas representações. Para Palm (2009), tarefas autênticas são situações da vida real ou do dia a dia das pessoas, fora da matemática, que ocorreram ou poderiam acontecer, podendo assim ser fictícias mas que imitam a realidade (Barbosa & Vale, 2022)

Reforçando as ideias prévias Brocardo et al. (2003) defendem que, para que o professor consiga desenvolver o sentido de número racional nos alunos, é necessário que: as tarefas sejam implementadas com base em objetos concretos e partindo da exploração de situações do dia a dia; se estabeleça a ligação entre o desenvolvimento de métodos e técnicas de cálculo com a estrutura do sistema de numeração de posição; se tome algum tempo na introdução dos algoritmos para que os alunos consigam compreendê-los. Estes aspetos podem, a longo prazo, facilitar a construção de uma compreensão flexível dos números, operações e das suas relações.

Em suma, a abordagem dos números racionais a partir da memorização e da constante prática de tarefas rotineiras resulta num conhecimento muito superficial e pode trazer consequências negativas à aprendizagem dos alunos, uma vez que, a introdução e mecanização de algoritmos sem compreensão, compromete o conhecimento conceptual. Neste sentido, é necessário disponibilizar tempo suficiente para que os alunos integrem e articulem os conceitos, as relações e as representações dando sentido a regras e algoritmos.

3. Trilhos matemáticos digitais

Este ponto encontra-se organizado em três subpontos. Numa primeira fase será realizada uma introdução relativamente à importância da aprendizagem da matemática em diferentes contextos, nomeadamente fora da sala de aula, e às conexões desta disciplina com a vida real. Posteriormente, será abordada a importância e as principais finalidades de um trilho matemático. Finalmente, discute-se a utilização de tecnologias e recursos digitais no processo de ensino e aprendizagem, com foco na aplicação MathCityMap.

3.1 A aprendizagem da matemática fora da sala de aula

Vale et al. (2019) referem que os contextos educativos devem ser cada vez mais diversificados, devendo contemplar-se a aprendizagem para além do espaço da sala de aula, o que permite abordagens mais criativas e inovadoras, e um afastamento do ensino mais tradicional. São diversas as situações e recursos facilitadores de aprendizagens, levadas a cabo em diversos momentos e em diferentes contextos (Alves, 2014). Assim, todas experiências e vivências dos alunos a partir destas aprendizagens proporcionam a construção de um conhecimento mais sólido, complementando os contextos formal e não formal. Vários autores e organizações (Alves, 2014; Morais & Miranda, 2014; Paixão & Jorge, 2014; UNESCO, 2006) sublinham que a aprendizagem, em matemática e nas diferentes áreas, pode ocorrer em três contextos de aprendizagem, nomeadamente: contexto formal, contexto não formal e contexto informal.

A aprendizagem em contexto formal caracteriza-se por ser devidamente preparada e organizada, com objetivos bem definidos e intencional, isto é, com um determinado propósito (UNESCO, 2006). Segundo, Paixão e Jorge (2014), o contexto formal direciona-se para uma aprendizagem em ambiente escolar mais concretamente no interior da sala de aula. Paralelamente surgem os contextos não formais e informais que se centram preferencialmente no exterior da sala de aula, podendo igualmente ocorrer no interior da escola. Numa outra perspetiva, Fernandes (2019) refere que a diferenciação entre aprendizagem não formal e informal não é tão linear e compreensível. Destaca-se sobretudo a aprendizagem em contexto não formal, que ainda não apresenta um consenso na literatura, contudo, de acordo com a OCDE (2010) é organizada e pode ter objetivos definidos. Assim, se por um lado a aprendizagem não formal é organizada e planeada, seguindo um currículo com objetivos e períodos definidos, por outro lado a aprendizagem informal não é organizada nem planeada e não possui objetivos nem período de aprendizagem. Na aprendizagem não formal é fundamental que se instituam conexões com contextos reais para promover aprendizagens significativas a partir de situações autênticas e, ao contrário da aprendizagem formal, pode ser realizada em diversos locais, nomeadamente em espaços ao ar livre. A aprendizagem em contexto informal não é organizada, não estão definidos os objetivos nem possuí uma intenção delineada (UNESCO, 2006). As aprendizagens informais, remetem para situações do dia a dia e quotidiano, a partir do relacionamento com os outros, nomeadamente de pessoas e contextos com os quais há interações diretas, principalmente em meio familiar. Por isso, no início da escolaridade as crianças já exibem um rico e vasto conhecimento com base nessas experiências (Boavida et al., 2008).

Apesar da distinção entre aprendizagem formal e não formal, pelo modo como se organizam, há uma complementaridade entre elas (La Belle, 1982). A educação formal utiliza abordagens não formais e informais no processo de ensino e aprendizagem, na mesma medida em que a educação não formal utiliza recursos formais no processo de ensino e aprendizagem (La Belle, 1982). Nesta perspetiva, Morais e Miranda (2014) referem que estes contextos são diferentes, no entanto devem "podem ser explorados e articulados de uma forma dinâmica e inovadora no processo de ensino e aprendizagem da matemática, fazendo com que a aprendizagem em cada um dos contextos possa contribuir para beneficiar, enriquecer e completar o processo de aprendizagem nos outros contextos" (p. 33). Assim, cada um dos contextos proporciona oportunidades que beneficiam e complementam o processo de aprendizagem nos outros contextos.

Paixão e Jorge (2014) defendem que a aprendizagem em contexto não formal, com tarefas adequadas e objetivos definidos, conduz a um empenho, motivação e relação eficientes com os outros, possibilitando aprendizagens mais ricas e sólidas. Neste sentido, é fundamental salientar os benefícios dos contextos não formais para que os professores compreendam e promovam aprendizagens fora da sala de aula, nomeadamente no meio envolvente. Assim, todas as vivências e experiências realizadas pelos alunos, seja na escola, em casa ou noutros locais, contribuem para o desenvolvimento do seu conhecimento e para que as aprendizagens sejam mais relevantes (OCDE, 2010). De acordo com Fernandes (2019) estas experiências podem desenvolver "quer sejam habilidades, competências, conhecimentos novos ou outros que vão reforçar os que já existem" (p.66). Neste sentido, todos os tipos de aprendizagens são importantes porque se complementam entre si, e se por um lado a aprendizagem formal é útil e importante para os alunos aprenderem a enfrentar os desafios do dia a dia, a aprendizagem não formal também será importante para desenvolver aprendizagens formais mais significativas e consolidadas.

Além destes aspetos, a aprendizagem fora da sala de aula promove também uma prática que envolve os alunos em atividades intrínsecas à aprendizagem ativa (Barbosa & Vale, 2022; Vale & Barbosa, 2020a). A *aprendizagem ativa* está relacionada com métodos instrucionais com incidência em dinâmicas como falar, ouvir, ler, escrever, discutir, refletir em grupos e no movimento, isto é, numa abordagem em que os alunos se encontram fisicamente, socialmente e cognitivamente envolvidos (Vale & Barbosa, 2020a). Nesta perspetiva, Barbosa et al. (2015) referem que, as tarefas realizadas fora da sala de aula permitem que os alunos desenvolvam e aperfeiçoem competências, como a comunicação matemática, o raciocínio, a criatividade ou a resolução de problemas. Quanto mais se promove a realização de tarefas fora da sala de aula, mais oportunidades se criam para a conexão da matemática com o real. Estas tarefas permitem que os alunos se envolvam com o meio que os rodeia e com contextos reais, apliquem os conceitos aprendidos na sala de aula e, simultaneamente, desenvolvam novos conhecimentos, resultando em aprendizagens significativas.

3.2 Trilhos matemáticos

Na sequência da discussão anterior surgem os trilhos matemáticos como uma estratégia de ensino e aprendizagem a usar em contexto não formal. English et al. (2010) referem que os trilhos matemáticos surgiram quando o australiano Dudley Blane decidiu explorar a matemática de uma forma diferente do método tradicional, de modo a promover aprendizagens ativas e significativas. Richardson (2004) refere que um trilho matemático é muito mais do que aprender matemática fora da sala de aula, é um suporte e um instrumento de exploração da matemática que permite relacioná-la com outras áreas. O mesmo autor indica que os trilhos possibilitam trabalhar diversos aspetos, nomeadamente a "resolução de problemas, fazendo conexões, comunicando e aplicando capacidades num contexto significativo" (Richardson, 2004, p.8). Vários autores têm procurado definir trilho matemático

(Cross, 1997; English et al., 2010; Richardson, 2004; Shoaf et al., 2004; Vale et al., 2019). Neste trabalho adota-se a definição de Vale et al. (2019, adaptado de Cross, 1997) que consideraram os trilhos matemáticos como percursos com início e fim, previamente planeados, constituídos por paragens nas quais os alunos resolvem tarefas a partir do ambiente que os rodeia.

Os trilhos têm inúmeras potencialidades no ensino e aprendizagem da matemática. De acordo com Barbosa et al. (2022), quanto maior for a integração do trilho matemático no processo educativo, ou seja naquilo que se aprendeu ou se está a aprender, maior a probabilidade de sucesso por parte dos alunos. Na mesma perspetiva, Hartmann & Schukajlow (2021) referem que o trabalho em contexto fora de sala de aula, e em contacto com a realidade é mais motivador para os alunos, uma vez que a exploração do meio envolvente permite que os alunos vivenciem uma experiência autêntica com objetos e acontecimentos situados no local, considerando assim as tarefas mais interessantes e significativas. De acordo com Bailey (1994, referido por Richardson, 2004), os trilhos proporcionam aos alunos um espírito de aventura e descoberta, em cooperação, permitindo desenvolver a capacidade de comunicação matemática. Possibilitam que os alunos desenvolvam uma diversidade de capacidades e competências, desde a resolução de problemas, observação, medição, recolha e registo de dados para posterior aplicação e interpretação em diversos contextos. Shoaf et al. (2004) referem que os trilhos matemáticos permitem que os alunos verifiquem que a matemática não existe unicamente nos manuais escolares e na sala de aula, mas que "está em todo o lado" (p.10), proporcionando: i) uma modelação da matemática enriquecedora; ii) compreensão da utilidade da matemática, uma vez que atuam fora da sala de aula em contextos reais, aplicando os conceitos aprendidos em sala de aula noutros contextos, estabelecendo uma complementaridade entre o contexto formal e o contexto não formal; iii) o estabelecimento de conexões. Nesta perspetiva, e reforçando o que foi referido por Richardson (2004), de acordo com Vale et al. (2019), os trilhos matemáticos estimulam os alunos a aplicar os conhecimentos adquiridos em sala de aula, através da resolução de tarefas em contexto real, desenvolvem a capacidade de comunicar e se relacionar com os outros e a perspetivar uma diversidade de conexões da matemática com a realidade.

Na elaboração de um trilho matemático é necessário ter alguns cuidados. Os autores Richardson (2004) e Shoaf et al. (2004) referem que, quantos mais professores participarem na realização de um trilho matemático mais versátil será, uma vez que agrupa um conjunto mais alargado de ideias e perspetivas. Richardson (2004) refere ainda que os trilhos devem ser implementados em grupos, para estimular a comunicação de ideias matemáticas. Vale et al. (2019) referem também que os trilhos, numa primeira fase, podem ser executados em meio escolar, contudo numa fase posterior é aconselhado que se realizem em outros locais, exteriores à escola.

Richardson (2004) propõe um conjunto de critérios a ter em conta na criação de um trilho: 1) *Escolha do local*. O primeiro aspeto a ter em conta é a seleção do local onde se irá realizar o trilho. Após selecionar o local deve-se observar e analisar o espaço e tudo o que o rodeia, procurando possíveis objetos e locais onde se possam criar tarefas matematicamente ricas. O professor deve assim procurar objetos que permitam explorar padrões, formas, efetuar medições, contagens e representações; 2) *Registos fotográficos e escritos.* Deve ser realizada uma recolha de registos fotográficos e escritos das ideias concebidas e de como se podem implementar e integrar no trilho; 3) *Criar o mapa.* Após selecionar as tarefas, o trilho é organizado, sequenciando os locais/objetos no mapa; *4) Formular as tarefas.* Quando se cria o mapa é importante que o professor construa as tarefas cuidadosamente, com propostas adequadas ao nível de ensino, e com instruções precisas. É fundamental ter em conta que se criem tarefas que exijam que o aluno se desloque até ao local para as resolver, impedindo a sua resolução no interior da sala e sem recurso à observação e análise; *5) Explorar tarefas que envolvam diferentes áreas.* Apresentar ao máximo tarefas que se possam relacionar com outras áreas do currículo, promovendo assim a interdisciplinaridade e as conexões.

Shoaf et al. (2004) também enunciam alguns aspetos a ter conta na formulação de trilhos matemáticos. Assim, referem que: 1) são uma prática de ensino para todos, independentemente da idade, experiência, dimensão do grupo e resultados académicos; 2) implicam trabalho colaborativo e não uma competição; 3) não há um tempo definido, isto é, o tempo é gerido pelos participantes; 4) são práticas cuja participação deve ser voluntária e não obrigatória, admitindo que os participantes estejam envolvidos e interessados; 5) quando queremos formular as tarefas dos trilhos deve-se aproveitar as potencialidades do contexto; 6) podem ocorrer em qualquer lugar, desde que exista segurança, e não são definitivos, podendo sofrer alterações dos lugares/objetos. Além destes aspetos, Shoaf et al. (2004) recomendam que se tenha atenção à escolha do local, à distância total do percurso, à quantidade de tarefas, ao tempo que os participantes demorarão a percorrer e resolver o trilho, à existência de um guia com um mapa e informações claras a indicar as paragens e com espaço para registos das resoluções e soluções de cada tarefa e à potencialidade de, a partir de elementos físicos e da cultura ou história local, enquadrar tarefas matemáticas.

Barbosa et al. (2022) identificam a possibilidade de se desenhar trilhos matemáticos temáticos, nos quais se pretende mostrar a relevância das tarefas com base em temas específicos do currículo, isto é, seleciona-se um determinado tópico de um tema curricular e a partir daí, ramificam-se e criam-se diversos subtópicos que servem de base à formulação das tarefas. Os mesmos autores referem que, para se criar um trilho temático de sucesso, é necessário ter em conta alguns critérios, nomeadamente: formular 7- 8 tarefas, de forma clara e objetiva, com base em objetos, que podem ser encontrados nas escolas ou no meio envolvente; diversificar os níveis de exigência cognitiva das tarefas, introduzindo mais tarefas com um nível de exigência reduzido do que elevado. Há uma diversidade de tarefas que se podem propor na execução de um trilho matemático e posteriormente, Dubiel (2000) apresenta alguns exemplos:

> procurar padrões, formas e números. Podemos contar ou estimar quantidades, distâncias, áreas e volumes. Podemos comparar objetos e suas propriedades. Podemos escrever histórias ou problemas sobre os objetos que descobrimos. Podemos discutir como os objetos foram construídos. Podemos projetar um melhor parque ou um jardim, ou desenhar um mapa da vizinhança (…) Podemos aprender que a procura de perguntas pode ser ainda mais emocionante do que a procura de respostas! (p. 2)

Nesta perspetiva, as tarefas a desenvolver são um aspeto primordial a ter em conta na criação e planeamento de um trilho matemático, por isso o professor deve ter em conta a sua formulação e propor questões que permitam que os alunos observem os elementos que os rodeiam e que despertem a sua curiosidade. Para a criação das tarefas, pode-se partir de: i) uma imagem, objeto, frase ou fenómeno e formular perguntas para se criar um problema; ii) partir de uma tarefa dada e modicá-la gerando uma nova tarefa; iii) pensar num assunto ou partir de uma resolução e criar uma tarefa que inclua esse assunto; ou iv) partir de uma questão com um determinado tema e adaptar criando uma questão mais rica (Barbosa et al.,2022).

Segundo Barbosa e Vale (2021b, 2022) o desafio é importante no ensino e aprendizagem da matemática, pois quando as tarefas são muito fáceis podem desmotivar e entediar os alunos. Neste sentido, "tarefas desafiantes" são interessantes e agradáveis, envolvem ativamente os alunos, desenvolvem uma grande diversidade de estratégias e pensamentos, mas são difíceis de alcançar e chegar a uma boa resposta (Barbosa & Vale, 2022). Assim, Barbosa e Vale (2021b, 2022) referem que, quanto mais autênticas e realistas forem as tarefas propostas aos alunos mais eficazes e reveladoras são. Quanto mais próximas da realidade e quanto mais estejam relacionadas com o meio próximo dos alunos melhor será o seu desempenho.

Em suma, os trilhos matemáticos oferecem aos alunos experiências matemáticas ricas, a partir de tarefas em contexto real, que remetem para ambientes de aprendizagem ativa, permitindo integrar a matemática abordada na sala de aula em situações do meio envolvente e vice-versa, sendo um recurso "versátil, barato, acessível e fácil de criar e usar" (Richardson, 2004, p.14).

3.3 As tecnologias digitais no ensino e aprendizagem da matemática: a utilização do MathCityMap

Atualmente, o recurso às tecnologias digitais é uma mais-valia na aquisição de conhecimentos, uma vez que provocam o "aparecimento de novas oportunidades para melhorar e orientar o processo de ensino e de aprendizagem" (Moura & Carvalho, 2011, p.233). O National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 2017) refere que para os alunos compreenderem os conceitos e ideias matemáticas e aprenderem a raciocinar e transmitir o seu pensamento matemático é imprescindível um programa de matemática aliado à utilização e integração de recursos que envolvam tecnologias digitais. De acordo com Duarte (2010), a utilização de diversos recursos tecnológicos, como computadores, telemóveis e calculadoras na aprendizagem da matemática possibilitam a elaboração e concretização de tarefas mais dinâmicas e criativas. Assim, a educação está ser direcionada para a utilização da tecnologia, em particular os dispositivos móveis, para inserir modelos de aprendizagem do tipo *mobile learning* (Fessakis et al., 2018; Moura & Carvalho, 2011). São vários os dispositivos que potenciam a aprendizagem móvel, destacando-se os telemóveis e os tablets. Estes dispositivos fazem parte do dia a dia de grande parte da população, sobretudo dos mais jovens, que os utilizam de forma frequente e competente, havendo diversas aplicabilidades em contexto informal.

Fessakis et al. (2018) refere que o *mobile learning* consiste no uso de dispositivos portáteis, sem fios, com o objetivo de envolver os participantes em alguma forma de aprendizagem, quer em contexto formal ou não formal. Estes dispositivos caracterizam-se por permitir o acesso a diversos conteúdos, sem limites de espaço ou tempo, e proporcionam uma organização mais flexível do tempo de aprendizagem (Moura & Carvalho, 2011). Além disso, este novo modelo pedagógico permite que os alunos aprendam à medida que se movimentam, interagindo uns com os outros e com o meio que os rodeia (Fessakis et al., 2018). Segundo Kukulska-Hulme et al. (2007) alguns investigadores (e.g. Cortez et al., 2004; Mulholland, Collins, & Zdrahal, 2005; Pettit & Kukulska-Hulme, 2007; Vavoula, Sharples, Rudman, Lonsdale, & Meek, 2007; Yau & Joy, 2006) defendem que, neste sentido, a "aprendizagem móvel é diferente de outros tipos de aprendizagem apoiada por tecnologia" (p. 53). Destacam-se principalmente o aumento da colaboração na sala de aula, outros referem que permite que se estabeleça uma ligação entre contextos formais e não formais e há ainda outros que referem a possibilidade de esta aprendizagem apoiar os alunos individualmente, isto é, nos horários que lhe estão disponíveis e durante a sua utilização podendo até apoiá-los enquanto se deslocam. Assim, Kukulska-Hulme et al. (2007) defendeu que a utilização do dispositivos móveis remete para a aquisição de aprendizagens em diferentes contextos e permite gerar conhecimento, aumentando a inclusão, participação, eficiência, flexibilidade e acesso dos alunos. Estas particularidades, segundo Moura e Carvalho (2009), são vantajosas, não só por possibilitarem uma aprendizagem mais dinâmica e interativa mas também por permitirem uma fácil acessibilidade, independentemente do local e hora. Além disso, são uma ferramenta que motiva e envolve muito mais os alunos. Tendo em conta estes aspetos, deve-se procurar incorporar estes recursos nas práticas.

Contudo, existem algumas limitações na utilização destes dispositivos, nomeadamente o facto de consumirem bateria, o que pode ser um entrave no tempo de utilização; alguns telemóveis possuem pouca memória e capacidade de armazenamento de dados, o que pode condicionar o trabalho dos alunos; alguns aplicativos necessitam de internet, o que nem sempre é possível através de uma ligação WiFi e torna-se necessário despender de custos para a utilização de dados móveis; e, finalmente, um aspeto que também é relevante é a dimensão do ecrã, que pode condicionar a visualização dos alunos (Moura & Carvalho, 2009).

Perspetivando um trabalho fora da sala de aula, há inúmeras aplicações que se podem introduzir no processo de ensino e aprendizagem. Neste trabalho será abordado o recurso aos trilhos matemáticos, nomeadamente através da utilização da aplicação MathCityMap. O sistema MathCityMap é uma ferramenta digital que permite a elaboração e organização de Trilhos Matemáticos por meio de ferramentas digitais (Barbosa et al., 2022). O principal objetivo é facilitar e potenciar ao máximo, a experiência da matemática ao ar livre quer para os professores quer para os alunos. Ludwig & Jablonski (2019) referem que, no MathCityMap, a matemática deve ser descoberta e experimentada a partir de problemas baseados em situações reais. É uma aplicação que permite desenvolver e realizar trilhos matemáticos em qualquer lugar, com recurso a dispositivos móveis (telemóveis e tablets), nos quais os alunos seguem um percurso previamente definido e resolvem tarefas matemáticas fora da sala de aula, relacionadas com o que vão observando e explorando durante o percurso (Cahyono & Ludwig, 2019).

O MathCityMap combina a ideia de trilho matemático com as tecnologias móveis e engloba dois componentes, um web portal (www.mathcitymap.eu) que serve de base de acesso para criar tarefas e trilhos matemáticos associados a locais específicos identificados por GPS, e uma aplicação onde se apresenta o mapa com as tarefas disponíveis, sinalizadas com pins. A partir da aplicação é possível descarregar o trilho pretendido, tendo acesso ao mapa e às tarefas no dispositivo móvel usado. Para realizar os trilhos matemáticos com o MCM deve utilizar-se o GPS, que permite localizar, por meio de coordenadas, as tarefas que lhe estão associadas a partir de um mapa digital (Cahyono & Ludwig, 2019) (Figura 7). A aplicação, além de indicar o local das tarefas e o enunciado, com as informações necessárias para a sua resolução, permite que os utilizadores introduzam a resposta e tenham feedback imediato relativamente à validade da resposta introduzida. Também são disponibilizadas sugestões, para que os alunos possam consultar como auxílio perante as dificuldades que vão sendo encontradas na realização do trilho, como um súbito bloqueio na resolução de uma tarefa (Cahyono & Ludwig, 2019).

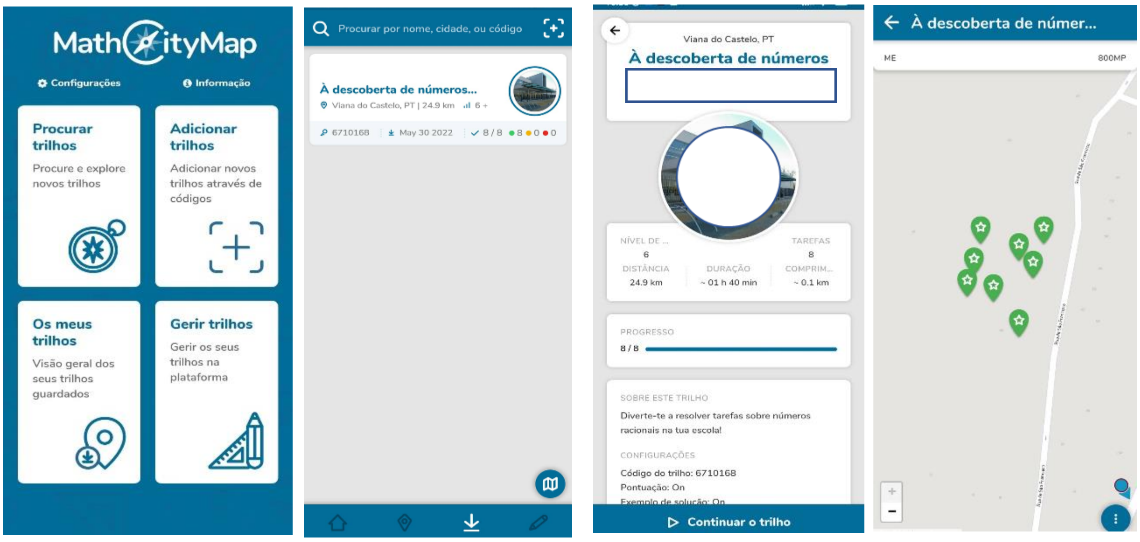

FIGURA 7 - AMBIENTE DE TRABALHO MATHCITYMAP

Recentemente foi introduzida no sistema MCM uma nova funcionalidade, a sala de aula digital. De acordo com Gurjanow et al. (2020) a sala de aula digital permite representar e acompanhar digitalmente os grupos de trabalho, como numa sala de aula, mas neste caso no contexto de um trilho matemático, em tempo real e a partir do portal. Segundo os autores, os principais recursos desta funcionalidade são a ferramenta de percurso, o chat e os eventos. A ferramenta de percurso possibilita que se aceda às posições dos participantes no mapa, isto é, onde se encontram. O chat permite que professores e alunos comuniquem ao longo do trilho, sem que estejam fisicamente juntos, apoiando-os na resolução das tarefas, o que facilita a apresentação de questões ou dúvidas. Nos eventos é possível acompanhar todas as ações que os alunos realizam na aplicação, como por exemplo, se consultam as sugestões, se responderam corretamente, as tentativas de resposta, etc. Posteriormente, a partir do feedback obtido dos eventos, é possível analisar e avaliar o trilho resolvido pelos alunos.

Vários estudos mostram que o MathCityMap e os trilhos matemáticos têm um efeito positivo na motivação e no desempenho de aprendizagem a longo prazo, quando são realizados regularmente (Barbosa & Vale, 2022 ; Zender et al., 2020). Fessakis et al. (2018) explicam que o MathCityMap permite desenvolver uma aprendizagem que envolve uma diversidade de competências, nomeadamente a mobilidade, comunicação, colaboração, conexões e a capacidade de resolução de problemas, uma vez que os alunos estão em constante movimento, discutem e partilham ideias entre si. O facto de se realizar em ambiente natural facilita a realização de conexões com outras áreas e facilita na aprendizagem da matemática tornando-a mais eficiente e atrativa, permite aplicar e melhorar capacidades de orientação com mapas e que os alunos compreendam melhor alguns conceitos, como por exemplo de medição, erro e aproximação.

Em suma, a evolução da tecnologia digital é um aspeto a considerar no processo de ensino e aprendizagem da matemática, independentemente do contexto, pois permite desenvolver uma compreensão mais profunda da matemática podendo atuar como uma ferramenta para pensar.

4. As atitudes na aprendizagem da Matemática

Neste ponto discute-se a importância da dimensão afetiva no processo de ensino e aprendizagem da matemática, especificamente as atitudes dos alunos. Spinoza (2009, citado por Fernandes, 2019) refere que o afeto é "a modificação de um corpo causada pelo encontro com outro corpo" (p. 111), isto é, uma vez que o corpo está habilitado a ser afetado e a afetar, é um fenómeno produzido por alguma influência exterior, que pode ser positiva, e aumentar o potencial de agir, ou negativa, e diminuir a potencial de agir (Fernandes, 2019). Neste sentido, na perspetiva de Fernandes (2019), quanto mais apto a afeto estiver o corpo, maior será a capacidade mental para desenvolver pensamentos e para compreender as relações entre eles.

Segundo Zan et al. (2006), "o afeto tem sido um foco de crescente interesse na pesquisa em educação matemática" (p.2). Atualmente, o papel do afeto merece especial atenção e é enorme o esforço despendido para o integrar no currículo de matemática (McLeod, 1992), como se verifica, por exemplo, nas *Aprendizagens Essenciais* que, para além de contemplarem conhecimentos e capacidades, fazem também referência às atitudes que os alunos devem desenvolver. A dimensão afetiva é um aspeto que, ao longo dos tempos, tem vindo a ser entendido de forma distinta no processo educativo devido ao desenvolvimento das teorias desenvolvimentais, das ciências psicológicas (Fernandes, 2019). No entanto, não há dúvidas que o afeto influencia o processo de ensino e aprendizagem (Evans et al., 2006, referidos por Di Martino & Zan, 2011). Segundo Buxton (1981, referido por Di Martino & Zan, 2011) a matemática, de todas as áreas disciplinares, é a que provoca mais emoções negativas e se estas emoções se mantiverem ao longo do tempo, é possível provocar nos alunos atitudes de negação para com a disciplina, dificultando a formação de novas conceções.

McLeod (1992, referido por Fernandes, 2019) agrupa os afetos em três dimensões, distintas, mas inseparáveis e que se interligam e trabalham em conjunto para dar resposta às carências do ser humano: crenças, atitudes e emoções. Debellis e Goldin (2006) acrescentam outra dimensão, os valores, apresentando um modelo tetraédrico. De acordo com Fernandes (2019) cada uma destas dimensões é também afetada por outros aspetos exteriores, nomeadamente fatores sociais, culturais e a nível do contexto de cada pessoa, que devem ser tidos em consideração. Refletindo sobre estas dimensões, as crenças são constantes e são mais estáveis. As atitudes são um conceito multidimensional, são constantes, mas possuem uma intensidade moderada porque podem desencadear sentimentos positivos e negativos (Di Martino & Zan, 2011; Syyeda, 2016; Zan et al., 2006). Particularmente, nesta área as atitudes são reações em relação à matemática que podem ser positivas ou negativas, envolvem questões como gostar ou não gostar da disciplina, associam-se ao desempenho dos alunos e são uma forma de resposta, positiva ou negativa, de alguém em relação a um determinado objeto, juízo, indivíduo ou situação (Mazana et al., 2019; Tahar et al., 2010). Pode-se afirmar que as atitudes são a resposta de um indivíduo, através de uma ação ou reação, a determinada situação. As atitudes são um dos aspetos centrais deste estudo escolhidas por permitirem uma observação mais objetiva. As emoções podem alterar-se e são mais intensas (Zan et al., 2006). Finalmente, os valores dizem respeito a verdades pessoais ou compromissos que motivam escolhas e prioridades dos indivíduos (Debellis & Goldin, 2006).

No campo educativo, as relações entre alunos e entre professores-alunos são fundamentais para que se crie um ambiente favorável à aprendizagem, uma vez que esta depende frequentemente da motivação, entusiasmo, empenho, interesse, colaboração e confiança dos alunos (Neves & Carvalho, 2006). Assim, cabe aos professores auxiliar os alunos a ultrapassar todas as dificuldades que vão surgindo, quer a nível intelectual quer a nível emocional. Como referem Neves e Carvalho (2006), a postura do professor influencia os alunos, logo deve também evidenciar atitudes que motivem os alunos e provoquem neles sensação de gosto e interesse em aprender mais, aumentando a sua autoconfiança e autoestima. Na mesma linha de pensamento, Zan et al. (2006) referem que nos estudos realizados acerca da ansiedade verificou-se que esta afeta negativamente o desempenho dos alunos, por outro lado nos estudos sobre as atitudes verificou-se que esta pode estar relacionada com o desempenho dos alunos e com os resultados obtidos e o impacto que estes têm nos alunos. Martínez Padrón (2008) refere que "na sala de aula, os alunos (e também os professores) constroem atitudes positivas, neutras ou negativas em relação à Matemática" (p.248) e todas as atitudes construídas afetam o processo de aprendizagem. As atitudes positivas podem levar ao gosto pela matemática e à construção de afeto, estima e reconhecimento. As atitudes neutras remetem para a ausência de interesse, atenção e preocupação pela disciplina. As atitudes negativas levam à rejeição e negação da matemática. Tendo em conta estes aspetos, o professor é responsável por selecionar tarefas e fomentar situações em sala de aula que despertem o interesse e motivação para aprender por parte dos alunos.

Vários são os autores (Ajzen Icek, 1993; Maio & Haddock, 2010; Mazana et al., 2019; Syyeda, 2016) que apresentam as atitudes organizadas em três domínios principais: cognitivo, afetivo e comportamental.

A componente cognitiva refere-se às perceções e àquilo que um indivíduo pensa ou acredita, sobre a importância da matemática e de aprender matemática. A componente comportamental remete para a ação e reação ao objeto em estudo, a própria vontade do aluno, isto é, a sua autonomia para querer aprender e interesse pela disciplina. A componente afetiva alude a sentimentos relacionados com o objeto matemático em estudo, como: a autoconfiança, ansiedade e gosto (Mazana et al., 2019; Syyeda, 2016). Estas três componentes são imprescindíveis quando se pretende afirmar que estamos perante uma atitude (Syyeda, 2016). Mazana et al. (2019) refere que dependem umas das outras, e apresenta como exemplo ''se um aluno se sente feliz numa aula de matemática (afeto), pretende aprender mais (comportamento) e acredita que é fácil aprender (cognição). Neste caso, o aluno pode criar uma atitude positiva em relação à matemática" (p.210). No que se refere a estas componentes, Syyeda (2016) e Mazana et al. (2019) identificaram um conjunto de indicadores: autoconfiança, ansiedade e gosto, relacionados com a componente afetiva; a motivação intrínseca relacionada com a componente comportamental; e a utilidade da matemática associada à componente cognitiva.

Relativamente à *componente afetiva*, a *autoconfiança* diz respeito às crenças de um indivíduo nas suas próprias capacidades e desempenho e traduz-se como um fator que influencia a aprendizagem dos alunos, sendo imprescindível a sua abordagem quando se fala em atitudes; a *ansiedade* é vista como uma refutação emocional em relação à matemática quando se está perante uma situação negativa e é relevante pois é um fator que influencia a motivação para a aprendizagem; e, finalmente, o *gosto pela matemática* que remete para uma aprendizagem que parte do próprio interesse e vontade (Mazana et al., 2019). Na *componente comportamental*, a *motivação intrínseca* é avaliada pela disposição e interesse para aprender (Mazana et al., 2019). Os comportamentos são manipulados pelas atitudes e são vários os fatores que influenciam ao desempenho dos alunos, como o próprio aluno, o ambiente social que o rodeia, isto é, o meio familiar, escolar e a cultura com que interage (Mazana et al., 2019). Na *componente cognitiva*, o foco é a *utilidade da matemática* e diz respeito à compreensão dos alunos sobre a utilidade e importância da matemática no dia a dia. Quando os alunos percecionam as diversas aplicabilidades da matemática e reconhecem a sua importância, torna-se uma disciplina mais interessante e motivante (Mazana et al., 2019).

Assim, o sucesso na área da matemática não depende unicamente do empenho e interesse dos alunos, mas também de outros fatores internos e externos ao contexto da sala de aula, particularmente aspetos relacionados com a dimensão afetiva, uma vez que influencia significativamente a aprendizagem também a nível cognitivo e comportamental, pela sua capacidade de controlar as conceções e a forma de agir dos alunos. Neste estudo, que envolve a aprendizagem da matemática fora da sala de aula com tecnologia, é importante perceber as atitudes exibidas pelos alunos aspeto que pode ser manifestado. O facto de a tarefa proposta envolver aprendizagem ativa, recorrendo a trabalho colaborativo, aliada ao recurso a tecnologias digitais, pode despertar atitudes que importa analisar. Hannula (2002) refere que tarefas que envolvem trabalho colaborativo são favoráveis à promoção de atitudes positivas entre os alunos. Neste sentido, o trilho matemático, pela sua organização, que envolve a partilha de ideias e opiniões, pode revelar-se vantajosa e eficaz.

5. Estudos empíricos

A discussão desenvolvida na fundamentação teórica deste estudo é complementada a partir da pesquisa e leitura de estudos empíricos similares e da perceção do seu contributo. Por conseguinte, a atenção centrou-se em estudos incidentes em contextos não formais, nomeadamente trilhos matemáticos nas tecnologias digitais e números racionais. Foram, assim, selecionados sete estudos. Os dois primeiros referem-se à aprendizagem dos números racionais. Os restantes remetem para a realização de trilhos matemáticos, digitais ou não, com foco no contexto, que procuram evidenciar as atitudes e desempenho dos alunos durante a sua realização.

O primeiro estudo pertence a Ventura (2013) e tem como foco a aprendizagem dos números racionais através do estabelecimento de conexões e foi desenvolvido numa turma de 5.º ano de escolaridade. Pretendia compreender a evolução dos alunos na aprendizagem do conceito de número racional e as diferentes representações através da utilização do modelo da barra. O estudo adotou uma metodologia qualitativa e um design de estudo de caso. Centrou-se na criação de um ambiente adequado para analisar as competências das tarefas, as diversas metodologias e estratégias de resolução e as principais dificuldades e erros cometidos pelos alunos. Com este estudo a autora concluiu que os alunos evoluíram na sua aprendizagem do conceito de número racional, uma vez que revelaram sucesso na capacidade de resolução das tarefas apresentadas com os significados parte-todo, quociente, operador e medida. Contudo, a fração com significado razão, não foi para muitos alunos tão clara, surgindo algumas complicações. Não existiram dificuldades na abordagem do valor de posição dos números e nas diversas representações e conexões que é possível estabelecer, contudo, houve dificuldades no conceito de unidade quando esta surgiu implícita no significado operador.

Barreto (2019) realizou uma investigação no âmbito da Prática de Ensino Supervisionada, que pretendia compreender de que forma a Gallery Walk contribuía para o conhecimento da Resolução de Problemas de Números Racionais, identificando as principais estratégias de resolução e as dificuldades manifestadas numa turma do 6º ano de escolaridade e perceber como se caracteriza o desempenho e o envolvimento dos alunos. Foi seguida uma metodologia de carácter interpretativo e exploratório e, na recolha de dados, recorreu-se à observação participante, questionários, entrevistas, produções escritas e diálogos. Concluiu-se, com este estudo, que os alunos: mostraram um bom desempenho ao longo de todas as tarefas realizadas na intervenção didática; a Gallery Walk foi uma experiência de ensino e aprendizagem importante, uma vez que permitiu que os alunos resolvessem problemas de uma forma mais dinâmica; compreender maneiras mais fáceis de chegar aos resultados; ajudou a perceber aspetos que podem e devem ser melhorados; e a utilidade da Matemática. Além disso, o interesse, a motivação e o envolvimento dos alunos foi um aspeto a salientar na realização das tarefas.

Fernandes (2019) efetuou uma investigação de caráter qualitativo de natureza interpretativa num design de estudo de caso que se centrou na resolução de tarefas matemáticas em contextos não formais de aprendizagem, com uma turma do 3.º ano de escolaridade. O estudo consistiu na construção de tarefas matemáticas a partir de contextos não formais e a sua organização em três trilhos para compreender o desempenho e envolvimento dos alunos durante a sua realização. Algumas das dificuldades apresentadas centraram-se na resolução de problemas, essencialmente na compreensão, que foram superadas através da colocação de questões, da discussão com os colegas, da leitura atenta e repetida e da simulação das situações. Por outro lado, revelaram facilidade na mobilização de conhecimentos, capacidades e metodologias de resolução. Ao longo do trilho foram realizadas discussões entre os alunos e verificou-se muita interação verbal e física. Os alunos revelaram, a nível afetivo e comportamental, esforço, foco e interesse pela tarefa e, a nível cognitivo, foram persistentes, procurando por estratégias de resolução. A falta de tempo e conhecimento foi um entrave e conduziu a situações de ansiedade e frustração por parte dos alunos. E suma, verificou-se que o trilho desenvolveu a capacidade de raciocínio, comunicação e resolução de problemas e, ao mesmo tempo, permitiu criar conexões, desenvolver autonomia e espírito colaborativo entre os alunos. Simultaneamente, permite verificar a diversa utilidade da matemática e desenvolver uma visão positiva acerca desta.

Vale et al. (2019) realizaram um estudo exploratório de caráter qualitativo e de natureza interpretativa, com base num projeto em desenvolvimento, com futuros professores do ensino básico. O estudo consistiu em compreender o impacto, conhecimento e as atitudes dos alunos relativamente à matemática durante a realização de um trilho matemático no exterior da sala de aula. Participaram no estudo 60 futuros professores da licenciatura em Educação Básica que frequentavam a unidade curricular de Didática da Matemática. Os dados foram recolhidos através das produções escritas dos futuros professores, de observações em sala de aula e durante a realização do trilho, de questionários e registos fotográficos. Os resultados revelaram que a criação e execução do trilho matemático evidenciou nos futuros professores uma atitude positiva em relação à matemática, permitiu que estes desenvolvessem a sua visão relativamente à aplicabilidade da matemática em diversas situações do dia a dia, estabelecendo conexões matemáticas, e melhorou as suas competências como futuros professores. Uma das dificuldades exposta foi na organização e formulação das tarefas, uma vez que, exigia rigor e detalhe na linguagem, correção científica, diversidade e tipo de conteúdos, salientando a importância do papel do professor.

Fessakis et al. (2018) desenvolveram uma investigação com base na utilização de um trilho matemático. O principal objetivo deste estudo era analisar os benefícios e potencialidades da tecnologia móvel na aprendizagem da matemática com alunos do 2.º CEB. O estudo adotou uma metodologia qualitativa e um design de estudo de caso. Assim, a partir da aplicação MathCityMap e do mapa digital, usando o Google Maps, as tarefas foram marcadas correspondendo, a cada ponto/local um enunciado. Para cada tarefa eram indicadas as ferramentas necessárias para a sua realização, sugestões e o feedback após inserir a resposta. Com este estudo verificou-se que a aprendizagem a partir de tecnologia móvel promoveu a cooperação e colaboração e, ao mesmo tempo, facilitou a implementação do trilho matemático, permitindo uma aprendizagem mais atrativa e eficaz. Além disso, possibilitou que os alunos aperfeiçoassem as suas aptidões de utilização de mapas, a partir do GPS e Googles Maps.

A investigação realizada por Soares (2019) no âmbito da Prática de Ensino Supervisionada pretendia compreender o contributo de um contexto não formal como um trilho matemático para a aprendizagem das isometrias no 6.º ano de escolaridade e perceber como se caracteriza o desempenho e que atitudes evidenciam durante a sua realização. A investigação seguiu uma metodologia de natureza qualitativa, num design de estudo de caso, centrando-se em dois grupos caso selecionados rigorosamente. Concluiu-se com este estudo que os alunos aplicaram os conhecimentos trabalhados nas aulas, revelando um desempenho eficaz na resolução das tarefas e, tendo em consideração as atitudes, mostraram-se motivados e interessados trabalhando colaborativamente. No que diz respeito ao desempenho, as principais dificuldades centraram-se na compreensão dos enunciados, em identificar a utilidade de algumas isometrias e na sua descrição e caracterização. Relativamente às atitudes evidenciou-se uma situação de inquietação que, com auxílio do grupo, foi sendo ultrapassada, os alunos demonstraram interesse, motivação e autoconfiança na realização das tarefas e compreenderam a utilidade da matemática.

Francisco (2022) desenvolveu uma investigação que pretendia compreender o modo como alunos do 6.º ano de escolaridade resolvem tarefas, no âmbito das isometrias, desenhadas no contexto fora da sala de aula, através da realização de um trilho matemático com a aplicação MathCityMap e perceber como se caracteriza o desempenho e que atitudes evidenciam durante a sua realização. A investigação seguiu uma metodologia qualitativa de carácter interpretativo, num design de estudo de caso, e a recolha de dados realizou-se através de observações, documentos escritos (questionários, resolução das tarefas do trilho, notas de campo, outros registos escritos), entrevistas e fotografias. Com este estudo, concluiu-se que os alunos consolidaram e aplicaram os conteúdos e conhecimentos sobre o tema das isometrias, demonstrando um bom desempenho na resolução das tarefas. As principais dificuldades sentidas foram na interpretação dos enunciados de algumas tarefas, na descrição e na construção de isometrias. O recurso à aplicação MathCityMap foi vantajoso, uma vez que aumentou a motivação intrínseca na turma. De uma forma geral, a turma compreendeu a utilidade da matemática e mostrou autoconfiança na realização do trilho.

.

Capítulo III – Metodologia de Investigação

No presente capítulo, são evidenciadas as opções metodológicas adotadas ao longo do estudo, justificando-as com recurso à literatura. Também é realizada uma breve caracterização e descrição do contexto, dos intervenientes, dos casos, dos procedimentos e fases de desenvolvimento do estudo. Termina-se com a identificação das técnicas e instrumentos utilizados na recolha e análise dos dados e, finalmente, apresentam-se os principais cuidados para assegurar a qualidade do estudo.

1. Opções Metodológicas

Neste ponto pretende-se justificar as opções metodológicas utilizadas durante a concretização do estudo que tem como objetivo compreender o modo como os alunos mobilizam conhecimentos sobre números racionais na realização de um trilho matemático com a aplicação MathCityMap. Quando se conduz uma investigação é importante ter em conta alguns aspetos, nomeadamente a seleção da metodologia a empregar, que deve partir do problema e das questões de investigação definidos (Vale, 2004). De acordo com Creswell (2010) na seleção de uma metodologia de investigação é importante tomar decisões que se devem refletir nas concepções do investigador relativamente ao estudo, nos procedimentos ou estratégias de investigação e nos métodos de recolha, análise e interpretação dos dados. Além destes aspetos, Creswell (2010) refere que "a seleção de um projeto de pesquisa é também baseada na natureza do problema ou na questão de pesquisa que está a ser tratada, nas experiências pessoais dos pesquisadores e no público ao qual o estudo se dirige" (p.25). Creswell (2010) apresenta três questões fundamentais: *i) Que paradigma é seguido pelo investigador?; ii) Quais as estratégias de investigação mais adequadas?; e iii) Que procedimentos de recolha e análise de dados vão ser utilizados?*. Para dar resposta a este problema é necessário enquadrá-lo de acordo com um paradigma, metodologia e método de investigação. Nesta perspetiva, seguiu-se um paradigma construtivista, uma metodologia de caráter qualitativo, adotando o método de estudo de caso (Figura 8).

FIGURA 8 - ESQUEMA REPRESENTATIVO DAS OPÇÕES METODOLÓGICAS

O paradigma de investigação remete para um conjunto de crenças, valores, teorias e regras comuns e aceites por toda a comunidade científica (Coutinho, 2011). Thomas Kuhn apresentou o conceito de paradigma como sendo "em primeiro lugar uma dada comunidade científica e, em segundo lugar, como um modelo para o que e para o como investigar num dado e definido contexto histórico/social" (Coutinho, 2011, p.9). Coutinho (2011) refere que existem três tipos de paradigmas em investigação: o paradigma positivista ou quantitativo; o paradigma construtivista, também chamado de qualitativo, interpretativo, hermenêutico e naturalista; e o paradigma sóciocrítico. Durante vários anos a metodologia de investigação quantitativa foi a preferida nas Ciências da Educação, contudo, ao longo dos tempos, tornou-se incapaz de dar resposta aos objetivos que iam sendo apresentados nos estudos educativos, começando a predominar a metodologia qualitativa, enquadrada no paradigma construtivista, que se preocupa maioritariamente com a compreensão dos acontecimentos e fenómenos do que em medir relações causa-efeito. Creswell (2010) refere que a investigação qualitativa, apesar de apresentar processos similares à investigação quantitativa, difere em vários aspetos, como é o caso das ideias filosóficas subjacentes, as estratégias de investigação e as técnicas de recolha, análise e interpretação dos dados, baseando-se sobretudo em dados de texto e imagem. Alguns autores, como Denzin e Lincoln (1994, citados por Vale, 2004) referem que:

> A investigação qualitativa é um método multifacetado envolvendo uma abordagem interpretativa e natural do assunto em estudo. Isto significa que os investigadores

qualitativos estudam as coisas no seu ambiente natural numa tentativa de interpretar o fenómeno (p. 175).

