INSTITUTO POLITÉCNICO
DE VIANA DO CASTELO

RELATÓRIO FINAL DE PRÁTICA DE ENSINO SUPERVISIONADA

Mestrado em Ensino 1º e 2º CEB - Matemática e Ciências Naturais

O MathCityMap e a sala de aula digital: um recurso para a aprendizagem não formal dos números racionais no 2.º CEB.

Ana Maria Oliveira Meira

Escola Superior de Educação

2022

INSTITUTO POLITÉCNICO
DE VIANA DO CASTELO

Ana Maria Oliveira Meira

RELATÓRIO FINAL DE PRÁTICA DE ENSINO SUPERVISIONADA

Mestrado em Ensino 1º e 2º CEB
- Matemática e Ciências Naturais

O MathCityMap ea sala de aula digital: um recurso para a aprendizagem não formal dos números racionais no 2.º CEB.

Trabalho efetuado sob a orientação do(a)
Doutora Ana Barbosa

Novembro de 2022

AGRADECIMENTOS

Deixo uma mensagem de agradecimento a todos meus familiares, amigos, colegas e professores que contribuíram para que fosse possível o desenvolvimento deste relatório, por terem estado sempre presentes ao longo destes cinco anos e por nunca me deixarem desistir.

RESUMO

Este relatório foi desenvolvido no âmbito da unidade curricular de Prática de Ensino Supervisionada, do curso de Mestrado de Ensino do 1.º CEB e de Matemática e Ciências Naturais no 2.º CEB. Encontra-se dividido em três partes: a primeira corresponde à caracterização dos contextos educativos onde decorreram as intervenções didáticas, podendo-se encontrar uma descrição dos percursos realizados nas diferentes áreas disciplinares; a segunda apresenta o estudo que foi realizado no 2.º CEB no âmbito da disciplina de Matemática; a terceira dedica-se à reflexão final sobre a Prática de Ensino Supervisionada.

O estudo, aprofundado na segunda parte do relatório, pretendeu compreender o modo como alunos do 6.º ano de escolaridade mobilizam conceitos sobre números racionais na realização de um trilho matemático com a aplicação MathCityMap, no contexto da Sala de Aula Digital. Assim, foram delineadas as seguintes questões de investigação: (1) Como se caracteriza o desempenho dos alunos na resolução de tarefas sobre números racionais num trilho matemático com o MathCityMap?; (2) Que atitudes evidenciam os alunos na realização de um trilho matemático com o MathCityMap?; (3) Que interações são observadas entre os alunos, com o professor e com o dispositivo móvel na utilização da aplicação e da Sala de Aula Digital?

Para responder ao problema e às questões de investigação, o estudo seguiu uma metodologia de investigação de natureza qualitativa com um design de estudo de caso e foi desenvolvido numa turma do 6.º ano de escolaridade com 19 alunos. Como técnicas de recolha de dados privilegiou-se a observação participante, o inquérito por questionário e por entrevista, os documentos e os registos audiovisuais.

Após a análise dos dados, foi possível concluir que o trilho matemático contribuiu para aprofundar e aplicar os conhecimentos que os alunos tinham sobre os Números Racionais. De forma geral, a turma teve um bom desempenho na resolução das tarefas, no entanto, os alunos sentiram dificuldades em compreender os enunciados de algumas tarefas e em aplicar algumas representações (percentagem) e alguns significados (parte-todo; razão) dos Números Racionais. Ao nível das atitudes, os alunos demonstraram autoconfiança e gosto pela matemática. Além disso, também mostraram estar motivados com a realização do trilho matemático, tendo, no entanto, existido momentos de nervosismo e ansiedade. A utilidade da matemática foi evidenciada pelos alunos que, durante o trilho matemático, a utilizaram em situações do dia a dia, reconhecendo as suas aplicações. Quanto às interações, apesar de alguns alunos terem utilizado a Sala de Aula Digital, a comunicação direta com o professor continuou a ser privilegiada, por considerarem ser mais fácil de compreender. Com o trabalho de grupo, os alunos colaboraram uns com os outros, de modo a esclarecerem as suas dúvidas e a partilharem ideias. Consideraram a tecnologia importante para aprender matemática, tendo gostado de utilizar o MathCityMap e a Sala de Aula Digital.

Palavras-Chave: Aprendizagem; Números Racionais; Trilho Matemático; MathCityMap; Sala de Aula Digital; Desempenho; Atitudes.

ABSTRACT

The following report was developed in the context of the Supervised Teaching Practice, which is part of the master's degree in Teaching in the 1st cycle and Mathematics and Natural Sciences in the 2nd cycle. It consists of three parts: the first one concerns with the characterization of the educational contexts where the didactic interventions took place, as well as with the description of the processes carried out in the different subject areas; the second part presents the study carried out in the 2nd cycle in Mathematics; the third part is devoted to the final reflection on the Supervised Teaching Practice.

The study, developed in the second part of this report, aims to understand how 6th grade students mobilize rational number concepts in a math trail using the MathCityMap app, in the context of the Digital Classroom. Therefore, the following research questions were outlined: (1) How is the students' performance in solving tasks about rational numbers in a math trail with MathCityMap?; (2) Which attitudes do students display when completing a math trail with MathCityMap?; (3) How do students interact between themselves, with the teacher and the mobile device while using the MathCityMap app and the Digital Classroom?

To answer the problem and the research questions, the study followed a qualitative research methodology with a case study design and was developed in a 6th grade class with 19 students. Data collection techniques included participant observation, questionnaires and an interview, documents and audiovisual records.

After analysing the data, it was possible to conclude that the math trail contributed to improve and apply the knowledge that students had on Rational Numbers. In general, the class performed well in solving the tasks, nevertheless, the students felt difficulties in understanding the statements of some tasks and in applying some representations (percentage) and meanings (part-whole; ratio) of Rational Numbers. In terms of attitudes, the students showed self-confidence and a liking for mathematics. Moreover, they also showed motivation in conducting the math trail, although there were moments of nervousness and anxiety. The usefulness of mathematics was highlighted by the students who, during the math trail, used it in everyday situations, recognising its applicability in the real world. As for interactions, although some of them used the Digital Classroom, direct communication with the teacher was still preferred, as they found it easier to understand. With group work, students collaborated with each other in order to clarify their doubts and share ideas. They found technology important to learn mathematics and enjoyed using the MathCityMap app and the Digital Classroom.

Key-words: Learning; Rational Numbers; Math Trail; MathCityMap; Digital Classroom; Performance; Attitudes.

ÍNDICE

ÍNDICE DE FIGURAS

ÍNDICE DE GRÁFICOS

ÍNDICE DE QUADROS

LISTA DE ABREVIATURAS

APPACDM - Associação Portuguesa de Pais e Amigos do Cidadão Deficiente Mental

CEB – Ciclo do Ensino Básico

DGE – Direção-Geral da Educação

INE – Instituto Nacional de Estatística

MCM – MathCityMap

MEC – Ministério da Educação e da Ciência

NCTM – National Council of Teachers of Mathematics

NEE – Necessidades Educativas Especiais

PES – Prática de Ensino Supervisionada

POC – Professor Orientar Cooperante

UNESCO – Organização das Nações Unidas para a Educação, a Ciência e a Cultura

INTRODUÇÃO

O presente relatório surge no âmbito da unidade curricular Prática de Ensino Supervisionada, que integra o plano de estudos do segundo ano de Mestrado em Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico e de Matemática e Ciências Naturais no 2.º Ciclo do Ensino Básico, da Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Viana do Castelo. O documento encontra-se organizado em três partes, o enquadramento da PES, a apresentação do estudo que foi realizado no 2.º CEB e a reflexão final sobre o percurso realizado ao longo da PES.

A primeira parte dedica-se à caracterização dos dois contextos educativos onde decorreu a PES e está dividida em dois capítulos. No primeiro é apresentada a caracterização do contexto educativo do 1.º CEB, sendo feita uma breve descrição sobre o percurso nas áreas de intervenção. No segundo capítulo é caracterizado o contexto educativo do 2.º CEB e são descritas as intervenções nas áreas da Matemática e das Ciências Naturais.

A segunda parte refere-se ao trabalho de investigação que foi desenvolvido numa turma do 2.º CEB e pretendia compreender o modo como alunos do 6.º ano de escolaridade mobilizam conceitos sobre números racionais na realização de um trilho matemático com a aplicação MathCityMap, no contexto da Sala de Aula Digital. Esta parte encontra-se dividida em seis capítulos: a *Introdução*, onde é justificada a pertinência do estudo e são apresentados o problema e as questões de investigação; a *Fundamentação teórica,* onde se encontra uma revisão da literatura e são discutidas ideias de vários autores sobre os principais aspetos da temática em estudo; a *Metodologia de investigação*, onde são indicadas as opções metodológicas adotadas e as técnicas de recolha de dados utilizadas; a *Intervenção didática*, que inclui uma descrição pormenorizada sobre as aulas de Matemática lecionadas e sobre o trilho matemático; a *Apresentação e discussão dos resultados*, onde são apresentados e interpretados os resultados do estudo; as *Conclusões*, sendo apresentadas as principais conclusões do estudo, tendo em conta as questões orientadoras, e são indicadas as limitações do estudo e recomendações para futuras investigações.

A terceira parte diz respeito à reflexão global da PES, refletindo-se sobre a experiência vivida e o seu contributo para o desenvolvimento profissional.

PARTE I – ENQUADRAMENTO DA PRÁTICA DE ENSINO SUPERVISIONADA

Na primeira parte do relatório é apresentada uma caracterização dos contextos educativos onde decorreu a Prática de Ensino Supervisionada. Encontra-se dividida em dois capítulos; o Capítulo I, relativo à intervenção educativa no contexto do 1.º Ciclo do Ensino Básico; e o Capítulo II, relativo à intervenção educativa no contexto do 2.º Ciclo do Ensino Básico.

1. Caracterização do contexto educativo do 1.º Ciclo do Ensino Básico

Neste tópico será apresentada uma caracterização do contexto educativo onde foi realizada a intervenção no 1.º Ciclo do Ensino Básico, sendo referidas as características do meio local, da escola, da sala de aula e da turma. Na parte final, são ainda descritos o percurso da intervenção educativa neste nível de ensino, nas diferentes áreas curriculares exploradas, assim como, o envolvimento na comunidade escolar.

1.1. Caracterização do meio local

O contexto educativo onde foi realizado o estágio no 1.º Ciclo do Ensino Básico pertence a uma das freguesias do concelho de Viana do Castelo. Em termos geográficos, esta cidade está situada no litoral norte do país, sendo limitada a norte pelo concelho de Caminha, a leste pelo concelho de Ponte de Lima, a sul pelo concelho de Barcelos e Esposende e a oeste pelo Oceano Atlântico. A cidade de Viana do Castelo é composta por vinte e sete freguesias, ocupa 314 km^2 e tem cerca de 85 784 habitantes, segundo as informações dos últimos Censos (INE, 2021).

A freguesia onde foi desenvolvida a Prática de Ensino Supervisionada (PES) apresenta 6,72 km^2 de área, é banhada pelo rio Lima e tem aproximadamente 3901 habitantes (INE, 2021). Nesta freguesia existe uma praia fluvial e uma forte ligação à agricultura, à indústria têxtil e ao comércio. Relativamente ao seu Património Cultural, destacam-se a igreja paroquial, sete capelas, um cruzeiro e um castelo. Salienta-se ainda a realização de seis festas e romarias afetas à freguesia que tem, como coletividades, um Grupo Folclórico, um Grupo de Bombos e uma Associação Cultural e Desportiva.

1.2. Caracterização do agrupamento e da escola do 1.º Ciclo do Ensino Básico

A escola do 1.º Ciclo do Ensino Básico onde decorreu o estágio estava inserida num agrupamento composto por várias unidades de ensino, entre elas, seis Escolas do 1.º Ciclo do Ensino Básico, das quais cinco ministram a Educação Pré-Escolar; um Jardim de Infância e uma Escola do 2.º e 3.º Ciclos do Ensino Básico com Ensino Secundário.

Passando à caracterização da escola, pode dizer-se que integrava o ensino pré-escolar com valência de jardim de infância. A sua construção foi iniciada em 2008, tendo terminado em janeiro de 2010 e a sua inauguração aconteceu em 25 de janeiro de 2010.

Relativamente à estrutura do interior da escola, era composta por um único edifício que possuía dois pisos. No rés-do-chão existia uma sala do Pré-escolar, uma sala de aulas do 1.º CEB, uma sala de professores, casas de banho, um salão polivalente com material para Educação Física, um gabinete médico, uma biblioteca com livros e jogo educativos, incluída na Rede das bibliotecas escolares, uma sala de coordenação da escola, cantina e gabinetes para armazenamento.

No piso superior existiam sete salas de aula para o 1.º CEB, uma sala de trabalho para professores que funcionava também como sala de apoio, casas de banho e gabinetes com material didático. O edifício possuía uma plataforma, que dava acesso do rés-do-chão ao piso superior.

O espaço exterior apresentava boas condições e uma grande área de recreio, havendo zonas separadas para o Pré-escolar e para o 1.º CEB. Os alunos estavam sempre divididos por zonas, as chamadas "bolhas", que eram respeitadas nos momentos de brincadeira. Além de apresentar algumas zonas verdes, a escola também tinha um campo de basquetebol que os alunos podiam utilizar. No lado nascente havia um portão que dava acesso à escola do 2.º e 3.º CEB. O acesso principal ao edifício era feito por um portão localizado na parte sul, que se encontrava fechado. Existia igualmente um portão de serviço, que dava acesso à zona traseira do edifício e que se encontrava igualmente fechado. Na área junto ao Jardim-de-Infância havia um parque infantil destinado prioritariamente às crianças do Jardim.

1.3. Caracterização da sala de aula

A sala de aula da turma onde foi realizada a intervenção em contexto educativo do 1.º CEB apresentava boas condições e dimensões, tendo uma organização moderna e atual. Apresentava diversos equipamentos que foram utilizados nas várias implementações, como um quadro branco, um projetor, um quadro interativo, um computador, colunas, quadros para afixar papéis/cartolinas, materiais didáticos das várias áreas disciplinares, armário com material de utilização corrente (folhas, lápis, tubos de cola, etc.), lavatório, entre outros. As mesas estavam dispostas por filas e colunas, agrupadas duas a duas, existindo duas colunas, uma com quatro filas de mesas e a outra com três filas de mesas. Os alunos estavam sentados cada um numa mesa, tendo algum distanciamento, devido à pandemia do Covid-19. Na parte da frente da sala existia uma mesa com um computador que estava diretamente ligado ao projetor e a mesa do Professor Orientador Cooperante (POC) encontrava-se ao fundo da sala, estando os alunos virados de costas para o POC (Figura 1).

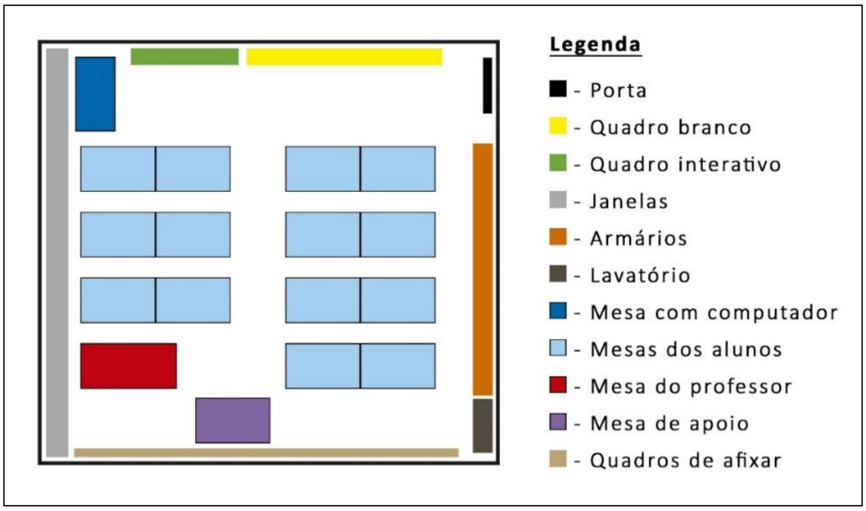


Figura 1: Disposição da sala de aula

1.4. Caracterização da turma

A componente de estágio da PES no 1.º Ciclo, decorreu numa turma do 2.º ano de escolaridade, composta por catorze alunos, com sete meninas e sete meninos, cujas idades variavam entre os 6 e os 7 anos. A turma possuía dois alunos com Necessidades Educativas Especiais (NEE) e uma aluna com português como segunda língua. Alguns apresentavam défice de atenção, o que influenciava o decurso das aulas e a resolução das tarefas. A maioria, tinha um bom ritmo de trabalho, existindo um ou outro aluno mais lento. A turma era bastante participativa e empenhada, mostrando sempre muito interesse ao longo das aulas e nas tarefas que eram propostas. A nível de pontualidade, eram, no geral, bastante pontuais, cumprindo sempre as suas obrigações e rotinas quando chegavam à sala de aula. Quanto à assiduidade, os alunos não faltavam muitas vezes, quando o faziam era normalmente por motivos relacionados com a Covid-19.

A área disciplinar que a turma tinha como preferência era Matemática e verificava-se um grande envolvimento dos alunos quando eram propostas tarefas relacionadas com esta área. Na área de Estudo do Meio, não apresentavam grandes dificuldades, visto participarem nas atividades com motivação e não colocarem muitas dúvidas. A área de Português era a que os alunos tinham mais dificuldades, no entanto, como era uma turma com bom desempenho, empenhavam-se para ultrapassar essas dificuldades e prova disso foram os resultados das fichas de avaliação. Os alunos gostavam muito das áreas ligadas às Expressões (tanto Musical, Educação Física e as Artes Plásticas e Dramáticas), pelo que demonstravam interesse e entusiasmo quando eram implementadas atividades relacionadas com estas disciplinas.

Como se pode ver no quadro 1, o horário da turma começava às 09:00 horas e terminava às 16:00 horas, tendo 30 minutos de intervalo e duas horas de almoço. O horário cumpria com a Matriz Curricular estipulada para o 2.º ano de escolaridade, exibindo uma mancha por área disciplinar em concordância com os limites semanais.

<table>
<tr><th>Horário</th><th>Segunda</th><th>Terça</th><th>Quarta</th><th>Quinta</th><th>Sexta</th></tr>
<tr><td>09:00 – 09:30</td><td rowspan="3">Português</td><td rowspan="2">Português</td><td rowspan="3">Português</td><td rowspan="3">Português</td><td rowspan="3">Português</td></tr>
<tr><td>09:30 – 10:00</td></tr>
<tr><td>10:00 – 10:30</td><td>Matemática</td></tr>
<tr><td>10:30 – 11:00</td><td>Intervalo</td><td>Intervalo</td><td>Intervalo</td><td>Intervalo</td><td>Intervalo</td></tr>
<tr><td>11:00 – 11:30</td><td rowspan="3">Matemática</td><td>Matemática</td><td rowspan="3">Matemática</td><td rowspan="3">Matemática</td><td rowspan="3">Matemática</td></tr>
<tr><td>11:30 – 12:00</td><td rowspan="2">Oferta Complementar</td></tr>
<tr><td>12:00 – 12:30</td></tr>
<tr><td>12:30 – 14:30</td><td>Almoço</td><td>Almoço</td><td>Almoço</td><td>Almoço</td><td>Almoço</td></tr>
<tr><td>14:30 – 15:00</td><td>Apoio ao Estudo</td><td>Apoio ao Estudo</td><td rowspan="3">Estudo do Meio</td><td rowspan="3">Estudo do Meio</td><td>Apoio ao Estudo</td></tr>
<tr><td>15:00 – 15:30</td><td rowspan="2">Expressão Artística</td><td rowspan="2">Educação Física</td><td rowspan="2">Expressão Artística</td></tr>
<tr><td>15:30 – 16:00</td></tr>
</table>

Quadro 1: Horário da turma do 1.º CEB

2. Percurso da intervenção educativa no 1.º Ciclo do Ensino Básico

A intervenção no contexto educativo do 1.º Ciclo do Ensino Básico decorreu durante catorze semanas (de outubro de 2021 a janeiro de 2022), sendo que as três primeiras foram de observação das aulas lecionadas pelo Professor Orientador Cooperante (POC) e as onze restantes foram de regência, onde cada elemento do par pedagógico assumiu a turma.

As três semanas de observação serviram para conhecer os alunos, o contexto e as metodologias usadas pelo professor. Ao longo destas semanas foi possível interagir com a turma, dentro e fora da sala de aula, o que facilitou a comunicação com os alunos e a prática que aconteceu nas semanas seguintes. As estagiárias foram muito bem recebidas pelo POC, assim como por todos os outros docentes e pessoal não docente, tendo-lhes sido dada liberdade para circular pela sala de aula/escola e utilizarem os recursos existentes. O POC mostrou-se sempre disponível para ajudar, dando o seu apoio sempre que necessário.

As onze semanas de intervenção foram distribuídas de forma igual pelos elementos do par pedagógico, sendo que cada um implementou cinco semanas, das quais três foram implementações de três dias (de segunda a quarta-feira) e as duas restantes foram implementações de cinco dias, sendo estas semanas intensivas. A última semana foi gerida de forma diferente, tendo sido implementada em conjunto pelas estagiárias.

As planificações construídas e todo o planeamento das aulas foi pensado colaborativamente, tendo o POC um papel fundamental neste processo, fornecendo os conteúdos que deviam ser abordados em cada semana, assim como os professores supervisores das diferentes áreas disciplinares, na revisão e sugestões de melhoria em certas questões. Em cada semana, as planificações eram analisadas pelo POC, que dava o seu ponto de vista e indicava os ajustes que deviam ser feitos. De seguida, a planificação era encaminhada para os professores supervisores da semana correspondente, que também davam feedback após a análise do documento, indicando possíveis melhorias. Posteriormente, a planificação era novamente enviada ao POC para aprovação antes da implementação.

Como neste ciclo de ensino os alunos têm quase todos os dias as várias áreas disciplinares, as estagiárias tentaram articular os conteúdos, de modo a promover a interdisciplinaridade e mostrar que, com um só tema, é possível trabalhar os vários conteúdos. A base para a elaboração das planificações, tendo em conta o ano de escolaridade com que se estava a trabalhar, foram os Programas e Metas Curriculares do Ensino Básico (MEC, 2004, 2013, 2015) das diferentes áreas e as Aprendizagens Essenciais (ME-DGE, 2018a).

Quando terminava cada semana de implementação, era feita uma reflexão escrita, indicando os pontos fortes e pontos fracos das aprendizagens realizadas pelos alunos e pelas estagiárias e as perspetivas de remediação para intervenções futuras. O POC fazia também uma apreciação sobre a prestação da estagiária ao longo da semana e havia reuniões com os professores supervisores que analisaram a planificação e observaram as aulas, de modo a refletir sobre o trabalho desenvolvido e o que tinha de ser melhorado em futuras implementações.

2.1. Áreas de intervenção

Na Prática de Ensino Supervisionada no contexto do 1.º CEB foram lecionadas as cinco áreas da Matriz Curricular, ou seja, Português, Matemática, Estudo do Meio, Expressões e Oferta Complementar. Uma parte fundamental das aulas foi o questionamento, usado de forma regular para compreender o que os alunos sabiam e direcioná-los para o que se pretendia que ficassem a saber. Eram também sempre tidos em conta os conhecimentos que os alunos já tinham sobre um determinado assunto, tentando fazer ligações com os conhecimentos que estavam a adquirir. De forma transversal, pode dizer-se que a tecnologia foi usada de forma frequente para a apresentação de vídeos ou PowerPoint e para implementar jogos interativos, que facilitaram a aprendizagem. Neste ponto, é feita uma pequena descrição sobre o trabalho desenvolvido em cada área.

Português

Relativamente à área disciplinar de Português foram abordados todos os domínios, como a Oralidade, Leitura e Escrita, Educação Literária e Gramática, que constituem o Programa e Metas Curriculares de Português do Ensino Básico (MEC, 2015). No que diz respeito à Oralidade e à Educação Literária, a turma tinha a rotina de, durante dez minutos, fazer a leitura de um livro que tivessem levado para a escola ou que o professor lhes tivesse emprestado (Projeto "10 minutos de leitura"). Após a leitura, apresentavam o seu livro, falando um pouco da história, mas sem revelar muito, para suscitar interesse aos colegas para lerem aquele livro. Os alunos tiveram sempre direito à palavra, conversando muitas vezes com as estagiárias sobre os temas que eram levados para a sala de aula, expondo a sua opinião e os seus conhecimentos sobre os assuntos, como os Direitos das Crianças (tema do Projeto "A Arte nos Direitos") e o Dia Internacional da Pessoa com Deficiência, havendo aqui uma ligação com o domínio da Leitura e Escrita. Além disso, neste domínio, com a abordagem de vários livros, pretendia-se trabalhar conteúdos de Gramática e a expansão do vocabulário, através da aprendizagem de novos termos e do conhecimento do seu significado. As obras eram sempre interpretadas e os alunos trabalhavam muito os elementos do texto (Quem, Quando, Onde, Porquê, Como), de modo a organizar a informação dos textos e a conhecer a estrutura de um texto narrativo. Também foi feita a leitura de poemas na época do Natal e, quando abordado o tema do Teatro, foi lido e interpretado um poema sobre a sua origem e história.

Ao nível da Escrita, os alunos tinham a rotina de escrever o seu nome completo, a data abreviada, o nome da escola, o abecedário (letras maiúsculas e minúsculas) e o plano do dia. Tinham também o hábito de escrever textos livres e textos sobre o seu dia. Os textos livres foram muitas vezes trabalhados em conjunto, através da sua análise, com apoio dos elementos do texto, para a sua expansão e melhoria. Em articulação com Estudo do Meio e Cidadania e Desenvolvimento, foi trabalhado um texto sobre a sustentabilidade e os alunos formaram frases com palavras relacionadas com o tema. Também aprenderam e começaram a usar o dicionário. Quando construíam textos, tiveram a oportunidade de os apresentar à turma. Na última semana, em conjunto, procedeu-se à escrita do convite que ia ser distribuído pela escola para a apresentação do Projeto "A Arte nos Direitos", projeto desenvolvido pela turma juntamente com as estagiárias.

No domínio da Gramática foram trabalhados alguns conteúdos, como os Nomes Próprios, Comuns e Comuns Coletivos, os Determinantes Artigos Definidos e Indefinidos, a Vírgula, os Acentos Gráficos e o Sinal Diacrítico (til), a formação de Acrósticos, o treino de Ortografia (an, pr, gr, am, etc.), a Família de Palavras, a Sinonímia e a Antonímia.

Matemática

Na área da Matemática foram abordados os conteúdos dos domínios Números e Operações e Geometria e Medida.

No domínio dos Números e Operações, um dos temas abordados foram os

Números Naturais, sendo trabalhados os Números Ordinais até ao vigésimo e os Números Pares e Ímpares, introduzidos através da exploração de uma canção e depois através de tabelas, onde os alunos tinham de identificar os Números Pares e Ímpares. Foram também trabalhados os Números Naturais até ao 600, sendo este trabalho realizado com recurso a tabelas, analisando colunas e linhas, o que acontecia quando se andava uma casa para a direita/esquerda/para cima/para baixo, tendo, mais tarde, aprendido os termos antecessor e sucessor. Ainda neste conteúdo, aprenderam a efetuar contagens, inicialmente de 2 em 2, 3 em 3, 4 em 4 e 5 em 5, através de elementos alusivos ao Natal e/ou objetos do dia a dia, e, posteriormente, de 10 em 10 e 50 em 50. Um outro conteúdo abordado foi o Sistema de Numeração Decimal, tendo sido inicialmente vista a diferença entre algarismo e número e o valor posicional dos números. Para este trabalho, usaram ábacos verticais, que ajudaram a compreender a ordem ocupada por cada algarismo e quantas unidades, dezenas e centenas tem um número. Também foi utilizado material multibase para atingir o mesmo objetivo. Além disso, as estagiárias forneceram aos alunos materiais manipuláveis que apresentavam estas três ordens e os algarismos de zero a nove, de modo a poderem formar diferentes combinações e, assim, diferentes números. Na figura 2 é possível ver algumas tarefas que foram realizadas com os alunos.

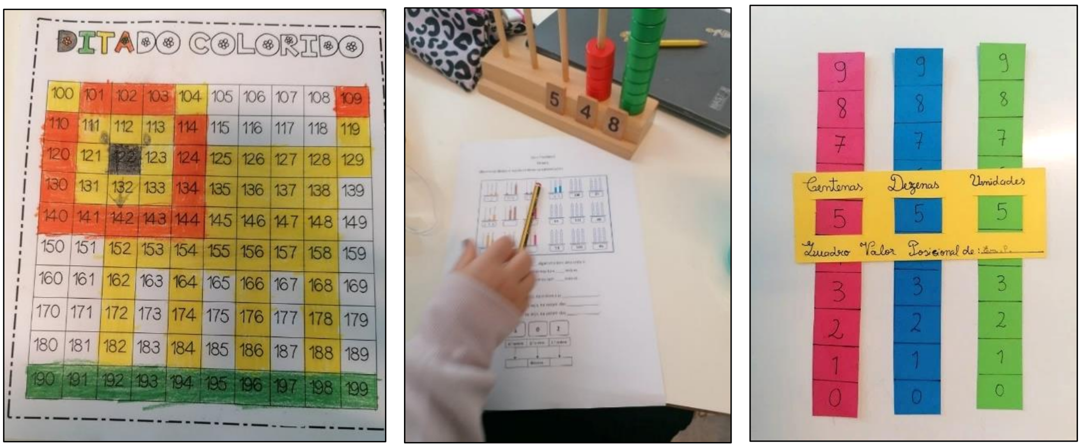


Figura 2: Tarefas realizadas com os alunos

Ao longo das aulas pediu-se sempre que fizessem a leitura por extenso, por ordens e por classes dos números. Ainda neste conteúdo, aprenderam os sinais maior, menor e igual e a comparar números. A Adição, Subtração e Multiplicação foram também abordadas, tendo sido explorados, o algoritmo. Na Adição a operação era efetuada sem e com transporte e, na Subtração, a operação era efetuada sem e com empréstimo. Para as três operações foram resolvidos problemas de um, dois e três passos, com recurso à reta numérica e a outras estratégias, dando sempre oportunidade aos alunos de resolverem da forma com a qual se sentiam mais confortáveis, deixando-os mostrar como pensaram. Na Multiplicação começou-se por trabalhar o sentido aditivo da Multiplicação e, a partir daqui, aprenderam a tabuada do dois e do quatro. A noção de Dobro e de Metade (iniciando a Divisão Inteira) também foi desenvolvida, através da dobragem de folhas A4 e situações-problema. Dentro deste domínio ainda foi possível trabalhar as Sequências e Regularidades, desenvolvendo o conceito de padrão, utilizando o jogo das Damas, e tarefas relacionadas com a formação de sequências e padrões, com elementos natalícios. Os Números Racionais não Negativos foi o último conteúdo a ser abordado, tendo sido utilizadas figuras geométricas para a aprendizagem das frações. Começou-se com o círculo e, mais tarde, com o quadrado e o retângulo, sendo apresentadas diferentes representações. Recorreu-se novamente à resolução de problemas e viu-se, passo a passo, o que ia acontecendo de fração a fração, tendo as estagiárias utilizado fitas que dividiram em partes iguais para representar uma certa fração. Na figura 3 é possível ver algumas tarefas realizadas com os alunos.

Um outro domínio que foi abordado foi Geometria e Medida. Tendo havido uma semana focada no Teatro, na Matemática estabeleceu-se a conexão através da observação dos anfiteatros gregos. Estes apresentavam semicírculos concêntricos, e, a partir daqui, abordou-se também o círculo e a circunferência.

Figura 3: Tarefas realizadas com os alunos

Estudo do Meio

Nesta área disciplinar abordou-se tanto o Meio Físico como o Meio Social.

No Meio Físico, foi trabalhado o Bloco 1 – À Descoberta de Si Mesmo, da Programa de Estudo do Meio do Ensino Básico (MEC, 2018a), onde foi abordado o domínio O Seu Corpo e, dentro deste, o conteúdo dos Órgãos dos Sentidos. As estagiárias falaram com os alunos sobre estes órgãos, questionando-os para perceber o que sabiam sobre o tema. Foram utilizados exemplos do dia a dia em que são utilizados os Órgãos dos Sentidos. Numa outra sessão foram trabalhados os principais órgãos, assim como a sua representação e as suas funções. Aqui utilizou-se um busto com os vários órgãos. No domínio A Saúde Do Seu Corpo, foram trabalhados os vários tipos de higiene, tendo-se iniciado pela higiene diária, onde se falou sobre a dentição, efetuou-se uma atividade experimental sobre o efeito dos refrigerantes nos dentes (uso do quadro POER) e foram abordados os vários tipos de dentição. Também foram trabalhadas as higienes do corpo, do vestuário, alimentar e dos espaços de uso coletivo, sendo exibidas imagens como exemplo para cada uma. A roda/pirâmide dos alimentos também foi referida, assim como os prazos de validade que se encontram nas embalagens dos alimentos/produtos. Ainda no Meio Físico, no domínio da Natureza nas Aprendizagens Essenciais (ME-DGE, 2018b), foram trabalhados os ossos e os músculos do corpo humano, com recurso a um poema e a um modelo de esqueleto que se encontrava na sala de aula. Foram também mencionadas as posturas corretas e incorretas.

No que toca ao Meio Social, e segundo o domínio da Sociedade nas Aprendizagens Essenciais (ME-DGE, 2018b), foram discutidos os Direitos e os Deveres das Crianças, sobre os quais se construiu um cartaz em conjunto. No domínio da Sociedade/Natureza/Tecnologia foi trabalhado o Património Local de Viana do Castelo alusivo ao Natal (pratos típicos, cânticos, danças, bordados, etc.). No Bloco 2 – À Descoberta dos Outros e das Instituições, onde se abordou o domínio dos Modos de vida e funções de alguns membros da comunidade, foi desenvolvido o tema das profissões (o que fazem, onde trabalham, que materiais utilizam), e, numa outra aula, o domínio das Instituições e Serviços existentes na comunidade, onde puderam conhecer e conversar sobre os que existem na sua comunidade local. Ainda neste Bloco, abordou-se o domínio

Os Seus Itinerários, onde analisaram um e elaboraram o seu. Por último, e em articulação com Cidadania e Desenvolvimento, refletiu-se sobre o Dia Escolar da Não Violência e da Paz, tendo sido abordados os maiores defensores da Paz, e, em conjunto, foi construído um cartaz com frases relacionadas com o dia.

Expressões

Através do Projeto "A Arte nos Direitos", criado pelas estagiárias juntamente com os alunos, foi abordado o tema dos Direitos das Crianças, em articulação com as várias Expressões, ou seja, a Expressão Físico-Motora, Musical, Dramática e Plástica.

A Expressão Dramática foi desenvolvida na primeira parte da apresentação, com o objetivo de refletir sobre as possibilidades que as crianças têm, e foi trabalhada através de uma representação onde a turma foi dividida em dois grupos, sendo que um grupo se encontrava a brincar com brinquedos comprados, fornecidos pelos pais e, o outro grupo, mais "desfavorecido", brincava com brinquedos mais frágeis (Figura 4), construídos por eles próprios com materiais de uso do dia a dia, como cartões, embalagens de champô, caixas, cordas, bolas, etc. Os dois grupos aproximaram-se e partilharam entre si os brinquedos que possuíam, sorrindo e olhando uns para os outros. O objetivo desta encenação foi passar a mensagem de que todas as crianças devem ter as mesmas oportunidades.

Figura 4: Brinquedos construídos pelos alunos

As Expressões Físico-Motora e Musical desenvolveram-se com a aprendizagem e o treino da coreografia, assim como o conhecimento da letra da canção e o seu canto. Depois de entendida a letra, e com audição repetida da canção, começou-se a introduzir o canto. Com o decorrer das aulas, a canção foi sendo trabalhada e os alunos foram-se apropriando da letra. Relativamente à parte da dança, como já conheciam a letra da canção, foi mais fácil associar os passos. A primeira parte da dança aprendida foi o refrão. Nas aulas seguintes foram aprendidas as restantes estrofes, mas, antes de aprender passos novos, era feita uma revisão e uma melhoria das partes da coreografia aprendidas anteriormente. A nível de apetrechos, na coreografia, além dos brinquedos usados na parte inicial da representação, os alunos utilizaram fitas coloridas.

No que refere à Expressão Plástica, além dos brinquedos usados na primeira parte da apresentação, na parte final da coregrafia, para terminar da melhor forma, foi apresentado o título “Direitos das Crianças” (Figura 5). Este título foi desenvolvido pelos alunos nas aulas de Apoio ao Estudo, tendo sido cada letra decorada com motivos de vários artistas trabalhados ao longo dos períodos, como Wassily Kandinsky, Vincent Van Gogh, Piet Mondrian, Pablo Picasso e Joan Miró. As letras do título encontravam-se no chão e, quando terminada a coreografia, os alunos deslocaram-se para a letra que foi definida anteriormente, levantaram-nas e disseram alto e bom som, “Direitos das Crianças”.

Figura 5: Letras elaboradas pelos alunos

Oferta Complementar

Nesta área disciplinar foi necessário usar o Referencial da Educação para o Desenvolvimento (Torres et al., 2016), disponível no site da Direção-Geral da Educação, assim como, as Aprendizagens Essenciais da Educação Artística (ME-DGE, 2018a), nos domínios Interpretação e Comunicação, Experimentação e Criação, Desenho e Pintura.

Tendo por base o tema do *Halloween,* os alunos conheceram o Pão por Deus e decoraram sacos de pano. Este tema insere-se no Referencial de Educação para o Desenvolvimento, nos domínios Diversidade Cultural e Visões do Mundo, Visões do Futuro, alternativas e transformação social e Interdependências e relação dialética entre o global e o local.

No âmbito do Projeto da escola "Crescer com Arte", e inserido no Referencial indicando anteriormente, nos domínios Bem comum e coesão social e territorial e Apropriação e Reflexão, os alunos conheceram o Patrono da freguesia, visitando a sua casa, conhecendo a sua biografia e observando algumas das suas obras. No fim, cada um fez um desenho sobre algo ou alguém muito importante para eles e apresentaram à turma. Numa outra aula, coloriram o retrato do Patrono, aplicando a Técnica do Pontilhismo, e este foi exposto na sala de aula. Através deste projeto conheceram o trabalho do pintor Piet Mondrian, descobrindo a sua biografia e algumas das suas obras. Pintaram uma composição de retângulos que foi formada, onde aplicaram os motivos deste pintor. Ainda dentro deste projeto, conheceram a origem e a história do Teatro e, através de imagens, puderam conhecer os anfiteatros, as máscaras, entre outros elementos característicos do Teatro Grego. No fim foram desafiados a decorar máscaras, sendo umas da tragédia e outras da comédia. Na figura 6 é possível ver alguns cartazes elaborados pelos alunos.

Figura 6: Cartazes realizados pelos alunos

Foi abordado novamente o tema dos Direitos das Crianças, através de representação em desenho do direito que mais gostavam ou que consideravam mais importante. O feriado do 1.º de Dezembro foi outro dos temas explorados, tendo os alunos conhecido o seu significado, assim como a evolução da Bandeira Portuguesa. Para finalizar, os alunos elaboraram decorações de Natal tendo como inspiração os vários pintores que foram conhecendo, como Wassily Kandinsky, Vincent Van Gogh, Piet Mondrian, Pablo Picasso e Joan Miró (Figura 7).

Figura 7: Decorações de Natal

2.2. Envolvimento na comunidade escolar

Ao longo da intervenção no contexto educativo do 1.º CEB, as estagiárias participaram em alguns projetos dinamizados pela escola, como o Projeto do Folclore, o Projeto "Crianças e Jovens – Cidadãos, Hoje!" e o Projeto "Contos na Rádio".

O Projeto do Folclore reunia alunos de vários anos de escolaridade que aprendiam Folclore com a ajuda de um representante do Grupo Folclórico da freguesia que ia à escola todas as semanas ensinar os alunos.

O Projeto "Crianças e Jovens – Cidadãos, Hoje!" era realizado em cada unidade do agrupamento com as crianças, jovens, famílias e demais atores comunitários; pelos Conselhos Executivos; pelos Serviços de Psicologia e Orientação; pelas Associações de Estudantes; pelos Conselhos de Docentes; pelos Departamentos; pelos Auxiliares de Ação Educativa; pelos Conselhos Pedagógicos; e pelas Associações de Pais. Previa dois tipos de avaliação: interna, para planificar e organizar atividades e refletir sobre a sua execução; externa, desenvolvida em tempos específicos com a participação de vários elementos provenientes de instituições universitárias, autárquicas e associativas. A turma onde foi realizada a PES reunia todas as sextas-feiras para fazer o Conselho de Cooperação, onde discutiam o decurso da semana e se os papéis distribuídos tinham sido bem desempenhados. Também escolhiam novos colegas para desempenhar os vários papéis, como, Presidente, dois Secretários e responsáveis sobre tarefas que eram realizadas na turma. O congresso “Crianças e Jovens – Cidadãos, Hoje!” era o momento alto deste projeto, tendo o primeiro sido realizado no ano letivo 2006/2007. Realizaram-se até hoje nove congressos, os dois primeiros realizados anualmente e, a partir do ano letivo 2009/2010, passou a realizar-se de dois em dois anos.

O Projeto “Contos na Rádio” desenvolve-se há muitos anos. Trata-se da elaboração de um texto que tem o contributo de todas as turmas, inclusive do Jardim-de-Infância e que, posteriormente, é gravado e difundido na Rádio AltoMinho. É realizado em cada sala, em coletivo, de acordo com uma temática previamente escolhida. Uma turma começa o texto e as outras continuam-no, tentando sempre melhorá-lo e expandi-lo.

Na época do Natal, todas as turmas elaboraram decorações de Natal que foram sendo colocadas e afixadas nas salas de aula e no resto da escola.

1. Caracterização do contexto educativo do 2.º Ciclo do Ensino Básico

Neste tópico apresenta-se uma caracterização do contexto educativo onde foi realizada a intervenção no 2.º CEB, sendo referidas as características do meio local, da escola, da sala de aula e das turmas, uma vez que a intervenção aconteceu em duas turmas. Na parte final, são ainda descritos o percurso da intervenção educativa neste nível de ensino e as duas áreas curriculares exploradas.

1.1. Caracterização do meio local

O contexto educativo onde foi realizado o estágio no 2.º CEB pertence a uma das freguesias do concelho de Viana do Castelo que integra uma união composta por três freguesias do concelho, constituída em 2013 devido a uma reforma administrativa nacional. A união apresenta 11,86 km^2 de área, sendo 2,07 km^2 de área apenas da freguesia referente ao contexto da PES, e tem cerca de 25158 habitantes (INE, 2021).

A escola pertence a uma freguesia que tem praia, monte e campo. Relativamente ao seu Património Cultural, destacam-se duas igrejas, um convento, um santuário, três capelas, dois palácios, dois museus e um castelo. Nesta freguesia existem várias instituições ligadas a diferentes áreas, como um Clube Desportivo, um Centro de Educação Profissional, uma Associação Portuguesa de Pais e Amigos do Cidadão Deficiente Mental (APPACDM), um Grupo Etnográfico, um Grupo Folclórico, uma Sociedade de Instrução e Recreio e um Centro Social e Paroquial.

1.2. Caracterização do agrupamento e da escola do 2.º Ciclo do Ensino Básico

A escola do 2.º CEB onde aconteceu o estágio estava inserida num agrupamento composto por várias unidades de ensino, entre elas, três Jardins-de-Infância, cinco Escolas Básicas do 1.º CEB, uma Escola do 2.º e 3.º CEB e uma Escola Secundária. A PES foi realizada numa escola do 2.º e 3.º CEB, criada em 1973 como Escola Preparatória, através de um despacho ministerial, dando-se a sua abertura em 1975. Em 1995/96 foi inaugurado o novo edifício escolar, que continua no presente. Foi sede do Agrupamento de Escolas, integrando duas Escolas Básicas e um Jardim-de-Infância. Em 2002/03 foram integradas mais duas Escolas Básicas e dois Jardins-de-Infância, tendo sido, as restantes, integradas em 2009/10.

Relativamente à estrutura do interior da escola, era composta por rés-do-chão e primeiro piso, tendo no total 28 salas de aula. Nestas salas estavam incluídos dois laboratórios de ciências, com os devidos equipamentos, duas salas de E.V.T., uma sala de informática e duas salas de apoio. A escola também apresentava um bar, uma cantina, seis casas de banho, sala de professores, gabinete do aluno, gabinete da direção e uma biblioteca. O espaço exterior era agradável e apresentava uma boa área. Tinha um ginásio, um campo de futebol, um campo de basquetebol, uma pista de atletismo e, no alcatrão, existiam representações dos jogos da macaca e do xadrez, para que os alunos os usassem durante os intervalos.

1.3. Caracterização da sala de aula

A intervenção no contexto educativo do 2.º CEB foi realizada em duas turmas, uma turma para cada área disciplinar, matemática e ciências naturais.

A sala de aula da turma de ciências naturais era sempre a mesma, não acontecendo o mesmo na turma de matemática, pelo que, conforme o dia da semana, os alunos tinham aulas em salas diferentes. Em geral, as salas de aulas eram espaçosas, as mesas estavam dispostas em filas e colunas, exceto na sala de informática, onde as mesas estavam organizadas em "U". Apresentavam uma boa iluminação natural e tinham diversos equipamentos que foram utilizados nas implementações, como um quadro branco, um quadro de giz, um quadro de afixar, um projetor, uma tela de projeção e um computador com colunas. A turma de ciências naturais tinha aulas numa sala normal, onde não havia qualquer equipamento para a realização de trabalho experimental, contudo, as salas destinadas a esta disciplina estavam bem equipadas com os vários materiais de laboratório.

1.4. Caracterização das turmas

A componente de estágio da PES no 2.º CEB decorreu em duas turmas do 6.º ano de escolaridade, uma turma para cada área disciplinar.

A turma onde foi implementada a disciplina de ciências naturais era composta por dezanove alunos, dez raparigas e nove rapazes, com idades compreendidas entre os 11 e os 12 anos. A turma não possuía alunos com Necessidades Educativas Especiais (NEE) e apresentava quatro alunos de nacionalidade estrangeira, um sírio, uma ucraniana e duas brasileiras. Estes alunos apresentavam algumas dificuldades de comunicação e compreensão, principalmente o aluno sírio, pois tinha muita dificuldade em ler e em entender o que estava escrito e o que era pedido, sendo necessário acompanhá-lo na leitura das fichas de aplicação, do teste de avaliação, etc. A aluna ucraniana era muito fechada, tímida e nunca participava nas aulas. Estes aspetos influenciavam o seu desempenho, pelo que apresentava resultados fracos nas avaliações. A turma, em geral, apresentava um bom ritmo de trabalho. Era um pouco agitada, mas, com a presença do professor, tudo ficava mais calmo. A maior parte dos alunos eram bastante participativos e empenhados, mostrando sempre muito interesse ao longo das aulas e nas tarefas que lhes eram propostas. A nível de pontualidade, alguns alunos atrasavam-se no intervalo, o que interferia com o início da aula, sendo necessário acalmá-los até o ambiente ser o mais indicado para começar. Quanto à assiduidade, na maior parte das vezes, quando os alunos faltavam era devido à pandemia da Covid-19.

No quadro 2 pode-se ver o horário da turma onde decorreram as aulas de Ciências Naturais, que cumpria com a Matriz Curricular estipulada para o 6.º ano de escolaridade.

Tempos	Segunda	Sala	Terça	Sala	Quarta	Sala	Quinta	Sala	Sexta	Sala
08:30 – 09:15	Matemática	S23 S13	Português	S15	Matemática	S23 S15	Português	S15	Português	S15
09:15 – 10:00									Inglês	S15
10:10 – 10:55	Ed. Física	A. 1	PECN PECN_Coadj TIC	S16 S16 S03	C. N.	S15	H. G. P.	S15	C. D.	S15
10:55 – 11:40									C. N.	S15
11:50 – 12:35			H. G. P.	S16	Inglês	S15	Matemática	S23 S15	Ed. Física	A. 2
12:35 – 13:20										
13:40 – 14:25	Ed. Arte	S06	E. M.	S12			E. V.	S06		
14:25 – 15:10										
15:20 – 16:05	EMRC	S07	E. T.	S06			AP. Português	S09		
16:05 – 16:50										
17:00 – 17:45										
17:45 – 18:30										

Quadro 2: Horário da turma de Ciências Naturais do 2.º CEB

A turma onde foi implementada a disciplina de matemática era composta por dezanove alunos, sete raparigas e doze rapazes, com idades compreendidas entre os 11 e os 12 anos. A turma não possuía alunos com Necessidades Educativas Especiais (NEE), mas apresentava um aluno de etnia cigana que tinha muitas dificuldades e que, por esse motivo, tinha testes de avaliação adaptados. Normalmente, a turma encontrava-se dividida em dois grupos e cada grupo tinha um professor, logo, havia dois professores de matemática. O ambiente em sala de aula era bastante agradável e descontraído. Os alunos levantavam o braço para falar e ninguém falava ao mesmo tempo. A turma apresentava um bom ritmo de trabalho, participando sempre ao longo das aulas, procurando esclarecer as suas dúvidas e responder às questões que eram colocadas. Por estes motivos, uma grande parte da turma tinha excelentes resultados. Quando achavam que tinham razão, mostravam o seu raciocínio e davam o seu ponto de vista, utilizando os devidos argumentos. Também se notava colaboração entre os alunos, ajudando-se uns aos outros. A nível de pontualidade, em geral, eram bastante pontuais e, quando entravam na sala de aula, preparavam o seu material e abriam a lição. Quanto à assiduidade, na maior parte das vezes, os alunos quando faltavam era devido à pandemia da Covid-19. Existia um aluno que faltava mais vezes do que os restantes alunos por ter problemas de saúde. No quadro 3 apresenta-se o horário desta turma que cumpre com a Matriz Curricular estipulada para o 6.º ano de escolaridade.

Tempos	Segunda	Sala	Terça	Sala	Quarta	Sala	Quinta	Sala	Sexta	Sala
08:30 – 09:15	H. G. P.	S21	PECN PECN_Coadj TIC	S16 S16 S03	E. M.	S12	Matemática	S21 S27	C. N.	S21
09:15 – 10:00										
10:10 – 10:55	Matemática	S21 S27	Ed. Física	L. B.	E. V.	S06	E. T.	S06	Português	S21
10:55 – 11:40										
11:50 – 12:35	Português	S21	Português	S08	H. G. P.	S06	EMRC	S08	C. D.	S21
12:35 – 13:20			Inglês	S08	Matemática	S06 S27			AE_Português	S21
13:40 – 14:25							Inglês	S21		
14:25 – 15:10	C. N.	S16								
15:20 – 16:05	Ed. Arte	S06					Ed. Física	L. B.		
16:05 – 16:50										
17:00 – 17:45										
17:45 – 18:30										

Quadro 3: Horário da turma de Matemática do 2.º CEB

Ambas as turmas começavam as aulas às 08:30 horas da manhã, mas terminavam os dias em horários diferentes. Devido à Covid-19, o tempo de intervalo foi reduzido, tendo apenas 10 minutos de pausa entre aulas.

2. Percurso da intervenção educativa no 2.º Ciclo do Ensino Básico

A intervenção no contexto educativo do 2.º CEB aconteceu durante quinze semanas (de março a junho de 2022), sendo que as quatro primeiras foram de observação das aulas lecionadas pelos Professores Orientadores Cooperantes (POC), das turmas de matemática e ciências naturais, e nove foram de regência, onde cada elemento do par pedagógico lecionou as aulas. Após as semanas de observação, cinco semanas foram dedicadas à matemática e as quatro seguintes às ciências naturais, tendo o par de estágio implementado na ordem contrária. Nas duas últimas semanas não existiram implementações, mas, para além de marcarem presença, as estagiárias podiam utilizar essas aulas para recolher dados necessários ao estudo.