Nesta perspetiva pode afirmar-se que a investigação qualitativa tem como objetivo compreender minuciosamente o que os intervenientes ou participantes pensam, tem a pretensão de responder a questões qualitativas e é reconhecida cada vez mais por ser fundamental na investigação em ciências sociais e em educação (Vale, 2004). De acordo com Creswell (2010), as questões qualitativas caracterizam-se como abertas, evolutivas e não direcionadas. Neste sentido, estão associadas a descrições e pretendem dar resposta a questões a partir dos termos "como" e "porquê". Alguns autores, como é o caso de Creswell (2010) e Bogdan e Biklen (1994), apresentam uma série de particularidades que caracterizam a pesquisa qualitativa, destacando-se: i) o ambiente é natural e o investigador é o instrumento principal ii) o papel fundamental do investigador, sendo que se interessa mais pelo processo do que simplesmente pelos resultados ou produtos; iii) recorrer a diversas fontes de recolha de dados, dado que é descritiva; iv) a análise de dados é indutiva; v) são consideradas as perspetivas dos participantes e os seus significados; vi) o projeto emergente pode sofrer mudanças.

Tendo em conta estes aspetos, o papel do investigador é primordial, uma vez que, é o principal responsável por recolher e compreender todas as informações relativamente àquilo que os participantes pensam. Desta forma, é fundamental que o estudo seja realizado no local onde ocorrem os acontecimentos e o investigador, a partir do questionamento, deve ser capaz de absorver todas as informações do ponto de vista dos participantes (Bogdan & Biklen, 1994; Creswell, 2010; Patton, 2002; Vale, 2004). Também é de salientar o papel do investigador na recolha de dados. De acordo com Fernandes (1991) "o investigador é o instrumento de recolha de dados por excelência; a qualidade (validade e fiabilidade) dos dados depende muito da sua sensibilidade, da sua integridade e do seu conhecimento" (p.3). Neste sentido, a informação relativa ao processo de ensino e aprendizagem é recolhida pelo investigador através da observação detalhada e da interação com os intervenientes. Assim, o investigador deve intervir caso seja necessário realizar alterações e modificações que vão surgindo, contudo não deve manipular a situação em estudo (Bogdan & Biklen, 1994; Creswell, 2010; Patton, 2002).

Pode-se assim afirmar que esta investigação seguiu o paradigma construtivista, uma vez que o investigador pretende interpretar e perceber as ações dos intervenientes do estudo, no seu ambiente natural, procurando analisar e descrever minuciosamente o desempenho e as atitudes evidenciadas. Assim, tendo em conta estes aspetos, e dada a sua complexidade, optou-se por uma metodologia de natureza qualitativa (Bogdan & Biklen, 1994).

Na seleção do método a utilizar é importante ter em conta o objetivo do estudo, a natureza da situação a estudar, as questões a responder, o grau de controlo, contextos e a perspetiva epistemológica que se assume (Vale, 2004). São múltiplas as tipologias e designs de investigação que estão associados à metodologia qualitativa, neste caso optou-se pelo *estudo de caso.* O facto de se tratar de um estudo em contexto educativo o controlo das variáveis é muito complexo e difícil. Assim sendo, torna-se necessário recorrer a um estudo de caso, optando por incidir num ou mais grupos/participantes específicos (Creswell, 2010).

De acordo com Bogdan e Biklen (1994) o estudo de caso resulta da observação minuciosa de um indivíduo, contexto, acontecimento particular ou uma fonte específica de documentos. Ponte (1994) caracteriza o estudo de caso como uma "entidade bem definida" que se debruça numa determinada situação considerada única em vários aspetos, procurando retirar o que dali é primordial compreendendo a relevância do acontecimento. Yin (1989, citado por Vale, 2004) refere que:

> O estudo de caso é uma metodologia adequada quando as questões do "como" e "porquê" são fundamentais, quando o investigador tem muito pouco controlo sobre os acontecimentos e quando o objecto do estudo é um fenómeno que se desenrola em contexto real e para o qual são necessárias fontes múltiplas de evidência para o caracterizar (p. 139).

Quando se pretende compreender um fenómeno em detalhe deve ter-se atenção que a escolha dos casos é crucial, devendo ser feita uma seleção intencional. Vale (2004) refere que os bons casos são aqueles que se consideram ricos em informação e que permitem conhecer o máximo sobre o que se pretende estudar. Abrantes (1994, citado por Vale, 2004) apresenta um conjunto de critérios a ter em conta na seleção de um estudo de caso, destacando o facto de: (i) serem extremos; (ii) possuírem uma grande diversidade de reações; (iii) serem particulares; (iv) serem problemáticos; e de (v) serem interessantes. Neste estudo, foram selecionados criteriosamente dois grupos de três alunos para acompanhar mais de perto ao longo da investigação, o que implicou uma observação detalhada e uma compreensão e análise profunda destes elementos.

2. Contexto e Participantes

A presente investigação desenvolveu-se durante a intervenção em contexto educativo no 2.º CEB, numa turma do 6.º ano de escolaridade pertencente a uma escola de um agrupamento do concelho de Viana do Castelo, no ano letivo 2021/2022. A turma em estudo era constituída por 26 alunos, 14 do sexo masculino e 12 do sexo feminino. As idades variavam entre os 11 e os 12 anos e nenhum aluno se encontrava a repetir o 6º ano de escolaridade. Para a realização desta investigação foi necessário solicitar aos encarregados de educação autorização para que os seus educandos participassem no estudo, de forma a ser possível recolher dados e evidências, preservando o anonimato dos alunos e a confidencialidade dos dados recolhidos. Tal como foi referido na caracterização do contexto educativo, na Parte I, a turma era bastante heterógena relativamente aos níveis de aprendizagem, os alunos eram maioritariamente participativos e, no que diz respeito ao comportamento, eram alunos agitados e que gostavam de conversar. De uma forma geral, apresentavam uma taxa de sucesso positiva relativamente ao seu aproveitamento na disciplina de Matemática.

Tal como foi referido anteriormente, na investigação realizada recorreu-se a uma investigação qualitativa num design de estudo de caso. O estudo de caso envolve uma seleção criteriosa que permite ao investigador aprender ao máximo sobre o caso em estudo, tendo como principal objetivo compreender um caso específico e não partir de um caso para explicar outros (Stake, 2016). Assim, considerando as características deste estudo, procurou-se selecionar um número de grupos-caso que fosse capaz de dar resposta às questões orientadoras da investigação e que não fosse demasiado exaustivo, dado o tempo disponível para a realização deste trabalho. Neste sentido, incidiu-se em dois grupos-caso. Apesar de terem sido selecionados dois grupos-caso, todos os alunos participaram nas várias etapas da investigação.

Tal como foi mencionado anteriormente, é fundamental ter por base alguns critérios para a seleção dos casos. Partindo deste pressuposto, os critérios para a seleção dos grupos caso foram: i) a participação nas diferentes fases do estudo, nomeadamente na realização do trilho, na resolução das tarefas em sala de aula, nos questionários e nas entrevistas; ii) o empenho e interesse em realizar as tarefas propostas durante o trilho; iii) sempre que possível procurar múltiplas resoluções; iv) boa capacidade de comunicação, quer a nível oral quer escrito.

Relativamente ao contexto, o estudo desenvolveu-se em dois locais distintos: no interior da sala de aula e no exterior da sala de aula, especificamente, no recinto escolar onde foi realizado o trilho. A turma foi dividida em grupos, sendo organizada em cinco grupos de quatro elementos e dois grupos de três elementos. Inicialmente, os grupos- caso definidos para o estudo eram os dois grupos compostos por três elementos, contudo foi necessário realizar alguns ajustes devido à falta de dados, nomeadamente de registos escritos de um dos grupos-caso. Assim, para o desenvolvimento do estudo, este grupo-caso teve de ser alterado, passando a ser considerado um grupo com quatro elementos.

3. Desenvolvimento do estudo

A presente investigação decorreu no âmbito da PES, foi desenvolvida entre os meses de fevereiro e novembro de 2022, e dividiu-se em quatro fases distintas: i) observação da turma; ii) preparação do estudo; iii) implementação do estudo; iv) análise e tratamento dos dados e redação do relatório da PES. As fases, períodos e respetivos procedimentos encontram-se sintetizados na tabela 2.

TABELA 2 - CALENDARIZAÇÃO DAS FASES QUE COMPÕEM O ESTUDO

Períodos	Fases do estudo	Procedimentos
Fevereiro de 2022	Observação da turma	Observação da turma; Caracterização do contexto e dos participantes;
Março a abril de 2022	Preparação do estudo	Definir o problema e as questões de investigação; Entrega dos pedidos de autorização aos encarregados de educação; Recolha bibliográfica; Caracterização do contexto e da turma; Elaboração dos questionários; Planificação da unidade didática; Seleção e elaboração das tarefas para o trilho matemático; Preparação do trilho matemático;
Maio a junho de 2022	Implementação do estudo	Recolha bibliográfica; Aplicação do questionário inicial; Implementação da intervenção didática; Realização do trilho; Observação; Recolha de documentos; Registos audiovisuais; Aplicação do questionário final; Elaboração de entrevistas semiestruturadas Entrevistas aos grupos caso;
Julho a novembro de 2022	Análise/tratamento de dados e redação do relatório da PES	Análise dos dados recolhidos; Transcrição das entrevistas; Pesquisa e recolha bibliográfica; Conclusão e redação do Relatório Final da PES

A primeira fase do estudo decorreu no mês de fevereiro de 2022 e correspondeu à observação da turma, centrando-se na caracterização do contexto e da turma em estudo. Esta fase possibilitou que a professora-estagiária conhecesse e compreendesse o funcionamento da turma e as metodologias usadas pelo professor orientador cooperante, permitindo uma melhor integração no contexto. Esta fase foi uma mais-valia, auxiliando a investigadora na perceção da relação dos alunos com as áreas de intervenção e as principais dificuldades, particularmente na disciplina de Matemática.

A segunda fase realizou-se entre março e abril de 2022 e assinala-se como a fase onde decorreu a preparação do estudo. Inicialmente foram formulados o problema e as respetivas questões orientadoras. De seguida, foi entregue aos alunos um pedido de autorização para os encarregados de educação autorizarem a sua participação no estudo e a recolha de dados (Anexo 2). Nesta etapa foram também elaborados alguns dos instrumentos de recolha de dados, nomeadamente os questionários a implementar à turma antes e após a realização do trilho. Durante este período foi delineada toda a unidade didática a lecionar referente ao tema Números Racionais. Outro aspeto concretizado nesta fase foi a seleção/formulação das tarefas do trilho e a respetiva preparação.

A terceira fase, implementação do estudo, decorreu durante os meses de maio e junho de 2022. Foi aplicado o questionário inicial (Anexo 1) que permitiu analisar a relação que os alunos tinham com a Matemática. Posteriormente foi realizada a intervenção didática, abrangendo a implementação do trilho matemático, e a recolha de dados a partir de observações, documentos e registos audiovisuais. Após a realização do trilho foi aplicado o questionário final (Anexo 3) que permitiu recolher alguns dados relativamente à perspetiva dos alunos sobre o trilho efetuado. Finalmente, foram realizadas as entrevistas aos grupos-caso, tendo por base um guião semiestruturado (Anexo 4), com questões relacionadas com as tarefas desenvolvidas e as respetivas resoluções.

Finalmente a quarta fase realizou-se entre os meses de julho e novembro de 2022 e diz respeito à análise e tratamento de dados recolhidos e à redação do presente relatório. Nesta fase, todos os dados recolhidos foram analisados rigorosamente, sendo fundamentados a partir da fundamentação teórica.

4. Recolha de dados

A recolha de dados é uma fase imprescindível em qualquer investigação. Segundo Coutinho (2011), nesta fase é importante saber "o que" e "como" vão ser recolhidos os dados e que instrumentos vão ser utilizados. Quando se fala em dados, fala-se em "materiais em bruto que os investigadores recolhem do mundo que se encontram a estudar; são os elementos que formam a base da análise"(Bogdan & Biklen, 1994, p.149). Quando falamos em recolha de dados qualitativos falamos em recolha de evidências e não de simples informações, que são relevantes, mas não são determinantes para a compreensão do fenómeno em estudo. Particularmente, num design de estudo de caso é desejável que se obtenha informação a partir de diversas fontes de recolha dados (Stake, 2016) . Embora se discutam e se abordem diferentes tipos de dados separadamente, é importante referir que estes "raramente se encontram isolados na pesquisa" (Bogdan & Biklen, 1994, p.149). São várias as técnicas de recolha de dados, contudo as observações, as entrevistas e os documentos são as mais significativas (Vale, 2004).

Nesta investigação optou-se pelas seguintes técnicas e instrumentos: observações; inquéritos por questionário; inquéritos por entrevista; documentos e registos audiovisuais. Assim, nos tópicos que se seguem procura-se explicitar, de forma mais detalhada, as técnicas, as fontes e os instrumentos adotados para o desenvolvimento do estudo, fundamentando-as com base na literatura.

4.1. Observação

As observações, que posteriormente podem ser transformadas em anotações, são consideradas na perspetiva de Charles (1998, referido por Coutinho, 2011), a melhor técnica de recolha de dados a que o investigador pode recorrer, já que possibilita um acompanhamento imediato do fenómeno ou acontecimento em estudo e permite "comparar aquilo que diz, ou que não diz, com aquilo que faz" (Vale, 2004, p.181). Pode-se assim afirmar que as observações se focam em aspetos particulares dos fenómenos ou acontecimentos.

Uma das vantagens das observações é que estas podem ser controladas pelo investigador, assim o investigado é observado sem ser influenciado pelo investigador (Vale, 2004). O investigador pode assumir diferentes papeis quando realiza uma observação, isto é, pode assumir uma posição passiva em relação ao que se pretende observar, observação não participante, ou pode assumir uma posição interativa, desempenhando um papel ativo no contexto, observação participante (Stake, 2016). De acordo com Vale (2004), a observação participante é aplicada quando o investigador está envolvido e procura compreender o papel daqueles que estuda, mantendo assim uma proximidade com os intervenientes. O estudo desenvolvido, quer pela sua natureza quer pela necessidade de a investigadora concomitantemente assumir o papel de professora, seguiu como técnica de recolha de dados a observação participante. Ao longo das aulas a investigadora preocupou-se em registar o que ia observando e em elaborar algumas notas que considerava importantes, dialogando com os alunos e apoiando-os no trabalho desenvolvido.

Tal como foi referido anteriormente, a observação é eleita a melhor técnica de recolha de dados, contudo pode trazer alguns problemas e limitações ao investigador, entre as quais se destacam: a falta de tempo e condições para que o investigador consiga realizar um registo eficaz; pode levar a que o investigador apresente a sua perspetiva em relação ao fenómeno ou acontecimento, ao invés de procurar compreender a perspetiva dos outros. Neste sentido, e tendo em conta estes problemas, torna-se insuficiente o recurso único à recolha de dados a partir de observações, uma vez que o investigador "poderá não ter tempo nem condições para efetuar um registo eficaz e sistemático das situações a observar" (Vale, 2004, p.10), sendo necessário para isso recorrer a outros instrumentos de recolha de dados para complementar e promover uma abordagem mais rica e detalhada.

Contudo, o facto de se tratar de uma investigação que segue uma metodologia qualitativa num design de estudo de caso, a observação é uma técnica bastante eficiente e eficaz, uma vez que "durante a observação, o investigador de estudo de caso qualitativo mantém um bom registo dos acontecimentos para providenciar uma descrição relativamente incontestável para análise posterior e para o relatório final" (Stake, 2016, p.78).

4.2. Inquérito por questionário

A recolha de dados por inquérito, pode estar associada a duas vertentes: a entrevista e o questionário (Coutinho, 2011). Os inquéritos por questionário são considerados como a técnica de recolha de dados mais utilizada nas investigações em educação por serem "fáceis de administrar" e consistirem em formulários impressos, com questões, que podem ser respondidas na ausência do investigador (Vale, 2004). Permitem obter respostas diretas dos participantes em estudo sobre as questões apresentadas, caracterizando-se por serem seguros e genuínos, permitindo a recolha de informações reais e verdadeiras.

De acordo com Coutinho (2011), comparativamente com os inquéritos por entrevista, pode-se afirmar que os questionários são "mais amplos no alcance", mas, por outro lado, são "mais impessoais em natureza" (p.101). Com isto, pretende-se esclarecer que os questionários são mais práticos e exigem menos custos, uma vez que o investigador não tem a necessidade de se deslocar junto do investigado para que estes se realizem, podendo ocorrer a longa distância e em diversos momentos, até mesmo com recurso à internet. Contudo, os questionários não oferecem a mesma riqueza de resultados que uma entrevista, pois as respostas não são tão pormenorizadas e detalhadas, podendo mesmo não se verificar retorno.

Vale (2004) refere que os questionários são uma técnica eficaz quando se pretende recolher dados de um grande número de participantes e são instrumentos estruturados que podem variar em relação ao grau de abertura das questões, podendo conter questões de caráter: aberto, fechado e semiaberto. Nas questões abertas o inquirido fornece toda a informação, respondendo livremente e sem limitações. Estas questões caracterizam-se por fornecerem dados mais ricos e detalhados, contudo o seu tratamento é mais complexo. Nas questões fechadas, o respondente não acrescenta mais informações, limitando-se a apresentar a resposta à questão que lhe foi apresentada, isto é, as respostas são impostas e as opções de resposta são apresentadas. Nas questões semiabertas, podem estar incluídas questões abertas e fechadas e, normalmente, o inquirido seleciona a opção em escolha e justifica a sua resposta ou acrescenta informação relativamente à questão.

Neste estudo foram elaborados e aplicados dois questionários em papel, um inicial e um final a todos os alunos. Durante a elaboração dos questionários foram formuladas questões dos três tipos acima mencionados, predominando sobretudo questões de resposta semiaberta. O *Questionário Inicial* (Anexo 1) teve como objetivo compreender a relação dos alunos com a Matemática, nomeadamente com o tema dos Números Racionais e a sua aplicabilidade no dia a dia. Este questionário possibilitou que a investigadora, averiguasse as perspetivas e opiniões dos alunos e permitiu que desenvolvesse uma maior consciência das perceções dos alunos. O *Questionário Final* (Anexo 3) foi aplicado após a realização do trilho matemático e tinha como principal objetivo compreender a opinião e reação dos alunos relativamente à intervenção didática e à experiência vivenciada a partir da execução do trilho.

Os questionários foram elaborados tendo em conta alguns cuidados. Vale (2004) apresenta seis recomendações a considerar na construção de questionários: i) conter informação sobre a aplicação do questionário e garantir a confidencialidade e anonimato das respostas dadas; ii) apresentar indicações relativamente aos procedimentos a seguir pelos investigados; iii) dispor de uma linguagem correta e adequada ao nível de escolaridade dos alunos; iv) as questões devem seguir uma ordem de complexidade e evitar que uma questão influencie outra; v) cada questão deve apresentar apenas uma ideia, evitando questões ambíguas e com vários sentidos; e vi) selecionar muito bem a informação a colocar, de forma a que esta não influencie as respostas, à exceção das questões de caráter fechado. Com o intuito de refinar o conteúdo e a adequação das questões, os questionários desenvolvidos foram sujeitos a análise e aprovação por parte da professora supervisora e do professor orientador cooperante.

4.3. Inquérito por entrevista

O inquérito por entrevista é considerado como uma das técnicas de recolha de dados mais eficazes para obter dados sobre um determinado fenómeno ou acontecimento em estudo (Vale, 2004). Morgan (1988, referido por Bogdan e Biklen, 1994) defende que uma entrevista é uma conversa com intenção e geralmente realiza-se entre duas pessoas, podendo envolver mais quando se está perante um grupo caso. As *entrevistas* podem ou não ser realizadas pelo investigador e podem efetuar-se diretamente, isto é, face a face ou indiretamente (Charles, 1998, referido por Coutinho, 2011).

De acordo com Vale (2004) o principal objetivo das entrevistas é "obter certo tipo de informações que não se podem observar diretamente, como sejam sentimentos, pensamentos, intenções e factos passados" (p.179). Nesta perspetiva pode afirmar-se que as entrevistas fornecem esclarecimentos pormenorizados e ricos sobre o modo como os intervenientes de um estudo compreendem determinada realidade ou acontecimento, procurando visualizar a perspetiva do ponto de vista do entrevistado. De acordo com Bogdan e Biklen (1994) as entrevistas realizadas durante uma investigação qualitativa podem ter dois préstimos. Podem constituir apenas uma estratégia dominante para a recolha de dados ou podem ser utilizadas em conjunto com a observação participante.

As entrevistas podem seguir três modelos distintos, podem ser: estruturadas, não estruturadas ou semiestruturadas (Bogdan & Biklen, 1994). As entrevistas estruturadas seguem um guião planeado de acordo com a situação e o tempo e as questões podem ser de natureza aberta ou fechada. Nas entrevistas não estruturadas, o entrevistador transmite coragem para que o entrevistado fale sobre um tema à sua escolha, que considere interessante e posteriormente é aprofundado com questões que o investigador vai colocando. As entrevistas semiestruturadas, caracterizam-se por possuir questões pré-definidas e também questões que surgem e são colocadas momentaneamente pelo entrevistador que lhe despertem interesse ou que incluam temas que estimulem os participantes a pronunciar-se.

No presente estudo optou-se pelas entrevistas semiestruturadas, uma vez que foi previamente criado um guião orientador (Anexo 4), com algumas questões previamente definidas. O guião de entrevista não foi seguido com rigor, isto é, constituiu uma orientação, mas as questões podiam diferir entre os dois grupos-caso, de acordo com o trabalho por eles desenvolvido durante a realização do trilho (Anexo 5). A entrevista foi aplicada unicamente aos grupos-caso e as questões direcionadas foram pensadas para que, a partir delas, fosse possível recolher dados suficientes tendo por base os objetivos do estudo. Assim, as questões incidiram sobre a realização do trilho matemático, a utilização da aplicação, as tarefas e o desempenho de cada grupo, com o objetivo de compreender o trabalho por eles desenvolvido, já que por vezes não eram capazes de expressar claramente por escrito a forma como pensaram.

As entrevistas foram realizadas aos elementos de cada grupo simultaneamente, possibilitando compreender o raciocínio de cada um e a perceção das suas interações e cooperação durante a realização do trilho. Foram concretizadas nas duas semanas seguintes à implementação do trilho e sem duração definida, dependendo de cada grupo. No momento da entrevista foram devolvidos aos alunos os respetivos blocos de apontamentos com as suas resoluções, sem qualquer observação escrita, de forma a não influenciar as suas respostas. O principal objetivo das entrevistas era compreender o modo como cada um dos grupos pensou na resolução das tarefas, e, para isso, foi necessário que verbalizassem o seu raciocínio. Nos anexos 4 e 5 encontra-se um guião com as questões orientadoras das entrevistas realizadas na presente investigação. Todas as entrevistas foram gravadas em áudio para conseguir captar toda a informação e, posteriormente, foi efetuada a sua transcrição, de forma a possibilitar uma análise mais detalhada e pormenorizada

4.4. Documentos

Os documentos são um instrumento de recolha de dados importante durante a realização de uma investigação de natureza qualitativa. Aires (2015) define os documentos como uma técnica de recolha de dados indireta ou não interativa. Stake (2016) refere que "recolher dados através do estudo de documentos segue a mesma linha de pensamento que observar ou entrevistar" e que "os documentos servem como substitutos de registos de atividade que o investigador não poderia observar diretamente" (p.84). De acordo com Erlandson et al. (1993, referidos por Vale, 2004), os documentos constituem toda a variedade de registos escritos e simbólicos e todo o material e dados disponíveis. Nesta perspetiva, Vale (2004) salienta que os documentos são tudo aquilo que existe antes e durante a investigação, como por exemplo, relatórios, trabalhos, fotografias, jornais, brochuras, notas, gravações em vídeo e áudio, entre outros. Os documentos são um instrumento fundamental quando estamos perante um estudo de caso, uma vez que permitem comprovar e aumentar a evidência de outras fontes.

No presente estudo reuniram-se e analisaram-se documentos de natureza distinta. Colás (1998, referido por Aires, 2015) apresenta os documentos agrupados em duas categorias: *documentos oficiais* e *documentos pessoais*. Os *documentos oficiais* apresentam informações sobre a organizações, o emprego da autoridade, o poder das instituições educativas, a forma de liderança, a forma de comunicação com os diferentes participantes da comunidade educativa, etc. Os *documentos pessoais* remetem para as narrativas produzidas por aqueles que descrevem as suas próprias ações e experiências. Assim, nesta investigação recorreu-se a documentos oficiais e pessoais. No que diz respeito a documentos pessoais, foi disponibilizado aos alunos um bloco de apontamentos/notas (Anexo 6) e foi solicitado que realizassem os seus próprios registos com as respetivas resoluções das tarefas, bem como outros aspetos que considerassem importantes para apresentar o seu raciocínio. Além de documentos referentes às produções dos alunos, foram incluídos registos realizados pela investigadora (notas de campo). A investigadora recolheu algumas ideias e realizou algumas anotações ao longo das aulas e durante/após a realização do trilho, para facilitar o processo de análise e interpretação dos resultados. A este processo, Charles (1998, referido por Coutinho, 2011) designa de *descrição* e consiste na transformação das observações em documentos escritos, por isso, depende da observação direta do investigador e da análise de registos audiovisuais. Relativamente, aos documentos oficiais, foram usados documentos disponibilizados pelo docente responsável pela turma e pela escola e outros relativos às orientações curriculares e informações da turma em estudo. Os documentos que se referem às orientações curriculares foram úteis para planear as aulas a lecionar e desenvolver e construir o trilho a implementar. Os outros documentos com dados sobre os alunos, nomeadamente sobre o seu desempenho e comportamento, foram importantes para que fosse possível caracterizar, com algum detalhe, a turma em estudo.

4.5. Registos audiovisuais

Como foi possível verificar até ao momento no presente capítulo, existem diversas técnicas e instrumentos de recolha de dados, e, para finalizar a caracterização das que foram utilizadas neste estudo, resta abordar os registos audiovisuais. Para Patton (2002) são uma boa técnica de recolha de dados quando se está perante uma investigação de natureza qualitativa. Neste sentido, Patton (2002) refere que as gravações de áudio e vídeo são uma técnica indispensável na recolha de dados, uma vez que, proporcionam um registo fidedigno dos dados. Bogdan e Biklen (1994) referem que os registos audiovisuais, nomeadamente as fotografias dão-nos fortes dados descritivos e são analisados indutivamente.

Os registos audiovisuais podem assumir diferentes formatos, nomeadamente vídeos, gravações áudio e fotografias. Assim sendo, caracterizam-se por serem capazes de captar a linguagem verbal e permitir um registo leal das manifestações dos indivíduos, complementando as observações realizadas em sala de aula. Contudo, Barbosa (2009) refere que o "caráter intrusivo" destes dispositivos podem provocar a inibição dos participantes. Neste sentido, a utilização destes recursos, deve ser limitada e pensada para que não se passe por estas dificuldades.

Neste estudo, os registos audiovisuais foram recolhidos no momento da realização do trilho a partir de fotografias e vídeos referentes a situações e discussões entre os alunos sobre o trabalho desenvolvido e a resolução das tarefas. As entrevistas também foram gravadas, possibilitando uma recolha de dados mais minuciosa e pormenorizada das reações e opiniões dos alunos, podendo assim ser transcritas.

5. Análise de Dados

Qualquer investigação, após a recolha de dados, deve prosseguir com a análise dos mesmos. A análise de dados caracteriza-se como um processo que envolve "extrair sentido dos dados do texto e da imagem" (Creswell, 2010, p.217).Na mesma perspetiva, Bogdan e Biklen referem que a análise de dados constitui:

> o processo de busca e de organização sistemático de transcrições e entrevistas, de notas de campo e de outros materiais que foram sendo acumulados, com o objetivo de aumentar a sua própria compreensão desses mesmos materiais e de lhe permitir apresentar aos outros aquilo que encontrou (1994, p.205).

Neste sentido, a análise de dados requer redução, organização e síntese de toda a informação que o investigador recolhe ao longo do estudo, que será tratada para que se torne percetível e o investigador seja capaz de a interpretar e compreender amplamente. De acordo com Stake (2016), a análise de dados é uma forma de dar sentido às primeiras impressões e às compilações finais. Por isto, o mesmo autor defende que "analisar significa, na essência, fraccionar" e refere que não há um momento específico para iniciar a análise de dados (p.87).

Quando está perante uma imensidão de dados, o investigador qualitativo tem tendência a apresentar algumas dificuldades sobre que procedimentos seguir para proceder à sua análise. Para ultrapassar esta dificuldade, alguns autores propõem procedimentos para a organização do processo de tratamento de dados. Um desses autores, Wolcott (1994, referido por Vale, 2004) identificou três componentes para analisar os dados: *descrição, análise e interpretação*. A *descrição* caracteriza-se como um processo que se aproxima dos dados originais, no qual o investigador realiza notas de campo pormenorizadas em relação aquilo que ouve e vê, escrevendo-as como se estivesse a "contar uma história". A *análise* integra a fase de organização e descrição dos principais aspetos estabelecendo relações entre eles. Neste sentido, segundo Charles (1998, referido por Vale, 2004), *análise* refere-se àquilo que o investigador pretende recolher para responder ao problema e questões em estudo, para isso realiza uma síntese daquilo que lhe interessa. A *interpretação* diz respeito ao processo de estabelecimento de significados e compreensão dos dados obtidos no estudo. As fronteiras entre estas três componentes não se encontram bem elucidadas e como refere Vale (2004) "não há linhas claras que delimitem onde a descrição acaba e a análise começa ou onde a análise se torna interpretação" (p.184).

De acordo com Bogdan e Biklen (1994) não há um método melhor que outro para analisar os dados e deve ser o investigador a perceber aquilo que considera mais adequado em função dos objetivos do estudo. Nesta perspetiva, neste estudo seguiu-se o modelo de análise proposto por Miles e Huberman (1994, referidos por Vale, 2004) que apresenta a análise organizada em três componentes: i) *a redução dos dados;* ii) *a apresentação dos dados*; e iii) *as conclusões e verificação*. A *redução dos dados* é o processo que seleciona e simplifica as notas de campo para que se obtenham as conclusões finais. Esta ocorre imediatamente após o momento em que se decide o tipo de investigação a realizar, os casos a estudar, a questões orientadoras e a recolha de dados a utilizar. Na *apresentação dos dados* reúne-se toda a informação selecionada de forma a tirar conclusões e agir, isto é, compreender os acontecimentos para posteriormente tomar decisões e atuar. Nesta fase é importante reduzir toda a informação complexa e simplificar o máximo possível. A *apresentação das conclusões e verificação* caracteriza-se como uma fase na qual o investigador deve clarificar e validar as conclusões tiradas. Neste sentido, Vale (2004), refere que "a análise de dados é um processo cíclico e interativo", existindo uma relação entre as três componentes supramencionadas (p.186). Assim, ao longo da análise, os esclarecimentos que vão sendo encontrados podem ser contestados, à medida que se reúnem e analisam novos dados que irão modificar o processo até ao momento desenvolvido, levando a que as conclusões sejam aprimoradas e aperfeiçoadas. A figura 9 apresenta a relação estabelecida no processo de análise de dados.

FIGURA 9. PROCESSO DE ANÁLISE DE DADOS (VALE, 2004, ADAPTADO DE MILES E HUBERMAN, 1994)

O presente estudo, que se trata de uma investigação de caráter qualitativo, foca-se numa análise de dados indutiva. A partir da observação do trilho, das produções escritas, dos questionários, das entrevistas, dos registos de audiovisuais (áudio, vídeo e fotografia), das notas de campo e transcrições foi possível recolher e reunir um vasto conjunto de dados. Posteriormente, procedeu-se à sua análise para tomar consciência sobre a informação obtida até ao momento. Seguiu-se com a leitura e seleção de documentos definidos para a análise. A consulta dos dados é o procedimento que ocorre sistematicamente até se realizar a redução e síntese dos dados, deixando apenas a informação relevante e organizando-a para facilitar no processo de realização de deduções e inferências. Finalmente, após se efetuarem as deduções, parte-se para a organização dos dados em categorias, seguindo critérios de qualidade.

Para desenvolver a análise de dados deste estudo foi necessário definir algumas categorias com base nas evidências reunidas e no problema formulado. Nesta perspetiva Coutinho (2011) refere que "a categorização permite reunir o maior número de informações à custa de uma esquematização e assim correlacionar classes de acontecimentos para ordená-los" (p.195). A mesma autora defende que, para que estas categorias sejam consideradas vantajosas, devem seguir alguns critérios. De acordo com Lincoln e Guba (1985, referidos por Vale, 2004) as categorias devem possuir as seguintes características: i) demonstrar o propósito e intenção da investigação; ii) devem ser exaustivas; iii) devem ser exclusivas; iv) devem ser independentes; e v) devem partir de um princípio de classificação. Considerando as questões de investigação definidas foram formuladas duas categorias que orientaram o processo de análise dos dados: o desempenho na resolução das tarefas; e as atitudes que os alunos evidenciam durante a realização de um trilho matemático. Na tabela 3 são apresentadas as categorias e respetivas subcategorias e indicadores, formulados com base na literatura e nos dados empíricos.

TABELA 3 - CATEGORIAS DE ANÁLISE

Categorias	Subcategorias	Indicadores	Referências
Desempenho	Resolução da tarefa	- Não apresenta resolução - Resolução incorreta - Resolução parcialmente correta - Resolução correta	
	Natureza das Estratégias	- Analítica - Visual - Mista	Vale et al., 2018
	Dificuldades	- Não compreende o enunciado; – Apresenta dificuldade em aplicar fórmulas; - Apresenta erros de cálculo; -Não compreende os diferentes significados que uma fração pode assumir; -Não estabelece conexões entre diferentes representações de um número racional; -Não compreende o conceito de fração equivalente; - Não apresenta unidades de medida; – Não aplica corretamente as unidades de medida; - Não realiza arredondamentos; – Não tem dificuldades	Behr et al. (1983) Monteiro & Pinto (2005) Monteiro et al. (2005) Moss (2005) NCTM (2007) Quaresma (2010) Quaresma & Ponte (2012) Vale e Barbosa (2019)
Atitudes	Domínio Afetivo	Autoconfiança Ansiedade Gosto pela matemática	Mazana et al. (2019) Syyeda (2016)
	Domínio Comportamental	Motivação intrínseca	
	Domínio Cognitivo	Utilidade da matemática	

A primeira categoria diz respeito ao desempenho dos alunos e apresenta como subcategorias, o sucesso na resolução da tarefa, a natureza das estratégias e as principais dificuldades apresentadas pelos alunos. No que concerne à resolução da tarefa, o principal objetivo é perceber se os alunos, na realização do trilho matemático são capazes de resolver cada uma das tarefas com sucesso, considerando quatro indicadores: não apresenta resolução; apresenta uma resolução incorreta; apresenta uma resolução parcialmente correta; e apresenta uma resolução correta. Apesar de não serem indicadas referências literárias que sustentem esta subcategoria, considera-se que uma resolução está correta quando é apresentado um raciocínio claro e correto; parcialmente correta, quando uma parte da resolução está correta e apresenta um raciocínio pouco claro e explícito; incorreta, quando o raciocínio está errado; e não apresenta resolução quando não existem registos escritos na resolução da tarefa. No que diz respeito à natureza das estratégias e com base na literatura, nomeadamente Borromeo-Ferri (2012) e Vale et al. (2018), consideram-se estratégias de natureza analítica, visual ou mista. Estamos perante estratégias: de natureza visual quando se utilizam desenhos, esquemas ou representações icónicas. As estratégias visuais são fundamentais, uma vez que, auxiliam os alunos na compreensão de conceitos e procedimentos matemáticos; de natureza analítica quando se utilizam símbolos ou linguagem natural, recorrendo a expressões matemáticas, isto é, a representações numéricas, algébricas e verbais; e de natureza mista quando combinamos os dois tipos de representações anteriores, isto é, visual e analítica.

Nas dificuldades pretende-se verificar se os alunos são capazes de aplicar os conhecimentos aprendidos e desenvolvidos nas aulas. Para esta subcategoria recorreu-se a alguns autores da literatura (e.g. Behr et al., 1983; Monteiro & Pinto, 2005; Moss, 2005; NCTM, 2007; Quaresma, 2010; Quaresma & Ponte, 2012; Vale & Barbosa, 2019). As principais dificuldades centram-se em: compreender os enunciados; aplicar fórmulas; apresentar erros de cálculo; compreender os diferentes significados das frações e das diferentes representações que um número racional pode assumir; compreensão do significado de frações equivalentes; não apresentar unidades de medida; aplicar incorretamente as unidades de medida; e não realizar arredondamentos.

A segunda categoria aborda as atitudes dos alunos e as suas subcategorias são fundamentadas na literatura: o domínio afetivo, o domínio comportamental e o domínio cognitivo. No que refere ao domínio afetivo nos indicadores a analisar destacam-se a autoconfiança, a ansiedade e o gosto pela disciplina de matemática. Relativamente ao domínio comportamental, pretende-se analisar a motivação intrínseca, isto é, o interesse pessoal. Finalmente, o domínio cognitivo centra-se no indicador sobre a utilidade da matemática no dia a dia das pessoas e as suas diversas aplicabilidades (Mazana et al., 2019; Syyeda, 2016).

Numa investigação é fundamental que o investigador procure a máxima qualidade e verifique a validade do estudo. De acordo com Vale (2004), "a validade de uma investigação deve demonstrar o seu verdadeiro valor, proporcionar as bases para aplicá-la, e permitir que possam ser feitos julgamentos externos sobre a consistência dos seus procedimentos e a neutralidade dos seus resultados ou decisões" (p.188). Nesta perspetiva, garantir a qualidade de um estudo trata-se de verificar se os dados são verídicos, fidedignos e bons para alicerçar o estudo em causa.

Miles e Huberman (1994, referidos por Vale, 2004) preocuparam-se em estabelecer alguns critérios e técnicas a aplicar para garantir a validade e qualidade de uma investigação de natureza qualitativa e apresentam cinco critérios: *confirmabilidade, fidedignidade, credibilidade, transferibilidade e aplicabilidade.*

A *confirmabilidade* relaciona-se com a certeza que as ideias e conceções do investigador ou outros não interferem na validade das conclusões do estudo, ou seja, dependem apenas dos participantes e das condições do desenvolvimento do estudo. A *fidedignidade* diz respeito à confiança, isto é, se o estudo desenvolvido é consistente e estável no tempo, do investigador e dos métodos. Este critério tem como objetivo verificar se o estudo, caso fosse realizado por outro investigador, alcançaria os mesmos resultados. A *credibilidade* é a categoria responsável por confirmar se os resultados do estudo fazem sentido e o grau de confiança que este transmite aos participantes. A *transferibilidade* diz respeito à possibilidade aplicar os dados recolhidos e resultados noutros contextos, ou seja, se os resultados obtidos podem ser comparados com outros estudos e como se comportam quando isto é possível. Finalmente, a *aplicabilidade* remete para o conhecimento que o estudo fornece aos participantes, ao investigador, aos investigados e aos seus consumidores, isto é, os destinatários.

Vale (2004) também refere algumas estratégias que permitem assegurar a qualidade de um estudo: i) *envolvimento prolongado*, o investigador deve estar o tempo necessário no contexto em estudo para evitar ideias preconcebidas; ii) *observação persistente*, que torna possível diferentes interpretações em junção com uma análise constante; iii) *materiais adequados*, são fundamentais que se reúnam para integrar uma visão globalizante do contexto; iv) *revisão pelos pares*, no qual o investigador exterioriza-se do contexto para rever perceções, “insights” e analise o estudo com recurso a profissionais com conhecimentos aprofundados; v) *confirmação* pelos participantes, confrontando-os com aquilo que fizeram ou disseram; vi) *jornal reflexivo*, que permitem que os participantes clarifiquem aspetos incompreendidos ou confusos; e finalmente vii) *triangulação dos dados* que integra vários métodos de recolha de dados e diferentes tipos de dados. A triangulação é defendida por vários autores, nomeadamente Stake (2016), como uma estratégia de validação dos dados, assimilando dados de várias fontes de informação sobre determinado fenómeno para aumentar a credibilidade e fiabilidade da informação.

Nesta perspetiva, e considerando os critérios de qualidade supramencionados, a qualidade do estudo foi assegurada a partir de alguns critérios. A investigadora procurou garantir que as conclusões apresentadas emergiram do recurso a vários métodos e técnicas de recolha de dados, isto é, da observação da turma, questionários, documentos, registos audiovisuais e entrevistas. O contacto da investigadora com a turma realizou-se antes da implementação do trilho em contexto de sala de aula. Na primeira fase da intervenção educativa, durante cerca de quatro semanas, foi realizada a observação da turma por parte da investigadora. O facto de possuir o duplo papel de professora-investigadora permitiu que, no decorrer da intervenção, acompanhasse de perto o trabalho dos alunos com um envolvimento contínuo e observação constante, desenvolvendo um melhor e maior conhecimento relativamente às informações dos participantes do estudo e uma análise mais cautelosa e aprofundada dos acontecimentos. As entrevistas possibilitaram a recolha de dados para o desenvolvimento do estudo e serviram para certificar, aprimorar ou clarificar as suas ideias e atitudes. Durante a realização do estudo os grupos caso foram confrontados com as suas respostas e resoluções e foi solicitado que verbalizassem as suas ideias e os procedimentos adotados. Assim, o recurso às entrevistas contribuiu significativamente para a credibilidade e fidedignidade do estudo. Alguns documentos e registos escritos foram recolhidos através do contacto com os alunos, sob a forma de notas soltas que posteriormente ao trilho e entrevistas foram estruturadas e justificadas. A análise dos dados foi realizada de modo a ser possível responder às questões orientadoras do estudo e ao seu problema. O facto de se recorrer a diferentes instrumentos de recolha de dados permitiu cruzar informações através da triangulação, e obter dados mais pormenorizados, com conclusões mais claras e uma posição imparcial do investigador no desenvolvimento do estudo, tornando-o mais credível e fidedigno.

Capítulo IV – Intervenção Didática

No presente capítulo apresenta-se a caracterização da intervenção didática referente às aulas de matemática. Encontra-se dividido em dois subcapítulos. O primeiro diz respeito à dinâmica das aulas de matemática, permitindo compreender a abordagem usada no tema dos números racionais. O segundo subcapítulo apresenta os procedimentos aplicados na organização do Trilho Matemático, salientando o modo como foi desenhado e a caracterização das tarefas.

1. As aulas de matemática

A intervenção em contexto educativo na área da Matemática iniciou-se durante o mês de maio e terminou no início do mês de junho, correspondendo a um total de doze aulas. Semanalmente eram regidas duas aulas de 90 minutos e uma de 45 minutos, assim, das doze aulas, quatro tiveram a duração de 45 minutos e oito a duração de 90 minutos. Ao longo das quatro semanas de intervenção educativa, o domínio trabalhado foi *Números e Operações* e o conteúdo os *Números Racionais,* sendo assim abordados os números inteiros relativos, a reta numérica, a abcissa de um ponto, o valor absoluto, os números simétricos, a comparação de números racionais, os conjuntos numéricos e a adição e subtração de números racionais.

Todas as aulas foram previamente planificadas com base no *Programa de Matemática do Ensino Básico* (MEC, 2013) e nas *Aprendizagens Essenciais de Matemática* para o 6.º ano de escolaridade (ME-DGE, 2018a). Procurou-se, durante esta fase, selecionar tarefas e materiais adequados para responder aos objetivos estabelecidos por estes documentos, particularmente a compreensão dos números racionais e operações associadas, tendo em conta as suas diferentes representações e a fluência na transição entre elas. Houve também a preocupação em definir tarefas diversificadas e que despertassem o interesse dos alunos, respeitando as orientações das *Aprendizagens Essenciais*:

> a experiência matemática dos alunos desenrola-se a partir de tarefas, sendo essencial que estas sejam poderosas e desafiantes, com vista a cativar os alunos e impulsionar as suas aprendizagens. Importa considerar tarefas de natureza distinta, selecionadas/adaptadas ou criadas de acordo com os objetivos a atingir (ME-DGE, 2018a, p.6)

Nesta perspetiva, foram privilegiadas tarefas desafiantes, isto é, que envolvessem ativamente os alunos, com o recurso a materiais manipuláveis, de modo a potenciar a compreensão de conhecimentos matemáticos e a conexão entre diferentes representações. Assim, foram utilizados recursos como as barras chinesas e a régua dupla, e ainda ferramentas tecnológicas, consideradas recursos incontornáveis e com grande potencial para o ensino e aprendizagem da matemática, nomeadamente jogos, vídeos, quizz, entre outros. As planificações foram pensadas de forma a privilegiar um processo de ensino e aprendizagem exploratório, centrado, sempre que possível, em capacidades como a resolução de problemas, a comunicação e o raciocínio (Canavarro, 2011).

Durante a lecionação das aulas de matemática procurou-se seguir o modelo de Stein et al. (2008) que institui cinco práticas fundamentais para facilitar a discussão matemática em torno de tarefas diversificadas. Assim, este modelo permite planear todo o processo de ensino-aprendizagem, permitindo que o professor se sinta confortável e preparado para a discussão com os alunos. As cinco práticas estabelecidas são: i) *antecipar* as respostas dos alunos na resolução das tarefas, prevendo sua reação e envolvimento, bem como possíveis resoluções e dificuldades; ii) *monitorizar* o trabalho efetuado pelos alunos durante a exploração das tarefas, isto é, de forma a compreender, supervisionar, avaliar e interpretar as produções apresentadas e, caso seja necessário, auxiliar os alunos nas suas dificuldades; iii) *selecionar* múltiplas resoluções, para apresentar à turma e promover a discussão matemática; iv) *sequenciar* criteriosamente as resoluções a serem partilhadas na turma, de forma seguir o melhor caminho para atingir o objetivo pretendido na aula; e, finalmente, v) *estabelecer conexões* entre as resoluções dos alunos, os conhecimentos prévios e as ideias-chave.

As aulas de matemática organizaram-se de acordo com os conteúdos a abordar, tal como se pode verificar na tabela 4.

TABELA 4 - CONTEÚDOS ABORDADOS NAS AULAS DE MATEMÁTICA

Dia	Tempos	Conteúdos trabalhados
09/05	90 min	Teste Diagnóstico
11/05	90 min	Números Racionais
12/05	45 min	Valor Absoluto Números Simétricos
16/05	90 min	Comparação de números racionais. Conjuntos numéricos.
18/05	90 min	Adição de números racionais.

		Barras chinesas
19/05	45 min	Adição de números racionais. Régua dupla
23/05	90 min	Subtração de números racionais. Barras chinesas
25/05	90 min	Adição e subtração de números racionais Reta numérica Régua dupla
26/05	45 min	Números Racionais – Tarefas de Consolidação
30/05	90 min	Jogo – Números Racionais Questionário Inicial Apresentação do MathCityMap
01/06	90 min	Trilho sobre Números Racionais - MathCityMap
02/06	90 min	Continuação da realização do trilho sobre Números Racionais - MathCityMap

As aulas iniciavam sempre com a escrita do sumário, apresentando os conteúdos a abordar e todas as atividades a desenvolver. Posteriormente, era realizada uma síntese dos conteúdos trabalhados na aula anterior, em alguns casos com a realização de uma ou duas tarefas para facilitar a exploração e explicação dos conteúdos. Esta prática revelou-se benéfica e eficiente, pois, por um lado, incentivava os alunos a rever os conteúdos e, simultaneamente, permitia que partilhassem dúvidas por esclarecer. Também permitia ao professor ter consciência dos conhecimentos adquiridos pelos alunos, avaliando se os conceitos abordados na aula tinham sido aprendidos. Quando os alunos tinham trabalhos de casa, a síntese da aula anterior era concretizada no momento da correção dos trabalhos de casa.

Em todas as aulas em que foram introduzidos conteúdos novos optou-se por uma metodologia de ensino exploratório, começando por apresentar um problema, uma imagem, materiais manipuláveis ou um vídeo, para que os alunos, a partir do diálogo e do questionamento que o professor ia desenvolvendo, fossem capazes de chegar ao que se pretendia (ex: regra, conceito, propriedades). O recurso a esta metodologia tinha como objetivo envolver os alunos e permitir que estes desempenhassem um papel mais ativo. À medida que era realizada a exploração dos conteúdos, solicitava-se aos alunos que registassem no caderno os aspetos mais importantes que iam emergindo, nomeadamente regras e conceitos trabalhados, bem como as tarefas resolvidas na aula, uma vez que, os momentos posteriores eram dedicados à aplicação e consolidação dos conteúdos aprendidos. Antes do final da aula, era realizada uma síntese oral com os alunos sobre os conteúdos trabalhados.