As quatro semanas de observação serviram para conhecer os alunos, o ambiente e as dinâmicas que eram privilegiadas pelos professores. Ao longo destas semanas as estagiárias foram interagindo com as turmas, dentro e fora da sala de aula, o que facilitou a comunicação e a prática que aconteceu nas semanas seguintes. Todos os professores e funcionários receberam bem as estagiárias, colocando-as à vontade para circular pela escola, utilizar materiais e pedir ajuda sempre que fosse preciso. Durante a fase de observação foram desenvolvidas as planificações de todas as aulas de matemática, visto que ia ser a primeira disciplina a implementar, e foram construídos todos os materiais necessários para as aulas. As planificações e materiais de ciências naturais foram desenvolvidos ao mesmo tempo que decorria a implementação em matemática. Visto que o trabalho de investigação foi desenvolvido na matemática, todo o material necessário para a sua realização foi construído em simultâneo com as planificações e as implementações.

As nove semanas de intervenção foram distribuídas pelos elementos do par pedagógico, sendo que as cinco primeiras serviram para implementar matemática e as quatro restantes, ciências naturais. O par de estágio iniciou a sua implementação, durante cinco semanas, nas ciências naturais e terminou as quatro semanas com matemática. Como se tratava de turmas do 6.º ano de escolaridade, os alunos não tinham todos os dias as mesmas disciplinas, pelo que as estagiárias só se dirigiam à escola quando as turmas tinham matemática e ciências naturais, de acordo com os seus horários.

As planificações construídas e todo o planeamento foi feito através das orientações fornecidas pelos POC de ciências naturais e matemática, que indicaram os conteúdos a abordar em cada área disciplinar. Tendo conhecimento dos conteúdos a trabalhar, as estagiárias seguiram as orientações curriculares de cada área disciplinar. Antes de implementar, as estagiárias reuniram-se com as Professoras Supervisoras das áreas específicas para analisar as planificações, corrigi-las e melhorá-las. Após cada implementação, era realizada uma reflexão oral, onde a estagiária ouvia a reflexão do POC e do par pedagógico sobre a aula implementada. Era também realizada uma reflexão escrita com a indicação dos pontos fortes, dos pontos fracos e das perspetivas de remediação. Para além disso, cada estagiária tinha de registar a apreciação do seu par pedagógico, do POC e da Professora Supervisora (quando a aula tivesse sido supervisionada). No final das aulas supervisionadas, as estagiárias reuniam com o POC e a Professora Supervisora para discutirem o que se passou na aula, apontando o que correu bem ou mal e melhorias as fazer.

2.1. Áreas de intervenção

Na Prática de Ensino Supervisionada no contexto do 2.º CEB foram lecionadas duas áreas da Matriz Curricular, ou seja, matemática e ciências naturais. Em todas as aulas, antes de iniciar um novo tema, o questionamento foi fundamental para perceber o que os alunos sabiam sobre o assunto e para recordar o que tinham aprendido nas aulas anteriores. A tecnologia, tal como na intervenção no contexto do 1.º CEB, foi um recurso importante para a utilização de vídeos, jogos e apresentações em formato PowerPoint, o que suscitava a curiosidade e o interesse dos alunos. Sempre que sobrava tempo antes do toque de saída, os alunos realizavam as tarefas do manual para aplicarem os conhecimentos adquiridos nas aulas. A estagiária tentou sempre circular pela sala de aula para auxiliar os alunos quando precisassem. Neste ponto, é feita uma curta descrição sobre o trabalho desenvolvido em cada área.

Ciências Naturais

Nesta área disciplinar foram planificadas e implementadas cinco aulas do subdomínio Transmissão de vida: reprodução nas plantas, integrado no domínio Processos vitais comuns aos seres vivos. O trabalho deste subdomínio tinha como objetivos “Compreender o mecanismo de reprodução das plantas com semente” e “Compreender o mecanismo de reprodução das plantas sem semente” ((Bonito et al., 2013). Todas as planificações foram construídas com base no Programa de Ciências Naturais do Ensino Básico (ME, 1991), as Metas Curriculares de Ciências Naturais do Ensino Básico (Bonito et al., 2013) e as Aprendizagens Essenciais de Ciências Naturais (ME-DGE, 2018c).

Visto que os alunos tiveram outras atividades na escola no horário das aulas, apenas foi possível lecionar cinco aulas, ao longo de quatro semanas. Destas cinco aulas, quatro serviram para trabalhar os conteúdos e implementar as tarefas e, na última, foi realizado o teste de avaliação. O quadro 4 mostra a distribuição dos conteúdos lecionados, durante quatro semanas.

Aulas	Tempos	Conteúdos
1.ª	1h30m	Como é constituída a flor? Como são transportados os grãos de pólen?
2.ª	45min	Como se dá a fecundação?
3.ª	1h30m	Como se dispersam as sementes? O que é necessário para as sementes germinarem? Início da experiência dos feijões.
4.ª	45min	Término da experiência dos feijões. Como se reproduzem as plantas sem flor?
5.ª	1h30m	Teste de Avaliação.

Quadro 4: Mapa com a distribuição dos conteúdos de Ciências Naturais

Nas primeiras quatro aulas foram realizadas diversas atividades para estimular a atenção e o interesse dos alunos e tornar a compreensão mais simples. Na primeira aula, o tema foi a constituição das flores. Através da apresentação de imagens, a estagiária desafiou os alunos a tentarem descobrir o nome dos vários órgãos e as suas funções. À medida que iam respondendo, a estagiária ia ajudando e revelando os vários órgãos, explicando a função de cada um. Nesta aula também se abordou a polinização, através da visualização de um vídeo, com posterior discussão sobre o mesmo e, para terminar, foi realizado um jogo (Figura 8) sobre os dois temas da aula, com questões que foram respondidas por cada aluno.

Figura 8: Jogo sobre o tema reprodução nas plantas

A segunda aula tinha como objetivo trabalhar a fecundação nas plantas. Para isso, e como os alunos já tinham conhecimentos sobre o assunto, começou-se por questionar o que sabiam sobre a fecundação nos seres humanos, de forma a perceberem o que havia em comum e de diferente. Após esta conversa, através de um vídeo, viram como se realiza o processo de fecundação nas plantas, ao qual se seguiu uma discussão. Para terminar a aula, juntamente com os alunos, a estagiária elaborou um esquema sobre o processo de fecundação.

Na terceira aula, a estagiária tentou perceber, questionando, o que os alunos sabiam sobre a dispersão das sementes, um dos temas que se pretendia. Foi possível desenvolver um diálogo sobre o tema, no qual os alunos se encontravam bastante preparados. Como tarefa seguinte, pensou-se em realizar um jogo de associação (Figura 9). Neste jogo, existiam quatro colunas com as formas de dispersão e os alunos teriam de colocar na coluna correta as várias imagens de sementes, tendo em conta as suas características. À medida que as imagens iam sendo colocadas, a estagiária conversava com os alunos, de modo a compreender porque decidiram colocar aquela imagem naquela coluna. Como forma de consolidar os conceitos, foi visualizado um vídeo sobre o tema, seguido de discussão. Ainda nesta aula, e a partir do tema anterior, foi abordada a germinação. Para desenvolver este tema, foi realizada uma experiência, com os alunos divididos em cinco grupos com acesso a um protocolo da experiência dos feijões. Como eram necessários cinco copos, cada grupo ficou responsável pela preparação de um copo, sendo propostas diferentes. Antes de cada grupo iniciar a preparação do seu copo, a estagiária explicou a experiência, o protocolo, o que cada grupo tinha de fazer e, ainda, o quadro POER que começaram a preencher nesta aula. O preenchimento deste quadro foi terminado na aula seguinte, quando os alunos já puderam ver os resultados.

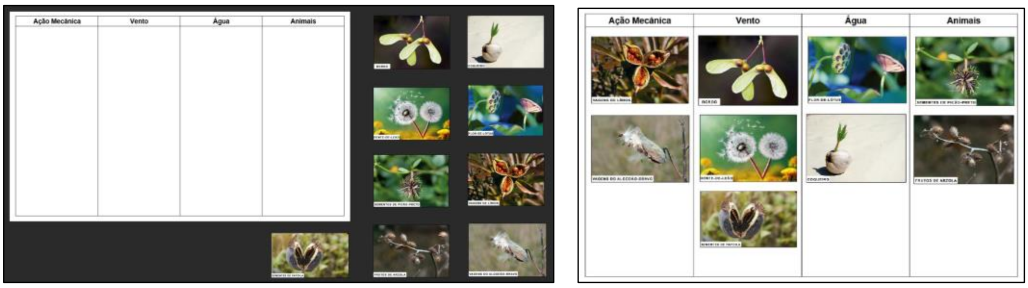


Figura 9: Jogo de associação sobre a dispersão das sementes

Na quarta aula, viram os resultados da experiência. A estagiária recordou junto dos alunos a experiência, o que cada grupo preparou e o que preencheram no quadro POER. Em conjunto, foi discutido o que cada grupo respondeu e os resultados obtidos, tendo em conta o processo de germinação e as condições para a sua realização. Para finalizar a aula, foram apresentadas várias imagens do ciclo de vida do musgo, uma planta sem sementes. Os alunos tinham de observar as imagens e colocá-las na ordem correta. Depois de ouvir as opiniões dos alunos e de alguns irem ao quadro tentar colocar as imagens pela ordem correta, a estagiária corrigia, se necessário, e conversava com os alunos sobre aquele ciclo de vida. O mesmo se passou com o ciclo de vida do feto. Na quinta aula foi realizado o teste de avaliação.

Matemática

Na área da matemática foram planificadas e implementadas treze aulas sobre o conteúdo Números Racionais do domínio Números e Operações, tendo em conta o Programa e as Metas Curriculares de Matemática do Ensino Básico (MEC, 2013) e as Aprendizagens Essenciais de Matemática (ME-DGE, 2018d).

Na primeira aula, foi aplicado um teste diagnóstico sobre conteúdos prévios para recordarem alguns termos e conceitos já aprendidos. Ao longo da intervenção foram realizadas diversas tarefas para trabalhar o conteúdo com a participação ativa dos alunos, principalmente com recurso a materiais manipuláveis que permitiam facilitar a compreensão dos conteúdos. Além de trabalharem individualmente, também foram trabalhando em grupo, tanto nas aulas, como no trilho matemático. O trabalho realizado durante as semanas de intervenção foi essencial para desenhar o trilho matemático e para os alunos o realizarem, uma vez que as tarefas focavam conteúdos das aulas. O trilho foi realizado no interior e no exterior da escola e era suposto ter acontecido apenas numa aula, contudo, devido a problemas técnicos, foram necessárias duas aulas, de modo a terem mais tempo para o fazer. Nesta fase da intervenção educativa procedeu-se também à utilização de alguns instrumentos fundamentais da investigação, como os questionários e as entrevistas.

No início de todas as aulas, os alunos eram questionados sobre a aula anterior e no fim de cada aula era feita uma síntese sobre o que tinha sido trabalhado. Aplicar o que aprenderam foi uma parte essencial durante as aulas, pois os alunos tinham a oportunidade utilizarem os procedimentos adquiridos em tarefas do manual. O questionamento foi muito importante durante as aulas, pois facilitou as interações entre a estagiária e os alunos e entre os alunos, ajudando a esclarecer dúvidas e a aprofundar o domínio dos vários temas. Os alunos colaboraram para que as aulas corressem bem. Eram muito participativos, davam a sua opinião, ficavam entusiasmados sempre que era para fazer algo diferente ou quando descobriam alguma relação e ajudavam-se uns aos outros.

No ponto 1 do capítulo IV, Intervenção didática, encontra-se um quadro com a síntese dos conteúdos abordados nas aulas de matemática. São também explicadas, detalhadamente, as dinâmicas das aulas e os materiais que foram utilizados.

PARTE II – TRABALHO DE INVESTIGAÇÃO

Na segunda parte do relatório são apresentados diferentes aspetos relacionados com o trabalho de investigação realizado no 2.º CEB. Encontra-se dividida em seis capítulos: Capítulo I – Introdução; Capítulo II – Fundamentação Teórica; Capítulo III – Metodologia de Investigação; Capítulo IV – Intervenção Didática; Capítulo V – Apresentação e Discussão dos Resultados; e Capítulo VI – Conclusões.

Capítulo I – Introdução

Neste capítulo apresenta-se a pertinência do estudo, assim como o problema e as questões orientadoras.

1. Pertinência do estudo

Os Números Racionais são um conteúdo considerado difícil de compreender, sobre o qual os alunos sentem muitas dificuldades, frequentemente relacionadas com a diversidade de significados e representações associada a estes números (Pinto & Ribeiro, 2013). É importante que os alunos desenvolvam um bom sentido de número racional e, para que isso aconteça e ultrapassem as suas dificuldades, devem ter a oportunidade de resolver tarefas que convoquem a utilização de diferentes significados dos racionais sob a forma de fração, de múltiplas representações e diferentes contextos, relacionando-os (MEC, 2013; Pinto & Ribeiro, 2013). O estabelecimento de conexões entre estas variáveis facilitam a compreensão de ideias e conceitos sobre os Números Racionais. É assim importante partir de tarefas ricas diversificadas (NCTM, 2007).

A matemática está presente em todo o lado, não só dentro da sala de aula, o espaço formal onde os alunos aplicam os conceitos que aprendem em tarefas propostas pelo professor. Para que a matemática seja encarada com significado, pode ser pertinente o contacto com o meio envolvente e aplicar o que se aprende no mundo real, com objetos reais, de modo a estabelecer conexões matemáticas externas, neste caso com realidade (Borromeo-Ferri, 2010). Com experiências fora da sala de aula, o aluno ganha outra perspetiva da matemática e da como a pode usar no seu dia a dia (Bonotto, 2001). Particularmente, os trilhos matemáticos facilitam esta abordagem, uma vez que permitem aplicar a matemática, através de tarefas autênticas, tendo por base objetos do meio envolvente. Trata-se de uma estratégia de aprendizagem ativa que permite dar significado à matemática (English et al., 2010). Através do trilho, os conceitos aprendidos em contexto formal são convocados na resolução de problemas da realidade, podendo contribuir para o desenvolvimento de outras capacidades transversais (Cahyono & Miftahudin, 2018).

Neste trabalho procurou-se conciliar o estudo de aspetos relacionados com a aprendizagem dos números racionais, tema abordado na intervenção educativa da PES, com o potencial de um trilho matemático, no entanto também se introduziu a vertente da tecnologia. Os recursos tecnológicos podem atuar como ferramentas de pensamento, facilitando a compreensão da matemática, sendo também um suporte para o seu ensino. A rápida evolução de tecnologia e dos recursos tecnológicos tem-se feito notar, quer na sociedade, quer no contexto educativo, movendo uma grande diversidade de ferramentas. Os dispositivos móveis e as aplicações têm merecido grande atenção, permitindo a aprendizagem em qualquer lugar, dentro e fora da sala de aula, e a melhoria das interações, atuando como ferramentas na tomada de decisões, reflexão, raciocínio, resolução e problemas e colaboração (Barbosa & Vale, 2021b). Neste âmbito, e considerando as ideias discutidas previamente, optou-se por integrar neste estudo o recurso à aplicação MathCityMap, desenhada para realizar trilhos matemáticos, centrados em qualquer temática com apoio de dispositivos móveis (Gurjanow et al. 2020). Uma das valências do sistema MathCityMap é a sala de aula digital que procura criar um ambiente virtual de aprendizagem facilitador das interações entre alunos e professor e da supervisão da atividade dos alunos por parte do professor (Milicic et al, 2020).

Desta forma, considerou-se importante centrar este estudo num trilho temático sobre números racionais, usando o MathCityMap e, em particular, a sala de aula digital.

2. Problema e questões de investigação

Tendo em conta as ideias apresentadas no ponto anterior, desenvolveu-se um estudo onde se pretendia compreender o modo como alunos do 6.º ano de escolaridade mobilizam conceitos sobre números racionais na realização de um trilho matemático com a aplicação MathCityMap, no contexto da sala de aula digital. Desta forma foram formuladas as seguintes questões de investigação:

Q.1. Como se caracteriza o desempenho dos alunos na resolução de tarefas sobre números racionais num trilho matemático com o MathCityMap?

Q.2. Que atitudes evidenciam os alunos na realização de um trilho matemático com o MathCityMap?

Q.3. Que interações são observadas entre os alunos, com o professor e com o dispositivo móvel na utilização da aplicação e da sala de aula digital?

Capítulo II – Fundamentação Teórica

Neste capítulo apresenta-se uma revisão da literatura dividida em vários tópicos relacionados com o presente estudo. Ao longo das secções que constituem o capítulo, são discutidos aspetos como as orientações atuais para o ensino e a aprendizagem da matemática, o ensino e a aprendizagem dos Números Racionais, os trilhos matemáticos digitais e os fatores afetivos na aprendizagem da matemática, sendo destacadas as atitudes. Para terminar o capítulo são apresentados os resultados de alguns estudos empíricos relacionados com esta investigação.

1. Orientações atuais para o ensino e aprendizagem da matemática

1.1. Orientações curriculares gerais

Para que os alunos adquiram e desenvolvam os conhecimentos e capacidades esperadas, o professor tem à sua disposição vários documentos curriculares, pelos quais se deve guiar, para tornar a aprendizagem progressiva. No momento da realização do estudo, os documentos utilizados foram o *Programa e as Metas Curriculares de Matemática do Ensino Básico* (MEC, 2013), as *Aprendizagens Essenciais de Matemática* (ME-DGE, 2018d) e o *Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória* (ME-DGE, 2017).

Segundo o *Programa e as Metas Curriculares de Matemática do Ensino Básico* (MEC, 2013), a aprendizagem desta disciplina nos primeiros anos, deve começar no concreto e, de forma gradual, passar para o abstrato, tendo em atenção que cada aluno tem o seu ritmo de aprendizagem. Este programa tem como objetivo aprofundar e aperfeiçoar a compreensão da matemática por parte dos alunos, de modo a melhorar a aprendizagem da disciplina, despertar o gosto pela matemática e incentivar a descoberta de relações e factos matemáticos, através da resolução de problemas. O documento aponta três grandes finalidades para o ensino da matemática, nomeadamente a Estruturação do Pensamento, a Análise do Mundo Natural e a Interpretação da Sociedade. A Estruturação do Pensamento refere-se à aquisição dos conceitos matemáticos e das suas propriedades, utilizando a linguagem própria da disciplina para melhorar a capacidade de argumentar e de justificar raciocínios. A Análise do Mundo

Natural está relacionada com o facto de o mundo estar rodeado de matemática, devendo ser compreendida através da utilização de ferramentas matemáticas que podem ajudar no seu estudo. A Interpretação da Sociedade indica que é fundamental compreender o funcionamento da sociedade nas suas diversas atividades, usando particularmente uma lente matemática. Para além destes aspetos mais gerais, o programa indica os desempenhos que os alunos devem atingir, consoante o ciclo de ensino em que se encontram, que convergem para as três finalidades referidas anteriormente. Estes desempenhos devem orientar o aluno para:

> a aquisição de conhecimentos de factos e de procedimentos, para a construção e o desenvolvimento do raciocínio matemático, para uma comunicação (oral e escrita) adequada à Matemática, para a resolução de problemas em diversos contextos e para uma visão da Matemática como um todo articulado e coerente (MEC, 2013, p. 4).

Relativamente aos conteúdos, o programa encontra-se organizado por domínios que devem ser trabalhados de forma progressiva. No 1.º Ciclo do Ensino Básico há três domínios de conteúdos, Números e Operações (NO), Geometria e Medida (GM) e Organização e Tratamento de Dados (OTD). No 2.º Ciclo do Ensino Básico existem quatro domínios de conteúdos, acrescentando-se aos três referidos anteriormente a Álgebra (ALG). No 3.º Ciclo do Ensino Básico existem cinco domínios de conteúdos, acrescentando-se aos quatro referidos anteriormente Funções, Sequências e Sucessões (FSS).

Mais tarde, em 2017, foi publicado o *Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória* (ME-DGE, 2017), para tentar diminuir as desigualdades existentes na sociedade e aumentar a qualidade da educação, algo a que todos devem ter acesso. Este documento indica o que se pretende que os alunos alcancem no final da escolaridade obrigatória e está organizado em Princípios, Visão, Valores e Áreas de Competências. Os Princípios explicam como o currículo deve ser executado e gerido na escola. A Visão indica o que se pretende dos alunos como cidadãos à saída da escolaridade obrigatória. Os Valores determinam os comportamentos, as atitudes e as ações que são adequadas à realidade. As Áreas de Competências são competências que promovem conhecimentos, capacidades e atitudes e podem ser de natureza diferente. Trata-se, assim, de um documento estruturante para a área da Educação que induz a reflexão sobre o currículo e o processo de ensino e aprendizagem.

O documento *Aprendizagens Essenciais de Matemática* (ME-DGE, 2018d) foi publicado em 2018 com a intenção de promover o desenvolvimento das áreas de competências inscritas no *Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória* e discutir as finalidades, os objetivos e as práticas essenciais para o "desenvolvimento tríplice de conhecimentos, capacidades e atitudes que tenham um vínculo claro com a Matemática" (Figueiral, 2017, p. 4). Através das Aprendizagens Essenciais, deve-se procurar que os alunos possam compreender e utilizar a matemática, promovendo uma visão adequada desta disciplina e da atividade que lhe é inerente, favorecendo uma relação positiva com a Matemática (Figueiral, 2017). Neste documento são descritas as finalidades para o ensino da matemática por nível de ensino, nomeadamente "Promover a aquisição e desenvolvimento de conhecimento e experiência em Matemática e a capacidade da sua aplicação em contextos matemáticos e não matemáticos" e "Desenvolver atitudes positivas face à Matemática e a capacidade de reconhecer e valorizar o papel cultural e social desta ciência" (ME-DGE, 2018e, p. 2). Por um lado, defende-se que a aprendizagem da matemática deve ser feita com compreensão, de modo a contribuir para o desenvolvimento pessoal do aluno, assim como, para a sua atividade profissional, mas também é importante reconhecer a matemática como ciência, o seu valor cultural e social, o papel que desempenha nas outras ciências, na tecnologia e nas várias atividades humanas. Estas finalidades estão interrelacionadas e são indissociáveis dos conteúdos, dos objetivos e das práticas de aprendizagem, pelo que realçam os conhecimentos, as capacidades e as atitudes que devem ser adquiridas e desenvolvidas. Valoriza-se, deste modo, aspetos do domínio cognitivo, no entanto o domínio afetivo tem também preponderância.

Consultando outros documentos de referência a nível internacional, destacam-se algumas publicações do National Council of Teachers or Mathematics (NCTM). Nos *Princípios e Normas para a Matemática Escolar* (NCTM, 2007), percebe-se que há orientações convergentes com as emanadas a nível nacional. Este documento refere que todos os alunos devem ter a oportunidade de aprender e, à medida que avançam na sua escolaridade, o conhecimento deve desenvolver-se gradualmente. É esperado que adquiriram compreensão dos conceitos e fluência nos procedimentos, consoante os tópicos indicados no currículo. Nesta publicação são propostas normas, divididas por anos de escolaridade, e, por cada ano, são descritos os conteúdos que devem ser aprendidos e o que é esperado que os alunos saibam. Alguns conteúdos estão presentes em todos os anos de escolaridade, sendo mais aprofundados no decorrer da escolaridade. Novos conteúdos, mais apropriados à faixa etária, vão sendo também introduzidos. Em todos os anos de escolaridade e em todos os conteúdos procura-se estimular o raciocínio e a resolução de problemas, a par de outras capacidades (NCTM, 2007). Mais recentemente, esta organização publicou Princípios para Ação: assegurar a todos o sucesso em Matemática (NCTM, 2017), com o objetivo de atualizar as orientações curriculares e refletir sobre as condições necessárias para que todos os alunos sejam bem sucedidos nesta disciplina. Este documento apresenta seis princípios orientadores para a matemática escolar, Ensino e Aprendizagem, Acesso e Equidade, Currículo, Ferramentas e Tecnologia, Avaliação e Profissionalismo, identificando ações específicas do professor.

É possível concluir que todos os documentos curriculares consultados se encontram organizados de modo a que o ensino e a aprendizagem da matemática sejam realizados de forma significativa, apropriada às exigências atuais e a facilitar o desenvolvimento do aluno, a nível pessoal, social e cultural.

1.2. A aula de matemática, o papel do professor e das tarefas

Para além das orientações curriculares, é fundamental que o professor esteja a par das tendências atuais, procurando acompanhar as exigências da sociedade. A aula dita tradicional, em que o professor usa as tarefas para introduzir um conceito ou procedimento novo, que os alunos praticam através de tarefas semelhantes, não é apropriada como prática regular, tendo em conta as necessidades dos alunos. Claro que devem existir momentos de apropriação e de consolidação, mas não é suficiente porque:

> hoje em dia as pessoas já não são bem sucedidas na vida e no trabalho apenas pelo que sabem, reproduzindo o conhecimento do conteúdo, mas pelo que conseguem fazer com o que sabem (Vale & Barbosa, 2021, p. 1212).

Neste sentido, as práticas têm mudado, privilegiando-se agora um ensino exploratório, mais centrado nos alunos e na aprendizagem, “onde os estudantes aprendem fazendo, compreendendo, analisando e discutindo múltiplas abordagens a uma tarefa problemática" (Vale & Barbosa, 2021, p. 1212). Com este tipo de dinâmica, o professor encoraja os alunos a utilizarem diferentes estratégias para resolver uma mesma tarefa, deixando de ter apenas o papel de transmissor de conhecimentos, passando a facilitador de discussões e do questionamento. Numa aula de natureza exploratória, os alunos podem apresentar estratégias que o professor não tenha considerado ou para as quais não estava preparado, sendo assim o seu papel mais exigente. Isto implica uma seleção criteriosa das tarefas a utilizar. É importante que o professor escolha as que têm um nível de desafio mais elevado (Stein & Smith, 2009), que envolvam a resolução de problemas e permitam a utilização de diferentes procedimentos e representações. O professor deve pedir aos alunos para resolverem a tarefa de várias formas, para evitar que resolvam só de uma maneira e, assim, possam conhecer outras possibilidades (Vale & Barbosa, 2021). Além disso, deve ter consciência que os seus alunos são todos diferentes e podem ter preferência por diferentes tipos de abordagem, logo, não deve aplicar o mesmo modo de ensino, devendo assumir uma postura inclusiva e adaptar a sua linguagem, para satisfazer as necessidades de todos os alunos (Vale & Barbosa, 2021).

Da discussão anterior percebe-se a importância de refletir sobre o papel de professor, principalmente numa aula exploratória, e também sobre a natureza das tarefas. Na aula de matemática, as tarefas devem ser diversificadas, de modo a permitir que os alunos tenham diferentes oportunidades de aprendizagem, apliquem vários procedimentos, criem conexões entre representações e atribuam significados, uma vez que estes aspetos contribuem para o desenvolvimento de ideias sobre a matemática. Vários autores têm refletido sobre as tarefas e a sua estrutura, por exemplo Stein e Smith (2009) diferenciam a exigência cognitiva de uma tarefa em quatro níveis: *Memorização* (envolve a reprodução de factos memorizados, como regras, fórmulas, definições, etc.); *Procedimentos sem conexões* (envolve a utilização de procedimentos algorítmicos que são evidentes no enunciado da tarefa); *Procedimentos com conexões* (envolve a utilização de procedimentos para efeitos de desenvolvimento de níveis mais profundos de compreensão de conceitos e ideias matemáticas); *Fazer matemática* (requer um pensamento complexo, em vez de procedimentos e estratégias algorítmicas ao resolver as tarefas. Através dos conhecimentos e de experiências relevantes, os alunos devem fazer a utilização apropriada dos mesmos no trabalho de uma tarefa). Os níveis *Memorização* e *Procedimentos sem conexões* aplicam-se a tarefas que requerem um baixo nível de exigência cognitiva, tendo, os dois restantes, um elevado nível de exigência cognitiva.

É essencial que o professor reflita sobre a sua prática em sala de aula, e como esta tem influência na aprendizagem dos alunos e na sua progressão, e um dos principais aspetos prende-se a exploração que é feita das tarefas. Segundo Stein e Smith (2009), o *Quadro das Tarefas Matemáticas* (Figura 10) pode ajudar o professor a refletir, ao pensar nas fases de utilização das tarefas na sala de aula. Este quadro apresenta uma sequência de três fases, pelas quais passam as tarefas, desde como aparecem nos materiais curriculares, como são apresentadas pelo professor e como são realizadas pelos alunos, sequência que vai ditar a aprendizagem do aluno. A primeira fase refere-se ao contacto com a tarefa como aparece nos materiais curriculares, ou seja, a tarefa foi pensada e construída por uma entidade e, posteriormente, integrada em documentos curriculares com o objetivo de serem usados pelo professor; a segunda fase diz respeito à tarefa como é apresentada pelo professor. Após o professor ter acesso à tarefa em documentos curriculares, analisa-a para possível utilização na aula, interpreta a tarefa, podendo adaptá-la; a terceira fase está relacionada com o modo como a tarefa é realizada pelos alunos, isto é, depois de o professor a ter proposto, os alunos devem resolvê-la. A partir desta sequência a tarefa é alterada sempre que passa de fase, podendo não ser a mesma quando passa da primeira fase para a terceira. Uma vez que a aprendizagem se gera a partir deste processo, o professor deve refletir sobre a natureza da tarefa e a forma como a recebeu dos documentos curriculares, como a apresentou aos alunos e como estes a compreenderam e resolveram.

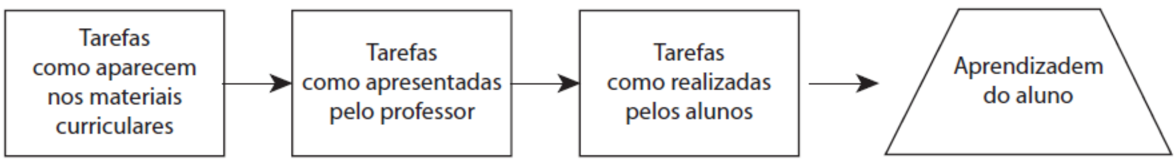


Figura 10: Quadro das Tarefas Matemáticas (Stein & Smith, 2009)

Estas ideias permitiram realçar a importância de se refletir sobre a natureza e a diversidade das tarefas na aula de matemática, mas também sobre a influência da ação do professor no nível de exigência cognitiva de uma tarefa ao longo das diferentes fases de utilização. Posto isto, importa também refletir sobre os diferentes momentos de exploração de uma tarefa e nas ações do professor.

O Modelo das Cinco Práticas, proposto por Smith et al. (2009), ajuda os professores a usarem as respostas dos alunos para melhorar o potencial das tarefas e manter o seu nível de exigência. Este modelo é constituído por cinco práticas, sendo elas, antecipar, monitorizar, selecionar, sequenciar e estabelecer conexões. A primeira prática está relacionada com a antecipação que o professor deve fazer das respostas dos alunos, visto que uma tarefa matemática pode ser resolvida de diferentes formas. Isto depende da forma como o aluno interpreta a tarefa e que estratégias utiliza (Smith et al., 2009). A segunda prática, monitorizar, está relacionada com o acompanhamento que o professor deve fazer do trabalho dos alunos e o envolvimento que estes têm com as tarefas. A isto está associado o raciocínio do aluno e a forma como pensou para resolver a tarefa, assim como as estratégias que utilizou. O professor pode circular pela sala de aula e colocar questões aos alunos, observando o modo como os alunos estão a pensar. A terceira prática, selecionar, leva o professor a escolher alguns alunos para apresentarem o trabalho que desenvolveram. Isto pode ser útil no processo de avaliação e para ajudar os restantes alunos a compreenderem a tarefa, responder às suas dificuldades e conhecer outro tipo de resoluções. A quarta prática, sequenciar, dá a oportunidade ao professor de escolher a ordem pela qual quer que os alunos apresentem as suas resoluções, seguindo o percurso de exploração que achar mais adequado. A quinta e última prática, estabelecer conexões, salienta a importância de relacionar as diferentes respostas dos alunos, para promover o desenvolvimento coletivo de ideias matemáticas, analisando, comparando e confrontando resoluções (Smith et al., 2009).

O professor deve conhecer a turma com que está a trabalhar e deve aplicar as metodologias mais apropriadas para que os alunos consigam alcançar os desempenhos definidos nas orientações curriculares. É importante que o professor reflita sobre a sua prática e adapte/modifique o que for necessário para garantir o sucesso dos alunos, tendo em conta as suas necessidades, propondo tarefas com níveis diversificados de exigência cognitiva que permitam a discussão, construção e o aprofundamento dos conceitos.

2. O ensino e a aprendizagem dos números racionais

2.1. Os números racionais no currículo do 2.º CEB

Este ponto discute a abordagem do tema Números Racionais no currículo do 2.º Ciclo do Ensino Básico, tendo como referência o *Programa e as Metas Curriculares de Matemática do Ensino Básico* (MEC, 2013) e as *Aprendizagens Essenciais de Matemática* (ME-DGE, 2018d).

No 1.º CEB, no domínio Números e Operações (NO) começa-se por trabalhar as quatro operações com números naturais e, a partir do 3.º ano de escolaridade, este trabalho é continuado com os números racionais não negativos. Ao longo dos anos, os alunos devem melhorar a fluência de cálculo, dominar as quatro operações e ter um sólida proficiência no cálculo mental (MEC, 2013, p. 6). As frações começam a ser exploradas, ainda no 1.º CEB, através da divisão de elementos geométricos, como segmentos de reta, de forma a trabalhar medidas de diferentes grandezas, como até as dízimas finitas. No 2.º CEB dá-se continuidade a este trabalho. São trabalhadas as quatro operações com frações, insistindo na multiplicação e na divisão de números racionais não negativos, acrescentando-se a adição e a subtração de números racionais negativos e positivos. No final do 2.º CEB, os alunos deverão "mostrar fluência e desembaraço na utilização de números racionais em contextos variados, relacionar de forma eficaz as suas diversas representações (frações, dízimas, numerais mistos, percentagens) e tratar situações que envolvam proporcionalidade direta entre grandezas" (MEC, 2013, p. 14).

Relativamente às *Aprendizagens Essenciais de Matemática* (ME-DGE, 2018d), no 5.º ano de escolaridade, no domínio Números e Operações (NO), são trabalhadas as quatro operações, também com os números racionais não negativos, introduzindo-se a potenciação e mantendo-se o foco no desenvolvimento do sentido de número. Através destes números são exploradas diferentes representações (decimal, fração e percentagem) e a transição entre elas. São desenvolvidos os múltiplos e os divisores dos números naturais, assim como o conceito de número primo, sendo estabelecidas conexões com as operações com frações, através da resolução de problemas. No 6.º ano de escolaridade, no mesmo domínio, os alunos devem continuar a desenvolver o sentido de número e compreender os números e as operações, assim como o cálculo mental e escrito. Os números racionais não negativos são mais aprofundados, através do estabelecimento de relações entre a representação decimal, na forma de fração, em percentagem e em numeral misto.

Ao longo do 2.º CEB, o estudo dos números racionais deve ser aprofundado, considerando o percurso prévio dos alunos, tendo em conta as suas representações e a forma como podem ser usadas na resolução de problemas. Neste processo, os alunos podem utilizar modelos e representações diversificadas, que os ajudem a compreender conceitos abstratos de forma mais concreta.

2.2. Questões de ensino e aprendizagem associadas aos números racionais

Os Números Racionais são um dos conteúdos mais importantes do currículo por promoverem o desenvolvimento de estruturas cognitivas cruciais à aprendizagem da matemática. Tradicionalmente, os alunos apresentam muitas dificuldades neste conteúdo, no entanto, também os professores evidenciam algumas fragilidades quando lecionam este tema, não dominando completamente os conceitos (Pinto & Ribeiro, 2013). Aliás, num estudo efetuado por Pinto e Ribeiro (2013), concluiu-se que os alunos apresentavam dificuldades no conhecimento do sentido de número racional porque os professores tinham as mesmas dificuldades. O professor é o modelo que os alunos seguem na sua aprendizagem, o que significa que deve estar preparado e ter um bom conhecimento do conteúdo.

Segundo Silver et al. (1983), as dificuldades que os alunos têm neste tema devem-se essencialmente à multiplicidade de significados atribuídos aos números racionais sob a forma de fração, à concetualização da unidade em diversos problemas ou situações que envolvem frações e à utilização precoce de regras e algoritmos no estudo dos números racionais. Além disso, os alunos também apresentam dificuldades com as várias representações dos números racionais e na transição entre elas, dificuldades que são igualmente sentidas por professores (Silver et al., 1983). Frequentemente, as dificuldades sentidas no domínio das representações estão relacionadas com o facto de serem abordadas de forma isolada e não serem estabelecidas conexões entre elas (Ponte et al., 2018). Por exemplo, os alunos sentem dificuldades em transformar uma dízima numa percentagem, visto que normalmente trabalham a percentagem em situações do cotidiano, sem que sejam feitas ligações com os números racionais (Sá, 2020). Por isso, além de trabalharem as diferentes representações, os alunos devem relacioná-las e utilizá-las nos vários significados e em diferentes contextos (NCTM, 2007). Na perspetiva de Barbosa e Vale (2021a), o uso e comparação de diversas representações ajuda o aluno a compreender melhor um determinado conceito e melhora o desenvolvimento da flexibilidade de pensamento. A forma como este conteúdo é ensinado, frequentemente com base na memorização e resolução de exercícios, sem qualquer ligação com conhecimentos prévios, não estimula as conexões entre as ideias e os procedimentos. É fundamental que, tanto os alunos como os professores, desenvolvam e compreendam o sentido de número racional e tenham domínio sobre os conhecimentos necessários para entender os conceitos e as operações envolvidas (Pinto & Ribeiro, 2013).

O sentido de número racional é um conceito multifacetado, sendo por isso pertinente compreender as componentes que o caracterizam, sendo elas, a "familiaridade com os diferentes significados das frações em contexto", "flexibilidade com a unidade de referência das frações em contexto", "familiaridade com diferentes representações de número racional", "flexibilidade na comparação, ordenação e densidade de números racionais" e "símbolos e linguagem matemática formal significativos de números racionais" (Pinto & Ribeiro, 2013, p. 85). No que concerne à familiaridade com os diferentes significados das frações em contexto, os alunos devem ter a oportunidade de resolver tarefas que envolvam diferentes significados, para que possam compreender, de forma mais significativa, o conceito de número racional. Relativamente à flexibilidade com a unidade de referência das frações em contexto, é importante que os alunos compreendam que uma fração está sempre ligada a uma unidade, sendo esta o todo, que pode ser contínuo ou discreto. No que diz respeito à familiaridade com diferentes representações de número racional, o professor deve mostrar as diferentes representações que um número racional pode ter, como a fração, o numeral misto, o número decimal e/ou a percentagem, de modo que os alunos as conheçam e possam aplicar a mais útil numa determinada tarefa. Quanto à flexibilidade na comparação, ordenação e densidade de números racionais, é uma componente que auxilia na identificação dos números e na sua compreensão. A última componente, símbolos e linguagem matemática formal significativos de números racionais, indica que é importante os alunos relacionarem os símbolos com o conhecimento informal, até obterem uma linguagem matemática formal (Pinto & Ribeiro, 2013; Silver et al., 1983). Estas componentes, que constituem o sentido de número racional e que são fundamentais para a sua compreensão, só serão desenvolvidas se o professor propuser tarefas diversificadas, com diferentes representações, significados, tipos de unidade e formas de comparar quantidades, que permitam que os alunos explorem e aumentem o seu conhecimento sobre este conteúdo. Para isso, é necessário que o professor conheça diferentes formas de explorar as tarefas e os seus diferentes contextos (Pinto & Ribeiro, 2013; Silver et al., 1983; Vale & Barbosa, 2020).

Um fator que dificulta a aprendizagem dos números racionais, é a transição dos números inteiros para os números racionais. Os alunos têm dificuldade em compreender que os números racionais são uma extensão dos números inteiros. Neste sentido, o desenvolvimento do sentido de número é muito importante. A representação mais utilizada nos números racionais é a fração, constituída pelo numerador e o denominador e que pode representar uma quantidade e uma divisão (Vale & Barbosa, 2020). Segundo Kieren (1976, citado por Vale & Barbosa, 2020), uma fração pode assumir diferentes significados, como parte-todo, razão, operador, quociente e medida. A fração como parte-todo é o significado mais natural para os alunos e o primeiro a ser desenvolvido. Está associado à ideia de partição, onde uma unidade é dividida em partes iguais e a fração simboliza a comparação entre o número de partes do todo e o número total de partes em que o todo está dividido. Segundo Silver et al. (1983), este significado é fundamental para compreender e interpretar os outros significados. A fração como razão é a comparação entre duas quantidades e, para Silver et al. (1983), é mais entendida como "um índice comparativo do que um número" (p. 5). A fração como operador tem um papel de transformação, tem uma função aplicada a um objeto, um número ou conjunto. Este significado é fundamental para estudar a equivalência entre frações e a multiplicação (Silver et al., 1983, p. 7). A fração como quociente aparece muitas vezes associado a problemas de partilha e funciona como o resultado da operação a/b, sendo a e b números inteiros e diferentes de zero. A fração como medida pode indicar a grandeza da fração ou a medida de um intervalo (pp. 4-5) e relaciona uma quantidade em relação a uma determinada unidade.

Os alunos devem ter a oportunidade de trabalhar os diferentes significados das frações, de modo a compreendê-los e ganharem flexibilidade na resolução de problemas (Vale & Barbosa, 2020). Para reforçar esta ideia, Kieren (1976, citado por Silver et al., 1983) considera importante que os alunos compreendam cada um dos significados, primeiro de forma individual, mas também em conjunto, relacionando-os.

Na resolução de problemas é importante que os alunos contactem com diferentes estratégias e diferentes formas de pensar (Vale & Barbosa, 2020), o que implica a utilização e reconhecimento de diferentes representações. O NCTM (2017) destaca cinco formas de representação associadas à aprendizagem da matemática e à resolução de problemas: (a) contextuais (associadas a situações familiares); (b) concretas (recorrem a objetos ou materiais manipuláveis); (c) semi-concretas (pictóricas); (d) verbais (implicam o uso da linguagem); e (e) simbólicas (notação matemática). Esta classificação ajuda a diferenciar as várias formas que um conceito matemático pode assumir, mas também dá indicações sobre as capacidades que são necessárias para a sua compreensão. Um suporte que Vale e Barbosa (2020) consideram importante na resolução de problemas são as representações visuais. Estas representações podem ajudar o aluno a compreender melhor os conceitos abstratos da matemática, pois são uma forma de os tornar mais concretos e são "ferramentas úteis que suportam o raciocínio, permitem a comunicação matemática e veiculam pensamento matemático" (Vale & Barbosa, 2020, p. 1). Além disso, uma abordagem visual pode dar outro tipo de informações ao aluno sobre o problema, sendo um apoio que pode diminuir as suas dificuldades e aumentar a compreensão sobre os conceitos. O contacto com estas representações deve ser mantido ao longo da aprendizagem dos números racionais, não servindo só para introduzir o tema ou ser utilizado até serem iniciadas as regras das operações, também podem ser a ponte entre as representações concretas e simbólicas. A aprendizagem dos números racionais através das representações visuais pode "contribuir para uma aprendizagem com maior significado, o estabelecimento de conexões entre representações visuais e simbólicas poderá ajudar os alunos na realização de raciocínios a um nível concetual, bem como na explicação desses mesmos raciocínios" (Vale & Barbosa, 2020, p. 7).

Ao serem apresentados vários modelos e várias representações, os alunos podem escolher o(s) que mais se ajusta(m) à tarefa ou aquele(s) que prefere(m) utilizar. A barra numérica, tal como as tiras de frações e as réguas, é um modelo que ajuda a desenvolver a compreensão do conceito de número racional, visto que é uma representação matemática que facilita a sua abordagem (Ventura & Oliveira, 2014, p. 87). Este modelo permite a exploração dos números racionais, principalmente em contextos de medida e divisão, e a compreensão das relações entre as várias representações simbólicas. Além disso, é uma boa transição das representações concretas para as mais abstratas, exibe o raciocínio utilizado, assim como os cálculos que se devem realizar (Van Den Heuvel-Panhuizen, 2003; Ventura & Oliveira, 2014). A barra numérica pode servir para representar a unidade, que é dividida num determinado número de partes iguais, como pode representar uma quantidade, comparar e ordenar. Este modelo tem várias funções e permite relacionar as várias representações dos números racionais e pode ser utilizado para os diferentes significados, sendo um modelo flexível que "pode funcionar em diferentes níveis de compreensão, e que pode acompanhar o processo de aprendizagem a longo prazo pelo qual os estudantes têm de passar" (Van Den Heuvel-Panhuizen, 2003, p. 30).

Apesar das potencialidades das representações visuais, existem diferentes tipos de estratégias que podem ser utilizadas na resolução de problemas com números racionais, não só visuais, que envolvem o uso de esquemas pictórico-visuais, mas também analíticas, onde é aplicada uma abordagem com recurso a representações não visuais (como símbolos ou palavras) ou mistas, combinando métodos analíticos e visuais (Vale & Barbosa, 2020, p. 3). A resolução visual pode complementar a resolução analítica, visto que é uma forma de lhe dar significado e ajuda a clarificar o seu resultado (Vale & Barbosa, 2020). No entanto, as resoluções analíticas surgem com mais frequência pelo facto de os alunos estarem mais habituados e, por isso, se sentirem mais confortáveis em utilizá-las e as representações visuais não serem tão comuns nas suas experiências matemáticas (Vale & Barbosa, 2020, 2021). Para além das representações, também se considera importante o uso de materiais manipuláveis diversificados e diferentes grandezas, entre discretas e contínuas, que devem ser usados nas situações mais adequadas, por exemplo, as discretas podem ilustrar situações de parte-todo e as contínuas, situações de área que ajudam a perceber o papel do denominador na fração.

3. Trilhos matemáticos digitais

3.1. A aprendizagem da matemática fora da sala de aula

Muitos alunos utilizam a matemática de forma instrumental, através da aplicação de fórmulas e cálculos, considerando esses os procedimentos mais importantes, e não estabelecem conexões dentro ou fora da Matemática. Para ajudar a compreender o papel da matemática na realidade, o professor propor situações que evidenciem essas conexões, dando significado aos conceitos aprendidos na sala de aula.

Alguns procedimentos que são aprendidos e aplicados no contexto da sala de aula, acabam por não ser encarados como úteis e os alunos não os dominam como é esperado. O ensino da matemática é mais eficaz se forem feitas ligações com o mundo real e com a cultura de cada aluno. Se o aluno só é exposto a um modo de aprendizagem, utilizando sempre os mesmos métodos e procedimentos, quando é desafiado a utilizar diferentes modos de pensamento, pode bloquear e não conseguir aplicar os conhecimentos que são necessários para aquela situação. Os alunos acabam por excluir o mundo real e não conseguem fazer conexões entre a matemática e o dia a dia. Nesta perspetiva, o currículo de matemática deve incorporar elementos que envolvam o ambiente sociocultural dos alunos e dos professores, para "facilitar a aquisição de conhecimentos, compreensão, e compatibilização de conhecimentos e práticas populares atuais, porque a aprendizagem é melhorada ao manter o ambiente de aprendizagem relacionado ao contexto cultural" (Bonotto, 2001, pp. 75-76).

Se o professor abordar desta forma a matemática, pode aumentar a consciência da sua utilidade, encorajar os alunos a desenvolverem uma atitude positiva em relação à disciplina e motivar, envolver e exercitar a sua curiosidade (Bonotto, 2001). Segundo

Fernandes (2019), os contextos fora da sala de aula “promovem a compreensão e a ampliação de conhecimentos, na medida em que proporcionam a proximidade com elementos e fenómenos que podem ser observados, ouvidos, sentidos e comparados individualmente ou coletivamente” (p. 71). Estes contextos também beneficiam o pensamento crítico e a criatividade. Segundo Borromeo-Ferri (2010), os alunos devem resolver problemas da vida real usando modelos matemáticos, ou seja, através da modelação matemática que é “um processo que liga o mundo real e a Matemática nos dois sentidos: da realidade para a Matemática e da Matemática para a realidade” (p.19), o que implica a utilização ou análise de objetos/situações reais. O meio envolvente pode facilitar a formulação de tarefas desta natureza, envolvendo os alunos numa aprendizagem autêntica, marcada pelas interações estabelecidas com o local (Fernandes, 2019).

3.2. Trilhos matemáticos

Aprender fora da sala de aula, permite que os alunos tenham uma aprendizagem ativa e mais significativa, dado que estão a aplicar os conceitos, formalmente aprendidos na sala de aula, no meio envolvente, em situações reais. Estratégias que privilegiam este contexto não formal permitem que os alunos se movimentem, interajam uns com os outros e se mantenha envolvidas do ponto de vista cognitivo. Neste âmbito encontram-se os trilhos matemáticos.

Um trilho matemático é um percurso pensado com o objetivo de levar os alunos para fora da sala de aula para terem uma aprendizagem diferente da habitual e desenvolverem novos conhecimentos ao explorar o meio local. Segundo Vale et al. (2019, adaptado de Cross, 1997), um trilho matemático é “uma sequência de tarefas ao longo de um percurso pré-planeado (com início e fim), composto por um conjunto de paragens em que os alunos resolvem tarefas matemáticas no ambiente que os rodeia” (p. 139).

Segundo Richardson (2004), há um conjunto de passos que devem ser cumpridos para desenhar um trilho matemático. Primeiramente, é necessário selecionar um local e escolher objetos ricos em matemática. A estes objetos, o professor deve procurar associar os conteúdos lecionados, tendo em conta as suas características (formas, padrões, etc.), de modo a formular as tarefas. De seguida, os objetos devem ser fotografados para, posteriormente, se proceda ao registo das ideias sobre as tarefas associadas àqueles elementos. Após terem sido pensadas algumas tarefas, o professor deve criar um mapa, sequenciar e numerar as várias tarefas e preencher os requisitos necessários que são importantes para a formação do trilho. Ao longo do trilho, consoante o que é pedido em cada tarefa, os alunos poderão ter de medir objetos ou espaços, fazer cálculos, observar, recolher e registar dados, aplicando no exterior o que aprenderam na sala de aula, descobrindo a utilidade da matemática na vida real (Richardson, 2020). Shoaf et al. (2004) também defendem algumas ideias sobre os trilhos matemáticos, como: devem ser para todos, independentemente da idade e experiência, uma vez que se pretende que discutam e comparem o seu raciocínio e estratégias; exigir colaboração e não competição; os participantes devem ser capazes de gerir o tempo; a participação deve ser voluntária, dado que os participantes devem sentir-se envolvidos e interessados; devem ser apresentados em qualquer local público seguro, uma vez que a matemática é em todo o lado; e ser temporários, uma vez que os locais estão sujeitos a alterações ao longo do tempo.

Além de tornar a aprendizagem de matemática mais prazerosa e permitir aplicar conteúdos do currículo, o trilho matemático contribui para a mobilização de algumas capacidades matemáticas, como comunicação, conexões, raciocínio e resolução de problemas (Cahyono & Ludwig, 2018; Vale et al., 2019). A aprendizagem ao ar livre é uma forma de complementar o trabalho desenvolvido em sala de aula, e através do trilho matemático, os alunos ficam mais conscientes da matemática que os rodeia no contexto real e despertam o seu "olho matemático" (Barbosa et al., 2022; Vale et al., 2019), sendo um ambiente que contribui para o desenvolvimento pessoal, social e emocional do aluno (English et al., 2010).

Um bom ambiente para se construírem tarefas fora da sala de aula é o local onde vivem os alunos, pois, para além de fazerem conexões matemáticas com a realidade, podem conhecer mais sobre a sua história, cultura e arquitetura, ou aprofundar outros conhecimentos, visto que é possível estabelecer ligação com outras áreas disciplinares. O contexto da tarefa tem um papel importante visto que é através dele que os alunos compreendem o modo como é possível aplicar a matemática fora da sala de aula, na realidade, e permite tornar os conhecimentos matemáticos mais acessíveis aos alunos.

3.3. As tecnologias digitais no ensino e aprendizagem da matemática: a utilização do MathCityMap

Nos dias de hoje, os alunos crescem com a utilização da tecnologia, tendo facilmente à sua disposição dispositivos móveis como um tablet ou um telemóvel, que podem usar fora ou dentro da sala de aula e, por esse motivo, são classificados como *i-generation students*, ou seja, estudantes da geração-i (Fessakis et al., 2018, p. 49). Como indicam Carstens et al. (2021), “os jovens de hoje estão a crescer numa época em que a tecnologia está constantemente na ponta dos dedos” (p. 1), utilizando-a e dominando-a cada vez mais cedo. A tecnologia deve, assim, ser integrada no processo de ensino e aprendizagem, uma vez que os recursos digitais “podem desenvolver uma compreensão mais profunda da matemática, porque a tecnologia funciona como uma ferramenta mental que pode apoiar a investigação dos alunos, a tomada de decisões, a reflexão, o raciocínio e a capacidade de resolução de problemas” (Fessakis et al., 2018, p. 51). Segundo os princípios da Educação Matemática Realista, a tecnologia pode fornecer assistência no ensino e na aprendizagem, visto que “influencia o tipo de matemática que é ensinada e melhora a aprendizagem dos alunos” (Fessakis et al., 2018, p. 51). Ou seja, através da tecnologia, o professor consegue ensinar mais facilmente, por exemplo, um conceito que seja mais abstrato e que os alunos normalmente apresentam mais dificuldades, e assim, podem visualizar e compreender melhor o conceito.

O uso da tecnologia possibilita o conhecimento de diferentes representações e a transição entre elas, além de permitir criar conexões matemáticas com o mundo real e facilitar a compreensão dos diversos conteúdos matemáticos e as suas relações. Através das tecnologias, os alunos podem explorar várias tarefas que envolvam dados reais, comparar a informação do enunciado com a realidade e, usando a matemática, estabelecer conexões “para interpretar melhor a compreensão sobre os fenómenos” (Duarte, 2010, p. 64). Desta forma, pretende-se facilitar a relação entre a matemática e a realidade.

O recurso a dispositivos móveis, como telemóveis ou tablets, permite "incentivar a aprendizagem em qualquer altura e em qualquer lugar, melhorando as interações, e permitindo uma experiência de aprendizagem mais personalizada" (Barbosa & Vale, 2021b, p. 35). Através da *mobile-learning* há a oportunidade de aprender em diferentes contextos e tempos, usufruindo das potencialidades dos dispositivos móveis. Existem diferentes vantagens sobre a sua prática, como a possibilidade de interação entre professor-aluno e aluno-aluno; o seu fácil transporte, por serem leves e permitirem tirar notas e recolher dados em texto, imagem, vídeo e voz; permite o trabalho em grupo, numa determinada tarefa, em diferentes locais; aumenta a motivação, o desempenho e a autonomia dos alunos (Moura, 2016). Segundo Moura (2016), os dispositivos móveis promovem a novas formas de interação social e alargam os horizontes da aprendizagem e do acesso à informação. Oferecem um maior envolvimento com os conteúdos de aprendizagem e ampliam o mundo" (p. 79).

Segundo Magalhães (2007), "a mediação tecnológica ocupa um lugar central no conjunto das práticas de mediação de aprendizagem, apresentando-se como uma ferramenta extremamente útil na criação de ambientes de partilha de informação e de produção de conhecimento" (p. 52). Ou seja, a mediação tecnológica pode "aproximar as pessoas a novas formas de aprendizagem" (Magalhães, 2007, p. 52) e o desenvolvimento da tecnologia digital e da *internet* permitem o acesso a informação e ao conhecimento que são necessários para qualquer tipo de atividade humana. Através da tecnologia e da *internet* é possível criar dinâmicas de aprendizagem virtuais, acessíveis em qualquer lugar e sem que haja restrições geográficas e temporais (Magalhães, 2007). O professor deve promover a mediação tecnológica, ao acompanhar a atualidade, e incorporar, nas suas aulas, o uso da tecnologia no processo de ensino e de aprendizagem.

Neste estudo é usada a aplicação MathCityMap (MCM) que foi criada para promover a aprendizagem da matemática fora da sala de aula. O sistema MCM contempla duas componentes técnicas principais: (1) um portal web (www.mathcitymap.eu) com uma base de dados internacional que apoia a criação de tarefas para um trilho matemático; (2) uma aplicação para telemóveis e tablets através da qual é possível fazer o download de trilhos matemáticos que se encontram no portal web

(Barbosa et al., 2022). Assim, esta aplicação permite uma *mobile-learning* e dá a oportunidade de construir trilhos matemáticos em contexto digital. As tarefas formuladas são localizadas através das coordenadas GPS que fazem parte de um mapa digital que se encontra no portal web. O mapa digital ajuda os alunos na sua orientação espacial, mostrando os vários pontos que constituem o trilho, com as tarefas marcadas através desses pontos, assim como a posição móvel do utilizador, de modo facilitar a identificação dos locais. Todas as tarefas apresentam um enunciado, onde está descrito o contexto do objeto em causa, a sua história, as informações necessárias para a resolução do problema e a questão-problema. Através da imagem deve ser percetível qual é o objeto em que a tarefa se foca, contudo, a tarefa só pode ser resolvida no local, devendo evitar-se informações reveladoras. Antes de serem tornadas públicas, as tarefas são revistas e, posteriormente, validadas, sendo corrigidas e melhoradas (Cahyono & Ludwig, 2018). Através da aplicação, é possível saber as ferramentas que serão necessárias na resolução das tarefas, a distância e a duração aproximada do trilho. Quando os utilizadores se encontram no local, podem aceder à tarefa, introduzir a resposta, pedir feedback sobre a validade da solução ou até sugestões, se for necessário (Cahyono & Ludwig, 2018). O portal web permite criar tarefas de diferentes tipos, podendo ser de valor absoluto, intervalo, escolha múltipla, preenchimento de espaços, vetor e conjunto, dando assim ao professor alguma liberdade para diversificar a natureza das tarefas.

Através da aplicação MCM, os alunos podem aceder à Sala de Aula Digital, um ambiente de aprendizagem virtual que tem como finalidade "fornecer ao professor uma ferramenta de ajuda para organizar um trilho matemático, bem como para recuperar o controlo no ambiente de aprendizagem ao ar livre" (Gurjanow et al., 2020, p. 107). Através deste sistema, o professor pode supervisionar onde se encontram os alunos, qual a tarefa que estão a resolver, que tarefas já resolveram e quais ainda vão resolver, quantas tarefas acertaram e/ou erraram e quais foram, quantas tarefas deixaram por resolver, se utilizaram alguma sugestão, quantas vezes abriram e fecharam uma determinada tarefa e o número de tentativas realizadas por responder a uma certa tarefa. A Sala de Aula Digital permite também facilitar a interação dos alunos com o professor, uma vez que tem um chat que permite que os alunos comuniquem com o professor enquanto resolvem as tarefas do trilho matemático. Quando apresentam alguma dúvida, podem enviar uma mensagem ao professor, em forma de texto, imagem e/ou som.

Tendo por base a utilização do MCM e da Sala de Aula Digital, é pertinente discutir algumas ideias sobre as interações. Segundo Ladeiro (2016), existe interação quando "consideramos todo e qualquer tipo de comunicação entre aluno-aluno e professor-aluno, podendo esta ser ou não verbal, bem como estar ou não relacionada com os conteúdos da aula" (p. 14). Na interação professor-aluno, o professor deve mediar a interação do aluno com o conteúdo e promover o interesse do aluno pela aprendizagem do conteúdo. Este tipo de interação pode "estimular e dar sentido ao processo educativo" (Ladeiro, 2016, p. 14) e deve basear-se numa relação de confiança, afetividade e respeito. Uma boa interação permite que o processo de aprendizagem seja revelante, por o aluno estar mais motivado, seguro e predisposto a adquirir aprendizagens significativas. Normalmente, os alunos passam muito tempo com o professor dentro da sala de aula e têm o seu apoio quando precisam (Lei et al., 2018), o que pode influenciar na sua autonomia e gestão de problemas. A interação aluno-aluno acontece entre colegas e permite que conversem e pensem sobre o conteúdo que estão a aprender. Além disso, promove a motivação para aprender e gera atitudes positivas para as experiências educativas. Com este tipo de interação, os alunos aprendem uns com os outros ao partilharem o seu conhecimento e ao esclarecerem as suas dúvidas (Ladeiro, 2016). Segundo Chiriac (2014), o trabalho em grupo facilita a aprendizagem (Chiriac, 2014). Deste modo, é importante que ambas as interações aconteçam, tanto dentro como fora da sala de aula, para que o processo de aprendizagem seja mais rico e completo.

Para finalizar, "um excelente programa de matemática integra o uso de ferramentas e tecnologia como recursos essenciais para ajudar os alunos a aprender e a fazer sentido de ideias matemáticas, raciocinar matematicamente e comunicar o seu pensamento" (NCTM, 2017, p. 78). A utilização de dispositivos móveis e de aplicações como o MCM enquadram-se neste requisito, contribuindo para a aquisição de novos conhecimentos, assim como para o estabelecimento de ligações com os conhecimentos já existentes e com o mundo que nos rodeia.

4. Fatores afetivos na aprendizagem da matemática: as atitudes

Neste ponto são abordados os fatores afetivos na aprendizagem da matemática, como as atitudes. Para McLeod (1992), as atitudes são "respostas afetivas que envolvem sentimentos positivos ou negativos de intensidade moderada e estabilidade razoável" (p. 581). Já para Martínez Padrón (2008), as atitudes "são predisposições comportamentais ou juízos de valor ou de avaliação, favoráveis ou desfavoráveis, que determinam as intenções pessoais do indivíduo e são capazes de influenciar as suas ações perante outro indivíduo, um objeto ou uma situação" (p. 244). Segundo este autor, as atitudes estão relacionadas com ideias, perceções, gostos, preferências, opiniões, crenças, emoções, sentimentos, comportamentos e propensões para atuar.

Das atitudes pode-se destacar como principais características: a necessidade de se avaliar algo ou alguém; serem estáveis e determinarem as intenções pessoais e o condicionarem o comportamento dos sujeitos; podem não ter uma relação direta com a conduta manifestada pelo sujeito; agem como geradores de comportamento e não se observam diretamente, sendo utilizados métodos para as determinar (Fernandes, 2019). Segundo Yang (2013), as atitudes podem ser afetadas por diversos fatores, como o ambiente escolas, os pares, o ambiente doméstico e a sociedade. Também o apoio emocional dos professores, os conteúdos das disciplinas, a carga de trabalho, a adequação dos recursos e a influência dos pais podem afetar as atitudes (Yang, 2013). Ou seja, estes fatores têm influência nas atitudes, que por sua vez têm impacto na aprendizagem dos alunos, nos seus comportamentos, nas suas decisões e nas interações professor-aluno e aluno-aluno.

Mazana et al. (2018) desenvolveram um estudo onde procuraram caracterizar as atitudes dos alunos em relação à matemática. Apresentaram uma categorização dividida em três componentes: afetiva; comportamental; e cognitiva. Relativamente à *componente afetiva*, identificaram três indicadores, a *autoconfiança* relacionada com as perceções dos alunos sobre si mesmos e sobre o que conseguem fazer; a *ansiedade* resposta emocional gerada a partir de reações negativas que dificulta a capacidade de aprendizagem do aluno; o *gosto pela matemática,* que influencia a aprendizagem e o comportamento do aluno, quanto maior for o gosto do aluno, maior será o seu desempenho e aprendizagem (Mazana et al., 2018). Na *componente comportamental,* referem como indicador a *motivação intrínseca,* relacionada com o interesse do aluno em aprender matemática, se um aluno estiver motivado, melhor será a sua aprendizagem, o seu envolvimento e o seu desempenho (Mazana et al., 2018). Na *componente cognitiva,* identificou como indicador a *utilidade da matemática*, ou seja, o modo como os alunos olham para a matemática, o significado que lhe dão e se reconhecem o seu valor no mundo real (Mazana et al., 2018).

Di Martino e Zan (2011) propõem um modelo, formado a partir de um estudo que tinha como objetivo construir uma caracterização das atitudes em relação à matemática, com base nas narrativas dos alunos sobre as suas experiências (Di Martino & Zan, 2011). Este modelo é constituído por três dimensões que caracterizam as atitudes, sendo elas, a disposição emocional em relação à matemática, a visão da matemática e a perceção de competência em matemática. A disposição emocional em relação à matemática está relacionada com o gosto que o aluno tem pela mesma, se gosta ou não de matemática. A visão da matemática é o que o aluno pensa sobre a matemática e como a define. A perceção de competência em matemática é a ideia que o aluno tem sobre o seu sucesso e o que consegue ou não fazer. Segundo Di Martino e Zan (2011), este modelo pode ajudar os professores "a gerir a complexidade dos problemas ligados à aprendizagem da matemática, oferecendo orientações para o planeamento de ações de ensino adaptadas às necessidades de cada aluno" (Di Martino & Zan, 2011, p. 24).

Na aprendizagem da matemática é importante considerar a interação entre os aspetos cognitivos e emocionais, para compreender o desempenho dos alunos. A relação dos alunos com a matemática nem sempre é positiva e pode mesmo agravar-se, ao longo dos vários anos de escolaridade, pela sua grande complexidade e abstração, por isso o professor deve rever as suas próprias atitudes com a matemática e até o seu modelo de ensino, de modo a encorajar os alunos a acreditarem no sucesso. O professor deve adaptar as suas práticas, adotando uma diversidade de estratégias que permitam aos alunos ultrapassar as dificuldades, assim como os seus medos, a falta de interesse, tornando a aprendizagem prazerosa. A relação com a matemática e as atitudes dos alunos podem melhorar por exemplo também através de tarefas que permitam discussões coletivas, o uso competente de materiais manipuláveis e a adoção de estratégias ativas de aprendizagem, visto que permitem construir melhores interações entre aluno-aluno e o(s) aluno(s)-professor(es) e entre o conhecimento que os alunos da matemática e da sua relação com a realidade (Can et al., 2017). Além disso, o trabalho colaborativo entre alunos e professores, facilita as interações, a socialização, a colaboração, a responsabilidade e a empatia (Can et al., 2017).

É possível concluir que o ambiente onde os alunos se encontram tem influência nas suas atitudes e no seu desempenho, assim como os diversos fatores afetivos, comportamentais e cognitivos.

5. Estudos empíricos

Neste ponto são apresentados alguns estudos empíricos que evidenciam similaridades com esta investigação, com foco nos trilhos matemáticos e nos números racionais no ensino básico, sendo apresentados, em primeiro lugar, estudos sobre trilhos matemáticos, de seguida alguns sobre trilhos matemáticos com o MathCityMap e, por fim, sobre os Números Racionais.

Fernandes (2019) desenvolveu um estudo de natureza qualitativa, com um *design de* estudo de caso, de modo a compreender como é que alunos do 1.º CEB o resolvem tarefas matemáticas em contextos não formais de aprendizagem. O estudo foi feito numa turma do 3.º ano de escolaridade. Concluiu-se que os alunos tiveram algumas dificuldades na compreensão de algumas tarefas, devido à idade que tinham, pela sua capacidade de interpretação estar pouco desenvolvida e aos enunciados das tarefas, que por vezes eram longos. Os alunos discutiam em grupo, exploravam o espaço, simulavam situações, para tentar decifrar a informação das tarefas. A liberdade de movimento e os recursos disponíveis contribuíram para compreenderem e darem sentido à informação. Os alunos aplicaram, sem dificuldades, os conhecimentos que aprenderam na sala de aula, no contexto não-formal. Também aplicaram diferentes estratégias para resolverem as tarefas, desde desenhos, esquemas, descobriram regras e padrões, dedução lógica, estimativas, cálculos, etc. A resolução das tarefas ao ar livre fez com que os alunos compreendessem melhor e reforçassem conceitos e procedimentos, o que conduziu à construção de conhecimentos com mais significado.

Soares (2019) desenvolveu um estudo que pretendia compreender o contributo de um contexto não-formal como um trilho matemático para a aprendizagem das isometrias no 6.º ano de escolaridade, tendo em conta o desempenho e as atitudes dos alunos. Esta investigação foi qualitativa de cariz interpretativo, tendo sido feito um estudo de caso. Os dados foram recolhidos através de observação, inquérito por questionário, entrevistas, documentos e registos audiovisuais. Concluiu-se que os alunos tiveram um bom desempenho na resolução das tarefas propostas, tendo demonstrado um bom domínio do conteúdo. Com a realização do trilho matemático, os alunos tiveram oportunidade de ter uma experiência diferente da rotina habitual, o que captou mais a sua atenção e motivação para resolverem as tarefas. O trabalho de grupo ajudou os alunos a trocarem ideias e a comunicar, ajudando-se uns aos outros quando sentiam alguma dificuldade ou ansiedade. Através do trilho, os alunos aperceberam-se das conexões que são possíveis fazer entre a matemática e o mundo que nos rodeia.

Fessakis et al. (2018) desenvolveram um estudo onde utilizaram uma metodologia de estudo de caso exploratório. Como técnicas de recolha de dados foram usados documentos, entrevistas e observação. Neste estudo, onde foi realizado um trilho matemático através de duas aplicações, Google Maps e Object Height, participaram 4 alunos do 6.º ano de escolaridade. Pretendia-se responder a três questões: (1) Os trilhos matemáticos, melhorados pelas tecnologias móveis, podem ajudar os alunos do 1º CEB no desenvolvimento de conceitos matemáticos, tais como o comprimento, a circunferência, a área e a sua medição?; (2) Podem os trilhos matemáticos, melhorados pelas tecnologias móveis, ser eficazes, atrativos e viáveis para alunos do 1º CEB?; (3) Podem os trilhos matemáticos, melhorados pelas tecnologias móveis, fomentar a colaboração entre os alunos?. Concluíram que a utilização de um mapa digital ajudou os alunos a praticarem a leitura do mapa e a utilizarem-no para navegarem no espaço. Consideraram que o trilho matemático e o uso do tablet podem contribuir para aprofundar o conhecimento de conceitos matemáticos, tendo melhorado o seu pensamento matemático e computacional, através da experiência. A realização do trilho matemático foi um sucesso, fez desenvolver atitudes positivas e uma aprendizagem mais agradável. Também contribuiu para superarem as suas dificuldades em conjunto, através do diálogo, promovendo uma interação de qualidade entre os alunos e o professor.

Barbosa e Vale (2021b) desenvolveram um estudo de caráter qualitativo e interpretativo, com 48 futuros professores do ensino básico, com o objetivo de compreender as perceções dos participantes sobre a utilização da aplicação MathCityMap, fora da sala de aula. Os dados foram recolhidos através de questionários e da observação participante, tendo sido realizado um trilho matemático pela cidade de Viana do Castelo com recurso ao MathCityMap. No questionário inicial, 91% dos alunos considerava possível ensinar e aprender matemática fora da sala de aula, contudo, 87% indicou que nunca teve a oportunidade de o fazer. Também 60% indicou não conhecer nenhuma tecnologia digital a utilizar na aprendizagem da matemática fora da sala de aula. Quando aplicado o questionário final, foi possível concluir que todos os futuros professores reconheceram a importância deste contexto não-formal, como complemento ao trabalho desenvolvido na sala de aula. Todos ficaram agradados com a possibilidade de ensinar e aprender matemática fora da sala de aula, tendo mudado de opinião após a experiência, indicando que é uma forma de tornar a aprendizagem ativa e significativa, permitindo o envolvimento intelectual, físico e social; o aumento da motivação, do interesse e da curiosidade; estabelece ligações com a cultura e o património natural; facilita o trabalho colaborativo, a comunicação e o pensamento crítico. Também indicaram que a aplicação era de fácil utilização, muito intuitiva e promotora de autonomia. Através deste estudo concluiu-se que os trilhos matemáticos podem desencadear atitudes positivas em relação à matemática e facilitar o estabelecimento de conexões com o meio envolvente.

Cahyono e Ludwig (2018) conduziram um estudo sobre a resolução de tarefas que faziam parte de um trilho matemático, com utilização do MathCityMap. Realizou-se na Indonésia e envolveu 520 alunos e 9 professores, em zonas urbanas e rurais com diferentes níveis de ensino. O objetivo era explorar o potencial desta tecnologia para apoiar o ensino e o processo de aprendizagem da matemática fora da sala de aula. Concluiu-se que não existiram dificuldades na utilização da aplicação. Os professores indicaram que a tecnologia os ajudou a tornar o ensino e a aprendizagem mais fáceis, sentindo-se cada vez mais confiantes, à medida que iam utilizando a aplicação. Os alunos ficaram mais motivados pelo facto de a atividade ter sido realizada ao ar livre, onde consideraram ser mais divertido aprender. Com os dispositivos móveis, os alunos ficaram mais envolvidos e aprenderam como podiam aplicar a matemática no mundo real.

O trabalho de investigação de Francisco (2021) tinha como objetivo compreender como alunos do 6.º ano de escolaridade resolviam tarefas sobre isometrias, fora da sala de aula, tendo em atenção o seu desempenho e as suas atitudes, usando o MathCityMap. Com este estudo, concluiu-se que os alunos tiveram, em geral, um bom desempenho e gostaram de realizar o trilho matemático, tendo vontade de o repetir. A resolução de tarefas através de um trilho matemático ajudou a captar a atenção dos alunos e a motivá-los, fazendo com que tivessem uma experiência diferente das que estavam habituados a ter na sala de aula. Além disso, verificou-se que o trabalho em grupo fez com que os alunos trocassem ideias entre si e colaborassem uns com os outros na resolução das tarefas. Este estudo também contribuiu para que os alunos estabelecessem conexões entre a matemática e o dia a dia. Uma das dificuldades sentidas foi compreender os enunciados para resolverem as tarefas. Também não tinham presentes alguns conceitos importantes que tinham de aplicar em algumas tarefas. Apesar de o uso da tecnologia ter sido um fator que contribuiu para motivar e despertar o interesse dos alunos, por vezes existiram problemas na sua utilização, como na sequência das tarefas, no aparecimento dos enunciados e nas respostas que podiam ser dadas.

Barreto (2019) desenvolveu um estudo onde pretendia compreender de que forma uma *Gallery Walk* contribuía para o conhecimento da Resolução de Problemas de Números Racionais, identificando as principais estratégias de resolução e as dificuldades manifestadas. Nesta investigação foi utilizada uma metodologia qualitativa de carácter exploratório e interpretativo e as técnicas utilizadas para a recolha de dados foram a observação, inquérito por questionário, entrevistas, documentos e registos audiovisuais. Concluiu-se que os alunos mostraram um bom desempenho ao longo de todas as tarefas, tendo utilizado estratégias analíticas (cálculos) e visuais (Modelo da Barra, desenhos), sentindo-se mais à vontade com as primeiras não recorrendo tanto às segundas. Através deste estudo, foi possível afirmar que é muito importante motivar e ajudar os alunos a construir conhecimentos através de diferentes formas de resolver as tarefas, dando-lhes contacto com diferentes estratégias, de modo a ultrapassarem as suas dificuldades e a serem mais criativos. Verificou-se que os alunos sentiram dificuldades em interpretar os enunciados das tarefas. Apesar de sentirem outras dificuldades, essas foram colmatadas através do trabalho de grupo e da troca de ideias.

Sá (2020) efetuou um estudo em que pretendia identificar e compreender os conhecimentos que os alunos do 6.º ano de escolaridade revelavam sobre os Números Racionais não negativos, nas diferentes representações, e como as usavam na resolução de problemas, tendo em conta as suas dificuldades e principais estratégias. Na investigação foi utilizada a metodologia qualitativa, com uma abordagem interpretativa e exploratória, e, como técnicas de recolha de dados foram usados a observação, a entrevista/conversa, o questionário, os registos audiovisuais e os documentos. Concluiu-se que os alunos tiveram uma boa compreensão do conceito de Número Racional, ao demonstrarem uma grande flexibilidade na conversão entre as diferentes representações, estabelecendo relações entre elas e utilizando a que consideravam mais adequada ao problema ou a que tinham facilidade em trabalhar. Os alunos entenderam que um mesmo número podia ser representado de diferentes formas, mas sentiram algumas dificuldades, como, por exemplo, quando tinham de fazer a equivalência de frações, na interpretação do significado razão, na conversão da representação visual para a de numeral misto, e desta para numeral decimal e percentagem. Quanto a estratégias, apesar de não terem o hábito de as utilizar, a maioria da turma utilizou estratégias visuais e, por vezes, combinaram com estratégias analíticas e verbais.

Esteves (2018) desenvolveu um estudo em que pretendia compreender como os alunos resolviam problemas que envolviam a multiplicação e a divisão de Números Racionais, tendo em conta as estratégias utilizadas e as principais dificuldades. O estudo foi realizado com base numa metodologia de investigação de natureza qualitativa de carácter exploratório e como técnicas de recolha de dados privilegiou-se a observação, as entrevistas, os registos audiovisuais e os documentos. Verificou-se que os alunos utilizaram muitas vezes processos analíticos para resolver as tarefas, mas completavam a resolução com um desenho, mostrando flexibilidade de pensamento ao apresentar mais do que um tipo de estratégia. Os alunos mostraram que tinham os conhecimentos básicos sobre multiplicação e divisão de Números Racionais, principalmente na forma de fração. Uma das principais dificuldades que os alunos tiveram foi na identificação da operação que precisavam de aplicar na resolução da tarefa. Alguns alunos também optaram por utilizar a adição consecutiva da mesma fração em vez de multiplicar, revelando dificuldades em relacionar o seu conhecimento sobre frações com o sentido de operação. Também tiveram dificuldades em entender o significado em que a fração aparecia no contexto das tarefas.

Neste capítulo apresenta-se o plano metodológico que foi adotado ao longo do estudo, bem como uma fundamentação para as opções utilizadas. Também é feita uma descrição do contexto, dos participantes e dos procedimentos, assim como das técnicas de recolha de dados que foram usadas no estudo. Conclui-se com a operacionalização da análise dos dados, sendo indicadas as categorias formuladas.

1. Opções metodológicas

Uma investigação começa quando é identificado um problema que orienta o estudo e pode ser investigado, pretendendo-se que seja resolvido, compreendido e explicado através de um quadro teórico sustentado. Para que a investigação possa acontecer, é necessário decidir o local onde se vai realizar, os participantes do estudo, o tempo que se pensa gastar nas atividades, os dados que devem ser incluídos e como deve ser feita a sua análise. Assim, é importante decidir a metodologia a utilizar, de acordo com os objetivos do estudo, a natureza da situação ou o fenómeno a investigar e as questões a que se pretende responder, o grau de controlo, o contexto e a perspetiva epistomológica subjacente (Coutinho, 2014).

Deste modo, para dar resposta ao problema formulado, deve-se identificar o paradigma, a metodologia e o método, pois são estas as opções metodológicas que sustentam a investigação. Na figura 11 apresenta-se a sequência das opções metodológicas feitas neste estudo.

Figura 11: Sequência das opções metodológicas adotadas

Segundo Coutinho (2014), podemos definir paradigma como "um conjunto articulado de postulados, de valores conhecidos, de teorias comuns e de regras que são aceites por todos os elementos de uma comunidade científica num dado momento histórico" (p. 9). Bogdan e Biklen (1994) definem paradigma como um "conjunto aberto de asserções, conceitos ou proposições logicamente relacionados e que orientam o pensamento e a investigação" (p. 52), visto que todal a investigação se rege por uma orientação teórica, que permite recolher e analisar os dados, dando-lhes coerência. Ou seja, um paradigma "guia a pesquisa, determinando as várias opções que o investigador terá de tomar no caminho que o conduzirá rumo às respostas ao problema/questão a investigar" (Coutinho, 2014, p. 24). Destacam-se três grandes paradigmas na investigação em Ciências Sociais e Humanas: o positivista ou quantitativo, o interpretativo ou qualitativo e o sociocrítico ou hermenêutico.

Neste estudo optou-se pelo paradigma interpretativo ou qualitativo, mais recentemente chamado de construtivista. Segundo Guba (1990, citado por Coutinho, 2014), o paradigma construtivista apresenta uma posição relativista, por considerar múltiplas realidades que são construídas mentalmente e experiencialmente localizadas e apoia-se numa epistemologia subjetivista, valorizando o papel do investigador. Tem como base a compreensão, o significado e a ação, noções contrárias ao paradigma positivista. Por estes mesmos motivos, optou-se pelo paradigma construtivista, uma vez que os seus padrões correspondem às necessidades da presente investigação.

Definido o paradigma, é possível chegar à metodologia que "analisa e descreve os métodos, distancia-se da prática para poder tecer considerações teóricas em torno do seu potencial na produção do conhecimento científico" (Coutinho, 2014, p. 25). Existem três derivações metodológicas dos paradigmas: a perspetiva quantitativa, a qualitativa e a orientada para a prática (Coutinho, 2014). Neste estudo, a perspetiva utilizada foi a qualitativa por ter o objetivo de estudar as intenções e as situações, para investigar ideias, descobrir significados nas ações individuais e nas interações sociais, a partir da perspetiva dos intervenientes no processo. Baseia-se no método indutivo, pois, como refere Pacheco (1993, citado por Coutinho, 2014), "o investigador pretende desvendar a intenção, o propósito da ação, estudando-a na sua própria posição significativa, isto é o significado tem um valor enquanto inserido nesse contexto" (p. 28). O objetivo dos investigadores qualitativos é

> compreender o comportamento e experiência humana. Tentam compreender o processo mediante o qual as pessoas constroem significados e descrever em que consistem estes mesmos significados. Recorrem à observação empírica por considerarem que é em função de instâncias concretas do comportamento humano que se pode refletir com maior

clareza e profundidade sobre a condição humana (Bogdan & Biklen, 1994, p. 70).

Esta metodologia apresenta várias características distintivas, nomeadamente: é aplicada em ambiente natural, sendo os dados recolhidos no local onde os participantes vivem, de modo a estarem à vontade; o investigador pode ser uma fonte de recolha de dados, porque está em contacto direto com o que se pretende estudar e pode utilizar ou até produzir documentos, observações ou entrevistas, sendo considerado um instrumento fundamental; pode ter múltiplas técnicas de recolha de dados, sendo os dados, posteriormente, analisados e organizados em categorias, o que torna a investigação qualitativa descritiva; a análise dos dados é feita de forma indutiva, pelo que o investigador pode criar os seus próprios padrões e categorias e organizar os dados; o seu maior foco é o significado que os participantes dão ao problema ou às questões; é emergente, ou seja, o plano inicial pode sofrer alterações; requer uma interpretação por parte dos investigadores sobre o que ouvem e entendem; o desenvolvimento do estudo faz com que o investigador desenvolva um relato holístico sobre o problema e/ou as questões do que está a ser estudado, com outras perspetivas e fatores envolvidos (Bogdan & Biklen, 1994; Creswell, 2010; Patton, 2002; Vale, 2004). Além destas características, a investigação qualitativa interessa-se mais pelo processo do que pelos resultados ou produtos (Bogdan & Biklen, 1994; Creswell, 2010; Patton, 2002; Vale, 2004).

Para Morse (1994, citado por Vale, 2004), a investigação qualitativa apresenta seis estádios: (1) *Estádio de reflexão* (é o espaço de tempo que o investigador leva até ser definido o problema a estudar); (2) *Estádio de planeamento* (refere-se à seleção do local e da estratégia de investigação, à preparação do investigador, à criação e refinamento das questões de investigação); (3) *Estádio de entrada* (é a primeira vez que o investigador faz recolha de dados); (4) *Estádio de produção e recolha de dados* (além de recolher dados, analisa-os); (5) *Estádio de afastamento* (é o tempo que o investigador dedica à reflexão do trabalho efetuado); (6) *Estádio de escrita* (na interpretação dos dados, o investigador recorre a autores de referência para os ilustrar) (pp. 176-177). Ou seja, para se realizar uma investigação qualitativa, é necessário efetuar vários passos bem definidos. Estes ajudam a guiar a investigação, que tem foco no problema e nas questões orientadoras que foram traçadas, às quais se pretende responder, através da recolha e análise dos dados.

Após a identificação da metodologia, falta escolher o método que se vai usar. Este trabalho de investigação foi desenvolvido através do recurso ao design de estudo de caso. Consiste, segundo Merriam (1988, citado por Bogdan & Biklen, 1994) na "observação detalhada de um contexto, ou indivíduo, de uma única fonte de documentos ou de um acontecimento específico" (p. 89). Creswell (2010) indica que um estudo de caso é "uma estratégia de investigação em que o pesquisador explora profundamente um programa, um evento, uma atividade, um processo ou um ou mais indivíduos" (p. 38). Para Yin (2015), o estudo de caso "permite que os investigadores foquem um caso e retenham uma perspetiva holística do mundo real" (p. 4). Segundo Stake (2016), o objetivo do estudo de caso é

> a particularização, não a generalização. Pegamos num caso particular e ficamos a conhecê-lo bem, numa primeira fase não por aquilo em que difere dos outros, mas pelo que é, pelo que faz. A ênfase é colocada na singularidade e isso implica o conhecimento de outros casos diferentes, mas a primeira ênfase é posta na compreensão do próprio caso (p. 24).

No fundo, o estudo de caso é um projeto que tem uma sequência lógica, que liga os dados empíricos às questões iniciais do estudo e, posteriormente, às suas conclusões. Este método ajusta-se a estudos que tenham como questões "como?" ou "por que?", o investigador não tem praticamente controlo dos comportamentos e foca-se num fenómeno (Yin, 2015). Pode ter diferentes aplicações, como explicar, descrever, ilustrar e explorar. Quando se fala em estudo de caso significa que se quer compreender esse caso específico. O estudo começa quando o investigador procurar um local ou pessoas que podem ser o objeto de estudo ou fonte de dados e, a partir daí, deve avaliar o que lhe interessa para alcançar os seus objetivos. Para isto, é necessário recolher dados, que devem ser revistos e explorados, e, ao mesmo tempo, devem ser tomadas decisões sobre os objetivos do estudo. Uma particularidade do estudo de caso é a capacidade de lidar com uma grande variedade de evidências, como documentos, entrevistas, observações, etc. Feita uma organização, o investigador deve decidir o que deve ser aprofundado, passando de uma fase de exploração alargada para uma área mais restrita de análise de dados, através de um processo chamado de triangulação. O plano inicial pode ser alterado e outras ideias podem ser desenvolvidas.

No presente trabalho de investigação, o estudo de caso foi desenvolvido numa turma de 6.º ano de escolaridade, sendo a turma um grupo em que os alunos interagem, se identificam uns com os outros e partilham características entre si. Optou-se por realizar um estudo de caso para se analisar, de forma mais particular e detalhada, como a turma aplicava os seus conhecimentos sobre os Números Racionais e reagia a tarefas apresentadas num trilho matemático, com base em tecnologia móvel.

2. Contexto, participantes e procedimentos

A investigação decorreu no ano letivo 2021/2022, durante a intervenção em contexto educativo no 2.º CEB, numa turma do 6.º ano de escolaridade, constituída por dezanove alunos, sete raparigas e doze rapazes, com idades compreendidas entre os 11 e os 12 anos, tendo por base uma unidade temática sobre Números Racionais.

Como se referiu no ponto anterior, este trabalho de investigação consistiu num estudo de caso. Inicialmente tinha-se pensado analisar dois grupos-caso que apresentassem características diferentes, no entanto devido a imprevistos técnicos e organizacionais, impeditivos de focar a atenção nos dois grupos planeados, foi necessário alargar o foco para a turma, que passou a ser o caso a estudar. Esta turma era composta por alunos com diferentes níveis de desempenho e ritmos de aprendizagem. Na sua generalidade, estes alunos apresentavam uma boa relação com a matemática, tendo, a maior parte, bons resultados nas avaliações e uma boa participação durante as aulas. Na realização deste estudo, todos os alunos realizaram o trilho matemático, preencheram os questionários e foram entrevistados. No capítulo V, *Apresentação e discussão dos resultados,* encontram-se as evidências recolhidas a partir dos vários instrumentos de recolha de dados utilizados. De forma a cumprir a dinâmica do trilho e a garantir uma melhor organização, visto que o caso a estudar era a turma, os alunos foram divididos em cinco grupos.

Quando a intervenção foi iniciada, antes de se realizar qualquer atividade prevista no estudo, foi distribuído pelos alunos um pedido de autorização direcionado aos Encarregados de Educação (Anexo 1). Neste pedido, foi contextualizado o estudo e o seu desenvolvimento. Pretendia-se obter o consentimento informado dos encarregados de educação para que os alunos pudessem participar no estudo. Da mesma forma, os alunos foram também informados sobre o estudo, tendo sido garantido a sua privacidade e confidencialidade dos dados. No quadro 5 encontram-se descritas todas as fases do estudo, desde a sua preparação, o estudo em ação e a redação do relatório.

Organização no tempo	Fases do estudo	Procedimentos
Fevereiro a abril de 2022	Preparação do estudo	- Observação em contexto educativo - Planificação da unidade didática sobre Números Racionais - Definição do problema e das questões orientadoras do estudo - Pedido de autorização aos Encarregados de Educação - Recolha bibliográfica - Preparação do questionário inicial - Preparação do trilho matemático (formação dos grupos, construção das tarefas e dos guiões de observação e de resolução das tarefas)
Abril a maio de 2022	Estudo em ação	- Recolha bibliográfica - Aplicação do questionário inicial - Intervenção didática - Realização do trilho matemático - Preparação e aplicação do questionário final - Preparação das entrevistas - Entrevistas aos grupos
Junho a novembro de 2022	Redação do relatório	- Análise dos dados - Recolha bibliográfica - Redação do Relatório da PES

Quadro 5: Calendarização das etapas que constituíram o estudo

A primeira fase, preparação do estudo, aconteceu entre os meses de fevereiro e abril de 2022. Para além de se realizar o período de observação da turma, que ajudou a compreender a dinâmica das aulas, assim como os comportamentos dos alunos e as suas rotinas, também foram planificadas as aulas de matemática. Ao mesmo tempo, foram definidos o problema e as questões orientadoras do estudo e foi entregue o pedido de autorização aos encarregados de educação para que os alunos participassem no estudo. Nestes meses, foi também preparado o questionário inicial (Anexo 2) sobre aspetos como: a relação dos alunos com a matemática, a sua aplicabilidade, impressões sobre organização do trabalho de grupo, conceções sobre o tema dos Números Racionais e também o uso de tecnologias. Seguiu-se a organização do trilho matemático, assim como tudo o que estava envolvido, desde a formulação das tarefas, a preparação dos guiões de resolução (Anexo 3), a formação dos grupos, recolha e preparação dos materiais necessários.

A segunda fase, estudo em ação, decorreu entre o final de abril e o início de maio. Durante esta fase foi aplicado o questionário inicial, seguindo-se a intervenção didática. Seguiu-se a implementação do trilho matemático, realizado no espaço interior e exterior da escola ao longo de duas aulas. Foi preparado e aplicado o questionário final (Anexo 4) que incidia sobre alguns aspetos já abordados no questionário inicial e outros, como as impressões sobre o trilho matemático e a aplicação MCM. As entrevistas aos grupos foram também preparadas e realizadas durante esta fase.

A terceira fase, redação do relatório, deu-se entre o final do mês de junho e novembro, tendo sido escritas as várias partes que constituem este documento, recorrendo a documentos de referência que implicaram leituras em diferentes momentos e fez-se a análise dos dados que foram recolhidos no contexto.

3. Recolha de dados

A fase de recolha de dados é muito importante para obter evidências essenciais para levar a cabo o estudo. Tem como objetivo "recolher os dados sobre os eventos e os comportamentos humanos verdadeiros ou apreender as diferentes perspetivas dos participantes" (Yin, 2015, p. 106). Quando se fala em dados, trata-se do "material em bruto que os investigadores recolhem do mundo que se encontram a estudar; são os elementos que formam a base da análise" (Bogdan & Biklen, 1994 , p. 149). Para o fazer, o investigador deve utilizar métodos e técnicas, como a observação, as entrevistas e os documentos, instrumentos privilegiados na investigação qualitativa.

Na investigação qualitativa, os dados obtêm-se a partir de ações que acontecem num determinado contexto e que têm intenções e significados, sendo posteriormente analisadas, tanto pelos participantes como pelo investigador. Através dos dados é possível pensar e aprofundar o tema que se quer estudar. Segundo Vale (2004), os dados qualitativos: (1) focam-se em ocorrências naturais, acontecimentos normais em ambientes naturais, existindo assim uma forte ligação com a "vida real"; (2) têm uma riqueza "holística", com forte potencial para revelar complexidade; e (3) permitem estudar qualquer processo, pois são dados específicos recolhidos durante um determinado tempo.

Quando os dados que são recolhidos provêm de uma investigação qualitativa, significa que são "ricos em pormenores descritivos relativamente a pessoas, locais e conversas, e de complexo tratamento estatístico" (Bogdan & Biklen, 1994, p. 16). Para além disso, é desejável recorrer ao maior número de fontes possíveis que se complementem, o que contribui para a credibilidade e a fidedignidade do estudo e ajuda a compreender, ao máximo, o fenómeno em análise (e.g., Fernandes, 2019; Yin, 2015).

Yin (2015) considera que só é possível fazer uma boa recolha de dados se o investigador seguir quatro princípios: (1) usar múltiplas fontes de evidência (permite obter uma variação de aspetos históricos e comportamentais e leva ao desenvolvimento de linhas convergentes de investigação); (2) criar uma base de dados do estudo de caso (refere-se à maneira de organizar e documentar os dados que foram recolhidos); (3) manter o encadeamento de evidências (desde a formulação das questões do estudo, à construção do protocolo do estudo de caso, recolha e análise dos dados e escrita do relatório do estudo de caso); e (4) ter cuidado no uso de dados de fontes eletrónicas (pp. 123-134).

Como técnicas de recolha de dados privilegiou-se a observação, o inquérito por questionário e por entrevista, documentos e registos audiovisuais. Nos tópicos seguintes, é feita uma caracterização de cada uma, tendo em conta a literatura, e é explicado o contexto da sua utilização.

3.1. Observação

Creswell (2010) define observação qualitativa como "aquela em que o investigador faz anotações de campo sobre o comportamento e as atividades dos indivíduos no local de pesquisa" (p. 214). Para Vale (2004), as observações são a melhor técnica de recolha de dados visto que permitem comparar aquilo que cada indivíduo diz, ou que não diz, com aquilo que faz através da observação. Segundo Lincoln e Guba (1985, citados por Vale, 2004), as observações "maximizam a habilidade do investigador para agarrar motivos, crenças, preocupações, interesses, comportamentos inconscientes, costumes, etc., além de permitirem capturar o fenómeno nos seus próprios termos e agarrar a sua cultura no ambiente natural" (p. 181). No entanto, não se consegue registar tudo, por isso devem ser focados os aspetos que são considerados necessários para a obtenção de uma resposta.

Durante uma observação, o investigador pode assumir diferentes papéis, dependendo das finalidades do estudo ou mesmo da sua relação com o contexto. Pode adotar uma posição passiva, mantendo-se fora do que está a acontecer, ou uma posição interativa, tendo um papel de intervenção ativo, assumindo, assim, uma observação participante, o tipo utilizado neste trabalho de investigação (Vale, 2004). Neste tipo de observação, o investigador não é meramente um observador e faz parte da situação que está a ser observada de forma intencional, influenciando os acontecimentos a serem observados. Tem como objetivo "compreender, por envolvimento, os papéis daqueles que estuda" (Vale, 2004, p. 182). Com este tipo de observação,

> estabelecem-se entre o investigador e os participantes conversas casuais ou entrevistas informais, permitindo criar, pelo investigador, situações que forneçam dados complementares em relação aos que resultam de observação naturalista, assim como uma grande dose de confiança que estimule aquelas conversas (Vale, 2004, p. 182).

Como o investigador é, neste tipo de observação, em simultâneo, interveniente e observador, pode não conseguir ter tempo nem condições para registar de forma eficaz, as situações a observar e ter dificuldades em estar no lugar certo, o que reforça a importância de recorrer a outras fontes de evidência como complemento.

Para se realizarem boas observações, poder-se-á utilizar um guião, uma lista ou um plano de verificação com alguns pontos que indiquem o que será mais importante observar. No início da intervenção no contexto do 2.º CEB, a estagiária teve a oportunidade de observar, durante quatro semanas, a turma e as dinâmicas dos professores. Nas semanas seguintes, foi necessário assumir o duplo papel de professora e investigadora, o que nem sempre foi fácil. Para minimizar os constrangimentos, foi criado um guião de observação (Anexo 5) para anotar informações sobre os seguintes pontos "Estratégias Utilizadas", "Dificuldades Sentidas", "Trabalho de Grupo" e "Interações", aspetos específicos que se queriam observar. Este guião foi especialmente útil na realização do trilho matemático, para registar e sistematizar algumas situações que foram emergindo do trabalho dos vários grupos.

3.2. Inquérito por questionário

Sendo um dos métodos mais utilizado na investigação, o questionário tem objetivos similares às entrevistas, no entanto, as questões são apresentadas em formato impresso e são respondidas sem a intervenção do investigador. Como indica Coutinho (2014), esta técnica é utilizada quando queremos inquirir um grande número de pessoas, no sentido de caracterizar os traços identificadores de grandes grupos de sujeitos ou formular múltiplas questões a um determinado número de pessoas. Ou seja, através deste instrumento é possível recolher um grande número dados, com informações diretas, tanto a nível de factos como de atitudes. Segundo a mesma autora, o questionário exige um nível mínimo de literacia de leitura que tem de ser equacionada, tendo em conta a população alvo a quem se destina, a natureza do conteúdo que versa, o tempo de resposta que exige, entre outros aspetos.

No trabalho de investigação foram elaborados dois questionários para serem preenchidos pelos alunos em diferentes momentos. O questionário inicial (Anexo 2) foi aplicado antes da realização do trilho matemático e continha diversas questões sobre a relação dos alunos com a matemática, a perceção da sua aplicabilidade, opiniões sobre o trabalho de grupo, conceções sobre os Números Racionais e o uso de tecnologias. Pretendia assim aceder a uma caracterização inicial da turma, bem como a algumas ideias prévias sobre aspetos fundamentais relacionados com o problema em estudo. O questionário final (Anexo 4) foi aplicado após a realização do trilho matemático. Apesar de todos os alunos terem preenchido o primeiro questionário, o segundo foi apenas preenchido por aqueles que participaram no trilho matemático, visto que alguns alunos faltaram no dia da sua realização. Neste questionário foram incluídas questões similares às do primeiro questionário, nomeadamente sobre a relação com a matemática, a sua aplicabilidade, o uso da tecnologia para aprender matemática, a aplicação dos Números Racionais no dia a dia, o trabalho de grupo, mas também questões sobre a experiência no trilho matemático e a utilização da aplicação MCM e da Sala de Aula Digital.

3.3. Inquérito por entrevista

Na perspetiva de Bogdan e Biklen (1994), uma entrevista é "uma conversa intencional, geralmente entre duas pessoas, embora por vezes possa envolver mais pessoas, dirigida por uma das pessoas, com o objetivo de obter informações sobre a outra" (p. 134). Uma entrevista tem o objetivo de "obter certo tipo de informações que não se podem observar diretamente, como sejam sentimentos, pensamentos, intenções e factos passados" (Vale, 2004, p. 179). Também procura saber o que o entrevistado pensa sobre um determinado assunto, sendo um dos métodos mais eficazes para recolher informação por "clarificar e ajudar a interpretar o sentido das opiniões dos entrevistados, bem como as suas atitudes e conceções" (Vale, 2004, p. 180). Assim, uma entrevista é "utilizada para recolher dados descritivos na linguagem do próprio sujeito, permitindo ao investigador desenvolver intuitivamente uma ideia sobre a maneira como os sujeitos interpretam aspetos do mundo" (Bogdan & Biklen, 1994, p. 134), e, deste modo, obter informações específicas. O investigador deve pedir ao entrevistado para ser específico, dando exemplos, e ter cuidado na formulação das questões, de modo a evitar respostas de "sim" ou "não", procurando antes que sejam detalhadas.

As entrevistas podem ser de três tipos: estruturadas, semiestruturadas e não estruturadas (Bogdan & Biklen, 1994; Vale, 2004). As estruturadas são conduzidas através de um guião, ajustado ao contexto, constituído por questões que podem ser abertas (permitindo ao participante ser expansivo) ou fechadas (o participante só dá um certo tipo de resposta) (Vale, 2004). Nas entrevistas não estruturadas "o investigador encoraja o sujeito a falar sobre uma área de interesse e, em seguida, explora-a mais aprofundadamente, retomando os tópicos e os temas que o respondente iniciou" (Bogdan & Biklen, 1994, p. 135). As semiestruturadas são a junção dos outros dois tipos de entrevista, nas quais o investigador pensa previamente sobre os temas da entrevista, podendo acrescentar questões ao longo da mesma (Bogdan & Biklen, 1994). Neste tipo de entrevista, é possível comparar os dados entre os vários sujeitos, não se podendo compreender como estes estruturavam o tópico em questão (Bogdan & Biklen, 1994).

Neste estudo, foram realizadas entrevistas semiestruturadas. Após a implementação do trilho matemático, a cada grupo que participou, tendo sido formulado um guião (Anexo 6) para cada grupo, com questões gerais e específicas, de acordo com o que foi analisado nos guiões de resolução das tarefas que constituíram o trilho, as respostas submetidas na aplicação MathCityMap e o que foi observado pela investigadora. Para além de terem sido colocadas questões sobre a experiência no trilho matemático e a aplicação, esta técnica foi usada para conseguir compreender mais detalhadamente o raciocínio dos alunos e perceber algumas das suas atitudes e dificuldades. Cada grupo teve a oportunidade de consultar, através de um computador, as tarefas do trilho matemático, assim como o seu guião de resolução, para melhor acompanhar e recordar o que fizeram e, assim, explicar como pensaram. As entrevistas foram gravadas em áudio para ser possível transcrever mais facilmente o que os alunos disseram e, posteriormente, analisar essas evidências com mais cuidado.

3.4. Documentos

Os documentos constituem registos escritos e simbólicos, assim como todos os materiais e dados disponíveis, como "relatórios, trabalhados de arte, fotografias, memos, registos, transcrições, jornais, brochuras, agendas, notas, gravações em vídeo ou áudio, notas dos alunos, discursos, etc." (Vale, 2004, p. 182). Tanto os documentos como os artefactos fornecem dados para o estudo, uma vez que "são manifestações materiais de convicções e de comportamentos" (Vale, 2004, p. 183). Numa investigação qualitativa, o uso mais importante dos documentos é para corroborar e reforçar as evidências emergentes de outras fontes (Yin, 2015). Nesta investigação, foram utilizados vários documentos como as notas de campo (guião de observação), as produções escritas dos alunos, como os guiões de resolução das tarefas, e os documentos fornecidos pelo POC.

As notas de campo foram utilizadas ao longo do estudo e são "o relato escrito daquilo que o investigador ouve, vê, experiencia e pensa no decurso da recolha e refletindo sobre os dados de um estudo qualitativo" (Bogdan & Biklen, 1994, p. 150). Numa observação participante, as notas de campo devem ser detalhadas, precisas e extensivas. Através de um guião de observação foi possível registar notas resultantes das observações realizadas durante o trilho matemático. Além disso, as produções escritas dos alunos também foram recolhidas, através de um guião de resolução das tarefas que constituíram o trilho matemático e que foi distribuído por cada grupo. A investigadora também analisou alguns documentos fornecidos pelo POC que continham informações sobre a turma.