Na primeira aula foi realizado um teste diagnóstico para aferir os conhecimentos prévios que os alunos possuíam relativamente ao conteúdo a ser introduzido, os números racionais (ex: frações equivalentes; ordenação de números racionais representados por frações; simplificação de frações; adição, subtração, multiplicação e divisão de números racionais não negativos representados na forma de fração; etc).

Na segunda aula introduziu-se a temática dos Números Racionais, a partir do questionamento com os alunos, esperando que estes apresentassem as suas perspetivas sobre número racional. O questionamento pretendia direcionar a turma para o tema principal da aula, procurando cumprir os objetivos de aprendizagem. Posteriormente, através da imagem de um termómetro de parede, foram abordados os números inteiros negativos, sendo ainda apresentados exemplos de outras situações onde se utilizam números negativos, nomeadamente nos pisos de um prédio, representando esses números numa reta numérica. Nesta fase trabalhou-se também a divisão da reta numérica em duas semirretas (semirreta dos números racionais positivos e semirreta dos números racionais negativos), surgindo o conceito de abcissa de um ponto. Para o desenvolvimento desta aula, foi imprescindível o recurso a imagens, vídeos e apresentações em PowerPoint.

A terceira aula incidiu sobre o conceito de valor absoluto e números simétricos. Para facilitar a compreensão destes conceitos optou-se por realizar uma breve dramatização com os alunos, na qual foi idealizada uma reta numérica e foram selecionados três alunos para representarem a abcissa 0, -2 e 2, o objetivo era compreender quando dois pontos se encontram à mesma distância da origem e que relação se estabelece entre esses pontos. À medida que a dramatização foi desenvolvida também se realizou um questionamento com os alunos para que autonomamente chegassem à regra/conceito pretendido. Nesta aula, o recurso a vídeos foi também imprescindível para a compreensão do conteúdo.

A quarta aula recaiu na comparação de números racionais e na abordagem aos conjuntos numéricos. Para introduzir estes conteúdos, partiu-se de uma tarefa, na qual era apresentada uma reta numérica para que os alunos aplicassem os conhecimentos adquiridos nas aulas anteriores e, a partir da observação da resolução efetuada e com recurso ao questionamento, os alunos explorassem e chegassem ao conceito pretendido, enunciando o conceito e as suas propriedades.

A quinta aula destinou-se à lecionação da adição de números racionais, tendo sido imprescindível o recurso ao modelo das barras chinesas. A aula iniciou-se com a explicação das regras de utilização deste material. A turma foi organizada em grupos e, cada grupo, teve acesso a 30 barras (15 vermelhas e 15 pretas). Foi disponibilizado tempo para que aprendessem a manipular as barras, com base num exemplo, e posteriormente foram apresentadas algumas operações para que resolvessem em grupo. Na figura 10 observa-se os alunos a utilizarem o modelo das barras chinesas para resolver as tarefas propostas. Primeiramente, resolveram operações que envolviam a adição de números racionais positivos, de seguida adicionaram números racionais negativos e, finalmente, números racionais com sinais contrários. Após realizarem as operações definidas para cada uma das etapas anteriores, e depois da explicação dos procedimentos adotados e da exploração com os alunos, foi enunciada a regra para cada uma das etapas.

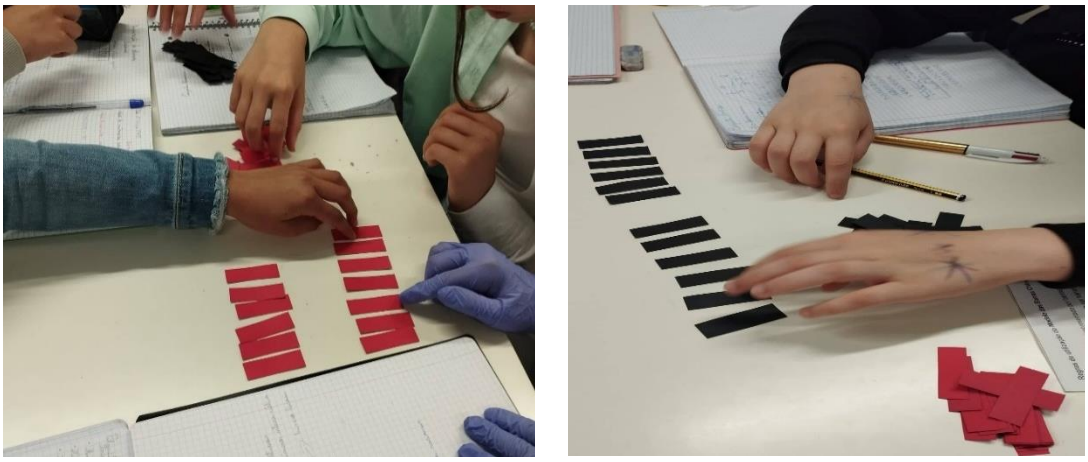

FIGURA 10 - MODELO DAS BARRAS CHINESAS

Na sexta aula foi consolidada a adição de números racionais com os alunos e introduzido um outro recurso, a régua dupla. A aula iniciou-se com a explicação da utilização da régua dupla e da sua composição em duas réguas, uma fixa e uma móvel. Posteriormente foi apresentada uma tarefa, realizada em grande grupo, e, finalmente, resolveram um conjunto de tarefas para aplicar e utilizar a régua dupla. A figura 11 apresenta a régua dupla utilizada.

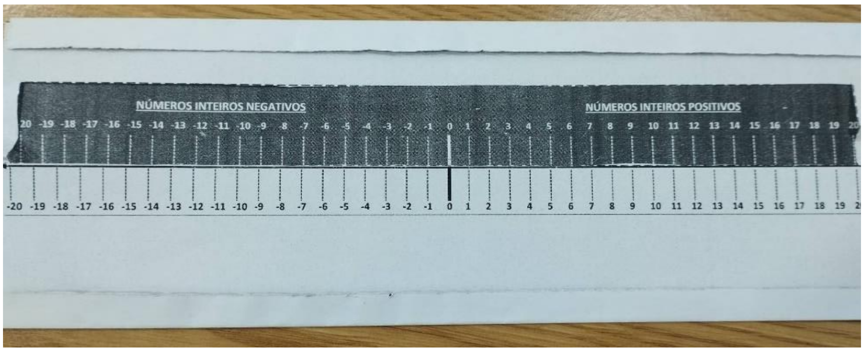

FIGURA 11 - RÉGUA DUPLA

A sétima aula destinou-se à abordagem da subtração de números racionais. A sequência da aula foi idêntica à da quinta aula e tal, como para a adição, recorreu-se ao modelo das barras chinesas. No entanto, o objetivo era que os alunos compreendessem que, em vez de retirar (subtrair) uma barra preta, podiam adicionar uma barra vermelha que anularia uma barra preta e o resultado seria o mesmo. A aula iniciou-se com a explicação das regras para a utilização deste modelo. A turma foi organizada nos mesmos grupos, sendo apresentado um exemplo para realizarem a operação a partir da manipulação das barras e, posteriormente, foram apresentadas operações para que resolvessem em grupo. Resolveram operações que envolviam a subtração de números racionais positivos, depois a subtração de números racionais negativos e, finalmente, a subtração de números racionais com sinais contrários. Finalmente, e após a explicação dos procedimentos adotados e da exploração realizada, chegou-se às generalizações e às regras pretendidas.

Na oitava aula consolidou-se a subtração de números racionais e, para isto, além da utilização do modelo das barras chinesas, foram introduzidos dois novos modelos, o da reta numérica e o da régua dupla. A reta numérica foi introduzida de forma muito breve, quer para adição quer para a subtração de números racionais, sendo abordada vagamente para que os alunos conhecessem uma outra representação facilitadora da resolução de operações com números racionais. A régua dupla, anteriormente introduzida, foi também empregue na subtração de números racionais, sendo explicitadas as regras a seguir para a operação a trabalhar e posteriormente apresentadas operações para resolver utilizando a régua.

A nona aula foi reservada para aplicação e consolidação dos conteúdos aprendidos ao longo das aulas anteriores e para esclarecimento de dúvidas apresentadas pelos alunos.

Uma parte da décima aula, foi destinada a revisões dos conteúdos, através de um jogo interativo designado de "Sim ou Não?", da Escola Virtual, e o restante tempo da aula reservou-se para a explicação da utilização da aplicação para a realização do trilho, o MathCityMap.

As últimas aulas apresentaram uma dinâmica diferente, tendo sido realizado o trilho matemático. A preparação e organização do trilho realizado será descrita pormenorizadamente no subcapítulo seguinte, com as respetivas fases e tarefas.

2. Preparação/Organização do trilho matemático

Na fundamentação teórica foi salientada a importância de articular momentos de aprendizagem dentro e fora da sala de aula, reforçando a ideia de que todas a experiências e vivências dos alunos, a partir da conexão entre estes contextos, contribuem para um conhecimento mais sólido. Neste sentido, o papel do professor deve ser perceber que estratégias e situações deve fomentar e que tarefas deve selecionar, tendo em conta os objetivos definidos, para que os alunos sejam capazes de tirar o máximo proveito destes contextos.

Tendo em conta que neste trabalho se procurou articular o trabalho realizado dentro da sala de aula com a realização de um trilho temático sobre números racionais, no presente subcapítulo será realizada uma descrição detalhada dos procedimentos visados no desenho do trilho e das tarefas associadas. Neste sentido, serão mencionados todos os aspetos fundamentais que contribuíram para a construção do trilho e será realizada uma análise tarefa a tarefa, apresentando o enunciado, os objetivos, uma proposta de resolução, as sugestões a disponibilizar aos alunos, as opções de resposta, bem como dificuldades esperadas por parte dos alunos.

2.1. Desenho do trilho

Tal como foi anteriormente mencionado na fundamentação teórica, um trilho matemático permite desenvolver uma experiência ativa de ensino e aprendizagem da matemática, e consiste num percurso previamente planeado, com uma sequência de tarefas previamente definidas, relacionadas com o contexto em que estão inseridas e que os alunos irão resolver (Vale et al., 2019, adaptado de Cross, 1997).

Desta forma, com recurso ao portal MathCityMap, construiu-se um trilho matemático na escola, tendo como domínio Números e Operações, centrado no tema Números Racionais. Durante a intervenção educativa na área da matemática, apesar de, na unidade didática serem abordados os números inteiros relativos, o trilho centrou-se nos números racionais não negativos, por tornar menos artificial a formulação de tarefas em contexto real. Assim, foram abordados vários conceitos que integram o Programa e as Aprendizagens Essenciais de Matemática no 2.º CEB (ME-DGE, 2018a; MEC, 2013), relacionando-os com o tema central e que permitiram desenvolver as tarefas a incluir no trilho.

Antes de partir para o desenho do trilho, começou-se por pensar na organização. Estipulou-se assim que a turma seria organizada em grupos, que foram definidos com auxílio do professor orientador cooperante. A turma foi organizada em cinco grupos de quatro elementos e em dois grupos de três elementos, sendo que, os grupos-caso seriam os grupos com três elementos. Posteriormente, pensou-se no contexto a aplicar o trilho. De acordo com Barbosa et al. (2022) o contexto em que uma tarefa pertencente a um trilho se insere não serve unicamente para motivar os alunos, mas também para lhes proporcionar situações reais de aprendizagem. Neste sentido, foram considerados alguns aspetos, nomeadamente: i) o interior e exterior do edifício escolar; ii) o acesso fácil aos locais; iii) a segurança dos alunos; iv) a procura por locais, situações e objetos ricos que permitissem desenvolver tarefas diversificadas, de acordo com o tema central; v) recorrer a espaços que os alunos utilizam diariamente para que compreendessem a utilidade da matemática. Após definir a localização do trilho, houve necessidade de ir para o terreno, analisar o espaço envolvente minuciosamente e identificar possíveis objetos com potencial para a formulação das tarefas. Assim, foram realizados registos fotográficos de vários objetos para posteriormente fazer uma seleção. Além de registos fotográficos foram também recolhidos dados, através de medições ou contagens.

Após a análise dos registos fotográficos e dos dados recolhidos, foram selecionados os objetos e locais que permitiriam desenvolver tarefas diversificadas, garantindo algum espaçamento entre paragens. As tarefas são um dos principais aspetos a ter em atenção durante a realização do trilho matemático. De acordo com Barbosa et al. (2022) as tarefas são a base para a elaboração de um trilho, sendo importante que sejam criadas boas tarefas, isto é, que envolvam o pensamento conceptual e a realização de conexões, e que se diversifiquem os níveis de exigência cognitiva das tarefas. Para a formulação e seleção das tarefas, organizou-se numa tabela um conjunto de aspetos (Anexo 7), para assegurar a sua diversidade, particularmente: i) os objetivos de cada tarefa; ii) o significado da fração; iii) as diferentes representações de número racional; iv) a grandeza envolvida; e, finalmente, v) o formato de resposta usado no portal MathCityMap. Assim, para cada tarefa, foi realizada uma análise de acordo com os aspetos anteriores, o que levou a um refinamento para chegar às oito tarefas selecionadas. Destaca-se também que muitas das tarefas envolvia outros conteúdos que não os números racionais, visível nos objetivos formulados. Foi de extrema importância a consulta dos trilhos temáticos sobre números racionais desenhados por Vale e Barbosa, disponíveis publicamente na aplicação, que inspiraram a formulação das tarefas.

Após construir as tarefas, foi necessário sequenciá-las de modo a elaborar um percurso com coerência. Foram planeadas oito tarefas, existindo assim um total de oito paragens ao longo do percurso. O número de tarefas a incluir e a sua sequência dependeu de vários aspetos, nomeadamente da distância entre cada uma e da duração do trilho. Após estarem planificadas as tarefas, foram sujeitas a avaliação por parte do professor orientador cooperante e da professora supervisora. Depois de refinadas, foram submetidas no portal do MathCityMap, disponível online, no qual é necessário efetuar um registo de acesso. É neste portal que se realizam todos os passos para criar e submeter as tarefas e o trilho, por isso, é importante dar especial atenção aos campos de preenchimento obrigatório. A figura 12 apresenta todos os dados a preencher no portal para a criação de cada tarefa.

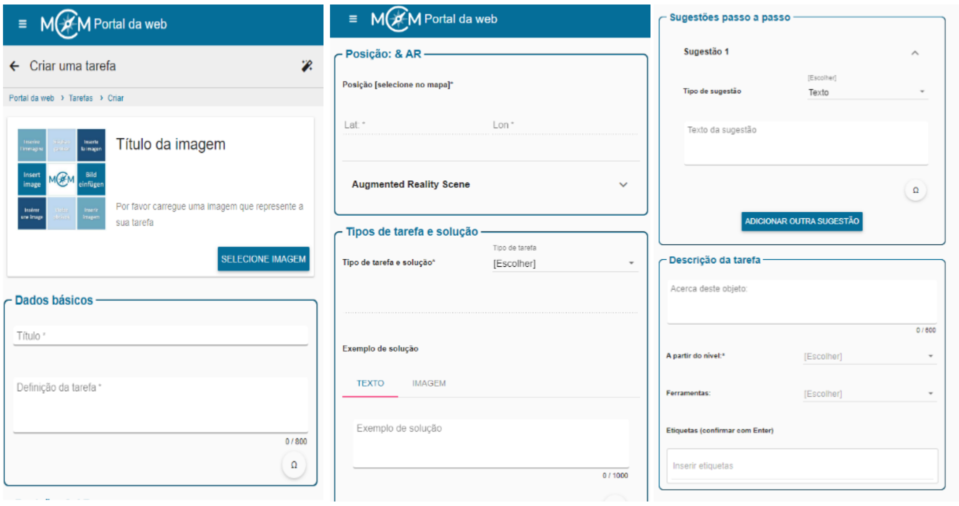

FIGURA 12 - CAMPOS A PREENCHER PARA CADA TAREFA NO PORTAL MCM

Após o preenchimento de todos os dados, as tarefas foram submetidas à análise de peritos e foram reformuladas e aceites por um revisor. O papel do revisor é, caso seja necessário, corrigir, apresentar aspetos a alterar para melhoria da tarefa ou unicamente transmitir que a tarefa foi aprovada, podendo tornar-se pública. Depois de submissão de todas as tarefas e da sua validação, construiu-se um percurso, com a sequência de tarefas que deu lugar ao trilho matemático (Figura 13).

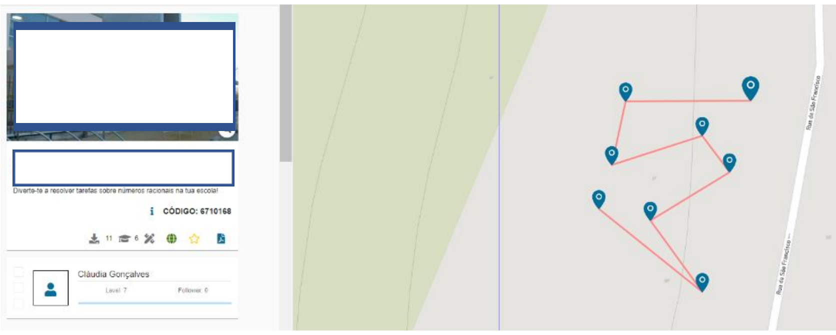

FIGURA 13 - TRILHO MATEMÁTICO

Após a aprovação do trilho, este tornou-se disponível a todos os utilizadores da aplicação MathCityMap. Durante a implementação, os alunos poderiam aceder ao trilho através da aplicação MCM, com recurso ao telemóvel ou a um tablet. Foram também disponibilizadas as ferramentas necessárias para a resolução das tarefas, como a calculadora, o curvímetro e o metro articulado, bem como um guião de registo (Figura 14), dividido por tarefas, apresentando, para cada uma, espaço para os alunos registarem a sua proposta de resolução e explicarem a forma como pensaram. O guião de registo deveria ter a identificação dos grupos, apresentando o nome da equipa/grupo e os respetivos membros. Pretendia-se que primeiramente os alunos realizassem os registos/resolução da tarefa no guião e só depois inserissem a resposta na aplicação para obter um feedback (Anexo 6).

FIGURA 14 - GUIÃO DE REGISTO DAS RESOLUÇÕES

A organização dos alunos em grupos foi realizada criteriosamente, procurando equilibrar os elementos de forma que todos os grupos apresentassem diferentes níveis de aprendizagem. Para a realização do trilho, foram distribuídos papéis dentro de cada grupo, pensados e definidos pela professora estagiária, com o objetivo de integrar todos os alunos, responsabilizando-os por uma tarefa específica. Assim, um elemento ficou responsável pela realização dos registos no guião de resposta que lhes foi apresentado, neste caso deu-se preferência a alunos organizados e que apresentassem uma caligrafia percetível, outro elemento ficou responsável pela utilização do tablet, procurando que fosse uma pessoa responsável, apresentando as questões aos colegas do grupo e inserindo as respostas, e finalmente os restantes dois elementos, nos casos dos grupos constituídos por quatro elementos, eram responsáveis pelas ferramentas e recursos necessários para a recolha de dados. Estes alunos tinham a responsabilidade de realizar as medições com o curvímetro e/ou metro articulado, efetuar contagens e utilizar a calculadora, sempre que necessário. Na formação dos grupos foi tido em consideração o parecer da docente titular da turma.

Depois de descarregar o trilho para o dispositivo móvel, os alunos tinham acesso a uma mensagem com o título do trilho, a duração prevista, o nível de escolaridade, a quem se destinava, a distância a percorrer e o número total de tarefas. Posteriormente, podiam visualizar o mapa com a distribuição das tarefas a realizar, devidamente assinaladas com pins azuis (Figura 15).

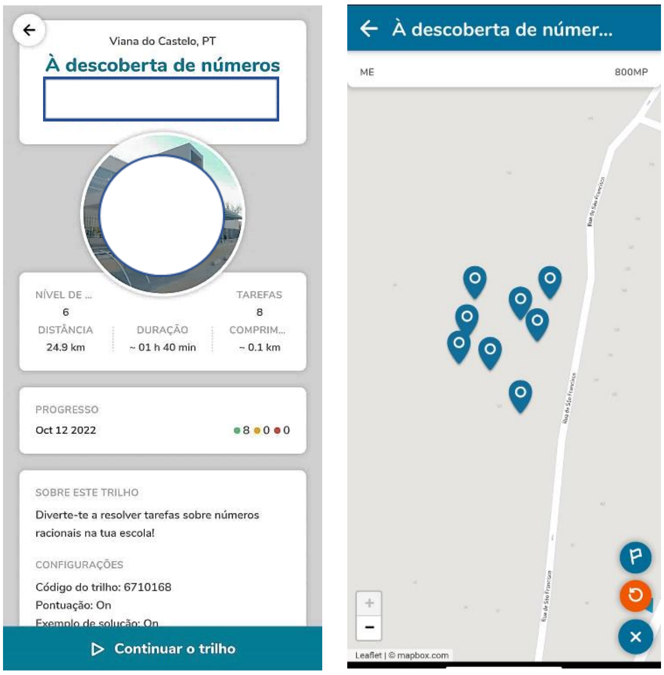

FIGURA 15 - MENSAGEM E MAPA APRESENTADOS NO TRILHO MATEMÁTICO NO MCM

Durante a implementação do trilho, para auxiliar e apoiar os alunos, e de forma a garantir a segurança de todos os participantes, os grupos foram acompanhados pela professora estagiária, pelo par de estágio e pelo professor orientador cooperante.

2.2. As tarefas

Neste subtópico são apresentadas as tarefas do trilho. Para cada uma é realizada uma descrição detalhada, com o enunciado, os objetivos subjacentes, as principais dificuldades que os alunos poderiam sentir e uma proposta de resolução. As tarefas focam-se no tema dos números racionais, e na sua elaboração, procurou-se que abordassem diversos conteúdos, tendo em conta os conhecimentos prévios dos alunos.

Tal como foi referido na fundamentação teórica, a tarefa despoleta a atividade e, por isso, tem um papel nuclear no processo de ensino e aprendizagem da matemática, o que justifica uma análise pormenorizada das tarefas do trilho antes da sua implementação.

Tarefa 1 – “O tapete”

Na primeira tarefa a ser realizada, “O tapete”, pretendia-se que os alunos descobrissem, em metros e sob a forma de dízima, a parte da rampa que ficou a descoberto, tal como se pode ler no enunciado da tarefa na figura 16.

FIGURA 16 - ENUNCIADO DA TAREFA 1

Tendo em conta o Programa de Matemática do Ensino Básico (MEC, 2013) e as Aprendizagens Essenciais (ME-DGE, 2018a), e com base nos conteúdos “Adição, subtração, multiplicação e divisão de números racionais não negativos representados na forma de fração”, pretendia-se que os alunos adicionassem as frações (com denominadores diferentes), obtendo a fração que representa a parte da rampa que ficou coberta com o tapete. Com auxílio do curvímetro, tinham de medir o comprimento total da rampa e arredondar este valor às unidades. De seguida, deviam multiplicar o comprimento total da rampa pela parte coberta pelo tapete para determinar, em metros, a parte da rampa que ficou coberta. Posteriormente, ao total do comprimento da rampa deveriam subtrair a parte coberta, obtendo, em metros, o comprimento a descoberto. Seria expectável que os alunos resolvessem a tarefa de acordo com o raciocínio que se explicita na figura 17.

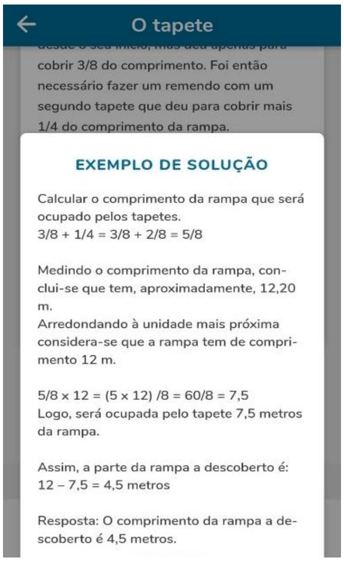

FIGURA 17 – PROPOSTA DE RESOLUÇÃO DA TAREFA 1

O objetivo desta tarefa é efetuar operações com números racionais e abordar conteúdos como a redução de duas frações ao mesmo denominador, realizar aproximações e arredondamentos de números racionais. O tipo de solução a introduzir na aplicação é um valor dentro de um intervalo. É uma tarefa que corresponde a um nível de exigência cognitiva elevado, uma vez que envolve procedimentos com conexões (Stein & Smith, 2009), nomeadamente com a representação de números racionais sob a forma de fração e dízima e com o significado da fração como medida e operador.

Na resolução da tarefa, era esperado que os alunos sentissem dificuldades na adição de números racionais, sendo que, para as ultrapassar, podiam recorrer às sugestões apresentadas na figura 18, para auxiliar na compreensão da tarefa ou no desbloqueio de raciocínio.

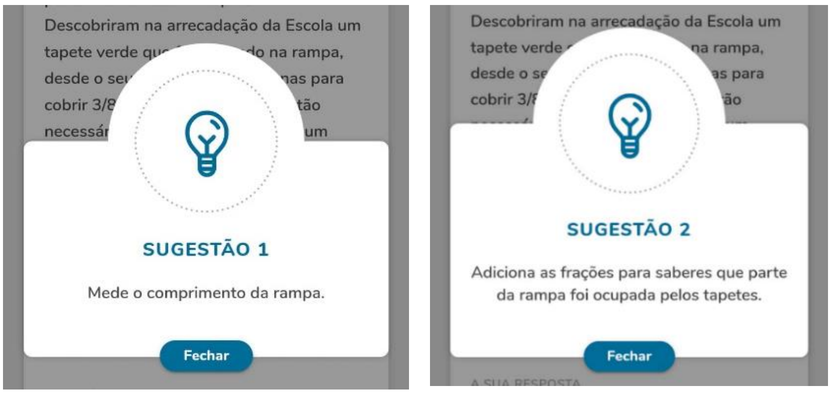

FIGURA 18 - SUGESTÕES PARA A TAREFA 1

Tarefa 2 – “A passadeira”

A segunda tarefa, “A passadeira”, realizou-se no exterior do recinto escolar e pretendia-se que os alunos observassem a passadeira para peões que se encontra à saída da escola. É indicado que a passadeira é constituída por ladrilhos inteiros e não inteiros e, tendo em conta apenas os ladrilhos inteiros, os alunos teriam de indicar a parte dos ladrilhos inteiros que estava pintada de branco, tal como se pode ler no enunciado da tarefa na figura 19.

FIGURA 19 - ENUNCIADO DA TAREFA 2

Tendo em conta o Programa de Matemática do Ensino Básico (MEC, 2013) e as Aprendizagens Essenciais (ME-DGE, 2018a), e com base nos conteúdos “Fração como parte-todo”, “Frações equivalentes” e “Simplificar frações”, pretendia-se que os alunos começassem por descobrir o número total de ladrilhos inteiros e, de seguida, descobrissem o número total de ladrilhos inteiros brancos. Posteriormente, deviam representar a parte dos ladrilhos inteiros brancos sob a forma de fração. Podiam ainda simplificar a fração tornando-a numa fração irredutível. Assim, das opções apresentadas para a resposta, podiam ser selecionadas duas, $\frac{224}{462}$ e $\frac{112}{231}$. Seria expectável que os alunos resolvessem a tarefa de acordo com o raciocínio que se explicita na figura 20.

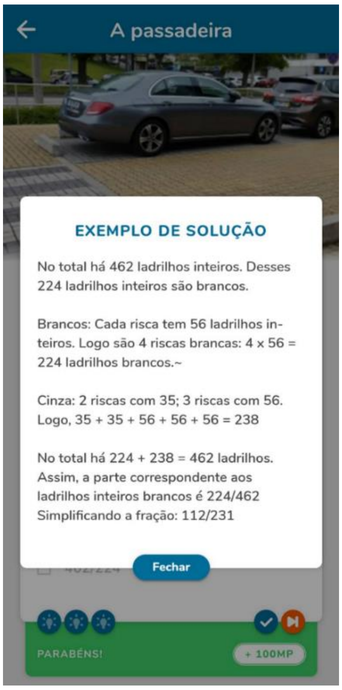

FIGURA 20 - PROPOSTA DE RESOLUÇÃO DA TAREFA 2

Esta tarefa tem como objetivo, relacionar o número de partes pedidas com o número total de partes e abordar conteúdos como a simplificação de frações e frações irredutíveis. O tipo de solução a introduzir na aplicação é a escolha múltipla. É uma tarefa que corresponde a um nível de exigência cognitiva baixo, uma vez que, envolve procedimentos sem conexões (Stein & Smith, 2009), nomeadamente a representação de números racionais sob a forma de fração e o significado da fração como parte-todo.

Embora esta tarefa apresentasse um grau de dificuldade baixo, era esperado que os alunos sentissem dificuldades na sua resolução, nomeadamente na contagem dos ladrilhos. Para colmatar estas dificuldades, podiam recorrer às sugestões apresentadas na figura 21.

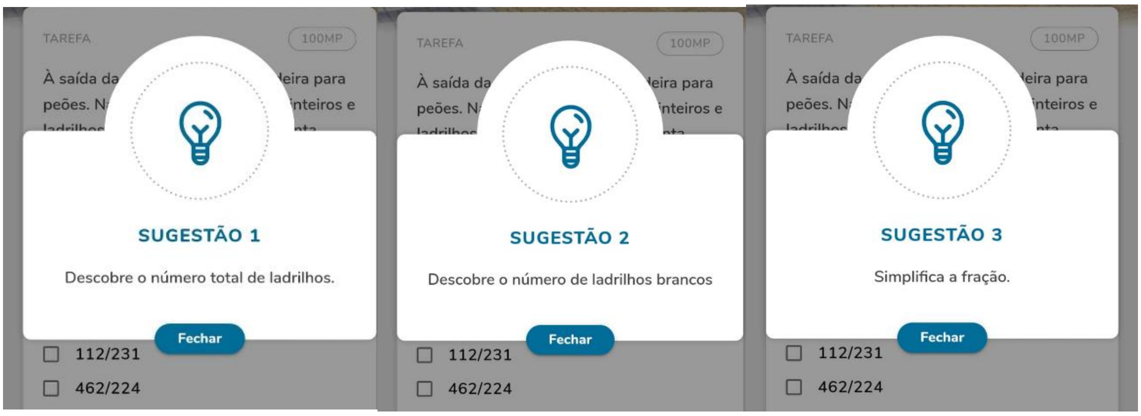

FIGURA 21 - SUGESTÕES DA TAREFA 2

Tarefa 3 – "As letras"

A terceira tarefa, "As letras", realizou-se à entrada do recinto escolar e pretendia-se que os alunos observassem o conjunto de palavras que se encontrava na parede e, a partir daí, deveriam indicar a razão entre o número de letras com simetria de reflexão e o número de letras que não apresentavam simetria de reflexão, tal como se pode ler no enunciado da tarefa (Figura 22).

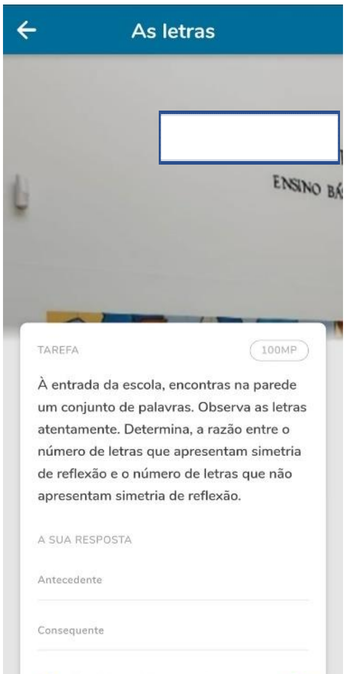

FIGURA 22 - ENUNCIADO DA TAREFA 3

Tendo em conta o Programa de Matemática do Ensino Básico (MEC, 2013) e as Aprendizagens Essenciais (ME-DGE, 2018a), e com base nos conteúdos "Fração como razão" e "Simetria de reflexão" pretendia-se que os alunos começassem por contar o número total de letras da frase. De seguida, das letras apresentadas, deveriam verificar quantas apresentavam simetria de reflexão e quantas não apresentavam simetria de reflexão. Finalmente, teriam de escrever a razão que compara o número de letras com simetria de reflexão e o número de letras sem simetria de reflexão. Apresenta-se uma proposta de resolução na figura 23.

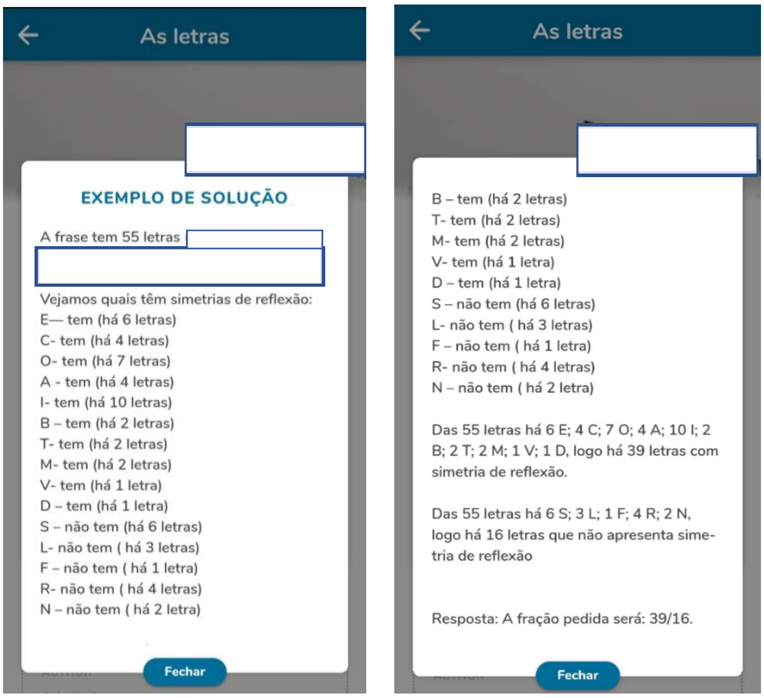

FIGURA 23 - PROPOSTA DE RESOLUÇÃO DA TAREFA 3

O objetivo desta tarefa é os alunos relacionarem o número de letras com simetria de reflexão com o número total de letras, partindo dos conceitos adquiridos, nomeadamente a simetria de reflexão. O tipo de solução a introduzir na aplicação é o vetor, sendo apresentado um espaço para os alunos indicarem o antecedente e o consequente da razão. É uma tarefa que corresponde a um nível de exigência cognitiva alto, uma vez que envolve procedimentos com conexões (Stein & Smith, 2009), nomeadamente a representação de números racionais sob a forma de fração, o significado da fração como razão e o conceito de simetria de reflexão.

Tendo em conta que a tarefa abordava diferentes conteúdos, seria expectável que os alunos pudessem apresentar algumas dificuldades, nomeadamente, reconhecer quais as letras que apresentavam simetria de reflexão e compreender o enunciado do problema. Neste sentido, foram apresentadas algumas sugestões para auxiliá-los no processo de resolução da tarefa (Figura 24).

FIGURA 24 - SUGESTÕES DA TAREFA 3

Tarefa 4 – "O armário"

Para realizar a quarta tarefa, "O armário", os alunos deslocaram-se para junto do armário que existia na sala 005. Pretendia-se que calculassem o volume do armário ocupado com livros em dm^3, sabendo que $\frac{3}{4}$ do seu volume ia ser ocupado com livros (Figura 25).

FIGURA 25 - ENUNCIADO DA TAREFA 4

De acordo o Programa de Matemática do Ensino Básico (MEC, 2013) e as Aprendizagens Essenciais (ME-DGE, 2018a), e com base nos conteúdos "Frações", "Fração como operador", "Medição" e "Volume", pretendia-se que os alunos capítulo começassem por medir as dimensões do armário: a altura, o comprimento e a largura. A partir das dimensões deveriam calcular o seu volume, tendo em conta que o armário tem a forma de um paralelepípedo, aplicando a respetiva fórmula, isto é, V = c x l x a. Era importante que os alunos lessem com atenção todo o enunciado e não se esquecessem de considerar o volume do armário em dm^3 e arredondassem à unidade mais próxima, tal como era solicitado no enunciado. Finalmente, para conhecer o volume ocupado com livros, deveriam efetuar a operação e calcular $\frac{3}{4}$ do volume do armário já determinado. Seria expectável que os alunos resolvessem a tarefa de acordo com o raciocínio que se explicita na figura 26.

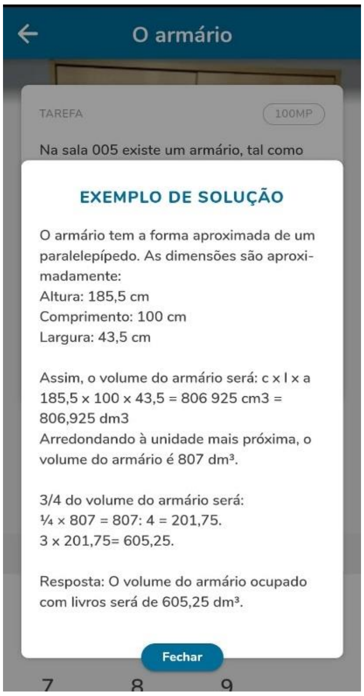

FIGURA 26 - PROPOSTA DE RESOLUÇÃO DA TAREFA 4

Esta tarefa tem como objetivo, efetuar operações com números racionais e abordar conteúdos como volume do paralelepípedo retângulo com dimensões de medida racional. Tendo em conta que a presente tarefa envolvia medições, o tipo de solução a considerar foi o intervalo, podendo ser introduzidos como solução valores entre 604,5 dm^3 e 606,0 dm^3. É uma tarefa que corresponde a um nível de exigência cognitiva elevado, uma vez que, envolve procedimentos com conexões (Stein & Smith, 2009), nomeadamente a representação de números racionais sob a forma de fração e dízima e o significado da fração como operador e medida, bem como o cálculo de volumes. Esta tarefa apresentava um grau de dificuldade superior às anteriores, e era expetável que os alunos sentissem dificuldades ao nível da interpretação do enunciado e por envolver conexões entre conteúdos diferentes, exigindo muita atenção durante a sua resolução. Para auxiliar os alunos foram apresentadas algumas sugestões (Figura 27).

FIGURA 27 - SUGESTÕES DA TAREFA 4

Tarefa 5 – "Os cacifos"

Para realizar a quinta tarefa, "Os cacifos", os alunos deslocaram-se para os cacifos que se encontravam junto à sala 005 e observaram a sua numeração. Pretendia-se que indicassem a parte dos cacifos que possuía números divisíveis por 4 e apresentassem o resultado sob a forma de percentagem, arredondado às unidades (Figura 28).

FIGURA 28 - ENUNCIADO DA TAREFA 5

De acordo o Programa de Matemática do Ensino Básico (MEC, 2013) e as Aprendizagens Essenciais (ME-DGE, 2018a), e com base nos conteúdos “Fração”, “Fração como parte-todo”, “Fração como razão”, “Percentagem” e “Critérios de divisibilidade”, pretendia-se que os alunos relacionassem o número de partes pedidas com o número total de partes. Assim, deviam contar o número total de cacifos (9) e indicar quantos possuíam números divisíveis por 4 (2). Posteriormente teriam de colocar o número de cacifos cuja numeração possuísse números divisíveis por 4 (2) sobre o número total de cacifos (9), obtendo a fração $\frac{2}{9}$, e apresentar o resultado arredondado às unidades (22%). Na figura 29 apresenta-se uma proposta de resolução.

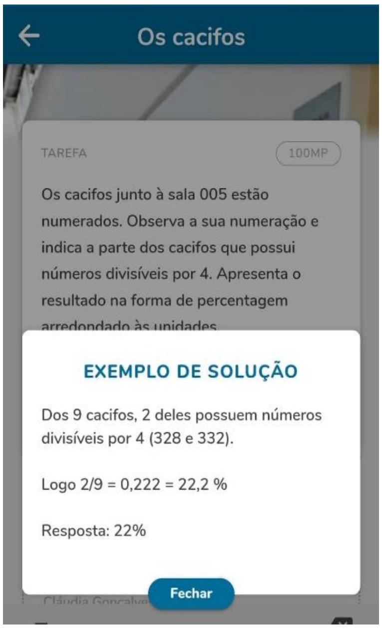

FIGURA 29 - PROPOSTA DE RESOLUÇÃO DA TAREFA 5

O objetivo desta tarefa é reconhecer diferentes formas de representar um número racional (fração, decimal, percentagem), relacionar o número de partes pedidas e o número total de partes (parte-todo; razão) e consolidar os critérios de divisibilidade por 4. Nesta tarefa, o tipo de solução a introduzir foi o valor exato. É uma tarefa que corresponde um nível de exigência cognitiva baixo (Stein & Smith, 2009). Apesar de envolver conexões entre conteúdos o grau de desafio era baixo porque podiam usar a calculadora. Envolvia a representação de números racionais sob a forma de fração e percentagem, e o significado da fração como parte-todo e razão. No que diz respeito às expectativas era esperado que a principal dificuldade se centrasse nos critérios de divisibilidade por 4, e que os alunos não se recordassem como podiam verificar se determinado número é ou não divisível por outro. Contudo, no que diz respeito à relação parte-todo, era esperado que não surgissem dificuldades, uma vez que, os alunos já tinham contactado bastante com este tipo de tarefas, sendo comum segundo muitos autores ser o primeiro significado abordado no ensino dos números racionais (Behr et al., 1983). Para auxiliar os alunos foram apresentadas algumas sugestões (Figura 30).

FIGURA 30 - SUGESTÕES DA TAREFA 5

Tarefa 6 – "O mosaico"

Na sexta tarefa, "O mosaico", os alunos deviam deslocar-se para a entrada da escola e observar o mosaico que lá se encontra. Pretendia-se reproduzir o mosaico numa folha de papel A4, obtendo um modelo menor construído à escala 1:30. O objetivo da tarefa era que os alunos descobrissem que dimensões em centímetros teria o modelo construído à escala 1:30 a desenhar na folha (Figura 31).

FIGURA 31 - ENUNCIADO DA TAREFA 6

De acordo o Programa de Matemática do Ensino Básico (MEC, 2013) e as Aprendizagens Essenciais (ME-DGE, 2018a), e com base nos conteúdos "Escalas", "Proporção", "Medida" e "Razão", pretendia-se que os alunos começassem por observar o formato do mosaico e reconhecessem que este tem a forma de um retângulo. Posteriormente, com recurso ao metro articulado deviam descobrir as dimensões do retângulo, medindo o comprimento e a largura do mosaico ou então identificassem que o mosaico era constituído por quadrados com 15 centímetros de lado, sendo que na largura existiam 8 quadrados, logo terá 120 centímetros de largura e no comprimento existiam 29 quadrados, logo terá 435 centímetros de comprimento. Finalmente, a partir da razão entre as dimensões na folha e na realidade, pretendia-se que os alunos estabelecessem uma proporção com base na escala 1:30. Seria expectável que os alunos resolvessem a tarefa de acordo com o raciocínio que se explicita na figura 32.

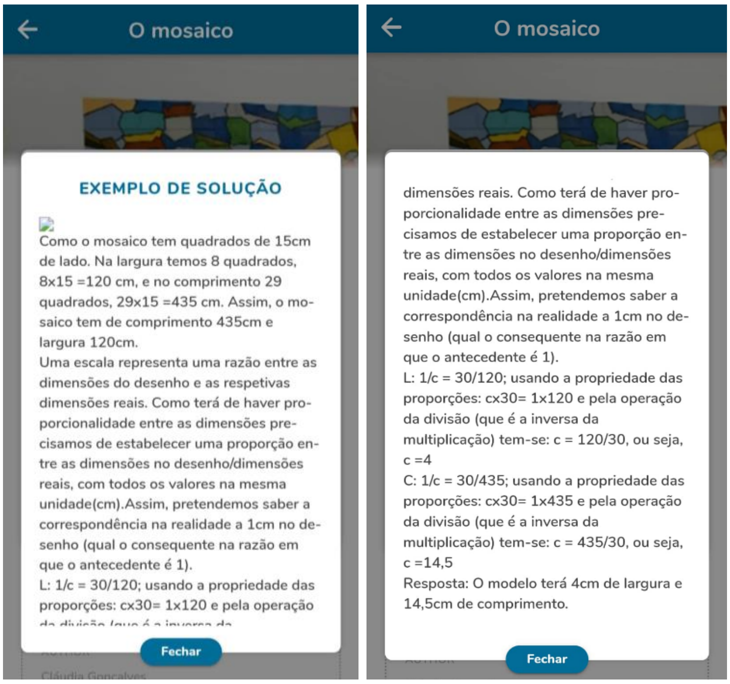

FIGURA 32 - PROPOSTA DE RESOLUÇÃO DA TAREFA 6

Esta tarefa tem como objetivo, efetuar operações com números racionais, relacionar dimensões reais com dimensões no papel e estabelecer proporções com base em escalas. Nesta tarefa o tipo de solução a considerar foi o vetor intervalo, uma vez que se está a trabalhar com medições e podiam ser introduzidos valores aproximados. No caso da largura podiam ser indicados valores entre 3,8 cm e 4,3 cm e para o comprimento podiam ser indicados valores entre 14,1 cm e 14,9 cm. É uma tarefa que corresponde a um nível de exigência cognitiva elevado, uma vez que, envolve procedimentos com conexões (Stein & Smith, 2009), nomeadamente a representação de números racionais sob a forma de fração e dízima, e o significado da fração como medida e razão. Era expectável que os alunos apresentassem algumas dificuldades, nomeadamente em estabelecer a proporção com base na escala dada, uma vez que, apesar de ter sido um conteúdo abordado no presente ano de escolaridade, ainda não estava devidamente consolidado por todos. Assim, a principal dificuldade ia centrar-se na interpretação do que a escala 1:30 significava que 1 centímetro no papel corresponde a 30 centímetros na realidade. Para auxiliar os alunos foram apresentadas algumas sugestões (Figura 33).

FIGURA 33 - SUGESTÕES DA TAREFA 6

Tarefa 7 – "As escadas"

Na sétima tarefa, "A escadas", os alunos deveriam deslocar-se para as escadas que se encontram junto ao elevador da escola e considerar apenas o primeiro lance de escadas. Pretendia-se que os alunos utilizassem apenas os primeiros $\frac{8}{18}$ avos dos degraus para fazer um jogo, que consistia em subir esses degraus com saltos de 1 ou de 2. O objetivo da tarefa era descobrir de quantas maneiras diferentes se poderia fazer esse jogo (Figura 34).

FIGURA 34 - ENUNCIADO DA TAREFA 7

De acordo o Programa de Matemática do Ensino Básico (MEC, 2013) e as Aprendizagens Essenciais (ME-DGE, 2018a), e com base nos conteúdos "Frações" e "Operador", pretendia-se que os alunos começassem por concluir que só poderiam utilizar o primeiro lance de escadas e que esse lance de escadas era constituído por 9 degraus. Tendo em conta que só poderiam pisar $\frac{8}{18}$ avos dos degraus, deveriam descobrir quantos degraus podiam pisar, calculando $\frac{8}{18}$ x 9 = 4. Uma vez descoberto que só poderiam pisar 4 degraus do lance de escadas, deviam combinar saltos de 1, e saltos de 2 ou saltos de 1 e 2 degraus, para chegarem ao número total de maneiras possíveis. Apresenta-se uma proposta de resolução na figura 35.

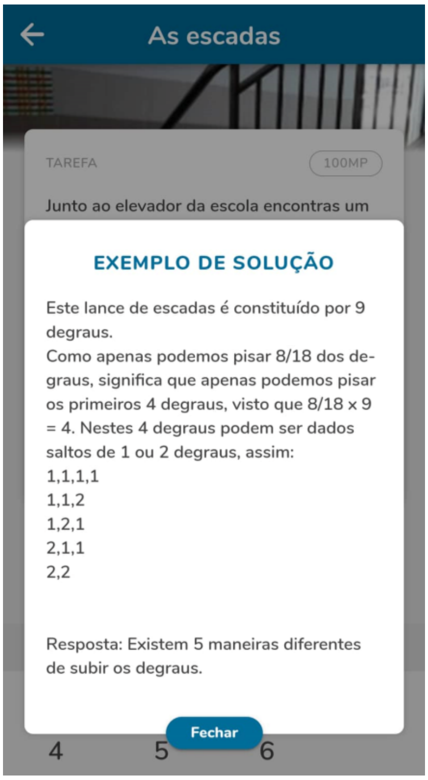

FIGURA 35 - PROPOSTA DE RESOLUÇÃO DA TAREFA 7

O objetivo desta tarefa é efetuar operações com números racionais e é uma tarefa que integra um nível de exigência cognitiva elevado, uma vez que, envolve fazer matemática e conexões matemáticas (Stein & Smith, 2009), uma vez que é explorada a relação entre as várias maneiras de utilizar os números racionais para resolver a tarefa, nomeadamente a representação de números racionais sob a forma de fração, e o significado da fração como parte-todo e operador, e estratégias não rotineiras de resolução de problemas. Nesta tarefa, o tipo de solução a considerar foi o valor exato. Esperava-se que a principal dificuldade nesta tarefa se centrasse na interpretação do enunciado, uma vez que os alunos tinham várias condições e vários passos, nomeadamente o número total de degraus e o número de degraus que podiam pisar. Além disso, exigia que interpretassem o significado de $\frac{8}{18}$ avos como 8 partes equivalentes a $\frac{1}{18}$ avos. Para auxiliar os alunos foram apresentadas algumas sugestões (Figura 36).

FIGURA 36 - SUGESTÕES DA TAREFA 7

Tarefa 8 – "O suporte das bicicletas"

A oitava tarefa, "O suporte das bicicletas", realizou-se no exterior do recinto escolar, em frente à escola, e pretendia-se que os alunos, a partir do suporte para bicicletas que lá se encontrava, e sabendo que cada bicicleta tinha de ficar estacionada entre duas barras, verificassem quantos suportes iguais ao que observavam era necessário para que se conseguissem estacionar 2 e $\frac{3}{7}$ do total de bicicletas. Além do número de suportes necessário deveriam ainda indicar quantas bicicletas se podiam estacionar depois de acrescentar os suportes em falta e quantos lugares ficariam ocupados (Figura 37).

FIGURA 37 - ENUNCIADO DA TAREFA 8

De acordo com o Programa de Matemática do Ensino Básico (MEC, 2013) e as Aprendizagens Essenciais (ME-DGE, 2018a), e com base nos conteúdos "Frações", "Operador" e "Numeral Misto", pretendia-se que os alunos começassem por verificar quantas bicicletas podiam estacionar no suporte (7 bicicletas). Como se queria estacionar 2 e $\frac{3}{7}$ de bicicletas, era necessário transformar o numeral misto, $2 + \frac{3}{7}$, significa que são precisos 2 suportes de bicicletas mais um suporte com 3 bicicletas. Assim sendo, no total seriam precisos 3 suportes para estacionar um total de 7 + 7 + 7 = 21 bicicletas, contudo irão apenas ocupar-se 17 lugares (7 + 7 + 3 = 17). Seria expectável que os alunos resolvessem a tarefa com base no raciocínio explícito na figura 38.

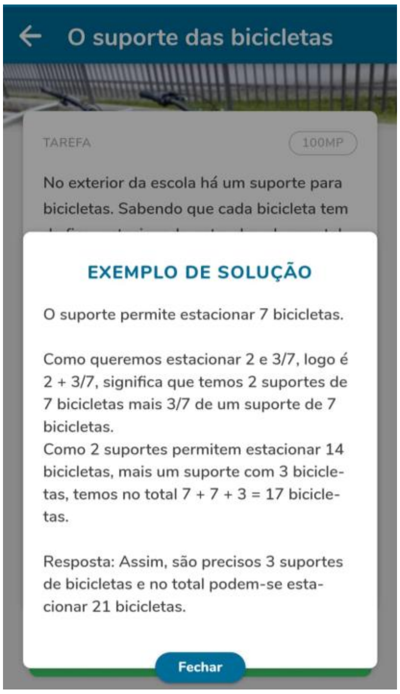

FIGURA 38 - PROPOSTA DE RESOLUÇÃO DA TAREFA 8

Esta tarefa tem como objetivo transformar numerais mistos em fração e efetuar operações com números representados sob a forma de numeral misto. Nesta tarefa o tipo de solução a considerar foi o preenchimento de espaços em branco, uma vez que a tarefa permitia saber o número de suportes, o número total de lugares e o número de lugares ocupados. É uma tarefa que integra um nível de exigência cognitiva elevado, uma vez que envolve conexões matemáticas e fazer matemática (Stein & Smith, 2009), nomeadamente a representação de números racionais sob a forma de fração e numeral misto e o significado da fração como operador. Relativamente às expectativas, era esperado que os alunos utilizassem como estratégia o recurso a representações visuais, isto é, a desenhos para resolver a tarefa. Era expectável que surgissem algumas dificuldades na interpretação e transformação do numeral misto apresentado. Contudo, para facilitar e auxiliar os alunos, foram apresentadas algumas sugestões, tal como se poder verificar na figura 39.

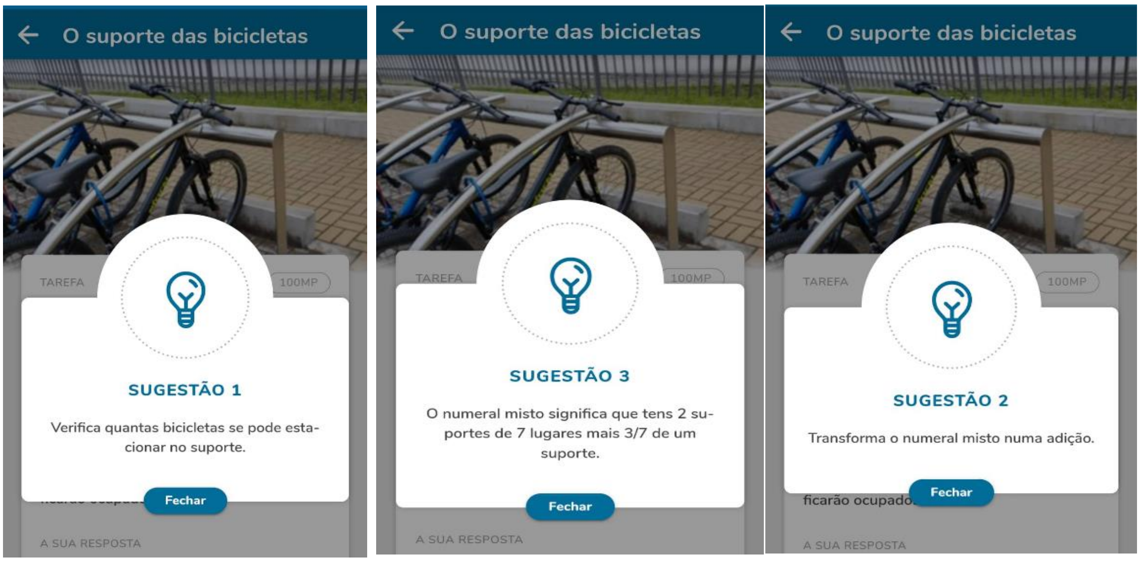

FIGURA 39 - SUGESTÕES DA TAREFA 8

Capítulo V – Apresentação e Discussão dos Resultados

O presente capítulo encontra-se organizado em três subcapítulos. No primeiro, apresenta-se uma caracterização da turma, focando a sua relação com a matemática e, de forma global, o desempenho e atitudes durante a realização do trilho. O segundo e terceiro subcapítulos dizem respeito aos grupos-caso. Começa-se por realizar uma caracterização dos grupos-caso e, de seguida, analisa-se detalhadamente o desempenho e atitudes de cada um durante a realização do trilho.

1. A turma

1.1. A turma e a matemática

Como já foi referido, a turma que participou neste estudo era constituída por 26 alunos do 6º ano de escolaridade, 14 do sexo masculino e 12 do sexo feminino, com idades compreendidas entre os 11 e os 12 anos. É importante referir que, de modo a garantir o anonimato e a confidencialidade dos participantes do estudo, ao longo do relatório utilizou-se o critério de codificação dos alunos com recurso às iniciais dos seus nomes. Também se recorreu à codificação PE para fazer referência à professora estagiária e a T (…) para referir e identificar o número da tarefa. Tratava-se de uma turma bastante heterogénea a nível das aprendizagens, mas que globalmente apresentava resultados razoáveis, os alunos eram interessados, participativos e apresentavam disposição para aprender. Evidenciavam um comportamento satisfatório nas aulas, embora fossem um pouco agitados e gostassem de conversar. De uma forma geral, relativamente ao aproveitamento na disciplina de matemática, a turma apresentava uma taxa de sucesso de 88,46%, mas era possível identificar níveis de aprendizagem distintos entre os elementos da turma, sendo que muitos deles exibiam dificuldades, nomeadamente na compreensão e aplicação dos conteúdos.

Com base no questionário inicial (Anexo 1), a disciplina de matemática foi eleita por 15% da turma (quatro alunos), como a sua disciplina favorita, ficando assim em terceiro lugar na preferência global. Apesar de não ser eleita a disciplina preferida por todos, a maioria afirmou gostar da disciplina de matemática por: ser divertida; competitiva; envolver a resolução de problemas; exigir concentração; "ser um género de jogo do dia a dia e se entendermos é fácil"; e, finalmente, referem a importância dos professores, afirmando "porque não é maçador, tenho bons professores e sinto-me confortável para aprender". De acordo com o questionário implementado antes da realização do trilho (Anexo 1), à questão "*Gostas de matemática?*", a maioria da turma assinalou a opção "sim" (Gráfico 3).

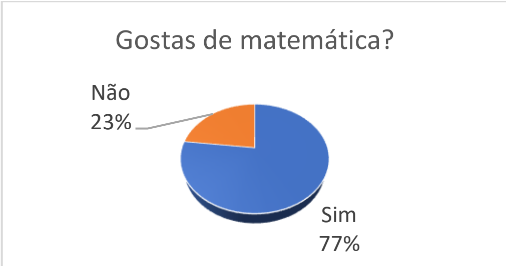

GRÁFICO 3 – RESPOSTA À QUESTÃO "GOSTAS DE MATEMÁTICA?"

Ainda com base no mesmo questionário, à questão "*Consideras que és bom aluno a matemática?*", dezanove alunos responderam que "sim" e sete responderam que "não". Assim, a maioria considerou ser bom aluno a matemática por obter bons resultados, pelo seu esforço e dedicação na disciplina e pela atenção e participação nas aulas. Contudo, sete alunos consideraram não ser bons nesta disciplina devido aos seus resultados. É importante referir que, alguns dos alunos que assumiram gostar da disciplina de matemática não se consideravam bons à disciplina, enquanto outros referiram não gostar de matemática, mas consideravam-se bons alunos e apontaram o "esforço" e "dedicação" como sendo dois fatores fundamentais para a obtenção de bons resultados (Gráfico 4).

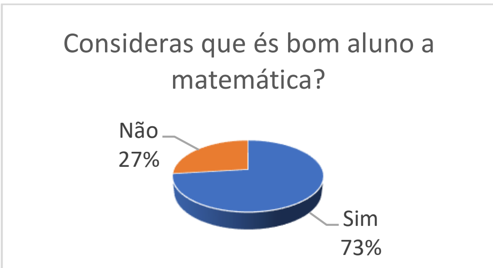

GRÁFICO 4 - RESPOSTA À QUESTÃO "CONSIDERAS QUE ÉS BOM ALUNO A MATEMÁTICA?"

De uma forma geral a turma reconhecia que a matemática é útil no dia a dia e foram capazes de identificar situações e contextos onde é possível aplicá-la. Contudo, a maioria indicou que nunca teve uma aula de matemática fora da sala de aula, reconhecendo que seria uma experiência que gostavam de vivenciar.

No que diz respeito à utilização da tecnologia nas aulas de matemática, a turma referiu que utilizava recursos tecnológicos e afirmaram gostar de aprender com esses recursos, uma vez que, o ensino era mais “divertido”, “fácil”, “prático”, “eficaz” e “facilita na compreensão da matéria”.

De uma forma geral, a maioria da turma considerou a disciplina de matemática útil no dia a dia e ser possível aprender fora da sala de aula, apresentando exemplos como: “dar o troco”; “diferenças de temperatura”; “dívidas e saldo da conta bancária”; e “ir ao supermercado comprar leite, consoante o tamanho do pacote de leite e os descontos, perceber qual compensa comprar de forma a pagar o menor possível”. Apenas uma aluna considerou que a matemática não é útil no dia a dia, contudo não apresentou uma justificação que fundamentasse o seu ponto de vista. A maioria dos alunos afirmou nunca ter tido uma aula de matemática fora da sala de aula e revelaram que gostariam de ter essa experiência por considerarem que iria ser: divertido; “porque é algo novo e é mais interessante ter aulas ao ar livre”; “é bom para melhorar o meu conhecimento”; “porque é uma maneira mais divertida e prática para aprender”; e “porque íamos poder encontrar matemática em sítios onde nem imaginávamos”. Todos os alunos responderam afirmativamente às questões “Já usaste tecnologia nas aulas de matemática?” e “Gostas de aprender com recurso a tecnologia?”, apresentando exemplos como quizzs, kahoots, calculadora, jogos, e ambiente de geometria dinâmica, “Geogebra, para fazer retas, semirretas, segmentos de reta, etc.”. Alguns dos alunos referiram que os principais motivos para gostar de aprender com recurso a tecnologia são: “porque fazemos jogos competitivos e é mais divertido” e “porque nos motiva a aprender de uma forma mais divertida”. Em suma, pode-se concluir que a maioria dos alunos da turma apresentava uma boa relação com a matemática, contudo alguns sentiam dificuldades e pouca motivação para aprender.

1.2. Desempenho da turma no trilho matemático

O trilho matemático desenvolveu-se ao longo de duas aulas, uma aula de noventa minutos e uma aula de quarenta e cinco minutos, e os respetivos intervalos, sendo que na totalidade teve a duração de duas horas e quinze minutos. De forma a garantir a recolha de evidências e, por questões de segurança, durante a realização do trilho, os grupos iam sendo acompanhados e observados pela investigadora, pelo par de estágio e pelo professor orientador cooperante.

Durante o trilho, os alunos mostraram entusiamo na resolução das tarefas e revelaram um bom comportamento e cooperação dentro dos grupos de trabalho. Tendo em conta que o trilho se realizou em grupos, os alunos desenvolveram um espírito de competição, o que de certa forma foi benéfico pois procuraram obter os melhores resultados, contudo, a rapidez com que tentavam finalizar as tarefas acabou por ser prejudicial no trabalho de alguns alunos, que revelaram pouca atenção no momento da leitura das tarefas e pouca concentração em aspetos importantes da resolução.

De uma forma geral, a turma apresentou um bom desempenho na realização do trilho, tendo, no entanto, surgiram dificuldades na resolução de algumas das tarefas, nomeadamente ao nível da interpretação dos enunciados. No gráfico 5 são apresentados globalmente os resultados obtidos pelos alunos em cada uma das tarefas. Neste sentido, na categoria desempenho e na subcategoria resolução das tarefas, apresentam-se como indicadores: não apresenta resolução; resolução incorreta; resolução parcialmente correta e resolução correta.

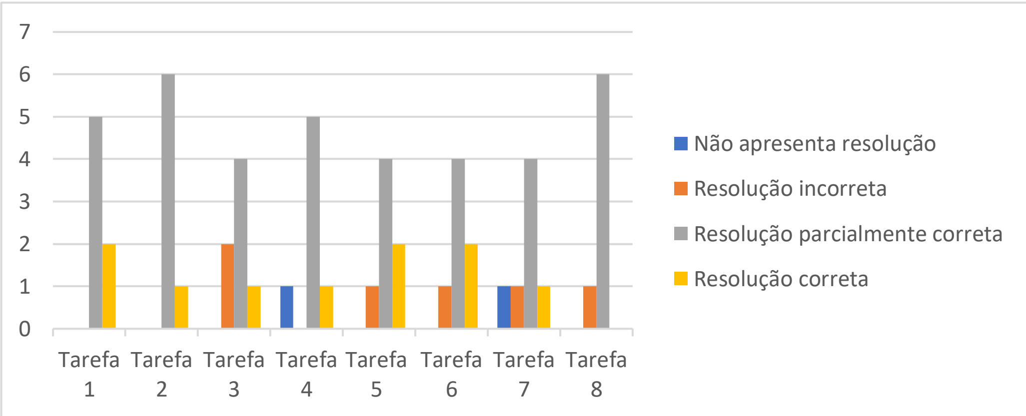

GRÁFICO 5 - CATEGORIZAÇÃO DAS RESOLUÇÕES DE CADA TAREFA

Para uma melhor compreensão de cada uma das subcategorias, foram estabelecidos indicadores de desempenho que podem ser analisados no anexo 8. Partindo da observação do gráfico é possível concluir que não houve qualquer dificuldade na resolução da primeira e da segunda tarefas, pois todos os grupos as resolveram corretamente ou de forma parcialmente correta. Por outro lado, na oitava tarefa não houve nenhum grupo que apresentasse uma resolução totalmente correta e na quarta e sétima tarefas um grupo não apresentou proposta de resolução. Nas tarefas 3, 5, 6, 7 e 8 houve grupos que apresentaram resoluções incorretas. É possível concluir que a maioria dos grupos apresentaram resoluções parcialmente corretas.

Na tarefa 1 todos os alunos foram capazes de descobrir a parte da rampa que ficou a descoberto e não houve qualquer dificuldade na resolução da tarefa. É importante referir que, apesar de terem chegado ao resultado correto, as resoluções de alguns grupos alunos foram consideradas parcialmente corretas por não possuírem indicações e não estarem devidamente explicadas. A figura 40 apresenta a resolução da tarefa 1 realizada por dois grupos e consideradas como parcialmente corretas.

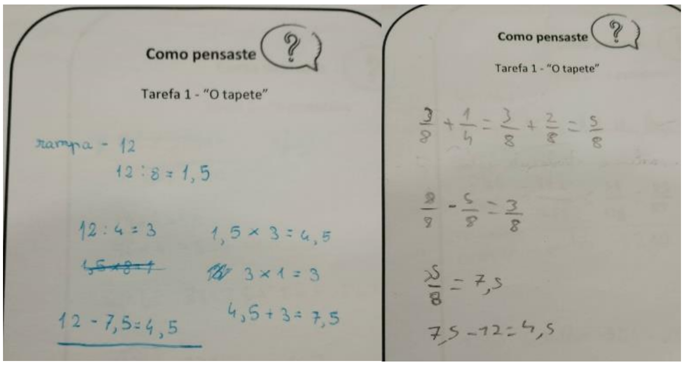

FIGURA 40 – EXEMPLOS DE RESOLUÇÕES DA TAREFA 1 CONSIDERADAS COMO "PARCIALMENTE CORRETAS"

Apesar de recorrerem a estratégias de resolução diferentes (alguns grupos realizaram operações sem utilizar os valores na forma de fração, outros operaram a partir dos valores representados na forma de fração), todos conseguiram chegar à solução. Contudo, ao longo da realização do trilho, um grupo demonstrou dificuldades, por não ter lido o enunciado com a devida atenção, realizando o arredondamento do resultado e não do comprimento da rampa, tal como era pedido.

Na tarefa 2 só um grupo apresentou uma resolução correta. Os restantes, conseguiram chegar ao número de ladrilhos brancos, contudo não conseguiram concluir a tarefa, alguns por não chegarem ao número total de ladrilhos e outros por deixarem a tarefa incompleta e não apresentarem nos registos a fração pretendida. A principal dificuldade na realização desta tarefa centrou-se na interpretação do significado de "ladrilhos inteiros" e na contagem dos ladrilhos, sendo que alguns grupos não estavam a utilizar estratégias que facilitassem a contagem dos ladrilhos porque não compreendiam o significado da palavra "inteiro".

Na tarefa 3 a maioria dos grupos apresentou resoluções parcialmente corretas, contudo o número de grupos com resoluções incorretas foi superior ao número de grupos com resoluções corretas. Assim, só um grupo apresentou uma resolução correta da tarefa, sendo que os restantes apresentaram uma resolução parcialmente correta (por estar incompleta ou por apresentar aspetos incorretos). A figura 41 apresenta duas propostas de resolução da tarefa 3 consideradas como parcialmente corretas.

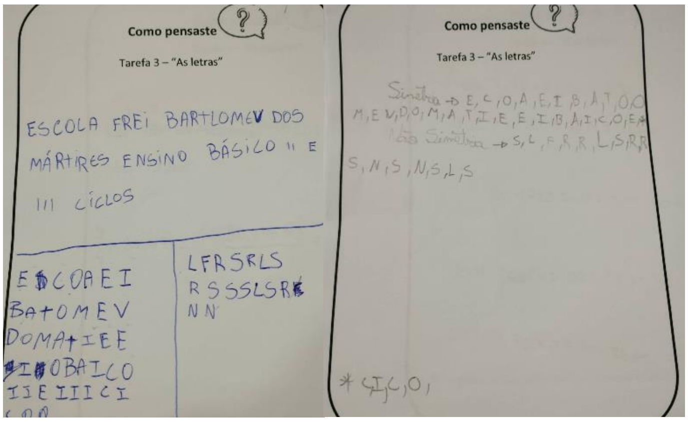

FIGURA 41 – EXEMPLOS DE RESOLUÇÕES DA TAREFA 3 CONSIDERADAS COMO "PARCIALMENTE CORRETAS"

Alguns grupos não chegaram ao número de letras sem simetria de reflexão, ficando apenas pelo número de letras com simetria de reflexão, e a maioria não representou nos registos a fração pretendida, isto é, a razão entre o número de letras com simetria de reflexão e o número de letras sem simetria de reflexão. Ao longo desta tarefa, uma das principais dificuldades foi descobrir quais as letras que apresentavam simetria de reflexão, sendo que alguns consideraram que a letra N tinha simetria de reflexão. Surgiram dúvidas na contagem das letras e também na compreensão do conceito de razão.

Na tarefa 4 um dos grupos não apresentou proposta de resolução, um grupo apresentou uma resolução correta e os restantes apresentaram resoluções parcialmente corretas. Globalmente evidenciaram resoluções confusas e sem indicações, com cálculos bem estruturados, mas cujo resultado não era o correto porque não chegaram à solução pretendida, daí serem consideradas resoluções parcialmente corretas. O facto de ser uma tarefa que envolvia medições, o tipo de resposta a considerar no portal foi o intervalo. Assim, alguns grupos de alunos apresentaram valores pertencentes ao intervalo considerado, contudo nos registos não efetuaram os arredondamentos solicitados. Um grupo realizou todos os passos corretamente, mas não efetuou o arredondamento final, aspeto que pode ter sido um lapso, já que, ao submeter o resultado na aplicação o feedback foi "resposta correta", levando-os a não retificar o registo. Por esta razão, considerou-se a categorização da resolução do grupo em questão como "correta". A principal dificuldade nesta tarefa centrou-se nos arredondamentos por esquecimento. Surgiu também uma dificuldade durante a realização do trilho com um grupo que, por revelar falta de atenção na leitura do enunciado, não estava a considerar ¾ do volume do armário. Contudo, esta situação foi remediada após solicitarem o auxílio da professora estagiária.

Na tarefa 5, a categorização da resolução de um grupo foi considerada "incorreta" por ter apresentado apenas o resultado, sem os procedimentos e os passos a seguir para chegar ao resultado pretendido. Dois grupos apresentaram uma resolução correta, uma vez que efetuaram todos os registos e indicações para sustentar a sua resposta, explicitando quais os números divisíveis por 4 e os cálculos para chegar ao resultado pretendido. Todas as resoluções que foram consideradas parcialmente corretas, apesar de apresentarem cálculos e resultados corretos, não possuíam indicações nem a explicação dos procedimentos efetuados. De uma forma geral, todos os alunos chegaram facilmente aos números diviseis por 4 e não revelaram dificuldades na tarefa.

Na tarefa 6, um grupo apresentou uma resolução incorreta, quatro grupos uma resolução parcialmente correta e dois grupos uma resolução correta. Nas respostas consideradas "parcialmente corretas": conseguiram obter as dimensões do mosaico (comprimento e largura), mas não concluíram a tarefa; apresentaram resoluções confusas e sem indicações; apresentaram resoluções pouco claras; não explicaram o raciocínio para chegar ao resultado. Dois grupos efetuaram os procedimentos corretamente e de forma organizada. A principal dificuldade foi aplicar a regra de três simples, pois muitos alunos estavam a efetuar os procedimentos incorretamente ou não estabeleciam a proporção pretendida (Figura 42).

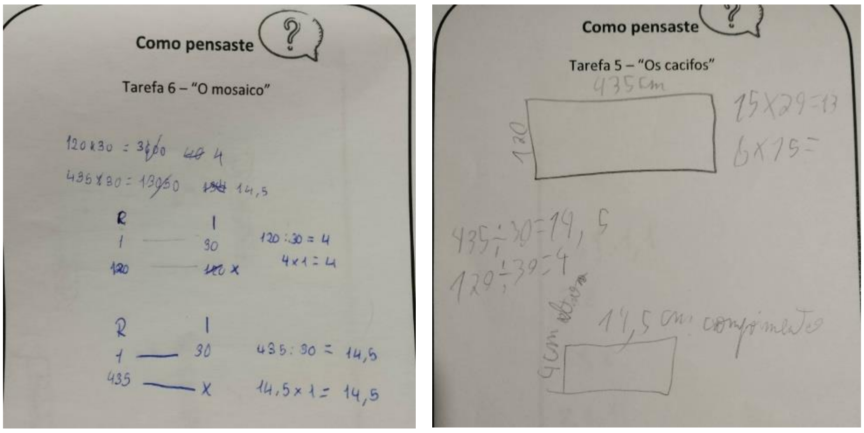

FIGURA 42 - DIFICULDADES APRESENTADAS PELOS GRUPOS NA APLICAÇÃO DA REGRA DE TRÊS SIMPLES

Na tarefa 7, um grupo não apresentou proposta de resolução, um outro apresentou uma resolução incorreta, quatro grupos apresentaram uma resolução parcialmente correta e um grupo apresentou uma resolução correta. As resoluções consideradas parcialmente corretas apresentavam registos pouco percetíveis, isto é, apesar de apresentarem o resultado, não existiam indicações ou explicitação do raciocínio seguido. Somente um grupo apresentou uma resolução correta, explicitando todos os procedimentos realizados e apresentando uma proposta para dar saltos de 1, saltos de 2 e saltos de 1 e 2, simultaneamente. Globalmente, a turma apresentou estratégias de natureza mistas e visuais, partindo de desenhos e esquemas para clarificar o raciocínio utilizado. Um grupo revelou uma resolução incorreta, afastando-se daquilo que era pretendido por falta de compreensão da tarefa. A principal dificuldade centrou-se na interpretação do enunciado e em chegar ao número de escadas que podiam utilizar para o jogo. Contudo, após chegarem ao número de escadas, facilmente resolveram a tarefa e através de tentativas identificaram as diferentes maneiras de subir.

Na tarefa 8 nenhum grupo apresentou uma resolução clara e evidente para se considerar correta. Um grupo apresentou uma resolução incorreta, confusa e sem evidência e perceção do que era pedido. Os restantes apresentaram representações de natureza diferente, apresentaram cálculos corretos e chegaram aos resultados pretendidos, contudo não explicitaram o raciocínio e não exibiram indicações que permitissem perceber o raciocínio seguido, sendo as suas resoluções categorizadas como "parcialmente corretas". Nesta tarefa, a principal dificuldade centrou-se na interpretação da tarefa, surgindo questões como: "a bicicleta pode estar nos extremos do suporte?” ou “podem estar duas bicicletas estacionadas entre duas barras?”, quando no enunciado estava indicado que as bicicletas tinham de estar entre duas barras e entre duas barras só se podia estacionar uma bicicleta. Outra dificuldade sentida foi na compreensão do significado do numeral misto 2 e $\frac{3}{7}$ e no significado de “suporte” e “barras”, revelando incompreensão do sentido de cada palavra. A maioria dos grupos recorreu a representações visuais, isto é, esquemas e desenhos para chegar ao resultado pretendido.

De forma geral, tendo em conta os registos escritos dos alunos, estes apresentam os procedimentos e o raciocínio pouco fundamentado e organizado, resultando em resoluções pouco claras, que prejudicaram o seu desempenho, pois, apesar de apresentarem resoluções corretas, não se podem considerar inteiramente corretas por falta de informação. Ao longo do trilho as principais dificuldades sentidas pelos alunos foram na interpretação do enunciado e de alguns termos apresentados. Os alunos revelaram pouca destreza na utilização das ferramentas de medição e pouca atenção e concentração nas tarefas. O despertar do estímulo competitivo foi uma desvantagem, na medida em que suscitou nos alunos a rapidez no desenvolvimento das tarefas para serem os primeiros a terminar e provocou uma leitura pouco atenta dos enunciados, levando-os a não usufruir das funcionalidades da aplicação, escapando-lhes a possibilidade de recorrer às sugestões apresentadas quando lhes surgia alguma dúvida. Partindo da observação e dos registos, ao longo do trilho, os alunos apresentaram dificuldades em realizar indicações e em explicitar o raciocínio e as estratégias utilizadas.

De acordo com o questionário final (Anexo 3), menos de metade da turma assumiu não ter sentido dificuldades na realização das tarefas do trilho matemático. Assim, 57,69% (15) dos alunos responderam que sentiram dificuldades e 42,31% (11) dos alunos assumiram não ter sentido dificuldades. As dificuldades foram associadas à resolução das tarefas, nomeadamente a: compreensão do enunciado; consideraram que algumas tarefas eram difíceis; e disseram não se lembrar como se resolvia, isto é, não tinham os conteúdos presentes. Considerando o questionário final, foi solicitado aos alunos que ordenassem as tarefas de acordo com o seu grau de dificuldade, sendo a Tarefa 1 – “O Tapete” considerada a tarefa mais fácil e a Tarefa 8 – “O suporte das bicicletas” a tarefa mais difícil. De acordo com os dados recolhidos, a tarefa considerada como “mais fácil” foi a Tarefa 5- “Os cacifos”, referida por 9 alunos, seguindo-se a Tarefa 1 – “O Tapete”, indicada por 6 alunos, e, em terceiro lugar, a Tarefa 4 – “O armário”, referida por 4 alunos. Relativamente à tarefa “mais difícil”, foi mencionada a Tarefa 8 – “O suporte das bicicletas”, por 8 alunos, seguindo-se a Tarefa 6 – “O mosaico”, indicada por 6 alunos e, em terceiro lugar, a Tarefa 7 – “As escadas”, referida por 5 alunos. O gráfico 6 apresenta as tarefas e o número de alunos que considerou cada uma como sendo a “mais fácil” ou a “ mais dificil”.

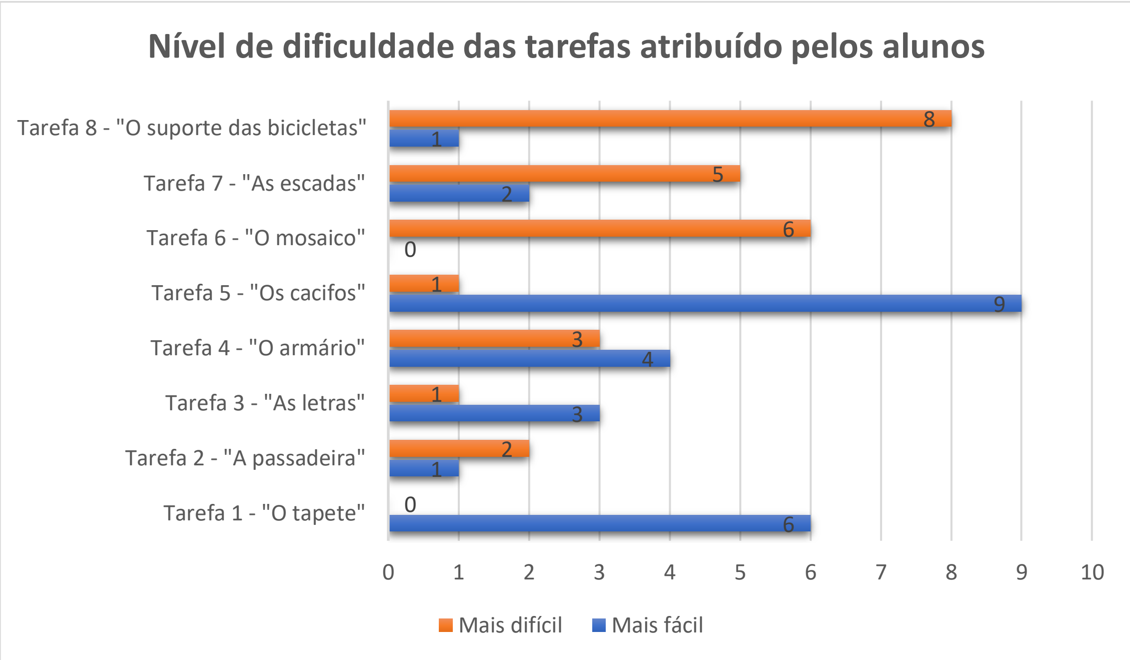

GRÁFICO 6 - NÍVEL DE DIFICULDADE DAS TAREFAS ATRIBUÍDO PELOS ALUNOS

Tal como se pode observar no gráfico 6, a Tarefa 6 – “O mosaico” foi considerada uma das tarefas mais difíceis e não foi apontada por nenhum aluno como a “mais fácil”. Por outro lado, a Tarefa 1 – “O tapete” foi considerada a segunda tarefa mais fácil e não foi apontada por nenhum aluno como a “mais difícil”.

No mesmo questionário os alunos indicaram qual a tarefa que mais gostaram de resolver e a que menos gostaram de resolver. De acordo com os dados recolhidos, 10 alunos elegeram a Tarefa 7- “As escadas” como a que mais gostaram de resolver, por ser considerada mais dinâmica e ser necessário subir os degraus para encontrar todas as maneiras possíveis de a resolver. A segunda tarefa que mais gostaram foi a Tarefa 1 – “O tapete”, referida por 5 alunos, por ser necessário recorrer a instrumentos de medição diferentes, nomeadamente o curvímetro. No que diz respeito à tarefa que menos gostaram, a eleita foi a Tarefa 8 – “O suporte das bicicletas”, por 7 alunos, sendo que justificaram esta opção por a considerarem a tarefa mais difícil devido às dificuldades na compreensão do enunciado, seguindo-se a Tarefa 6 – “O mosaico” (4 alunos) e a Tarefa 3 – “As letras” (4 alunos), explicitando que eram tarefas difíceis por serem mais trabalhosas e não tão dinâmicas, tornando-se assim mais desinteressantes.

Uma outra questão que integrava o questionário final e que permitiu perceber a reação dos alunos à realização do trilho foi “Gostaste de realizar o trilho matemático?”, à qual a maioria respondeu afirmativamente e fundamentou registando que foi uma experiência diferente do habitual, divertida, uma forma motivante para aprender, permitiu reconhecer que a matemática está à nossa volta em sítios inimagináveis e foi uma forma interessante de trabalhar em grupo. Contudo, um aluno diz não ter gostado de realizar o trilho devido a questões de organização do grupo, afirmando que alguns elementos não trabalharam em cooperação com os restantes colegas. Globalmente, os alunos afirmaram ter gostado de trabalhar em grupo por ser mais fácil, “porque se errarmos temos outras pessoas para corrigir”, por ser mais rápido, por ser mais divertido, “porque posso interagir com os meus colegas e “porque partilhávamos ideias”.

Foi questionado se mudariam alguma coisa no trilho realizado e a maioria afirmou que não mudaria nada. Contudo, alguns alunos apresentaram alguns aspetos a ter em conta, tais como: “eu mudaria para mais perguntas”; “eu aumentava a distância do trilho, ou seja, podíamos ir mais longe da escola”; “todas as pessoas tivessem um tablet”; “mudaria a ordem das tarefas” e apresentaram sugestões de eliminação ou substituição de determinadas tarefas por outras, nomeadamente a Tarefa 8 - “O suporte das bicicletas”, a Tarefa 6 – “O mosaico” e a Tarefa 4 – “O armário” e alterações na escolha dos grupos.

Relativamente aos recursos digitais, maioritariamente afirmaram ser importante o uso de recursos digitais em matemática, no entanto um aluno considerou não ser importante o uso de recursos digitais, mas não apresentou uma explicação válida que justificasse esse parecer. No que diz respeito à aplicação

MathCityMap, disseram ter gostado das dicas/sugestões que esta disponibiliza e do facto de as tarefas aparecerem num mapa digital. Um aluno considerou que o que gostou menos na aplicação foi a sua difícil utilização, contudo a maioria dos alunos referiu não ter sentido dificuldades na utilização da aplicação, à exceção de dois alunos que disseram ter sentido dificuldades em aceder ao trilho.

Em suma, globalmente o balanço do desempenho foi positivo e apesar das dificuldades, a maioria das tarefas foram realizadas com sucesso.

1.3. Atitudes da turma no trilho matemático

No presente tópico apresentam-se resultados referentes às atitudes da turma na realização do trilho matemático, sendo que, dentro desta categoria, serão abordadas as subcategorias do domínio afetivo, do domínio comportamental e do domínio cognitivo.

No que diz respeito ao domínio afetivo, foram considerados os indicadores: autoconfiança, ansiedade e gosto pela matemática. Para avaliar estes aspetos recolheu-se dados dos questionários implementados e da observação do trilho. Assim, no questionário inicial (Anexo 1) à questão "Gostas de matemática?", 77% (20 alunos) da turma respondeu afirmativamente e 23% (6 alunos) respondeu negativamente. A maioria disse gostar da disciplina porque: "é uma disciplina interessante e divertida"; "é competitiva"; "gosto, mas considero a disciplina muito difícil", "podemos resolver problemas"; "temos de nos concentrar"; "matemática é um género de jogo do dia a dia e se entendermos é fácil" e "não é maçador, tenho bons professores e sinto-me confortável para aprender". Por outro lado, os alunos que disseram não gostar da disciplina, apontaram como motivos: "exige muita concentração e muito estudo", "porque nunca foi uma disciplina que eu gostasse de trabalhar", "porque sou má", "porque tenho muitas dificuldades e faz com que eu não goste da disciplina", "porque não gosto de letras misturadas com números" e um dos alunos não apresentou justificação. Tal como se pode verificar nas afirmações supramencionadas, a maioria destes alunos apresenta falta de confiança e motivação para aprender.

Foi ainda apresentada aos alunos a questão "Consideras que és bom aluno a matemática?" à qual 88% (19 alunos) da turma respondeu afirmativamente e 12% (7 alunos) assumiram não serem bons alunos. Os alunos que responderam "sim" a esta questão justificaram, expressando: "considero que me esforço para ser melhor e tirar melhores notas"; " presto atenção à aula, costumo ter boas notas e participo nas aulas"; "porque me aplico"; "gosto, mas não tenho bom comportamento"; e a maioria apresenta a justificação "porque tiro boas notas", sendo que alguns apresentam confiança e firmeza na resposta, afirmando: "eu tenho cinco" , "porque tiro quatro" e " porque nunca tirei nenhuma nota abaixo de quatro". Tal como já foi mencionado, alguns dos alunos que dizem gostar da disciplina de matemática não se consideram bons à disciplina, enquanto outros dizem não gostar de matemática, mas consideram-se bons alunos à disciplina. Os alunos que dizem não se considerar bons alunos à disciplina de matemática, fundamentam a sua resposta mencionando: "porque não tiro muito boas notas"; "porque nunca fui muito boa aluna a matemática"; "porque sou mau em matemática"; "porque tiro más notas"; "porque não tiro boas notas"; e "porque tenho dificuldades". Nesta perspetiva, tal como é visível na questão anterior estes alunos não apresentam uma boa relação com a disciplina e dizem ser "maus", consideram-se fracos, exibindo muita falta de confiança e segurança em si próprios.

Ao longo da realização do trilho, com base nas observações realizadas e no questionário final implementado à turma, percebeu-se que, de uma forma geral, a autoconfiança e segurança dos alunos melhorou e estes demonstraram mais otimismo durante a sua realização. Esta melhoria deveu-se particularmente ao facto de os alunos trabalharem colaborativamente, sendo que aqueles que tinham mais dificuldades e pouca confiança eram motivados pelos restantes colegas do grupo. Isto é comprovado por exemplo na conversa entre o grupo "Crazy Frog" durante a realização do trilho:

> J: (está a contar os ladrilhos)
> B: Temos de contar só os brancos!
> F: Não, não é nada disso. Estás a contar bem J.

Portanto, pode-se verificar que houve entreajuda no grupo e a aluna F motivou o aluno J a continuar a contar pois estava a fazê-lo corretamente. No questionário, os alunos do mesmo grupo responderam gostar de trabalhar em grupo pois consideraram ser muito mais interessante realizar tarefas de matemática com os colegas. Um elemento afirmou "quando trabalhamos em grupo, há mais pessoas a pensar".

Além da autoconfiança, durante a realização do trilho foi visível alguma frustração na resolução de algumas tarefas. Esta atitude foi observada em determinados momentos, nomeadamente quando os alunos se certificavam, através da app, que o resultado que obtinham não estava correto, ou quando não existia esse resultado entre as opções de escolha múltipla. Isto verificou-se por exemplo na conversa entre o grupo “Crazy Frog”:

> F: (Regista o raciocínio no bloco de apontamentos)
> J: É 56 x 9.
> B: (pega na calculadora e resolve) Dá 504.
> J: Pronto. Então tem de ser alguma coisa ligada a 504, não é? (após observar as opções de resposta no tablet) Mas não há nada!
> J. Que parte do número… Não está certo, não é 504! (olha para a passadeira com desânimo e frustração). B deixa-me contar eu!

Assim, é visível que o aluno J sentiu frustração na resolução da tarefa, pois não estava a conseguir obter o número de ladrilhos correto depois de várias tentativas.

A ansiedade foi também uma atitude evidenciada durante a realização do trilho, nomeadamente refletida na premência em terminar as tarefas e ser o primeiro grupo a concluir o trilho:

> R: Vamos, vamos já somos os últimos.
> G: Oh, os outros já estão a terminar e nós ainda estamos aqui!
> M: Está certo? Corram. Vamos ser os primeiros a acabar!

Além das observações realizadas durante o trilho, no questionário final implementado à turma, foi possível recolher alguns dados relativamente ao domínio afetivo. As tarefas que os alunos consideraram como difíceis, causaram algumas emoções negativas nos alunos, como insegurança, inquietação e deceção. Esta situação aconteceu com alguns alunos, tal como se pode verificar pelos seus comentários no questionário:

> M: Não gostei da tarefa da passadeira porque achei difícil.
> R: A tarefa da passadeira não gostei porque tinha que contar os ladrilhos e não conseguíamos chegar ao número certo.
> E: Não gostei da tarefa do mosaico, foi muito difícil obter a resposta, erramos várias vezes.
> A: A tarefa do armário era simples de resolver, mas por inserir o resultado mal arredondado perdemos muitos pontos e muito tempo.
> I: Não gostei da tarefa das escadas porque não estava a perceber.

No domínio afetivo um indicador que foi possível analisar foi o gosto pela matemática, mais concretamente o gosto pela realização do trilho matemático. Assim, na questão “Gostaste de realizar o trilho matemático?”, 25 alunos afirmaram ter gostado de realizar o trilho, apresentando razões como:

> M: Porque me entusiasma mais a aprender matemática.
> J: Porque foi divertido e interessante realizar o trilho.
> P: Porque combina duas coisas que eu gosto: diversão e matemática.
> S: Foi uma forma diferente de aprender matemática.
> M: Foi divertido, criativo e em grupo é muito melhor.
> F: Foi divertido e vi que existe matemática em sítios que nem imaginava.
> I: Porque foi diferente do que normalmente fazemos.
> P: Foi uma nova experiência.

Tendo em conta que, à exceção de um aluno, toda a turma afirmou gostar de realizar o trilho matemático, salienta-se a disparidade entre o número de alunos que responderam afirmativamente à questão “Gostas de matemática?” e à questão “Gostaste de realizar o trilho matemático?”. Apesar de se tratarem de questões diferentes, assentam no gosto pela disciplina e verifica-se que, após realizar o trilho, o interesse e predisposição para a disciplina melhorou, realçando a positividade das suas respostas, comparativamente às respostas de questões semelhantes no questionário inicial. O aluno que apresentou uma resposta negativa reforçou que a sua opinião não se deveu a questões relacionadas com o trilho em si, mas da logística e colaboração entre o grupo.

Na generalidade, apesar dos momentos de frustração e ansiedade supramencionados, a maioria dos alunos demonstrou confiança, segurança, gosto e interesse pelas tarefas propostas.

No que diz respeito ao domínio comportamental, o indicador em estudo concentra-se na motivação intrínseca, isto é, a própria motivação evidenciada pelos alunos durante a realização do trilho. Com base no questionário inicial, em resposta à questão “Gostavas de ter uma aula de matemática fora da sala de aula?” é possível verificar que 77% (20 alunos) da turma demonstrou disposição e interesse em ter uma aula de matemática fora da sala de aula, 15% (4 alunos) da turma afirmou não gostar e 8% (2 alunos) da turma não respondeu à questão. Os dados recolhidos apresentam-se no gráfico 7.

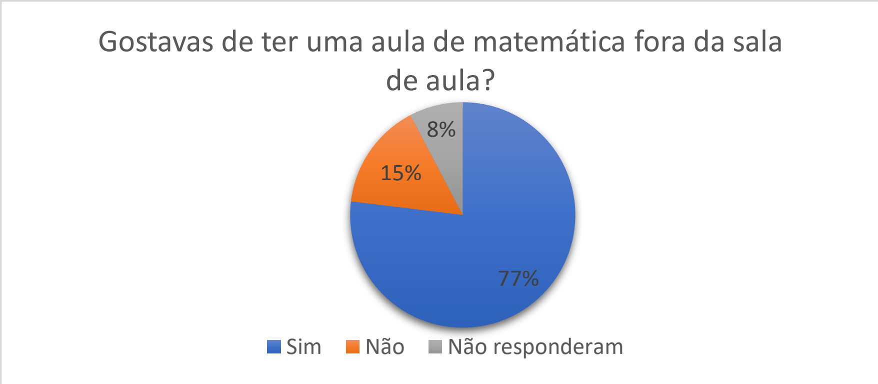

GRÁFICO 7 - GOSTAVAS DE TER UMA AULA DE MATEMÁTICA FORA DA SALA DE AULA?

Dos alunos que responderam negativamente à questão, só dois apresentaram uma justificação plausível referindo os seus pontos de vista: "o que vou aprender fora vou aprender na sala de aula" e "porque o que iria aprender fora era o que ia aprender na aula". No entanto, os mesmos alunos, no questionário final, mudaram a sua perspetiva, afirmando ser possível aprender matemática fora da sala de aula e que o trilho "foi uma atividade divertida que gostei de realizar" e "gostei porque me entusiasma mais a aprender matemática". Além disso, afirmaram que a sua opinião em relação à matemática mudou, justificando que "a matemática pode ser divertida e entusiasmante" e "porque deu para perceber que a matemática não se aprende só através dos livros". Assim, verifica-se que a maioria da turma revelou interesse em experienciar a matemática fora da sala de aula e fundamentaram a sua resposta, afirmando ser mais divertido. Contudo alguns alunos apresentaram outras justificações:

J: Seria uma experiência diferente.
A: Para melhorar o meu conhecimento.
P: Porque acho novo e mais fixe ter aulas ao ar livre.
S: Para aprender melhor as matérias.
B: Porque já estou farta de estar sempre na sala. Algo diferente só fazia bem.
I: Porque é uma maneira mais divertida e prática para aprender.
F: Porque íamos poder encontrar matemática em sítios onde nem imaginávamos.

Partindo das afirmações supracitadas pode-se concluir que, de uma forma geral, os alunos apresentaram motivação intrínseca e interesse para aprender matemática fora do contexto de sala de aula. Além destes aspetos, ao longo da realização do trilho, a motivação intrínseca também se verificou em alguns momentos, nomeadamente:

J: Professora se não resolvermos o trilho todo hoje, podemos acabar na próxima aula?
B: Podíamos fazer trilhos destes em todas as aulas de matemática!
P: Vamos realizar mais trilhos até ao final das aulas de matemática?

Perante estas afirmações, entende-se que os alunos demonstraram interesse na atividade desenvolvida, estiveram envolvidos nas tarefas e pretendiam finalizar o trilho, demonstrando disposição e empenho na sua realização. Além disso, apresentaram vontade em realizar mais trilhos ao longo do ano letivo, isto é, em repetir a experiência, sendo que um aluno, no questionário final, apresentou como sugestão a mudar no trilho realizado "aumentar o espaço do trilho, ou seja, podíamos ir mais longe da escola."