3.5. Registos audiovisuais

Dentro dos registos audiovisuais inserem-se, por exemplo, as fotografias e as gravações áudio e vídeo. As fotografias fornecem dados descritivos e ajudam a compreender o que é subjetivo, sendo analisadas de forma indutiva (Bogdan & Biklen, 1994). Na investigação qualitativa, esta técnica pode assumir duas categorias: as fotografias que foram produzidas por outras pessoas e as que o investigador produziu. Para utilizar uma fotografia que foi produzida por outro, é necessário colocá-la no seu contexto próprio e compreender o que ela é capaz de dizer antes de extrairmos informação e compreensão. As fotografias podem simplificar o recolher da informação factual e ser utilizadas como um "meio de lembrar e estudar detalhes que poderiam ser descurados se uma imagem fotográfica não estivesse disponível para os refletir" (Bogdan & Biklen, 1994, p. 189). Quando é o investigador a produzir a fotografia pode sofrer uma análise intensa posterior, na procura de pistas relacionadas com as atividades relacionadas. Como indicam Bogdan e Biklen (1994), as fotografias "não são respostas, mas ferramentas para chegar às respostas" (p. 191).

As gravações permitem obter informações mais precisas, por exemplo, por comparação com as notas. Este método permite o registo fiel dos dados, contudo o seu carácter intrusivo, pode inibir os participantes. O investigador deve utilizar estratégias para que o seu uso seja natural e haja uma relação próxima com os participantes, de modo a fortalecer a confiança entre eles (Barbosa, 2009).

Neste trabalho de investigação, os participantes foram fotografados quando realizaram o trilho matemático, aquando da resolução das diferentes tarefas. O objetivo foi registar estes momentos, onde os participantes utilizaram alguns materiais ou estratégias e comunicaram em grupo, para ilustrar algumas ideias. Devido à necessidade de realizar uma observação participante, que implicou o registo de notas e o acompanhamento do percurso dos participantes, quer presencialmente quer pela sala de aula digital, assim como responder às suas dúvidas, não foi possível registar tantas fotografias como o desejado. Para além das fotografias procedeu-se à gravação áudio das entrevistas.

4. Análise de dados

Após a recolha dos dados, para avançar com a investigação e obter respostas ao problema formulado, é necessário analisar os dados. Por análise de dados entende-se

> o processo de busca e de organização sistemático de transcrições de entrevistas, de notas de campo e de outros materiais que foram sendo acumulados, com o objetivo de aumentar a sua própria compreensão desses mesmos materiais e de lhe permitir apresentar aos outros aquilo que encontrou (Bogdan & Biklen, 1994, p. 205).

Esta parte envolve "o trabalho com os dados, a sua organização, divisão em unidades manipuláveis, síntese, procura de padrões, descoberta dos aspetos importantes e do que deve ser aprendido e a decisão sobre o que vai ser transmitido aos outros" (Bogdan & Biklen, 1994, p. 205). Este processo pretende dar significado às primeiras impressões, assim como às compilações finais e é efetuado por fases, de modo a dar sentido aos dados e interpretá-los. Numa investigação qualitativa, os dados devem ser organizados através de um sistema de codificação que, como refere Coutinho (2014), deve apresentar duas características básicas: (a) captar a informação relevante dos dados a codificar; e (b) recolher informação útil para descrever e compreender o fenómeno que se estuda. Este sistema envolve vários passos, implicando percorrer os dados na procura de regularidades e padrões e, em seguida, escrever palavras e frases que representam esses mesmos padrões. Estas palavras e frases são consideradas categorias de codificação (Bogdan & Biklen, 1994; Creswell, 2010) que ajudam a classificar os dados descritivos que foram recolhidos.

Wolcott (1994, citado por Vale, 2004) identifica três grandes componentes da análise de dados: *descrição, análise e interpretação*. No processo de *descrição* pretende-se manter o mais perto possível os dados originais registados, como se se tratasse dos dados descritivos como factos. A *análise* é a forma como se organizam os dados e como estes são relatados após o processo anterior. Esta componente é realizada de forma cuidadosa e sistemática para se identificarem fatores chave e relações entre eles. A última componente, a *interpretação*, dirige-se a questões processuais de significados e contextos, como “Qual é o significado de tudo isto?” ou “O que se vai fazer com isto tudo?”.

Visto que esta investigação é qualitativa, para a análise dos dados é seguido o modelo de análise proposto por Miles e Huberman (1994, citados por Vale, 2004), que é constituído por três etapas: a *redução dos dados;* a *apresentação dos dados;* e as *conclusões* e *verificação.* A *redução dos dados* é o processo de selecionar, focar, simplificar, abstrair, transformar e organizar os dados para que se possam tirar conclusões das notas escritas, transcrições ou documentos, por exemplo. Tendo a investigação sido definida antes dos dados terem sido recolhidos, esta redução já estava a acontecer, uma vez que já se sabia qual era o tipo de investigação que ia ser feita, o caso que ia ser estudado, as questões orientadoras e as técnicas de recolha de dados. Esta etapa envolve a seleção de informação sob a forma de parágrafos, frases, números ou outros. A *apresentação dos dados* é a reunião da informação organizada e condensada que permite tirar conclusões e atuar. As matrizes, os gráficos e as tabelas são formas de organização dos dados, que os tornam acessíveis para o investigador ver e tirar conclusões. As *conclusões e verificação* começam logo desde o início, na recolha de dados, onde o investigador identifica regularidades, padrões, explicações, possíveis configurações, fluxos causais e proposições. No início são imperfeitas e vagas, mas vão-se tornando mais explícitas e fundamentadas.

No tratamento dos dados deve-se proceder a categorizações e agrupamentos para que seja possível a sua interpretação. Lincoln e Guba (1985, citados por Vale, 2004) indicam que a formação de categorias depende do propósito do estudo, das orientações e dos conhecimentos do investigador, bem como dos constructos expressos pelos participantes no estudo. Sugerem algumas recomendações na construção dessas categorias: (1) devem refletir o propósito da investigação; (2) devem ser exaustivas (todos os itens dos documentos devem ser contemplados nas categorias); (3) devem ser mutuamente exclusivas (uma unidade não deve ser colocada em mais do que uma categoria); (4) devem ser independentes (para que a distribuição de qualquer um dos dados pelas categorias não afete a classificação de outros); e (5) todas as categorias devem resultar de um princípio simples de classificação. No quadro 6 apresentam-se as três grandes categorias de análise deste estudo, formuladas a partir das questões de investigação e fundamentadas pelo enquadramento teórico. Para cada categoria foram definidas subcategorias de análise, bem como os respetivos indicadores.

Categorias	Subcategorias	Indicadores	Referências
Desempenho	Resolução da tarefa	- Não apresenta resolução - Resolução incorreta - Resolução parcialmente correta - Resolução correta	
	Natureza das estratégias	- Analítica - Visual - Mista	Vale e Barbosa (2020, 2021)
	Dificuldades	- Não tem dificuldades - Não compreende o enunciado da tarefa - Comete erros de cálculo - Não compreende como deve aplicar a razão entre duas quantidades - Não compreende como deve aplicar uma escala - Não compreende os significados das frações - Não compreende como pode usar o material para fazer medições (metro articulado); dificuldades em medir - Não consegue representar o número em percentagem - Gestão do tempo - Organização do grupo	Barreto (2019) Esteves (2018) Pinto e Ribeiro (2013) (Ponte et al., 2018) Sá (2020) Silver et al. (1983) Smith et al. (2009)
Atitudes	Dimensão afetiva	- Autoconfiança - Ansiedade - Gosto pela Matemática	Di Martino e Zan (2011) Mazana et al. (2018)
	Dimensão comportamental	- Motivação intrínseca	Fernandes (2019) Mazana et al. (2018)
	Dimensão cognitiva	- Utilidade da Matemática	Mazana et al. (2018)
Interações	Com o professor	- Questiona a professora estagiária diretamente para colocar dúvidas - Questiona o POC e o par pedagógico para colocar dúvidas - Troca mensagens com a estagiária por ter dúvidas - Não troca mensagens com a estagiária por não ter dúvidas ou não precisar de ajuda - Pede ajuda para utilizar a	Can et al. (2017) Ladeiro (2016) Lei et al. (2018)

		aplicação - Pede ajuda para perceber a tarefa	
	Com os pares	- Considera que o trabalho de grupo correu bem - Considera que o trabalho de grupo correu mal - Acha que trabalhar em grupo é divertido - É influenciado pelas dicas e opiniões dadas pelos outros grupos - Considera que trabalhar em grupo facilita a resolução das tarefas - Considera que o grupo não ajuda e os elementos não se esforçam - Usa a opinião dos elementos do grupo para resolver/responder às tarefas - Ajuda os colegas quando têm dúvidas - Troca ideias com os colegas do próprio grupo e com os outros grupos	Chiriac (2014) Ladeiro (2016)
	Com a aplicação	- Usa com facilidade - Sente dificuldades em utilizar - Utiliza as sugestões - Utiliza a Sala de Aula Digital - Tem dificuldades em enviar mensagem à estagiária - Compreende como pode passar para a próxima tarefa - Compreende que pode escolher a tarefa que quer, não tendo de seguir uma ordem	Barbosa e Vale (2021b) Carstens et al. (2021) Fessakis et al. (2018)

Quadro 6: Categorias de análise

A primeira categoria está relacionada com o desempenho dos alunos na realização do trilho matemático e pretende refletir sobre a resolução das tarefas. Esta categoria está dividida em três subcategorias, sendo analisado o sucesso das resoluções, a natureza das estratégias usadas e as dificuldades sentidas. Alguns dos indicadores apresentados, surgiram das referências presentes no enquadramento teórico, tendo outros sido criados através de dados empíricos.

A segunda categoria aborda as atitudes dos alunos, tendo como subcategorias, três dimensões emergentes da literatura: afetiva, comportamental e cognitiva. Cada dimensão tem diferentes indicadores. Assim, a dimensão afetiva tem como indicadores a autoconfiança, a ansiedade e o gosto pela matemática; a comportamental tem como indicador a motivação intrínseca; e a cognitiva tem como indicador a utilidade da matemática.

A terceira categoria foca-se nas interações dos alunos com o professor, com os pares e com a aplicação MCM e à semelhança da categoria do desempenho, alguns dos indicadores surgiram da literatura, sendo complementados com outros relacionados com os dados empíricos.

Quando é realizada uma investigação, o investigador deve preocupar-se com a qualidade do estudo e Lincoln e Guba (1985, citados por Vale, 2004) apresentam cinco critérios que permitem averiguar a veracidade de uma investigação e garantir a sua qualidade, sendo eles: confirmabilidade, fidedignidade, credibilidade, transferibilidade e aplicabilidade. A *confirmabilidade* pretende garantir que as "fraquezas" humanas não interfiram com a validade das conclusões, visto que dependem apenas dos participantes e das condições do estudo. A *fidedignidade* verifica se o estudo tem consistência, estabilidade e se é de confiança, mostrando se o estudo teria os mesmos resultados com outro investigador. A *credibilidade* indica se os resultados do estudo fazem sentido e qual é o seu grau de confiança. Existem algumas estratégias que Vale (2004) indica que permitem assegurar a credibilidade de um estudo, como: (1) *envolvimento prolongado* – o investigador deve passar tempo suficiente no contexto que vai ser estudado para vencer ideias preconcebidas; (2) *observação persistente* – permite que sejam feitas interpretações de diferentes modos em conjunto com uma análise constante; (3) *materiais adequados* – os dados devem ser reunidos, de modo a existir um visão holística do contexto; (4) *revisão pelos pares* – o investigador deve sair do contexto e reunir com outros profissionais para o aconselharem e, assim, o ajudarem a analisar o estudo; (5) *confirmação pelos participantes* – os participantes têm a possibilidade de se confrontar com o que fizeram ou disseram, tendo a oportunidade de clarificarem alguns aspetos que ficaram mal compreendidos; (6) *jornal reflexivo; e* (7) *triangulação* – forma combinada de múltiplos métodos de recolha de dados. A *transferibilidade* é a possibilidade de aplicar as conclusões noutras situações. A *aplicabilidade* é o que o estudo e os seus resultados fornecem aos investigadores e participantes (Vale, 2004).

Tendo em conta estes indicadores de qualidade, neste estudo foi utilizado o envolvimento prolongado, a observação persistente, a revisão por pares e a triangulação dos dados.

Capítulo IV – Intervenção Didática

Neste capítulo apresenta-se a intervenção didática referente às aulas de matemática. Num primeiro ponto, procede-se à explicação das dinâmicas das aulas, das tarefas e dos materiais utilizados e, num segundo ponto, descreve-se a preparação e organização do trilho matemático, incluindo o desenho das tarefas que o constituíram.

1. As aulas de Matemática

Como já se referiu no Capítulo II da Parte I, Intervenção em contexto educativo II, na área da matemática foram planificadas e implementadas treze aulas sobre o conteúdo Números Racionais, do domínio Números e Operações, tendo em conta o Programa e as Metas Curriculares de Matemática do Ensino Básico (MEC, 2013) e as Aprendizagens Essenciais de Matemática (ME-DGE, 2018d). Estas aulas foram preparadas e lecionadas procurando seguir o Modelo das Cinco Práticas (antecipar, monitorizar, selecionar, sequenciar e estabelecer conexões), proposto por Smith et al. (2009), e privilegiaram o ensino exploratório, com uma abordagem mais centrada no aluno, cabendo ao professor, além de transmitir os conhecimentos, questionar, fomentar discussões e encorajar a resolução de tarefas por diferentes caminhos (Stein & Smith, 2009; Vale & Barbosa, 2021). No Capítulo II da Parte II, Fundamentação teórica, é possível encontrar um enquadramento teórico sobre estes princípios.

Das quinze semanas da intervenção da PES, cinco foram dedicadas à implementação das aulas de matemática. Antes de ser iniciada, foram construídas todas as planificações e os recursos necessários à sua execução. Durante este período, foram também produzidos todos os materiais e instrumentos referentes ao estudo, aplicados durante a intervenção didática. Apenas as entrevistas foram realizadas após o término das aulas de matemática. O quadro 7 mostra como foram distribuídos os conteúdos das aulas, durante as cinco semanas, sendo posteriormente feita uma breve descrição das aulas e principais tarefas.

Aulas	Data	Tempos	Conteúdos
1.ª	28/03/2022	1h30m	Resolução e correção do teste diagnóstico.
2.ª	30/03/2022	45min	Números racionais na reta numérica. Abcissa de um ponto.
3.ª	31/03/2022	1h30m	Valor absoluto de um número. Números simétricos.
4.ª	04/04/2022	1h30m	Conjuntos numéricos. Comparação de números racionais.
5.ª	06/04/2022	45min	Adição de números racionais.
6.ª	07/04/2022	1h30m	Continuação da adição de números racionais. Subtração de números racionais.
7.ª	20/04/2022	45min	Revisões sobre as operações.
8.ª	21/04/2022	1h30m	Módulo de diferença de dois números. Questionário Inicial.
9.ª	27/04/2022	45min	Revisões para o teste de avaliação. Apresentação do trilho matemático.
10.ª	28/04/2022	1h30m	Teste de avaliação.
11.ª	02/05/2022	1h30m	Realização do trilho matemático.
12.ª	04/05/2022	45min	Realização do trilho matemático.
13.ª	05/05/2022	1h30m	Questionário final.

Quadro 7: Mapa com a distribuição dos conteúdos de Matemática

Na primeira aula foi realizado um teste diagnóstico sobre os números racionais para a estagiária perceber os conceitos que os alunos tinham presentes dos anos anteriores (e.g. cálculo de expressões, transformação de um numeral misto em fração, localização de frações na reta numérica, comparação entre números racionais). Após os alunos terem resolvido o teste foi feita a sua correção em grande grupo.

Na segunda aula abordou-se os números racionais na reta numérica partindo de uma imagem de uma casa (Figura 12) que continha vários andares. Através de um diálogo, os alunos compreenderam que a casa tinha andares positivos e negativos, sendo os positivos os que se encontravam acima do piso zero, e os negativos, os que se encontravam abaixo desse piso. A estagiária indicou aos alunos que a casa era apenas um exemplo e passou a outras representações. Desenhou no quadro a reta numérica (Figura 13), marcando os números como se fossem os pisos da casa. A partir da reta foi possível abordar a abcissa de um ponto. Além disto, também se trabalhou os números à direita e à esquerda da origem, sendo no final visualizado um vídeo sobre os números racionais positivos e negativos.

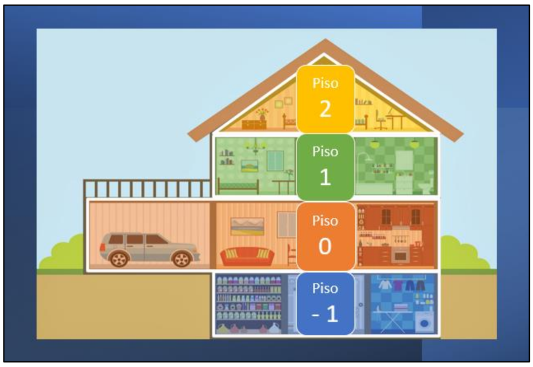


Figura 12: Imagem da casa com os vários andares

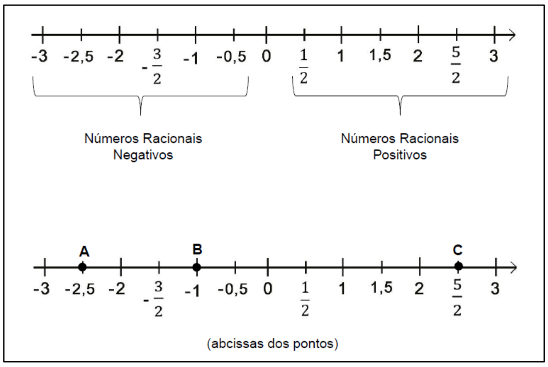


Figura 13: Pisos da casa na reta numérica

Na terceira aula, com o objetivo de trabalhar o valor absoluto de um número e os números simétricos, a estagiária distribuiu pelos alunos uma reta numérica. A reta já continha alguns números e os alunos tinham de escolher um qualquer, assinalando um ponto nesse número. Depois, tiveram de dobrar a reta pela origem, de modo a dividi-la em duas partes iguais para que, o número que escolheram, se sobrepusesse a outro, ao seu simétrico. Daí surgiu também o conceito de valor absoluto. Para terminar a aula, a estagiária elaborou um esquema (Figura 14), para sintetizar a informação, que foi copiado pelos alunos para o caderno.

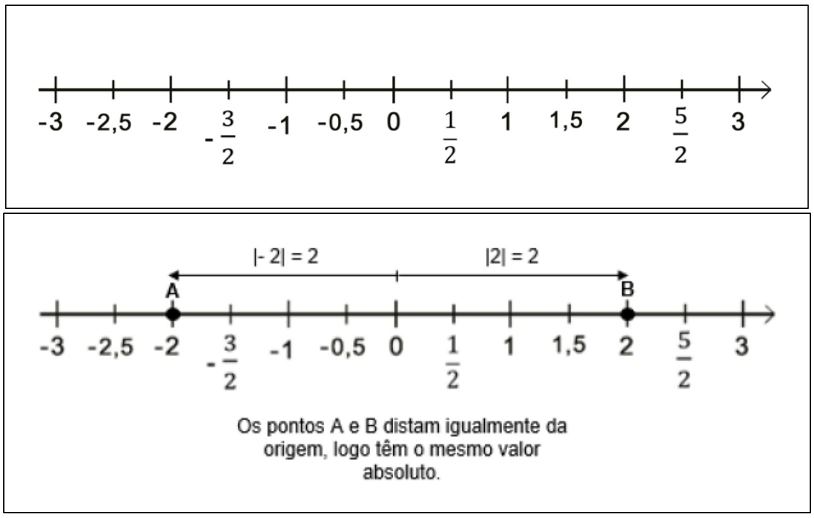


Figura 14: Esquema sobre o valor absoluto

A quarta aula foi iniciada com a visualização de um vídeo sobre os conjuntos numéricos (naturais, inteiros e racionais), seguindo-se uma discussão sobre o vídeo, incidente nas características dos vários conjuntos. A estagiária representou depois no quadro os três conjuntos (Figura 15) e colocou, de forma aleatória, vários números diferentes, espalhados pelo quadro. Cada aluno deslocou-se ao quadro, escolheu um número e colocou-o no conjunto a que achava que esse número pertencia, justificando a sua escolha. Sempre que um aluno colocava um número, a estagiária perguntava à turma se concordava com a escolha do colega e, caso não estivesse certo, pedia que ajudassem o colega a perceber porque não colocou o número no conjunto certo. Para abordar a comparação de números racionais, a estagiária pediu aos alunos que colocassem os números anteriores numa reta numérica, percebendo qual era o maior e o menor.

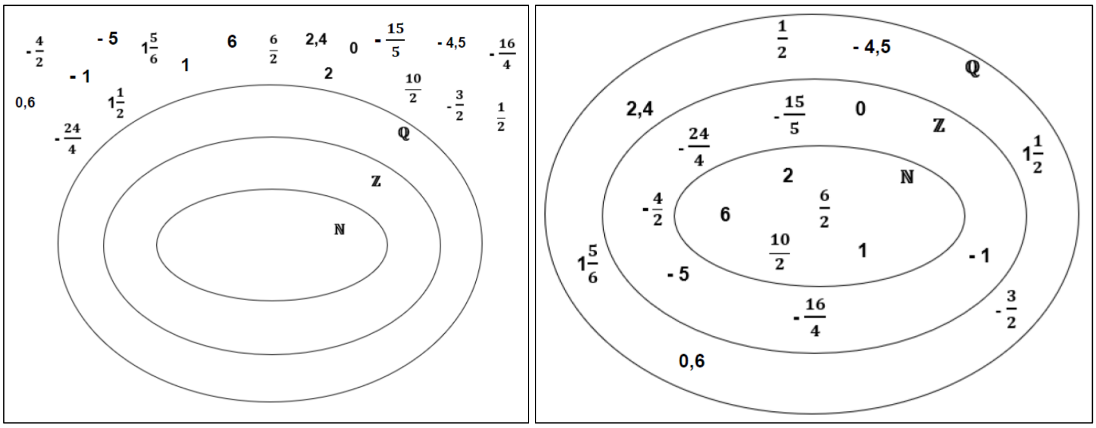


Figura 15: Conjuntos numéricos

Na quinta aula foi introduzida a adição de números racionais através do Modelo das Barras Chinesas. Os alunos foram distribuídos por grupos e, antes de iniciar, a estagiária explicou como se utilizava este material, tendo também disponível, cada grupo, as regras de utilização. De seguida, a estagiária escreveu no quadro expressões numéricas de adição de dois números positivos, de dois números negativos e de dois números com sinais contrários. Quando colocava uma expressão no quadro, dava tempo aos alunos para pensarem e discutirem em grupo, circulando pela sala para ajudar sempre que fosse necessário. Após todos os grupos terem resolvido, mostravam como o fizeram, explicando o seu raciocínio, e, caso não estivesse correto, a estagiária mostrava a forma correta no quadro.

Na sexta aula continuou-se com a adição de números racionais, mas com a utilização de duas réguas (Figura 16). A cada aluno foram distribuídas duas réguas, uma móvel e uma fixa, que tinham de ser utilizadas em conjunto. Antes de ser resolvida qualquer expressão, a estagiária explicou como é que as réguas deviam de ser utilizadas. Quando a estagiária escrevia uma expressão no quadro, desafiava os alunos a tentarem resolvê-la com as réguas e pedia que explicassem como tinham pensado. Após terem resolvido expressões numéricas para a adição, tentaram resolver subtrações, de dois números positivos, de dois números negativos e de dois números com sinais contrários.

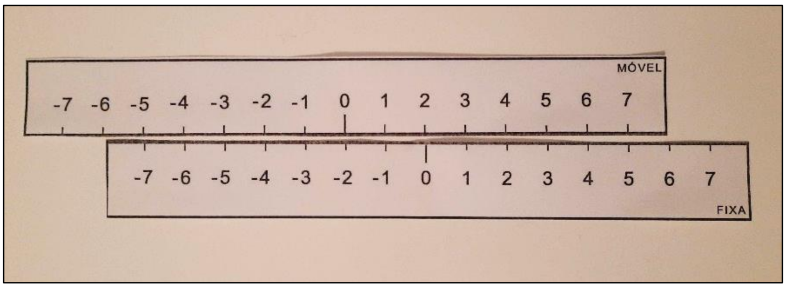


Figura 16: Réguas

Na sétima aula, como forma de revisão, os alunos resolveram expressões numéricas de adições e subtrações, sem a utilização dos materiais usados nas aulas anteriores. Assim, tiveram de resolvê-las aplicando as regras das operações que foram aprendendo.

Na oitava aula foi abordado o último conteúdo da unidade didática, o módulo da diferença de dois números racionais. Como o módulo já tinha sido trabalhado previamente, a estagiária questionou os alunos sobre o que já sabiam, como se representava, etc. Após esta revisão, a estagiária desafiou os alunos a resolverem expressões numéricas com módulos, motivando-os a explicar como pensaram. No restante tempo da aula, os alunos preencheram o questionário inicial (Anexo 2) referente ao trabalho de investigação.

Na nona aula, além de terem sido feitas revisões para o teste de avaliação, a estagiária explicou como seria a dinâmica do trilho matemático em que iriam participar, explicando o que era, onde iria acontecer, que materiais precisariam e esclareceu as dúvidas dos alunos.

Na décima aula, os alunos realizaram o teste de avaliação.

Na décima primeira aula foi realizado o trilho matemático. Visto que existiram alguns problemas técnicos com o acesso à rede, o começo do trilho atrasou-se, havendo necessidade de o continuar na aula seguinte (décima segunda aula), não sendo possível fazer a correção do teste de avaliação.

Na décima terceira aula foi apenas preenchido o questionário final (Anexo 4) referente ao trabalho de investigação, uma vez que os alunos participaram em atividades escolares no restante tempo da aula. Desta forma, não foi possível resolver as tarefas do trilho matemático na sala de aula, como tinha sido pensado.

2. Preparação do trilho matemático

Neste ponto, é feita uma descrição do trilho matemático, como foi desenhado, sendo também apresentadas algumas características da aplicação MathCityMap. As tarefas que constituíram o trilho também são apresentadas, indicando-se o seu enunciado e os objetivos de cada uma, bem como uma proposta de resolução e os materiais necessários à sua resolução.

2.1. Desenho do trilho

O trilho matemático é uma forma dinâmica e motivadora de trabalhar e aplicar a matemática no mundo real, recorrendo ao meio envolvente e particularmente a objetos reais do dia a dia. No Capítulo II da Parte II, Fundamentação teórica, é possível encontrar a definição de trilho matemático, como se organiza, as suas potencialidades, entre outros aspetos.

Para efetuar a presente investigação, foi necessário construir um trilho matemático, na aplicação MathCityMap (MCM), com foco no domínio Números e Operações, mais especificamente no subdomínio Números Racionais, conteúdo trabalhado com a turma. O MCM apresenta um portal web (Figura 17), onde foram criadas e submetidas todas as tarefas do trilho, para o qual é necessário criar uma conta e fazer o registo.

Figura 17: Portal web MCM

Para criar as tarefas foi necessário preencher os campos obrigatórios (Figura 18) que o portal exige e que se encontram na figura, como: uma imagem representativa, a posição em coordenadas, o título da tarefa, o enunciado, o tipo de tarefa, a solução, a resolução, pelo menos duas sugestões, o nível a que se destina, os recursos (se existirem) e palavras-chave (etiquetas).

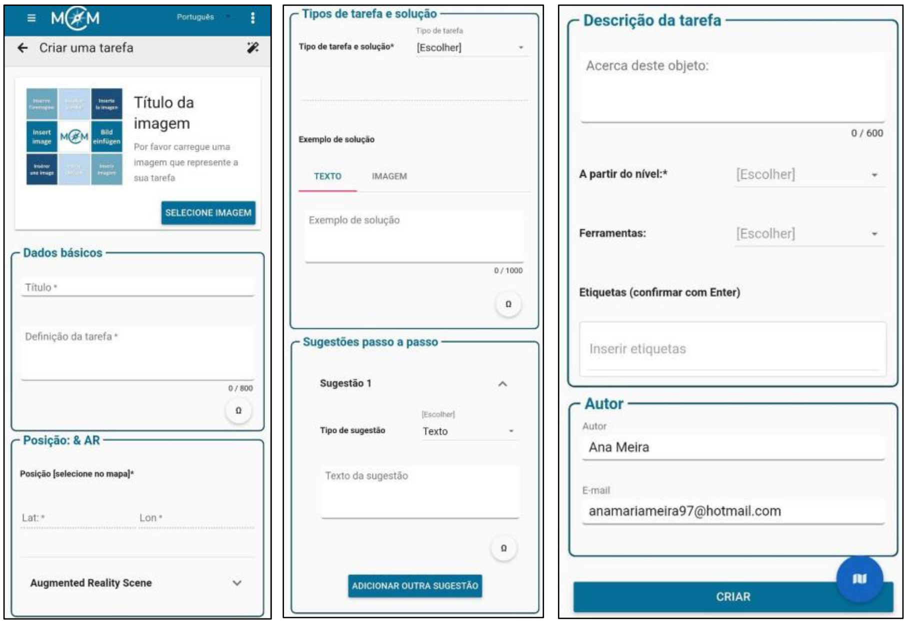


Figura 18: Campos obrigatórios de preenchimento no portal web MCM

Após a criação das tarefas, foram submetidas para análise no portal, sendo corrigidas e aprovadas por um revisor. O revisor corrigiu, deu feedback sobre o que poderia ser melhorado e validou as tarefas, tendo sido tornadas públicas. Antes de todo este processo, foi necessário explorar o interior e o exterior da escola, para descobrir possíveis objetos/locais que pudessem servir de base à elaboração de uma tarefa, tendo em conta os conteúdos que se pretendia abordar. O número de tarefas a resolver foi determinado para decorrer durante uma aula de matemática, com a duração de 90 minutos. Pensou-se em oito objetos/locais para possíveis tarefas e, após estas estarem formuladas, criadas e serem submetidas no portal, formou-se o percurso (trilho) que os alunos iam observar no *tablet* e que teriam de seguir para as localizar e resolver. Neste percurso, como é possível ver na figura 19, apareciam vários pins a sinalizar o local onde existia uma tarefa. O trilho matemático teve como título “Uma aventura com os números racionais na Escola” e foi elaborado com a opção de narrativa dos Piratas, disponível no portal, de modo a cativar ainda mais os alunos. Nas figuras 19 e 20 é possível ver os mapas a que a estagiária e os alunos tinham acesso através do *tablet.*

Figura 19: Mapa da estagiária com os vários pins das tarefas

Figura 20: Mapa que aparecia aos alunos com os vários pins das tarefas

Foi também tomada a opção de criar uma Sala de Aula Digital. Através da Sala de Aula Digital, o professor pode acompanhar o desempenho de cada grupo em tempo real a partir do portal (em que local se encontram, tentativas de solução, se desistiram de uma tarefa, etc.). É ainda possível usar um chat para facilitar a comunicação entre o professor e cada grupo. Os alunos poderiam colocar dúvidas ao longo do trilho, mesmo que não estivessem perto da professora, e a professora podia também enviar mensagens a um ou a todos os grupos. O chat permite enviar mensagens sob a forma de texto, imagem e som. A estagiária criou a Sala de Aula Digital antes da execução do trilho, ficando agendada para o dia e a hora da sua realização.

Os alunos foram distribuídos por grupos e cada grupo acedeu às tarefas através da aplicação MathCityMap, utilizando um *tablet.* Cada elemento do grupo, além de ajudar os colegas a resolver as tarefas, tinha uma responsabilidade atribuída. Dos cinco grupos formados, quatro eram constituídos por três elementos e o restante por quatro. Nos grupos de três elementos, um elemento ficou responsável pelo *tablet*, outro pela calculadora e o metro articulado e outro pelo guião de resolução de tarefas. No grupo de quatro elementos, um elemento ficou com a calculadora e o outro com o metro articulado. Quando os alunos iniciaram o trilho, receberam uma mensagem de boas-vindas, a contextualizar a narrativa que se associou no momento da sua criação no portal (Figura 21).

Figura 21: Mensagem de boas-vindas

Para resolver as tarefas, cada grupo tinha um guião de resolução (Figura 22), constituído pela capa, onde deviam de identificar o nome dos elementos do grupo e o nome do grupo, e por oito folhas em branco, uma para cada tarefa, com o título da tarefa para que se pudessem organizar.

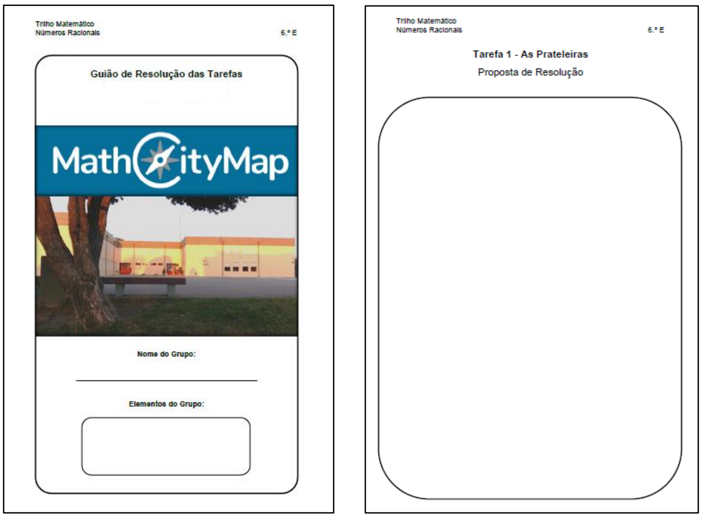


Figura 22: Guião de resolução das tarefas

2.2. As tarefas

De seguida são apresentadas as tarefas formuladas para o trilho matemático e que os alunos resolveram. Em cada tarefa é feita uma descrição do enunciado, são identificados os objetivos, é apresentada uma proposta de resolução e são antecipadas algumas dificuldades que os alunos poderiam ter. As tarefas foram criadas com base em alguns critérios. Foi elaborada uma tabela com vários tópicos orientadores, como os objetivos, a natureza da tarefa, o nível de exigência cognitiva, as representações, os significados envolvidos, as grandezas e o tipo de tarefa no MCM (Anexo 7). Esta tabela foi criada para permitir ter uma visão geral sobre as várias tarefas e refiná-las, de modo a existir um conjunto de propostas diversificadas. Algumas tarefas foram inspiradas em trilhos temáticos já publicados, como as tarefas "Saltos nos degraus", "O mosaico da Escola", "O tabuleiro de xadrez", "O contentor do lixo" e "O ponto de partida" (Adaptado de Vale & Barbosa, 2020).

Tarefa 1

A primeira tarefa, "As Prateleiras" (Figura 23), centrou-se num móvel branco junto da biblioteca. Este móvel tinha vários módulos, dois grandes e oito pequenos.

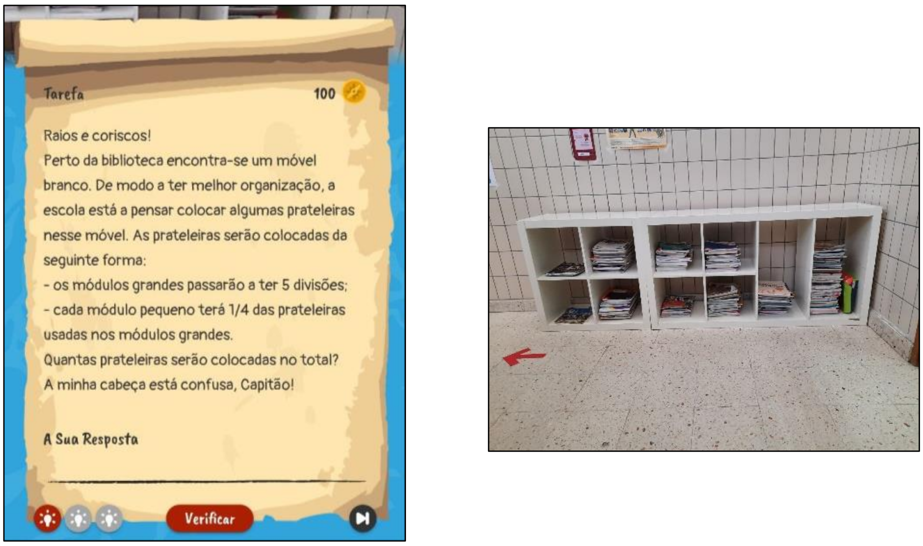


Figura 23: Tarefa "As prateleiras"

Para resolver esta tarefa, os alunos teriam de observar o número de módulos grandes e descobrir quantas prateleiras eram necessárias para ter 5 divisões em cada. Como existiam dois módulos grandes, cada um teria de ter 4 prateleiras. No total, os dois módulos grandes teriam 8 prateleiras (2 x 4 = 8). Como cada módulo grande ia ter 4 prateleiras e eram 2 módulos, significa que $\frac{1}{4}$ das prateleiras são 2 prateleiras. Assim, nos módulos pequenos, por cada um, seriam colocadas 2 prateleiras ($\frac{1}{4}$ x 8 =2). Como eram 8 módulos pequenos então seriam colocadas 16 prateleiras (8 x 2 = 16). Sabendo o número de prateleiras que deviam ser colocadas nos módulos grandes e nos pequenos, bastava adicionar os valores obtidos para se obter o número total de prateleiras, que era 24 (2 x 4

+ 8 x 2 = 24). Na figura 24, é possível ver uma proposta de resolução:

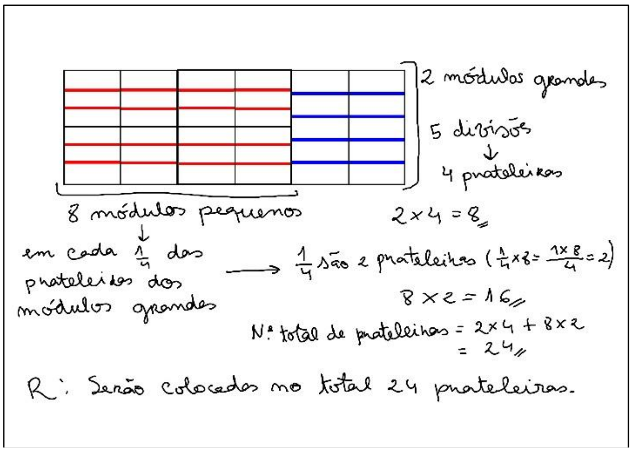


Figura 24: Resolução da tarefa "As prateleiras"

Esta tarefa tinha como objetivos "Resolver problemas com vários passos usando números racionais" e "Compreender e usar um número racional como operador" (MEC, 2013). Trata-se de uma situação de exigência cognitiva baixa, que envolvia racionais sob a forma de fração, com significado operador e uma grandeza discreta. Não eram necessárias ferramentas para a sua resolução, apenas a observação. O tipo de solução na aplicação MCM era valor exato, ou seja, todos os grupos teriam de submeter o mesmo número. Os alunos poderiam ter algumas dificuldades na resolução desta tarefa, como confundir o número de divisões com o número de prateleiras e não saber a que equivalia $\frac{1}{4}$ das prateleiras usadas nos módulos grandes. Para ajudar a ultrapassar situações desta natureza, na aplicação MCM, poderiam consultar as seguintes sugestões (Figura 25):

Figura 25: Sugestões para a tarefa "As prateleiras"

Tarefa 2

A segunda tarefa tinha como título “Saltos nos degraus” (Figura 26) e envolvia um lance de escadas, com um conjunto de degraus, situadas perto de uma sala onde a turma costumava ter aulas.

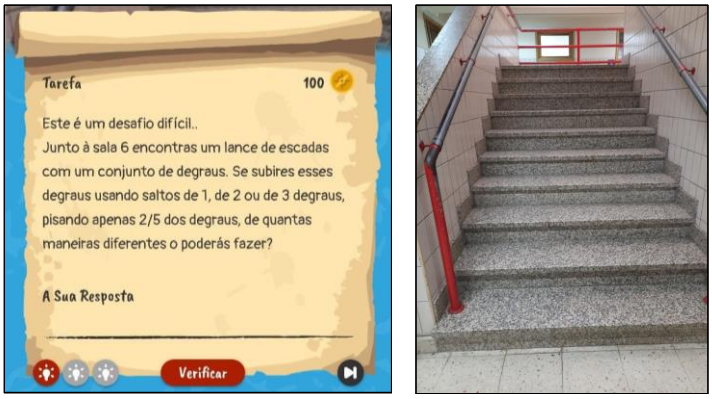
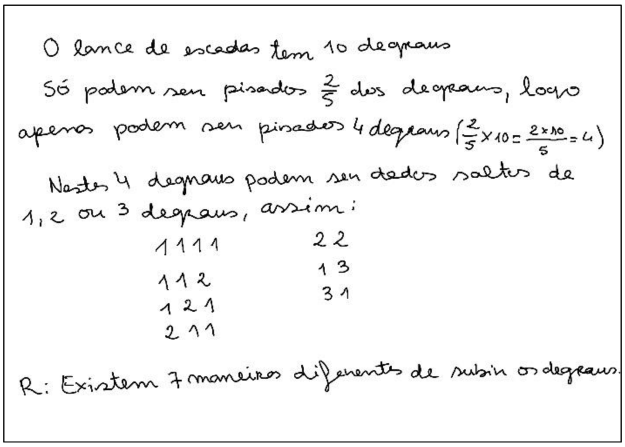


Figura 26: Tarefa “Saltos nos degraus”

Primeiramente, os alunos tinham de contar quantos degraus tinha o lance de escadas. Após a contagem, saberiam que tinham 10 degraus e como apenas poderiam pisar $\frac{2}{5}$ dos degraus, significava que apenas podiam pisar 4 ($\frac{2}{5}$ x 10 = 4). Sabendo o número de degraus que poderiam pisar, bastava fazer combinações de saltos de 1, 2 ou 3 degraus. Como é possível ver na figura 27, onde se apresenta uma proposta de resolução, existiam 7 maneiras diferentes de subir os degraus.



O lance de escadas tem 10 degraus

Só podem ser pisados $\frac{2}{5}$ dos degraus, logo apenas podem ser pisados 4 degraus ($\frac{2}{5} \times 10 = \frac{2 \times 10}{5} = 4$)

Nestes 4 degraus podem ser dados saltos de 1, 2 ou 3 degraus, assim:

1 1 1 1
1 1 2
1 2 1
2 1 1
2 2
1 3
3 1

R: Existem 7 maneiras diferentes de subir os degraus.

Figura 27: Resolução da tarefa “Saltos nos degraus”

Esta tarefa tinha como objetivos “Resolver problemas com vários passos usando números racionais” e “Compreender e usar um número racional como operador” (MEC, 2013). É uma tarefa de exigência cognitiva alta, focada na utilização da fração como representação, com significado operador, e uma grandeza discreta. Não eram necessárias ferramentas para a sua resolução, apenas a observação. O tipo de solução na aplicação MCM era valor exato, ou seja, todos os grupos teriam de submeter a resposta 7. Os alunos poderiam ter algumas dificuldades na resolução desta tarefa, como não saber a que equivalia $\frac{2}{5}$ dos degraus e quantos poderiam ser pisados e em fazer as várias combinações dos saltos. Para ajudar os alunos, foram introduzidas na aplicação MCM as seguintes sugestões (Figura 28):

Figura 28: Sugestões para a tarefa “Saltos nos degraus”

Tarefa 3

A terceira tarefa tinha como título “Os cacifos coloridos” (Figura 29) e situava-se perto da papelaria, onde se encontravam os cacifos.

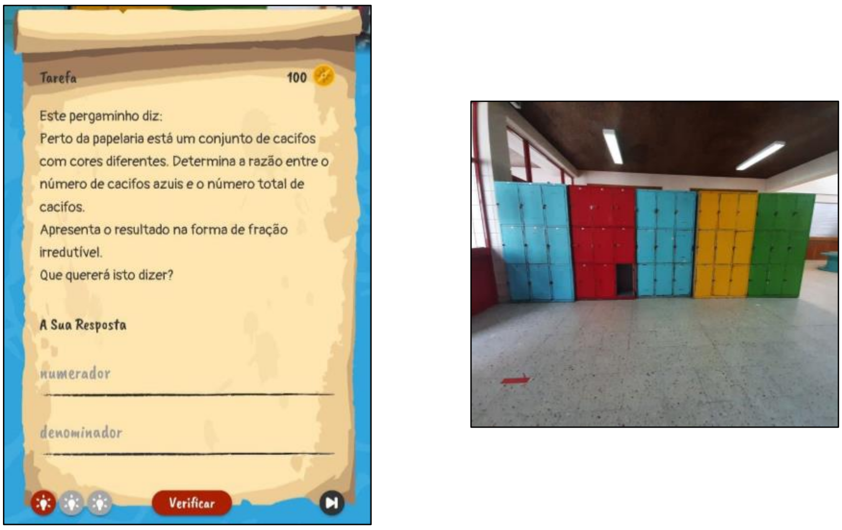
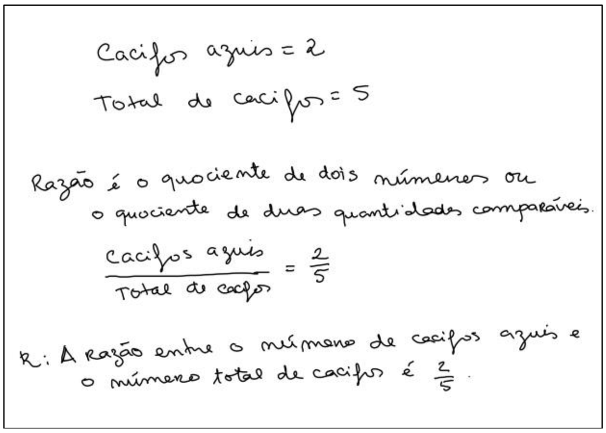


Figura 29: Tarefa “Os cacifos coloridos”

Quando os alunos se dirigiram ao local, conseguiram perceber que existiam cinco cacifos. Destes cinco cacifos, dois eram azuis, logo, a razão entre o número de cacifos azuis e o número total de cacifos era $\frac{2}{5}$, sendo a razão o quociente de dois números ou o quociente de duas quantidades comparáveis, como se observa na resolução apresentada na figura 30. No entanto, os alunos poderiam considerar os cacifos isoladamente, totalizando 45 elementos, sendo 18 azuis. Neste caso, teriam de simplificar a fração, obtendo o mesmo resultado.


Cacifos azuis = 2
Total de cacifos = 5

Razão é o quociente de dois números ou o quociente de duas quantidades comparáveis.

$\frac{\text{cacifos azuis}}{\text{Total de cacifos}} = \frac{2}{5}$

R: A razão entre o número de cacifos azuis e o número total de cacifos é $\frac{2}{5}$.

Figura 30: Resolução da tarefa “Os cacifos coloridos”

Esta tarefa tinha como objetivos “Compreender e usar um número racional como razão”, “Usar frações para indicar a relação entre duas quantidades” e “Estabelecer uma qualquer relação entre valores de duas unidades diferentes” (MEC, 2013). É uma tarefa de exigência cognitiva baixa, que consistia na utilização da representação em fração com significado razão, e uma grandeza discreta. Não eram necessárias ferramentas para a sua realização, apenas a observação. O tipo de solução na aplicação MCM era vetor (valor exato – para poder introduzir um numerador e um denominador). Os alunos poderiam ter dificuldades em recordar o conceito de razão. Para ajudar, na aplicação MCM, poderiam consultar as seguintes sugestões (Figura 31):

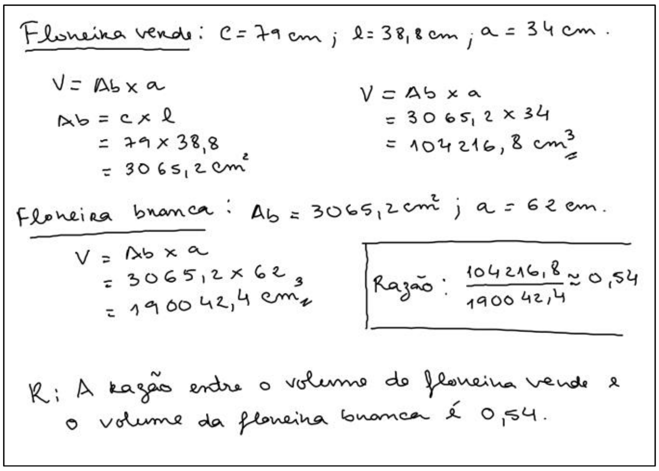
Figura 31: Sugestões para a tarefa “OS cacifos coloridos”

Tarefa 4

A quarta tarefa chamava-se “As floreiras” (Figura 32) e tinha por base três floreiras que se encontravam perto da sala dos professores, a do meio branca e as restantes verdes.

Figura 32: Tarefa “As floreiras”

Para calcular o volume de cada floreira, era necessário saber as medidas do comprimento (c), da largura (l) e da altura (a). As floreiras verdes tinham as seguintes medidas: c = 79 cm, l = 38,8 cm e a = 34 cm. Para determinar o volume das floreiras, os alunos tinham de usar a fórmula V = Ab x a, sendo Ab = c x l. As floreiras verdes tinham como área da base 3065,2 cm^2 (Ab = 79 x 38,8) e como volume 104216,8 cm^3 (V = 3065,2 x 34). Como todas as floreiras tinham a mesma área da base, a floreira branca tinha 3065,2 cm^2 de área de base. Para calcular o seu volume, era necessário medir a sua altura, que era diferente das restantes. Assim, a = 62 cm e o seu volume era 190042,4 cm^3 (V = 3065,2 x 62). Após saberem o volume de cada floreira, podiam calcular a razão entre a floreira verde e a floreira branca. A razão é o quociente de duas quantidades comparáveis, logo $\frac{104216{,}8}{190042{,}4}$ = 0,54, com aproximação às centésimas. Apresenta-se uma proposta de resolução na figura 33.



Floreira verde: $c = 79$ cm ; $l = 38{,}8$ cm ; $a = 34$ cm.

$V = Ab \times a$

$Ab = c \times l$

$= 79 \times 38{,}8$

$= 3065{,}2 \text{ cm}^2$

$V = Ab \times a$

$= 3065{,}2 \times 34$

$= 104216{,}8 \text{ cm}^3$

Floreira branca: $Ab = 3065{,}2 \text{ cm}^2$; $a = 62$ cm.

$V = Ab \times a$

$= 3065{,}2 \times 62$

$= 190042{,}4 \text{ cm}^3$

$\boxed{\text{Razão: } \frac{104216{,}8}{190042{,}4} \simeq 0{,}54}$

R: A razão entre o volume da floreira verde e o volume da floreira branca é 0,54.

Figura 33: Resolução da tarefa “As floreiras”

Esta tarefa tinha como objetivos “Calcular volumes de sólidos”, “Compreender e usar um número racional como razão”, “Estabelecer uma qualquer relação entre valores de duas unidades diferentes” e “Usar frações para indicar a relação entre duas quantidades” (MEC, 2013). É uma tarefa de exigência cognitiva alta, que envolve outros conteúdos para além dos Números Racionais, implicava a utilização das representações em dízima e fração com significado razão, e uma grandeza contínua. Na resolução desta tarefa, os alunos tinham de usar alguns materiais, como o metro articulado e a calculadora. O tipo de solução na aplicação MCM era intervalo, já que tinham de submeter um valor aproximado. Os alunos poderiam ter dificuldades em efetuar as medições, não terem presente as fórmulas necessárias e em calcular a razão entre o volume da floreira verde e o volume da floreira branca. Para ajudar, na aplicação MCM, poderiam consultar as seguintes sugestões (Figura 34):

Figura 34: Sugestões para a tarefa “As floreiras”

Tarefa 5

A quinta tarefa tinha como título “O mosaico da Escola” (Figura 35) e tinha por base um mosaico que se encontrava perto do elevador no rés-do-chão.

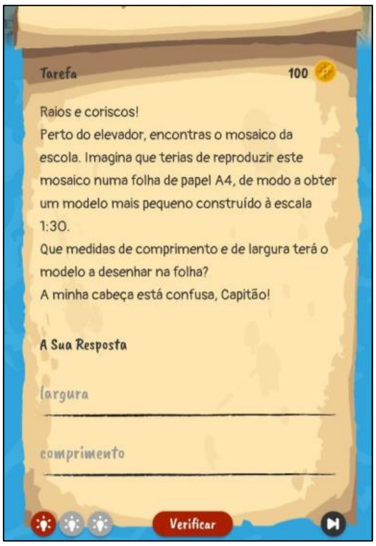


Figura 35: Tarefa “O mosaico da Escola”

Para resolver esta tarefa, os alunos tinham de medir o lado de um azulejo. Cada azulejo tinha de lado 30 cm (como se tratava de azulejos quadrados, tinham a mesma medida em todos os lados). Após saberem a medida do lado de cada azulejo, bastava contar quantos existiam em largura e em comprimento no mosaico. Assim, o mosaico tinha 210 cm de largura (7 azulejos x 30 cm) e 420 cm de comprimento (14 azulejos x 30 cm). Aplicada a escala 1:30, como mostra a figura 36, o mosaico teria 7 cm de largura e 14 cm de comprimento.

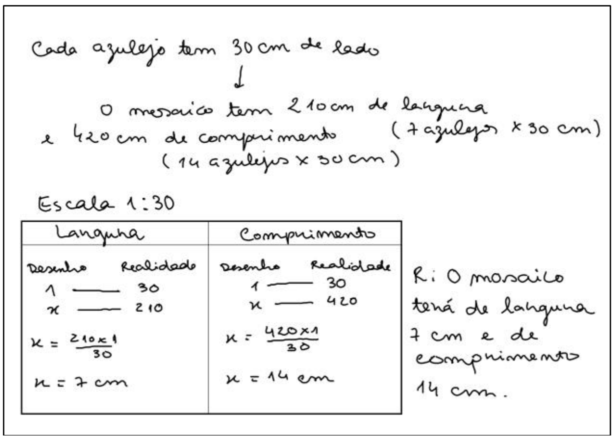


Figura 36: Resolução da tarefa “O mosaico da Escola”

Esta tarefa tinha como objetivos “Resolver problemas com vários passos usando números racionais", "Usar escalas para determinar as medidas de uma figura", "Estabelecer uma qualquer relação entre valores de duas unidades diferentes", "Relacionar grandezas proporcionais" e "Compreender e usar um número racional como razão" (MEC, 2013). É uma tarefa de exigência cognitiva alta, com foco nas representações sob a forma de dízima e fração, com significado razão, e uma grandeza contínua. Os alunos tiveram de usar alguns materiais, como o metro articulado e a calculadora. O tipo de solução na aplicação MCM era vetor intervalo, uma vez que os alunos teriam de introduzir um valor aproximado para o comprimento e para a largura do mosaico. Os alunos poderiam ter dificuldades em efetuar as medições ou não saber aplicar o conceito de escala ao mosaico. Para ajudar, na aplicação MCM, poderiam consultar as seguintes sugestões (Figura 37):

Figura 37: Sugestões para a tarefa "O mosaico da Escola"

Tarefa 6

A sexta tarefa situava-se no exterior do edifício, perto da entrada da escola, e tinha como título "O tabuleiro de xadrez" (Figura 38).

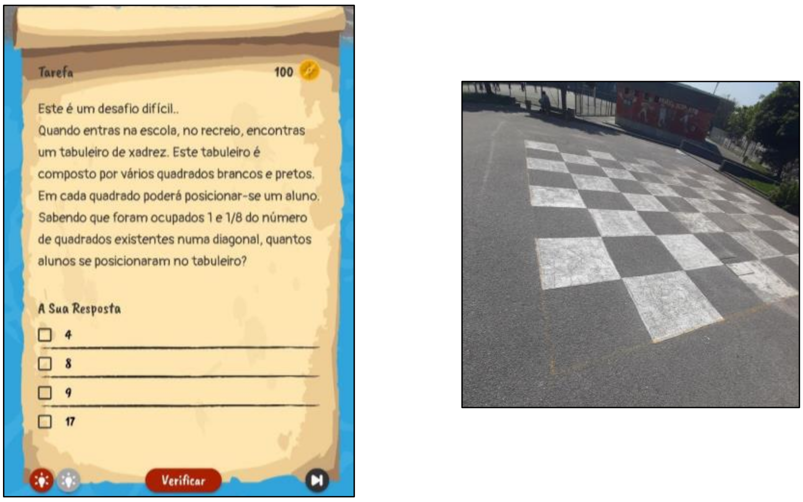


Figura 38: Tarefa "O tabuleiro de xadrez"

Sabe-se que uma diagonal do tabuleiro de xadrez é constituída por 8 quadrados. $1\frac{1}{8}$ dos quadrados da diagonal significa 1 unidade mais $\frac{1}{8}$, ou seja, 8 quadrados mais 1 quadrado. Isto significa que, no tabuleiro, se posicionariam 9 alunos. Na figura 39 apresenta-se uma proposta de resolução da tarefa.

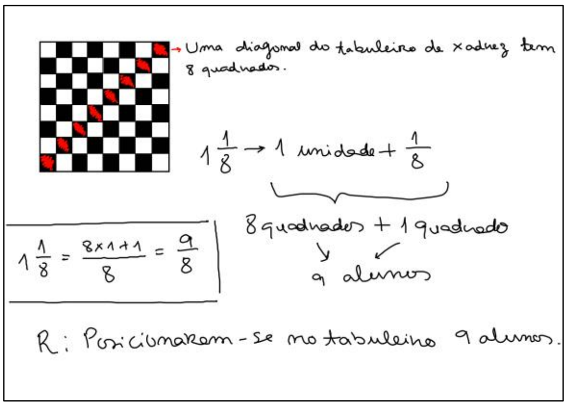


Figura 39: Resolução da tarefa "O tabuleiro de xadrez"

Esta tarefa tinha como objetivos "Resolver problemas com vários passos usando números racionais com diferentes representações" e "Usar frações para indicar a relação entre um determinado número de partes e o número total de partes em que o todo está dividido" (MEC, 2013). É uma tarefa de exigência cognitiva baixa, que envolvia a representação em numeral misto, com significado parte-todo, e uma grandeza discreta. Para efetuar esta tarefa, os alunos não precisavam de ferramentas. O tipo de solução selecionada na aplicação MCM foi a escolha múltipla, tendo como opções, as respostas 4, 8, 9 e 17. Os alunos poderiam ter dificuldades em identificar a diagonal do tabuleiro e em transformar o numeral misto numa fração. Para ajudar, na aplicação MCM, poderiam consultar as seguintes sugestões (Figura 40):

Figura 40: Sugestões para a tarefa "O tabuleiro de xadrez"

Tarefa 7

A sétima tarefa também se situava no exterior, no local onde se encontravam os ecopontos e tinha como título “O contentor do lixo” (Figura 41).

Figura 41: Tarefa “O contentor do lixo”

A frase azul era “Lixo ensacadinho, contentor limpinho!”. Para saber que parte das letras representam as vogais, os alunos tinham de contar o número de vogais que existiam na frase e o número total de letras (consoantes e vogais). Efetuada a contagem, verificava-se que a frase tem 13 vogais e 32 letras no total. Assim, $\frac{\text{número total de vogais}}{\text{número total de letras}} = \frac{13}{32}$ (as vogais representam a parte e o total de letras representa o todo). Na forma de fração, a parte das letras que representavam as vogais era $\frac{13}{32}$. Para colocar na forma de percentagem bastava multiplicar por 100, então $\frac{13}{32}$ x 100% = 40,625 %. As vogais eram 40,625 % da frase. Arredondando às unidades, será 41 % (Figura 42).

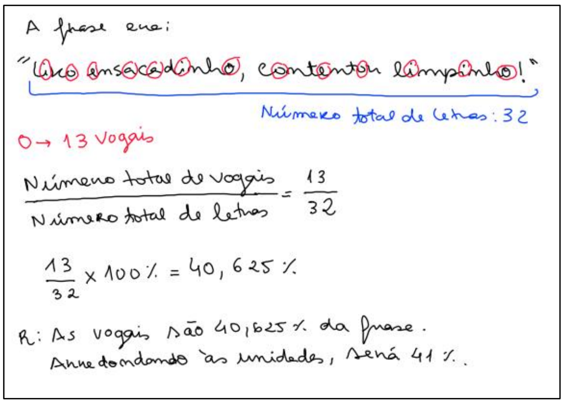

A frase era:
“Lixo ensacadinho, contentor limpinho!”
Número total de letras: 32
O → 13 Vogais
$\frac{\text{Número total de vogais}}{\text{Número total de letras}} = \frac{13}{32}$
$\frac{13}{32} \times 100\% = 40,625\%$
R: As vogais são 40,625 % da frase.
Arredondando às unidades, será 41 %.

Figura 42: Resolução da tarefa “O contentor do lixo”

Esta tarefa tinha como objetivos “Usar frações para indicar a relação entre um determinado número de partes e o número total de partes em que o todo está dividido”

(MEC, 2013) e “Representar números racionais não negativos na forma de percentagem” (ME-DGE, 2018d). É uma tarefa de exigência cognitiva baixa, que envolvia as representações em dízima, percentagem e fração, com significado parte-todo, e uma grandeza discreta. Para resolver esta tarefa, os alunos não precisavam de ferramentas. O tipo de solução usada na aplicação MCM foi o valor exato, já que se esperava que todos chegassem ao mesmo resultado. Os alunos poderiam ter dificuldades em estabelecer a relação parte-todo, não sabendo identificar qual devia ser a parte e qual devia ser o todo. Também poderiam ter dificuldades em escrever o número em percentagem ou esquecer o arredondamento. Para ajudar, na aplicação MCM, poderiam consultar as seguintes sugestões (Figura 43):

Figura 43: Sugestões para a tarefa “O contentor do lixo”

Tarefa 8

A última tarefa, a tarefa oito, foi realizada no exterior. Tinha como título “O ponto de partida” e centrava-se em duas árvores existentes no local (Figura 44).

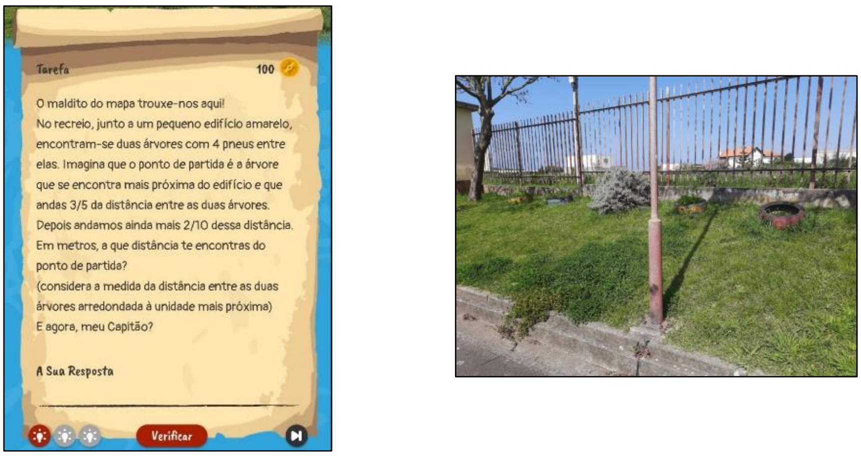


Figura 44: Tarefa “O ponto de partida”

Para resolver esta tarefa, os alunos tinham primeiro de medir a distância entre as duas árvores. A distância era aproximadamente 10,20 m, arredondada às unidades era 10 m. Depois deviam colocar-se junto da árvore que se encontrava perto do edifício amarelo, o ponto de partida. A partir daí, andavam $\frac{3}{5}$ da distância entre as duas árvores e depois mais $\frac{2}{10}$ dessa distância, ou seja, $\frac{3}{5} + \frac{2}{10} = \frac{6}{10} + \frac{2}{10} = \frac{8}{10}$. Dos 10 m, $\frac{8}{10}$ são 8 m ($\frac{8}{10}$ x 10). Significa que se encontravam a 8 metros do ponto de partida (Figura 45).

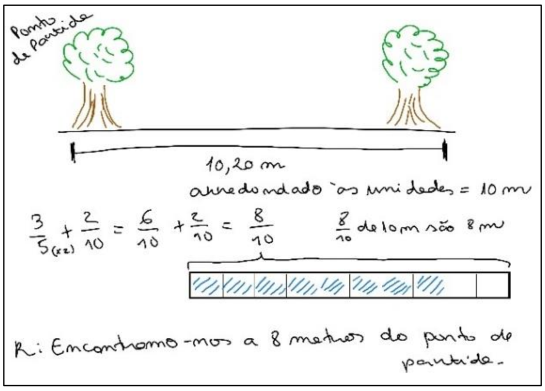


Figura 45: Resolução da tarefa “O ponto de partida”

Esta tarefa tinha como objetivos “Operar com frações”, “Compreender e usar um número racional como operador” e “Resolver problemas com vários passos usando números racionais com diferentes representações” (MEC, 2013). É uma tarefa de exigência cognitiva alta, que usava a representação sob a forma de fração, com significados parte-todo e operador, e uma grandeza contínua. Para resolver esta tarefa, os alunos precisaram de utilizar o metro articulado e a calculadora. O tipo de solução selecionado na aplicação MCM foi intervalo. Os alunos poderiam ter dificuldades em fazer as medições ou em indicar a que corresponde $\frac{3}{5}$ e $\frac{2}{10}$ da distância e em fazer cálculos com frações. Na aplicação MCM, poderiam consultar as seguintes sugestões (Figura 46):

Figura 46: Sugestões para a tarefa “O ponto de partida”

Capítulo V – Apresentação e Discussão dos Resultados

Neste capítulo são apresentados e discutidos os resultados que foram obtidos no estudo. Inicialmente é feita uma caracterização dos cinco grupos que participaram no trilho matemático e, de seguida, é feita a análise dos dados, tendo em conta as categorias definidas no capítulo III. A primeira categoria é o desempenho da turma no trilho matemático, com foco nas resoluções apresentadas por cada grupo nas várias tarefas. A segunda categoria centra-se nas atitudes dos alunos, dividida em três domínios: afetivo, comportamental e cognitivo. Por último, a terceira categoria refere-se às interações dos alunos: com o professor, com os pares e com a aplicação MathCityMap.

1. Caracterização dos grupos

Neste ponto é feita uma caracterização dos cinco grupos que participaram no trilho matemático. Além de ser descrito o comportamento e a relação entre os elementos dos vários grupos no trilho, é também apresentada uma curta caracterização de cada aluno e do seu comportamento na sala de aula. A turma era constituída por dezanove alunos, sete raparigas e doze rapazes, com idades compreendidas entre os 11 e os 12 anos. No trilho matemático apenas participaram dezasseis alunos, sendo os mesmos que responderam ao questionário final. Através do questionário inicial, foi possível perceber que a turma gostava de matemática e a maior parte de alunos tinha uma boa relação com a disciplina, existindo alguns com dificuldades. Para preservar o anonimato dos alunos, na caracterização foram usadas letras para identificar cada aluno.

O **grupo "Os Matemáticos"** era constituído por três elementos, um rapaz e duas raparigas. Os alunos tinham uma boa relação entre eles, uma vez que tentaram sempre resolver em conjunto as tarefas e conversavam uns com os outros para esclarecerem as suas dúvidas e raciocinarem. Estiveram empenhados e motivados durante o trilho matemático. Todos os elementos deste grupo tinham bons resultados na disciplina de Matemática, mas diferentes formas de estar na sala de aula. O aluno A participava bastante nas aulas e estava sempre atento. O aluno B era bastante calmo e não participava tanto nas aulas, contudo tinha excelentes resultados nas avaliações. O aluno C tinha muitas capacidades, mas distraia-se com facilidade nas aulas, o que fazia com que não fosse tão bom aluno quanto podia ser.

O **grupo "Team Nike"** era constituído por três elementos, dois rapazes e uma rapariga, com diferentes níveis de desempenho. Apesar de os alunos se darem todos bem, por sentirem que não conseguiam ajudar, acabavam por deixar o aluno D mais sozinho a resolver as tarefas. Este elemento era um excelente aluno, muito atento e calmo durante as aulas, tendo sido o que mais se empenhou durante o trilho matemático. O aluno E tinha maus resultados na disciplina, por ter bastantes dificuldades. Durante as aulas acabava por se distrair e não se esforçar tanto quanto devia. O aluno F era um aluno mediano que conversava bastante com os colegas, sendo necessário chamar a sua atenção para que se acalmasse e se concentrasse na aula. No trilho matemático, os alunos E e F não participaram muito, ficaram mais calados e não se esforçaram para compreender as tarefas e em ajudar o aluno D.

O **grupo "Time MyBM"** era constituído por quatro elementos, três rapazes e uma rapariga. Este grupo era o mais heterogéneo por ter: o aluno G que tinha muitas dificuldades e não conseguia atingir bons resultados nas avaliações, mas empenhava-se durante as aulas através da resolução das tarefas propostas e era participativo; o aluno H era o que tinha mais dificuldades na turma e, por esse motivo, realizava testes adaptados. Apesar de ser um aluno com um comportamento calmo, nunca participava nas aulas e, se falassem com ele ou fizessem alguma brincadeira, alinhava e esquecia-se que estava na sala de aula; o aluno I tinha excelentes resultados e era bastante participativo. Era um aluno que expunha a sua opinião e, sempre que algo não estava bem ou sempre que tinha uma dúvida, comunicava. Por vezes foi necessário chamar a sua atenção, por conversar com os colegas, mas rapidamente se acalmava e ficava concentrado na aula. Era um aluno que aprendia com facilidade; o aluno J era bastante calmo e nunca incomodava nas aulas. Apresentava muitos problemas de saúde e tinha problemas de absentismo. Por este motivo era um aluno mediano e não tinha melhores resultados por não conseguir acompanhar a lecionação dos conteúdos. Na realização do trilho, os alunos não colaboraram muito uns com os outros e cada um apenas desempenhava o papel que lhes tinha sido atribuído inicialmente (por exemplo, quem estava com o *tablet*, apenas o segurava, inseria as respostas, selecionava a tarefa, etc., e não contribuía para a resolução das tarefas). O aluno I foi o que mais se envolveu durante o trilho.

O **grupo "Portistas"** era constituído por três elementos, um rapaz e duas raparigas. Os alunos deste grupo tinham bons resultados na disciplina, contudo o trabalho de grupo não correu muito bem. O aluno K participava e empenhava-se muito nas aulas, mas sentia muita ansiedade e não aceitava bem quando não sabia algo ou quando falhava, isolando-se do resto da turma. O aluno L tinha um bom comportamento e era um excelente aluno, acompanhava bem as aulas e ajudava os colegas. O aluno M era bom aluno, mas tinha um ritmo de trabalho mais lento comparativamente aos restantes alunos. Não participava nas aulas e excluía-se um pouco da turma. Este aluno, durante o trilho matemático, revelou alguma ansiedade, assumindo que não iam conseguir concluir as tarefas por não terem tempo. O grupo não funcionou como era esperado e o aluno M colocou-se um pouco à parte dos colegas.

O **grupo "Team Trilho"** era constituído por três elementos, dois rapazes e uma rapariga. O grupo funcionou muito bem e os alunos evidenciaram uma boa relação. Os elementos tinham níveis de desempenho diferentes: o aluno N tinha bons resultados, mas era conversador e não tinha muita maturidade. Quando era pedido que resolvessem alguma tarefa, era o aluno que acabava primeiro, mas o seu comportamento não lhe permitia ter os melhores resultados; o aluno O era um excelente aluno e participava muito durante as aulas. Encontrava-se sentado junto de um colega que tinha muitas dificuldades e ajudava-o muito; o aluno P não tinha bons resultados nas avaliações e tinha muitas dificuldades.

2. Desempenho da turma no trilho matemático

Neste ponto pretende-se analisar o desempenho da turma durante o trilho matemático, tendo em conta o sucesso das resoluções que cada grupo apresentou de cada tarefa, a natureza das estratégias utilizadas e as dificuldades sentidas. Para isso, utilizou-se o guião de observação, o guião de resolução das tarefas de cada grupo e respostas extraídas do questionário final e das entrevistas realizadas a cada grupo.

O trilho matemático foi construído para uma aula de 90 minutos, contudo, devido a alguns problemas técnicos, houve necessidade de continuar o trilho na aula seguinte (45 minutos). Os alunos evidenciaram um bom comportamento durante todo o trilho, mostrando-se entusiasmados e empenhados em resolver as várias tarefas. Apesar de a turma ser constituída por 19 alunos, só participaram 16, tendo faltado, em ambos os dias, 3 alunos.

Durante a realização do trilho matemático, os grupos foram observados e foi possível registar algumas das estratégias utilizadas, as dificuldades sentidas e as reações ao trabalho de grupo. Para resolver as tarefas, os grupos recorreram a desenhos, cálculos, medições, cálculo mental, dramatizações para fazer combinações e contagens (por exemplo, na tarefa "Saltos nos degraus", os alunos subiam os degraus; na tarefa "O tabuleiro de xadrez", os alunos distribuíam-se pelos vários quadrados do tabuleiro).

Quanto ao trabalho de grupo, a maioria dos alunos colaboraram uns com os outros, tentando interpretar as tarefas e partilhar as suas ideias para as resolver. Contudo, em dois grupos, os elementos assumiram que apenas eram responsáveis pelo material que lhes foi entregue no início, como por exemplo, o elemento que ficou com a calculadora apenas fazia os cálculos que eram necessários e não ajudava o grupo a resolver as tarefas.

O sucesso na resolução das tarefas foi analisado segundo quatro indicadores: "resolução correta", "resolução parcialmente correta", "resolução incorreta" e "não apresenta resolução". Considerou-se que uma tarefa tinha: uma resolução correta, quando se encontra bem resolvida, apresentando todos os passos necessários para a sua resolução; uma resolução parcialmente correta quando apresenta alguns passos necessários à sua resolução; uma resolução incorreta quando a tarefa está mal resolvida, por não apresentar os passos que deviam ser utilizados ou quando estão mal aplicados. Se o grupo não resolveu a tarefa significa que não apresenta uma resolução. No gráfico 1, é possível ver resumidos os resultados obtidos em cada uma das tarefas.

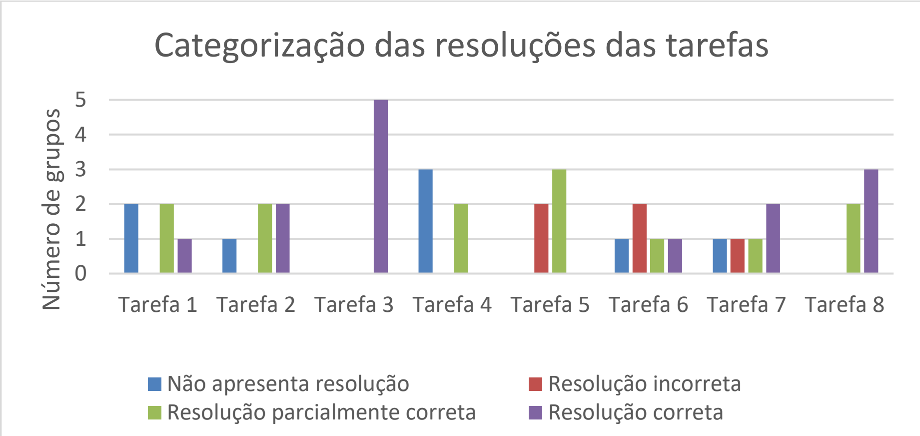


Gráfico 1: Categorização das resoluções das tarefas

Na análise do gráfico 1 verifica-se que na maioria das tarefas os grupos apresentaram uma resolução parcialmente correta ou correta, tendo apenas existido resoluções incorretas nas tarefas 5, 6 e 7.

Na tarefa 1, apenas um grupo conseguiu resolver corretamente, tendo dois grupos apresentado uma resolução parcialmente correta e os outros dois não resolveram a tarefa, logo, não apresentaram uma resolução. O grupo que teve uma resolução parcialmente correta, apesar de a ter resolvido bem e de ter apresentado os passos necessários para a sua resolução, na parte inicial, indicou que os 2 módulos grandes teriam ao todo 10 prateleiras, ou seja, identificaram mal o número de prateleiras destes módulos, tendo interpretado mal as suas divisões.

Na tarefa 2, dois grupos responderam corretamente, dois apresentaram uma resolução parcialmente correta e um grupo não apresentou uma resolução. Ambos os grupos que responderam de forma parcialmente correta foi devido a não terem indicado quanto era $\frac{2}{5}$ de 10 degraus. Um dos grupos até fez a seguinte igualdade $\frac{2}{5}$ = 4 degraus.

Na tarefa 3, todos os grupos apresentaram uma resolução correta, não revelando dificuldades em aplicar os números racionais como razão.

Na tarefa 4, três grupos não apresentaram uma resolução, logo não resolveram a tarefa. Dois grupos apresentaram uma resolução parcialmente correta. Ambos os grupos efetuaram corretamente os cálculos da área da base das floreiras e os volumes de cada uma, contudo realizaram, de forma errada, a razão entre os dois volumes.

Na tarefa 5, três grupos apresentaram uma resolução parcialmente correta e, os dois restantes, uma resolução incorreta. Dos grupos que responderam quase corretamente, um deles apenas indicou quanto media de lado cada azulejo e o número de azulejos que existiam no comprimento e na altura. Outro grupo apresentou as medidas do comprimento e da altura do mosaico e as que deviam ser utilizadas na folha A4. Aplicou a escala, mas a sua resolução estava muito incompleta, não se percebendo o raciocínio. O terceiro grupo descobriu as medidas do mosaico e indicou as medidas que deviam de ser aplicadas na folha A4, mas não demonstrou como o fez. Relativamente aos grupos que apresentaram uma resolução incorreta, um dos grupos errou a sua resolução apenas por ter trocado os valores quando aplicou a escala. O outro grupo determinou o número de azulejos que o mosaico tinha e apresentou a resposta correta, mas não resolveu a tarefa.

Na tarefa 6, um grupo apresentou uma resposta correta, um grupo apresentou uma resposta parcialmente correta, dois grupos uma resposta incorreta e um grupo não apresentou uma resolução. O grupo que respondeu quase corretamente indicou que $1\,\frac{1}{8}$ é igual a $\frac{9}{8}$, mas não demonstrou como o fez. Dos grupos que resolveram incorretamente, um apresentou uma igualdade incorreta e o outro apenas determinou o número total de quadrados que o tabuleiro tinha.

Na tarefa 7, dois grupos responderam corretamente, um grupo apresentou uma resposta parcialmente correta, um grupo respondeu incorretamente e o grupo restante não resolveu a tarefa. O grupo que apresentou uma resposta parcialmente correta apenas não arredondou o resultado às unidades. O grupo que respondeu incorretamente fez mal a fração parte-todo, considerando como o todo apenas as consoantes da frase e não todas as letras que esta tinha.

Na tarefa 8, três grupos responderam corretamente e dois grupos apresentaram uma resposta parcialmente correta por não terem apresentado todos os passos que eram necessários para a resolução da tarefa.

Passa-se agora a uma análise mais detalhada por tarefa.

2.1 Tarefa 1

Esta tarefa tinha como título “As prateleiras” e não eram necessárias ferramentas para a sua resolução. Tinha como finalidade descobrir quantas prateleiras iam ser colocadas no total, tendo em conta que os módulos grandes deviam ter 5 divisões e cada módulo pequeno teria $\frac{1}{4}$ das prateleiras usadas nos módulos grandes.

O **grupo “Os Matemáticos”** apresentou uma resolução parcialmente correta da tarefa (Figura 47) por ter indicado que os 2 módulos grandes teriam 10 prateleiras, o que revela que os alunos tiveram dificuldades em compreender o seu enunciado. Os alunos optaram por usar uma estratégia de natureza analítica. A nível dos conteúdos, não demonstraram ter dificuldades e foram bastante claros na sua resolução.

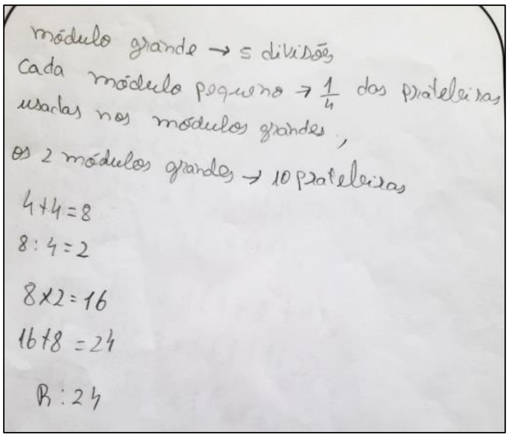

módulo grande → 5 divisões
Cada módulo pequeno → $\frac{1}{4}$ dos prateleiras usadas nos módulos grandes,
os 2 módulos grandes → 10 prateleiras
$4+4=8$
$8:4=2$
$8\times2=16$
$16+8=24$
R: 24

Figura 47: Resolução da tarefa 1 do grupo “Os Matemáticos”

Como é possível observar na figura 47, os alunos adicionaram as prateleiras que deviam ser colocadas em cada módulo grande, 4 em cada uma, ou seja, 8 no total. Depois disso, descobriram que deviam ser colocadas 2 prateleiras em cada módulo pequeno, fazendo $\frac{1}{4}$ das 8 prateleiras dos módulos grandes. Como existiam 8 módulos pequenos, multiplicaram o número de módulos pelo número de prateleiras a ser colocadas (8 x 2) e obtiveram o número total de prateleiras nestes módulos, ou seja, 16. Por último, os alunos adicionaram o número total de prateleiras dos módulos grandes com o número total de prateleiras dos módulos pequenos, tendo obtido 24 prateleiras (16 + 8). Na entrevista, a estagiária questionou o grupo sobre a resolução da tarefa:

> Estagiária: Na tarefa “As prateleiras” indicaram que os módulos grandes teriam 10 prateleiras, mas nos cálculos colocaram que teriam 8. Como é que pensaram?
> B: Porque aqui depois nós apercebemo-nos que teriam 10 espaços e não 10 prateleiras. Nós esquecemo-nos de trocar.

Através da entrevista, foi possível concluir que os alunos inicialmente não tinham compreendido o enunciado da tarefa e tinham confundido o número de espaços com o de prateleiras, tendo-se esquecido de corrigir esse dado no guião de resolução das tarefas.

O **grupo "Team Nike"** resolveu corretamente a tarefa e optou por usar uma estratégia de natureza mista (Figura 48). O grupo não revelou dificuldades. Na sua resolução, os alunos desenharam o móvel branco com os vários módulos, grandes e pequenos, uma estratégia que permitiu compreender perfeitamente o seu raciocínio. A partir do desenho, colocaram as várias prateleiras, tendo atenção à forma como as prateleiras tinham de ser organizadas.

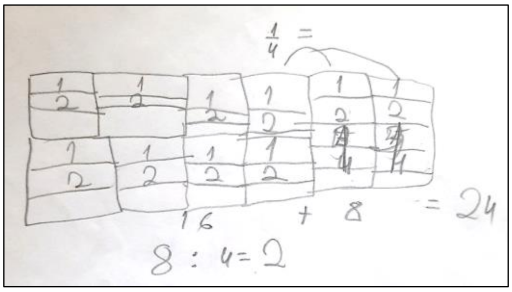


Figura 48: Resolução da tarefa 1 do grupo "Team Nike


Figura 49: Grupo "Team Nike" a resolver a tarefa "As prateleiras"

Assim, os módulos grandes deveriam ter 5 divisões e os alunos desenharam 4 prateleiras nestes módulos e concluíram que seriam 8 nos módulos grandes. É possível observar que os alunos indicaram, através de desenhos e de cálculos (8 : 2), que $\frac{1}{4}$ dos módulos grandes correspondem a 2 prateleiras e que esse número de prateleiras é o que tem de ser colocado em cada módulo pequeno. Tal como nos módulos grandes, os alunos desenharam duas prateleiras em cada módulo pequeno. Por fim, adicionaram o número total de prateleiras dos módulos pequenos com as dos módulos grandes, tendo obtido 24 (16 + 8). Na figura 49 observa-se os alunos num momento da resolução da tarefa.

O **grupo "Time MyBM"** não resolveu esta tarefa. Na entrevista, a estagiária questionou o grupo sobre a resolução da tarefa:

> Estagiária: Não fizeram a resolução da tarefa "As prateleiras". Quais foram as vossas dificuldades?
> I: É muito difícil.
> G: Sim, nós tentamos medir tudo só que não dava certo.

Através da entrevista, foi possível perceber que os alunos não compreenderam a tarefa, visto que indicaram que fizeram medições, o que não era necessário para a sua resolução. Este motivo pode ter contribuído para que considerassem a tarefa difícil.

O **grupo "Portistas"** apresentou uma resolução parcialmente correta da tarefa porque efetuou uma igualdade que não é correta (8 x 2 = 16 + 8 = 24), não tendo demostrado dificuldades sobre os conteúdos. A sua resolução não é muito clara, visto que realizaram os cálculos, mas não explicaram como pensaram, nem a que correspondia cada cálculo. Utilizaram uma estratégia de natureza mista (Figura 50) e na sua resolução é possível ver que os alunos desenharam apenas os dois módulos grandes e as respetivas prateleiras, ou seja, desenharam 4 prateleiras em cada módulo, de forma a existirem 5 divisões em cada e, deste modo, 8 prateleiras no total.

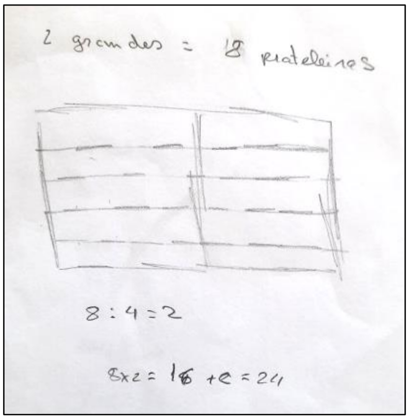


Figura 50: Resolução da tarefa 1 do grupo "Portistas"

Também indicaram através de um cálculo (8 : 4) quanto é $\frac{1}{4}$ das 8 prateleiras dos módulos grandes, concluindo que são duas as prateleiras que deveriam ser colocadas nos módulos pequenos. Sabendo o número de prateleiras a colocar em cada módulo pequeno, os alunos multiplicaram o número de módulos pequenos pelo número de prateleiras (8 x 2), descobrindo que eram 16 no total e, a estas, adicionaram as 8 prateleiras dos módulos grandes, obtendo, no total, 24.

O grupo **"Team Trilho"** não resolveu esta tarefa. Na entrevista, a estagiária questionou o grupo sobre esta situação:

> Estagiária: Não fizeram a resolução da tarefa "As prateleiras". Quais foram as vossas dificuldades?
> O: As nossas dificuldades foi que não sabíamos muito bem o que fazer.
> N: Não sabíamos por onde começar.
> O: Pois, e porque já percebemos que os módulos grandes têm cinco divisões, mas cada módulo pequeno terá $\frac{1}{4}$ das prateleiras usadas nos módulos grandes. Aí não entendemos e foi muito difícil tentar resolver porque tínhamos várias opiniões e nenhuma das opiniões

estava certa o resultado.

Através da entrevista, foi possível perceber que o grupo não compreendeu o que tinha de fazer para resolver a tarefa, o que indica que não compreenderam a tarefa. Além disso, não conseguiram conciliar as opiniões uns dos outros para resolver a tarefa, o que indica que a comunicação entre o grupo não resultou muito bem.

2.2. Tarefa 2

Esta tarefa chamava-se "Saltos nos degraus" e não eram necessárias ferramentas para a sua resolução. Tinha como finalidade descobrir de quantas maneiras diferentes os alunos podiam subir os degraus com saltos de 1, 2 ou 3 degraus, pisando apenas $\frac{2}{5}$ dos degraus.

O **grupo "Os Matemáticos"** resolveu corretamente esta tarefa e utilizou uma estratégia de natureza analítica (Figura 51), tendo efetuado uma resolução clara sem demonstrar dificuldades. Inicialmente, o grupo descobriu quantos degraus podiam ser pisados, fazendo $\frac{2}{5}$ de 10, a que correspondem 4 degraus. Sabendo o número de degraus que podiam pisar, determinaram diferentes combinações de saltos de 1, 2 ou 3 degraus, concluindo que existem 7 maneiras diferentes de os subir.

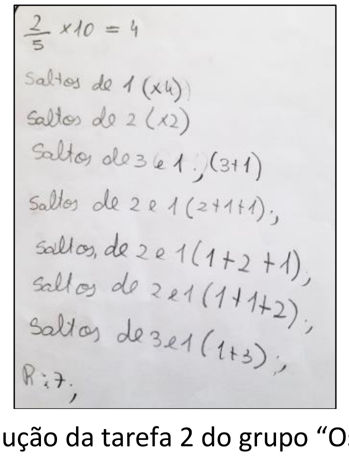


Figura 51: Resolução da tarefa 2 do grupo "Os Matemáticos"

O **grupo "Team Nike"** apresentou uma resolução parcialmente correta da tarefa por não ter indicado quanto era $\frac{2}{5}$ de 10 degraus e utilizou uma estratégia de natureza analítica (Figura 52).

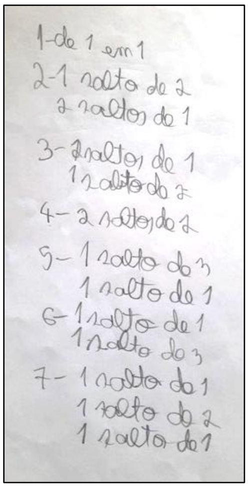


Figura 52: Resolução da tarefa 2 do grupo "Team Nike"

Figura 53: Grupo "Team Nike" a resolver a tarefa "Saltos nos degraus"

Como é possível ver na figura 52, o grupo realizou todas as combinações possíveis com os 4 degraus e com os diferentes saltos, simulando nas escadas, como se observa na figura 53. O grupo não revelou dificuldades.

O **grupo "Time MyBM"** não resolveu esta tarefa. A estagiária questionou o grupo durante a entrevista sobre a resolução da tarefa:

> Estagiária: Não fizeram a resolução da tarefa "Saltos nos Degraus". Quais foram as vossas dificuldades?
> I: As combinações.
> G: Sim, nós por exemplo íamos para as escadas e…
> I: Não tivemos tempo suficiente para descobrir as combinações. Nós gastamos muito tempo nos outros problemas, não devíamos ter gastado tanto tempo.

O grupo não respondeu a esta tarefa, no entanto, na aplicação encontrava-se uma resposta submetida. Assim, a estagiária questionou:

> Estagiária: Na aplicação submeteram a resposta correta, como o fizeram? Como chegaram à resposta?
> I: Eu sinceramente eu disse à toa.

Através da entrevista, verificou-se que o grupo sentiu dificuldades em resolver esta tarefa, principalmente em fazer as várias combinações de degraus, tendo em conta os saltos que podiam dar e os degraus que podiam pisar. Nota-se que os alunos tiveram dificuldades em gerir o tempo nas várias tarefas, não tendo dedicado o tempo suficiente a esta tarefa, um fator que os pode ter prejudicado. Prova disso foi a submissão de uma resposta aleatória na aplicação.

O **grupo "Portistas"**, através de uma estratégia de natureza analítica (Figura 54), apresentou uma resposta parcialmente correta da tarefa, visto que indicaram que $\frac{2}{5}$ é igual a 4 degraus, mas não demonstraram como o fizeram ou como chegaram a essa relação. De seguida, fizeram as combinações possíveis com os saltos de 1, 2 e 3 degraus, simulando nas escadas (Figura 55). O grupo não revelou dificuldades.

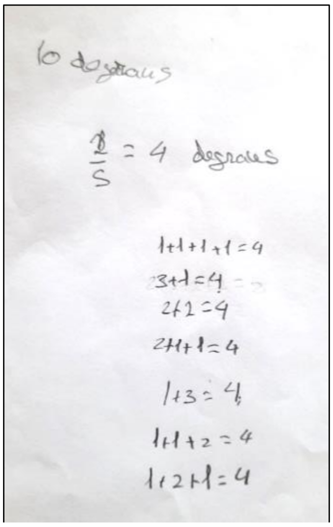


Figura 54: Resolução da tarefa 2 do grupo "Portistas"

Figura 55: Grupo “Portistas” a resolver a tarefa "Saltos nos degraus"

O **grupo “Team Trilho”** resolveu corretamente a tarefa, aplicando uma estratégia de natureza analítica (Figura 56). Tal como os outros grupos, indicaram quanto era $\frac{2}{5}$ de 10 degraus, que correspondia a 4 degraus. Depois, combinaram os vários saltos de degraus e concluíram que existiam 7 formas diferentes de os subir. O grupo não revelou dificuldades.

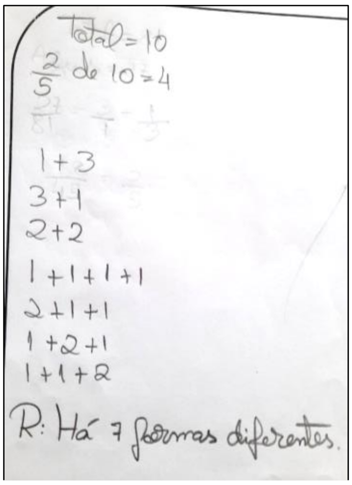


Figura 56: Resolução da tarefa 2 do grupo “Team Trilho”

2.3. Tarefa 3

Esta tarefa tinha como título “Os cacifos coloridos” e não eram necessárias ferramentas para a sua resolução. Tinha como finalidade determinar a razão entre o número de cacifos azuis e o número total de cacifos.

O **grupo “Os Matemáticos”** resolveu corretamente esta tarefa, através de uma estratégia de natureza analítica (Figura 57). Este grupo contou o número de portas existentes em cada conjunto e não os conjuntos de cacifos que havia. Assim, ao multiplicarem o número de conjuntos de cacifos, que era 5, pelo número de portas que tinha cada conjunto, 9, ficaram a saber quantas portas existiam no total, 45 (5 x 9). Utilizaram o mesmo raciocínio para descobrir o número de portas dos dois conjuntos de cacifos azuis, tendo 18 portas (9 x 2).

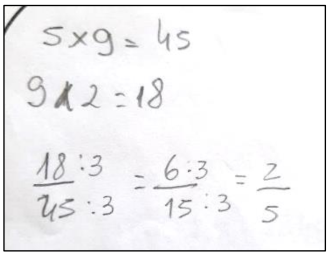


Figura 57: Resolução da tarefa 3 do grupo “Os Matemáticos”

Por fim, formaram uma fração com o significado parte-todo $\frac{18}{45}$, onde o 18 corresponde à parte (portas dos cacifos azuis) e 45 ao todo (total de portas). Ao dividir o numerador e o denominador por 3, simplificaram a fração e determinaram que a razão entre o número de cacifos azuis e o número total de cacifos é $\frac{2}{5}$. O grupo não revelou dificuldades.

O **grupo “Team Nike”** resolveu corretamente a tarefa, a partir de uma estratégia de natureza analítica (Figura 58). Este grupo foi bastante direto na sua resolução, ao indicar os grupos de cacifos azuis e o número total de grupos de cacifos. Por fim, obtiveram a fração $\frac{2}{5}$. O grupo não demonstrou dificuldades. Na figura 59 observa-se os alunos num momento da resolução da tarefa.

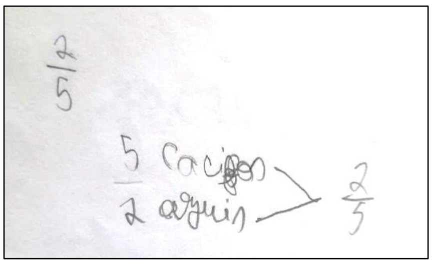


Figura 58: Resolução da tarefa 3 do grupo "Team Nike"

Figura 59: Grupo “Team Nike” a resolver a tarefa "Os cacifos coloridos"

O **grupo “Time MyBM”** resolveu corretamente a tarefa através de uma estratégia de natureza analítica (Figura 60). Tal como o grupo “Os Matemáticos”, estes alunos contaram o número de portas que tinha cada conjunto de cacifos e destes indicou quantas portas tinham os cacifos azuis. A partir daí, representaram uma fração com significado parte-todo, sendo o 18 a parte e o 45 o todo, simplificaram a fração e obtiveram $\frac{2}{5}$ como razão. O grupo não revelou dificuldades. Na figura 61 observa-se os alunos num momento da resolução da tarefa.

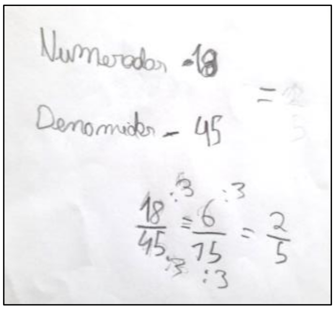


Figura 60: Resolução da tarefa 3 do grupo “Time MyBM”

Figura 61: Grupo “Time MyBM” a resolver a tarefa "Os cacifos coloridos"

O **grupo “Portistas”** resolveu corretamente a tarefa e utilizou uma estratégia de natureza analítica (Figura 62). Este grupo pensou da mesma forma que o grupo “Os Matemáticos”, apresentando uma resolução similar, tendo determinado o número de portas dos cacifos azuis (9 x 2 =18) e o número total de portas dos cinco conjuntos de cacifos (9 x 5 =45). Formaram uma fração com significado parte-todo e simplificaram-na, obtendo como razão $\frac{2}{5}$. O grupo não demonstrou dificuldades.

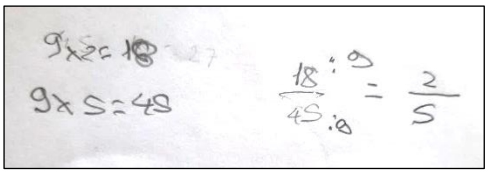


Figura 62: Resolução da tarefa 3 do grupo “Portistas”

O **grupo “Team Trilho”** resolveu corretamente a tarefa e utilizou uma estratégia de natureza analítica (Figura 63). Este grupo também pensou da mesma forma que os dois grupos anteriores e apresentou uma resolução similar, não tendo revelado dificuldades.

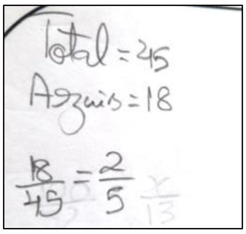


Figura 63: Resolução da tarefa 3 do grupo "Team Trilho"

2.4. Tarefa 4

Esta tarefa intitulou-se de "As floreiras" e tinha como finalidade determinar, na forma de dízima, a razão entre o volume da floreira verde e o volume da floreira branca. Para a resolver, todos os grupos tiveram de medir as dimensões das duas floreiras. Para isso, utilizaram o metro articulado e a calculadora para os auxiliar nos cálculos.

O **grupo "Os Matemáticos"** apresentou uma resolução parcialmente correta da tarefa por ter errado no resultado e recorreu a uma estratégia de natureza analítica (Figura 64). Efetuadas as medidas, o grupo calculou a área da base (74 x 38,5 = 2849 cm^2) e, posteriormente, o volume da floreira branca (2849 x 63 = 17948 cm^3). De seguida, fez o mesmo processo para a floreira verde, calculou a sua área da base (74 x 38,5 = 2849 cm^2) e o seu volume (2849 x 34 = 96866 cm^3). Tendo calculado os dois volumes, o grupo dividiu o volume da floreira verde pelo volume da floreira branca, mas errou no resultado, visto que o cálculo deveria ter dado 0,5396825397.

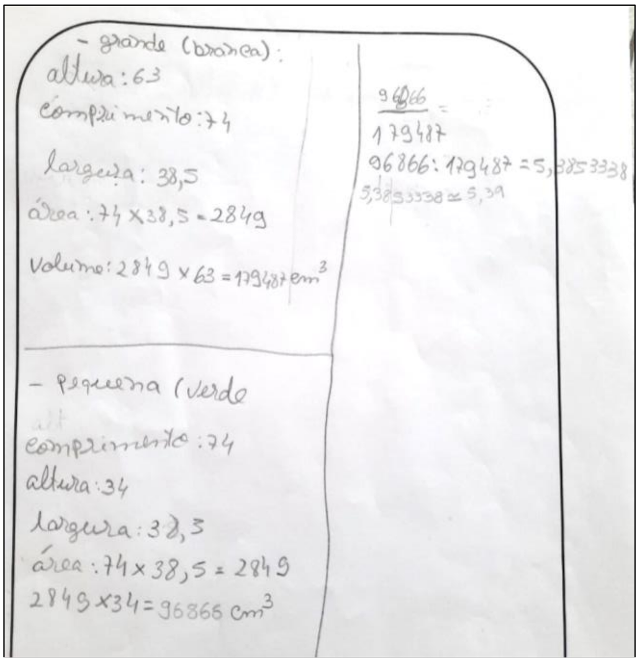


Figura 64: Resolução da tarefa 4 do grupo "Os Matemáticos"

Na entrevista, a estagiária questionou o grupo sobre a resolução da tarefa para esclarecer alguns aspetos:

> Estagiária: Que estratégia usaram na tarefa "As floreiras? Expliquem como pensaram.
> C: Nem conseguimos resolver.
> A: Nós primeiro, nas das floreiras, primeiro vimos a altura, comprimento e a largura e depois fizemos a área e depois o volume e depois fizemos isso das duas…das duas floreiras.

Esta questão ajuda a compreender o que os alunos fizeram e que estratégia utilizaram para resolver a tarefa. Pela conversa, o grupo entendeu que realizou todos os passos que eram necessários para responder, contudo, na aplicação a resposta foi considerada errada e a estagiária questionou o grupo sobre isso, de modo a tentar perceber o que tinha acontecido:

> Estagiária: Na aplicação a resposta foi considerada errada. O que se terá passado?
> B: Se calhar medimos mal.
> C: Dividimos mal, se calhar, não sei.

A resposta dos alunos indica que consideram que efetuaram mal as medições e, assim, obtiveram medidas erradas, o que fez com que errassem a resolução da tarefa e, por consequência, a sua resposta. Contudo, o grupo apenas errou o resultado da razão entre os dois volumes, mas não colocou isso como hipótese, o que indica que não tinham certeza sobre a validade da resolução que tinham realizado. Na figura 65 observa-se os alunos num momento da resolução da tarefa.

Figura 65: Grupo "Os Matemáticos" a resolver a tarefa "As floreiras"

O **grupo "Team Nike"** não resolveu a tarefa, visto que apenas apresentou um cálculo e não concluiu a resolução (Figura 66). O grupo, através de uma estratégia de natureza analítica, mediu o comprimento, a altura e a largura de uma das floreiras e ia efetuar o cálculo do seu volume. O facto de só terem feito este cálculo indica que podem ter tido dificuldades em resolver a tarefa, não sabendo como podiam prosseguir na sua resolução, pela falta de compreensão do enunciado, ou falta de tempo para a resolver.

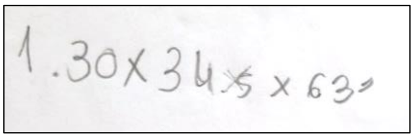


Figura 66: Resolução da tarefa 4 do grupo "Team Nike"

Na entrevista, a estagiária questionou o grupo sobre a resolução da tarefa:

Estagiária: A resolução da tarefa "As floreiras" encontra-se incompleta. Quais foram as vossas dificuldades?
F: Nós primeiro fomos fazer as outras, porque nós não tínhamos feito a resolução das outras e depois quando estávamos a resolver as floreiras tocou.
D: Tínhamos 4 minutos para fazer e estávamos no andar de cima e para o andar de baixo perdemos mais 1 minuto e depois só tínhamos 3 minutos.

Após o grupo ser questionado sobre a resolução, é possível perceber que os alunos decidiram resolver primeiro as outras tarefas, tendo-lhes dedicado mais tempo, e depois, quando iam resolver esta tarefa, já não tinham mais tempo. O facto de começarem por resolver as outras tarefas pode indicar que os alunos consideraram esta tarefa mais difícil, o que fez com que tivessem dificuldades em resolvê-la.