No que concerne ao domínio cognitivo, o indicador em análise centra-se na utilidade da matemática. No questionário inicial foi apresentada a seguinte questão aos alunos: "Achas que a matemática é útil no dia a dia?", sendo que 96% (25 alunos) da turma responderam afirmativamente e 4% (1 aluno) da turma considerou que a matemática não é útil no dia a dia, contudo não apresentou justificação para a sua resposta.

Tal como se pode verificar, a maioria da turma considerou que a disciplina de matemática é útil no dia a dia e que é possível aprender fora da sala de aula, afirmando que podemos encontrar matemática em várias situações. O foco dos alunos foi relacionar a matemática com questões de compra e venda, troco, dívidas e saldos bancários, contudo surgiram outros exemplos, nomeadamente:

A: Por exemplo para cozinhar, necessitamos de saber as medidas para adicionar qualquer alimento, por exemplo litros de água.
P: Por exemplo, no cálculo dos gastos mensais, ao fazer uma casa.
I: Sim, nas medições, comparar preços, medir temperaturas….
C: Ir ao supermercado comprar leite, consoante o tamanho do pacote de leite e os descontos perceber qual compensa comprar de forma a pagar o menor possível.

No questionário final aplicou-se uma pergunta idêntica à anterior. Após a análise dos dados verificou-se que à questão "Achas que a matemática está presente e é útil no dia a dia?", toda a turma respondeu afirmativamente, inclusive o/a aluno(a) que no questionário inicial tinha respondido negativamente. As justificações dos alunos foram ao encontro das afirmações supramencionadas. Verificou-se que, apesar de previamente ao trilho, a maioria ter apresentado uma favorável conceção da utilidade da matemática no dia a dia, a realização do mesmo conduziu à mudança de opinião de um aluno e, simultaneamente, permitiu que os restantes ficassem com esta conceção mais consolidada. Em suma, a realização do trilho permitiu desenvolver uma melhor noção da utilidade da matemática no dia a dia e certificar que podemos encontrar matemática no meio que nos rodeia, estabelecendo conexões entre conceitos matemáticos com a vida real., isto verificou-se através de alguns comentários realizados pelos alunos como "há matemática em sítios que nem imaginava", "percebi que a matemática é divertida" e " depois do trilho compreendi ainda mais o quanto a matemática é importante no nosso dia a dia".

2. O grupo-caso "Stonks"

2.1 Caracterização do grupo

O grupo caso "Stonks" era constituído por três elementos, sendo que dois eram do sexo masculino e um era do sexo feminino. Na seleção dos grupos foi tido em consideração o nível de aprendizagem dos alunos. Neste sentido, os elementos que pertenciam a este grupo-caso apresentavam diferentes níveis de aprendizagem, eram participativos nas aulas, colocando sempre as dúvidas que iam surgindo e eram alunos interessados. Gostavam de partilhar ideias entre si e comparar perspetivas de resolução e raciocínios. Contudo, estes alunos apresentavam comportamentos, atitudes e personalidades que os distinguiam. De seguida, será realizada uma caracterização pormenorizada de cada um dos alunos.

O aluno P era um rapaz com onze anos, simpático, educado, não tinha anseios em expor as suas dúvidas e revelava muita autoconfiança, afirmando "não ter dificuldades" a nenhuma disciplina. Durante as aulas de matemática era observável a sua frustração e inquietação quando a professora estagiária formulava uma questão à turma e os colegas não respeitavam as regras de sala de aula, apresentando a resposta à questão sem que lhes fosse dado consentimento. De acordo com o questionário inicial, a sua disciplina preferida era a matemática, seguindo-se a disciplina de inglês. Com base no mesmo questionário, referiu gostar de matemática porque "gosto de contas, cálculos e equações" e considerava ser bom aluno à disciplina, justificando "eu tenho cinco." Na sua opinião, a matemática é útil no dia a dia, enunciando que "vai estar sempre presente e vai ser muito útil durante a vida" e, na sua perspetiva, aquilo que tem vindo a aprender nas aulas pode ser aplicado em vários contextos, apresentando exemplos como “no cálculo de gastos mensais, nas compras, etc.” Referiu que consegue encontrar matemática além da sala de aula, nomeadamente “na internet ao pesquisar sobre um determinado assunto relacionado com a matemática”. Afirmou que gostava de ter uma aula de matemática fora da sala de aula porque considerava uma experiência nova e achava que seria “mais fixe ter aulas ao ar livre”. No mesmo questionário, o aluno mencionou que já tinha utilizado tecnologia nas aulas de matemática, através da calculadora e quizzs, porém disse não ter gostado de aprender com recurso à tecnologia. Contudo, no questionário final, afirmou ter gostado da experiência de realizar o trilho e que o uso de recursos digitais em matemática é importante porque “agora muitas coisas em matemática são descobertas com recurso à tecnologia”. A sua relação com os colegas era positiva e afirmou ter gostado de trabalhar em grupo na realização do trilho porque “normalmente trabalhamos sozinhos e se errarmos temos outras pessoas para corrigir”. Definiu como a tarefa mais fácil, a Tarefa 1 – “O tapete” e como tarefa mais difícil a Tarefa 7 – “As escadas”, e justificou dizendo que era uma tarefa que “tínhamos de pensar fora de caixa”. A tarefa que mais gostou de realizar foi a Tarefa 7 – “As escadas” pois “obrigava a pensar no enunciado”. Era um rapaz inteligente, empenhado e concentrado nas aulas, apresentando um comportamento exemplar.

O aluno G era um rapaz com doze anos, simpático, participativo nas aulas, mas reservado. Era considerado um aluno com um bom desempenho em todas as disciplinas, contudo, de acordo com o questionário inicial revelava sentir dificuldades à disciplina de português, colocando-a assim em último lugar nas suas preferências. A disciplina de ciências naturais foi considerada a sua favorita, seguindo-se história e geografia de Portugal e, em terceiro lugar, ficou a disciplina de matemática. Apesar de a matemática se encontrar em terceiro lugar, assumiu gostar da disciplina por ser “interessante e divertida e existem muitos jogos competitivos” e considerava-se bom aluno porque dizia ter boas notas. Além disso, considerava a matemática útil no dia a dia e apresentou alguns exemplos, como “no supermercado realizamos contas e para construir uma casa recorremos a ângulos”, afirmando que o que aprendia nas aulas de matemática é aplicado no seu quotidiano. Referiu ser possível encontrar matemática fora da sala de aula e aprender através da “visualização de vídeos sobre a matéria”.

Gostava de experienciar uma aula de matemática no meio envolvente, porque na sua opinião é uma "atividade divertida" e referiu gostar de aprender com recurso a tecnologia, já que permite "realizar jogos competitivos e divertidos". Este aluno, no questionário final, defendeu a importância de ter aulas de matemática fora da sala de aula pois "motiva os alunos e ajuda a gostar da matéria" e referiu ainda que a realização do trilho foi muito divertida e que, após a sua realização, "a matemática começou a ser mais interessante". De uma forma geral, a sua relação com a turma era boa e afirmou gostar de trabalhar colaborativamente com os seus colegas, especialmente durante a realização do trilho, pois considerou que a sua equipa era "competitiva e entreajudava-se". No questionário final apontou a Tarefa 1 – "O tapete" como a mais fácil e a Tarefa 8 – "O mosaico" como a mais difícil. Considerou que a tarefa que mais gostou foi a Tarefa 1 – "Tapete" porque "utilizamos uma nova ferramenta para a resolver, o curvímetro" e a que menos gostou foi a Tarefa 7 – "As escadas", porque era mais difícil de compreender. Durante as aulas revelou um comportamento regular e era um aluno que se distraía muito facilmente. Apesar disso, os seus resultados eram razoáveis e era um aluno com bom aproveitamento.

A aluna S era uma rapariga com onze anos, simpática, organizada, participativa nas aulas e que gostava de conversar com os colegas, distraindo-se muito facilmente. Em relação aos restantes colegas do grupo, evidenciava mais dificuldades, nomeadamente nas disciplinas de português, ciências e matemática. Contudo, justificava-se dizendo que tentava ultrapassar essas dificuldades: "porque eu esforço-me, tento estar atenta e estudo, mas quando tenho um teste tenho muitas brancas". Neste sentido, ao longo das aulas foi visível que a aluna S revelava uma atitude de ansiedade nos momentos do teste, que posteriormente resultava em desânimo e frustração devido aos seus resultados. Apesar de a matemática ser considerada uma das disciplinas em que revelava mais dificuldades, não descurava a sua importância e considerava ser a sua terceira disciplina favorita, estando em primeiro lugar inglês e em segundo lugar educação física. Afirmou gostar de matemática, mas apenas de "algumas matérias" e considerava ser boa aluna, contudo referiu que "se conseguisse tirar melhores notas e estar mais atenta" seria muito melhor. Para esta aluna, de acordo com o questionário inicial, a matemática não é útil, mas não apresentou uma justificação para a sua resposta. Por outro lado, afirmou que o que tem vindo a aprender ao longo das aulas pode ser aplicado no dia a dia, como por exemplo “nas compras”. Após a realização do trilho, referiu que conseguiu perceber que a matemática é útil no dia a dia e mudou a sua conceção sobre a disciplina, mencionando “percebi que a matemática é divertida”. Não escondeu o entusiasmo de ter uma aula de matemática fora da sala de aula, uma vez que, permite “aprender melhor as matérias”. Afirmou gostar de aprender com recurso à tecnologia porque “é outro método interessante de aprender”. De uma forma geral, a sua relação com a turma era positiva, sendo muito comunicativa com os colegas, afirmando ter gostado de realizar o trilho, sobretudo pelo trabalho de grupo, pois “é uma ajuda para realizar as tarefas”. De acordo com o questionário final, considerou como a tarefa mais fácil a Tarefa 5 – “Os cacifos” e como a tarefa mais difícil a Tarefa 8 – “O mosaico” e referiu que a tarefa que mais gostou de resolver foi a que considerou ser mais fácil, e a que menos gostou de resolver foi tarefa mais difícil. Esta aluna revelou uma atitude de interesse pela disciplina, contudo, durante as aulas, a falta de atenção era um ponto determinante, colocando em causa os resultados que pretendia.

2.2. Desempenho do grupo-caso “Stonks” no trilho matemático

No presente tópico será realizada uma análise e descrição do desempenho do grupo-caso “Stonks” na resolução das tarefas do trilho. Assim, para a categoria desempenho foram analisadas três subcategorias: a resolução da tarefa, a natureza das estratégias e as dificuldades sentidas. Na subcategoria da resolução da tarefa foram tidos em conta os indicadores: não apresenta resolução, resolução incorreta, resolução parcialmente correta e resolução correta. Para uma melhor compreensão de cada uma das subcategorias, foram estabelecidos indicadores de desempenho que podem ser analisados no anexo 8. Na subcategoria da natureza das estratégias os indicadores definidos foram: analítica, visual e mista. Além destas subcategorias refletiu-se ainda sobre as principais dificuldades sentidas pelos alunos, ao nível das estratégias de resolução utilizadas, dos conhecimentos mobilizados e da comunicação do raciocínio.

Tal como foi referido, cada elemento do grupo desempenhava uma função ao longo do trilho. O aluno P ficou responsável pelos registos das tarefas, a aluna S ficou responsável pelo tablet e pela leitura das tarefas aos colegas, desempenhando o papel de navegadora, e o aluno G ficou responsável pela utilização das ferramentas para a recolha dos dados. O grupo seguia sempre a mesma dinâmica, iniciando pela leitura do enunciado, posteriormente eram debatidas as perspetivas e raciocínios de todos os elementos, até chegar a um consenso e à solução. De uma forma geral, o grupo trabalhou colaborativamente e entreajudaram-se, sendo que, quando algum dos alunos revelava dificuldades em compreender a tarefa, os restantes colegas procuravam esclarecer. A principal dificuldade do grupo, era a da turma em geral, e consistia em explicitar claramente o raciocínio por escrito. Apesar de, maioritariamente, utilizarem estratégias de resolução adequadas, apresentaram resoluções incompletas pela falta de informação e esclarecimento dos registos escritos.

2.2.1. Tarefa 1

A primeira tarefa foi resolvida corretamente pelos alunos, uma vez que conseguiram descobrir a parte da rampa que ficou a descoberto. No momento da resolução não apresentaram qualquer dificuldade e na entrevista revelaram ter realizado apenas uma tentativa e uma proposta de resolução, obtendo imediatamente uma resposta correta. Durante a realização do trilho, a professora estagiária, chamou a atenção da turma para um detalhe na tarefa, a que este grupo atendeu:

PE: Leiam o enunciado com atenção meninos, muita atenção aos arredondamentos.
P: S o que diz no enunciado sobre arredondamentos?
S: O resultado tem de ser apresentado sobre a forma de dízima. O arredondamento é só no comprimento da rampa.
G: Sim, isso mesmo! Arredondamos para 12 metros, está certo P.

Na figura 43 observa-se o momento da medição do comprimento da rampa com recurso ao curvímetro, material que nunca tinham usado.

FIGURA 43 - O GRUPO "STONKS" MEDE O COMPRIMENTO DA RAMPA COM O CURVÍMETRO

Na figura 44 observa-se, no guião de resolução, o raciocínio utilizado pelo grupo para chegar ao resultado, recorrendo a uma estratégia analítica.

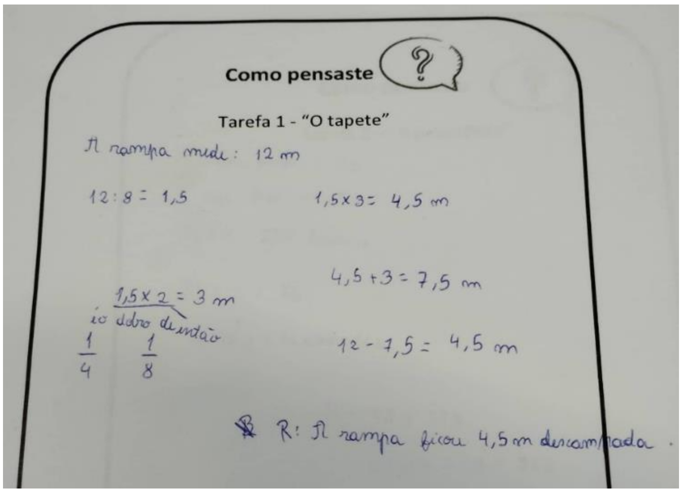

FIGURA 44 - RESOLUÇÃO DA TAREFA 1 PELO GRUPO "STONKS"

Durante a realização da entrevista foi apresentado aos alunos o seu bloco de apontamentos com a resolução da tarefa e foi solicitado que explicassem o raciocínio utilizado. Apesar de, nos registos escritos não se apresentar claramente o raciocínio empregue por descuido do grupo, as explicações dadas pelos alunos durante a entrevista evidenciam uma perceção do que se pretendia da tarefa:

> PE: Então sobre a primeira tarefa, o que têm a dizer?
> P: Esta tarefa foi bem fácil
> PE: Como a resolveram?
> G: Primeiro medimos a rampa!
> S: Sim e vimos que o curvímetro deu 12 estalinhos.
> P: Arredondamos às unidades e foi 12 metros. Primeiro fomos saber quanto ocupou o primeiro tapete em metros. Então dividimos o 12 por 8 que deu 1,5 e depois multiplicamos pela quantidade de oitavos que deu para cobrir o primeiro tapete que foi 3, então multiplicamos o 1,5 por 3 que deu 4,5 metros.
> PE: Então o que significa 4,5 metros?
> S: O comprimento em metros que o primeiro tapete cobriu.

Como se pode verificar, o grupo realizou uma estratégia de resolução por partes, começando por descobrir, em metros, o comprimento ocupado pelo primeiro tapete. Optaram por simplificar a tarefa, recorrendo a operações básicas (adição, subtração, divisão e multiplicação), sem introduzir as operações com frações. Posteriormente, descobriram o comprimento, em metros, ocupado pelo segundo tapete.

> G: Depois quisemos saber quanto ocupou o segundo tapete em metros.

P: Então vimos que $\frac{1}{4}$ era o mesmo que $\frac{2}{8}$. Mas tínhamos de pôr isto em metros e multiplicamos o 1,5 por 2 que deu 3 metros.
PE: Então o que significa 3 metros?
G: O comprimento que o segundo tapete cobriu em metros.
PE: Certo, e depois como concluíram?
S: Somamos o comprimento ocupado pelos dois tapetes e deu 7,5 metros. E ao comprimento total que era 12 tiramos os 7,5 e deu 4,5 que foi o que ficou descoberto.

Partindo da resolução do grupo, a professora estagiária questionou os alunos sobre alguns aspetos com a intenção de apresentar, a partir da análise e avaliação da sua resolução, equívocos cometidos:

PE: Na vossa resolução têm $\frac{1}{8}$ o que significa?
P: Oh isso foi engano, foi a pensar e escrevi, era $\frac{2}{8}$ que é do dobro de $\frac{1}{4}$.
PE: Acham que esta completa a vossa resolução?
P: Acho que sim, fizemos exatamente o que era pedido.
PE: Não falta nada?
P: Talvez anotar que 1,5 corresponde a $\frac{1}{8}$.
PE: E aqui temos 1,5, que unidades estamos a falar?
G: Ah, 1,5 metros

Durante a entrevista, o grupo referiu não ter recorrido às sugestões para resolver a tarefa. Em suma, pode-se concluir que compreenderam o que era pedido no enunciado, resolvendo a tarefa corretamente e revelaram boa capacidade oral no esclarecimento do raciocínio. Contudo, nos registos escritos salienta-se a necessidade de melhorar alguns aspetos, nomeadamente as indicações, para que se pudesse compreender como pensaram.

2.2.2. Tarefa 2

Na tarefa 2 pretendia-se saber a parte de ladrilhos inteiros da passadeira que estava pintada de branco. O grupo efetuou apenas uma tentativa, acertando à primeira, e afirmaram não ter sentido quaisquer dificuldades. Referiram não ter sido necessário recorrer às sugestões da aplicação para resolver a tarefa, já que o enunciado estava claro. Na figura 45 é possível observar a resolução realizada pelo grupo, recorrendo assim a uma estratégia analítica.

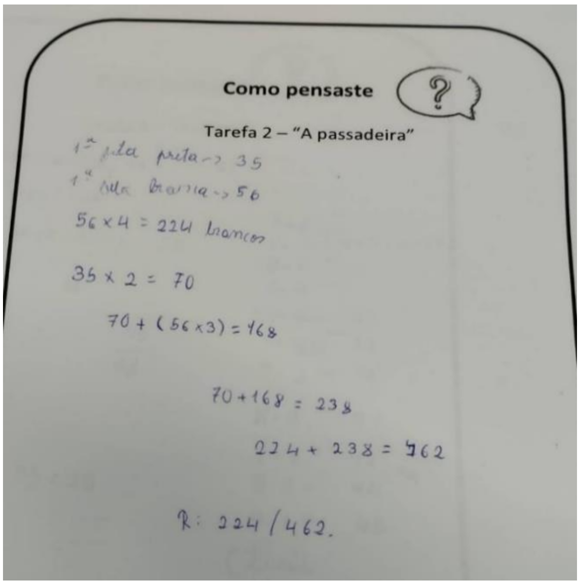

FIGURA 45 - RESOLUÇÃO DA TAREFA 2 PELO GRUPO "STONKS"

Durante a realização do trilho, o grupo questionou a professora estagiária com um aspeto que os pode ter auxiliado, permitindo resolver a tarefa com sucesso:

P: (Aponta para um ladrilho inteiro) Professora, estes contam? Estes contam?
PE: Inteiros!
P: (Aponta para o mesmo ladrilho) Estes contam?
PE: É inteiro?
P: É!
PE: Então o que achas?
P: Contam!
PE: Muito bem!

Alem disto, foi visível a cooperação entre o grupo na realização da tarefa em conversas estabelecidas entre eles, como por exemplo:

P: (Aponta para o último ladrilho inteiro da faixa cinza) 35 é aqui.
S: Ok. Regista G.
G: Sim já está!

Na figura 46 observa-se o aluno P a indicar o ladrilho correspondente ao número 35 na sua contagem.

FIGURA 46 - ALUNO P APONTA PARA O LADRILHO

Durante a realização da entrevista foi pedido aos alunos que explicassem a sua proposta de resolução. Perante esta solicitação, não revelaram quaisquer dificuldades, verificando-se que compreenderam a tarefa:

PE: Então como pensaram?
G. Contamos. Estivemos a ver quantos é que tinha.
S: Primeiro contamos os da primeira faixa preta que eram 35. Depois contamos a primeira fila branca que deu 56. Ah, eram 4 filas, então multiplicamos o 56 por 4 que deu os 224 brancos.

O grupo começou, tal como pretendido, pela contagem dos ladrilhos, revelando facilidade nesta fase, chegando imediatamente ao número de ladrilhos de cada cor.

P: Os ladrilhos cinzas as duas faixas das pontas tinham 35, por isso multiplicamos o 35 por 2 que deu 70. E as 3 faixas do meio tinham 56 por isso fizemos 56 x 3. E somamos os 70 com (56 x 3) que deu 168 ladrilhos cinzas.
G. Depois adicionamos o 70 ao 168 que deu 238. E 224 + 238 que deu 462.
PE: Então porque somaram 224 + 238?
P: Porque tínhamos de saber que parte da passadeira tinha ladrilhos inteiros pintada de branco. Tínhamos o total e tínhamos de ver quantos estavam pintados de branco.

O grupo apresentou o raciocínio utilizado, contudo, quando a PE questionou o motivo de alguns procedimentos efetuados, revelaram dificuldades em responder, sendo necessário colocar questões mais concretas para obter uma resposta.

PE: Então isto significa o quê? O 462 o que significa?
P: Era o total dos ladrilhos inteiros.
S: Depois foi só colocar na fração, o número de ladrilhos brancos inteiros sobre o número de ladrilhos pretos inteiros.

Apesar de o grupo revelar uma boa explicitação do seu raciocínio oralmente, devido aos significados, aos números e cálculos usados nos registos escritos, foram visíveis alguns aspetos que estavam pouco claros e até incorretos. Tendo em conta isto, a investigadora questionou os alunos sobre estes aspetos:

PE: Então falta indicar aqui alguma coisa?
P: Sim, estes 56 x 3 referem-se aos ladrilhos pretos e o 70 aos ladrilhos brancos.
PE: E este cálculo está correto (70 + (56x3) = 168)?
S: Pois não. Devia estar separado.
P: Pois é! Em baixo fiz bem.
PE: Acham que está completa a vossa tarefa?
G: Sim!
P: Faltava indicar os ladrilhos pretos e separar o cálculo, porque assim está errado.
PE: Acham que se mostrar a vossa resolução a um colega vosso ele vai compreender?
G: Sim, acho que sim, se estivesse um pouco mais explicado perceberia melhor.

Esta tarefa, tal como foi mencionado na Parte IV - Intervenção didática, tinha duas opções de resposta corretas. O grupo, através da observação das opções apresentadas na app, facilmente percebeu que existia mais do que uma possibilidade, tendo presente a simplificação de frações e o conceito de frações equivalentes, trabalhados na aula.

PE: Qual foi a opção que selecionaram na aplicação?
S: Tinha dois resultados.
PE: E inseriram os dois ou um só?
S: Os dois.
PE: Como chegaram aos dois resultados?
P: Um era imediato e em baixo desse tinha uma opção que valia o mesmo, era igual, era proporcional
PE: Como é que se chamam essas duas frações?
G: Frações irredutíveis?
P: Frações equivalentes.

Em suma, o grupo apresentou uma resolução parcialmente correta da tarefa, uma vez que apresentaram cálculos errados, apresentado a expressão 70 + (56x3) = 168, que não é verdadeira. Além disso, apresentam uma resolução pouco clara, faltando algumas indicações importantes como por exemplo o número de faixas, o número de ladrilhos cinza e o número total de ladrilhos.

2.2.3. Tarefa 3

A resolução da terceira tarefa pelo grupo "Stonks" foi considerada como parcialmente correta. Nesta tarefa pretendia-se que determinassem a razão entre o número de letras com simetria de reflexão e o número de letras sem simetria de reflexão. O grupo apresentou uma resolução incompleta da tarefa, isto é, apresentou corretamente o número de letras com simetria de reflexão, mas não apresentou o número de letras sem simetria de reflexão. A figura 47 apresenta a resolução realizada pelo grupo, que recorreu a uma estratégia mista.

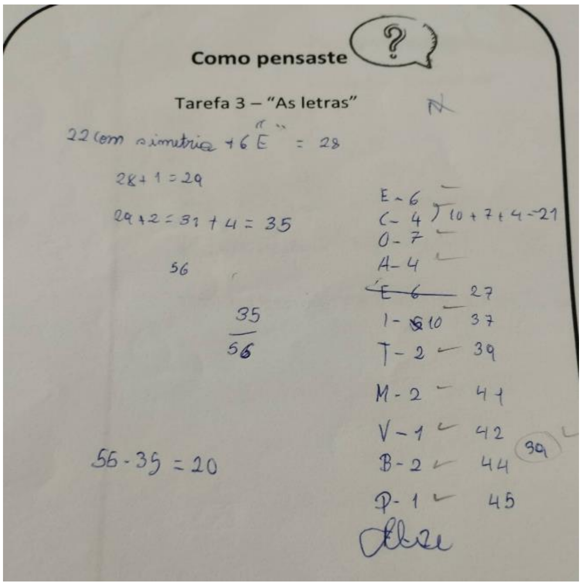

FIGURA 47 - RESOLUÇÃO DA TAREFA 3 PELO GRUPO "STONKS"

Nesta tarefa, revelaram ter sentido algumas dificuldades, sobretudo na contagem das letras e necessitaram de efetuar mais do que uma tentativa de resolução. Na figura 48 observa-se os alunos no processo de contagem das letras.

FIGURA 48 - ALUNOS DO GRUPO "STONKS" CONTAM AS LETRAS DA FRASE

O grupo reconheceu que a sua resolução estava incompleta, mas, ao longo da entrevista, demonstraram que o seu raciocínio estava correto e conseguiram chegar ao resultado, tal como se pode verificar no diálogo realizado:

PE: Como pensaram nesta tarefa?
P: Primeiro erramos, porque pensávamos que as letras tinham de ser como o que lá estava, mas depois disseram para considerar as letras de acordo com a sua forma normal e depois pensamos de outra maneira.
S: Contamos quantas letras tinha de cada e verificamos que….

G: Temos de realçar que nesta tarefa demoramos muito tempo porque íamos contando e dava-nos um valor e voltávamos a contar e dava-nos outro.
P: Nós nesta sabíamos que todas as letras com simetria eram 45, mas depois reparamos que tínhamos repetido a letra E, e havia 6 letras a mais, então fizemos 45 - 6 e deu-nos 39.
G: Ou seja, inicialmente os 35 era os que tinham simetria e os 56 eram o total das letras.
P: Sim e fizemos 56 - 25 que deu 20 só que estava errado. E então fizemos aqui o…. Ui que isto está muito mal explicado.
S: Nós inserimos o resultado, mas não escrevemos.
PE: Então houve aqui um lapso certo?
P: Sim o que temos aqui escrito está errado.

Tal como o pretendido, iniciaram a tarefa pela contagem das letras, mas revelaram alguma dificuldade neste procedimento, devido a haver as mesmas letras mais do que uma vez. Reconheceram que os registos realizados estavam equivocados, contudo referiram que, após várias contagens, chegaram ao número de letras com simetria de reflexão e sem simetria de reflexão.

PE: Certo. E como chegaram ao resultado?
P: Nós contamos várias vezes, inicialmente deu 45, depois 35 e depois vimos que o erro na primeira contagem era a letra E que estava repetida e retiramos a parte repetida e deu 39, como está aqui escrito, está a ver professora? Riscamos o E porque já tínhamos em cima. Depois vimos que o total eram 55 e fizemos 55 – 39 que deu 16 e metemos 39 sobre 16.

Para verificar que os alunos compreenderam aquilo que estavam a afirmar a investigadora questionou os alunos:

PE: Por que colocaram o 39 sobre 16?
G: O antecedente era o número de letras com simetria de reflexão e o consequente era o número de letras sem simetria de reflexão

Tendo em conta que surgiram algumas dificuldades na contagem das letras, pretendeu-se saber se o grupo recorreu às sugestões para resolver a tarefa, quantas tentativas efetuaram e a sua opinião relativamente à sua proposta de resolução.

PE: Utilizaram sugestões?
T: Não!
PE: Apesar da resolução não estar aqui nos registos, compreenderam a tarefa?
T: Sim
PE: O resultado que inseriram na aplicação, acertaram à primeira ou realizaram mais do que uma tentativa?
S: Nós tentamos duas vezes e só à terceira acertamos.
PE: Acham que a resolução está percetível?
P: Não, porque está errada.

Conclui-se que os alunos apresentaram uma resolução parcialmente correta, apresentando uma parte da resolução e o resultado da tarefa corretos. Revelaram não sentir dificuldades nos conceitos a trabalhar, nomeadamente nos conceitos de razão e de simetria de reflexão, centrando a sua principal dificuldade na contagem das letras. Em suma, de acordo com a entrevista realizada, demonstraram que, apesar das dificuldades iniciais, concluíram a tarefa com sucesso.

2.2.4. Tarefa 4

Na quarta tarefa pretendia-se que os alunos determinassem o volume do armário ocupado com livros, em dm^3. Este grupo revelou não ter sentido muitas dificuldades na resolução da tarefa, destacando os arredondamentos, como um lapso durante a sua resolução. Porém, analisando os registos escritos verificou-se que o raciocínio estava confuso e incompleto, faltando indicar alguns aspetos, como a fórmula utilizada para calcular o volume do armário, o significado de cada uma das dimensões recolhidas e as unidades de medida. A figura 49 apresenta a resolução do grupo.

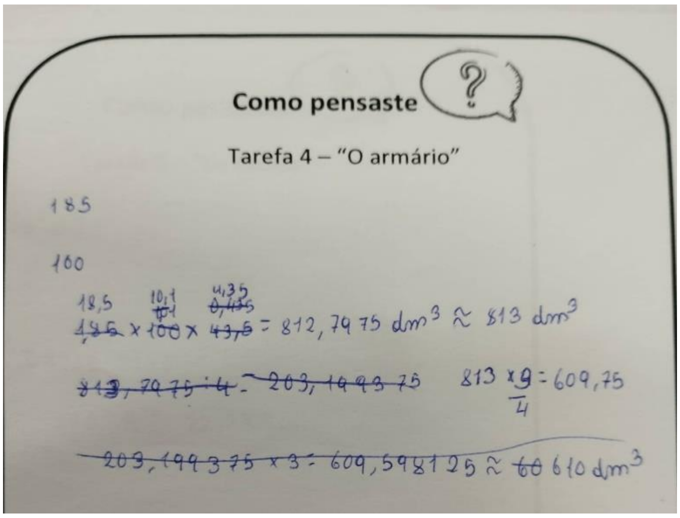

FIGURA 49 - RESOLUÇÃO DA TAREFA 4 PELO GRUPO "STONKS"

Como se pode verificar na resolução, os alunos recorreram a uma estratégia analítica, aplicando os conceitos matemáticos subjacentes (e.g. fórmula do volume do paralelepípedo). Chegaram imediatamente à conclusão que tinham de aplicar a fórmula de cálculo do volume do paralelepípedo, tal como se pode analisar pela conversa do grupo:

G: Temos de calcular o volume do armário.

S: Sim. Tem a forma de um paralelepípedo. Qual é a fórmula, lembram-se?
P: Temos de calcular a área da base x altura, ou seja, precisamos de saber o comprimento, a largura e a altura. G tira as medidas por favor.

Tratou-se assim de uma tarefa que o grupo encarou com facilidade, tendo partido imediatamente para a medição das dimensões do armário (Figura 50).

FIGURA 50 - GRUPO "STONKS" A MEDIR O ARMÁRIO

Na entrevista realizada ao grupo, foi solicitado que apresentassem uma explicação do seu raciocínio, uma vez que os registos não estavam claros:

PE: Expliquem-me primeiro o que significa este valor (185) e este (100).
P: Estas são as medidas.
PE: E como é que eu sei isso olhando para a vossa resolução?
P: Nós estávamos com pressa nesta tarefa.
S: Devíamos indicar a altura, comprimento e largura.

Verificou-se que o grupo efetuou as medições necessárias para calcular o volume do armário, mas apresentou registos incompletos, sem indicações do que representavam cada um dos valores. Contudo, quando a PE os questionou sobre os valores apresentados, imediatamente compreenderam que deveriam estar devidamente indicados.

PE: Como pensaram depois de realizar as medições?
P: Preferimos fazer de uma maneira mais fácil e arredondamos logo a decímetros que era o objetivo do problema, e então 185cm ficou 18,5dm, o 100cm estava errado porque era 101cm que ficou 10,1dm e o 43,5cm ficou 4,35dm.
G: Depois multiplicamos os 3 valores, 18,5 x 10,1 x 4,35 e deu 812,7975 dm3
PE: E o que representa esse resultado?
S: O volume do armário.
PE: E conseguiram arredondar?
P: Sim, ficou aproximadamente 813 dm3

P: Depois fizemos 813 x $\frac{3}{4}$ porque era o volume do armário ocupado com livros e deu-nos 609,75 dm^3

Partindo da entrevista, pode-se deduzir que os alunos compreenderam o objetivo da tarefa e pensaram corretamente. Revelaram efetuar mais do que uma tentativa, já que se estavam a esquecer dos arredondamentos, e mencionaram que recorreram às sugestões para verificar o que estava a falhar quando receberam feedback negativo. Além disso, reconhecem apresentar uma resolução incompleta e confusa:

PE: Realizaram mais do que uma tentativa?
P: Sim porque não nos lembramos dos arredondamentos.
PE: Acham que a vossa resolução está completa?
S: Só faltava colocar as indicações do comprimento, largura e altura.
PE: Estão indicadas todas as unidades de medida?
G: Não. Faltava indicar junto ao 609,75 os decímetros cúbicos. Falta também indicar a fórmula para o volume do paralelepípedo.
PE: Acham que se eu mostrar a vossa resolução a um colega vosso ele vai compreender?
S: Depende. Se soubesse o que significa os valores 185, 100 e 43,5 entende, mas como não está escrito acho que não vai entender.

Em suma, considera-se que o grupo apresentou uma resolução parcialmente correta da tarefa, devido à pouca clareza, organização e à falta de aspetos importantes que permitiram contextualizar alguns registos. Contudo, ao longo da entrevista, foram capazes de demonstrar que aplicaram os conhecimentos necessários de forma adequada.

2.2.5 Tarefa 5

Na quinta tarefa realizada, pretendia-se que os alunos, partindo da numeração dos cacifos, indicassem a parte dos cacifos que possuía números divisíveis por 4. O grupo caracterizou esta tarefa como “simples e rápida”, revelando ter conseguido chegar ao resultado facilmente, o que seria expectável porque se tratava da utilização da ideia de parte-todo. Contudo, tal como nas tarefas anteriores, nos registos escritos, o raciocínio não estava claro. Na figura 51 observa-se a resolução apresentada, recorrendo a uma estratégia analítica.

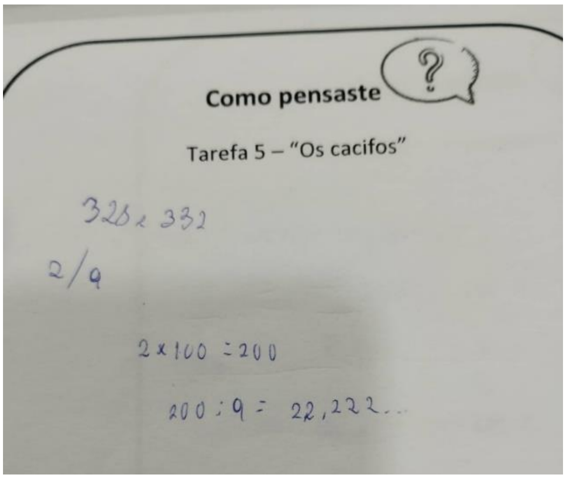

FIGURA 51 - RESOLUÇÃO DA TAREFA 5 PELO GRUPO "STONKS"

Na figura 52 observa-se os alunos a analisar a numeração dos cacifos.

FIGURA 52 - ALUNOS DO GRUPO "STONKS" ANALISAM A NUMERAÇÃO DOS CACIFOS

Tendo em conta a proposta de resolução do grupo, a investigadora pediu aos alunos, no momento da entrevista, para explicarem o processo que seguiram e como chegaram ao resultado:

S: Nesta tínhamos de ver quais eram os números divisíveis por 4
P: E vimos que era o 328 e o 332. E colocamos aqui os números (aponta para o registo).
PE: Certo. Eu estou a ler isto, como é que eu consigo perceber o que significa estes números?
S: Devíamos ter colocado as indicações.
P: Pois, se fosse um teste isto ia estar cortado.
PE: O mesmo acontece para $\frac{2}{9}$. O que representa?
G: Os dois cacifos que eram divisíveis por 4 e o número total de cacifos.

P: Como queríamos saber o resultado em percentagem, fizemos o 2x100 que deu 200 e depois dividimos 200 por 9 e deu 22,222...
G: Sim e depois arredondamos para 22%.

Partindo da explicação apresentada, verifica-se que o grupo compreendeu o que era solicitado na tarefa e o raciocínio utilizado foi válido, tendo recorrido a relações de proporcionalidade, com a aplicação da “regra de três simples”. Contudo, como se pode verificar no diálogo, reconheceram que alguns aspetos não estavam explícitos, podendo dificultar a compreensão da sua resolução:

PE: Se mostrar a vossa resolução a um colega vosso acham que ele vai compreender?
P: Falta indicar que aqueles números correspondem aos cacifos com números diviseis por 4 e explicar o que significa $\frac{2}{9}$, o resto está bem claro.
S: Sim, mas sem a parte inicial explicada não iriam chegar a perceber o restante.
G: E falta o arredondamento final e colocar o símbolo de percentagem.

Pode-se afirmar que os alunos não apresentaram dificuldades na tarefa, dominando os conhecimentos matemáticos requeridos, nomeadamente os critérios de divisibilidade, a fração como parte-todo, a fração como razão e as percentagens. O grupo mencionou ter acertado na resposta de imediato, realizando apenas uma tentativa sem recorrer às sugestões, pois consideraram esta a tarefa mais fácil.

Concluindo, apesar de na entrevista terem apresentado um raciocínio correto e no bloco de notas estratégias válidas para resolver a tarefa, o facto de os registos estarem incompletos, sem indicações e pouco explícitos, considerou-se a resolução da tarefa como parcialmente correta.

2.2.6 Tarefa 6

Na tarefa 6 pretendia-se que os alunos descobrissem quais as dimensões do modelo do mosaico a desenhar na folha, sabendo que seria construído à escala de 1:30. O grupo apresentou uma resolução parcialmente correta da tarefa, revelando algumas dificuldades em estabelecer proporções com base em escalas. Nos registos escritos efetuados (Figura 53), percebe-se que inicialmente surgiram algumas dificuldades.

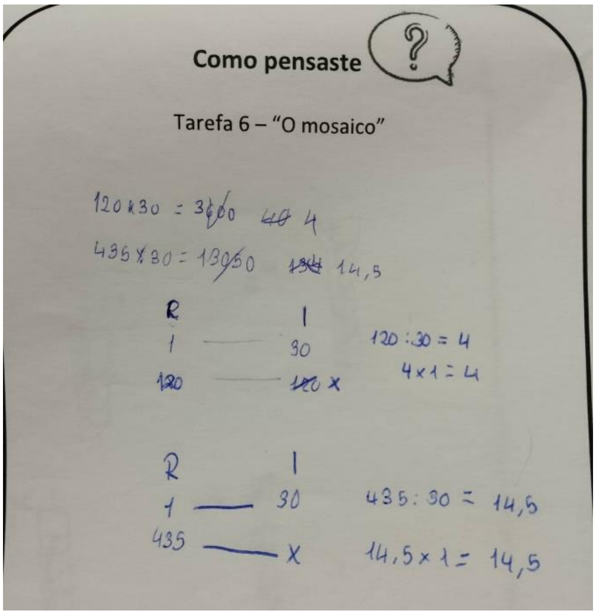

FIGURA 53 - RESOLUÇÃO DA TAREFA 6 PELO GRUPO "STONKS

Como se pode observar na resolução, o grupo recorreu a uma estratégia analítica. Começaram por não indicar o significado dos valores registados e por realizar cálculos incorretos, que posteriormente eliminaram. Depois, aperceberam-se do erro e reformularam a resolução. Para perceber melhor a estratégia utilizada, a investigadora, solicitou aos alunos, durante a entrevista, que explicassem o raciocínio utilizado.

PE: Como pensaram?
P: Nós primeiro pensamos errado porque fizemos 120 x 30 e 435x30.
PE: Mas antes disso, como chegaram a esses valores, 120 e 435?
G: Eu medi o mosaico, comprimento e largura e vi que o comprimento era de 435cm e a largura era de 120cm.
S: Não indicamos isso, tínhamos de indicar as medidas da largura e do comprimento na realidade.

Tal como pretendido, o grupo começou por recolher as medidas do mosaico, nomeadamente o comprimento e largura. Contudo, quando a PE questionou sobre a representação dos valores apresentados, imediatamente assumiram que tinham cometido um equívoco e que estes deveriam estar indicados nos registos.

P: Nós erramos e primeiro multiplicamos a largura e o comprimento por 30 porque os exercícios que fazíamos do livro normalmente eram assim.
S: Pois, e era o contrário tínhamos de dividir.
PE: Por que utilizaram a regra de três simples?
P: Na aula aprendemos assim e é a maneira mais fácil.

P: Depois percebemos que era para dividir porque era uma escala mais pequena, era para desenhar numa folha A4. Então nós fizemos 120:30 que deu 4 e 4x1= 4 e depois 435:30 que deu 14,5 e 14,5x1 que deu 14,5.

Além destes aspetos, verificou-se que, na aplicação da relação de proporcionalidade, trocaram a posição dos valores apesar de, no final, terem exibido os cálculos corretamente. A investigadora questionou os alunos sobre isto:

PE: Ora observem aqui a vossa resolução. Os valores na regra de três simples estão colocados corretamente?
G: Ah, pois não! Trocamos, 1cm tem de estar no irreal e 30 cm tem de estar no real, por isso é que estávamos a errar e multiplicar 120x30 e 435x30, quando é o contrário é 120x1 a dividir por 30 e 435x1 a dividir por 30.
P: Pois, mas não me lembro de ter feito nenhum problema assim nem parecido.

Nesta tarefa, surgiram algumas dificuldades devido a ter uma natureza diferente da que estavam acostumados a trabalhar em sala de aula, com base em problemas de semirrealidade. Os alunos evidenciaram ter utilizado nas aulas um conhecimento procedimental, tendo sido mais difícil adaptarem-se a um problema em contexto real. Na entrevista reconheceram que a sua resolução não estava completa:

PE: O que significam os valores a que chegaram? Como sei o que significa cada um destes valores olhando para a vossa resolução?
S: 4 é a largura e 14,5 é o comprimento. Faltam indicações.
PE: Que resultado introduziram na aplicação? Foi essa a primeira tentativa?
P: Este foi o primeiro e único resultado, só fizemos esta tentativa
PE: Acham que está completa a resolução?
G: Faltam indicações, unidades de medida e a resposta.
PE: Utilizaram as sugestões?
T: Não.

Concluindo, o grupo revelou ter sentido dificuldades na resolução da tarefa e na compreensão do que se pretendia, uma vez que, até ao momento da entrevista, não tinham conhecimento do erro cometido e achavam que o seu raciocínio estava correto. Assim, verifica-se que o principal problema se centrou na aplicação dos conceitos aprendidos, nomeadamente nas relações de proporcionalidade aplicadas a problemas com escalas.

2.2.7. Tarefa 7

A sétima tarefa consistia em descobrir o número de maneiras diferentes para se subir os degraus, de acordo com um conjunto de regras. Nesta tarefa, o grupo demonstrou não ter compreendido o enunciado e apresentou uma proposta de resolução incorreta. Apesar de terem interpretado mal a tarefa, apresentaram uma estratégia de resolução (Figura 54), a partir de uma representação visual, cujo resultado coincidiu com a solução da tarefa, tendo inserido na aplicação uma resposta correta.

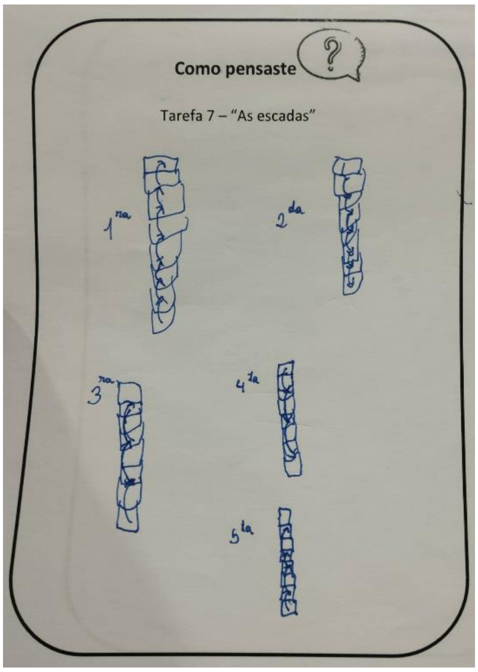

FIGURA 54 - RESOLUÇÃO DA TAREFA 7 PELO GRUPO "STONKS"

Como se pode observar na resolução, o grupo utilizou oito degraus nos esquemas feitos, revelando uma má interpretação do enunciado. O facto de a solução obtida ter coincidido com a solução da tarefa, tendo obtido feedback positivo da aplicação, induziu os alunos em erro, ficando com a ideia de que a sua resolução estava correta, até perceberem durante a entrevista que tinham cometido alguns erros. A investigadora pediu aos alunos para explicarem o raciocínio utlizado:

> PE: Digam-me o que interpretaram do enunciado e como pensaram.
> P: Primeiro pensamos em saber de quantas maneiras podíamos subir e descer as escadas. Nós primeiro fizemos o óbvio que era sempre subir de um em um degrau e depois descer de um em um degrau. Depois fizemos o mesmo para dois em dois degraus que é a terceira maneira e a quarta maneira. E a quinta é subir um degrau e depois subir dois degraus ou o contrário.
> PE: Então quantos degraus utilizaram?
> S: 8
> PE: E utilizaram 8 porquê?
> S: Porque eram 8 no enunciado.
> PE: Então vamos olhar para o enunciado. Contaram quantos degraus tinha o lance de escadas?
> G: Sim, tinha 9.
> PE: Então onde foram buscar os 8 degraus?

S: Diz ali usando $\frac{8}{18}$ dos degraus.
PE: Exatamente. Quantos degraus tinha o lance de escadas?
G: Vimos que tinha 9 de graus certo?
PE: Então quanto é $\frac{8}{18}$ dos degraus?
P: Certo. Ei, já entendi, isto é português. Só podemos usar $\frac{8}{18}$ dos 9 degraus. Tínhamos de multiplicar $9x\frac{8}{18}$.

Depois do aluno P chegar a esta conclusão, a investigadora pediu aos alunos que resolvessem a tarefa, entendendo que só poderiam utilizar quatro degraus e posteriormente estabelecessem as possíveis maneiras. Após chegarem ao resultado, os alunos conversaram entre si:

P: O nosso raciocínio está errado, mas tecnicamente o que fizemos está bem, a parte das tentativas dos saltos foi bem pensada.
G: Sim, a estratégia é essa, mas o que fizemos está errado porque para 8 degraus não são só cinco maneiras, seriam muitas mais.

Com base na entrevista verifica-se que os alunos compreenderam que a sua principal dificuldade se centrou na interpretação da tarefa, mas consideraram que a estratégia adotada estava correta. Na figura 55 observa-se os alunos a determinarem as maneiras possíveis para realizarem os saltos.

FIGURA 55 - ALUNOS DO GRUPO "STONKS" A VERIFICAR AS POSSÍVEIS TENTATIVAS

Durante a entrevista assumiram não ter recorrido às sugestões para resolver a tarefa, com receio de perder a pontuação, e referiram que a tarefa parecia simples, contudo realizaram mais do que uma tentativa de submissão. Reconheceram também que a sua resolução apresentava pouca clareza e falta de indicações.

P: Antes desta resolução fizemos outras tentativas.
PE: Inseriram na aplicação mais do que uma tentativa?