O **grupo "Time MyBM"** apresentou uma resolução parcialmente correta da tarefa, por terem errado o resultado, e utilizou uma estratégia de natureza analítica (Figura 67). Após saberem as medidas de ambas as floreiras, calcularam o volume da floreira branca (78,5 x 62,5 x 39 = 191343,75 cm^3) e o volume da floreira verde (74,5 x 39 x 34 = 98787 cm^3). Posto isto, o grupo dividiu o volume da floreira branca pelo volume da floreira verde, para obter a razão entre os dois volumes. Contudo, o resultado está errado, pois a ordem pela qual dividiram os volumes não foi a correta. Deviam ter dividido o volume da floreira verde pelo da floreira branca e o resultado seria 0,5162802548. O grupo apresentou uma resolução clara, onde é possível compreender todos os passos que efetuaram e que eram importantes para a sua resolução. Nota-se que o grupo não teve dificuldades em efetuar o volume de cada floreira, mas é possível verificar que realização o cálculo da razão de forma errada, o que pode indicar dificuldades neste conceito. Na figura 68 observa-se os alunos num momento da resolução da tarefa.

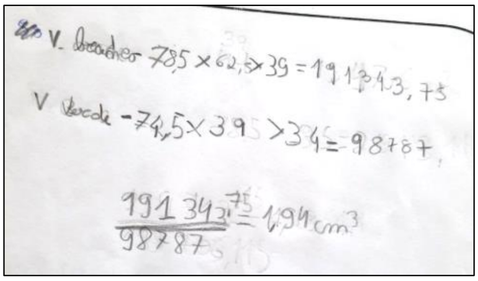


Figura 67: Resolução da tarefa 4 do grupo "Time MyBM"

Figura 68: Grupo "Time MyBM" a resolver a tarefa "As floreiras"

Na entrevista, a estagiária questionou o grupo sobre a resolução da tarefa que apresentaram:

Estagiária: Que estratégia usaram na tarefa "As floreiras"?
I: Fazer o volume em centímetros cúbicos de cada uma e depois fazer a fração entre o volume duma e doutra e fazer a divisão entre valor maior e o menor.
Estagiária: O que acham que falhou?
G: As contas e a estratégia.

A entrevista comprova que os alunos executaram corretamente os passos da resolução da tarefa até ao cálculo da razão entre os volumes, pois indicaram que dividiram o valor maior pelo menor, o que já se viu que devia ter sido efetuado ao contrário. Os alunos não souberam indicar especificamente que erraram esse cálculo quando a estagiária lhes perguntou o que poderá ter falhado na resolução. Indicaram, de forma geral, que podiam ter falhado nas contas e na estratégia que utilizaram. Isto também revela que os alunos não estavam muito confiantes sobre o que tinham feito.

O **grupo "Portistas"** (Figura 69) não resolveu a tarefa. Perante esta situação, a estagiária questionou o grupo na entrevista:

Estagiária: Não fizeram a resolução da tarefa "As floreiras". Quais foram as vossas dificuldades?
K: A calcular os volumes e medir tudo.
L: Porque na primeira vez a gente tinha medido com os pés.

Figura 69: Grupo "Portistas" a resolver a tarefa "As floreiras"

Através da entrevista, é possível concluir que o grupo teve dificuldades em efetuar as medições e no cálculo dos volumes das floreiras. Um fator que pode ter contribuído para que não conseguissem resolver a tarefa e tivessem essas dificuldades, foi o facto de terem utilizado os pés para medir. Isto pode indicar que os alunos tiveram dificuldades em utilizar o metro articulado.

O **grupo "Team Trilho"** não resolveu a tarefa. Na entrevista, a estagiária questionou o grupo sobre este facto:

> Estagiária: Não fizeram a resolução da tarefa "As floreiras". Quais foram as vossas dificuldades?
> N: Eu tentei fazer, mas não consegui. E depois passamos à frente, já estávamos a perder muito tempo e não sabíamos bem.
> Estagiária: Porque é que achas que não conseguiste?
> N: Não sei.
> O: Já não me lembro.
> Estagiária: O que é que acham que era difícil nesta tarefa?
> N: As contas que tínhamos de fazer para chegar até ao resultado.
> O: Eram muitas e às vezes basta dar um bocado da conta errada que dá tudo errado.

É possível verificar, através da entrevista, que o grupo, apesar de ter dedicado muito tempo a esta tarefa, não conseguiu resolvê-la devido aos cálculos que eram necessários e, que, segundo o grupo, eram muitos e difíceis. Isto pode indicar que os alunos podem ter dificuldades em calcular volumes e em determinar a razão entre duas grandezas. Também se notou dificuldades na gestão do tempo.

2.5. Tarefa 5

Esta tarefa, intitulada de "O mosaico da Escola", tinha como finalidade reproduzir o mosaico numa folha de papel A4 para se obter um modelo mais pequeno construído à escala 1:30. Os alunos tinham de descobrir quais as medidas do comprimento e da largura que o modelo que ia ser desenhado na folha deveria dar. Para a resolverem, todos os grupos tiveram de medir as dimensões dos azulejos ou do mosaico. Para isso, utilizaram o metro articulado e a calculadora para os auxiliar nos cálculos.

O **grupo "Os Matemáticos"** apresentou uma resolução parcialmente correta da tarefa, por terem resolvido uma parte da tarefa, tendo optado por uma estratégia de natureza mista (Figura 70). Os alunos desenharam um azulejo quadrado e indicaram as medidas de cada lado, ou seja, 30 cm. Para o fazer, utilizaram o metro articulado que foi anteriormente fornecido. O grupo não explicou a sua resolução, mas supõe-se que desenharam o mosaico e indicaram que este continha 14 azulejos no comprimento e 7 na altura, apesar de não terem indicado as unidades de medida. Ainda escreveram que uma folha A4 é igual a 1:1, mas não se compreende o que queriam dizer. A sua resolução encontra-se muito incompleta, pelo que ainda teriam de indicar quanto media o comprimento e a largura do mosaico e aplicar a escala 1:30, para obterem as medidas do modelo na folha A4.

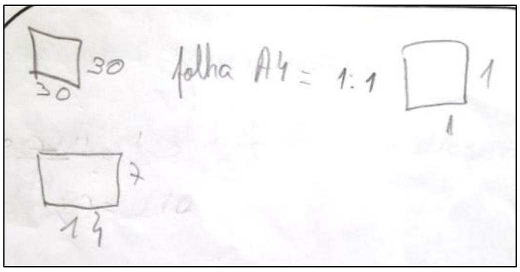


Figura 70: Resolução da tarefa 5 do grupo "Os Matemáticos"

Na entrevista, a estagiária questionou o grupo sobre a resolução da tarefa:

Estagiária: Na tarefa "O mosaico da Escola", como é que descobriram as medidas do comprimento e da largura?
A: Ah..Porque…nós vimos...nós contamos ao todo 30 por 30.
C: Não, era 14 por 7…como assim?
A: Não, isto ao todo era 30 por 30. Com uma folha A4 tinha de ser 1 por 1, um quadradinho tinha de medir 1 centímetro. Como havia 7 na vertical cada um ia corresponder a 1…
B: Então era 7.
A: Exato e depois o de baixo…é difícil explicar.

É possível verificar que o grupo estava muito confuso com a tarefa, o que pode indicar que não compreenderam bem o que tinham de fazer ou que não tinham a certeza sobre o que tinham feito.

O **grupo "Team Nike"** fez uma resolução parcialmente correta da tarefa, por terem sido muito simplistas na sua resolução e por apresentarem um valor incorreto. Os cálculos que são possíveis ver na figura 71 foram o que os alunos apresentaram, tendo utilizado uma estratégia de natureza analítica. Na resolução, os valores que os alunos escreveram indicam que descobriram a medida do comprimento (440 cm) e da altura (210 cm) do mosaico, parecendo que mediram o mosaico de um lado ao outro, de modo a obter diretamente as suas medidas. Apesar de a resolução se encontrar incompleta, os resultados estão corretos, pelo que os alunos dividiram a medida do comprimento do mosaico por 30, valor da escala indicada no enunciado, 1:30. O mesmo aconteceu para a medida da altura do mosaico que foi dividida por 30. Desta forma, o grupo conseguiu obter os valores necessários do comprimento e da altura para construir o mosaico numa folha A4 na escala indicada, sendo eles, 14 e 7, respetivamente. Contudo, a medida que os alunos indicaram que o mosaico tinha de comprimento está errada, devendo ser 420 cm e o cálculo também se encontra errado. Na figura 72 observa-se os alunos num momento da resolução da tarefa.

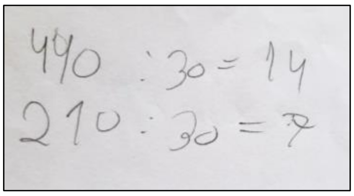


Figura 71: Resolução da tarefa 5 do grupo "Team Nike"

Figura 72: Grupo “Team Nike” a resolver a tarefa "O mosaico da Escola"

A medida errada pode estar relacionada com a possibilidade de os alunos terem medido diretamente o comprimento e a largura do mosaico. O grupo pode ter tido dificuldades no processo de medição, de resto não revelou dificuldades.

O **grupo “Time MyBM”** apresentou uma resolução parcialmente correta da tarefa, por apresentarem alguns passos para resolver a tarefa, e utilizou uma estratégia de natureza analítica (Figura 73). Nesta resolução, os alunos descobriram a medida do comprimento e da altura do mosaico, multiplicando os 30 cm de lado de um azulejo por 14, número de azulejos ao longo do comprimento, e por 7, número de azulejos existentes na altura do mosaico. De seguida, apresentaram a fração $\frac{14}{7}$, mas não indicaram o que querem dizer com isso. A resposta está correta, mas não indicaram como chegaram à mesma e não aplicaram a escala.

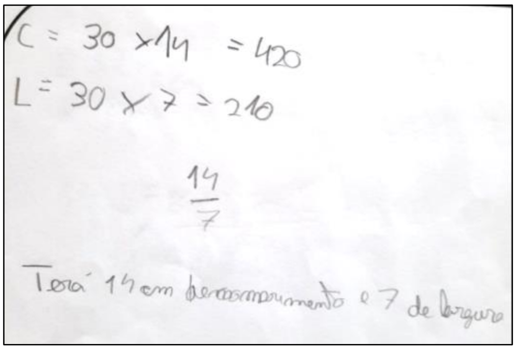


Figura 73: Resolução da tarefa 5 do grupo "Time MyBM"

Na entrevista, a estagiária questionou o grupo sobre a resolução da tarefa:

Estagiária: Na tarefa "O mosaico da Escola", como é que descobriram as medidas do comprimento e da largura?
I: Contamos quantos mosaicos é que tinha de comprimento e medimos quanto é que tinha cada mosaico de lado e multiplicamos e depois a largura fizemos o mesmo.

Através da entrevista é possível verificar que o grupo explicou exatamente os cálculos que efetuou na sua resolução, mas não desenvolveram mais, dando a entender que não sabiam explicar o que fizeram de seguida.

O grupo "Portistas" não resolveu corretamente a tarefa. Na resolução, é possível ver que utilizaram uma estratégia de natureza analítica (Figura 74). As medidas do comprimento e da altura do mosaico encontram-se corretas, apesar de não terem demostrado como chegaram lá. Quando aplicaram a escala, posicionaram mal os valores na proporção, visto que o 1 devia ser colocado por baixo de desenho e o 30 na parte da realidade, pois 1 cm na folha correspondia a 30 cm na realidade. Isto fez com que o resto da resolução esteja incorreta, por realizarem mal os cálculos e obterem medidas incorretas.

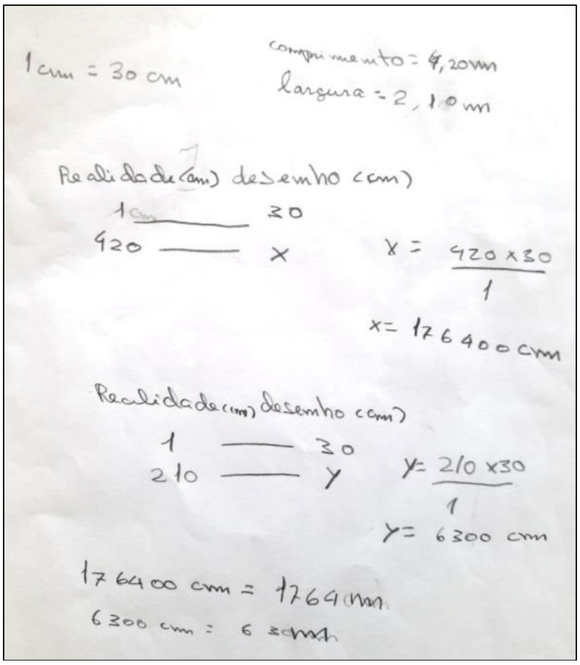


Figura 74: Resolução da tarefa 5 do grupo "Portistas"

Na entrevista, a estagiária questionou o grupo sobre a resolução da tarefa:

Estagiária: Que estratégia usaram na tarefa "O mosaico da Escola"? Expliquem como pensaram.
K: Nós também não acabamos de fazer essa tarefa, mas nós já tínhamos em mente como íamos fazer porque nós já sabíamos essa…então, nós começamos por medir a…
L: Eu acho que a gente complicou um bocado as coisas.
K: Sim, na vertical e na horizontal e como era um exercício de escalas nós já dominávamos bem esses conceitos e essa matéria. Então nós íamos fazer pela regra de três simples, ia corresponder 1 na figura…ia corresponder a 30 na realidade, mas depois acabamos por não conseguir resolver.
L: Eu acho que nós complicamos a tarefa demais e não era para complicar tanto.
Estagiária: A vossa resolução está errada, mas na aplicação submeteram a resposta correta, como o fizeram? Como chegaram à resposta?
K: Foi um grupo que nos disse.

Figura 75: Grupo "Portistas" a resolver a tarefa "O mosaico da Escola"

Através da entrevista, nota-se que o grupo não descobriu porque errou a tarefa e assumiu logo que não conseguiu resolver a tarefa, justificando que complicaram muito.

Na figura 75 observa-se os alunos num momento da resolução da tarefa.

O **grupo "Team Trilho"** apresentou uma resolução incorreta por não terem realizado os passos necessários para a sua resolução e recorreram uma estratégia de natureza analítica (Figura 76). O grupo indicou que a medida de lado do azulejo, que era um quadrado, era 30 cm. Também indicaram que a quantidade de mosaicos era 7 x 14. Apesar de terem respondido corretamente, os cálculos que fizeram não são compreensíveis.

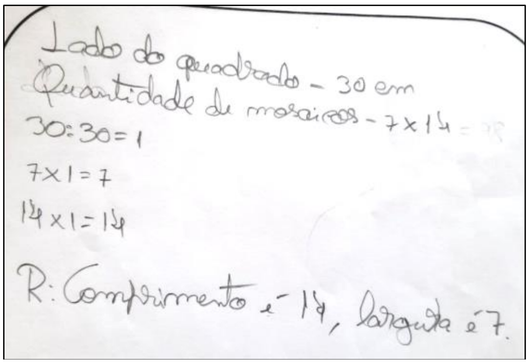

Lado do quadrado - 30 cm
Quantidade de mosaicos - 7x14
30:30=1
7x1=7
14x1=14
R: Comprimento é 14, largura é 7.

Figura 76: Resolução da tarefa 5 do grupo "Team Trilho"

Na entrevista, a estagiária questionou o grupo sobre a resolução da tarefa:

Estagiária: Que estratégia usaram na tarefa "O mosaico da Escola?
N: Ah…Contamos os mosaicos que tinha de largura…
O: Fizemos a altura vezes o comprimento que deu o total de mosaicos.
N: E depois como a escala era de 1 por 30…
O: 1 centímetro no mapa equivalia a 30 centímetros na realidade.
N: Por isso, cada mosaico tinha 30 centímetros, por isso tinha 30 centímetros de largura e de comprimento, porque era um quadrado e depois…cada…
O: Não nos lembramos.
Estagiária: Que significado têm os números?
O: Que significado, como?
Estagiária: Expliquem como pensaram, como fizeram isto e como chegaram aos valores?
O: Já não nos lembramos.

Quando o grupo foi entrevistado, encontrava-se muito confuso sobre como tinham resolvido a tarefa, não sabendo explicar por também já não se lembrarem de como tinham pensado. Nota-se que o grupo descobriu o número total de azulejos, algo que não era necessário para a resolução da tarefa e os alunos acabam por não fazer a ligação desse número com o resto da resolução.

2.6. Tarefa 6

Esta tarefa chamava-se “O tabuleiro de xadrez” e tinha como finalidade descobrir quantos alunos se posicionaram no tabuleiro, sabendo que tinham sido ocupados $1\,\frac{1}{8}$ do número de quadrados existentes numa diagonal. Para a sua resolução não eram necessárias ferramentas.

O **grupo “Os Matemáticos”** apresentou uma resolução correta da tarefa, através de uma estratégia de natureza analítica (Figura 77). Pela resolução, é possível verificar que os alunos indicaram que uma diagonal do tabuleiro de xadrez é composta por 8 quadrados. Depois, indicaram que $1\,\frac{1}{8}$ representa uma diagonal mais $\frac{1}{8}$ de uma diagonal, ou seja, uma diagonal do tabuleiro tem 8 quadrados e $\frac{1}{8}$ de uma diagonal é 1 quadrado da diagonal, logo, 8 quadrados + 1 quadrado = 9 quadrados foram ocupados. Assim, posicionaram-se 9 alunos. O grupo não revelou dificuldades.

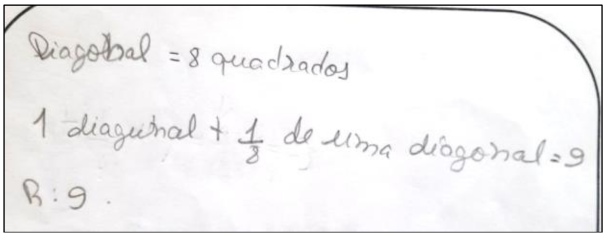


Figura 77: Resolução da tarefa 6 do grupo “Os Matemáticos”

O **grupo “Team Nike”**, apesar de ter respondido corretamente à tarefa, com uma estratégia de natureza analítica (Figura 78), apresentou uma resolução incorreta. Na resolução, o grupo indica que $\frac{1}{8}$ de 8 é igual a 1 + 8, que por sua vez, é igual a 9. Os alunos querem dizer que $\frac{1}{8}$ de 8 corresponde a 1 quadrado e a diagonal do tabuleiro de xadrez apresenta 8 quadrados, logo, foram ocupados 9 quadrados. No entanto, esta igualdade é incorreta, pois $\frac{1}{8}$ de 8 não é o mesmo que 1 + 8, nem é igual a 9. O grupo não revelou dificuldades.

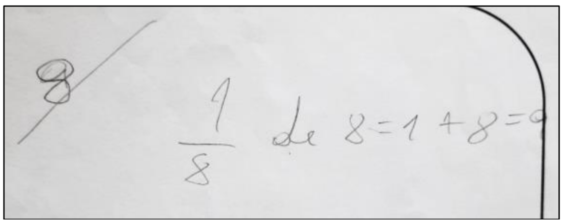


Figura 78: Resolução da tarefa 6 do grupo “Team Nike”

Na entrevista, a estagiária questionou o grupo sobre a resolução da tarefa:

Estagiária: Analisem a resolução da tarefa "O tabuleiro de xadrez". Acham que está correta? Podemos fazer essa igualdade?
D: Não, porque antes de 8 não está mais 8, $\frac{1}{8}$ de 8. Devia estar mais 8 novamente em vez de ficar só…em vez de acrescentarmos só no final.
Estagiária: Podemos dizer que $\frac{1}{8}$ de 8 é igual a 1 mais 8?
D: Não.

Na entrevista indicaram que, em vez de terem feito $\frac{1}{8}$ de 8 é igual a 1 + 8, deviam ter adicionado $\frac{1}{8}$ de 8 + 8 e só depois poderiam indicar que 1 + 8 = 9. A sua explicação indica que compreenderam o erro e porque resolveram mal a tarefa, admitindo que não poderiam ter feito aquela igualdade.

O **grupo "Time MyBM"** não resolveu corretamente a tarefa, tendo usado uma estratégia de natureza analítica (Figura 79). Os alunos indicaram que o tabuleiro de xadrez tinha 64 quadrados no total (32 quadrados brancos e 32 quadrados pretos) e que cada linha, coluna e diagonal tinha 8 quadrados, visto que dividiram o número total de quadrados por 8, ou seja, 64 : 8. No entanto, o grupo não indicou a que corresponde o número 8. Apesar de a resposta estar correta, não demonstraram como chegaram à mesma. O grupo parece não ter tido dificuldades na resolução da tarefa.

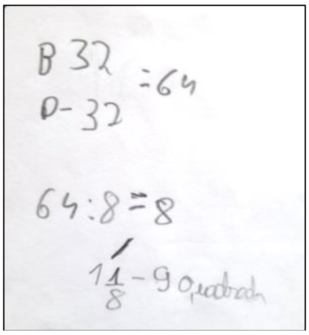


Figura 79: Resolução da tarefa 6 do grupo "Time MyBM"

Na entrevista, a estagiária questionou o grupo sobre a resolução da tarefa:

Estagiária: Que estratégia usaram na tarefa "O Tabuleiro de Xadrez"?
I: Contamos quantos quadrados é que tinha…
G: Pretos e brancos e depois…
Estagiária: Como é que pensaram? Qual foi a estratégia?
I: Contamos os quadrados pretos e brancos e depois fomos dividindo.

Figura 80: Grupo “Time MyBM” a resolver a tarefa “O tabuleiro de xadrez”

O grupo explicou na entrevista como é que descobriram o número de quadrados pretos, brancos e o número total de quadrados, mas não consegue explicar como é que foram dividindo e o quê. Nota-se que o grupo não conseguiu expressar o que aconteceu e o que fizeram. Na figura 80 observa-se os alunos num momento da resolução da tarefa.

O **grupo “Portistas”**, através de uma estratégia de natureza analítica (Figura 81), apresentou uma resolução parcialmente correta da tarefa, por ter transformado o numeral misto numa fração sem mostrar como o fez. O grupo não revelou dificuldades.

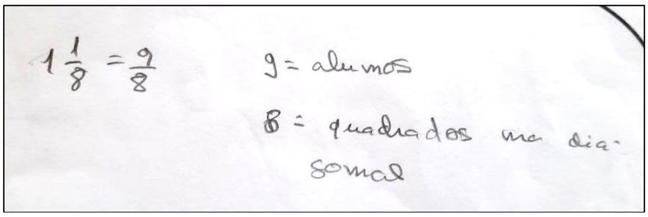


Figura 81: Resolução da tarefa 6 do grupo “Portistas”

O **grupo “Team Trilho”** não resolveu a tarefa. Na entrevista, a estagiária questionou o grupo sobre esta situação:

> Estagiária: Não fizeram a resolução da tarefa “O tabuleiro de xadrez”. Quais foram as vossas dificuldades?
> O: Fizemos…no tabuleiro de xadrez não sabíamos bem, por isso tentamos pôr aleatoriamente até achar a resposta certa.
> Estagiária: Foi por isso que na aplicação submeteram a resposta correta?
> O: Sim.

A entrevista demonstra que os alunos tiveram dificuldades em resolver esta tarefa, e daí terem colocado uma resposta aleatória na aplicação, até acertarem. Apesar de a estagiária perguntar quais foram as dificuldades que o grupo sentiu em resolver a tarefa, os alunos não indicaram quais foram.

2.7. Tarefa 7

Esta tarefa tinha como título “O contentor do lixo” e a finalidade era indicar que parte das letras dessa frase representavam as vogais. Para a sua resolução não eram necessárias ferramentas.

O **grupo “Os Matemáticos”** não resolveu corretamente a tarefa. Aplicou uma estratégia de natureza analítica (Figura 82). Os alunos indicaram o número de vogais e de consoantes que a frase apresentava, mas precisavam de indicar o número total de letras da frase, de modo a formar uma fração com significado parte-todo. A resolução do grupo está incorreta por terem usado antes o conceito da razão, comparando vogais e consoantes. Pela resolução, é possível afirmar, que o grupo sentiu dificuldades em formar uma fração com significado parte-todo e no cálculo para se obter a percentagem.

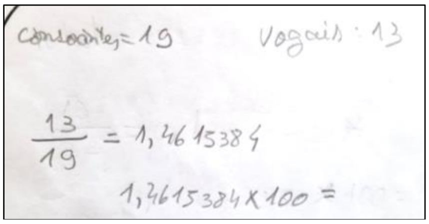


Figura 82: Resolução da tarefa 7 do grupo “Os Matemáticos”

Na entrevista, a estagiária questionou o grupo sobre a resolução da tarefa:

Estagiária: Não terminaram a resolução da tarefa “O contentor do lixo. Quais foram as vossas dificuldades?
C: A percentagem.
A: E também ver quais eram as frases, porque tinha uma frase com letras brancas e depois tinha uma em baixo com letras azuis e nós não estávamos a perceber quais eram as letras.

Nota-se que o grupo sentiu dificuldades em utilizar a percentagem. Inicialmente, também não estavam a conseguir identificar qual era a frase a que a tarefa se referia. Contudo, não compreenderam o que erraram, o que indica que consideravam a sua resolução como correta.

O **grupo “Team Nike”** apresentou uma resolução parcialmente correta, por não ter arredondado o valor final às unidades, e recorreu a uma estratégia de natureza analítica (Figura 83). Na resolução é possível ver que os alunos indicam que a frase tinha 13 vogais e 32 letras no total, dividindo estes valores como parte-todo. De seguida, multiplicaram por 100, para tornar o resultado numa percentagem. O grupo teria uma resolução correta se tivesse arredondado às unidades os 40,625 %, obtendo os 41 %. O grupo revelou dificuldades no arredondamento. Na figura 84 observa-se os alunos num momento da resolução da tarefa.

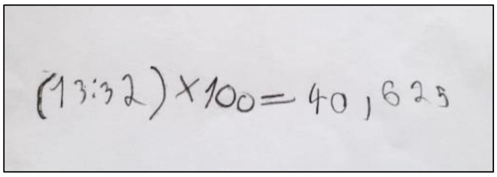


Figura 83: Resolução da tarefa 7 do grupo "Team Nike"


Figura 84: Grupo "Team Nike" a resolver a tarefa "O contentor do lixo"

O **grupo "Time MyBM"** não resolveu a tarefa. Na entrevista, a estagiária questionou o grupo sobre esta situação:

> Estagiária: Não fizeram a resolução da tarefa "O Contentor do Lixo". Quais foram as vossas dificuldades?
> I: Eu não percebi.
> G: Tentamos ler muitas vezes o problema só que…
> Estagiária: Na aplicação submeteram a resposta correta, como o fizeram? Como chegaram à resposta?
> I: Foi um colega nosso que nos deu a resposta.

Através da entrevista, é possível perceber que os alunos sentiram muitas dificuldades nesta tarefa, não tendo conseguido compreendê-la.

O **grupo "Portistas"** resolveu corretamente a tarefa, a partir de uma estratégia de natureza analítica (Figura 85). Inicialmente, os alunos colocaram o número total de letras da frase a dividir pela parte, o número de vogais, algo que está incorreto. Contudo, a resolução mostra que os alunos dividiram o número de vogais pelo todo, ou seja, pelo número total de letras da frase. De seguida, multiplicaram o valor por 100, de forma a obter uma percentagem. Por fim, arredondaram o valor às unidades. O grupo não revelou dificuldades.

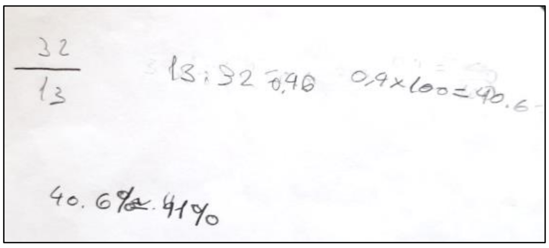


Figura 85: Resolução da tarefa 7 do grupo "Portistas"

O **grupo "Team Trilho"** resolveu corretamente a tarefa, usando uma estratégia de natureza analítica (Figura 86). Este grupo contou o número de vogais e o número total de letras que tinha a frase. Através da proporcionalidade direta, o grupo dividiu os valores e multiplicou por 100, obtendo uma percentagem que arredondaram às unidades. O grupo não formou uma fração com significado parte-todo, o que pode ter sido uma dificuldade.

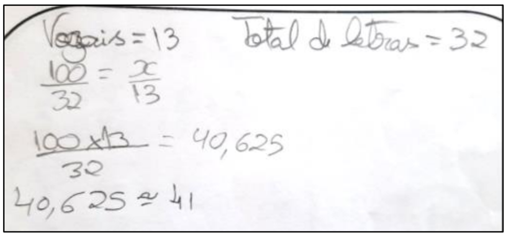


Figura 86: Resolução da tarefa 7 do grupo "Team Trilho"

2.8. Tarefa 8

Esta tarefa estava intitulada de "O ponto de partida" e tinha como finalidade indicar, em metros, qual era a distância a que se encontravam do ponto de partida. Para a resolverem, todos os grupos tiveram de medir a distância entre as duas árvores, utilizando o metro articulado e a calculadora para os auxiliar nos cálculos.

O **grupo "Os Matemáticos"**, através de uma estratégia de natureza analítica, fez uma resolução parcialmente correta da tarefa (Figura 87) por não ter apresentado todos os passos. Os alunos mediram a distância entre as duas árvores e obtiveram 9,40 metros. De seguida, efetuaram alguns cálculos, mas não se consegue compreender o que fizeram. Numa entrevista, a estagiária questionou o grupo sobre a resolução da tarefa para esclarecer:

> Estratégia: Que estratégia usaram na tarefa "O ponto de partida"? Expliquem como pensaram. Que significado têm os números?
> C: Medimos primeiro de uma árvore à outra e depois dividimos por cinco, que deu 1,88 m.
> A: Depois multiplicamos por 3. Depois disso somamos o que dividimos por 5 e o que foi multiplicado a esse resultado vezes 3, somamos e deu-nos a resposta.

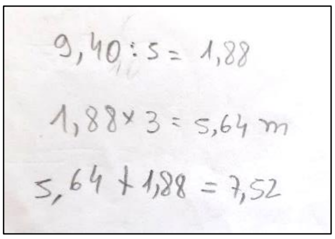


Figura 87: Resolução da tarefa 8 do grupo "Os Matemáticos"

O grupo indicou exatamente, na entrevista, o que tinha feito, não tendo aprofundado mais a sua explicação. Após a análise, compreende-se que o grupo dividiu a distância entre as duas árvores por cinco, visto que tinha de andar $\frac{3}{5}$ dessa distância. Logo, dividiram 9,40 metros em cinco partes iguais. A cada parte correspondia 1,88 metros e como de cinco partes, teriam de andar três, multiplicaram 1,88 metros por 3, o que deu 5,64 metros. Depois teriam ainda de andar $\frac{2}{10}$. Apesar de não terem indicado na sua resolução, o grupo fez a fração equivalente a $\frac{2}{10}$ que é $\frac{1}{5}$. Como já tinham dividido a distância total em cinco partes, sabiam que a uma parte equivalia a 1,88 metros, e, assim, aos 5,64 metros adicionaram 1,88 metros, o que resultou 7,52 metros. O grupo não revelou dificuldades em resolver a tarefa.

O **grupo "Team Nike"** através de uma estratégia de natureza analítica, fez uma resolução parcialmente correta da tarefa (Figura 88) por não ter apresentado todos os passos. O grupo mediu a distância de 2 em 2 metros e, quando se encontravam perto da outra árvore não tinham 2 metros, optando por colocar 1,75 metros. Descobriram que a distância entre as duas árvores era 9,75 metros. Depois efetuaram alguns cálculos, mas não são muito compreensíveis.

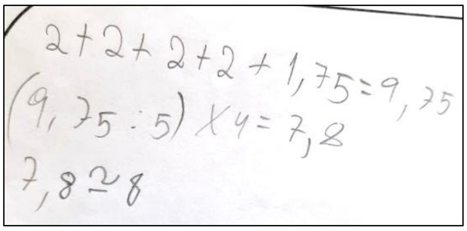


Figura 88: Resolução da tarefa 8 do grupo "Team Nike"

Na entrevista, a estagiária questionou o grupo sobre a resolução da tarefa:

Estagiária: Que estratégia usaram na tarefa "O ponto de partida? Expliquem como pensaram.
D: Fomos medindo…tentamos medir de 2 em 2. No final não conseguimos meter 2, tivemos de meter 1,75.
F: Que deu 9,75 e como era para desenhar uma folha que era como se fosse uma folha A4 tivemos que…
D: Não é esse…como $\frac{2}{10}$ é igual a $\frac{1}{5}$, acrescentamos $\frac{1}{5}$ a $\frac{3}{5}$, o que deu $\frac{4}{5}$. Então, tivemos de fazer 9,75 a dividir por 5, que ia dar $\frac{1}{5}$, vezes 4, que ia dar $\frac{4}{5}$, que ia dar 7,8 e como tínhamos de arredondar à unidade mais próxima deu-nos 8.

Através da entrevista, é possível compreender o raciocínio dos alunos. Os alunos dividiram a distância entre as duas árvores em cinco partes iguais, visto que tinham de andar $\frac{3}{5}$ dessa distância. Fizeram a equivalência entre frações, indicando que $\frac{2}{10}$ é igual a $\frac{1}{5}$. Como tinham de andar $\frac{3}{5}$ da distância mais $\frac{1}{5}$, adicionaram as frações, o que lhes deu $\frac{4}{5}$. Assim, resultou (9,75 : 5) x 4 = 7,8 metros, que arredondado às unidades deu 8 metros. O grupo não revelou dificuldades.

O **grupo "Time MyBM"**, através de uma estratégia de natureza analítica (Figura 89), apresentou uma resolução correta, mas incompleta por não ter indicado a resposta. Na resolução consegue-se perceber que os alunos mediram a distância entre as duas árvores com o metro articulado, que lhes deu 9,8 metros e que arredondaram à unidade mais próxima, ou seja, 10 metros. Os $\frac{3}{5}$ converteram numa fração equivalente, $\frac{6}{10}$. A esta fração adicionaram $\frac{2}{10}$, obtendo $\frac{8}{10}$, a distância percorrida.

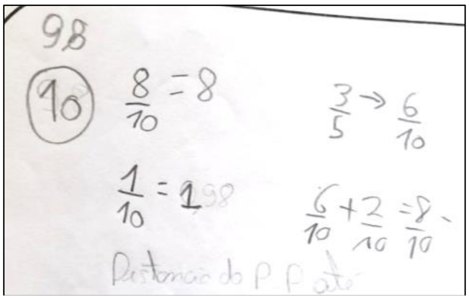


Figura 89: Resolução da tarefa 8 do grupo "Time MyBM"

Na entrevista, a estagiária questionou o grupo sobre a resolução da tarefa:

> Estagiária: Analisem a resolução da tarefa "O ponto de partida". Acham que está completa?
> G: Não.
> Estagiária: Porquê?
> I: Não está…não sei, já não me lembro.
> Estagiária: Analisem a vossa resolução.
> I: Não pus a distância…
> Estagiária: Então o que é que falta?
> I: Faltava-nos a distância que era de 8 metros.

Através da entrevista, compreende-se que os alunos perceberam que não indicaram a resposta. De resto, o grupo não revelou dificuldades.

O **grupo "Portistas"** resolveu corretamente a tarefa, através de uma estratégia de natureza analítica (Figura 90). Para medir a distância entre as duas árvores, o grupo utilizou um metro articulado e mediu de 2 em 2 metros. A distância era de 10 metros. De seguida, transformaram a fração $\frac{3}{5}$ numa fração equivalente, $\frac{6}{10}$, e adicionaram a esta $\frac{2}{10}$. Desta adição resultou $\frac{8}{10}$, a distância que tinham de andar a partir da árvore que se encontrava junto do edifício amarelo. Concluíram que, dos 10 metros de distância entre as duas árvores, iam andar 8. Na figura 91 observa-se os alunos num momento da resolução da tarefa.

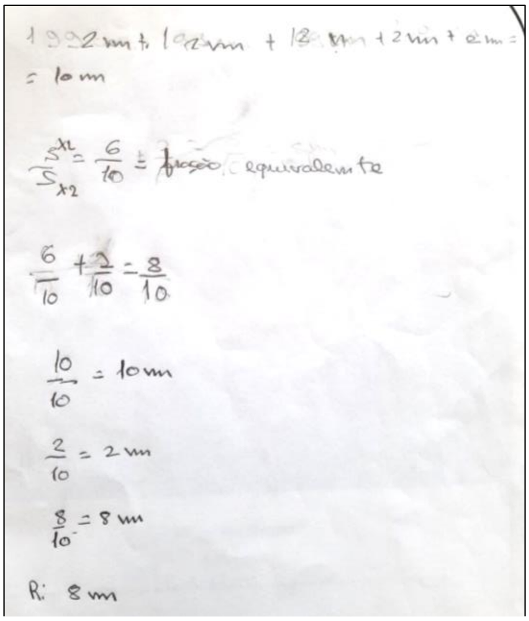


Figura 90: Resolução da tarefa 8 do grupo "Portistas"

Figura 91: Grupo "Portistas" a resolver a tarefa "O ponto de partida"

O **grupo "Team Trilho"** resolveu corretamente a tarefa com uma estratégia de natureza analítica (Figura 92). O grupo mediu a distância entre as duas árvores e descobriu que era 10 metros. Adicionou as duas frações que se encontravam no enunciado e que representam o que os alunos iriam andar daquela distância. Assim, escreveram as frações com o mesmo denominador, adicionaram $\frac{6}{10}$ a $\frac{2}{10}$ e obtiveram $\frac{8}{10}$, que corresponde a 8 metros.

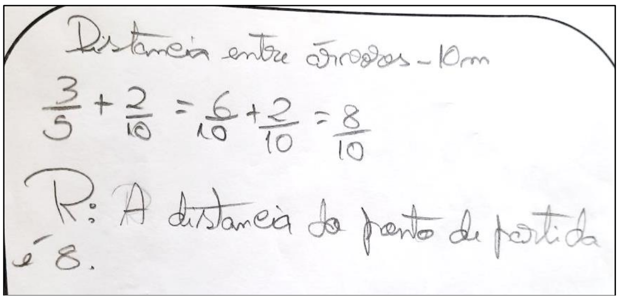


Figura 92: Resolução da tarefa 8 do grupo "Team Trilho"

Em jeito de síntese, através do gráfico 2, é possível observar o desempenho que os cinco grupos evidenciaram nas tarefas do trilho matemático.

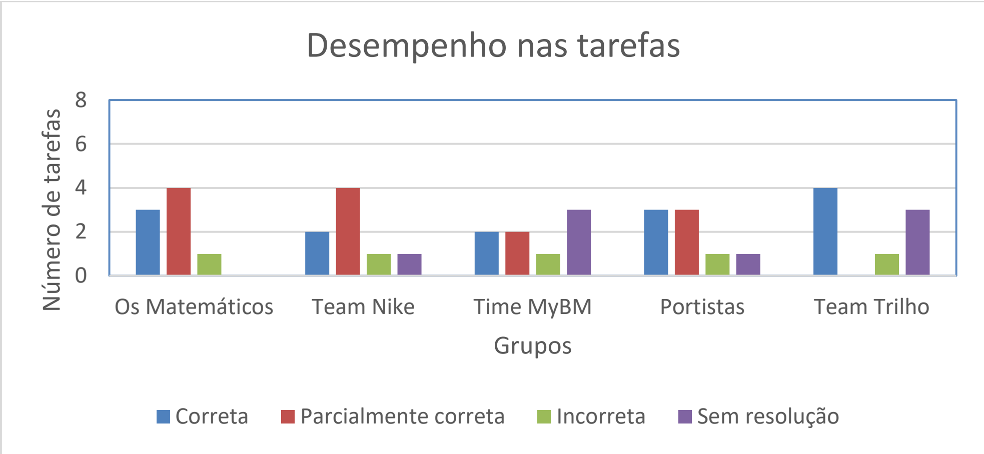


Gráfico 2: Desempenho nas tarefas

O **grupo "Os Matemáticos"** não deixou nenhuma tarefa por resolver. Das oito tarefas, resolveram corretamente três, resolveram de forma parcialmente correta quatro e de forma incorreta uma. O **grupo "Team Nike"** respondeu corretamente a duas tarefas, de forma parcialmente correta a quatro, incorreta a uma e não respondeu a uma tarefa. O **grupo "Time MyBM"** respondeu corretamente a duas tarefas, de forma parcialmente correta a duas, incorreta a uma e não respondeu a três tarefas. O **grupo "Portistas"** respondeu corretamente a três tarefas, de forma parcialmente correta a três, incorreta a uma e não respondeu a uma tarefa. O **grupo "Team Trilho"** respondeu corretamente a quatro tarefas, incorretamente a uma e não respondeu a três.

Nota-se que todos os grupos erraram a resolução de uma tarefa, sendo que o **grupo "Os Matemáticos"** errou a resolução da tarefa "O contentor do lixo, os **grupos "Team Nike"** e **"Time MyBM"** erraram a resolução da tarefa "O tabuleiro de xadrez" e os **grupos "Portistas"** e **"Team Trilho"** erraram a resolução da tarefa "O mosaico da Escola".

No questionário final, os alunos responderam à questão "Sentiste dificuldades na resolução de alguma das tarefas do trilho matemático?", à qual sete responderam "não" e nove responderam "sim", tendo respondido a este questionário apenas 16 alunos. Os alunos que responderam afirmativamente justificaram da seguinte forma:

B: Tive dificuldade na tarefa das floreiras, pois tive dificuldade a calcular o volume.
J: Na tarefa das floreiras era difícil de medir.

L: As floreiras e o mosaico.
N: O das prateleiras porque não consegui entender o enunciado.
O: Nas tarefas: as prateleiras e as floreiras.

Nos gráficos 3 e 4 é possível verificar quais foram as tarefas que os alunos mais gostaram e menos gostaram. No gráfico 3 foram inseridas todas as tarefas visto que foram todas referidas pelos alunos. No gráfico 4 apenas foram colocadas as tarefas que os alunos referiram.

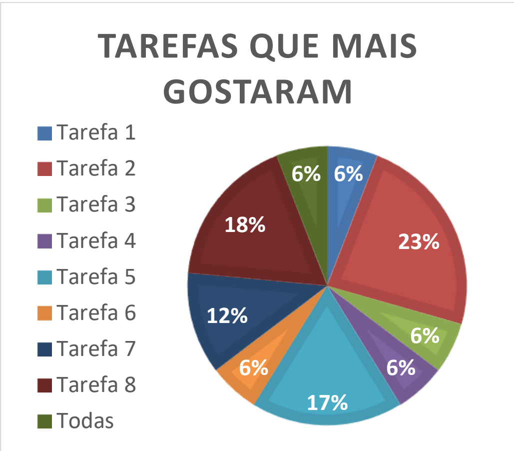


Gráfico 3: Tarefas que mais gostaram

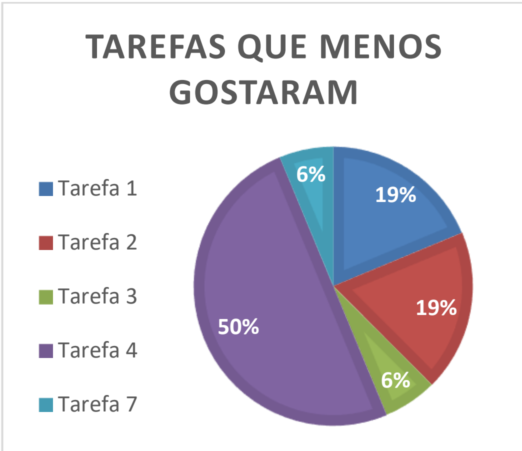


Gráfico 4: Tarefas que menos gostaram

Através do gráfico 3, é possível verificar que a tarefa que os alunos mais gostaram de resolver foi a tarefa 2 - "Saltos nos degraus". Algumas justificações que os alunos deram sobre as tarefas que mais gostaram foram:

A: Porque nos disseram que era o problema mais difícil e pelo qual o meu grupo conseguiu resolver.
B: Porque a tarefa parecia difícil, mas depois de entender a lógica a tarefa tornava-se muito mais simples.
K: Gostei muito da tarefa, pois envolvia cálculos e expressões que já domino e era uma atividade fácil.
L: Porque tivemos de medir.
N: Porque misturamos as letras com os números racionais.

As justificações dadas pelos alunos sobre as tarefas que mais gostaram indicam que consideravam algumas tarefas difíceis e, por esse motivo, achavam que não as conseguiam resolver, o que acabou por não acontecer e resolveram estas tarefas. Os alunos gostaram das tarefas que envolveram diferentes áreas e das que era necessário efetuar medições. O facto de as tarefas envolverem conteúdos que os alunos já tinham aprendido motivou-os a resolverem-nas, visto que dominavam esses conteúdos.

Através do gráfico 4, é possível verificar que a tarefa que os alunos menos gostaram de resolver foi a tarefa 4 - "As floreiras". Algumas justificações que os alunos deram sobre as tarefas que menos gostaram foram:

> A: Porque todos os grupos disseram que era muito fácil e o nosso grupo não conseguiu resolver.
> B: Porque achei a tarefa muito complicada.
> E: Porque tivemos bastantes dúvidas a tentar resolver essa resolução.
> J: Porque foi difícil de medir.

Pelas justificações é possível perceber que os alunos tiveram dificuldades em efetuar as medições e apresentaram dúvidas em resolver algumas tarefas. Também consideraram algumas tarefas complicadas e por isso não conseguiram resolver.

Os alunos revelaram dificuldades em compreender os enunciados das tarefas. Também tiveram outras dificuldades. Na tarefa "As floreiras", a ordem das floreiras era diferente da que estava na fotografia na aplicação e os alunos não compreendiam que a ordem não afetava a realização da tarefa. Na mesma tarefa, alguns alunos efetuaram as medições contando com os pés e outros utilizaram o metro articulado para o fazer. Como precisavam de recolher algumas medidas, os alunos acabavam por esquecê-las, não se lembrando que podiam apontar no guião de resolução de tarefas que lhes tinha sido fornecido. Na tarefa "O ponto de partida", os alunos não sabiam como podiam medir a distância entre as duas árvores porque o metro articulado só tinha 2 metros. Alguns também utilizavam o metro articulado "no ar" e não o colocavam no chão para realizar as medições. Na tarefa "As prateleiras", muitos tiveram dificuldades em compreender as 5 divisões, considerando-as como prateleiras. Na tarefa "Saltos nos degraus" não sabiam que podiam trocar a ordem dos saltos. Os alunos também sentiram dificuldades em efetuar arredondamentos.

Relativamente à aplicação MCM, no questionário final alguns alunos revelaram ter utilizado a Sala de Aula Digital para esclarecer dúvidas, algo que os ajudou a compreender os enunciados e a resolver as tarefas em que sentiam mais dificuldades. Todos os grupos que utilizaram o chat consideraram que foi útil no trilho matemático, visto que puderam facilmente, através do *tablet*, colocar questões à estagiária que se poderia encontrar distante. Dos três grupos que recorreram à Sala de Aula Digital, dois indicaram que as suas dúvidas foram esclarecidas e verifica-se, através das suas resoluções, que tiveram um bom desempenho, tendo o chat contribuído positivamente para isso. Um grupo enviou uma mensagem à estagiária, no entanto esta não foi recebida, logo também não foi respondida, o que pode ter afetado a resolução da tarefa em causa, e, por sua vez, o seu desempenho. Prova disso, é o grupo ter errado a resolução da tarefa sobre a qual precisava de colocar dúvidas. Caso a mensagem tivesse sido recebida e respondida pela estagiária, possivelmente o grupo também teria tido um bom desempenho na sua resolução.

Verificou-se também que o uso de sugestões teve influência no desempenho de algumas tarefas, uma vez que os grupos que as usaram, inicialmente erraram na resposta das tarefas correspondentes e, após o seu uso, acertaram, tendo apresentado um bom desempenho. Isto indica que as sugestões foram um meio para que os alunos conseguissem compreender o que tinham de fazer nessas tarefas.

3. Atitudes da turma no trilho matemático

Neste ponto pretende-se analisar as atitudes da turma durante o trilho matemático. Este ponto foi dividido em três subpontos, correspondentes às subcategorias: domínio afetivo, domínio comportamental e domínio cognitivo. No domínio afetivo são analisadas a autoconfiança, a ansiedade e o gosto pela matemática. No domínio comportamental é analisada a motivação intrínseca. No domínio cognitivo é analisada a utilidade da matemática. Para isso, foram analisadas algumas respostas dos questionários inicial e final, assim como as entrevistas feitas a cada grupo e as atitudes observadas durante o trilho matemático.

3.1. Domínio afetivo

Neste subponto pretende-se analisar três indicadores, nomeadamente a autoconfiança, a ansiedade e o gosto pela matemática.

Relativamente à autoconfiança, dos 19 alunos que a turma tinha, 12 indicaram que não sentiam dificuldades com a disciplina de matemática. Os 7 que indicaram que sentiam dificuldades justificaram com os seguintes motivos:

> S: Tenho algumas dificuldades nas matérias novas.
> G: Não consigo entender as perguntas e eu esqueço-me do nada do que estudei no dia a seguir.

R: Em fazer contas com as frações
P: Em compreender algumas questões, mas eu também tenho de estudar muito mais.
E: As dificuldades que tenho é dificuldade em compreender o que me é dito e às vezes não percebo muito bem os exercícios.

A maior parte da turma indicou que não sentia dificuldades na disciplina de Matemática, o que pode indicar que estes alunos têm autoconfiança. Ao não sentirem dificuldades podem ter uma perspetiva da Matemática diferente da que os alunos com dificuldades têm. Além disso, no trilho matemático, estes alunos reagiram às tarefas que lhes foram propostas com uma atitude diferente, devido à sua autoconfiança. Quanto aos alunos que sentiam dificuldades na disciplina, as suas justificações revelam alguma falta de confiança, visto que, como têm dificuldades, quando têm de resolver uma tarefa ou quando aprendem um conceito novo, acabam muitas vezes por reagir com receio e não entender o que é dito.

No questionário final, os alunos indicaram qual foi a tarefa mais fácil de resolver e qual a que mais gostaram. O **grupo "Os Matemáticos"** referiu que a tarefa que foi mais fácil de resolver foi "Os cacifos coloridos", por ser uma tarefa simples. Indicaram que a tarefa que gostaram mais foi "Saltos nos degraus", por ser difícil e terem conseguido resolver. O **grupo "Team Nike"** indicou que a tarefa mais fácil de resolver foi "Os cacifos coloridos" por envolver uma matéria que já tinham dado e sobre a qual estavam sempre a falar. A tarefa que o grupo mais gostou foi "As prateleiras" por considerarem que se tratava de uma questão de português e não só de matemática. O **grupo "Time MyBM"** indicou que as tarefas mais fáceis de resolver foram "Os saltos nos degraus" e "Os cacifos coloridos", por serem as que aplicaram melhor a matéria e os seus conhecimentos. A tarefa "O tabuleiro de xadrez" foi a que o grupo mais gostou por ser uma tarefa básica em que não sentiram tantas dificuldades. O **grupo "Portistas"** indicou "O ponto de partida" como a tarefa mais fácil de resolver, por só terem de medir a distância entre as duas árvores e calcular através de frações, uma matéria em que estavam à vontade. Indicaram também a dos "Os cacifos coloridos", por envolver conceitos que já tinham estudado, o que ajudou a relembrar. "As prateleiras" foi a tarefa que o grupo mais gostou por considerarem que se esforçaram para a resolver de uma forma mais elaborada, onde aplicaram os conceitos que tinham aprendido. O **grupo "Team Trilho"** indicou que a tarefa mais fácil de resolver foi “O ponto de partida” por só terem de medir “de um lado ao outro”. A tarefa “O contentor do lixo” foi a que o grupo mais gostou por relacionar a matemática com o português.

Quanto à aplicação MCM, o facto de alguns grupos não terem utilizado a Sala de Aula Digital e as sugestões pode indicar que estes alunos não tiveram dificuldades na resolução das tarefas. Isto revela alguma autonomia por parte dos alunos, ao tentarem pensar por eles mesmos sem recorrer à ajuda da estagiária e/ou da aplicação, o que é um indicador de autoconfiança. O mesmo se pode dizer sobre alguns alunos não terem tido dificuldades na utilização da aplicação MCM, demonstrando domínio sobre a tecnologia e os dispositivos móveis.

É possível verificar que os alunos apresentaram autoconfiança na resolução das tarefas, através de algumas expressões como “tarefa simples”, “fáceis de resolver”, “tarefa básica”, pois indicam que não tiveram dificuldades em resolvê-las e que estavam bastante envolvidos nas tarefas. O facto de indicarem que conseguiram resolver tarefas difíceis, melhorou a sua autoestima e a sua confiança.

No que diz respeito à ansiedade, na entrevista realizada após o trilho matemático, o **grupo “Os Matemáticos”** indicou que sentiu mais dificuldades na tarefa “O contentor do lixo” e justificou da seguinte forma:

> C: O contentor do lixo, porque estávamos todos baralhados, não sabíamos qual era a resposta, não sabíamos quais eram as letras.
> A: Exatamente, foi uma confusão.

O **grupo “Team Nike** indicou que sentiu mais dificuldades na tarefa “As floreiras” por se esquecerem dos valores que tinham medido e não se conseguirem lembrar, tendo sido a tarefa que menos gostaram. O **grupo “Time MyBM”** indicou a tarefa “As prateleiras” como aquela em que sentiram mais dificuldades, por não terem registado medidas exatas. Um elemento do grupo indicou que a tarefa “O contentor do lixo” foi a que o grupo menos gostou de resolver, por não perceberem o que era para fazer. Outro elemento do grupo referiu a tarefa “O ponto de partida” por não acertarem na medida.

O **grupo “Team Trilho”** sentiu mais dificuldades e gostou menos da tarefa “As prateleiras”, porque não estavam a perceber como a tinham de resolver, motivo que os levou a demorarem muito tempo nessa tarefa. O grupo considerou que algumas tarefas eram difíceis, o que fez com que tivessem dificuldades e demorassem muito tempo e, por vezes, nem as conseguissem resolver.

As justificações sobre as tarefas que os alunos sentiram mais dificuldades podem indicar que o nervosismo e a ansiedade que estavam a sentir durante a realização do trilho matemático podem ter afetado o desempenho nas tarefas. O facto de não compreenderem o que tinham de fazer e de ficarem confusos advém do stress que estavam a enfrentar no momento. A falta de organização e dificuldade na gestão do tempo também podem ter contribuído para passarem tarefas à frente e não terem dedicado tempo suficiente à compreensão dos enunciados e para raciocinar.

A utilização das sugestões e da Sala de Aula Digital pode ter contribuído para que os alunos estivessem mais calmos e não sentissem tanta ansiedade, visto que poderiam facilmente esclarecer as suas dúvidas e ultrapassar as suas dificuldades. No entanto, um grupo enviou uma mensagem à estagiária, mas esta não foi recebida. Isto pode ter causado ansiedade nos alunos, pois precisavam de ajuda naquele momento e a estagiária não os pôde ajudar por não ter recebido a mensagem.

Relativamente à subcategoria gosto pela matemática, no questionário inicial, a primeira questão era “Gostas de matemática?”, à qual todos os alunos responderam “sim”. Como justificações da resposta foram indicadas as seguintes:

> E: Sim, porque ajuda-nos imenso nos estudos, uma das disciplinas mais importantes para o nosso futuro.
> M: Porque tem números.
> P: Porque é uma matéria boa e que é preciso muito esforço porque fica para ter uma vida boa e ganhar muito dinheiro por causa da matemática.
> I: Porque acho que a forma de aprender não é difícil e entendo bem a matéria e consigo pô-la na minha cabeça facilmente e além disso acho as aulas produtivas.
> B: Gosto de matemática, porque acho interessante saber a lógica dos problemas.
> F: Porque aprendo a fazer cálculos que ajudam no dia a dia.
> Q: Gosto de matemática porque gosto de fazer contas e aprender novas coisas e resolver problemas.
> D: Porque acho que no futuro vai me fazer falta.
> K: Gosto de resolver problemas, gosto de números e a matemática permite-me resolver os problemas do dia a dia.
> L: Gosto das tarefas que fazemos e isso ajuda a compreender melhor a matéria.
> O: Porque a matemática usa-se todos os dias e eu gosto de resolver contas, exercícios,…
> J: Porque é uma boa disciplina que é útil para o dia a dia.
> N: Gosto de fazer cálculos.

As justificações dadas revelam um grande interesse e entusiasmo por parte dos alunos sobre a disciplina de Matemática. O facto de todos terem respondido afirmativamente pode ter contribuído para o sucesso na execução do trilho matemático, visto que, quando se gosta de algo é mais fácil aprender e tem-se outra disposição para colaborar. Alguns alunos justificaram que a Matemática é e será útil para as suas vidas e para o seu dia a dia, o que revela o quão importante consideram que a Matemática é para o seu futuro.

Pode-se concluir que todos os grupos gostaram de realizar o trilho matemático e a sua prática fez com que o gosto pela matemática aumentasse. Os alunos revelaram alguma ansiedade durante a realização das tarefas, o que afetou na sua confiança e a resolução das tarefas.

3.2. Domínio comportamental

Neste subponto pretende-se analisar o domínio comportamental, mais especificamente a motivação intrínseca.

Após a realização do trilho matemático foi preenchido o questionário final. A primeira questão era "Gostaste de realizar o trilho matemático?" e foi respondida positivamente por todos os alunos. Como justificação, escreveram:

> E: Sim, porque achei uma experiência divertida e que nos ajuda a compreender melhor as questões.
> A: Porque foi uma forma de tornar os "problemas na realidade", pois geralmente fazemos nas folhas.
> D: Porque foi um estilo de aula diferente.
> K: Gostei muito das tarefas realizadas, nunca tinha realizado esta experiência.
> G: Porque aprendi a melhorar a minha matemática e gostei de ter ido andar na escola há procura das pistas e dos lugares.

O facto de todos os alunos terem respondido afirmativamente indica que o trilho matemático foi uma forma de os alunos aplicarem a matemática mais motivados. As justificações dadas como "experiência divertida", "tornar os problemas na realidade", "estilo de aula diferente" e "gostei de ter ido andar na escola", refletem o quão interessado e envolvidos os alunos estiveram no trilho matemático.

Na entrevista realizada após o trilho matemático, o **grupo "Os Matemáticos"** foi questionado sobre se gostaram de fazer o trilho. Todos os elementos responderam positivamente, justificando que era a primeira experiência que tinham realizado e que foi "divertido" saber mais coisas sobre a matemática. Indicaram que o que gostaram mais no trilho foi:

> A: A perspetiva de como víamos os problemas, nós na sala vemos os problemas na folha e temos os dados já prontos. Ali temos nós de tirar os dados e resolver os problemas.
> C: Era mais divertido.

Também foram questionados sobre o que gostaram menos no trilho, tendo respondido que não tinham nada a apontar por estar tudo organizado. Indicaram que voltariam a fazer um trilho matemático, por ser uma experiência diferente do que estão habituados.

O **grupo "Team Nike"** gostou de realizar o trilho matemático e justificou com as seguintes afirmações:

> F: Por ter sido uma experiência agradável e divertida. Conseguimos aprender bastante coisas com o trilho matemático.
> D: Sim, estou de acordo com isso, porque ajudou-nos bastante a perceber melhor os números racionais e a matéria que estávamos a dar.

Um dos elementos disse que o que gostou mais do trilho foi "ser um estilo de aula diferente, sem ser estar na sala sentado durante uma hora e meia ou quarenta e cinco minutos". Todos os elementos voltariam a fazer um trilho matemático por terem achado a experiência "divertida".

O **grupo "Time MyBM"** gostou de realizar o trilho matemático, tendo um elemento indicado que "foi divertido" e um outro que "foi uma boa forma de aplicar os nossos conhecimentos em acontecimentos reais". A estagiária questionou o grupo sobre o que gostaram mais no trilho e o grupo respondeu "resolver as tarefas" e "do facto de nos conseguirmos divertir enquanto resolvemos os problemas matemáticos". O grupo voltaria a realizar um trilho matemático, por terem aprendido algumas coisas que tiveram de aplicar com muita atenção.

O **grupo "Portistas"** gostou de fazer o trilho matemático, por ser uma forma diferente de utilizarem os conceitos que aprenderam. Gostaram do percurso das tarefas, considerando-o "divertido" e gostaram das tarefas em si. Todos os elementos referiram que voltariam a realizar um trilho matemático, pois acharam que as tarefas os motivam a resolver mais problemas no dia a dia, o que lhes permite "puxar mais pelo pensamento" e trabalhar em grupo.

O **grupo “Team Trilho”** gostou de efetuar o trilho matemático por “andar pela escola” e “resolver exercícios de matemática como uma espécie de simulador de vida real”. Os “problemas e os desafios” foram o que o grupo gostou mais no trilho, por ser constituído por desafios fáceis e difíceis de resolver. O grupo voltaria a fazer um trilho matemático por não ter o hábito de fazer este tipo de atividades, de estar em grupo e ao ar livre.

O facto de a aplicação MCM ter disponíveis sugestões que foram utilizadas pelos alunos durante o trilho matemático contribuiu para que estivessem mais à vontade na resolução das tarefas, visto que poderiam rapidamente obter uma ajuda quando tivessem dúvidas. O mesmo se pode dizer sobre a Sala de Aula Digital, pois a maior parte dos grupos que a utilizou, enviou uma mensagem e conseguiu esclarecer as suas dúvidas. Afirmações como “O que gostei mais foi pelo qual fornece ajudas e tem a sala digital” e “Tinha uma sala de aula digital para colocar dúvidas à professora” comprovam que estes meios ajudaram a que os alunos estivessem mais descontraídos, motivados e com menos ansiedade.

Verifica-se que a maioria dos alunos se encontrava motivado na realização do trilho matemático, tendo aprendido algo de novo. Os alunos estavam bastante divididos sobre se preferiam resolver as tarefas dentro ou fora da sala de aula, o que revela alguma insegurança. No entanto, todos os grupos indicaram que voltariam a realizar um trilho matemático, o que revela interesse em realizar mais atividades fora da sala de aula.

3.3. Domínio cognitivo

Neste subponto pretende-se analisar o domínio cognitivo, mais propriamente a utilidade da matemática. Através do questionário inicial, aplicado antes da realização do trilho matemático, os alunos responderam a algumas questões sobre a utilidade da matemática. A primeira questão era “Consideras que a matemática é útil no dia a dia?”, a que todos os alunos responderam “sim”. Como justificação são apresentadas algumas respostas que os alunos deram:

E: Sim, para nos ajudar no futuro.
M: Porque nos ajuda a resolver problemas de cálculo mental.
P: Porque agora não, mas mais alguns anos vai ser útil para ganhar dinheiro, ir ao supermercado e tenho de saber fazer as contas e descontos, etc.

I: Porque independentemente da nossa vida dá imenso jeito para aplicar em situações reais.
Q: Acho que sim, porque a matemática ajuda-nos a contar coisas mais rápido.
D: Porque consigo resolver os problemas do dia a dia.
R: Porque a matemática está em tudo.

A mesma questão foi respondida no questionário final, após o trilho matemático. Os alunos mantiveram a resposta anterior e justificaram do seguinte modo:

M: Porque ajudou-me a resolver as tarefas.
A: Porque para qualquer situação da vida é preciso a matemática, todos os problemas a resolução é a matemática.
I: Porque preciso de a utilizar em muitas situações.
B: Porque as atividades que foram propostas são algumas situações que acontecem no dia a dia e nós precisamos da matemática para as resolvermos.
J: Porque o trilho mostrou que podemos usar matemática no dia a dia.

Em ambas as justificações, dadas antes da realização do trilho matemático como depois da sua execução, revelam que os alunos consideravam a matemática útil e importante para o dia a dia. Isto indica que os alunos não achavam que a matemática existe só na sala de aula, nas tarefas que eram propostas pelo professor, pelo que a maior parte das justificações referem-se a questões do dia a dia. O trilho matemático ajudou a reforçar a perspetiva que os alunos tinham sobre o papel da matemática.

É reforçada a utilidade da matemática na questão "Achas que a matemática só existe no trabalho que realizas na sala de aula?", à qual todos os alunos responderam que "não", dando as seguintes justificações:

E: Não, porque existe em todo o mundo.
M: Porque também existe na natureza.
P: Porque se vou aos supermercados e à descontos eu tenho de saber matemática para ver quanto fica o preço com desconto.
A: Não, pois, nós utilizamos ela para todo o lugar.
I: Porque sempre que me aparecem problemas do género de matemática em situações reais utilizo o que aprendi.
B: Acho que também precisamos da matemática no dia a dia.
Q: Não, porque uso a matemática fora da sala de aula.
O: Porque a matemática está sempre à nossa volta.

A mesma questão foi colocada no questionário final, preenchido após a realização do trilho matemático. Os alunos mantiveram a resposta anterior e justificaram da seguinte forma:

M: Porque também existe na natureza.

A: Porque neste trilho pode comprovar que existe matemática em todo o lado (até no ecoponto do lixo!).
B: Não, porque todas as atividades do trilho que fizemos eram fora da sala de aula.

Todas as justificações indicam que os alunos tinham a ideia de que a matemática também se aplica fora da sala de aula. O trilho matemático ajudou a reforçar a ideia, visto que os alunos lidaram com situações reais, o que permitiu que os alunos olhassem para a matemática de outra forma e aprendessem que pode ser aplicada em qualquer lugar ou com qualquer objeto.

No questionário inicial existia a questão “Já trabalhaste matemática fora da sala de aula?”. Se os alunos respondessem “sim”, teriam de indicar com que contexto e em que consistiu. Se os alunos respondessem “não”, teriam de indicar se achavam possível ter uma aula de matemática fora da sala de aula e como seria essa aula. Dos 14 alunos que responderam “sim”, a maior parte demonstrou não saber o que se refere quando se fala em matemática fora da sala de aula, pois deram alguns tipos de resposta como “no ATL”, “no supermercado”, “estudar matemática”, “para fazer trabalhos e a comida”, “no centro de estudo e em casa”, “nos TPC e nos estudos”, etc. No entanto, destes 14 alunos, 4 revelaram ter aplicado a matemática fora da sala de aula, numa atividade que realizaram no exterior, onde tiraram fotografias de polígonos através de uma aplicação. Dos 5 alunos que responderam “não”, apenas um apresentou alguma motivação e interesse sobre este tipo de aula, tendo respondido “Seria muito divertido e podíamos jogar jogos relacionados com a matemática”. Dois alunos indicaram que achavam que era possível ter uma aula de matemática fora da sala de aula, mas argumentaram que seria igual às outras que são dentro da sala de aula. Dos outros dois alunos, um não justificou e o outro respondeu “Uma explicação”.

Através da entrevista, o **grupo “Os Matemáticos”** respondeu à questão “O que aprenderam de novo com a realização do trilho matemático?”, tendo indicado:

B: Que também podemos utilizar a matemática fora da sala de aula.
C: E demos umas revisões sobre a matéria que já tínhamos dado há algum tempo.

Uma outra questão que foi colocada ao grupo foi “É importante aprender Matemática fora da sala de aula? Porquê?”. A esta questão o grupo respondeu positivamente e justificaram que é importante para terem uma perspetiva diferente.

Referiram que gostaram mais de realizar as tarefas fora da sala de aula, por ser ao ar livre e por ser um trabalho mais independente e divertido.

O **grupo "Team Nike"** revelou não ter aprendido nada com a realização do trilho matemático, justificando que se baseava numa matéria que já tinham dado. Todos os elementos acharam importante aprender matemática fora da sala de aula para se recordarem mais das matérias que dão na escola, para não estudarem só nas aulas e aplicá-las no dia a dia. Um elemento indicou que gostou mais de resolver as tarefas dentro da sala de aula por estar mais habituado e fora dela por ser um estilo de aula diferente e ser uma experiência nova.

Relativamente à questão "O que aprenderam de novo com a realização do trilho matemático?", o **grupo "Time MyBM"** respondeu "que temos de estar atentos aos problemas que vão acontecendo na nossa vida, porque se não estivermos atentos não os vamos conseguir resolver corretamente" e "que a matemática pode ser usada no dia a dia". Todos os elementos responderam positivamente à questão "É importante aprender matemática fora da sala de aula?", justificando que "ao longo da nossa vida vão-nos aparecer muitos problemas assim e nós vamos conseguir resolvê-los. Se não os resolvermos, vamos ficar ainda com mais problemas". Indicaram que gostam mais de resolver as tarefas dentro da sala de aula, pois, se tiverem alguma dificuldade, podem falar com os professores e esclarecer as dúvidas.

O **grupo "Portistas"** aprendeu com o trilho matemático que precisam de matemática para resolver "qualquer coisa", visto que aplicaram conceitos que nunca imaginaram ter de aplicar nas tarefas. Considerou que é importante aprender matemática fora da sala de aula para que consigam resolver os problemas do dia a dia e que não é só na sala de aula que têm de aprender a raciocinar, pelo que têm de aplicar os conceitos que aprenderam e descobrir novas formas de resolver um problema. Contudo, o grupo gosta mais de resolver as tarefas dentro da sala de aula, visto que, fora da sala de aula, podem não ter ajuda e por considerarem que se podem distrair mais facilmente. Dentro da sala de aula, o grupo indicou que têm a ajuda dos professores e uma frase usada pelo grupo foi "sentimos uma segurança dentro de nós".

O **grupo "Team Trilho"** aprendeu que pode usar a matemática em diversas alturas do dia a dia e em “sítios que nem sabiam que podiam usar”. Por esses motivos acham importante aprender matemática fora da sala de aula, para que a possam utilizar no dia a dia no que precisarem. Contudo, o grupo mostrou-se dividido se gostava mais de resolver as tarefas dentro ou fora da sala de aula. Um dos elementos respondeu que prefere fora por “ser mais diferente” e por estar mais atento. Outro elemento do grupo respondeu que gosta de resolver de ambas as formas, justificando que dentro da sala de aula está num sítio fechado e tem de resolver “uma certa coisa” e fora porque está ao ar livre e tem de resolver de uma certa maneira.

Deste modo, é possível concluir que os alunos consideram que a matemática é importante para o dia a dia, reconhecendo como a podem utilizar e aplicar na sua vida. O trilho matemático fez com que os alunos descobrissem como a matemática pode ser aplicada no mundo real.

4. Interações ao longo do trilho matemático no contexto da sala de aula digital

Neste ponto pretende-se analisar as interações que existiram durante o trilho matemático, com o professor, os pares e a aplicação. Para isso, foram analisados o questionário final, as entrevistas, a sala de aula digital e as observações realizadas durante o trilho matemático.

4.1. Interações com o professor

As interações que os alunos tiveram com o professor são possíveis de analisar através do questionário final. Uma das questões deste questionário era “Trocaste mensagens com a professora ao longo do trilho matemático?”, à qual 50% dos alunos respondeu “sim” e 50% respondeu “não” (Gráfico 5). Os alunos que responderam “sim”, justificaram que o fizeram por terem dúvidas, por terem dificuldades e por não conseguirem resolver uma dada tarefa.

Gráfico 5: Envio de mensagens

Os alunos que responderam "não", justificaram com as seguintes afirmações:

F: Porque o meu grupo não precisou.
D: Porque a professora estava ao nosso lado.
K: Não senti tantas dificuldades.
O: Porque não achamos necessário.
E: Não, porque tentamos resolver as tarefas sozinhos até conseguir.

Através das justificações, é possível compreender que os alunos que não sentiram dificuldades, não enviaram mensagem à estagiária por não ter necessidade. Isto mostra que os alunos estavam confortáveis com as tarefas e com o conteúdo. O facto de a estagiária se encontrar por perto, como indica o aluno D, também foi um motivo pelo qual alguns alunos acabaram por não enviar mensagem, por tentarem esclarecer as suas dúvidas junto da estagiária, tal como costumam fazer na sala de aula junto do professor.

A questão seguinte deste questionário era "Ao longo do trilho matemático recebeste mensagens da professora. Ajudaram-te?" e 50% dos alunos responderam "sim" e 50% "não". Os alunos que responderam positivamente, justificaram porque as mensagens ajudaram:

I: Porque esclareceram as minhas dúvidas.
B: Porque consegui compreender algumas coisas que não tinha entendido.
E: Sim, porque achei útil a ajuda da professora ajudou-nos muito na realização de algumas perguntas.

Os alunos que responderam negativamente justificaram porque as mensagens os ajudaram:

C: Porque nós perguntamos à professora e a aula acabou.
A: Uma vez utilizei a sala de aula digital e a professora não recebeu e não me conseguiu

ajudar.
F: Não vi.
D: Porque a professora estava ao nosso lado.

As justificações dos alunos que responderam positivamente indicam que a troca de mensagens com a estagiária ajudou a esclarecer a suas dúvidas e a compreender algo que não estavam a entender. Como estes alunos enviaram mensagem à estagiária, indica que conseguiram utilizar a Sala de Aula Digital. Os alunos que responderam negativamente dão a entender que tiveram dificuldades em encontrar ou utilizar a Sala de Aula Digital. O facto de um grupo ter enviado mensagem e a estagiária não a ter recebido pode ter prejudicado o sucesso dos alunos numa tarefa. Como a estagiária se encontrava, por vezes, perto dos alunos, alguns tentavam esclarecer as suas dúvidas diretamente sem utilizar a aplicação.

Na entrevista, o **grupo "Os Matemáticos"** respondeu à questão "Enviaram mensagens à professora ao longo do trilho matemático?" e os alunos responderam que sim e que pretendiam receber ajuda e esclarecer dúvidas. Contudo, o grupo disse que a professora não conseguiu responder. Na sala de aula digital verifica-se que o grupo enviou a mensagem "Professora, nós estamos na tarefa do contentor e não conseguimos resolver, pode vir aqui por favor", contudo a estagiária não a recebeu e não conseguiu ajudar. Isto pode ter prejudicado o sucesso dos alunos nesta tarefa, visto que a sua resolução está incorreta, pelo que poderiam ter dúvidas ou não estar a compreender o seu enunciado. À mesma questão, o **grupo "Team Nike"** afirmou não ter enviado mensagens à professora por não ter dúvidas. O **grupo "Time MyBM"** enviou como primeira mensagem "Professora os vasos estão numa forma diferente" e recebeu como resposta "Não faz mal. Não afeta a resolução da tarefa" e, como segunda mensagem, enviou "Precisamos de outra sugestão para a tarefa 4 das floreiras" e recebeu como resposta "Qual é a vossa dúvida?". Os alunos indicaram que a resposta da estagiária ajudou a ultrapassar as suas dúvidas, no entanto não chegaram a responder e a indicar as dúvidas. O **grupo "Portistas"** não enviou mensagens à estagiária, pois tentaram pensar mais por "eles próprios". Ainda ponderaram enviar mensagem sobre a tarefa "As floreiras", mas acabaram por resolver outras tarefas. O **grupo "Team Trilho"** enviou a mensagem "Professora nos contentores de lixo qual é a frase azul porque há duas?". A resposta “Começa por “Lixo ensacadinho…” ajudou os alunos a esclarecerem as suas dúvidas e a resolverem corretamente a tarefa.

Pode-se concluir que os alunos, apesar de terem utilizado a sala de aula digital para comunicarem com a estagiária, sempre que podiam questionavam os professores diretamente, por acharem mais fácil o contacto direto.

4.2. Interações com os pares

Para analisar as interações com os pares, é possível analisar no questionário inicial a questão “Quando tens de realizar uma tarefa matemática, gostas mais de trabalhar de forma individual ou em grupo?”.

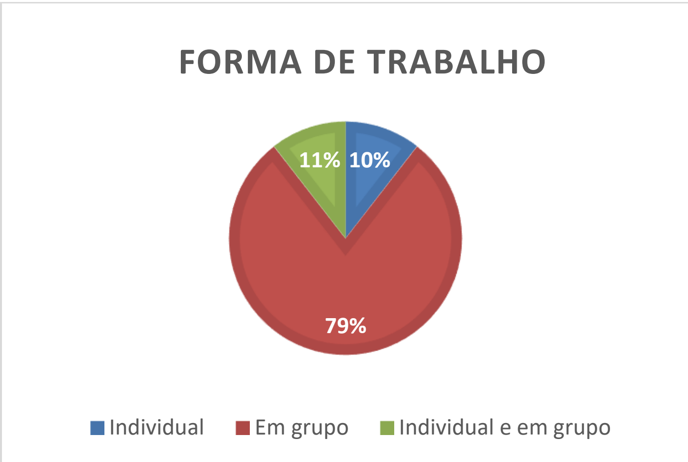


Gráfico 6: Forma de trabalho

Como é possível ver no gráfico 6, 79% dos alunos gostavam mais de trabalhar em grupo, 10% de trabalhar individualmente e os restantes 11% consideram indiferente, pelo que gostavam de trabalhar das duas formas. Como justificação, os alunos que indicaram gostar mais de trabalhar em grupo referiram o seguinte:

E: Em grupo, porque sinto-me mais confortável e menos aflita nos trabalhos.
P: Porque sei a opinião dos outros e posso melhorar através de falar entre todos.
I: Porque se tiver dificuldades tenho alguém que me ajude.
D: Porque podemos ajudar-nos uns aos outros com mais facilidade.
O: Gosto de falar sobre o assunto.
J: Porque acho que torna a tarefa mais divertida.
G: Porque eu entendo melhor do que estar individual que não percebo.

É possível verificar alguma falta de confiança e alguma ansiedade nas respostas dadas pelos alunos, pois considerarem que trabalhar em grupo seria bom para eles no sentido de ultrapassarem as suas dificuldades e esclarecerem dúvidas. Os dois alunos que referiram preferir trabalhar individualmente justificaram da seguinte forma:

> A: Porque consigo entender melhor.
> K: Eu acho que quando trabalho em grupo não aplico todos os conceitos que sei e muitas vezes não tenho direito à minha opinião, enquanto individualmente isso não acontece.

Os restantes alunos que responderam ambas as opções, trabalhar individualmente e em grupo, justificaram da seguinte forma:

> M: Porque para mim é indiferente.
> H: Porque os dois são importantes.

Esta questão indica que a maior parte da turma gostou mais de trabalhar em grupo, preferindo trabalhar dessa forma por considerarem ser um apoio para entenderem melhor, ouvirem opiniões e esclarecerem as suas dúvidas. No entanto, os alunos que responderam negativamente, apresentaram uma opinião contrária, uma vez que preferem trabalhar sozinhos, pois em grupo não conseguem entender, dar a sua opinião ou aplicar os conceitos. Isto pode indicar que trabalhos anteriores que foram realizados em grupo não tenham corrido bem.

Já no questionário final, os alunos responderam à questão "Gostaste de trabalhar em grupo?", verificando-se que 44% respondeu positivamente e 6% negativamente (Gráfico 7).

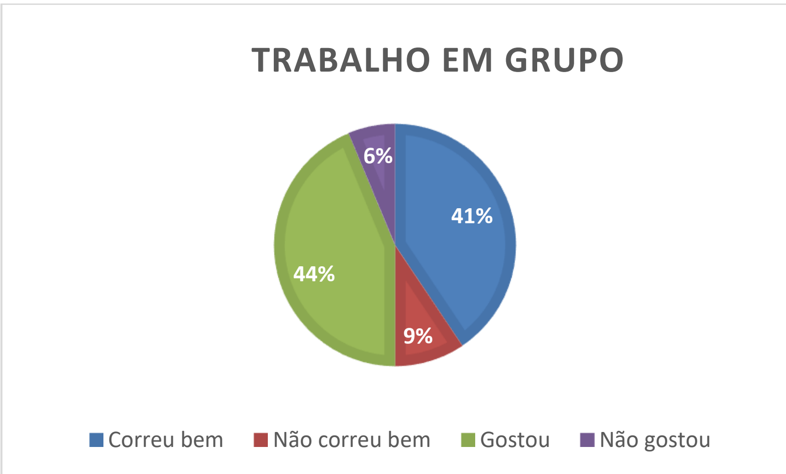


Gráfico 7: Trabalho em grupo

Os alunos que responderam positivamente deram as seguintes justificações:

> A: Porque facilitou a resolução dos problemas.
> B: Porque assim tive a oportunidade de ouvir a opinião dos outros na resolução das

tarefas.
F: Porque eu prefiro trabalhar em grupo do que sozinho.
D: Porque é um tipo de aula diferente.
L: Assim discutimos ideias entre nós e tiramos dúvidas uns aos outros.

Os alunos que responderam negativamente, deram respostas como "Não gostei do grupo, pois alguns elementos nem se esforçavam para resolver as atividades" e "Porque não gostei do grupo". Um aluno, apesar de ter respondido que o trabalho em grupo não correu bem, indicou que gostou de trabalhar em grupo por afirmar que o grupo o tinha ajudado.

Uma outra questão era se o trabalho em grupo tinha corrido bem, à qual 41% dos alunos respondeu positivamente e 9% negativamente. Os alunos que indicaram que o trabalho em grupo correu bem, deram as seguintes justificações:

E: Sim, porque conseguimos resolver tudo juntos.
C: Porque o grupo foi bem organizado e também era muito divertido.
N: Porque ajudamo-nos uns aos outros e assim foi mais fácil.
F: Porque sozinho ia correr pior.
L: Podia ter sido melhor, mas cada um deu o seu máximo.
J: Porque não houve discussões.

Já os que indicaram que correu mal, responderam "Porque não resolvi 3 tarefas" e "Não gostei do grupo e havia elementos do grupo que não faziam o trabalho".

Através da entrevista, o **grupo "Os Matemáticos"** respondeu à questão "Como foi trabalhar em grupo?", tendo indicado:

C: Divertido.
A: Foi melhor do que trabalhar sozinho porque temos os colegas para discutirmos as ideias e os problemas.
C: É mais fácil fazer porque temos a ideia de três.

À mesma questão, o **grupo "Team Nike"** respondeu positivamente, justificando que foi divertido e consideraram que foi nova forma de aula, pois não o faziam muitas vezes. O **grupo "Time MyBM"** mostrou-se um pouco dividido na resposta a esta questão, como se pode verificar pela conversa seguinte:

G: Foi bem.
H: Faz parte da nota também.
G: E foi bem.
J: Não tenho nada a dizer.

Um elemento do **grupo "Portistas"** indicou que não gostava de trabalhar em grupo. Revelou que quando soube quem eram os seus colegas de grupo que não ia resultar e que não iam conseguir resolver as tarefas, contudo, acabaram por conseguir resolver as tarefas e avaliou o trabalho de grupo como “mais ou menos”. O **grupo “Team Trilho”** referiu que, apesar de não estar muito habituado a trabalhar em grupo, correu bem por terem várias opiniões que o ajudou a resolver as tarefas.

Nota-se que a maior parte dos grupos gostaram de trabalhar em grupo e durante o trilho matemático foi possível verificar que os alunos tentaram sempre interagir uns com os outros, mesmo com os elementos que não faziam parte do seu grupo, de modo a tentarem ajudar-se uns aos outros, a tirar dúvidas, trocar ideias ou até partilharem informações sobre as resoluções das tarefas. Poucos foram os alunos que interagiram diretamente com a estagiária, por não terem dúvidas, por saberem que deviam utilizar o chat para o fazer ou até por questionarem os outros professores. Quando interagiam com a estagiária, tentavam compreender melhor o enunciado, explicavam o seu raciocínio em voz alta e esclareciam dúvidas.

4.3. Interações com a aplicação

Quanto às interações com a aplicação, principalmente na primeira aula, os alunos não sabiam como proceder para mudar de tarefa e como podiam utilizar a sala de aula digital, demonstrando ter algumas dificuldades na utilização da aplicação, o que pode ter influenciado a gestão do tempo, o desempenho em algumas tarefas e a falta de comunicação com a estagiária através do chat. Apesar de ter sido pedido aos alunos para que quando tivessem alguma dúvida a colocassem através da aplicação, quando estavam perto da estagiária colocavam as suas dúvidas diretamente, assim como aos outros professores da turma. Também faziam questões aos pares e conversavam com os outros grupos sobre as tarefas. Quanto à aplicação, os alunos focavam-se mais em seguir o percurso das tarefas para saberem para onde se tinham de dirigir e em acertar nas respostas para ganharem os pontos. Através do questionário final, os alunos foram questionados se sentiram dificuldades em utilizar a aplicação MathCityMap na realização do trilho matemático. A esta questão, três alunos responderam “sim” e justificaram que:

O: Porque a aplicação saia sozinha e tínhamos de voltar a entrar.
B: Senti algumas dificuldades a usar, pois nunca tinha usado uma aplicação deste género.
I: Não estava tão concentrado como devia estar.

Estas justificações indicam alguma falta de experiência por parte dos alunos em utilizar este tipo de aplicação. Além disso, como foi a primeira vez que a utilizaram, não tiveram tempo para a conhecer e explorar melhor, o que pode ter influenciado as suas interações com a aplicação e o controlo da mesma. No entanto, apenas três alunos referiram ter tido dificuldades na utilização da aplicação. Os treze alunos restantes responderam que não tiveram dificuldades em usar a aplicação e justificaram da seguinte forma:

J: Porque era fácil de usar.
L: A professora explicou antes como funcionava.
F: Porque já estou habituado a usar muitas aplicações.
D: Porque é uma app simples.

A maioria dos alunos indicou não ter tido dificuldades em utilizar a aplicação por ser simples e estarem habituados a usar dispositivos móveis. Contudo, a aula em que a estagiária mostrou a aplicação e explicou as suas funcionalidades, pode ter ajudado a que a experiência corresse melhor.

Na questão seguinte, os alunos tinham de indicar o que gostaram mais e o que gostaram menos na aplicação. Relativamente ao que gostaram mais, os alunos indicaram que "Gostei da rota", "Gostei da forma como a aplicação indicou as tarefas", "Gostei de pôr as respostas das tarefas", "O que mais gostei foi as moedas", "O que gostei mais foi pelo qual fornece ajudas e tem a sala digital", "Tinha uma sala de aula digital para colocar dúvidas à professora", etc. Quanto ao que gostaram menos, os alunos indicaram "Não gostei de às vezes não dar para mandar mensagens", "O que gostei menos foi pelo qual uma vez utilizei a aula digital e o responsável não recebeu a mensagem", "Gostei menos quando foi para entrar no trilho", "O que gostei menos foi o chat", "Não gostei de algumas sugestões porque não conseguiram ajudar", "Não gostei dos problemas", etc.

Através da entrevista, o **grupo "Os Matemáticos"** indicou que o uso da tecnologia os ajudou a compreender a matemática, por se tornar mais fácil. Referiram que, quando não sabiam algo, podiam usar a sala de aula digital e as sugestões que a aplicação apresentava, chegando a utilizá-las durante o trilho. O grupo também respondeu à questão "O que acharam da aplicação MathCityMap?", tendo indicado:

A: Apesar de ter demorado a entrar, a aplicação em si tem boas funções.
Estagiária: O que gostaram menos da aplicação?
C: O que gostamos menos eu acho que foi o chat.
Estagiária: Porquê?
A: Porque nós tentamos contactar com a professora e não conseguimos.

No portal do MathCityMap foi possível verificar, através da sala de aula digital, que o grupo enviou uma mensagem à estagiária, mas que não foi recebida, pelo que não foi possível responder. Quanto às tarefas, o grupo colocou a resposta correta de cinco tarefas, tendo respondido quase corretamente à tarefa "O ponto de partida". Na tarefa "Saltos nos degraus", apesar de terem utilizado as sugestões 1 e 2, o grupo errou na resposta à primeira tentativa e na segunda acertou. Usaram duas sugestões na tarefa "As floreiras", mas erraram duas vezes ao colocar a resposta. O mesmo aconteceu na tarefa "O contentor do lixo", onde utilizaram as três sugestões. À questão "O que mudariam no trilho matemático?", o grupo respondeu que mudava a acessibilidade que tinham no contacto com os professores, por precisarem deles para tirar dúvidas e não saberem onde se encontravam. Também indicou que não conseguiam por vezes usar a sala de aula digital para tirar dúvidas. Os alunos mencionaram que não sabiam se tinham de resolver as tarefas apenas pela parte que aparecia nas fotografias ou se consideravam os objetos no total.

O **grupo "Team Nike"** respondeu ter gostado das interações com a aplicação, não referindo pontos negativos. Relativamente à questão "O uso da tecnologia ajudou-vos a compreender a Matemática?", o grupo respondeu positivamente, mas apenas um elemento justificou, indicando que podiam usar a sala de aula digital para falarem com os professores. Através da sala de aula digital verificou-se que o grupo não utilizou nenhuma das sugestões disponíveis e não abriu o chat, logo não enviou mensagens à estagiária. Sobre as tarefas, o grupo respondeu corretamente a sete, tendo errado entre duas a três vezes antes de acertar nas respostas das tarefas "As prateleiras", "Saltos nos degraus", "O contentor do lixo" e "O mosaico da Escola". Não conseguiram responder corretamente à tarefa "As floreiras".

Um elemento do **grupo "Time MyBM"** indicou que o uso da tecnologia não os ajudou a compreender a matemática, por considerarem que não precisam de tecnologia para aprender e resolver os problemas. O grupo indicou que o que gostou mais na aplicação foi o facto de conseguirem criar trilhos matemáticos e conseguirem resolver os problemas “como se fosse uma casa ao tesouro”. O que gostaram menos foi de às vezes dar problemas e não dar para enviar mensagem. O grupo utilizou o chat durante o trilho matemático para enviar mensagens à estagiária, tendo acontecido a seguinte troca de mensagens:

> Grupo Time MyBM: Professora os vasos estão numa forma diferente.
> Estagiária: Não faz mal. Não afeta a resolução da tarefa.
> Grupo Time MyBM: Precisamos de outra sugestão para a tarefa 4 das floreiras.
> Estagiária: Qual é a vossa dúvida?

O grupo não enviou mais mensagens. Relativamente às tarefas, através da sala de aula digital, verificou-se que os alunos colocaram a resposta correta em cinco tarefas, tendo errado uma vez na tarefa “Os cacifos coloridos” e utilizado as sugestões 1 e 2 na tarefa “Saltos nos degraus”. O grupo não respondeu às tarefas “As prateleiras”, “O ponto de partida” e “As floreiras”, tendo aberto a sugestão 1 da última e respondido duas vezes mal. Relativamente à questão “O uso da tecnologia ajudou-vos a compreender a matemática?”, o **grupo “Portistas”** respondeu da seguinte forma:

> K: Na minha opinião, os conceitos que utilizei a tecnologia não me ajudou muito.
> L: Porque tínhamos de pensar mais por nós.
> K: Eu pensei mais por mim e não utilizei muito a tecnologia.

Quanto à aplicação MathCityMap, o grupo considerou ser “uma maneira fácil de aprender”, pois podiam enviar mensagens à estagiária e era fácil de utilizar, pelo que resultou bem. O grupo gostou de como as tarefas estavam distribuídas e das sugestões que as tarefas tinham, por os ter ajudado. O grupo não teve pontos negativos a indicar à aplicação. O grupo não abriu o chat, logo não enviou mensagens à estagiária. Quanto às tarefas, colocou a resposta correta em sete tarefas, tendo inicialmente errado na resposta das tarefas “Os cacifos coloridos”, “O tabuleiro de xadrez”, “O contentor do lixo” e “Saltos nos degraus”. Além de terem usado uma sugestão na última tarefa indicada, também usaram na tarefa “As prateleiras”. Não responderam à tarefa “As floreiras”.

O **grupo “Team Trilho”** respondeu negativamente à questão “O uso da tecnologia ajudou-vos a compreender a matemática?”, por considerarem que não precisavam da tecnologia e apenas do “normal”, como a calculadora. Indicaram que o *tablet* apenas serviu para responder. Um ponto positivo da aplicação foi marcar os pontos todos para onde tinham de ir e que podiam escolher uma tarefa qualquer, sem ter de seguir uma ordem. O que mais desagradou o grupo sobre a aplicação foi a "parte de entrar" e de por vezes não estar ligada à *internet*. O grupo utilizou o chat e enviou mensagens à estagiária, tendo ocorrido a seguinte conversa:

> Grupo Team Trilho: Professora nos contentores de lixo qual é a frase azul porque há duas?
> Estagiária: Começa por "Lixo ensacadinho…".
> Grupo Team Trilho: Ok.

Verifica-se, através da sala de aula digital, que o grupo respondeu corretamente a seis tarefas, tendo inserido inicialmente respostas erradas nas tarefas "Os cacifos coloridos", "O tabuleiro de xadrez" e "Saltos nos degraus" e usaram as sugestões 1 e 2 na última. Não responderam às tarefas "As floreiras", sobre a qual responderam de forma errada três vezes, e "As prateleiras", onde abriram uma sugestão.

Em conclusão pode-se dizer que a maioria dos grupos gostou de utilizar a aplicação e não teve dificuldades em utilizá-la. Também consideram que a tecnologia é importante e que pode ajudá-los no dia a dia.

Capítulo VI – Conclusões

Este capítulo encontra-se dividido em três partes. Na primeira parte é feita uma breve síntese do estudo. Na segunda parte são referidas as principais conclusões do estudo e na terceira parte são indicadas algumas limitações do estudo e sugeridas algumas recomendações para investigações futuras.

1. Síntese do estudo

O presente estudo de investigação pretendia compreender o modo como alunos do 6.º ano de escolaridade mobilizam conceitos sobre números racionais na realização de um trilho matemático com a aplicação MathCityMap, no contexto da sala de aula digital. Para isso foram delineadas as seguintes questões de investigação: Q1: Como se caracteriza o desempenho dos alunos na resolução de tarefas sobre números racionais num trilho matemático com o MathCityMap?; Q2: Que atitudes evidenciam os alunos na realização de um trilho matemático com o MathCityMap?; Q3: Que interações são observadas entre os alunos, com o professor e com o dispositivo móvel na utilização da aplicação e da sala de aula digital?

Para responder ao problema e às questões de investigação, o estudo seguiu uma metodologia de investigação de natureza qualitativa com um design de estudo de caso e foi desenvolvido numa turma do 6.º ano de escolaridade com 19 alunos. Teve por base a realização de um trilho matemático com recurso ao MathCityMap e à Sala de Aula Digital. Para obter os dados para analisar, foram privilegiadas como técnicas de recolha de dados a observação participante, o inquérito por questionário e por entrevista, os documentos e os registos audiovisuais. Depois de os dados terem sido recolhidos, foi necessário fazer a sua análise através de um conjunto de categorias de análise que auxiliaram na sua interpretação, como mostra o quadro 6.

Categorias	Subcategorias	Indicadores	Referências
Desempenho	Resolução da tarefa	- Não apresenta resolução - Resolução incorreta - Resolução parcialmente correta - Resolução correta	
	Natureza das estratégias	- Analítica - Visual - Mista	Vale e Barbosa (2020, 2021)

	Dificuldades	- Não tem dificuldades - Não compreende o enunciado da tarefa - Comete erros de cálculo - Não compreende como deve aplicar a razão entre duas quantidades - Não compreende como deve aplicar uma escala - Não compreende os significados das frações - Não compreende como pode usar o material para fazer medições (metro articulado); dificuldades em medir - Não consegue representar o número em percentagem - Gestão do tempo - Organização do grupo	Barreto (2019) Esteves (2018) Pinto e Ribeiro (2013) (Ponte et al., 2018) Sá (2020) Silver et al. (1983) Smith et al. (2009)
Atitudes	Dimensão afetiva	- Autoconfiança - Ansiedade - Gosto pela Matemática	Di Martino e Zan (2011) Mazana et al. (2018)
	Dimensão comportamental	- Motivação intrínseca	Fernandes (2019) Mazana et al. (2018)
	Dimensão cognitiva	- Utilidade da Matemática	Mazana et al. (2018)
Interações	Com o professor	- Questiona a professora estagiária diretamente para colocar dúvidas - Questiona o POC e o par pedagógico para colocar dúvidas - Troca mensagens com a estagiária por ter dúvidas - Não troca mensagens com a estagiária por não ter dúvidas ou não precisar de ajuda - Pede ajuda para utilizar a aplicação - Pede ajuda para perceber a tarefa	Can et al. (2017) Ladeiro (2016) Lei et al. (2018)
	Com os pares	- Considera que o trabalho de grupo correu bem - Considera que o trabalho de grupo correu mal - Acha que trabalhar em grupo é divertido - É influenciado pelas dicas e opiniões dadas pelos outros grupos - Considera que trabalhar em grupo facilita a resolução das tarefas - Considera que o grupo não ajuda e os elementos não se esforçam - Usa a opinião dos elementos do	Chiriac (2014) Ladeiro (2016)

		grupo para resolver/responder às tarefas - Ajuda os colegas quando têm dúvidas - Troca ideias com os colegas do próprio grupo e com os outros grupos	
	Com a aplicação	- Usa com facilidade - Sente dificuldades em utilizar - Utiliza as sugestões - Utiliza a Sala de Aula Digital - Tem dificuldades em enviar mensagem à estagiária - Compreende como pode passar para a próxima tarefa - Compreende que pode escolher a tarefa que quer, não tendo de seguir uma ordem	Barbosa e Vale (2021b) Carstens et al. (2021) Fessakis et al. (2018)

Quadro 6: Categorias de análise

Os resultados obtidos permitiram elaborar as conclusões do estudo, que surgiram a partir do trabalho dos alunos ao longo das aulas e do trilho matemático.

2. Principais conclusões do estudo

De modo a formular as conclusões do estudo, foram analisados os questionários, inicial e final, que permitiram obter algumas informações sobre os interesses e dificuldades dos alunos e a sua relação com a matemática, em particular com os Números Racionais, a tecnologia e o trabalho de grupo. Após a realização do trilho matemático, foram analisados os registos dos alunos, para caracterizar o seu desempenho, quanto ao sucesso das resoluções, a natureza das estratégias usadas e as dificuldades sentidas. As atitudes foram analisadas através dos questionários, das entrevistas e das observações feitas durante o trilho matemático. As interações foram analisadas através do questionário final, das entrevistas, da Sala de Aula Digital e das observações realizadas durante o trilho matemático. As principais conclusões foram organizadas de acordo com as três questões de investigação delineadas, com base nos resultados obtidos, que foram sustentados pela literatura.

Q.1. Como se caracteriza o desempenho dos alunos na resolução de tarefas sobre números racionais num trilho matemático com o MathCityMap?

Para caracterizar o desempenho dos alunos na resolução de tarefas sobre números racionais no trilho matemático com o MathCityMap, foram analisados o sucesso das resoluções das tarefas, a natureza das estratégias utilizadas e as dificuldades sentidas pelos alunos.

De forma geral, os grupos que participaram no trilho matemático tiveram um bom desempenho na resolução das tarefas que o constituíram, por só terem existido resoluções incorretas nas tarefas 5, 6 e 7 e, nas restantes, resoluções parcialmente corretas ou corretas. Todos os grupos erraram apenas a resolução de uma tarefa, não coincidente, resolveram corretamente entre duas a quatro tarefas e de forma parcialmente correta entre duas a quatro tarefas. Falando em particular sobre os Números Racionais, os alunos aplicaram de forma correta as várias representações (percentagem, dízima, fração e numeral misto), tendo apenas um grupo revelado dificuldades na percentagem. As tarefas envolveram três tipos de significados, operador, razão e parte-todo, e três grupos revelaram dificuldades em aplicar os dois últimos. As tarefas também apresentavam diferentes níveis de exigência cognitiva e verificou-se que os alunos sentiram mais dificuldades com as de nível elevado de exigência cognitiva, como o caso das tarefas “Saltos nos degraus”, “As floreiras” e “O mosaico da Escola”. Relativamente às grandezas, cinco tarefas tinham grandezas discretas e três grandezas contínua, no entanto, este aspeto não teve influência no sucesso das resoluções.

Os alunos sentiram algumas dificuldades ao longo da resolução das tarefas. Uma das dificuldades que os alunos sentiram foi em compreender o enunciado de algumas tarefas, o que pode ter acontecido devido ao trilho matemático ter sido composto por tarefas diversificadas, algumas com níveis de exigência cognitiva alta (Smith et al., 2009). Também foi notório que os alunos evidenciaram dificuldades com determinados conteúdos. O tema Números Racionais reveste-se de grande complexidade e um desadequado desenvolvimento do sentido de número racional pode gerar dificuldades a diversos níveis (Pinto & Ribeiro, 2013). Verificou-se que os alunos sentiram dificuldades com alguns dos significados dos números racionais, como a razão e a fração como parte-todo, tendo ocorrido, respetivamente, na tarefa “As floreiras”, onde um grupo colocou as quantidades pela ordem errada, e na tarefa “O contentor do lixo”, onde um grupo considerou o todo como sendo apenas as consoantes e não o número total de letras da frase. Estas dificuldades ao nível dos significados podem ter surgido da má interpretação do enunciado ou da falta de atenção, visto que a fração como parte-todo é considerada a mais natural para os alunos, a mais fácil de aprender e a que compreendem melhor. Contudo, os alunos, na fração como parte-todo, também podem ter confundido a relação parte-todo com a relação parte-parte (Esteves, 2018). Quanto às representações, a percentagem foi a única em que os alunos sentiram dificuldades, o que é possível verificar na resolução de um grupo da tarefa “O contentor do lixo”, na transformação de um número em forma de dízima para percentagem. Como indica Ponte (2018), as dificuldades nas representações podem estar relacionadas com o facto de serem abordadas de forma isolada e não serem estabelecidas conexões entre elas (NCTM, 2007; Ponte et al., 2018). Além disso, também se pode atribuir à abordagem da percentagem apenas em situações do cotidiano, sem ser feita uma ligação com os números racionais (Sá, 2020). A aplicação de uma escala foi outro ponto em que os alunos sentiram dificuldades, visto que, na tarefa “O mosaico da Escola”, alguns alunos, na entrevista, souberam explicar como deviam de ter resolvido a tarefa, mas não foram capazes de o fazer durante o trilho. Um grupo, apesar de ter apresentado uma resolução completa e um raciocínio explícito, acabou por trocar a ordem das quantidades, o que permite perceber que este conceito pode não estar completamente assimilado. Existiram outras dificuldades que foram sentidas pelos alunos relacionadas com outros conteúdos, como no cálculo de volumes, na tarefa “As floreiras”, e nos arredondamentos, nas tarefas “O contentor do lixo” e “O ponto de partida”, não tendo arredondado às unidades os resultados. Também foram reveladas dificuldades na utilização do material de medição e na execução de medições.

Relativamente às estratégias utilizadas, foram privilegiadas as de natureza analítica, tendo sido utilizadas por todos os grupos, refletindo o uso de representações simbólicas e verbais. Apenas três grupos recorreram a estratégias de natureza mista, aplicando abordagens analíticas e visuais. A abordagem visual pode complementar a resolução analítica, dando-lhe significado, no entanto, as mais utilizadas pelos alunos são as analíticas por serem as que mais usam na sala de aula e estarem mais confortáveis e habituados a este tipo de resolução, não sendo tão comum a visual (Vale & Barbosa, 2020, 2021).

Quanto à aplicação MCM, verificou-se que a utilização das sugestões e da Sala de Aula Digital foram uma mais valia para o desempenho dos alunos na resolução das tarefas, visto que recorreram, sempre que tinham dificuldades, às sugestões e ao chat, para comunicar com a estagiária e esclarecer as suas dúvidas.

Apesar de os alunos terem sentido algumas dificuldades, pode-se dizer que tiveram um bom desempenho na realização do trilho matemático, especialmente na resolução das tarefas propostas.

Q.2. Que atitudes evidenciam os alunos na realização de um trilho matemático com o MathCityMap?

Para analisar as atitudes que os alunos evidenciaram na realização do trilho matemático com o MathCityMap foram considerados os três domínios propostos por Mazana et al. (2018) afetivo, comportamental e cognitivo, e como subcategorias, respetivamente: autoconfiança, ansiedade e gosto pela matemática (domínio afetivo); motivação intrínseca (domínio comportamental); e utilidade da matemática (domínio cognitivo).