G: Sim, na primeira colocamos 4 porque não consideramos saltos de um e dois degraus.
PE: Acham que a vossa resolução se estivesse correta estava completa e percetível?
P: Os degraus estão desenhados.
S: Sim, mas falta indicar que isso representa degraus e quantas escadas utilizamos….

Concluindo, os alunos apresentaram uma resolução incorreta da tarefa e recorreram a uma estratégia que estava adequada, caso soubessem o número de degraus. Revelaram como principais dificuldades a interpretação do problema e a aplicação de alguns conceitos matemáticos. (e.g. operações com números racionais). Tal como na tarefa anterior, até ao momento da entrevista não tinham consciência do erro cometido e achavam que o seu raciocínio estava correto, já que inseriram uma solução coincidente e a aplicação deu um feedback positivo.

2.2.8. Tarefa 8

Nesta tarefa os alunos deviam indicar o número de suportes, o número total de lugares para estacionar as bicicletas e o número de lugares ocupados pelas bicicletas. O grupo "Stonks" caracterizou esta tarefa como "confusa" e afirmaram ter utilizado as sugestões para a conseguir realizar. Apresentaram uma resolução parcialmente correta, utilizando uma estratégia válida, mas pouco explícita e organizada, tendo partido de uma representação visual (Figura 56).

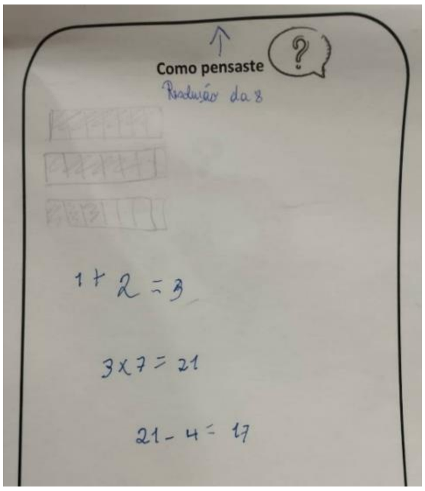

FIGURA 56 - RESOLUÇÃO DA TAREFA 8 PELO GRUPO "STONKS"

Assim, partindo da resolução do grupo, a investigadora solicitou que explicassem o raciocínio utilizado:

PE: Como pensaram para resolver esta tarefa?
P: Os desenhos representam os suportes, tínhamos já um suporte e acrescentamos mais dois.

PE: E o que significam essas divisões?
G: Os lugares.
S: Sim, cada suporte tinha sete lugares, logo cabiam sete bicicletas.

Tal como se verifica, começaram por representar num desenho os suportes e as respetivas divisões, que diz respeito ao número de lugares. Contudo, não indicaram informações sobre a representação efetuada.

P: Como o objetivo era estacionar 2 e $\frac{3}{7}$ do total de bicicletas, então vimos que cada suporte estacionava 7 bicicletas, para estacionar 2 e $\frac{3}{7}$ do total de bicicletas, eram precisos mais 2 suportes completos, que estacionam 14 bicicletas, e $\frac{3}{7}$ de um suporte.
G: Sim, por isso escrevemos 1 + 2 = 3, que são um suporte que já tínhamos mais dois que adicionamos e ficamos com 3 suportes no total.
S: E vimos que se temos 3 suportes, temos no total 21 lugares porque 3x7 = 21.
P: Para saber quantos lugares ficaram ocupados, ao número total de lugares tiramos os que sobraram, por isso 21- 4 =17 lugares que ficaram ocupados.
PE: Como chegaram ao 4?
P: Porque vimos no desenho que fizemos, o que está riscado foram os que ficaram ocupados, que foram os dois suportes mais 3 lugares, e 4 não estão riscados são os livres.

O grupo apresentou um raciocínio válido, explicando todos os procedimentos realizados. Demonstraram destreza na aplicação dos conhecimentos matemáticos envolvidos, nomeadamente o conceito de numeral misto, e revelaram tê-los compreendido. Contudo, aperceberam-se que na sua resolução faltava alguma informação à semelhança das tarefas anteriores:

PE: Não falta mais nada?
G: Dizer o que significa os cálculos, o que significa o 3, o 21 e o 17.
PE: O que representa 2 e $\frac{3}{7}$?
P: É um numeral misto, é o mesmo que 2 + $\frac{3}{7}$.

Os alunos assumiram que inicialmente sentiram algumas dificuldades, indicando que ficaram confusos e esqueceram-se de contabilizar um suporte, daí terem submetido mais do que uma tentativa na aplicação:

S: Neste usamos duas tentativas e só na terceira é que conseguimos.
P: Nós tentamos duas vezes porque pensávamos que eram 2 suportes e tentamos duas vezes colocar o 2.

Em suma, a resolução foi considerada parcialmente correta. Os alunos recorreram a uma estratégia mista, partindo de uma representação visual, e assumiram que este desenho tornou a tarefa “mais simples e fácil”. Revelaram ter sentido algumas dificuldades inicialmente com o enunciado, mas, após utilizarem as sugestões, as dúvidas foram esclarecidas. Demonstraram que os conhecimentos adquiridos na sala de aula estavam bem consolidados, aplicando-os corretamente.

2.3. Síntese

Pode-se concluir que o grupo-caso "Stonks" apresentou maioritariamente resoluções parcialmente corretas (75%), tal como se pode verificar no gráfico 8, tendo resolvido uma tarefa corretamente e uma tarefa incorretamente, mas não deixaram tarefas por resolver.

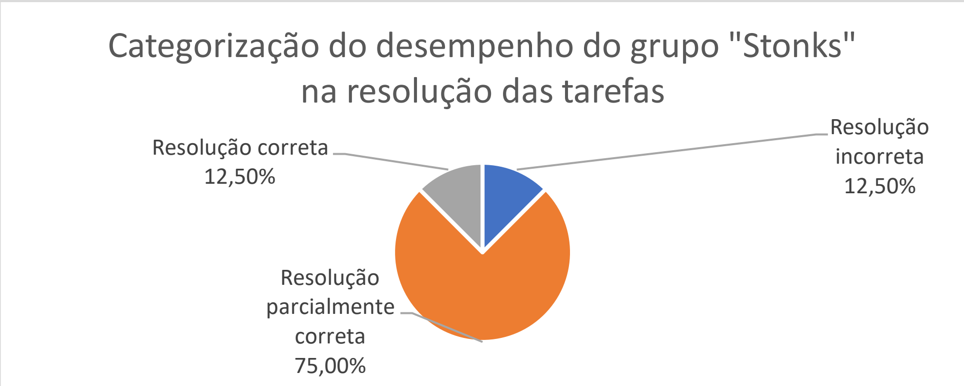

GRÁFICO 8 - CATEGORIZAÇÃO DO DESEMPENHO DO GRUPO "STONKS" NA RESOLUÇÃO DAS TAREFAS

De uma forma geral, revelaram entreajuda ao longo do trilho e consideraram que o trabalho de grupo foi importante, afirmando que "há mais do que um cérebro a pensar", logo é muito mais fácil resolver as tarefas. Reconheceram que, com maior esforço, poderiam ter obtido melhores resultados, sendo que, maioritariamente, as tarefas estavam bem resolvidas, mas sem indicações e com pouca clareza. A tabela 5 apresenta uma síntese da natureza das estratégias utilizadas pelo grupo "Stonks" na resolução das tarefas do trilho.

TABELA 5 - NATUREZA DAS ESTRATÉGIAS DE RESOLUÇÃO UTILIZADAS PELO GRUPO "STONKS

	Analítica	Mista	Visual
Tarefa 1	X		
Tarefa 2	X		
Tarefa 3		X	
Tarefa 4	X		
Tarefa 5	X		
Tarefa 6	X		
Tarefa 7			X
Tarefa 8		X	

Este grupo resolveu a maioria das tarefas com recurso a estratégias de natureza analítica, no entanto também usaram estratégias visuais e mistas. Na tarefa 7 recorreram a uma estratégia visual e nas tarefas 3 e 8 recorreram a estratégias mistas, tendo utilizado representações visuais.

Referiram que um dos aspetos que afetou o seu desempenho e envolvimento no trilho, foi o facto de estarem vários grupos em simultâneo a realizá-lo, em competição, com o objetivo de ganhar ou ter mais pontos. Este aspeto contribuiu para alguma falta de concentração na resolução das tarefas e respetivos registos. Neste sentido, consideraram ser mais produtivo realizar as tarefas no interior da sala.

O grupo reconheceu que umas das principais dificuldades sentidas foi a falta de clareza na explicitação do raciocínio e afirmaram ser um aspeto a melhorar numa próxima atividade desta natureza. Como grupo, disseram ter sido divertido e revelaram ter cooperado uns com outros, apesar de, por vezes, alguns elementos se distraírem. Referiram que, com a realização do trilho: consolidaram os conhecimentos aprendidos nas aulas sobre os números racionais; aprenderam a utilizar novas ferramentas, o metro e o curvímetro; e utilizaram um novo método de trabalho, substituindo o caderno pelo tablet. Afirmaram que foi a primeira vez que realizaram uma atividade desta natureza e que os deixam agradados. Na entrevista, apresentaram alguns aspetos e propostas a melhorar no trilho, nomeadamente: a ordem das perguntas, tal como se verifica no comentário "as perguntas podiam ser ordenadas pela ordem de dificuldade, da mais fácil para a mais difícil"; e também a alteração dos pontos de partida, "os grupos apresentarem pontos de partida diferentes, isto é, cada grupo iniciava numa tarefa diferente para não se juntarem todos no mesmo momento a resolver as tarefas". Os alunos assumiram ter gostado de realizar o trilho, pois foi uma atividade mais "divertida", "agitada", que despertou o "espírito de descoberta", quase como se fosse uma "competição amigável". Em suma, revelaram entusiasmo e interesse em querer repetir tarefas desta natureza, afirmando "podíamos ter outro trilho" e "podíamos chegar à aula na quarta-feira e a professora dizer que íamos ter outro trilho para fazer."

2.4. Atitudes do grupo-caso "Stonks" no trilho matemático

No presente tópico apresenta-se a análise dos resultados das atitudes do grupo-caso "Stonks" durante a realização do trilho. As atitudes estão organizadas em três subtópicos, nomeadamente: domínio afetivo, domínio comportamental e domínio cognitivo.

2.4.1. Domínio Afetivo

O domínio afetivo encontra-se organizado em três indicadores, a autoconfiança, a ansiedade e o gosto pela matemática, seguindo-se uma análise focada em cada um deles.

De acordo com os indicadores apresentados, verificou-se que os elementos do grupo apresentaram atitudes diferentes. No questionário inicial, o aluno P revelou gosto e interesse pela disciplina de matemática, identificando-a como a sua disciplina favorita e afirmou gostar de matemática porque "gosto de contas, cálculos e equações" e considerava ser bom aluno à disciplina, justificando "eu tenho cinco." O aluno G, considerava a disciplina de matemática como a sua terceira disciplina preferida e afirmou gostar de matemática porque "é uma disciplina interessante e divertida e existem muitos jogos competitivos" e disse ser bom aluno já que "tenho boas notas." A aluna S, tal como o aluno G, colocou a matemática em terceiro lugar das disciplinas favoritas, mas assumiu ser uma das disciplinas em que tinha mais dificuldades. Afirmou gostar de matemática, contudo disse gostar apenas de "algumas matérias", considerando-se boa aluna à disciplina, mas "se conseguisse tirar melhores notas e estar mais atenta" seria muito melhor.

De forma geral, durante a resolução do trilho, e de acordo com as observações realizadas pela investigadora, os elementos do grupo demostraram autoconfiança ao longo do trabalho desenvolvido, destacando-se sobretudo o aluno P que revelava mais facilidade na resolução das tarefas. Os alunos G e S demonstraram mais dificuldades, no entanto cooperavam entre si, e com auxílio do aluno P, ultrapassaram as dúvidas que iam surgindo. Na entrevista, a aluna S referiu que "eu não sou muito boa a matemática, tenho de evoluir mais" e durante a realização do trilho fez comentários como:

T (6): Eu não sei o que temos de fazer aqui. (S)
T (7): Oh, não estou a perceber o enunciado. (S)

O aluno G, ao longo do trilho, também apresentou pouca autoconfiança, tendo-se verificado através de comentários como:

T (4): Eu não sei se estou a medir bem. (G)
T (4): O meu papel não deveria ter sido fazer as medições. (G)

No entanto, o aluno P ia auxiliando os colegas ao longo do trilho, fazendo comentários no sentido de os ajudar:

T (3): S temos de contar as letras com simetria e as letras sem simetria. Primeiro vamos ver quais são as que têm simetria e depois contamos quantas letras existem de cada. (P)
T (4): Espera deixa-me ver. Está bem! Quanto mede? (P)
T (6): Calma, vamos pensar. S lê novamente o enunciado. (P)

Relativamente ao indicador ansiedade, o grupo apresentou globalmente uma postura tranquila e calma ao longo do trilho. Apesar das inseguranças demonstradas pelo aluno G na realização das medições e da aluna S na compreensão das tarefas, conseguiram apoiar-se. A aluna S e o aluno P auxiliavam o aluno G nas medições, e o mesmo acontecia com a aluna S que foi ajudada pelos colegas, através das explicações que apresentavam no sentido de uma melhor compreensão de cada tarefa. De uma forma geral, a ansiedade revelou-se na vontade de resolver o trilho rapidamente, aspeto que os próprios alunos reconheceram, afirmando que "aquilo parecia mais uma competição e por momentos nem nos apercebemos que estávamos a resolver tarefas" e "vimos que os outros grupos estavam a levar aquilo como uma competição e só queriam ser os primeiros a acabar, então queríamos resolver todas as tarefas rapidamente".

No que diz respeito ao gosto pela matemática, o aluno P referiu gostar das tarefas mais complexas porque "as tarefas mais fáceis eu resolvia rapidamente, gosto das que tinha que pensar no enunciado, como a das escadas". Por outro lado, o aluno G e S referiram que gostaram mais das tarefas mais fáceis. Globalmente, o grupo afirmou ter gostado de realizar o trilho e considerou que todas as tarefas eram "interessantes e importantes", realizando-as na sua maioria com gosto e entusiasmo.

2.4.2. Domínio Comportamental

No domínio comportamental, o indicador em estudo é a motivação intrínseca. De uma forma geral, o grupo evidenciou motivação e interesse na realização de tarefas matemáticas fora da sala de aula, como se pode constatar nas afirmações apresentadas no questionário inicial:

S: Para aprender melhor as matérias.

G: Porque é uma atividade divertida.
P: Porque acho novo e mais fixe ter aulas ao ar livre.

Além disso, no questionário final, aplicado após a realização do trilho, afirmaram ter gostado de realizar o trilho, demonstrando interesse e entusiasmo, reforçando as ideias iniciais, e justificaram esta afirmação:

S: Eu gostei de trabalhar em grupo.
P: Porque foi uma nova experiência.
G: Porque foi muito divertido e gostei de realizá-lo em equipa e na escola.

Na entrevista realizada confirmou-se a motivação e vontade por parte dos alunos em realizar um novo trilho:

G: Podíamos ter outro trilho.
P: Sim era muito fixe!
G: Podíamos chegar à aula na quarta-feira e a professora dizer que íamos ter outro trilho para fazer.
S: Faça professora!

Apesar de não terem resolvido todas as tarefas corretamente, tentaram dar sempre o seu melhor em cada uma delas. Revelaram ser um grupo unido e ativo, com vontade de concluir o trilho e ir além do que era pedido, em busca, não só da diversão, mas também da aprendizagem. É importante referir que um dos aspetos distintivos da motivação por parte dos alunos, foi o facto de em momento algum lhes surgir a ideia de desistir e por terem realizado todas as tarefas, apesar das dificuldades sentidas. Destaca-se particularmente a aluna S, que inicialmente revelava sentir dificuldades na disciplina de matemática, dizendo não se considerar muito boa a matemática, mas afirmou que a sua opinião em relação à disciplina mudou e justificou isto dizendo "percebi que a matemática é divertida".

Em suma, pode-se concluir que o grupo cooperou entre si, os alunos trabalharam e entreajudaram-se resolvendo todas as tarefas, apesar de terem resolvido uma tarefa incorretamente e na maioria das tarefas apresentarem raciocínios incompletos. Considera-se que este grupo apresentou um bom desempenho ao longo da realização do trilho, demonstrando autoconfiança, motivação e gosto pela matemática e desenvolveram a capacidade de relacionar os conceitos matemáticos trabalhados nas aulas com situações e acontecimentos do dia a dia.

2.4.3. Domínio Cognitivo

Relativamente ao domínio cognitivo, o indicador em análise centra-se na perceção do grupo-caso "Stonks" no que diz respeito à utilidade da matemática. Para analisar este indicador, foi necessário ter por base os questionários e a entrevista realizada aos alunos. Assim, no questionário inicial, procurou-se perceber o que pensam relativamente à utilidade da matemática no dia a dia. Os alunos P e G afirmaram que a matemática é útil no dia a dia e a aluna S considerou que a matemática não é útil no dia a dia, não tendo apresentado justificação para a sua resposta, contudo os alunos P e G referiram:

> P: Por exemplo, no cálculo de gastos mensais, ao fazer uma casa, etc.
> G: No supermercado (compras) e a fazer uma casa (ângulos).

Partindo do questionário final e das respostas apresentadas anteriormente, verificou-se que, após a realização do trilho, a opinião da aluna S alterou-se e a dos restantes colegas manteve-se. Assim, a aluna S afirmou que a matemática é útil no dia a dia e justificou a sua resposta registando "como no trabalho, nas compras e nas contas do dia a dia".

Um outro aspeto que permitiu que os alunos compreendessem a aplicabilidade da matemática foi o facto de o trilho se realizar fora da sala de aula e ter por base objetos e locais familiares que observavam diariamente, como a passadeira, as escadas, os armários, etc. Durante a realização do trilho enunciaram alguns comentários que demonstram admiração e surpresa pelas tarefas apresentadas:

> G: Passadeira? Mas esta tarefa é mesmo na passadeira professora?
> S: Não achei que ao olhar para estas letras ia poder resolver uma tarefa de matemática!
> P: Isto é mesmo original, nunca pensei ter uma aula de matemática assim.

Concluindo, os alunos realizaram o trilho com sucesso, ultrapassando todas as adversidades e dificuldades que iam surgindo. Foram capazes de partir dos conhecimentos adquiridos na sala de aula e aplicá-los em situações reais, com base em objetos presentes no seu quotidiano. Assim, revelaram que a realização do trilho despertou neles o "sentimento de descoberta", que houve momentos em que "nem nos apercebemos que estávamos a realizar tarefas de matemática" e afirmaram que "foi a primeira aula em que tivemos isso e foi divertido porque estivemos a resolver problemas e foi outro método de aprendizagem".

3. O grupo-caso “Barata Vermelha”

3.1. Caracterização do grupo

O grupo caso “Barata Vermelha” era constituído por quatro elementos, sendo que dois eram do sexo masculino e os restantes do sexo feminino. Tal como já se referiu, na escolha dos grupos foi considerado o nível de aprendizagem de cada um dos alunos, procurando-se que os elementos apresentassem diferentes níveis de aprendizagem, fossem comunicativos e participativos, esclarecessem as suas dúvidas, fossem interessados e tivessem disposição para aprender. Este grupo-caso, caracterizava-se como um grupo calmo, unido, empenhado, consistente, que trabalhava em cooperação e que gostava de partilhar ideias entre si e comparar raciocínios. Ao contrário dos outros grupos, não apresentaram um espírito competitivo, procurando dar o seu melhor naquilo que fizeram, isto é, na realização do trilho, sem se preocupar se seriam os primeiros ou os últimos a terminar. Contudo, os alunos que integraram o grupo apresentavam características distintivas, nomeadamente ao nível das atitudes. Assim, começa-se por realizar uma caracterização detalhada de cada um dos alunos.

A aluna I era uma rapariga com doze anos, muito calma, paciente, simpática e empenhada. Mostrava uma grande vontade de aprender e querer saber mais ao longo das aulas, colocava as suas dúvidas com naturalidade, demonstrando satisfação quando estas eram clarificadas. Era uma aluna que considerava a matemática como a sua terceira disciplina favorita e afirmava gostar de matemática porque “nunca tive um professor mau a matemática e ultimamente tenho melhorado”, considerando-se assim uma boa aluna à disciplina “porque nunca tirei nenhuma nota abaixo de 4”. Posto isto, pode-se dizer que revela autoconfiança e, sobretudo, motivação e interesse em aprender matemática. De acordo com o questionário inicial, considerava que a matemática é útil no dia a dia pois pode ser aplicada em: medições; para comparar preços; e para ver temperaturas; e demonstrava interesse em ter uma aula de matemática fora da sala de aula, já que “é uma maneira mais divertida e prática de aprender matemática”. No mesmo questionário, afirmou gostar de aprender com recurso à tecnologia e disse utilizar nas aulas de matemática “o geogebra várias vezes para construir retas, semirretas, segmentos de reta, círculos…”. Afirmou que o uso de recursos digitais em matemática é importante pois "é uma boa maneira de usar as novas tecnologias" e "é uma maneira mais divertida e prática de aprender matemática". No questionário final, disse ter gostado de realizar o trilho matemático "porque foi divertido e diferente do que normalmente fazemos", contudo mencionou ter sentido algumas dificuldades na realização das tarefas, sobretudo na interpretação e compreensão do enunciado. De entre as tarefas propostas e, partindo do questionário final, a aluna considerou a Tarefa 8 – "Suporte das bicicletas" como a tarefa mais fácil e a Tarefa 7 – "As escadas" como tarefa mais difícil. A tarefa que considerou ser a que mais gostou foi a Tarefa 3 – "As letras", mas não apresentou justificação para essa escolha, e a tarefa que menos gostou de resolver foi a Tarefa 7 – "As escadas", ou seja, a mesma que considerou ser a mais difícil e justificou a sua resposta afirmando "porque no início não estava a entender". A relação da aluna I com os colegas era positiva, procurava auxiliar os colegas sempre que necessário e afirmou ter gostado de realizar o trilho em grupo "porque assim cada um tem a sua função e é mais fácil para todos". Em suma, era uma aluna inteligente, perfecionista, dedicada e empenhada naquilo que fazia, concentrada e com um comportamento exemplar nas aulas. A realização do trilho, para a aluna I, foi uma experiência muito boa e considerou que a sua opinião em relação à matemática mudou porque "a matemática está presente em muitos lugares que normalmente ninguém percebe".

A aluna B era uma rapariga com doze anos, simpática, tímida e pouco participativa nas aulas. Durante as aulas era muito desconcentrada e distraía-se facilmente com os colegas, acabando por perder o foco da aula e deixar as suas dúvidas por esclarecer. Para esta aluna, a matemática não era de todo uma das suas disciplinas favoritas, colocando-a em oitavo lugar na ordem de preferência, e revelou ser uma das disciplinas em que tinha mais dificuldades, afirmando "porque não gosto muito da matéria". No questionário inicial, a aluna disse não gostar da disciplina de matemática "porque exige muita concentração e muito estudo" e não se considerava boa aluna à disciplina "porque não tenho muito boas notas". Assim, verifica-se que aluna apresentava uma atitude negativa em relação à disciplina e revelava pouca motivação e autoconfiança no processo de ensino e aprendizagem. Contudo, reconheceu que a matemática é útil no dia a dia e apresentou como exemplos “quando vamos às compras, quando vamos ao banco…”. Afirmou ser possível aprender matemática fora da sala de aula “nas explicações e na escola virtual”, revelando pouco ou nenhum conhecimento sobre aulas no exterior, não demonstrando interesse em ter uma aula nesse contexto, afirmando que “o que iria aprender fora era o que ia aprender na aula”. Contudo, após a realização do trilho, no questionário final, mudou a sua opinião e disse que ter aulas fora da sala de aula permitia “ficar a saber mais do que já aprendemos na aula” e disse ter gostado de realizar o trilho “porque me entusiasma mais a aprender matemática”. Além disso, referiu que depois de realizar o trilho a sua opinião em relação à matemática mudou “porque deu para perceber que a matemática não se aprende só através dos livros” e, além disso, permitiu a utilização de recursos digitais, o que ajuda a “ficarmos mais interessados na matéria”. No entanto, revelou ter sentido algumas dificuldades durante a realização do trilho, nomeadamente em compreender o enunciado das tarefas. De entre as tarefas realizadas, elegeu a Tarefa 5 – “Os cacifos” como a mais fácil e a Tarefa 8 – “A passadeira” como a mais difícil. Afirmou que a tarefa que gostou menos de resolver foi a que considerou mais difícil, foi a Tarefa 8 – “A passadeira”, e a tarefa que mais gostou foi a Tarefa 7 - “As escadas” e justifica dizendo que “para além de ser fácil era a mais divertida”. No que diz respeito ao seu relacionamento com os colegas, a aluna B apresentava uma boa relação com a turma e com os elementos do grupo que integrava, assumiu ter gostado de realizar o trilho em grupo pois considerava que “é mais rápido de resolver e divertido” e, ao longo do trilho, foi observável a sua cooperação com os colegas. Pode-se dizer que, apesar das dificuldades que apresentava e da sua relação com a disciplina, a utilização de recursos digitais e as tarefas em contexto real despertaram nesta aluna uma maior predisposição para aprender e desejo de melhorar os seus resultados, e declarou que após esta experiência aprendeu que os números racionais “não existem só nos livros, mas também noutros sítios”.

O aluno S era um rapaz com onze anos, atencioso, mas nas aulas não revelava muito interesse pela disciplina, muito raramente expunha as suas dúvidas e quando o fazia era para que o seu sentido de humor fosse notado. Este aluno não apresentava uma posição e opinião concretas em relação a certos assuntos, demonstrando alguma imaturidade em relação aos restantes colegas. No questionário inicial, considerou que a matemática era a sua segunda disciplina favorita, contudo assumiu sentir algumas dificuldades pois disse “acho difícil a matéria”. No entanto, a sua perspetiva era incoerente pois considerou a matemática como uma das disciplinas favoritas, e quando foi questionado “Gostas de matemática?”, afirmou que não, sem justificar a sua resposta; e à questão “Consideras que és bom aluno a matemática?” assumiu que não porque “sou mau em matemática”. Neste sentido, verifica-se que o aluno S revelava pouca confiança em si próprio e pouca motivação e vontade em aprender. Considerava que a matemática era útil no dia a dia, mas não apresentou justificação para a sua resposta, em ambos os questionários. Contudo, no questionário inicial referiu que se podia encontrar matemática fora da sala de aula e apresentou exemplos como “quando vais às compras pagar alguma coisa”. No mesmo questionário, não apresentou opinião em relação à questão “Gostavas de ter uma aula de matemática fora da sala de aula?”, no entanto, no questionário final, considerou ser importante ter aulas no exterior “porque é uma nova forma de aprender matemática” e afirmou ter gostado de realizar o trilho pelo mesmo motivo. Ainda no questionário final, afirmou gostar de utilizar a tecnologia para aprender pois considerava que “é mais fácil” e assumiu ter sentido algumas dificuldades na resolução das tarefas do trilho, pois considerou que “eram difíceis”. Na sua opinião a tarefa mais difícil foi a Tarefa 7 – “As escadas” e tarefa mais fácil foi a Tarefa 5 – “Os cacifos”. Assumiu que a tarefa que mais gostou foi a que considerou mais fácil, a Tarefa 5 – “Os cacifos”, e a que menos gostou foi a que considerou ser mais difícil, a Tarefa 7 – “As escadas”, ou seja, associou o seu gosto ao grau de dificuldade das tarefas. No que diz respeito à sua relação com os colegas da turma, mantinha uma relação saudável com os colegas, dialogando e comunicando muito com todos, por vezes em demasia, interrompendo e prejudicando o decorrer das aulas. Afirmou ter gostado de trabalhar em grupo, pois considerava que assim “era mais fácil”. Concluindo, o aluno S caracterizava-se como um aluno com um comportamento maioritariamente disruptivo, afetando o desenrolar das aulas, sendo que, estas atitudes foram um dos principais motivos que justificava o seu insuficiente aproveitamento nas aulas. Revelou ser um aluno desmotivado, pouco confiante e apresentava uma má relação com a disciplina, no entanto, após a realização do trilho, a sua opinião relativamente à utilidade da matemática alterou-se, assumindo que a matemática e os números racionais "podem ser utilizados em coisas aleatórias".

O aluno J era um rapaz com onze anos, simpático e muito expressivo. Ao longo das aulas apresentava um desempenho regular e ia expondo as suas dúvidas. No questionário inicial, este aluno colocou a disciplina de matemática em quinto lugar e afirmou sentir algumas dificuldades na disciplina "pois acho bastante difícil as suas aprendizagens". Assumiu não gostar de matemática e justificou, "porque não gosto de letras misturadas com números", disse também não se considerar um bom aluno nesta disciplina já que "não tiro boas notas". Desta forma, verificou-se que este aluno apresentava algumas dificuldades e revelava alguma desmotivação, mas era interessado, apesar dos seus resultados. O aluno J achava a matemática útil no dia a dia e que podia ser encontrada em diversas situações "para calcular o preço dos itens no supermercado". Com base no mesmo questionário, no seu ponto de vista, não se pode aprender matemática fora da sala de aula, mas não apresentou uma justificação para a sua resposta. Não escondeu a vontade e gosto em ter uma aula de matemática fora da sala de aula e justificou mencionando "para ser mais divertido". No entanto, no questionário final considerou ser importante ter aulas de matemática fora da sala de aula porque "faz a matemática parecer mais fácil". Afirmou gostar de aprender com recurso à tecnologia pois "facilita os cálculos e a aprendizagem". Relativamente ao trilho, gostou de o realizar e considerou que "foi uma forma divertida de aprender matemática", contudo revelou ter sentido algumas dificuldades na realização das tarefas, nomeadamente na tarefa do mosaico e na tarefa das escadas. Considerou a Tarefa 1 – "O tapete" como a mais fácil e a Tarefa 8 – "O mosaico" como a mais difícil, no entanto indicou que a que mais gostou de resolver foi a Tarefa 1 – "O tapete", ou seja, a que considerou mais fácil e diz que achou esta tarefa "engraçada pela forma de medição" e a que menos gostou de resolver foi a Tarefa 8 – "O mosaico", a que considerou mais difícil. No que concerne a aspetos relacionais, este aluno apresentava uma boa relação com a turma e com os elementos do grupo que integrou. Demonstrou interesse em realizar trabalhos colaborativamente e em relacionar-se com os colegas e assumiu ter gostado de realizar o trilho, porque permitiu que pudesse "interagir com os meus colegas". Esta interação foi um aspeto benéfico, mas por outro lado, nas aulas era por vezes prejudicial, para a turma e para o aluno em questão, já que gostava muito de conversar com os colegas, revelando distrações que posteriormente afetavam o seu desempenho. Em suma, o aluno J revelou ser um pouco desmotivado e assumiu ter maus resultados em matemática, mas, ao longo do trilho, aplicou-se e cooperou com os colegas e demonstrou que a sua perspetiva em relação à disciplina se alterou depois de vivenciar esta experiência, mostrando uma evolução na sua conceção sobre a matemática e os números racionais. O próprio confirmou isto quando afirmou "são números, que apesar de serem chatos podem ser muito divertidos".

3.2. Desempenho do grupo-caso "Barata Vermelha" no trilho matemático

Neste tópico, pretende-se analisar e descrever o desempenho do grupo-caso "Barata Vermelha" na resolução das tarefas do trilho. Na categoria desempenho foram consideradas três subcategorias: a resolução da tarefa, a natureza das estratégias e as dificuldades sentidas. Na subcategoria da resolução da tarefa foram estabelecidos os seguintes indicadores: não apresenta resolução, resolução incorreta, resolução parcialmente correta e resolução correta. Para uma melhor compreensão de cada uma das subcategorias, foram estabelecidos indicadores de desempenho que podem ser analisados no anexo 8. Na subcategoria da natureza das estratégias foram definidos indicadores de acordo com a sua natureza: analítica, visual e mista. Além destas subcategorias foram analisadas as principais dificuldades sentidas pelos alunos, ao nível das estratégias de resolução, dos conhecimentos mobilizados e da comunicação do raciocínio.

Como já se referiu, cada elemento do grupo desempenhava uma função ao longo da realização do trilho. Assim, a aluna I, como era a mais organizada, ficou responsável pelos registos escritos das tarefas, a aluna B, por ser cuidadosa, ficou responsável pelo tablet e pela leitura das tarefas aos colegas, desempenhando o papel de navegadora, e os alunos S e J, como eram os mais agitados, ficaram responsáveis pela utilização das ferramentas para efetuar a recolha dos dados. Durante a realização do trilho, a aluna B realizava a leitura do enunciado em voz alta para os colegas e, posteriormente, cada elemento do grupo apresentava o seu ponto de vista relativamente à tarefa e à respetiva resolução. O grupo revelou uma boa relação, boa capacidade de comunicação e cooperação, procurando ajudar-se mutuamente e clarificar as dúvidas entre si. Um aspeto em que este grupo diferiu do anterior, foi serem muito mais organizados, revelando preocupação em apresentar os registos dos seus raciocínios de forma muito clara e explícita. De uma forma geral, apresentaram maioritariamente estratégias de resolução adequadas e respostas corretas, contudo algumas tarefas foram resolvidas de forma parcialmente correta, nomeadamente pela falta de informação, indicações ou algum esclarecimento do raciocínio utilizado.

3.2.1. Tarefa 1

Esta tarefa consistia em calcular a parte da rampa que ficou a descoberto. O grupo "Barata Vermelha" resolveu-a corretamente e apresentou uma proposta de resolução semelhante à do grupo-caso anterior, contudo os registos estavam mais completos e com as devidas indicações. Nas observações realizadas durante o trilho, o grupo apresentou facilidade na resolução da tarefa e trabalhou autonomamente. Na entrevista, revelaram que não apresentaram dificuldades e assumiram ter efetuado apenas uma tentativa de submissão da resposta, obtendo imediatamente um feedback positivo:

PE: Fizeram mais do que uma tentativa?
T: Não.
PE: Utilizaram as sugestões?
T: Não.
PE: Então não sentiram dificuldades?
T: Não.

A figura 57 apresenta a proposta de resolução do grupo "Barata Vermelha" na tarefa 1, recorrendo a uma estratégia analítica.

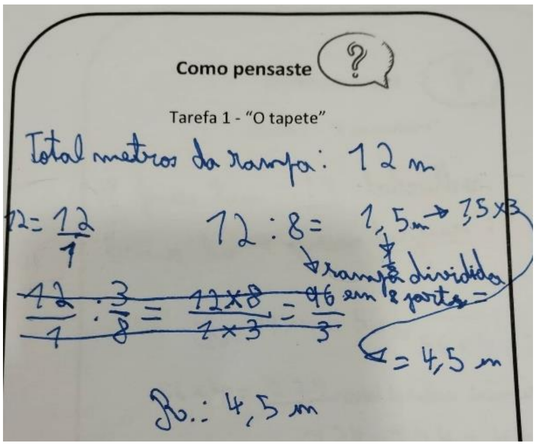

FIGURA 57 - RESOLUÇÃO DA TAREFA 1 PELO GRUPO "BARATA VERMELHA"

Para uma melhor compreensão do raciocínio utilizado pelos alunos, durante a entrevista foi-lhes apresentado o seu bloco de apontamentos com a resolução da tarefa e solicitado que explicassem o modo como pensaram:

> PE: Podem-me explicar como pensaram para resolver esta tarefa?
> I: Primeiro vimos quantos metros tinha a rampa, deu 12 metros que é igual a $\frac{12}{1}$.
> PE: Então, mas como chegaram ao total de metros da rampa?
> T: Medimos com aquele instrumento estranho.
> PE: O curvímetro. Então este $\frac{12}{1}$ representa o quê?
> J: Total da rampa.
> PE: Então e porque colocaram em forma de fração? Porquê este passo?
> I: Pois, não é necessário, mas como vimos que havia outras frações colocamos em forma de fração, porque achamos que íamos precisar.
> PE: Muito bem. Continuem.

Tal como esperado, o grupo começou por recolher os dados pretendidos para realizar a tarefa. Após obter o comprimento da rampa, partindo do enunciado e por intuição representaram o valor obtido na forma de fração.

> B: Como no enunciado diz que o tapete ocupava 3/8 do comprimento, dividimos o comprimento da rampa por 8 partes, logo 12: 8 =1,5 metros.
> I: Sim e o resultado multiplicamos por 3, por isso ficou 1,5 x 3 = 4,5.
> PE: E o que significa estes 4,5 metros?
> J: O que o tapete preencheu.
> B: É o que o tapete não cobriu, é o que ficou a descoberto.

Verifica-se que o raciocínio dos alunos é válido e as explicações dadas demonstram que compreenderam a tarefa. Como se verifica na figura 57, a resolução realizada pelos alunos está correta e com as devidas indicações. Na figura 58 observa-se o grupo a discutir sobre a tarefa.

FIGURA 58 - ALUNOS DO GRUPO "BARATA VERMELHA" TROCAM IDEIAS E DISCUTEM ASPETOS DA TAREFA 1

Conclui-se que o grupo resolveu a tarefa com sucesso, aplicando os conhecimentos aprendidos nas aulas e revelaram uma boa capacidade de comunicação escrita e oral no esclarecimento do seu raciocínio.

3.2.2. Tarefa 2

Na segunda tarefa pretendia-se descobrir a parte de ladrilhos inteiros da passadeira que estava pintada de branco. O grupo estava a conseguir resolver a tarefa corretamente até ao momento de apresentar o número total de ladrilhos inteiros brancos, posteriormente começaram a cometer erros. Assim, considerou-se que a resolução efetuada está "parcialmente correta". Na figura 59 apresenta-se a resolução realizada pelo grupo "Barata Vermelha", partindo de uma estratégia de natureza analítica.

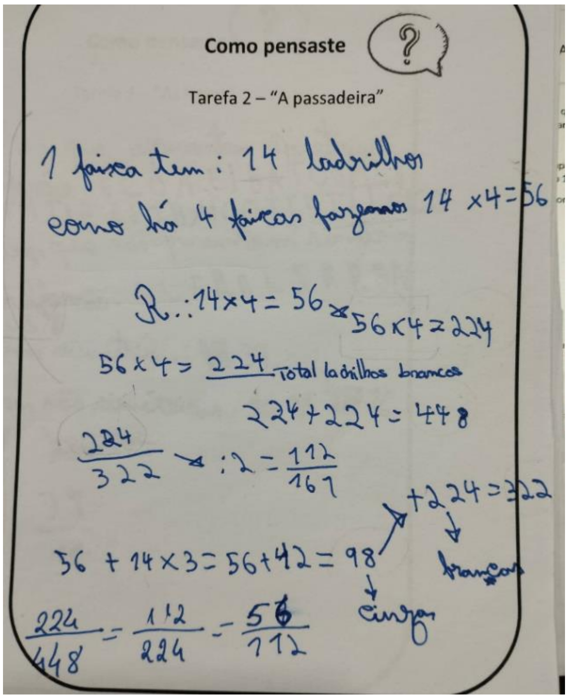

FIGURA 59 - RESOLUÇÃO DA TAREFA 2 PELO GRUPO "BARATA VERMELHA"

Os alunos começaram por calcular o número total de ladrilhos brancos inteiros, mas não conseguiram calcular o número de ladrilhos cinza nem o número total de ladrilhos. Para compreender o raciocínio seguido pelos alunos, a investigadora solicitou na entrevista que explicassem como pensaram:

> PE: Como pensaram nesta tarefa?
> I: Nós dividimos uma faixa branca em quatro partes e contamos uma parte e vimos que tinha 14 ladrilhos inteiros, como dividimos em quatro partes fizemos 14x4 = 56.
> PE: Então 56 representa o quê?
> J: Total de ladrilhos brancos inteiros de uma faixa.

PE: Sim, e depois?
I: Como havia 4 faixas brancas, fizemos 56x4 = 224 ladrilhos inteiros brancos.
PE: Muito bem! E o que significa 224 + 224 = 448?
B: Ui, não sei.
S: Era o total de ladrilhos brancos e cinzentos.
PE: O número de faixas cinzas e brancas era o mesmo? Ora observem a figura.
J: Não. Os cinzentos eram cinco, mas nós assumimos que era igual, por isso a partir daí a nossa resolução está mal.
I: Sim, o resto está mal.

Verifica-se que os alunos apenas contaram o número de ladrilhos brancos e assumiram que o número de ladrilhos cinzentos era igual ao número de ladrilhos brancos, o que não era verdade. Um dos motivos que poderia conduzir os alunos à contagem do número de ladrilhos cinzentos era ter como referência o número de faixas com ladrilhos cinzentos diferir do número de faixas com ladrilhos brancos. No entanto, e apesar de apresentarem uma parte da sua resolução incorreta, afirmaram ter inserido um resultado correto na aplicação, já que, com a ajuda do professor, acabaram por finalizar a tarefa, mas não apresentaram os ajustes nos registos escritos.

PE: O resultado que inseriram na aplicação estava certo ou não?
B: Nós pusemos mais do que um.
I: Sim havia mais do que um.
PE: E como chegaram a esse resultado?
I: (aponta para o bloco de notas) O que fizemos aqui está mal, mas com ajuda do professor chegamos ao resultado, mas não registamos.

Tendo em conta os aspetos anteriores, verifica-se que o grupo apresentou algumas dificuldades, nomeadamente na contagem dos ladrilhos. Para clarificar as suas dúvidas, assumiram ter recorrido às sugestões apresentadas pela aplicação, tal como se verifica no diálogo estabelecido com a investigadora.

PE: Utilizaram as sugestões?
T: Sim.
PE: Foram úteis?
T: Sim.
PE: Que resposta inseriram?
B: Acho que nesta inserimos duas respostas.
PE: E porque inseriram estas duas respostas?
I: Porque são frações equivalentes.
PE: E fizeram mais do que uma tentativa?
S: Não, foi só uma.
B: Não. Nós erramos na primeira.
PE: Acham que se mostrar esta resolução a um colega vosso ele vai compreender?
S: (aponta para o bloco de apontamentos) Não, está errado aqui e mesmo que estivesse certo está muito confuso.
J: Falta indicar.

Na figura 60 é possível observar os alunos durante a resolução da tarefa.

FIGURA 60 – ALUNOS DO GRUPO "BARATA VERMELHA" RESOLVEM A TAREFA 2

Pode-se concluir que o grupo apresentou uma resolução parcialmente correta, uma vez que apenas uma parte da tarefa foi bem resolvida e submeteram o resultado esperado. Contudo, foram visíveis algumas dificuldades, não só na aplicação de conceitos matemáticos (e.g. fração como parte-todo, frações equivalentes e simplificação de frações), mas também na contagem dos ladrilhos, considerando o número de ladrilhos por intuição e assumindo que o que lhes foi apresentado era "objetivo e claro". Mais tarde, e após a sua análise, esta resolução veio demonstrar ao grupo, a importância da contagem e de não saltar procedimentos durante a realização das tarefas.

3.2.3 Tarefa 3

A terceira tarefa consistia em determinar a razão entre o número de letras que apresentavam simetria de reflexão e o número de letras que não apresentavam simetria de reflexão. Nesta tarefa, o grupo "Barata Vermelha" apresentou uma resolução correta. Assim, exibiram nos seus registos todas as letras que apresentavam simetria de reflexão, apontando o número total, e usaram o mesmo procedimento para todas as letras que não apresentavam simetria de reflexão. A figura 61 apresenta a resolução do grupo, recorrendo a uma estratégia mista.

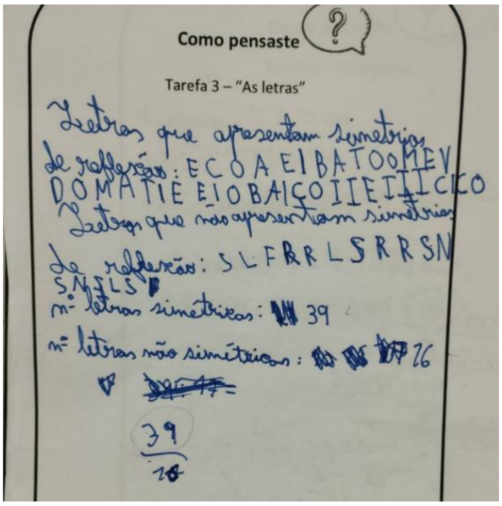

FIGURA 61 - RESOLUÇÃO DA TAREFA 3 PELO GRUPO "BARATA VERMELHA"

Verifica-se que os alunos realizaram várias tentativas de contagem até chegar ao resultado correto. Apresentaram uma resolução clara, com as devidas informações e explicitação do raciocínio utilizado. Contudo, durante a entrevista, a investigadora pediu na mesma aos alunos que explicassem o raciocínio aplicado na tarefa.

> PE: Como pensaram?
> B: Vimos as letras que tinham simetria de reflexão e fomos escrevendo e depois vimos as que não tinham e também fomos escrevendo.
> J: E depois vimos o número total de letras simétricas e o número total de letras que não apresentam simetria.
> I: Ah, e passamos para fração.
> PE: O que significa então ter simetria de reflexão?
> S: São as letras que não mudam e se tivéssemos um espelho ficariam iguais.
>
> …
>
> PE: Na tarefa pedia a razão. O que é a razão?
> I: A razão entre dois valores, aqui o antecedente era o número de letras com simetria e o consequente era o número de letras sem simetria.

Como se verifica, os alunos demonstraram ter presentes os conhecimentos aplicados e revelaram uma boa compreensão da tarefa. Afirmaram não ter sentido dúvidas, nem ter sido necessário recorrer às sugestões, e, apesar das tentativas apresentadas nos registos escritos, dizem ter inserido apenas uma vez a solução na aplicação. Na figura 62 observa-se os alunos a efetuarem os registos necessários para resolver a tarefa.

FIGURA 62 - ALUNOS DO GRUPO "BARATA VERMELHA" REALIZAM REGISTOS DA TAREFA 3

Conclui-se que apresentaram uma resolução correta, com registos devidamente organizados e com as indicações necessárias para uma boa compreensão do raciocínio. Revelaram não ter sentido dificuldades nos conceitos a utilizar, nomeadamente a razão e a simetria de reflexão, concluindo a tarefa com sucesso.

3.2.4. Tarefa 4

Na quarta tarefa pretendia-se que determinassem o volume do armário ocupado com livros, em dm^3. Pelas observações realizadas durante a realização do trilho, o grupo não aparentou ter sentido dificuldades, contudo, na entrevista, verificou-se que houve algumas na medição do comprimento do armário. Os registos efetuados pelos alunos evidenciam um raciocínio claro, contudo poderia estar mais organizado e faltou indicar a fórmula para calcular o volume do paralelepípedo. Como se pode verificar na resolução, os alunos recorreram a uma estratégia analítica (Figura 63).

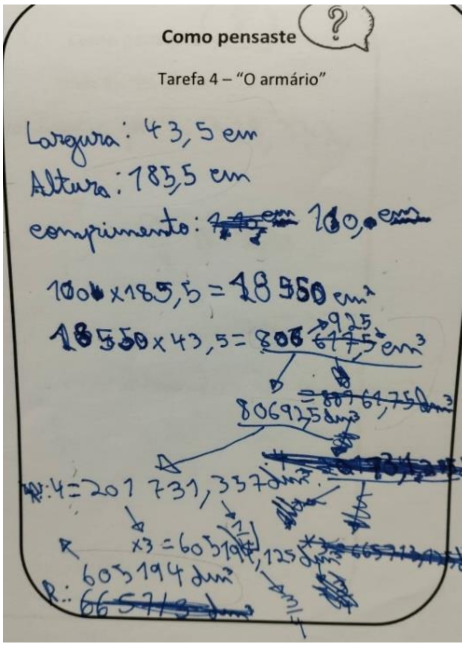

FIGURA 63 - RESOLUÇÃO DA TAREFA 4 PELO GRUPO "BARATA VERMELHA"

Assim, para uma melhor compreensão do raciocínio utilizado pelo grupo a investigadora pediu que explicassem os seus registos e todos os procedimentos adotados.

> PE: Como pensaram para resolver esta tarefa?
> B: Primeiro, medimos a largura a altura e o comprimento.
> PE: Por que realizam essas medições?
> S: Para calcular o volume.

Verificou-se que o grupo efetuou as medições necessárias e chegaram imediatamente à conclusão que tinham de aplicar a fórmula de cálculo do volume do paralelepípedo.