Relativamente ao domínio afetivo, a turma, de um modo geral, esteve bastante envolvida. Globalmente apresentaram autoconfiança ao longo do trilho matemático, já que, a maior parte dos alunos, indicou não sentir dificuldades na disciplina de matemática, o que pode ter sido uma vantagem para resolver as tarefas do trilho matemático. Nas tarefas consideradas fáceis de resolver, os grupos indicaram que estas eram simples porque abordavam uma matéria que já tinham dado e sobre a qual estavam sempre a falar. Nestas tarefas também referiram que aplicaram melhor a matéria e os seus conhecimentos. Isto reforça o à-vontade dos alunos com as tarefas e os conceitos envolvidos. O mesmo se aplica às tarefas que os alunos mais gostaram de resolver, argumentando que eram difíceis e que conseguiram resolver e porque consideravam ser uma tarefa básica em que não sentiram tantas dificuldades. Como indica Mazana et al. (2018), é mais fácil resolver os desafios matemáticos quando temos autoconfiança. Este indicador foi evidenciado pelos alunos quando salientaram não ter dificuldades em utilizar a aplicação MCM e não ter utilizado as sugestões e a Sala de Aula Digital, o que demonstra confiança sobre o que estavam a fazer e domínio da tecnologia.

O facto de os alunos não conseguirem compreender algumas tarefas ou não se recordarem de informações recentes (como dados de uma tarefa) é um indicador de alguma ansiedade e nervosismo. Estas reações são negativas e que podem afetar a capacidade de aprendizagem (Mazana et al., 2018). As reações negativas também podem ter sido sentidas na utilização da Sala de Aula Digital, visto que um grupo tentou enviar mensagem à estagiária, mas esta não foi recebida. Este grupo tinha dúvidas para esclarecer e a falta de ajuda pode ter gerado ansiedade, ao contrário dos outros dois grupos que usaram o chat e conseguiram comunicar com a estagiária, sentindo-se mais apoiados, calmos e com menos ansiedade, tal como quem utilizou as sugestões.

A turma indicou gostar da disciplina de matemática, focando que é uma disciplina importante para o seu futuro e que pode ser útil para resolver problemas do dia a dia. Os alunos indicaram que gostavam de contas, de números e de aprender e que era interessante saber a lógica dos problemas, o que indica que os alunos têm prazer pela matemática e que gostam de aprender e fazer matemática. Quanto mais os alunos gostam de matemática, maior é o seu envolvimento nas tarefas, o que melhora a aprendizagem e o desempenho (Mazana et al., 2018).

Quanto ao domínio comportamental, a turma mostrou-se bastante motivada por ter realizado o trilho matemático, tendo vontade de o repetir. Isto indica que os alunos têm vontade de realizar mais atividades fora do contexto de sala de aula. Este tipo de atividades são importantes para a compreensão e para alargamento de conhecimentos (Fernandes, 2019). Desde o momento em que o trilho foi apresentado à turma, até à sua execução, os alunos demonstraram sempre muito interesse e entusiasmo, que são uma mais valia para aprender matemática (Cahyono et al., 2015; Mazana et al., 2018). O facto de os alunos referirem que podiam utilizar as sugestões e a Sala de Aula Digital para esclarecer dúvidas indica que sentiam algum conforto durante o trilho matemático. Os alunos que utilizaram, gostaram de o fazer, o que contribuiu para estarem mais motivados e interessados.

No que diz respeito ao domínio cognitivo, todos os alunos consideram a matemática útil no dia a dia (Mazana et al., 2018), contudo, a realização do trilho matemático reforçou a ideia dos alunos de que a matemática está em todo o lado, em qualquer objeto e lugar, não existindo apenas na sala de aula. Os conceitos que os alunos aprendem na sala de aula devem aplicá-los no exterior e descobrir a utilidade da matemática na vida real (Richardson, 2020). A maioria dos grupos indicou ter aprendido algo com o trilho matemático. Aplicar desta forma a matemática, pode aumentar a consciência da sua utilidade, encorajar os estudantes a desenvolverem uma atitude positiva em relação à matemática escolar e motivar, envolver e exercitar a sua curiosidade (Bonotto, 2001).

Existiram diferentes atitudes que foram evidenciadas pelos alunos, tanto positivas como negativas, mas a turma demonstrou estar motivada na realização do trilho matemático, tendo evidenciado gosto pela matemática, aplicando-a nas oito tarefas sobre os Números Racionais fora da sala de aula. O MathCityMap foi um apoio para os alunos, mais especificamente as sugestões e a Sala de Aula Digital, pois facilitaram o esclarecimento de dúvidas e a comunicação com a estagiária, o que gerou atitudes positivas nos alunos.

Q.3. Que interações são observadas entre os alunos, com o professor e com o dispositivo móvel na utilização da aplicação e da sala de aula digital?

Foram analisados três tipos diferentes de interações, nomeadamente com o professor, as com os pares e com o dispositivo móvel na utilização da aplicação e da Sala de Aula Digital.

Relativamente às interações com o professor, metade da turma utilizou a aplicação para trocar mensagens com a estagiária e esclarecer as suas dúvidas. A outra metade indicou não o ter feito por não precisar ou por preferir abordar a estagiária diretamente. Os alunos que receberam mensagens da estagiária consideraram que a sua resposta os ajudou a esclarecerem as suas dúvidas ou a compreender algo sobre as tarefas. Esta situação reforça a ideia de que o professor deve mediar a interação do aluno com o conteúdo e promover o seu interesse pela aprendizagem do conteúdo, visto que a interação professor-aluno pode "estimular e dar sentido ao processo educativo" (Ladeiro, 2016, p. 14). A maior parte dos grupos utilizou a Sala de Aula Digital para comunicar com a estagiária. No entanto, preferiram o contacto direto com o professor, por considerarem ser mais fácil de compreender. Isto deve-se ao facto de os alunos passarem muito tempo com o professor dentro da sala de aula, tendo o seu apoio quando precisam (Lei et al., 2018), o que mostra que trabalho colaborativo entre alunos e professores, possibilita a interação, a socialização, a colaboração, a responsabilidade e a empatia (Can et al., 2017).

Ao nível das interações com os pares, uma grande parte da turma preferiu trabalhar em grupo, pois considerou ser mais fácil para trocar ideias, esclarecer dúvidas, melhorar os seus conhecimentos, ultrapassar as suas dificuldades e por ser mais confortável. Verificou-se que, na realização do trilho matemático, a maioria dos alunos consideraram que o trabalho em grupo correu bem e gostaram de o fazer, por permitir discutirem em conjunto e assim ser mais fácil resolver problemas, facilitando a aprendizagem (Chiriac, 2014). Este tipo de interação permite que conversem e pensem conjuntamente sobre as ideias matemáticas, promovendo a motivação para aprender e atitudes positivas. Com este tipo de interação, os alunos aprendem uns com os outros ao partilharem o seu conhecimento e ao esclarecerem as suas dúvidas (Ladeiro, 2016).

Nas interações com a aplicação, apenas três grupos utilizaram o chat da sala de aula digital para comunicarem com a estagiária, o que indica que os alunos preferiram o contacto direto, por considerarem ser mais fácil para comunicar as suas dúvidas e compreender a explicação do professor. A maioria da turma não teve dificuldades em utilizar a aplicação, considerando-a uma app simples e fácil de usar e isso deve-se ao facto de os jovens da atualidade terem acesso cada vez mais cedo à tecnologia e aos dispositivos móveis, utilizando-os sem dificuldade (Carstens et al., 2021). No trilho matemático existiram alguns constrangimentos na sua utilização, como o facto de nem sempre permitir enviar e receber mensagens ou ser difícil aceder ao trilho, por questões relacionadas com a rede. Os grupos foram utilizando as várias funcionalidades da aplicação ao longo do trilho matemático (sugestões, mudar de tarefa, Sala de Aula Digital, etc.) e todos os alunos reagiram de forma positiva à aplicação MCM e às suas funcionalidades, como as sugestões e a sala de aula digital, para esclarecerem dúvidas e comunicarem com a estagiária, e o mapa do trilho, para saberem onde estavam e para onde tinham de se dirigir, para identificarem onde se encontravam as várias tarefas, escolher a tarefa que queriam resolver, etc. A maioria indicou que a tecnologia os ajudou a compreender a matemática por torná-la mais fácil e ser mais rápido aprender. Ou seja, a tecnologia pode ser uma ferramenta que pode ajudar a desenvolver uma compreensão profunda da matemática e pode apoiar os alunos na tomada de decisões, a reflexão, o raciocínio e a capacidade de resolução de problemas (Fessakis et al., 2018). Os alunos indicaram que, se precisassem de alguma coisa, podiam usar a Sala de Aula Digital para esclarecer dúvidas e isto demonstra que os alunos consideraram a tecnologia útil. Os dispositivos permitem a aprendizagem em qualquer altura e em qualquer lugar, melhora as interações e permite uma experiência de aprendizagem mais personalizada (Barbosa & Vale, 2021b).

É possível concluir que os alunos interagiram positivamente com a tecnologia, principalmente com a aplicação MathCityMap e a Sala de Aula Digital, apesar das falhas de rede da escola e de por vezes recorrerem ao professor. O trabalho de grupo foi fundamental para os alunos aprenderem uns com os outros e discutirem as suas dificuldades sobre o conteúdo e o uso da aplicação.

3. Limitações do estudo e recomendações para investigações futuras

Ao longo da realização deste estudo surgiram algumas limitações. O facto de a estagiária assumir dois papéis em simultâneo, professora e investigadora, fez com que, na maior parte das vezes, não fosse possível assumir de forma mais atenta o papel de investigadora, por ter de controlar a turma e gerir a sala de aula. Por este motivo, não foi possível recolher tanta informação quanto o que se desejava, principalmente na observação. Além disso, tanto a preparação das implementações, a intervenção didática e o estudo aconteceram num tempo muito reduzido, o que não permitiu dedicar tanta atenção a certos momentos, como efetuar uma observação mais profunda, sendo que a falta de experiência em realizar investigações também foi determinante. Visto que todas as aulas estavam contadas, não foi possível, após o trilho matemático, analisar e corrigir as tarefas dentro da sala de aula, como previsto. O trilho matemático foi realizado em duas aulas, contudo, a sua implementação estava prevista para uma aula. Foi necessário dar continuidade ao trilho devido aos problemas técnicos que aconteceram na primeira aula, que fizeram com que o trilho começasse mais tarde e, desta forma, os alunos tivessem menos tempo para o executar. Apesar de a aplicação MCM funcionar em modo *offline*, possibilitando o *download* do mapa e o acesso às tarefas, a Sala de Aula Digital necessita de rede para funcionar. Assim, a rede escolar foi uma limitação neste estudo, pois condicionou o desenvolvimento do trilho, sendo por isso necessário assegurar o seu funcionamento para que possam ser realizadas atividades deste tipo.

Relativamente a recomendações para investigações futuras, seria importante aprofundar o estudo da potencialidade da sala de aula digital da aplicação MathCityMap, no desempenho, nas atitudes e nas interações, dadas as limitações identificadas.

PARTE III – REFLEXÃO GLOBAL DA PES

Na terceira parte do relatório apresenta-se a reflexão global da PES. Nesta reflexão é feita uma apreciação global da Prática de Ensino Supervisionada e do seu contributo a nível do desenvolvimento profissional, a par do contributo do mestrado para a formação do futuro professor, e uma comparação entre os contextos do 1.º e 2.º Ciclos do Ensino Básico, sendo, em ambas as intervenções, descritas e indicadas as experiências, as expectativas, as aprendizagens e dificuldades sentidas. É ainda discutido o contributo do estudo realizado, refletindo sobre o que trouxe de importante ao nível da investigação sobre a prática.

Neste capítulo apresenta-se a reflexão global da PES. Nesta reflexão é feita uma apreciação global da PES e do seu contributo ao nível do desenvolvimento profissional, discute-se ainda a importância do mestrado para a formação geral e específica e estabelece-se uma comparação entre os contextos do 1.º e 2.º Ciclos do Ensino Básico. Por fim, a reflexão incide sobre o estudo realizado, particularmente sobre as suas implicações para o desenvolvimento de competências profissionais e investigativas.

Reflexão global da PES

Está a chegar ao fim uma fase muito importante na minha vida, o término de uma formação de cinco anos em Educação, desde a licenciatura até ao mestrado. Considero que todos estes anos foram essenciais para a aquisição de conhecimentos e competências na área da Educação. Em todas as áreas curriculares foi possível aprender e descobrir algo de novo, através das diversas tarefas que nos foram propostas e, até, do contacto que tivemos com os docentes especialistas. Como referem Alarcão et al. (1997), é importante que a formação de professores seja completa, contemplando as vertentes científica, tecnológica, humanística e/ou artística, visto que a sua prática ajuda o professor a dominar e a ter diferentes competências e, assim, a ter uma "sólida formação cultural, pessoal e social" (Alarcão et al., 1997, p. 8). Relativamente à licenciatura, que compreende três anos de estudos, pode-se dizer que é bastante abrangente, por ter um plano de estudos diversificado, com a abordagem de várias áreas. Apesar de a experiência não ter sido tão intensa como no mestrado, durante estes três anos tivemos a oportunidade de estagiar em diferentes contextos, o que nos permitiu perceber se estávamos no curso certo e se era mesmo aquilo que queríamos fazer para o resto da nossa vida. Foi um passo fundamental que reforçou a minha vontade de querer ser professora e contribuiu para que ingressasse no mestrado mais preparada, com outra perspetiva e experiência. Os últimos dois anos foram dedicados ao mestrado. Sem dúvida que senti uma grande diferença no nível de exigência quando comecei esta etapa, visto que o mestrado é mais focado do que a licenciatura e permite desenvolver uma formação mais específica. Além disso, as experiências de estágio que tinha tido anteriormente, tinham sido muito curtas em comparação com as que tivemos no último ano do mestrado. No 2.º ano do mestrado, estagiámos o ano todo, começando pelo 1.º Ciclo do Ensino Básico, durante catorze semanas, e terminamos com o contexto do 2.º Ciclo do Ensino Básico, onde estivemos quinze semanas. Foi uma experiência totalmente diferente dos anos anteriores, pois tivemos de planificar e lecionar, de forma individual, as disciplinas de cada ciclo. Este ano foi decisivo para mim, porque assumi pela primeira vez o papel de professora responsável por uma turma, como irá acontecer futuramente. Esta prática é entendida por Formosinho (2018) como "a componente da formação profissional cuja finalidade explícita é iniciar os futuros professores no mundo da prática docente e desenvolver as competências práticas inerentes a um desempenho docente fundamentado e comprometido" (p. 21).

Falando mais especificamente sobre este ano de estágio, quando iniciei a intervenção no contexto educativo do 1.º Ciclo do Ensino Básico estava bastante receosa, por ter de lecionar disciplinas em que não me sentia muito à vontade, como Português e História, e por lidar com crianças tão pequenas. Contudo, como o estágio foi longo, fui-me habituando a estar naquela escola, com aquela turma e a lecionar aquelas disciplinas. Quando terminou estava confiante e muito mais à vontade. Foi uma experiência muito enriquecedora.

A intervenção no contexto educativo do 2.º Ciclo do Ensino Básico foi sem dúvida a que mais gostei e com a qual me senti mais à vontade. Sempre tive preferência por trabalhar com alunos mais crescidos, por permitirem ter um diálogo mais articulado e o nível de raciocínio ser diferente. No estágio, o gosto manteve-se e foi uma montanha-russa de emoções. Iniciei a intervenção em matemática numa turma do 6.º ano de escolaridade com um tema no qual eu tinha dificuldades, os Números Racionais. A fase de preparação foi exigente, pois foi necessário planear todas as aulas antes do início da implementação. Quando foi iniciada, as planificações já se encontravam prontas e as aulas definidas. Ao mesmo tempo, também se procedeu à construção dos materiais que eram precisos para lecionar as aulas. Além disso, como o estudo foi realizado nesta disciplina, tive de pensar de que forma poderia desenvolvê-lo, tendo em conta o tema.

Então, foram delineados o problema e as questões de investigação. Quando já se sabia o que se ia fazer, foram construídos todos os instrumentos de recolha de dados para fazer a investigação. Ou seja, significa que, ao mesmo tempo que estava a lecionar o tema que era da minha responsabilidade, tive de desenvolver o meu estudo, tendo por base o tema que estava a ser trabalho. Para realizar o estudo, elaborei um trilho matemático, no entanto, no início não estava muito confiante, por considerar que não ia ser capaz de construir um trilho sobre o tema dos Números Racionais, visto ser um tema complicado de trabalhar. Contudo, senti que fiz a escolha certa e aprofundar este tema ajudou-me a ultrapassar algumas dificuldades e a encará-lo de uma forma mais segura. Quando foi a altura de começar a pensar sobre a construção das tarefas, explorei a escola, tanto o seu interior como o exterior, mas inicialmente não conseguia "ver" com facilidade questões sobre Números Racionais nos objetos que lá se encontravam, foi um processo gradual, no qual foi necessário analisar várias tarefas como fonte de inspiração. Desenvolver o trilho e as tarefas ajudou-me a perceber como posso aplicar este tema no dia a dia. Quando lecionei Ciências Naturais senti também algum desconforto pelo facto de a disciplina implicar o domínio de uma grande diversidade de termos, especialmente no tema das plantas que é bastante complexo e foi o que trabalhei. Contudo, com a ajuda dos professores e com a preparação antes das aulas, consegui sentir-me mais segura e gostei bastante da experiência.

Ambas as intervenções contemplaram uma fase de observação, durante a qual pudemos conhecer as turmas e as dinâmicas dos professores privilegiavam. Através da observação também foi possível recolher dados. Como refere Alarcão (2001), "a observação e a compreensão do que vai acontecendo são fundamentais no desenvolvimento dos projetos curriculares" (p. 3). Já na fase de implementação, também fomos supervisionadas por professores de diferentes áreas. Apesar de nestes momentos ter um professor, para além do professor orientador cooperante, a observar as minhas aulas, consegui manter a calma e estar tranquila, procurando cumprir com o que estava definido, cumprindo os objetivos de aprendizagem. Nos momentos em que tive de abordar algum tema em que não me sentia tão segura, ficava um pouco mais ansiosa, mas tive o cuidado de fazer uma boa preparação antes de o lecionar, para que tudo corresse bem. Os momentos de supervisão são muito importantes para um professor em formação. Uma outra etapa importante em ambas as intervenções foi a de reflexão. Além de receber o feedback do professor orientador cooperante, do professor supervisor e do par de estágio, também tive de fazer as minhas próprias reflexões. Estas reflexões incidiram sobre as aulas/semanas com e sem supervisão e permitiram que pensasse sobre o que tinha acontecido e o que tinha feito, o que tinha corrido bem e o que não tinha corrido tão bem, o que pretendia melhorar na próxima aula, etc. A análise, as opiniões e os conselhos dados pelos professores cooperantes e supervisores foram fundamentais para melhorar as nossas práticas, uma vez que estes profissionais têm experiência no contexto e não poderia evoluir tanto sem os seus ensinamentos. Para Alarcão et al. (1997), a formação de professores deve integrar uma componente prática e reflexiva, visto que

> permite o reconhecimento dos principais caminhos a percorrer no contacto com o terreno da prática profissional e faculta experiências de formação que estimulam a mobilização e a integração dos conhecimentos e problemáticas por parte dos formandos e proporcionam o desenvolvimento da sua capacidade de compreensão do real através da observação e da intervenção (pp. 8-9).

Esta experiência fez-me refletir sobre o tipo de professora que quero ser um dia. Quando exercer a profissão, tentarei ser uma professora dinâmica, envolver todos os alunos nas tarefas e na gestão da sala de aula, continuar a minha formação em diversas áreas, estar preparada para possíveis alunos com Necessidades Educativas Especiais (NEE), perceber o aluno, entre outros aspetos. Para Roldão (2000, citado por Alarcão, 2001), o professor deve tornar-se um especialista dos currículos, visto que

> pensar curricularmente significa tão só assumir conscientemente uma postura reflexiva e analítica face ao que constitui a sua prática quotidiana, concebendo-a como campo de saber próprio a desenvolver e aprofundar e não como normativo que apenas se executa sem agir sobre ele (p. 5).

Como já referi anteriormente, além de assumir o papel de professora, também fui investigadora, o que constituiu um verdadeiro desafio, pois nunca tinha realizado um trabalho de investigação. O apoio dado pela minha professora orientadora foi fundamental para efetuar a investigação e, se não tivesse a oportunidade de a fazer, não compreendia a sua dimensão, nem aprendia de forma tão eficaz. Tendo vivido de perto esta posição, consigo compreender a importância de se realizarem investigações em Educação, principalmente sobre a própria prática. Na perspetiva de Alarcão et al. (1997), para se ser um professor-investigador, deve-se questionar criticamente e ser questionado, de forma intencional e sistemática, para, numa situação problemática, conseguir compreendê-la e resolvê-la. Também é importante que o professor tenha contacto com as diferentes áreas, pois

> só este contacto o poderá ajudar a perceber a natureza, as problemáticas, os métodos e o valor da produção do conhecimento nestes domínios, permitindo-lhe desenvolver, ele próprio, uma atitude investigativa, de abertura à reflexão e ao permanente aprofundamento do seu próprio conhecimento (Alarcão et al., 1997, p. 10).

Para finalizar, devo referir que as três turmas (uma do 1.º CEB e duas do 2.º CEB) onde estagiei eram fantásticas, compostas por alunos dedicados, interessados e educados, que permitiram que o ambiente nas aulas fosse próximo e agradável, às vezes até com um pouco de humor. Não poderia ter trabalhado com melhores professores cooperantes e supervisores, excelentes profissionais que me ensinaram tudo o que podiam e que me fizeram crescer. Através da experiência que este estágio me deu, irei fazer de tudo para resolver os problemas que possam surgir e tornar-me numa boa profissional de Educação.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Alarcão, I. (2001). Professor-investigador: Que sentido? Que formação?. In B. P. Campos (Ed.), *Cadernos de Formação de Professores* (1ed, pp. 1–14). Porto Editora.

Alarcão, I., Freitas, C. V. de, Ponte, J. P. da, Alarcão, J., & Tavares, M. J. F. (1997). A formação de professores no Portugal de hoje. *Revista da FAEEBA – Educação e Contemporaneidade, 27* (51), 19-28. http://hdl.handle.net/10451/26593

Barbosa, A. (2009). *A resolução de problemas que envolvem a generalização de padrões em contextos visuais: um estudo longitudinal com alunos do 2.º ciclo do ensino básico.* [Tese de doutoramento, Universidade do Minho]. Repositório da Universidade do Minho. https://hdl.handle.net/1822/10561

Barbosa, A., & Vale, I. (2021a). A visual approach for solving problems with fractions. *Education Sciences*, *11*(11), 1–18. https://doi.org/10.3390/educsci11110727

Barbosa, A., & Vale, I. (2021b). Exploring the potential of the outdoors with digital technology in Teacher Education. In A. Reis, J. Barroso, J. B. Lopes, T. Mikropoulos, & C. Fan (Eds.), *Communications in Computer and Information Science* (Vol. 1384), 1-13. Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030-73988-1_3

Barbosa, A., Vale, I., Jablonski, S., & Ludwig, M. (2022). Walking through Algebraic Thinking with Theme-Based (Mobile) Math Trails. *Education Sciences*, *12*(5), 1-26. https://doi.org/10.3390/educsci12050346

Barreto, M. (2019). *A resolução de problemas de Números Racionais numa turma de 6.º ano de escolaridade: o contributo de uma Gallery Walk.* [Relatório Final de Prática de Ensino Supervisionada, Escola Superior de Educação de Viana do Castelo]. Repositório Científico Instituto Politécnico de Viana do Castelo. http://repositorio.ipvc.pt/handle/20.500.11960/2310

Bogdan, R. C., & Biklen, S. K. (1994). *Investigação Qualitativa em Educação: Uma Introdução à Teoria e aos Métodos*. Porto Editora.

Bonotto, C. (2001). How to connect school mathematics with students' out-of-school knowledge. *Zentralblatt Für Didaktik Der Mathematik*, *33*(3), 75–84. https://doi.org/10.1007/BF02655698

Borromeo-Ferri, R. (2010). Estabelecendo conexões com a vida real na prática da aula de Matemática. *Educação e Matemática. 110,* 19–25.

Cahyono, A. N., & Ludwig, M. (2018). Teaching and Learning Mathematics around the City Supported by the Use of Digital Technology. *EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, *15*(1), 1–8. https://doi.org/10.29333/ejmste/99514

Cahyono, A. N., & Miftahudin, M. (2018). Mobile technology in a mathematics trail program: how does it work?. *Unnes Journal of Mathematics Education*, *7*(1), 24–30. https://doi.org/10.15294/ujme.v7i1.21955

Can, I., Koydemir, S., Durhan, S., Ogan, S., Gozukara, C., & Cokluk, G. (2017). Changing high school students' attitudes towards mathematics in a summer camp: Happiness matters. *Kuram ve Uygulamada Egitim Bilimleri*, *17*(5), 1625–1648. https://doi.org/10.12738/estp.2017.5.0373

Carstens, J., Mallon, J., Bataineh, M., & Al-Bataineh, A. (2021). Effects of technology on student learning. *The Turkish Online Journal of Educational Technology, 20*(1), 105-112.

Chiriac, E. (2014). Group work as na incentive for learning – students' experiences of group work. *Frontiers in Psychology, 5*(558), 1-10. https://doi.org/10.3389/fpsyg.2014.00558

Coutinho, C. P. (2014). *Metodologia de Investigação em Ciências Sociais e Humanas: Teoria e Prática* (2ª ed.). Almedina.

Creswell, J. W. (2010). *Projeto de pesquisa: métodos qualitativo, quantitativo e misto* (3ª ed.). Bookman.

Di Martino, P., & Zan, R. (2011). Attitude towards mathematics: A bridge between beliefs and emotions. *ZDM - International Journal on Mathematics Education*, *43*(4), 471–482. https://doi.org/10.1007/s11858-011-0309-6

Duarte, J. (2010). Conexões matemáticas e tecnologias. *Educação e Matemática*, *110,* 64–67.

English, L. D., Humble, S., & Barnes, V. E. (2010). Trailblazers. *Teaching Children Mathematics*, *16*. 1-11. https://dx.doi.org/10.2307/41199504

Esteves, A. (2018). *A resolução de tarefas envolvendo números racionais não negativos: um estudo com uma turma do 5.º ano de escolaridade.* [Relatório Final de Prática de Ensino Supervisionada, Escola Superior de Educação de Viana do Castelo]. Repositório Científico Instituto Politécnico de Viana do Castelo. http://hdl.handle.net/20.500.11960/2067

Fernandes, M. (2019). *A resolução de tarefas matemáticas em contextos não formais de aprendizagem - um estudo com o 3.º ano de escolaridade.* [Tese de Doutoramento, Universidade do Minho]. Repositório da Universidade do Minho. https://hdl.handle.net/1822/61132

Fessakis, G., Karta, P., & Kozas, K. (2018). Designing Math Trails for Enhanced by Mobile Learning Realistic Mathematics Education in Primary Education. *International Journal of Engineering Pedagogy (IJEP)*, *8*(2), 1-15. https://doi.org/10.3991/ijep.v8i2.8131

Figueiral, L. (2017). Do Perfil e das Aprendizagens Essenciais. *Educação e Matemática*, *141.* 2–6.

Francisco, L. A. (2022). *As Isometrias fora da sala de aula: a utilização da aplicação MathCityMap numa turma de 6.º ano de escolaridade.* [Relatório Final de Prática de Ensino Supervisionada, Escola Superior de Educação de Viana do Castelo]. Repositório Científico Instituto Politécnico de Viana do Castelo. http://repositorio.ipvc.pt/handle/20.500.11960/2541

Gurjanow, I., Zender, J., & Ludwig, M. (2020). MathCityMap – Popularizing Mathematics around the Globe with Maths Trails and Smartphone. In L. M., S. Jablonski, A. Caldeira, & A. Moura (Eds.), *Research on Outdoor STEM Education in the digital Age.* (pp. 103–110). WTM-Verlag. https://www.wtm-verlag.de/DOI-Deposit/978-3-95987-144-0/978-3-95987-144-0-13.pdf

INE (2021). *Resultados provisórios*. Instituto Nacional de Estatística. https://censos.ine.pt/scripts/db_censos_2021.html

Ladeiro, A. (2016). *A interação professor-aluno e aluno-aluno em contexto escolar: um estudo de caso no 1.º Ciclo do Ensino Básico*. [Dissertação de mestrado, Universidade de Aveiro]. Repositório Institucional da Universidade de Aveiro. http://hdl.handle.net/10773/18238

Lei, H., Cui, Y., & Chiu, M. (2018). The relationship between teacher support and students' academic emotions: a meta-analysis. *Frontiers in Psychology, 8*(2288), 1-12. https://doi.org/10.3389/fpsyg.2017.02288

Magalhães, P. (2007). A mediação tecnológica ao serviço da mediação humana. *Cadernos de Pedagogia Social*, *1*, 51–58. https://doi.org/10.34632/cpedagogiasocial.2007.1911

Martínez Padrón, O. J. (2008). Actitudes hacia la matemática. *Revista Universitaria de Investigación*, *9*(1), 237–256. https://www.redalyc.org/pdf/410/41011135012.pdf

Mazana, M. Y., Montero, C. S., & Casmir, R. O. (2018). Investigating Students' Attitude towards Learning Mathematics. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, *14*(1), 207–231. https://doi.org/10.29333/iejme/3997

McLeod, D. (1992). Research on affect in mathematics education: a reconceptualization. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning: A project of the National Council of Teachers of Mathematics* (pp. 575–596). Macmillan Publishing Company.

ME (1991). *Programa de Ciências Naturais do Ensino Básico*. Mistério da Educação.

ME-DGE (2017). *Perfil dos Alunos À Saída da Escolaridade Obrigatória*. ME-DGE.

ME-DGE (2018a). *Aprendizagens Essenciais de Educação Artística.* ME-DGE.

ME-DGE (2018b). *Aprendizagens Essenciais de Estudo do Meio.* ME-DGE.

ME-DGE (2018c). *Aprendizagens Essenciais de Ciências Naturais.* ME-DGE.

ME-DGE (2018d). *Aprendizagens Essenciais de Matemática.* ME-DGE.

ME-DGE (2018e). *Aprendizagens Essenciais de Matemática 6.º ano de escolaridade.* ME-DGE.

ME-DGE (2018f). *Aprendizagens Essenciais de Português.* ME-DGE.

ME-DGE (2018g). *Aprendizagens Essenciais de Educação Física.* ME-DGE.

MEC (2013). *Programa e Metas Curriculares de Matemática do Ensino Básico*. MEC.

MEC (2013). *Metas Curriculares Ensino Básico Ciências Naturais, 5.º, 6.º, 7.º e 8.º anos*. Ministério da Educação.

MEC (2015). *Programa e Metas Curriculares de Português do Ensino Básico*. Ministério Da Educação.

MEC (2004). *Programa de Estudo do Meio do Ensino Básico*. Ministério Da Educação e Da Ciência.

Milicic, G., Jablonski, S., & Ludwig, M. (2020, novembro, 9-10). *Teacher training for outdoor education – curricula development for the MathCityMap system.* [Papel de conferência]. ICERI, Online Conference. https://doi.org/10.21125/iceri.2020.0786

Moura, A. (2016). Aprendizagem móvel e ferramentas digitais para inovar em sala de aula. In K. P. Souza, R. A. Ribeiro, C. T. Santiago & R. F. Amorim (Eds.), *Jornadas Virtuais: Vivências e Práticas das Tecnologias Educativas Aprendizagem* (pp. 75-96). Instituto Brasileiro de Informação em Ciência e Tecnologia.

NCTM (2007). *Princípios e Normas para a Matemática Escolar*. APM.

NCTM (2017). *Princípios para a Ação: Assegurar a todos o sucesso em Matemática*. APM.

Oliveira-Formosinho, J., & Formosinho, J. (2018). A formação como pedagogia da relação. *FAEEBA*, *27*(51), 19-28. https://doi.org/10.21879/faeeba2358-0194.v27.n51

Oliveira, B. S. de, & Muniz, D. S. (2021). O papel do professor na mediação das tecnologias digitais de informação e comunicação (TDICs). *TICs&Amp; EaD Em Foco.* 7(2). 108–122. https://doi.org/10.18817/ticsead.v7i2.555

Patton, M. Q. (2002). *Qualitative Research & Evaluation Methods* (3rd ed.). Sage Publications.

Pinto, H., & Ribeiro, C. M. (2013). Conhecimento e formação de futuros professores dos primeiros anos - o sentido de número racional. *Da Investigação Às Práticas*, *3*(1), 80–99. https://doi.org/10.25757/invep.v3i1.29

Ponte, J. P. (2005). Gestão curricular em Matemática. In GTI (Ed.), *O Professor e o Desenvolvimento Curricular* (pp. 11–34). APM.

Ponte, J. P., Sofia, G., & Guerreiro, A. (2018). As representações dos números racionais na perspetiva de alunos do 5.º ano de escolaridade. In A. Domingos, F. L. Santos, J. M. L. Matos, M. Almeida, P, Teixeira, & R. Machado (Eds.), *Atas do XXIX Seminário de Investigação em Educação Matemática*. (pp. 172-186). APM.

Richardson, K. M. (2004). Designing Math Trails for the Elementary School. *Teaching Children Mathematics*, *11*(1), 8–14. https://doi.org/10.5951/tcm.11.1.0008

Sá, S. (2020). *A resolução de problemas com números racionais: representações e* *estratégias utilizadas por alunos do 6.º ano de escolaridade*. [Relatório Final de Prática de Ensino Supervisionada, Escola Superior de Educação de Viana do Castelo]. Repositório Científico Instituto Politécnico de Viana do Castelo. http://hdl.handle.net/20.500.11960/2429

Shoaf, M., Pollak, H., & Schneider, J. (2004). *Math Trails.* COMAP.

Silver, E., Lesh, R., Post, T., & Behr, M. (1983). Acquisition of mathematics concepts and processes. In R. Lesh & M. Landau (Eds.), *Rational Number Concepts*. (pp. 91-125). Academic Press.

Smith, M. S., Hughes, E. K., Engle, R. A., & Stein, M. K. (2009). Orchestrating Discussions of Challenging Tasks: Keeping Your Eye on the Mathematics to be Learned. *Mathematics Teaching in the Middle School*, *14*(9), 548–556. https://doi.org/10.5951/mtms.14.9.0548

Soares, D. (2019). *Uma abordagem às isometrias através de um trilho matemático: um estudo no 6.º ano de escolaridade.* [Relatório Final de Prática de Ensino Supervisionada, Escola Superior de Educação de Viana do Castelo]. Repositório Científico Instituto Politécnico de Viana do Castelo. http://hdl.handle.net/20.500.11960/2309

Stake, R. E. (2016). *A Arte da Investigação com Estudos de Caso* (4ª ed.). Fundação Calouste Gulbenkian.

Stein, M. K., & Smith, M. S. (2009). Tarefas matemáticas como quadro para a reflexão: Da investigação à prática. *Mathematics Teaching in the Middle School*, *3*(4), 268–275.

Torres, A., Figueiredo, I., Cardoso, J., Pereira, L., Neves, M., & Silva, R. (2016). *Referencial de Educação para o Desenvolvimento*. Ministério da Educação.

Vale, I. (2004). Algumas notas sobre investigação qualitativa em educação matemática: o estudo de caso. *Revista Da ESE*, *5*, 171–202.

Vale, I., & Barbosa, A. (2020). Resolução de problemas com frações - uma abordagem visual. In E. Mamede, & H. Pinto (Eds.), *Contributos para o desenvolvimento do sentido de número racional*. (pp. 233-260). Associação de Professores de Matemática.

Vale, I., & Barbosa, A. (2021). Promoting Mathematical Knowledge and Skills in a

Mathematical Classroom Using a Gallery Walk. *International Journal of Research in Education and Science*, *7*(4), 1211–1225. https://doi.org/10.46328/ijres.2417

Vale, I., Barbosa, A., & Cabrita, I. (2019). Mathematics outside the classroom: examples with pre-service teachers. *Quaderni Di Ricerca in Didattica (Mathematics)*, *2*(3), 137–142.

Van Den Heuvel-Panhuizen, M. (2003). The didactical use of models in realistic mathematics education: An example from a longitudinal trajectory on percentage. *Educational Studies in Mathematics*, *54*(1), 9–35. https://doi.org/10.1023/B:EDUC.0000005212.03219.dc

Ventura, H., & Oliveira, H. (2014). Uma abordagem paralela das várias representações dos números racionais através de tarefas que promovem o modelo da barra numérica. In J. P. Ponte (Ed.), *Práticas Profissionais dos Professores de Matemática*. (pp. 83-107). Instituto de Educação da Universidade de Lisboa. https://doi.org/10.13140/RG.2.1.1497.3922

Yang, X. (2013). Senior Secondary Students' Perceptions of Mathematics Classroom Learning Environments in China and Their Attitudes Towards Mathematics. *The Mathematics Educator*, *15*(1), 66–80.

Yin, R. K. (2015). *Estudo de Caso: Planejamento e Métodos* (5ª ed.). Bookman.

ANEXOS

Anexo 1: Pedido de Autorização

Exmo.(a) Sr.(a) Encarregado(a) de Educação do(a) aluno(a)

____

Ano: ____ Turma: ____ N.º: ____

No âmbito do curso de Mestrado em Ensino do 1º Ciclo do Ensino Básico e de Matemática e Ciências Naturais no 2º Ciclo do Ensino Básico, que frequento na Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Viana do Castelo, irei desenvolver um trabalho de investigação que tem como objetivo compreender o modo como os alunos do 6.º ano mobilizam conhecimentos sobre os Números Racionais no âmbito de um trilho matemático, a realizar na escola.

A investigação terá lugar no 3.º período do corrente ano letivo e, para a sua concretização, será necessário: (i) realizar dois questionários de modo a compreender o envolvimento do(a) aluno(a) com a matemática, bem como a sua perceção do trabalho desenvolvido; (ii) recolher produções escritas, resultantes das tarefas desenvolvidas; (iii) reunir registos fotográficos, de áudio e de vídeo das aulas referentes ao estudo.

Assim sendo, venho por este meio solicitar que me autorize a implementar a investigação anteriormente descrita, ficando desde já garantido o anonimato e a confidencialidade do seu educando, sendo, os registos utilizados exclusivamente para a realização desta investigação.

Agradecendo a colaboração de V. Ex.ª, solicito que assine a declaração abaixo, devendo depois destacá-la e devolvê-la.

Com os melhores cumprimentos

Viana do Castelo, ____ de ________________ de 2022

____

(Ana Maria Oliveira Meira)

- -

Eu, ____, encarregado(a) de educação do(a) aluno(a) ____, n.º___, da turma ___ do ___.º ano, declaro que autorizo a participação do meu educando no estudo acima referido.

____/____/______ Assinatura: ____

Questionário Inicial

O meu nome é Ana e sou estudante do 2.º ano do Mestrado em Ensino do 1.º CEB e de Matemática e Ciências Naturais no 2.º CEB, na Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Viana do Castelo. Este questionário enquadra-se no trabalho de investigação que estou a realizar, no âmbito da disciplina de Prática de Ensino Supervisionada. A tua opinião vai ajudar-me a compreender a tua relação com a Matemática, em particular com os Números Racionais, e a tua experiência com tecnologia nas aulas de Matemática.

Peço-te que respondas com sinceridade. Não te preocupes, este questionário será analisado de forma anónima e confidencial.

Obrigada pela tua colaboração!

Nome:____________________________________ **Data:**___/___/____

Género: Masculino ☐ **Feminino** ☐ **Idade:**________

1. Gostas de Matemática?

   Sim ☐ Não ☐

   1.1. Porquê?

   ____

   ____

2. Sentes dificuldades na disciplina de Matemática?

   Sim ☐ Não ☐

   2.1. Se respondeste "sim", indica quais são essas dificuldades.

   ____

   ____

3. Consideras que a Matemática é útil no dia a dia?

   Sim ☐ Não ☐

   3.1. Porquê?

   ____

   ____

4. Em que situações do dia a dia usas Matemática?

____

____

5. Achas que Matemática só existe no trabalho que realizas na sala de aula?

Sim ☐ Não ☐

5.1. Porquê?

____

____

6. Quando falamos em Números Racionais a que nos referimos? Que números são estes?

____

____

7. De que forma aplicas os Números Racionais no teu dia a dia?

____

____

8. Já usaste tecnologia nas aulas de Matemática?

Sim ☐ Não ☐

8.1. Se respondeste "sim", indica que tipo de recursos digitais já utilizaste.

____

____

8.2. Se respondente "sim", que tipo de tarefas costumas realizar através dos recursos digitais nas aulas de Matemática?

____

____

9. Já alguma vez trabalhaste Matemática fora da sala de aula?

Sim ☐ Não ☐

9.1. Se respondeste "sim", indica em que contexto isso aconteceu e em que consistiu.

____

____

9.2. Se respondeste "não", achas possível ter uma aula de matemática fora da sala de aula? Como seria essa aula?

____

____

10. Quando tens de realizar uma tarefa matemática, gostas mais de trabalhar de forma individual ou em grupo?

Individual ☐ Em grupo ☐

10.1. Porquê?

____

____

Obrigada! 😊

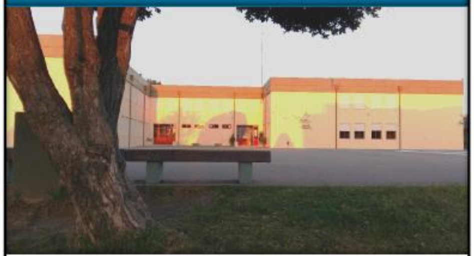
Anexo 3: Guião de Resolução das Tarefas

Trilho Matemático
Números Racionais

6.º E

Guião de Resolução das Tarefas

MathCityMap



Nome do Grupo:

Elementos do Grupo:

Trilho Matemático
Números Racionais

6.º E

Tarefa 1 - As Prateleiras

Proposta de Resolução

Questionário Final

O meu nome é Ana e sou estudante do 2.º ano do Mestrado em Ensino do 1.º CEB e de Matemática e Ciências Naturais no 2.º CEB, na Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Viana do Castelo. Este questionário enquadra-se no trabalho de investigação que estou a realizar, no âmbito da disciplina de Prática de Ensino Supervisionada, e com ele pretendo compreender o teu ponto de vista sobre a experiência que tiveste na realização do trilho matemático com o MathCityMap.

Peço-te que respondas com sinceridade. Não te preocupes, este questionário será analisado de forma anónima e confidencial.

Obrigada pela tua colaboração!

Nome:______________________________________ **Data:**___/___/____

Género: Masculino ☐ **Feminino** ☐ **Idade:**________

1. Gostaste de realizar o trilho matemático?

   Sim ☐ Não ☐

   1.1. Porquê?

   ____

   ____

2. Após teres realizado o trilho matemático, consideras que a Matemática é útil ou aplicável no dia a dia?

   Sim ☐ Não ☐

   2.1. Porquê?

   ____

   ____

3. Achas que a Matemática só existe no trabalho que realizas na sala de aula?

   Sim ☐ Não ☐

   3.1. Porquê?

   ____

   ____

4. Com a realização do trilho matemático, a tua opinião sobre a Matemática mudou?

Sim ☐ Não ☐

4.1. Porquê?

____

____

5. Pensando nas tarefas que fizeram parte do trilho matemático, em que situações aplicaste os números racionais? Apresenta alguns exemplos.

____

____

____

6. Sentiste dificuldade na resolução de alguma das tarefas do trilho matemático?

Sim ☐ Não ☐

6.1. Se respondeste "sim", identifica a(s) tarefa(s) e indica as dificuldades que tiveste.

____

____

____

7. Das oito tarefas do trilho matemático, qual foi a que mais gostaste?

____

7.1. Porquê?

____

____

8. Das oito tarefas do trilho matemático, qual foi a que menos gostaste?

____

8.1. Porquê?

____

____

9. Com o trilho matemático, o que descobriste de novo sobre os Números Racionais?

____

____

10. Achas que o uso da tecnologia é importante para aprender Matemática?

Sim ☐ Não ☐

10.1. Porquê?

____

____

11. Sentiste dificuldade em utilizar a aplicação MathCityMap na realização do trilho matemático?

Sim ☐ Não ☐

11.1. Porquê?

____

____

12. Indica algo que tenhas gostado mais e gostado menos na aplicação MathCityMap.

____

____

13. Trocaste mensagens com a professora ao longo do trilho matemático?

Sim ☐ Não ☐

13.1. Porquê?

____

____

14. Ao longo do trilho matemático recebeste mensagens da professora. Ajudaram-te?

Sim ☐ Não ☐

14.1. Porquê?

____

____

15. Consideras que o trabalho em grupo correu bem?

Sim ☐ Não ☐

15.1. Porquê?

____

____

15.2. Gostaste de trabalhar em grupo?

Sim ☐ Não ☐

15.2.1. Porquê?

____

____

Obrigada! 😊

Anexo 5: Guião de Observação

Trilho Matemático
Números Racionais

6.º E

Guião de Observação

Estratégias Utilizadas

Dificuldades Sentidas

Trabalho de Grupo

Interações

Anexo 6: Guião da Entrevista

Guião da Entrevista

Elementos do Grupo:____

Data:____/____/______

Questões a colocar a todos os grupos:

N.º	Questões
1	Gostaram de fazer o trilho matemático? Porquê?
2	O que gostaram mais no trilho matemático? Porquê?
3	O que gostaram menos no trilho matemático? Porquê?
4	O que mudariam no trilho matemático? Porquê?
5	Qual foi a tarefa em que sentiram mais dificuldade? Porquê?
6	Qual foi a tarefa mais fácil de resolver? Porquê?
7	Qual foi a tarefa que mais gostaram? Porquê?
8	Qual foi a tarefa que menos gostaram? Porquê?
9	O que aprenderam de novo com a realização do trilho matemático?
10	As tarefas do trilho matemático envolveram conceitos que trabalhamos nas aulas. Os conceitos que aprenderam ajudaram-vos na realização do trilho? Como?
11	Que dificuldades sentiram durante a realização do trilho matemático?
12	Como foi trabalhar em grupo?
13	O uso da tecnologia ajudou-vos a compreender a Matemática? Porquê?
14	O que acharam da aplicação MathCityMap? O que gostaram mais e menos?
15	É importante aprender Matemática fora da sala de aula? Porquê?
16	Gostam mais de resolver as tarefas dentro ou fora da sala de aula? Porquê?
17	Voltariam a fazer um trilho matemático? Porquê?
18	Enviaram mensagens à professora ao longo do trilho? Se não, porquê? Se sim, o que pretendiam? A resposta da professora ajudou a ultrapassar as dúvidas?

Questões específicas: Grupo Os Matemáticos

N.º	Questões
1	Na tarefa "As Prateleiras" indicaram que os módulos grandes teriam 10 prateleiras, mas nos cálculos colocaram que teriam 8. Como é que pensaram? Na aplicação submeteram a resposta correta, como o fizeram? Como chegaram à resposta?
2	Que estratégia usaram na tarefa "As Floreiras"? Expliquem como pensaram. Na aplicação a resposta foi considerada errada. O que se terá passado?
3	Na tarefa "O Mosaico da Escola", como é que descobriram as medidas do comprimento e da largura?
4	Não terminaram a resolução da tarefa "O Contentor do Lixo". Quais foram as vossas dificuldades?
5	Que estratégia usaram na tarefa "O Ponto de Partida"? Expliquem como pensaram. Que significado têm os números?

Questões específicas: Grupo Team Nike

N.º	Questões
1	A resolução da tarefa "As Floreiras" encontra-se incompleta. Quais foram as vossas dificuldades?
2	Analisem a resolução da tarefa "O Tabuleiro de Xadrez". Acham que está correta? Podemos fazer essa igualdade?
3	Que estratégia usaram na tarefa "O Ponto de Partida"? Expliquem como pensaram.

Questões específicas: Grupo Portistas

N.º	Questões
1	Não fizeram a resolução da tarefa "As Floreiras". Quais foram as vossas dificuldades?
2	Que estratégia usaram na tarefa "O Mosaico da Escola"? Expliquem como pensaram. Que significado têm os números e os cálculos? A vossa resolução está errada, mas na aplicação submeteram a resposta correta, como o fizeram? Como chegaram à resposta?

Questões específicas: Grupo Time MYBM

N.º	Questões
1	Não fizeram a resolução da tarefa “As Prateleiras”. Quais foram as vossas dificuldades?
2	Não fizeram a resolução da tarefa “Saltos nos Degraus”. Quais foram as vossas dificuldades? Na aplicação submeteram a resposta correta, como o fizeram? Como chegaram à resposta?
3	Que estratégia usaram na tarefa “As Floreiras”? Expliquem como pensaram. O que acham que falhou?
4	Na tarefa “O Mosaico da Escola”, como é que descobriram as medidas do comprimento e da largura?
5	Que estratégia usaram na tarefa “O Tabuleiro de Xadrez”? Expliquem como pensaram.
6	Não fizeram a resolução da tarefa “O Contentor do Lixo”. Quais foram as vossas dificuldades? Na aplicação submeteram a resposta correta, como o fizeram? Como chegaram à resposta?
7	Analisem a resolução da tarefa “O Ponto de Partida”. Acham que está completa? Porquê?

Questões específicas: Grupo Team Trilho

N.º	Questões
1	Não fizeram a resolução da tarefa “As Prateleiras”. Quais foram as vossas dificuldades? Como pensaram?
2	Não fizeram a resolução da tarefa “As Floreiras”. Quais foram as vossas dificuldades?
3	Que estratégia usaram na tarefa “O Mosaico da Escola? Expliquem como pensaram. Que significado têm os números?
4	Não fizeram a resolução da tarefa “O Tabuleiro de Xadrez”. Quais foram as vossas dificuldades? Na aplicação submeteram a resposta correta, como o fizeram? Como chegaram à resposta?

Anexo 7 – Tabela Síntese das Tarefas

Tarefa	Objetivos	Natureza das tarefas Nível de exigência	Representações	Significados envolvidos	Grandezas	Tipo de tarefa MCM
As Prateleiras	Resolver problemas com vários passos usando números racionais. Compreender e usar um número racional como operador.	Problema Exigência baixa	Fração	Operador	Discreta	Valor exato
Saltos nos Degraus	Resolver problemas de processo usando números racionais. Compreender e usar um número racional como operador.	Exploração Exigência alta	Fração	Operador	Discreta	Valor exato
Os Cacifos Coloridos	Compreender e usar um número racional como razão. Estabelecer uma qualquer relação entre valores de duas unidades diferentes.	Exploração Exigência baixa	Fração	Razão	Discreta	Vetor (valor exato)
As Floreiras	Calcular volumes de sólidos. Compreender e usar um número racional como razão. Usar frações para indicar a relação entre duas quantidades. Estabelecer uma qualquer relação entre valores de duas unidades diferentes.	Problema Exigência alta	Fração Dízima	Razão	Contínua	Intervalo
O Mosaico da Escola	Resolver problemas com vários passos usando números racionais.	Problema Exigência alta	Fração Dízima	Razão	Contínua	Vetor (Intervalo)
O Tabuleiro de Xadrez	Usar frações para indicar a relação entre um determinado número de partes e o número total de partes em que o todo está dividido. Resolver problemas com vários passos usando números	Exploração Exigência baixa	Numeral misto	Parte-Todo	Discreta	Escolha Múltipla
O Contentor do lixo	Usar frações para indicar a relação entre um determinado número de partes e o número total de partes em que o todo está dividido. Representar números racionais não negativos na forma de percentagem.	Exploração Exigência baixa	Fração Dízima Percentagem	Parte-Todo	Discreta	Valor exato
O Ponto de Partida	Operar com frações.	Problema Exigência alta	Fração	Parte-Todo Operador	Contínua	Intervalo