> I: Depois multiplicamos o comprimento pela altura.
> PE: Porquê?
> I: Para descobrir a área da base.
> I: Depois multiplicamos a área pela largura porque era para determinar o volume.
> PE: E obtiveram que resultado?
> I: (aponta para a folha de registo) Este primeiro em cm3. Depois passamos para dm3.
> PE: E depois?
> I: (aponta para a folha de registo) Depois de passar para decímetros cúbicos dividimos por quarto para saber quanto é que era 1/4 e é igual a este resultado. E multiplicamos para ver quanto ocupavam os ¾.
> B: Ah e no final como dizia no enunciado, arredondamos à unidade mais próxima.

De acordo com a entrevista, pode-se afirmar que os alunos compreenderam o objetivo da tarefa e apresentaram um raciocínio correto e claro. Mostraram conhecer os conceitos matemáticos a aplicar e não apresentaram hesitações no momento da resolução. Assumiram que uma das principais dificuldades sentidas se centrou na realização das medições, mais concretamente na medição do comprimento, levando-os assim a efetuar mais do que uma tentativa de resolução e submissão de resposta na aplicação.

> PE: Fizeram mais do que uma tentativa?
> J: Sim porque o primeiro valor que obtivemos do comprimento estava errado.
> PE: Ah, fizeram uma medição errada foi isso?
> I: Sim e depois reformulamos.

Com base na entrevista, mencionaram ter recorrido às sugestões para verificar o que estava a falhar quando inseriam o resultado e não estava correto. Além disso, reconheceram que a sua resolução poderia estar mais organizada.

> PE: Acham que está completa a vossa tarefa? Não falta nada? Estão todos os procedimentos aqui?
> T: Sim!
> PE: Acham que se mostrar a vossa resolução a um colega vosso, ele vai compreender? No que respeita à organização?
> S: Está um bocadinho confuso.
> PE: Utilizaram as sugestões?
> T: Utilizamos uma.

Concluindo, considera-se que o grupo apresentou uma resolução correta, clara, explícita e com as devidas indicações, mas reconheceram que poderia estar mais organizada. Ao longo da entrevista demonstraram uma boa compreensão da tarefa e que os conhecimentos foram corretamente aplicados.

3.2.5. Tarefa 5

Na quinta tarefa o objetivo era que os alunos, partindo da numeração dos cacifos, indicassem a parte dos cacifos que possuía números divisíveis por 4. O grupo revelou ter conseguido chegar ao resultado com facilidade, afirmou não ter sentido dúvidas e recorreu a uma estratégia analítica para resolver a tarefa. De acordo com os registos (Figura 64), o raciocínio estava claro e os cálculos efetuados corretos, faltando apenas uma indicação.

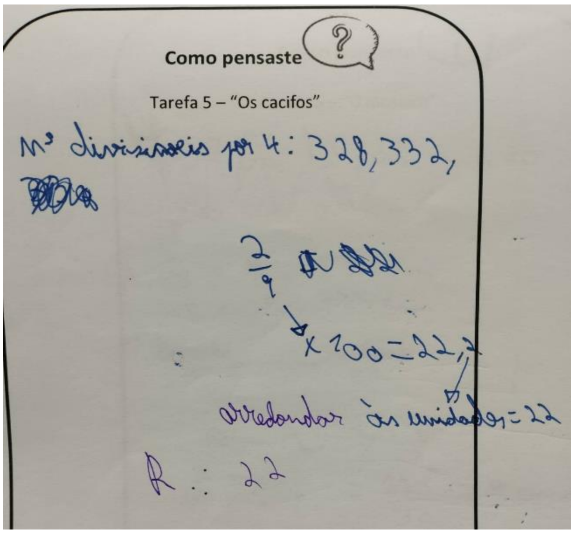

FIGURA 64 - RESOLUÇÃO DA TAREFA 5 PELO GRUPO "BARATA VERMELHA"

Para melhor compreender a resolução do grupo, a investigadora solicitou, na entrevista, que explicassem como pensaram na resolução da tarefa.

PE: Como pensaram nesta tarefa?
S: Vimos os números divisíveis por 4.
J: Na calculadora dividimos o número por 4 e vimos se dava um número inteiro ou não.
B: E vimos que davam dois números, que eram 328 e 332.
PE: E o que representa os $\frac{2}{9}$?
B: De 9 cacifos que havia, 2 deles eram divisíveis por 4.
PE: Sim, depois colocaram uma setinha x100, o que é que isto quer dizer?
I: Era para ver o resultado em forma de percentagem.
PE: E o que significam os 22,2?
I: Percentagem de cacifos que eram divisíveis por 4. Arredondamos às unidades e deu 22.

De acordo com as informações obtidas na entrevista, verifica-se que o grupo não sentiu dificuldades na realização da tarefa, apresentando uma boa compreensão do enunciado e o raciocínio utilizado estava correto. Assumiram não ter sido necessário recorrer às sugestões e ter efetuado apenas uma tentativa de submissão. Contudo, tal como se pode verificar no diálogo, os alunos reconheceram que podiam ter incluído uma indicação, para uma melhor compreensão do seu raciocínio.

PE: Realizaram apenas uma tentativa?
S: Sim, acho que sim.
PE: Acham que está completa?
I: Falta aqui uma indicação no $\frac{2}{9}$.
PE: Utilizaram as sugestões?
T: Não.

Na figura 65 pode-se observar os alunos em discussão e troca de ideias durante a realização da tarefa.

FIGURA 65 - ALUNOS DO GRUPO “BARATA VERMELHA” TROCAM IDEIAS SOBRE A TAREFA 5

Concluindo, pode-se afirmar que resolveram a tarefa corretamente, adotando uma estratégia válida e não apresentaram dificuldades, dominando os conhecimentos matemáticos aplicados, nomeadamente os critérios de divisibilidade, a fração como parte-todo, a fração como razão e as percentagens.

3.2.6. Tarefa 6

Na sexta tarefa, o objetivo era descobrir as dimensões do modelo do mosaico a desenhar na folha, sabendo que seria construído à escala de 1:30. Os registos efetuados pelo grupo “Barata Vermelha”, permitem categorizar a resolução como correta. É de salientar que nesta tarefa, durante a realização do trilho, os alunos não revelaram dificuldades, sendo bastante autónomos. Apesar de nos registos escritos (Figura 66) apresentarem cálculos eliminados, percebe-se que foram capazes de avaliar o que estava a falhar e resolver a tarefa corretamente recorrendo a uma estratégia de natureza analítica.

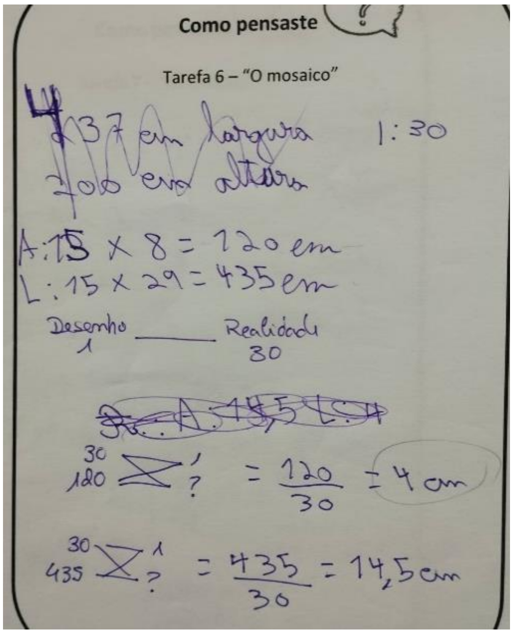

FIGURA 66 - RESOLUÇÃO DA TAREFA 6 PELO GRUPO "BARATA VERMELHA"

Como se pode observar, a resolução do grupo está bastante completa e organizada, apesar de rasurada, apresenta os cálculos corretamente. Na entrevista assumiram ter ocorrido um lapso nos seus registos, já que associaram as dimensões do comprimento à largura (L). Para entender melhor a estratégia empregue, a investigadora, durante a entrevista, solicitou aos alunos que explicassem o raciocínio utilizado.

> PE: Como pensaram para resolver esta tarefa?
> I: Para ver a altura, vimos que cada quadradinho tinha 15 cm de lado, como tinha 8 quadradinhos de altura, multiplicamos por 8 e deu 120 cm. Para o comprimento fizemos o mesmo, vimos que o quadrinho tinha 15 cm de lado, como havia 29 quadradinhos multiplicamos por 29, logo vimos que tinha 435cm.
> PE: Sim. E depois de obterem estas dimensões?
> I: A escala era no desenho 1 cm e na realidade 30 cm, então usamos a regra de três simples e descobrimos os valores a desenhar no papel para a escala 1:30.
> PE: E o que representam os 4 cm?
> I: Na realidade são 120 cm e para o desenho passa a 4 cm. E fizemos o mesmo para o comprimento, na realidade 435 cm passa a 14,5 cm no desenho.

Como se pode verificar pela resolução e pela explicação dada pela aluna I durante a entrevista, o grupo recorreu a uma estratégia interessante e mais simples, já que não recorreram à medição total do mosaico, medindo apenas o lado de um azulejo, que tinha a forma de um quadrado, e a partir daí contaram o número de azulejos que eram utilizados na altura e no comprimento, para posteriormente multiplicarem o lado do quadrado pelo número de azulejos que havia na altura e no comprimento. De acordo com a explicação apresentada, o grupo revelou não ter sentido dificuldades e, durante a entrevista, confirmaram não ter recorrido às sugestões, nem ter inserido mais do que uma tentativa.

Em suma, conclui-se que o grupo apresentou uma resolução correta da tarefa e demonstrou facilidade na resolução e uma boa compreensão da mesma. Apresentaram um raciocínio explícito, com as devidas indicações e cálculos. Além disso, é visível que os conceitos abordados nas aulas estavam consolidados, já que, aplicaram corretamente o conceito de escala e foram capazes de aplicar e estabelecer proporções com base em escalas.

3.2.7. Tarefa 7

Na sétima tarefa pretendia-se descobrir o número de maneiras diferentes para subir os degraus das escadas, de acordo com as regras apresentadas. O grupo apresentou uma resolução correta da tarefa, recorrendo a uma estratégia de resolução mista. Contudo, como se pode observar na resolução (Figura 67), inicialmente, realizaram uma tentativa e aperceberam-se que não estava correta, mas não eliminaram o procedimento realizado, o que pode confundir o processo de raciocínio válido apresentado em seguida.

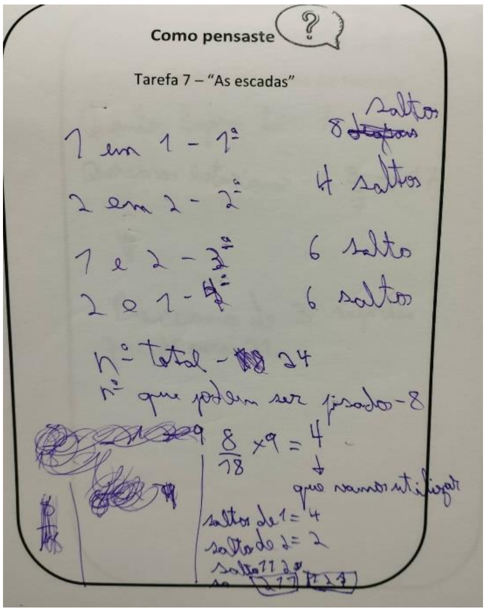

FIGURA 67 - RESOLUÇÃO DA TAREFA 7 PELO GRUPO "BARATA VERMELHA"

Como se pode observar na resolução, começaram por utilizar oito degraus para aplicar a sua estratégia, revelando uma má interpretação do enunciado. Para uma melhor explicação do raciocínio utilizado, a investigadora pediu aos alunos para explicarem os procedimentos realizados.

PE: Como pensaram para resolver esta tarefa?
I: Inicialmente estava mal. Primeiro estávamos a pensar que o total de escadas era 18, mas só podíamos usar 8, então a partir dai estávamos a ver quantas maneiras podia ser, mas estava mal. Mas, depois contamos o total das escadas que deu 24 e os que podiam ser pisados eram 8
PE: Então foi uma segunda tentativa?
S: Sim!
B: Mas depois estávamos a estranhar porque aqui estava $\frac{8}{18}$ e então na verdade um lance era 9 degraus, mas só podíamos usar $\frac{8}{18}$ desses 9 degraus.
PE: Então porque calcularam $\frac{8}{18}$ x 9?
S: Para descobrir quantos degraus podíamos utilizar, e deu 4.

Contudo, foram capazes de autonomamente avaliar o equívoco cometido e resolver corretamente a tarefa.

PE: E depois como pensaram?
I: Vimos as maneiras que o podíamos fazer. Com saltos de 1 davam-se 4 saltos (1,1,1,1), com saltos de 2 davam-se 2 saltos (2,2), com saltos de 1 e de 2 dava para ser de 3 maneiras diferentes que era 112, 211 e 121.
PE: Certo, mas nos vossos registos isso está apresentado de forma diferente, para os saltos de 1 e 2 vocês apresentam as maneiras com números, mas para os saltos apenas de 1 e para os saltos apenas de 2 não apresentam com números, apresentam por escrito, certo?
I: Sim, fizemos de forma diferente.
PE: E no final quantas maneiras encontraram?
T: Cinco.

Assim, de acordo com a explicação do grupo, verifica-se que, antes de chegarem ao resultado e resolverem a tarefa corretamente, realizaram duas tentativas de resolução e foram capazes de contornar os problemas apresentados. Pode-se dizer que a principal dificuldade dos alunos se centrou na compreensão do enunciado. Na figura 68 observa-se os alunos a subir e descer as escadas para obter o número de maneiras possíveis para se realizar o jogo.

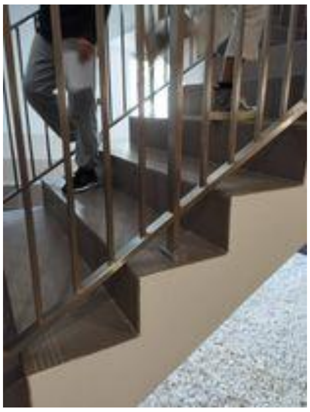

FIGURA 68 - ALUNOS DO GRUPO "BARATA VERMELHA" SOBEM E DESCEM AS ESCADAS

Durante a entrevista, o grupo afirmou ter recorrido às três sugestões para realizar a tarefa e, mesmo após ter consultado as sugestões, sentiram dificuldades. Além disso, assumiram ter introduzido na aplicação mais do que uma resposta, acertando à segunda tentativa. Reconheceram que a principal dificuldade sentida foi na interpretação do enunciado e que a resolução apresentada estava um pouco desorganizada, já que apresentaram as tentativas realizadas anteriormente, tal como se pode verificar no diálogo:

> PE: Introduziram logo essa resposta na aplicação ou antes tinham introduzido outra?
> S: Na aplicação só acertamos à segunda tentativa.
> PE: Utilizaram as sugestões?
> B: Sim, as três.
> PE: Foram úteis?
> I: Acho que mesmo com as sugestões sentimos dificuldades, mas foram úteis.
> PE: O que foi difícil aqui?
> I: Entender o enunciado.
> PE: Acham que a vossa resolução está percetível?
> J: Não! Está muito desorganizada, deveria estar cortado as tentativas que fizemos e estavam mal, mas no momento não tivemos tempo.

Concluindo, os alunos apresentaram uma resolução correta da tarefa e recorreram a uma estratégia de resolução de natureza mista (envolvendo representações visuais e analíticas). Revelaram que, apesar das dificuldades sentidas, nomeadamente em relação à interpretação do enunciado, foram capazes de realizar a tarefa corretamente, apresentando os respetivos cálculos e indicações e aplicando corretamente os conceitos matemáticos aprendidos, nomeadamente as operações com frações.

3.2.8. Tarefa 8

Na oitava tarefa, pretendia-se que os alunos indicassem o número de suportes, o número total de lugares para estacionar bicicletas e o número de lugares ocupados pelas bicicletas. O grupo apresentou uma resolução considerada “parcialmente correta”, uma vez que usaram alguns procedimentos corretos na sua resolução, contudo os registos estão incompletos. Assim, contrariamente ao grupo-caso anterior, recorreram sobretudo a uma estratégia de natureza analítica, pouco explícita e organizada (Figura 69).

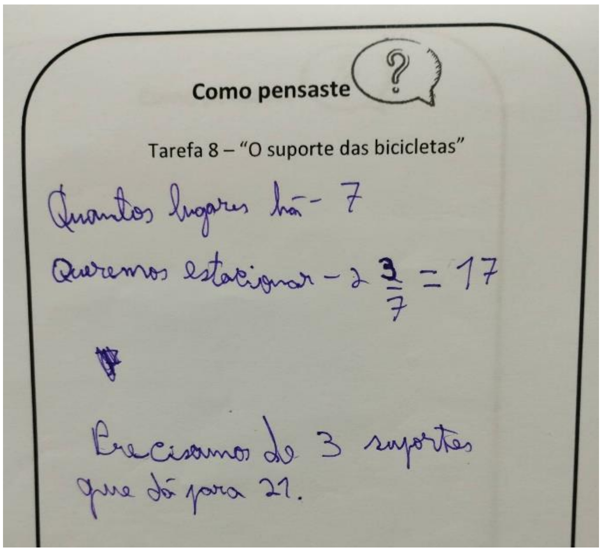

FIGURA 69 - RESOLUÇÃO DA TAREFA 8 PELO GRUPO "BARATA VERMELHA"

Partindo dos registos do grupo, a investigadora solicitou, durante a entrevista, que explicassem o raciocínio utilizado.

PE: Como pensaram para realizar esta tarefa?
I: Um suporte tem 7 lugares. Nós queremos estacionar 2 e $\frac{3}{7}$ de bicicletas, que é igual a 17.
PE: Como é que vocês chegaram a este valor 17?
I: Fizemos 2x7 que dá 14 e depois somamos mais 3, que deu 17.
PE: Então, que transformação fizeram?
J: Transformamos um numeral misto numa fração.

Tal como era esperado, começaram por transformar o numeral misto numa fração e resolver a operação apresentada, obtendo o número de bicicletas que se pretendia estacionar.

PE: Por que não está apresentado nos vossos registos esses cálculos?
J: Porque era fácil e fizemos diretamente.
PE: O que representa então o 17?

S: O número de bicicletas que queremos estacionar.
I: Depois vimos que com um suporte dava para estacionar 7 bicicletas, com dois suportes dava para estacionar 14 bicicletas, para estacionar 17 bicicletas precisávamos de três suportes e no total dava para estacionar 21 bicicletas.

Verifica-se que, oralmente, os alunos evidenciaram uma boa compreensão do problema, revelando facilidade na sua resolução e na explicitação do raciocínio. Demonstraram que os conhecimentos matemáticos envolvidos estavam bem consolidados, nomeadamente o conceito de numeral misto. Contudo, reconheceram que, nos registos, a sua resolução estava muito incompleta, omitindo procedimentos importantes e com poucas indicações que permitissem compreender o raciocínio e estratégias utilizadas. Na conversa que se apresenta aperceberam-se destes aspetos:

PE: O resultado que inseriram foi imediato?
B: Sim.
PE: Não fizeram mais nenhuma tentativa?
B: Não.
PE: Acham que está completa a vossa resolução
I: Acho que dá para entender.
PE: O que me explicaram neste momento, acham que está explicito na vossa resolução?
S: Ah, isso não.
J: Era preciso mais umas indicações.
S: Falta uns passos.
PE: Utilizaram as sugestões?
T: Não.

Concluindo, a resolução da tarefa foi considerada como parcialmente correta porque, apesar de recorrerem a uma estratégia válida e serem capazes de a explicar oralmente, os registos apresentados estão incompletos. Revelaram um bom conhecimento dos conceitos matemáticos aplicados e facilidade na resolução da tarefa, já que, alguns passos foram omitidos pois, para eles, eram "fáceis".

3.3. Síntese

No que respeita ao desempenho do grupo-caso "Barata Vermelha" na realização das tarefas do trilho, pode-se concluir que apresentaram uma resolução correta na maioria das tarefas (75%), tal como se pode observar no gráfico 9, sendo que as restantes foram consideradas parcialmente corretas e não apresentaram resoluções incorretas, nem sem proposta de resolução.

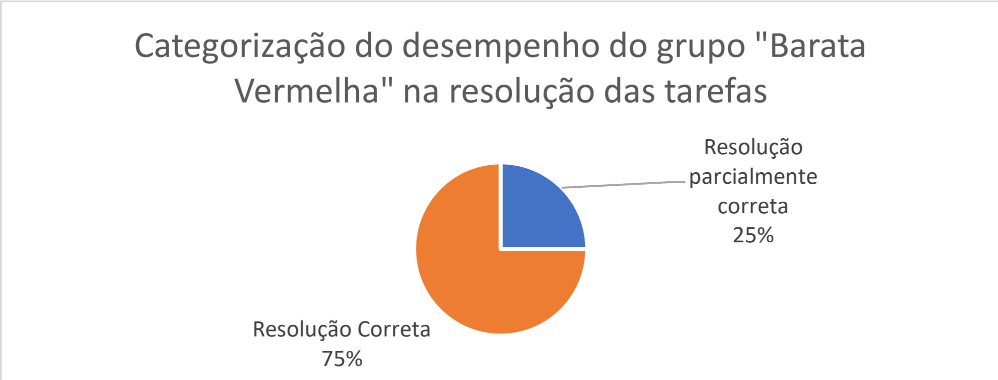

Gráfico 9 - Categorização do desempenho do grupo "Barata Vermelha" na resolução das tarefas

Globalmente, o grupo “Barata Vermelha” realizou o trilho com sucesso e na entrevista e questionários realizados afirmaram ter gostado de trabalhar em grupo. Demonstraram ser um grupo unido e entreajudar-se nas tarefas, mantendo sempre os papeis que lhes foram atribuídos. Realizaram as tarefas colaborativamente e, sempre que algum elemento necessitava de ajuda, os restantes procuraram esclarecer as dúvidas do colega. A aluna I afirmou na entrevista que “apesar de ser eu estar nos registos, os meus colegas iam auxiliando nos procedimentos e no raciocínio a seguir, não escreviam, mas ajudavam”. Além disso, consideraram ser muito mais interessante e divertido realizar o trilho em grupo.

Maioritariamente, as tarefas foram bem resolvidas, apresentando aspetos mínimos a melhorar, nomeadamente nas indicações e explicitação do raciocínio utilizado. Referiram que as principais dificuldades sentidas na realização do trilho foi com a interpretação dos enunciados de algumas tarefas. A tabela 6 apresenta uma síntese da natureza das estratégias utilizadas pelo grupo “Barata Vermelha” na resolução das tarefas do trilho.

Tabela 6 - Natureza das estratégias de resolução pelo grupo "Barata Vermelha"

	Analítica	Mista	Visual
Tarefa 1	X		
Tarefa 2	X		
Tarefa 3		X	
Tarefa 4	X		
Tarefa 5	X		
Tarefa 6	X		
Tarefa 7		X	
Tarefa 8	X		

Verifica-se que o grupo resolveu as tarefas maioritariamente através de estratégias analíticas. Apenas, nas tarefas 3 e 7 recorreram a estratégias mistas, aplicando simultaneamente representações visuais e analíticas.

O grupo referiu ter aprendido muito com a realização do trilho, tal como se verifica nos comentários efetuados na entrevista: (B) "Como usar a matemática no dia a dia"; (J) "Fiquei surpreendido porque nunca pensei que por exemplo, nas escadas da escola pudesse realizar uma tarefa"; (I) "Há muitas mais maneiras de utilizar matemática no dia a dia do que imaginamos". Além disso, afirmaram ter gostado da experiência realizada: (I) "Porque é uma maneira diferente de aprender matemática"; e (J) "Porque não passamos uma aula inteira fechados numa sala de aula como sempre", sendo que, não têm o hábito de participar em atividades desta natureza nas restantes disciplinas.

Os alunos assumiram ter gostado de trabalhar com a aplicação MathCityMap porque facilitou a aprendizagem, já que possuí sugestões para auxiliar na resolução das tarefas e por ser um recurso digital. Disseram que o que mais gostaram na aplicação foram as sugestões e revelaram tê-las utilizado "para verificar se o que estavam a fazer estava correto". Além disso, consideraram que realizar o trilho com a aplicação é diferente de realizar com recurso ao papel, pois é muito mais divertido, tinham dicas, um mapa e as imagens, quando observadas num tablet, apresentam muito melhor qualidade.

Em suma, consideraram que o trilho foi uma mais-valia e que facilitou a aprendizagem, e que "apesar de o grau de dificuldade das tarefas ser igual às que se realizam na sala de aula, é muito mais interessante realizar fora da sala de aula com esta dinâmica". Além disso, despertou a "curiosidade", a "sensação de descoberta" e um "maior empenho nas tarefas". Assim, disseram ter gostado do trilho e mostraram interesse em repetir tarefas desta natureza, uma vez que se relacionam com o meio envolvente e permitem aprender que "tudo ao redor é constituído por matemática".

3.4. Atitudes do grupo-caso "Barata Vermelha" no trilho matemático

Neste tópico será realizada uma análise das atitudes evidenciadas pelo grupo-caso "Barata Vermelha" durante a realização do trilho. As atitudes estão organizadas em três subtópicos, nomeadamente: domínio afetivo, domínio comportamental e domínio cognitivo.

3.4.1. Domínio Afetivo

O domínio afetivo encontra-se organizado em três indicadores fundamentais: a autoconfiança, a ansiedade e o gosto pela matemática.

Considerando os indicadores supramencionados, e partindo dos dados recolhidos, pode-se afirmar que os elementos deste grupo-caso apresentaram atitudes distintas. Neste sentido, no questionário inicial, a aluna I revelou gosto e interesse pela matemática, atribuindo-lhe o terceiro lugar na ordem das disciplinas preferidas e assumiu gostar de matemática porque "nunca tive um professor mau a matemática e ultimamente tenho melhorado" e considerou ser boa aluna à disciplina, justificando "porque nunca tirei nenhuma nota abaixo de 4". A aluna B apresentou uma atitude negativa em relação à disciplina de matemática e colocou-a em oitavo lugar na ordem das suas disciplinas favoritas. Exibiu ter algumas dificuldades e afirmou não gostar de matemática porque "não gosto muito da matéria" e "porque exige muita concentração e muito estudo". Também não se considerava uma boa aluna porque "não tenho muito boas notas". O aluno J demonstrou sentir algumas dificuldades na disciplina de matemática, mas revelou ter uma boa relação e apontou-a como a quinta disciplina favorita. Considerava que é bastante difícil aprender matemática e, por isso, não gostava da disciplina, porque "não gosto de letras misturadas com números" e não se considerava um bom aluno já que "não tiro boas notas". O aluno S apresentava uma atitude contraditória em relação à disciplina. Considerava que a matemática era a sua segunda disciplina favorita, mas dizia sentir dificuldades pois "acho difícil a matéria". No entanto, afirmou não gostar de matemática, sem justificar a sua resposta, e considerava-se um mau aluno, justificando-se com "porque sou mau em matemática". Ao longo da entrevista, este aluno muito raramente apresentou a sua opinião em relação aos assuntos abordados, sendo que na maioria das vezes, se não lhe fosse questionado diretamente, não se pronunciava.

Na realização do trilho, e tendo por base as observações efetuadas, o grupo demonstrou interesse, envolvimento, empenho e confiança nas tarefas realizadas. Apesar de apresentarem níveis de aprendizagem distintos, o grupo revelava cooperar e entreajudar-se. Destaca-se a aluna I que, em relação aos restantes elementos, era quem exibia mais facilidade e melhor desempenho na disciplina, sendo que, na maioria das vezes, ao longo do trilho, observou-se a sua preocupação em auxiliar os colegas a ultrapassar as suas dificuldades e em explicitar e apresentar diferentes modos de pensar sobre determinada tarefa. Os alunos B e J, apesar de não serem bons alunos nesta disciplina, na realização do trilho, revelaram muito interesse e empenho nas tarefas, procurando realizar as tarefas corretamente, e vontade de ultrapassar todas as dificuldades que iam surgindo.

> B: I o que temos de fazer nesta tarefa? Não estou a compreender!
> J: Parecia tão difícil esta tarefa, e isto é mega simples.
> B: Ah, boa já percebi. J conta os ladrilhos que a I regista.
> J: S eu conto as letras que têm simetria e tu as que não têm simetria.

Por outro lado, o aluno S, ao longo do trilho, apresentou pouca confiança em si mesmo, demonstrou atitudes de incapacidade na realização das tarefas e maioritariamente não apresentava o seu ponto de vista, nem o raciocínio sobre as tarefas. Isto verificou-se através de comentários como:

> S: Não sei quais são as que não têm simetria.
> S: Não consigo.
> S: Não sei.

No entanto, e apesar das atitudes demonstradas pelo aluno S, os elementos do grupo procuraram que o colega interagisse e iam-lhe atribuindo tarefas para realizar, como é observável na afirmação do aluno J quando enunciou "S eu conto as letras que têm simetria e tu as que não têm simetria". Perante esta afirmação, verificou-se que o aluno S revelou ser incapaz de o fazer, acabando por, em conjunto com o aluno S, contar as letras que tinham simetria e, posteriormente, contar as letras que não tinham simetria.

No que diz respeito à ansiedade, de uma forma geral o grupo demonstrou uma atitude calma, sem anseios e preocupações em resolver as tarefas rapidamente, ao contrário da maioria dos grupos. Mantiveram-se tranquilos e revelaram uma atitude séria e responsável ao longo da atividade. Naturalmente, em algumas tarefas e situações, apresentaram inseguranças e dificuldades, no entanto, procuraram sempre, numa primeira fase, clarificar as suas dúvidas entre eles e, caso fosse necessário, pediram ajuda ao professor cooperante ou a uma das professoras estagiárias.

Relativamente ao indicador gosto pela matemática, o grupo revelou entusiasmo e vontade na realização tarefas, demonstrando interesse pelo trilho. As alunas I e B consideraram que as tarefas que menos gostaram foram as mais difíceis. Por outro lado, os alunos J e S consideraram que as tarefas que mais gostaram foram as mais fáceis e as que menos gostaram foram as mais difíceis, associando o seu gosto ao grau de dificuldade das tarefas. De uma forma geral, e de acordo com a entrevista, o grupo gostou de realizar o trilho e afirmaram: (B) "ajuda-me e motiva-me mais para aprender"; (J) "acho que se houvesse mais trilhos nas aulas nós tínhamos melhores notas"; e (I) "é interessante e nem reparámos que estamos que estamos a estudar e aprender". Em suma, revelaram uma atitude de bem-estar e exibiram iniciativa na resolução das tarefas, realizando o trilho com gosto.

3.4.2. Domínio Comportamental

No que refere ao domínio comportamental, o foco é a motivação intrínseca do grupo-caso "Barata Vermelha". Globalmente, e pelas observações realizadas pela investigadora, o grupo demonstrou interesse durante a realização do trilho e aparentou estar motivado e empenhado nas tarefas. Destaca-se o aluno S que se mostrou um pouco desmotivado, revelando incapacidade de se envolver na realização das tarefas. Contudo, os restantes elementos do grupo, foram ajudando o colega, motivando-o, como se pode verificar em comentários retirados do questionário final e da entrevista:

> I: Tentei ajudar os meus colegas e eles a mim, por isso trabalhar em grupo foi bom.
> B: Muitas vezes não entendi os enunciados e perguntava aos meus colegas.
> S: Sozinho não conseguia fazer as tarefas.
> I: Arranjamos forma de explicar uns aos outros o que tínhamos de fazer para resolver a tarefa de diferentes maneiras.

No entanto, após a realização do trilho o grupo afirmou ter gostado de o realizar e apresentou as suas perspetivas:

> J: Foi uma forma divertida de aprender matemática.
> S: Foi uma forma diferente de aprender matemática.
> B: Entusiasma-me mais a aprender matemática.
> I: Foi divertido e diferente do que normalmente fazemos.

Além destes aspetos, durante a entrevista, os alunos enunciaram alguns aspetos que demonstraram vontade e motivação, bem como o interesse em definir esta atividade como uma constante nas aulas de matemática.

> B: Ajuda-me e motiva-me mais para aprender.
> J: Acho que se houvesse mais trilhos nas aulas nós tínhamos melhores notas.

Apesar de o grupo não apresentar uma resolução correta em todas as tarefas, estiveram sempre envolvidos, procurando compreender cada uma delas e dar o seu melhor. Um aspeto que demonstra a motivação dos alunos foi a capacidade de ultrapassar as dificuldades que iam surgindo, sem nunca pensar em desistir e apresentando sempre uma resolução para as tarefas, sem deixar nenhuma tarefa por resolver. No questionário final destaca-se sobretudo um dos alunos que revelou sentir dificuldades na disciplina, nomeadamente a aluna B, que enunciou que a realização do trilho mudou a sua opinião em relação à matemática pois "deu para perceber que a matemática não se aprende só através dos livros". Em suma, revelaram ser um grupo capaz, unido, com vontade e interesse em aprender e ultrapassar as dificuldades que iam surgindo.

2.4.3. Domínio Cognitivo

No que concerne ao domínio cognitivo, pretendeu-se analisar o ponto de vista do grupo-caso "Barata Vermelha" no que respeita à utilidade da matemática. Neste sentido, recorreu-se aos questionários implementados e à entrevista realizada aos alunos. Tendo por base o questionário inicial, procurou-se compreender o que os alunos pensavam sobre a utilidade da matemática no dia a dia. A aluna I, a aluna B e o aluno J consideraram que a matemática é útil no dia a dia, pois pode ser aplicada em diversas situações, como por exemplo medições, comparar preços e para ver temperaturas. O aluno S considerou que a matemática é útil no dia a dia, mas não apresentou justificação para a sua resposta em ambos os questionários. No questionário final, a opinião dos alunos sobre a utilidade da matemática manteve-se. No entanto, apesar da aluna B considerar, no questionário inicial, a matemática útil no dia a dia e acreditar ser possível aprender matemática fora da sala de aula, não demonstrou interesse em ter uma aula no exterior, afirmando que "o que iria aprender fora era o que ia aprender na aula". No questionário final, realizado após o trilho, mudou a sua opinião e reconheceu a importância de ter aulas fora da sala de aula, assumindo que estas permitem "ficar a saber mais do que já aprendemos na aula".

Além destes aspetos, outro fator que permitiu que os alunos compreendessem e verificassem a aplicabilidade da matemática no dia a dia, foi a realização do trilho fora da sala de aula em diversas partes da escola e com utilização de recursos que os alunos contactam no seu dia a dia. Isto verificou-se em alguns comentários efetuados pelos alunos durante a entrevista e nos questionários realizados:

> I: A matemática está presente em muitos lugares que normalmente ninguém percebe.
> B: Porque deu para perceber que a matemática não se aprende só através dos livros.
> S: A matemática e os números racionais podem ser utilizados em coisas aleatórias.

É visível que os alunos mostraram espanto e admiração com as tarefas e pela diversidade de lugares e situações onde é possível aplicar a matemática, e como referiu a aluna I "a matemática está mais presente no dia a dia do que o nós pensávamos".

Em suma, o grupo realizou o trilho com sucesso e com um bom desempenho, apresentando na maioria das tarefas, resoluções corretas e raciocínios válidos, com cálculos devidamente justificados. Demonstraram que foram capazes de aplicar os conhecimentos adquiridos nas aulas em contexto não formal e de ultrapassar as dificuldades, cooperando e entreajudando-se. Foram um grupo unido, empenhado e interessado, procurando resolver as tarefas corretamente e com calma. Revelaram ter-se sentido "felizes" e "entusiasmados" durante a realização do trilho e as atitudes demonstradas foram ao encontro do expectável, revelando assim autoconfiança, motivação e gosto pela matemática.

Capítulo VI – Conclusões

O presente capítulo encontra-se estruturado em três pontos. No primeiro ponto é realizada uma breve síntese do estudo, recordando o problema e as questões investigação a que se pretendia dar resposta, bem como as opções metodológicas efetuadas. No segundo ponto, e tendo por base as questões orientadoras da investigação, são apresentadas as principais conclusões do estudo. No terceiro e último ponto são referidas as limitações e constrangimentos que surgiram ao longo do estudo e apresentadas algumas sugestões para investigações futuras.

1. Síntese do estudo

O presente estudo, realizado na área da Matemática numa turma do 6º ano de escolaridade com 26 alunos, pretendia compreender o modo como os alunos mobilizam conhecimentos sobre números racionais na realização de um trilho matemático com a aplicação MathCityMap. Tendo por base este problema, de forma a orientar o estudo, formularam-se as seguintes questões de investigação: Q.1. Como se caracteriza o desempenho dos alunos na resolução de tarefas sobre números racionais num trilho matemático com a aplicação MathCityMap?; Q.2. Que atitudes evidenciam os alunos na realização de um trilho matemático com a aplicação MathCityMap?

O estudo seguiu uma metodologia de investigação de natureza qualitativa com um design de estudo de caso. Apesar de toda a turma estar envolvida, o estudo centrou-se particularmente em dois grupos-caso, criteriosamente selecionados. As evidências recolhidas durante a realização do trilho, e nos momentos posteriores, permitiram realizar a análise. Neste sentido, como técnicas de recolha de dados privilegiaram-se aquelas, que, na literatura são recomendadas para um estudo de caso qualitativo, nomeadamente a observação participante, o inquérito por questionário, o inquérito por entrevista, as notas de campo, registos escritos dos alunos e os registos audiovisuais.

2. Principais conclusões do estudo

Após a redução dos dados passou-se à sua análise, tendo por base um conjunto de categorias, centradas no desempenho e nas atitudes dos alunos. Numa fase inicial foram analisados os questionário inicial e final, que permitiram recolher informações sobre os interesses e dificuldades dos alunos e perceber, de uma forma geral, a relação da turma com a Matemática e com os Números Racionais, em particular. Posteriormente, foram analisadas detalhadamente as produções escritas das tarefas do trilho matemático, da turma e dos dois grupos-caso, de modo a caracterizar o seu desempenho no que refere à resolução das tarefas, à natureza das estratégias e às dificuldades apresentadas. Foram ainda analisadas as notas resultantes das observações e as entrevistas, para compreender as atitudes dos alunos, tendo em conta o domínio afetivo, comportamental e cognitivo. Para finalizar, foi realizada uma análise comparativa dos resultados dos dois grupos-caso. Depois de analisados, os resultados obtidos do trabalho dos dois grupo-caso, mas também da turma, permitiram elaborar as principais conclusões do estudo, sustentadas no enquadramento teórico e organizadas de acordo com as questões orientadoras formuladas inicialmente.

Q.1. Como se caracteriza o desempenho dos alunos na resolução de tarefas sobre números racionais num trilho matemático com a aplicação MathCityMap?

Nesta questão pretende-se caracterizar o desempenho dos alunos na resolução das tarefas do trilho matemático. No que diz respeito à categoria desempenho, a análise centrou-se em três subcategorias, a resolução das tarefas, a natureza das estratégias usadas e as dificuldades sentidas.

Relativamente ao sucesso na resolução das tarefas, de uma forma geral, a turma revelou um bom desempenho na realização do trilho, apresentando maioritariamente resoluções parcialmente corretas. Os dois grupos-caso não fugiram a esta tendência, contudo, o grupo-caso “Barata Vermelha” foi mais bem sucedido nos seus resultados do que o grupo-caso “Stonks”. O grupo-caso “Stonks” resolveu a maioria das tarefas de forma parcialmente correta (75%), correspondendo a um total de 6 tarefas. Das restantes, uma tarefa foi resolvida corretamente e na outra apresentaram uma resolução incorreta. O grupo-caso “Barata Vermelha” resolveu corretamente a maioria das tarefas (75%), isto é, 6 tarefas e apresentou duas tarefas com resolução parcialmente correta. Verificou-se que no trabalho do grupo-caso “Stonks” predominaram resoluções pouco claras e organizadas, com falta de indicações, justificações e informações que permitissem sustentar o seu raciocínio/estratégias utilizadas, o que fundamenta que a maioria das tarefas não fossem consideradas totalmente corretas. O grupo-caso "Stonks" apresentou uma resolução incorreta, resultante da falta de compreensão do que se pretendia. Por outro lado, o grupo-caso "Barata Vermelha" destacou-se pela clareza na exposição das estratégias utilizadas e revelaram cuidado em identificar e justificar todos os passos da resolução. As tarefas que foram categorizadas como parcialmente corretas incluíram alguns equívocos, correspondentes a contagens erradas ou falta de procedimentos.

O trabalho colaborativo contribuiu para o sucesso de ambos os grupos-caso nas tarefas realizadas, uma vez que puderam partilhar ideias e opiniões e promoveu algumas atitudes positivas, facilitando no processo de ensino e aprendizagem da matemática (Hannula, 2002). Esta metodologia de trabalho não trouxe dificuldades aos alunos que consideraram ser uma mais-valia para atingir um objetivo comum, a conclusão do trilho com sucesso (OCDE, 2019; Vale & Barbosa, 2021). O facto de trabalharem em grupos, comunicarem as suas ideias por escrito e, posteriormente, no momento da entrevista, analisarem as suas resoluções, justificando/discutindo o seu raciocínio, permitiu desenvolver nos alunos competências comunicativas e de análise e reflexão críticas (NCTM, 2017; Ponte, 2005; Stein & Smith, 2009). No entanto, o trabalho colaborativo, nem sempre se afigurou fácil, já que alguns alunos evidenciaram interações menos produtivas, distraindo-se facilmente. Um outro aspeto que contribuiu significativamente para o sucesso do desempenho dos alunos na realização do trilho, pode associar-se às diversas funcionalidades que a aplicação MathCityMap disponibiliza, nomeadamente as sugestões. Os alunos reconheceram que as sugestões foram úteis, tendo sido consultadas na resolução de várias tarefas. Neste sentido, as sugestões foram uma forma de ajudar a ultrapassar algumas dificuldades que iam surgindo ao longo do trilho, demovendo os alunos de desistir ou de deixar tarefas por realizar (Cahyono & Ludwig, 2019).

No que diz respeito à natureza das estratégias utilizadas na resolução das tarefas, apesar de a turma ter recorrido a uma diversidade de representações, em todos os grupos predominou o recurso a estratégias de natureza analítica. O mesmo aconteceu com os grupos-caso. O grupo-caso "Stonks" utilizou uma estratégia visual para resolver a Tarefa 7 – "As escadas" e na Tarefa 3 – "As letras" e Tarefa 8 – "O suporte das bicicletas" recorreu a uma estratégia mista, envolvendo representações simbólicas e visuais (desenhos/esquemas). O grupo-caso "Barata Vermelha" recorreu a estratégias mistas para resolver a Tarefa 3 – "As letras" e a Tarefa 7 – "As escadas", contudo em nenhuma tarefa recorreu a estratégias visuais. As estratégias apresentadas enquadram-se nos três tipos de representações supramencionadas na revisão da literatura e referidas por Vale et al. (2018), nomeadamente as representações analíticas, visuais e mistas. Assim, as estratégias visuais foram utilizadas em casos em que foi necessário explorar os recursos físicos que serviam de base à tarefa, como por exemplo na Tarefa 7 – "As escadas" em que era necessário contar, subir e descer as escadas para facilitar a resolução. Contudo, alguns grupos, nomeadamente, o grupo-caso "Barata Vermelha", combinaram estratégias visuais com estratégias analíticas, para uma melhor compreensão e explicitação do seu raciocínio. Polya (1945) e Presmeg (2014), referidos por Barbosa et al. (2022), defendem que as abordagens visuais conduzem muitas vezes a resoluções poderosas e criativas. Contudo, as abordagens visuais não foram privilegiadas nas resoluções da turma e, em particular, dos grupos-caso.

Ao longo da realização do trilho matemático, a turma apresentou algumas dificuldades de natureza diferente: ao nível da matemática; da comunicação oral e escrita; do trabalho colaborativo; e da utilização da aplicação. De uma forma geral, os alunos foram sentindo maior dificuldade em aplicar alguns conceitos matemáticos previamente aprendidos convocados nas tarefas do trilho. Pretendia-se trabalhar os seguintes objetivos: simetria de reflexão; reconhecer as propriedades das isometrias; relacionar o volume com números racionais; fórmula para o volume do paralelepípedo retângulo com dimensões de medida racional; critérios de divisibilidade por 3, 4 e 9; relacionar dimensões reais com dimensões no papel; proporções; extremos, meios e termos de uma proporção; regra de três simples; e escalas. De uma forma geral, a turma apresentou resoluções corretas ou parcialmente corretas nas tarefas que envolviam o significado da fração como parte-todo, dado que estava bem consolidado, sendo o primeiro significado a ser abordado no ensino dos números racionais (Behr et al., 1983; Lamon, 2007) e com maior frequência. Contudo, verificou-se que o grupo-caso "Barata Vermelha" apresentou um pior desempenho nas tarefas relacionadas com o significado parte-todo e o conceito de frações equivalentes, na Tarefa 2 - "A passadeira" (Behr et al., 1983; Moss, 2005; Quaresma, 2010; Vale & Barbosa, 2019). O grupo-caso "Stonks", além de dificuldades em tarefas que exigiam o domínio de diferentes significados (fração como operador, quociente e medida), demonstrou pior desempenho em tarefas que envolviam mais do que um conteúdo, nomeadamente a Tarefa 3 – "As Letras" que abordava a simetria de reflexão, a Tarefa 4 – "O armário" que abordava volumes, a Tarefa 5 - "Os cacifos" que abordava critérios de divisibilidade e a Tarefa 6 – "O mosaico" que abordava as escalas. No que diz respeito ao conceito de frações equivalentes, a turma revelou algumas dificuldades, já que, na Tarefa 2 – "As passadeiras", não foram capazes de identificas as duas soluções corretas. Contudo, ambos os grupos-caso demonstraram que este conteúdo se encontrava bem consolidado.

Ao contrário do que estava previsto, os grupos-caso não apresentaram dificuldades nas tarefas que abordavam diferentes representações de uma fração, como por exemplo a Tarefa 8 – "O Suporte das Bicicletas", onde se introduzia a representação de números racionais com numerais mistos, e a Tarefa 5 – "Os cacifos", que envolvia representações na forma de dízima e percentagem, mostrando que estes conteúdos estavam consolidados. Contudo, a turma, de uma forma geral, apresentou algumas dificuldades, maioritariamente na Tarefa 5 – "Os cacifos", na transição do número na forma de dízima para a representação em percentagem, em conformidade com o que é reportado em alguns estudos (Monteiro & Pinto, 2005; Ponte & Quaresma, 2012).

Verificaram-se ainda dificuldades ao nível da interpretação dos enunciados e na organização e clareza dos seus registos (e.g. Fernandes, 2019; Francisco, 2022; Soares, 2019). O grupo-caso "Stonks" revelou sentir dificuldades ao nível da comunicação oral, na compreensão e interpretação de algumas tarefas, nomeadamente na Tarefa 6 – "O mosaico" e na Tarefa 7 – "As escadas", que se deveu a fatores associados a conceitos matemáticos, isto é, na realização de proporções com base em escalas e na aplicação da regra de três simples. O grupo-caso "Barata Vermelha" revelou no mesmo domínio, na compreensão e interpretação de algumas tarefas, nomeadamente na Tarefa 7 – "As escadas" e na Tarefa 2 – "A passadeira", pois apesar de dominarem os conceitos matemáticos, desconheciam o significado de determinadas palavras, como por exemplo "inteiros".

Foram igualmente identificadas, numa fase inicial, algumas dificuldades na utilização da aplicação MathCityMap, nomeadamente, no momento da introdução do código e do download do trilho, para o iniciar, não sendo reportadas outras limitações no recurso ao MCM. Para finalizar, o grupo-caso "Stonks" referiu ainda que o clima de competição que se criou entre os restantes grupos (e.g. maior pontuação, menos tempo) durante a realização do trilho afetou o seu desempenho, uma vez que perderam o foco do que era realmente essencial, resolver as tarefas corretamente.

Q.2. Que atitudes evidenciam os alunos na realização de um trilho matemático com a aplicação MathCityMap?

No que refere à categoria das atitudes é importante atentar às três subcategorias referidas no Capítulo III do presente relatório. Neste sentido, para analisar as atitudes foram considerados três domínios: afetivo, comportamental e cognitivo (Mazana et al., 2019; Syyeda, 2016). Em cada domínio foram tidos em conta alguns indicadores. No domínio afetivo, foi analisada a autoconfiança, ansiedade e gosto pela matemática; no domínio comportamental, foi analisada a motivação intrínseca; e, no domínio cognitivo, a utilidade da matemática. De uma forma geral, a turma revelou atitudes positivas durante a realização do trilho, nomeadamente os dois grupos-caso em estudo. Apesar das dificuldades sentidas, procuraram sempre resolver todas as tarefas do trilho com interesse e entusiasmo.

No domínio afetivo, o grupo-caso "Stonks" demonstrou estar envolvido no trilho e revelou autoconfiança no seu trabalho. Apesar de dois elementos do grupo evidenciarem mais insegurança pelas dificuldades que tinham na disciplina, estas atitudes eram apaziguadas com auxílio do outro elemento do grupo. As atitudes de insegurança e nervosismo dos dois alunos na resolução das tarefas traduziu-se em alguma ansiedade. Contudo, o aluno que revelava mais facilidade conseguiu rapidamente acalmar os colegas e, globalmente, o grupo apresentou uma postura calma durante a realização do trilho. Atitudes de ansiedade surgiram quando o grupo começou a olhar para o trilho como uma competição, sendo que a vontade de querer realizar o trilho rapidamente os deixou ansiosos e instáveis. O grupo-caso "Barata Vermelha" demonstrou interesse e confiança nas tarefas realizadas. Destacaram-se dois elementos do grupo que, apesar de sentirem dificuldades na disciplina, durante a realização do trilho revelaram sempre reações positivas e interesse nas tarefas, procurando compreender as suas dúvidas. Assim, surgiram algumas inseguranças, mas rapidamente eram ultrapassadas e a autoconfiança mantinha-se presente (Mazana et al., 2019).. Porém, destaca-se um elemento deste grupo que não era autónomo, revelava pouca confiança, não apresentava espírito crítico e, ao longo do trilho, demonstrou incapacidade na realização das tarefas. É importante referir que um colega do grupo procurava auxiliar este aluno e integrá-lo, contudo, este aluno não demonstrava interesse nem vontade de aprender. No que diz respeito à ansiedade, contrariamente ao outro grupo, este revelou sempre muita calma e tranquilidade em resolver as tarefas, sendo que, quando surgia alguma dúvida ou insegurança procuravam resolvê-la, pedindo auxílio ao professor cooperante ou a uma das professoras estagiárias.

No que concerne ao gosto pela matemática, em geral, os dois grupos revelaram que a experiência realizada foi positiva e mostraram vontade de a repetir. Durante todo o trilho os alunos evidenciaram atitudes de entusiamo e interesse nas tarefas realizadas, remetendo para a conceção que vários autores têm afirmado que o ensino e a aprendizagem da matemática fora da sala de aula aumenta a motivação, o interesse e a curiosidade dos alunos (Fernandes, 2019; Paixão & Jorge, 2015; Vale et al., 2019).

No domínio comportamental ambos os grupos-caso mostraram interesse e motivação durante a realização do trilho (e.g. Fernandes, 2019; Francisco, 2022; Soares, 2019). O grupo-caso "Stonks" revelou ser um grupo unido, com vontade de resolver todo o trilho e ir além do que era pedido, sem apresentar atitudes de desistência ou deixar tarefas por realizar, procurando aliar a aprendizagem à diversão. O grupo-caso "Barata Vermelha", de uma forma geral, demonstrou interesse durante a realização do trilho e aparentou estar motivado e empenhado nas tarefas, à exceção de um elemento do grupo que não revelou empenho nem vontade de aprender. Neste sentido, pode-se afirmar que a motivação intrínseca esteve presente ao longo do trilho, e um dos motivos que também despertou esta motivação, deve-se ao facto de as tarefas envolverem situações e recursos do dia a dia (e.g. Fernandes, 2019; Francisco, 2022; Ponte, 2005; Vale et al., 2019).

Finalmente, no domínio cognitivo analisou-se a utilidade da matemática, através do estabelecimento de conexões que os alunos realizavam entre as tarefas matemáticas e aspetos do dia a dia. De acordo com vários autores, a aprendizagem torna-se muito mais significativa quando é realizada fora da sala de aula, uma vez que, contextos não formais envolvem muito mais os alunos na resolução das mesmas (Fernandes, 2019; Paixão & Jorge, 2014; Vale et al., 2019). O facto de os trilhos serem uma estratégia de ensino e aprendizagem em contexto não formal permitiu que os alunos compreendessem a utilidade da matemática (Mazana et al., 2019; Shoaf et al., 2004). Com este estudo pode-se confirmar as ideias apresentadas. O grupo-caso "Stonks", durante a realização do trilho, revelou ter reconhecido a utilidade da matemática em afirmações como "não achei que ao olhar para estas letras ia poder resolver uma tarefa de matemática!" e referiram que existiram momentos em que "nem nos apercebemos que estávamos a realizar tarefas de matemática". O grupo-caso "Barata Vermelha" apresentou atitudes de surpresa e admiração pelas tarefas e pela quantidade de lugares e situações onde é possível resolver tarefas matemáticas e revelou ter reconhecido a sua utilidade, através de afirmações como "a matemática não se aprende só através dos livros", "a matemática está presente em muitos lugares que normalmente ninguém percebe" e "a matemática está mais presente no dia a dia do que o nós pensávamos". É importante referir que se priorizem tarefas em contexto não formal, fora da sala de aula, para que os alunos compreendam a utilidade da matemática, contudo é necessário que previamente se trabalhem os conceitos e as propriedades, caso contrário os alunos não serão capazes de os aplicar (Paixão & Jorge, 2015).

De uma forma geral, a aplicação MathCityMap proporcionou atitudes positivas na turma durante a realização do trilho. Os alunos mencionaram que este recurso facilitou a atividade, pelas duas funcionalidades e interatividade, sendo muito mais motivante aprender colaborativamente. Neste sentido, enriqueceu a aprendizagem fora da sala de aula, reforçado as interações e dando ao aluno um papel mais ativo (Barbosa & Vale, 2022).

Muitos alunos referiram que realizar as tarefas do trilho colaborativamente tornou-se muito mais fácil e interessante. Partindo das sua opiniões e da observação realizada, verificou-se que esta dinâmica promoveu atitudes positivas, sendo importante usá-la com mais frequência no processo de ensino e aprendizagem da matemática (Hannula, 2002). O facto de ser uma estratégia que envolveu o recurso de dispositivos tecnológicos, tendo os alunos demonstrado facilidade na sua utilização, as atitudes positivas foram mais evidentes, contribuindo para uma melhor aquisição de conhecimentos e predisposição para aprender (NCTM, 2007, 2017).

3. Limitações do estudo e recomendações para investigações futuras

O presente estudo suscitou algumas limitações e dificuldades. Durante o desenvolvimento e concretização da investigação, uma das principais dificuldades sentidas foi a gestão do tempo, uma vez que, durante as implementações foi necessário trabalhar e dar ênfase a uma diversidade de conteúdos, o que limitou a quantidade de aulas disponíveis para a realização do trilho. Um outro aspeto que tornou difícil a realização do estudo deveu-se à necessidade de exercer o duplo papel de professora e investigadora, quer nas aulas quer no trilho, explicando e esclarecendo dúvidas aos alunos, tendo que, simultaneamente, recolher o máximo de informação para satisfazer as necessidades do estudo. Para ser possível toda esta logística, o apoio do professor orientador cooperante e do par pedagógico foram essenciais, ajudando na recolha de notas de campo, de registos fotográficos e no esclarecimento de questões que os alunos iam colocando. A observação participante fora da sala de aula, tanto da turma como dos dois grupos-caso foi um aspeto de difícil realização, uma vez que os grupos não apresentavam o mesmo ritmo de resolução das tarefas, dificultando o acompanhamento dos grupos. Procurou-se privilegiar o acompanhamento dos grupos-caso. Ainda no que se refere à gestão do tempo, salienta-se que, após a realização do trilho, não foi possível realizar uma análise em sala de aula de todas as tarefas realizadas. Optou-se por selecionar algumas, com base no desempenho dos alunos, incidindo naquelas em que sentiram mais dificuldades, de modo a promover a reflexão.

Em estudos futuros, seria pertinente que se realizasse, com base nos mesmos conteúdos, mais do que um trilho matemático ao longo do estudo, para analisar e comparar o desempenho e atitudes dos alunos, isto é, se havia alguma evolução significativa ou se se mantinha constante. Neste sentido, ao ser realizado mais do que trilho, podia alterar-se os grupos, para que os alunos pudessem trabalhar com todos os colegas da turma e verificar se, de certa forma, os grupos influenciam ou não no desempenho dos alunos. Uma outra sugestão poderia ser aplicar esta estratégia em outros temas e conteúdos da área da matemática e, se possível, adaptar esta estratégia a diferentes áreas, verificando as reações dos alunos ao realizar tarefas que incluíssem conexões matemáticas com outras áreas, perspetivando a interdisciplinaridade.

PARTE III - REFLEXÃO GLOBAL DA PRÁTICA DE ENSINO SUPERVISIONADA

Para finalizar este relatório, na terceira e última parte, pretende-se realizar uma reflexão global do percurso efetuado na Prática de Ensino Supervisionada. Nesta reflexão serão descritas e analisadas as expectativas, as experiências, as aprendizagens e as dificuldades sentidas, assim como o seu contributo para a minha formação pessoal e profissional.

Reflexão Global da PES

Antes de finalizar o presente estudo, e tendo em vista a conclusão de mais um capítulo na minha vida académica, é importante referir alguns momentos e experiências vividas nos últimos cinco anos, que foram imprescindíveis no meu percurso académico e que me permitiram chegar até aqui, ajudando-me a crescer e a evoluir, não só enquanto pessoa, mas sobretudo enquanto futura professora.

Quando enveredei pela Licenciatura em Educação Básica na Escola Superior de Educação de Viana do Castelo, tive receio daquele que seria o meu futuro, não só pela responsabilidade que esta profissão exige, mas sobretudo pelo que se dizia sobre o futuro da Educação em Portugal. Presentemente, olhando para o meu percurso até ao momento, considero que o contacto com contextos educativos e as experiências adquiridas durante o estágio, ajudaram-me a perceber que fiz a escolha certa e não poderia estar mais feliz e com maior vontade de abraçar esta profissão.

Desde sempre reconheci o impacto que os professores têm na vida das crianças. Os professores não são apenas transmissores de conhecimento, são um dos principais responsáveis pela aquisição de valores e competências, formando alunos capazes de pensar, criar, debater, questionar, responder a imprevisibilidades, vivenciar a evolução da sociedade e enfrentar os futuros desafios do quotidiano, tornando-se cidadãos ativos (NCTM, 2007). Alarcão (2011) refere que "as escolas são lugares onde as novas competências devem ser adquiridas ou reconhecidas e desenvolvidas" (p.13). Neste sentido, a escola é o pilar da educação e o professor deve estar à altura de todos os acontecimentos que possam surgir, deve possuir competências e uma cultura geral sólidas, para responder a vários desafios. Para Alarcão et al. (1997) a "competência do professor não se constrói por justaposição, mas por integração entre o saber académico, o saber prático e o saber transversal" (p.9), isto é, a sua formação deve despertar a mobilização e integração de conhecimentos, com base em situações reais, através da observação e da intervenção. Fernández Pérez (1988, referido por Mesquita et al., 2012) refere que um professor capaz de renovar o seu conhecimento é "um professor com uma consciência profissional inacabada, capaz de imaginar algo mais para além do óbvio, do conseguido até então", "pedagogicamente inquieto" e em "aprendizagem constante" (p.205), ou seja, é importante que o professor procure um caminho de aprendizagem constante, de modo a adquirir cada vez mais conhecimentos para promover um processo de ensino e aprendizagem significativo nos alunos.

Dada a responsabilidade apresentada, a Licenciatura em Educação Básica foi fundamental para conhecer de perto o que é ser professor e escolher ponderadamente o Mestrado a ingressar, uma vez que abrangia várias unidades curriculares que mais tarde poderia vir a lecionar. A Iniciação à Prática Profissional (IPP) durante estes três anos também foi imprescindível nesta decisão, pois possibilitou experienciar diferentes contextos de estágio, desde a educação pré-escolar até ao 1.º CEB, no entanto, devido à situação pandémica tornou-se impossível realizar a intervenção educativa no 2.º CEB. Apesar de todo o caminho percorrido e das adversidades que foram surgindo durante a Licenciatura, com base nas áreas curriculares que mais me cativavam e que mais presença tiveram em todo o meu percurso educativo, ponderadamente, fui construindo uma tendência sobre o Mestrado em que queria ingressar.

Entrei no Mestrado em Ensino do 1.º CEB e de Matemática e Ciências Naturais no 2.º CEB. Admito que inicialmente fui com algumas inseguranças e receios por não ter experienciado o contexto educativo no 2.º CEB, contudo, ao longo do Mestrado, estas inseguranças foram desvanecendo. Nestes dois anos, destaco sobretudo a Prática de Ensino Supervisionada, realizada no último ano, que despertou e desenvolveu diversos conhecimentos, que contribuíram não só para a minha formação pessoal, como também profissional, aprimorando aspetos como a gestão de sala de aula, metodologias e estratégias a implementar e aplicar para despertar o interesse e motivação dos alunos e sobretudo compreender que o clima emocional e afetivo é um fator imprescindível no processo de ensino e aprendizagem dos alunos.

Assim, durante estes cinco anos, os momentos destinados à prática em contexto educativo foram imprescindíveis pois permitiram contactar diretamente com o mundo profissional e conhecer vários professores cooperantes, com os quais adquiri vários conhecimentos e desenvolvi aprendizagens significativas. Passei por momentos bons e menos bons, contudo a maioria das experiências foram positivas.

A intervenção em contexto educativo ocorrida no 1.º e no 2.º CEB foram bem mais exigentes e rigorosas do que as intervenções realizadas durante a Licenciatura. O estágio desenvolvido no ano letivo 2021/2022 caracteriza-se como "uma prática que possa ser distanciadamente observada, analisada, inquirida, apreciada e aceite como ponto de partida para novas práticas" (Rodrigues, 2001, p.15) e que tem como finalidade "iniciar os alunos no mundo da prática profissional docente" (Formosinho, 2001, p.66). O rigor deste estágio deve-se ao facto de toda a formação deste último ano depender de toda a intervenção educativa realizada, desde observações, planificações, reflexões finais, da prática, das supervisões realizadas semanalmente e do par pedagógico. Inicialmente todos estes procedimentos pareciam ser demasiado exaustivos, mas, ao longo do tempo, compreendi a importância de cada um deles para o desenvolvimento da minha formação.

Na intervenção em contexto educativo no 1.º CEB, realizada com uma turma mista de 3.º e 4.º anos, começou-se pela observação, que teve a duração de três semanas. O processo de observação é fundamental para que se possa realizar a planificação e posteriormente a execução da experiência (Alarcão, 2011). Neste sentido, este momento foi fundamental para a preparação das aulas, isto é, para a realização das planificações com base no que ia sendo observado, nomeadamente o funcionamento e rotinas da turma, como o comportamento, características, atitudes, dificuldades, capacidades, a relação entre os alunos da turma e também para compreender quais as estratégias de ensino aplicadas pelo professor cooperante. Todas as informações recolhidas facilitaram no processo de preparação das aulas. O processo de preparação das aulas deveria ser realizado e estruturado, tendo em conta os conteúdos que integravam as orientações curriculares para as diferentes áreas dos dois níveis de ensino a lecionar e os conteúdos que o professor cooperante considerava serem mais relevantes e que deveríamos dar mais enfoque, já que eram os que os alunos sentiam mais dificuldades ou não estavam tão bem consolidados. Os conteúdos a abordar deveriam ser introduzidos a partir de um ensino exploratório e todas as tarefas desenvolvidas deveriam despertar o interesse e curiosidade nos alunos para aprender, sendo, por isso, caracterizado como um processo que exigia criatividade e imaginação. Neste sentido, procurou-se promover tarefas diversificadas e desafiantes, nomeadamente com recurso a vídeos, jogos, músicas, quizzs, materiais manipuláveis, entre outros. Assim, a promoção de tarefas desafiantes favorecia em dois aspetos, por um lado despertava a minha criatividade enquanto professora e, por outro lado, despertava também a curiosidades dos alunos, uma vez que, realizar tarefas desafiantes desenvolve a criatividade em matemática (Vale, 2012).

Durante a fase de observação, o professor cooperante achou conveniente que interviéssemos e auxiliássemos os alunos, para facilitar a nossa integração na turma e criar, desde cedo, uma relação próxima com os alunos, de modo a compreender as capacidades e dificuldades de cada um. Posteriormente à fase de observação, seguiu-se a implementação. Esta é uma fase de grande relevância na intervenção didática, uma vez que, é aqui que se verifica se tudo o que foi anteriormente planificado se enquadrava nas necessidades dos alunos, inclusive as dúvidas previstas e as respostas e questões que podiam colocar. A implementação, numa fase inicial, foi um processo difícil e complicado, uma vez que se tratava de uma turma com um comportamento maioritariamente disruptivo, sendo necessário intervir constantemente para atenuar estes momentos, criando uma difícil gestão do tempo e influenciando o fio condutor da aula, impedindo o seguimento da planificação, como inicialmente pensado. No entanto, ao longo das implementações fomos percebendo o funcionamento da turma e esta situação foi atenuando.

Apesar de ser uma turma complicada a nível comportamental, eram alunos interessados e motivados para aprender, sobretudo quando se propunham tarefas mais dinâmicas, com recurso a tecnologias digitais e materiais manipuláveis. Foi visível a evolução que a turma apresentou durante os meses passados neste contexto e é gratificante perceber que este progresso dependeu não só dos alunos, mas também do nosso trabalho e dedicação em promover aprendizagens significativas.

Após a prática, houve a necessidade de refletir sobre o trabalho realizado na intervenção educativa. De acordo com Alarcão (2011) a reflexão sobre determinada ação promove a reconstrução mental da ação para a podermos analisar. Assim, a reflexão é um aspeto primordial, uma vez que permite analisar quais foram os aspetos positivos e negativos e definir perspetivas de melhoria a ter em consideração para próximas implementações. Além disso, as reflexões permitiam fundamentar a escolha das minhas decisões e, simultaneamente, proporcionavam um feedback construtivo pela parte do professor orientador cooperante, pelo par pedagógico e pelo professor supervisor. De acordo com Mesquita et al. (2012) o professor supervisor é "o orientador pedagógico, o educador a quem compete ajudar o futuro professor a desenvolver-se e a aprender como adulto e profissional que é" (p.65). Neste sentido, o feedback e as sugestões fornecidas pelo professor supervisor foram fundamentais durante o processo de reflexão para auxiliar no desenvolvimento de aprendizagens e na melhoria do desempenho. As supervisões, são um processo fundamental dado que se destinam ao desenvolvimento e aprendizagem de um futuro professor e envolvem um professor experiente que orienta todo o trabalho desenvolvido (Alarcão & Tavares, 2003). Assim, as aulas supervisionadas foram importantes, uma vez que permitiam uma análise mais pormenorizada sobre o trabalho desenvolvido.

De uma forma geral, a intervenção educativa no 1.º CEB correu bem e como esperado. Inicialmente, senti algum nervosismo e ansiedade quando fui informada que iria lecionar dois anos de escolaridade distintos. Tendo em conta este desafio, senti de imediato uma enorme responsabilidade e receio de não estar à altura, já que dadas as circunstâncias, exigia-se uma boa articulação e lecionação de conteúdos entre os diferentes níveis. Visto que, a maioria dos temas trabalhados eram comuns aos dois anos de escolaridade, a dinâmica utilizada foi adaptar as tarefas para ambos os níveis, sendo necessário realizar duas planificações distintas para cada semana. Estes e outros aspetos que ocorreram durante o processo de implementação, demonstram que é importante que o professor seja capaz de lidar com situações inesperadas e encontre soluções imediatas para lhes dar resposta.

Um aspeto positivo, foi o facto de sermos muito bem recebidas pela comunidade escolar, tendo estabelecido precocemente uma boa relação com todos os profissionais, que sempre nos ajudaram e apoiaram durante todo o percurso.

Concluindo, a intervenção em contexto educativo no 1.º CEB foi positiva. Considero que todos as adversidades que foram surgindo contribuíram para evoluir e crescer enquanto pessoa e como futura profissional e sinto muito orgulho por todo o trabalho desenvolvido. Sem dúvida que é um contexto que deixa muitas saudades, sobretudo pelos laços criados com a turma e com toda a comunidade escolar.

Posteriormente, iniciou-se a intervenção educativa em contexto de 2.º CEB. Receio e insegurança são as palavras que descrevem aquilo que senti semanas antes de iniciar o estágio, uma vez que era a primeira experiência que iria ter em contexto de 2.º CEB e não sabia ao certo o que esperar. Este receio também se deve ao facto de considerar este contexto mais exigente, por se tratar de alunos mais velhos e pela quantidade de conhecimentos que envolvia, dado que nestas idades os alunos questionam muito e era importante estar preparada para qualquer questão que pudessem colocar, nomeadamente na área das ciências. Contudo, ainda na primeira semana, senti que estava errada e que esta seria "a experiência". Quando entrei na sala senti-me logo integrada, mais desinibida e descontraída, mais madura e apta para lecionar. Considero que a atitude e postura apresentadas se devem à experiência anterior, principalmente por todas as dificuldades pelas quais passei, que foram importantes e serviram para me preparar para a intervenção educativa no 2.º CEB. Na minha perspetiva, o estágio no 1.º CEB serviu como preparação para o estágio no 2.º CEB, pois, a partir dele, desenvolvi várias aprendizagens que me foram úteis, nomeadamente estratégias e metodologias para captar a atenção dos alunos, para gerir a sala de aula e para envolver os alunos em todo o processo educativo. Posto isto, a minha integração correu muito bem e só senti uma grande mudança, a relação de proximidade com os alunos, uma vez que, eram mais crescidos, pouco comunicativos e não se expunham tanto.

A intervenção educativa iniciou com o período de observação, que teve a duração de quatro semanas. Este período foi fundamental para conhecer o funcionamento da turma em geral e os alunos que a integravam, nomeadamente as suas dificuldades, atitudes, aptidões e a sua relação com os colegas. Ao longo do período de observação, o professor orientador cooperante solicitou que interagíssemos logo com a turma, auxiliando os alunos nas tarefas e dúvidas que iam surgindo, tornando mais fácil a nossa adaptação. Durante este período, a mudança que referi sentir inicialmente foi desaparecendo quando começamos a interagir com a turma, os alunos começaram a afeiçoar-se à nossa presença, perceberam qual era o nosso papel na sala de aula e começaram a comunicar mais, solicitando a nossa ajuda sempre que necessário.

Foi durante o período de observação que foi planificado e organizado o período de implementação. Para a planificação das aulas, o professor orientador cooperante apresentou um documento escrito com o plano da organização que pretendia, indicando para cada área curricular e para cada par pedagógico o número de tempos a lecionar, o número de tempos dedicados para avaliação e os conteúdos que cada uma ficaria responsável por lecionar. Uma das maiores dificuldades centrou-se na gestão do tempo de aula, de forma a conseguir lecionar todos os conteúdos propostos no pouco tempo disponível.

Durante a planificação das aulas procurei propor tarefas que fossem interessantes para os alunos, com base em quizzs, jogos, vídeos, materiais manipuláveis, atividades experimentais e tarefas para resolver em grupo. A elaboração de fichas de avaliação e a respetiva correção, que nunca tinha tido a oportunidade de realizar, foi um aspeto fulcral de aprendizagem e perceber que tipo de questões deveria utilizar, que conteúdos deviam ser privilegiados e como estabelecer critérios de avaliação. O feedback obtido do professor orientador cooperante e do professor supervisor nesta fase foi importante para compreender quais os aspetos que deveriam ser aperfeiçoados.

Tal como no contexto do 1.º CEB, após as implementações eram realizadas as reflexões finais, nas quais a intervenção educativa efetuada era analisada por mim, pelo par pedagógico, pelo professor orientador cooperante e pelo professor supervisor (nas aulas previstas para supervisão). Estes momentos eram imprescindíveis para reconhecer perspetivas de melhoria e se verificar uma evolução das nossas implementações de semana para semana.

Em jeito de conclusão, lecionar o 2.º CEB surpreendeu-me muito pela positiva e superou as minhas expectativas. Adorei a experiência realizada, sinto que fui muito bem acolhida pelos alunos e por toda a comunidade educativa, desenvolvi relações de amizade com todos. No meu futuro profissional, vejo-me a dar preferência pela lecionação em contexto de 2.º CEB, pois considero que me enquadro melhor com estes anos de escolaridade e porque me sinto mais à vontade na lecionação das áreas de Matemática e Ciências Naturais.

Se restavam dúvidas, após a intervenção educativa em contexto de 2.º CEB, essas dúvidas foram clarificadas e percebi que estou no rumo certo. Ingressar na área da educação proporcionou-me experiências incríveis e permitiu-me conhecer pessoas que contribuíram muito para o meu percurso e futuro profissional, contribuindo para aprendizagens ricas, para o desenvolvimento do espírito crítico e para me tornar uma pessoa mais segura.

"Educação não transforma o mundo. Educação muda as pessoas. Pessoas transformam o mundo."

(Paulo Freire)

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Aires, L. (2015). *Paradigma qualitativo e práticas de investigação educacional.* Universidade Aberta.

Ajzen Icek. (1993). Attitude theory and the attitude-behavior relation. In D. Krebs & P. Schmidt (Eds.), *New directions in attitude measurement* (pp. 40–57). Walter de Gruyter. https://www.researchgate.net/profile/Peter-Schmidt-36/publication/319803997_New_Directions_of_Attitude_Measurement/links/59bcd1e7a6fdcca8e566626d/New-Directions-of-Attitude-Measurement.pdf

Alarcão, I. (2011). *Professores reflexivos em uma escola reflexiva.* Cortez.

Alarcão, I., Freitas, C., Ponte, J. P. da, Alarcão, J., & Tavares, M. (1997). A Formação de Professores no Portugal de Hoje. *Documento de Trabalho Do CRUP — Conselho de Reitores Das Universidades Portuguesas*, 1–17.

Alarcão, I., & Tavares, J. (2003). *Supervisão da Prática Pedagógica. Uma perspectiva de desenvolvimento e aprendizagem*. Livraria Almedina.

Alves, M. G. (2014). As dimensões formal , não-formal e informal em educação : visibilidade , relevância e reinvenção na pesquisa e ação educativas. *Mediações – Revista OnLine Da Escola Superior de Educação Do Instituto Politécnico de Setúbal [Online]*, *2*, 115–132. http://mediacoes.ese.ips.pt/index.php/mediacoesonline/article/view/67

Azevedo, F. F., & Balça, A. (2017). Educação literária em Portugal: os documentos oficiais, a voz e as práticas dos docentes. *Revista Linhas*, *18*(37), 131–153. https://doi.org/10.5965/1984723818372017131

Barbosa, A. C. C. (2009). *A resolução de problemas que envolvem a generalização de padrões em contextos visuais: um estudo longitudinal com alunos do 2.º ciclo do ensino básico* [Tese de Doutoramento, Universidade do Minho]. Repositório da Universidade do Minho.

Barbosa, A., & Vale, I. (2021a). A visual approach for solving problems with fractions. *Education Sciences*, *11*(11), 0–18. https://doi.org/10.3390/educsci11110727

Barbosa, A., & Vale, I. (2021b). Exploring the Potential of the Outdoors with Digital Technology in Teacher Education. In A. Reis, J. Barroso, J. B. Lopes, T. Mikropoulos, & C. W. Fan (Eds.), *Communications in Computer and Information Science: Vol. 1384 CCIS*. Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-030-73988-1_3

Barbosa, A., & Vale, I. (2022). Matemática fora da sala de aula com o mathcitymap. *Interacções*, *62*, 122–144.

Barbosa, A., Vale, I., Antónia, R., & Ferreira, T. (2015). Trilhos matemáticos: promovendo a criatividade de futuros professores. *Educação e Matemática, 135*, 57–64. https://www.researchgate.net/publication/335001507_Trilhos_matematicos_promovendo_a_criatividade_dos_futuros_professores

Barbosa, A., Vale, I., Jablonski, S., & Ludwig, M. (2022). Walking through Algebraic Thinking with Theme-Based (Mobile) Math Trails. *Education Sciences*, *12*(5). https://doi.org/10.3390/educsci12050346

Barreto, M. B. (2019). *A Resolução de Problemas de Números Racionais numa turma de 6.º ano de escolaridade: o contributo de uma Gallery Walk [Dissertação de mestrado, Escola Superior de Educação]*. Repositório do Instituto Politécnico de Viana do Castelo.

Behr, M. J., Lesh, R., Post, T. R., & Silver, E. A. (1983). Rational Number Concepts. In M.Landau

& R.Lesh (Eds.), *Acquisition of Mathematics Concepts and Processes* (pp. 91–125). Academic Press. https://www.researchgate.net/publication/258510439

Boavida, A. M. R., Paiva, A. L., Cebola, G., Vale, I., & Pimentel, T. (2008). A Experiência Matemática no Ensino Básico. In *Programa de Formação Contínua em Matemática para Professores dos 1.º e 2.º Ciclos do Ensino Básico* (Vol. 2, pp. 31–44). Ministério da Educação.

Bogdan, R. C., & Biklen, S. K. (1994). *Investigação Qualitativa em Educação: Uma introdução à teoria e aos métodos.* Porto Editora.

Borromeo-Ferri, R. (2010). Estabelecendo conexões com a vida real na prática da aula de Matemática. *Educação e Matemática*, *110*, 19–25.

Borromeo-Ferri, R. (2012). Mathematical thinking styles and their influence on teaching and learning mathematics. In *Paper presented at the 12th International Congress on Mathematical Education.* Seul, Korea: Coex. http://www.icme12.org/upload/submission/1905_f.pdf

Brocardo, J., Serrazina, L., & Kraemer, J. M. (2003). Algoritmos e sentido do número. *Educação e Matemática*, *75*, 11–15.

Cahyono, A. N., & Ludwig, M. (2019). Teaching and learning mathematics around the city supported by the use of digital technology. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, *15*(1), 1–8. https://doi.org/10.29333/ejmste/99514

Canavarro, A. P. (2011). Ensino exploratório da Matemática : Práticas e Desafios. *Quadrante*, *115*(11), 11–17.

Canavarro, A. P., & Santos, L. (2012). Explorar Tarefas Matemáticas. In A. P. Canavarro, L. Santos, A. Boavida, H. Oliveira, L. Meneses, & S. Carreira (Eds.), *Investigação em Educação Matemática - Práticas de Ensino da Matemática* (pp. 99–104). SPCE.

Charalambous, C., & Pitta-Pantazi, D. (2007). Drawing a theoretical model to study students understanding of fractions. *Educational Studies in Mathematics*, *64*(3), 293–316. https://doi.org/10.1007/s10649-006-9036-2

Cifarelli, V. V. (1998). The development of mental representations as a problem solving activity. *The Journal of Mathematical Behavior*, *17*(2), 239–264. https://doi.org/10.1016/S0364-0213(99)80061-5

Coutinho, C. P. (2011). *Metodologia de Investigação em Ciências Sociais e Humanas: Teoria e Prática (1ª ed.).* Almedina.

Creswell, J. W. (2010). *Projeto de pesquisa: métodos qualitativo, quantitativo e misto*. Artmed.

Cross, R. (1997). Developing Math Trails. *Mathematics Teaching*, *158*, 38–39.

D'Ambrosio, B. S. (1989). Como ensinar matemática hoje? Temas e Debates. *SBEM*, *2*(2), 15–19. https://doi.org/200.189.113.123

Debellis, V. A., & Goldin, G. A. (2006). Affect and meta-affect in mathematical problem solving: A representational perspective. *Educational Studies in Mathematics*, *63*(2), 131–147. https://doi.org/10.1007/s10649-006-9026-4

DeWindt-King, A., & Goldin, G. (2003). Children's Visual Imagery : Aspects of Cognitive Representation in Solving Problems with Fractions. *Mediterranean Journal for Research in Mathematics Education*, *2*, 1–42.

Di Martino, P., & Zan, R. (2011). Attitude towards mathematics: A bridge between beliefs and emotions. *ZDM - International Journal on Mathematics Education*, *43*(4), 471–482. https://doi.org/10.1007/s11858-011-0309-6

Duarte, J. (2010). Tecnologias na Educação Matemática: Conexões matemáticas e tecnologias. *Educação e Matemática*, *110*, 64–67.

Dubiel, M. (2000). Math Trail in Beacon Hill Park. *39th Northwest Mathematics Conference.*

English, B. L. D., Humble, S., & Barnes, V. E. (2010). Trail BlaLazers. *Teaching Children Mathematics*, *16*, 402–209.

Fernandes, D. (1991). Notas sobre os paradigmas da investigação em educação. *Noesis*, *18*, 64–66.

Fernandes, M. (2019). *A resolução de tarefas matemáticas em contextos não formais de aprendizagem - um estudo com o 3.º ano de escolaridade* [Tese de Douturamento, Universidade do Minho]. Repositório da Universidade do Minho.

Fessakis, G., Karta, P., & Kozas, K. (2018). Designing math trails for enhanced by mobile learning realistic mathematics education in primary education. *International Journal of Engineering Pedagogy*, *8*(2), 49–63. https://doi.org/10.3991/ijep.v8i2.8131

Formosinho, J. (2001). A formação prática dos professores: da prática docente na instituição de formação à prática pedagógica nas escolas. In B. Campos (Ed.), *Formação Profissional de Professores no Ensino Superior.* Porto Editora.

Fosnot, C. T., & Dolk, M. (2002). *Young mathematicians at work: Constructing fractions, decimals, and percents*. Heinemann.

Francisco, L. (2022). *As Isometrias fora da sala de aula: a utilização da aplicação MathCityMap numa turma de 6.º ano de escolaridade. [*Dissertação de mestrado, Escola Superior de Educação]. Repositório do Instituto Politécnico de Viana do Castelo.

Gurjanow, I., Zender, J., & Ludwig, M. (2020). MathCityMap – Popularizing Mathematics around the Globe with Maths Trails and Smartphone. In M. Ludwig, S. Jablonski, A. Caldeira, & A. Moura (Eds.), *Research on Outdoor STEM Education in the digital Age. Proceedings of the ROSETA Online Conference* (pp. 103–110). WTM. https://doi.org/10.37626/ga9783959871440.0.13

Hannula, M. S. (2002). Attitude toward mathematics: Emotions, expectations and values. *Educational Studies in Mathematics*, *49*(1), 25–46. https://doi.org/10.1023/A

Hartmann, L.-M., & Schukajlow, S. (2021). Interest and Emotions While Solving Real-World Problems Inside and Outside the Classroom. *International Perspectives on the Teaching and Learning of Mathematical Modelling*, 153–163. https://doi.org/10.1007/978-3-030-66996-6_13

Kukulska-Hulme, A., Traxler, J., & Petit, J. (2007). Designed and user-generated activity in the mobile age. *Journal of Learning Design*, *2*(1), 52–65. https://doi.org/10.5204/jld.v2i1.28

La Belle, T. J. (1982). Formal, nonformal and informal education: a holistic perspective onlifelong learning. *International Review of Education*, *28*(2), 158–175. https://doi.org/10.1007/BF00598444

Lamon, S. (2006). *Teaching fractions and rations for understandig: Essential Content and instructional strategies for teaching.* Erlbaum.

Lamon, S. (2007). Rational numbers and proportional reasoning: Toward a theoretical framework. In F. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 629–668). Information Age Publishing.

Ludwig, M., & Jablonski, S. (2019). Doing Math Modelling Outdoors- A Special Math Class Activity designed with MathCityMap. *Fifth International Conference on Higher Education Advances*, 1–8. https://doi.org/http://dx.doi.org/10.4995/HEAd19.2019.9583

Maio, G. R., & Haddock, G. (2010). *The Psychology of Attitudes and Attitude Change*. SAGE Publications. https://doi.org/https://dx.doi.org/10.4135/9781446214299

Martínez Padrón, O. J. (2008). Actitudes hacia la matemática. *Sapiens. Revista Universitaria de Investigación*, *9*(1), 237–256. https://www.redalyc.org/pdf/410/41011135012.pdf

Mazana, M. Y., Montero, C. S., & Casmir, R. O. (2019). Investigating Students' Attitude towards Learning Mathematics. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, *14*(1), 207–231. https://doi.org/10.29333/iejme/3997

McLeod, D. B. (1992). Research on affect in mathematics education: A reconceptualization. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 575–596).

ME-DGE (2017). *Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória*. Ministério da Educação.

ME-DGE (2018a). *Aprendizagens Essenciais - Matemática*. Ministério da Educação.

ME-DGE (2018b). *Aprendizagens Essenciais – Ciências Naturais 6.º ano*. Ministério da Educação.

ME-DGE (2018c). *Aprendizagens Essenciais de Educação Artística- Expressão Dramática/Teatro*. Ministério da Educação.

ME-DGE (2018d). *Aprendizagens essenciais de Educação Artística - Artes Visuais*. Ministério da Educação.

ME-DGE (2018e). *Aprendizagens Essenciais de Educação Física 3.º Ano*. Ministério da Educação.

ME-DGE (2018f). *Aprendizagens Essenciais de Educação Física 4.ºAno*. Ministério da Educação.

ME-DGE (2018g). *Aprendizagens Essenciais de Estudo do Meio 3.º ano*. Ministério da Educação.

ME-DGE (2018h). *Aprendizagens Essenciais de Estudo do Meio 4.º ano*. Ministério da Educação.

ME-DGE (2018i). *Aprendizagens Essenciais de Matemática 3.ºAno*. Ministério da Educação.

ME-DGE (2018j). *Aprendizagens Essenciais de Matemática 4.ºAno*. Ministério da Educação.

ME-DGE (2018k). *Aprendizagens Essenciais de Português 3.º Ano*. Ministério da Educação.

ME-DGE (2018l). *Aprendizagens Essenciais de Português 4.ºAno*. Ministério da Educação.

ME-DGIDC (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Ministério da Educação, Departamento de Educação Básica.

ME-DGIDC (2013). *Programa e Metas Curriculares de Ciências Naturais*. Ministério da Educação e Ciência. http://www.dge.mec.pt/sites/default/files/ficheiros/eb_cn_metas_curriculares_5_6_7_8_ano_0.pdf

MEC (2013). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Ministério da Educação e Ciência.

Mesquita, E., Formosinho, J., & Machado, J. (2012). Supervisão da prática pedagógica e colegialidade docente. A perspetiva dos condidatos a professores. *Revista Portuguesa de Investigação Educacional*, *12*, 59–77. https://doi.org/https://doi.org/10.34632/investigacaoeducacional.2012.3375

Middleton, J. A., Heuvel, Van den-Panhuizen, M., & Shew, J. A. (1998). Using bar representations as a model for connecting concepts of rational number. *Mathematics Teaching in the Middle School*, *3*(4), 302–311.

Monteiro, C., & Pinto, H. (2005). A Aprendizagem dos números racionais. *Quadrante*, *14*(1), 89–107.

Monteiro, C., Pinto, H., & Figueiredo, N. (2005). As fracções e o desenvolvimento do sentido do número racional. *Educação e Matemática*, *84*, 2–7.

Morais, C., & Miranda, L. (2014). Recursos educativos abertos na aprendizagem da matemática no ensino básico. *Jornal Das Primeiras Matemáticas*, *2*, 31–44. http://repositorium.sdum.uminho.pt/handle/1822/32732

Moura, A., & Carvalho, A. (2009). Peddy-paper literário mediado por telemóvel. *Educação Formação Tecnologias*, *2*(2), 22–40. http://eft.educom.pt/index.php/eft/article/view/95

Moura, A., & Carvalho, A. A. (2011). Aprendizagem mediada por tecnologias móveis: novos desafios para as práticas pedagógicas. *Universidade Do Minho*, 233–246. http://repositorium.sdum.uminho.pt/handle/1822/15942

Nacionais, F. (2010). *Estabelecendo conexoes entre números racionais: O caso da percentagem*. *1999*, 984–997.

NCTM (2007). *Princípios e normas para a Matemática Escolar*. Associação de Professores de Matemática.

NCTM (2017). *Princípios para a Ação: Assegurar a todos o sucesso em Matemática*. Associação de Professores de Matemática.

Neves, M. D. C., & Carvalho, C. (2006). A importância da afectividade na aprendizagem da matemática em contexto escolar: Um estudo de caso com alunos do 8.º ano. *Análise Psicológica*, *24*(2), 201–215. https://doi.org/10.14417/ap.164

OCDE (2010). *Recognising Non-Formal and Informal Learning - Outcomes, Policies and Practices*. https://doi.org/10.1787/9789264063853-en

OCDE (2019). Skills for 2030. *OECD Future of Education and Skills 2030*, 1–16. https://www.oecd.org/education/2030-project/teaching-and-learning/learning/skills/Skills_for_2030_concept_note.pdf

Paixão, F., & Jorge, F. R. (2014). Relação entre espaços de educação formais e não formais. Uma estratégia na formação de professores para o ensino básico. In G. Portugal, A. I. Andrade, C. Tomaz, & F. Martins (Eds.), *Formação inicial de professores e educadores: experiências em contexto português* (pp. 359–369). UA Editora.

Paixão, F., & Jorge, F. R. (2015). Desenvolver o conhecimento para ensinar matemática na interação entre contextos formais e não formais. In *Atas do XXVI Seminário de Investigação em Educação Matemática* (pp. 92–106). http://www.apm.pt/files/_XXVISIEM_Atas_prov_551361d576189.pdf

Palm, T. (2009). Theory of authentic task situation. In L. Verschaffel, B. Greer, W. Dooren, & Mukhopadhyay (Eds.), *Words and worlds: Modeling Verbal description of situations* (pp.

3–19). Sense.

Patton, M. Q. (2002). *Qualitative research and evaluation methods. (3ª ed.).* Sage.

Pinto, H. (2011). *O desenvolvimento do sentido da multiplicação e da divisão de números racionais* [Tese de Douturamento, Universidade de Lisboa]. Repositório da Universidade de Lisboa. http://hdl.handle.net/10400.21/3105

Pinto, H., & Ribeiro, C. M. (2013). Conhecimento e formação de futuros professores dos primeiros anos - o sentido de número racional. *Da Investigação Às Práticas*, *3*(1), 80–99.

Ponte, J. P. (1992). Concepções dos Professores de Matemática e Processos de Formação. *Educação e Matemática: Temas de Investigação*, 185–239.

Ponte, J. P. (1994). Estudos de caso na investigação em educação matemática. *Quadrante*, *3*(1), 1–16. http://hdl.handle.net/10451/3007

Ponte, J. P. (2005). Gestão curricular em Matemática. In GTI (Ed.), *O professor e o desenvolvimento curricular* (pp. 11–34). APM.

Ponte, J. P., & Quaresma, M. (2012). O Papel do Contexto nas Tarefas Matemáticas. *Interacções*, *22*, 196–216. https://www.researchgate.net/publication/260987224

Quaresma, M. (2010). *Ordenação e Comparação de Números Racionais em Diferentes Representações: Uma experiênica de Ensino* [Dissertação de Mestrado, Universidade de Lisboa]. [Repositório da Universidade de Lisboa]. http://hdl.handle.net/10451/2451

Quaresma, M., & Ponte, J. P. (2012). Compreensão dos números racionais, comparação e ordenação: o caso de Leonor. *Interações*, *8*(20), 37–69. file:///C:/Users/Utilizador/Downloads/PROBLEMAS MATEMÁTICA/485-Texto do Trabalho-1398-1-10-20120407.pdf

Richardson, K. M. (2004). Designing Math Trails for the Elementary School. *Teaching Children Mathematics*, *11*(1), 8–14. https://doi.org/10.5951/tcm.11.1.0008

Rodrigues, A. (2001). *A formação de formadores para a prática na formação inicial de professores*. 1–17. https://www.yumpu.com/pt/document/read/13451716/a-formacao-de-formadores-para-a-pratica-na-formacao-inicial-de-

Shoaf, M. M., Pollak, H., & Schneider, J. (2004). *MathTrails*. The Consortium for Mathematics and Its Applications. Stake. https://doi.org/10.5948/UPO9780883859773.006

Sim-Sim, I. (2007). *O Ensino da Leitura: A Compreensão de textos* (Vol. 1). Ministério da Educação.

Soares, D. (2019). *Uma abordagem às isometrias através de um trilho matemático: um estudo no 6º ano de escolaridade* [Dissertação de Mestrado, Escola Superior de Educação]. Repositório do Instituto Politécnico de Viana do Castelo.

Stake, R. E. (2016). *A Arte da Investigação com Estudos de Caso (4ªed.).* Fundação Calouste Gulbenkian.

Stein, M. K., Engle, R. A., Smith, M. S., & Hughes, E. K. (2008). Orchestrating Productive Mathematical Discussions: Five Practices for Helping Teachers Move Beyond Show and Tell. *Mathematical Thinking and Learning*, *10*(4), 313–340. https://doi.org/10.1080/10986060802229675

Stein, M. K., & Smith, M. S. (2009). Tarefas matemáticas como quadro para a reflexão: Da investigação à prática. *Educação e Matemática*, *105*(4), 22–28.

Syyeda, F. (2016). Understanding attitudes towards mathematics (ATM) using a multimodal model: An exploratory case study with secondary school children in England. *Cambridge Open-Review Educational Research e-Journal*, *3*(1), 32–62. 10.17863/CAM.41157

Tahar, N. F., Ismail, Z., Zamani, N. D., & Adnan, N. (2010). Students' attitude toward mathematics: The use of factor analysis in determining the criteria. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, *8*, 476–481. https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2010.12.065

UNESCO (2006). *Synergies between Formal and Non-formal Education: An Overview of Good Practices.* UNESCO. https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000146092

Vale, I. (2004). Algumas Notas Sobre Investigação Qualitativa em Educação Matemática. O Estudo de Caso. *Revista Da Escola Superior de Educação de Viana Do Castelo.*, *5*, 171–202.

Vale, I. (2012). As tarefas de padrões na aula de Matemática: um desafio para professores e alunos. *Interacções*, *8*(20), 181–207. http://revistas.rcaap.pt/interaccoes/article/view/493

Vale, I., & Barbosa, A. (2020a). Gallery Walk: uma estratégia ativa para resolver problemas com múltiplas soluções. *Revista de Educação Matemática*, *17*, 1–19. https://doi.org/10.37001/remat25269062v17id260

Vale, I., & Barbosa, A. (2020b). Resolução de Problemas com Frações - Uma abordagem visual. In C. Mamede, P. H, & C. Monteiro (Eds.), *Contributos para o desenvolvimento do sentido de número racional* (pp. 233–260). Associação de Professores de Matemática.

Vale, I., & Barbosa, A. (2021). Promoting Mathematical Knowledge and Skills in a Mathematical Classroom Using a Gallery Walk. *International Journal of Research in Education and Science*, *7*(4), 1211–1225. https://doi.org/10.46328/ijres.2417

Vale, I., Barbosa, A., & Cabrita, I. (2019). Mathematics outside the classroom: examples with pre-service teachers. *Quaderni Di Ricerca in Didattica (Mathematics)*, *2*(3), 138–142. https://www.researchgate.net/publication/333907529

Vale, I., Pimentel, T., & Barbosa, A. (2018). The Power of Seeing in Problem Solving and Creativity: An Issue Under Discussion. In *Broadening the Scope of Research on Mathematical Problem Solving, Research in Mathematics Education* (p. 243-272). Springer. https://doi.org/https://doi.org/10.1007/978-3-319-99861-9_11

Ventura, H. (2014). *A Aprendizagem dos Números Racionais através das conexões entre as suas representações: uma experiência de ensino no 2.º ciclo do ensino básico* [Tese de Doutoramento, Universidade de Lisboa]. Repositório da Universidade de Lisboa. https://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/10661/1/ulsd067673_td_Helia_Ventura.pdf

Ventura, H., & Oliveira, H. (2011). Estabelecendo Conexões entre Números Racionais: O caso da percentagem. In A. Henriques, C. Nunes, A. Silvestre, H. Jacinto, H. Pinto, A. Caserio, & J. P. Ponte (Eds.), *Actas do XXII SIEM: Seminário de Investigação em Educação Matemática*. Associação de Professores de Matemática.

Zan, R., Brown, L., Evans, J., & Hannula, M. S. (2006). Affect in mathematics education: An introduction. *Educational Studies in Mathematics*, *63*(2), 113–121. https://doi.org/10.1007/s10649-006-9028-2

Zender, J., Cahyono, A. N., Gurjanow, I., & Ludwig, M. (2020). New approaches in the research on mathematics trails with technology. *World Education Research Association 2019 Focal Meeting in Tokyo 10 Years*.

ANEXOS