



**XXIV SIEM** Braga, Universidade do Minho, Instituto de Educação  
16 e 17 de novembro de 2013

# ATAS DO XXIV SEMINÁRIO DE INVESTIGAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

## Organizadores

*José António Fernandes*

*Maria Helena Martinho*

*Joana Tinoco*

*Flóriano Viseu*

Braga 2013

## **FICHA TÉCNICA**

### **Título**

ATAS DO XXIV SEMINÁRIO DE INVESTIGAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

### **Organizadores**

José António Fernandes  
Maria Helena Martinho  
Joana Tinoco  
Floriano Viseu

### **ISBN**

978-989-8525-24-6

Associação de Professores de Matemática

Centro de Investigação em Educação  
Universidade do Minho

Novembro de 2013

## ÍNDICE

INTRODUÇÃO .....	7
CONFERÊNCIAS.....	9
Desenvolver o raciocínio proporcional – Contributo de uma abordagem de ensino exploratória.....	11
<i>Ana Isabel Silvestre</i>	
The Knowledge Quartet: a framework for analysing and developing mathematics Teaching.....	31
<i>Tim Rowland</i>	
PAINEL DE PROJETO .....	49
<i>Susana Carreira, membros da equipa do Projeto &amp; Isabel Vale (moderadora)</i>	
O Projeto Problem@Web: perspetivas de investigação em resolução de problemas .....	51
<i>Susana Carreira, Nélia Amado, Rosa Ferreira, Hélia Jacinto, Sandra Nobre &amp; Nuno Amaral</i>	
ESPAÇO GTI.....	73
<i>Henrique Guimarães (coordenador), Hélia Oliveira, Irene Segurado &amp; Renata Carvalho</i>	
Investigação sobre a prática .....	75
<i>Henrique Guimarães</i>	
SIMPÓSIO 1: Ensino e aprendizagem de geometria e medida.....	77
Ensino e aprendizagem de geometria e medida .....	79
<i>Teresa Neto &amp; Lina Fonseca</i>	
COMUNICAÇÕES	
O raciocínio geométrico nas provas de avaliação externa do 2º ciclo do Ensino Básico.....	83
<i>Paula Vieira da Silva &amp; Leonor Santos</i>	
O <i>feedback</i> no contexto do trabalho entre alunos com o GeoGebra.....	99
<i>Júlio Paiva, Nélia Amado &amp; Susana Carreira</i>	
SIMPÓSIO 2: Ensino e aprendizagem de probabilidades e estatística .....	115
Ensino e aprendizagem de probabilidades e estatística.....	117
<i>Ana Henriques &amp; Maria Manuel Nascimento</i>	
COMUNICAÇÕES	
Definiciones asociadas a la distribución de datos bidimensionales en textos españoles de bachillerato.....	127
<i>M. Magdalena Gea, Carmen Batanero, José António Fernandes &amp; Emilse Gómez</i>	
Determinação de probabilidades condicionadas e conjuntas por alunos futuros educadores e professores do ensino básico.....	141
<i>José António Fernandes, Carmen Batanero &amp; Gustavo Cañadas</i>	
Conflitos semióticos na resolução de um problema de testes de hipóteses para a proporção por estudantes do ensino superior .....	155
<i>Gabriela Gonçalves, José António Fernandes &amp; Maria Manuel Nascimento</i>	
Condução de tarefas de organização e tratamento de dados no 3.º ano de escolaridade.....	169
<i>Luciano Veia</i>	

Desenvolvendo as representações estatísticas de alunos de 3.º ano.....	183
<i>Isabel Velez &amp; João Pedro da Ponte</i>	
O conhecimento didático de uma professora no ensino da relação bivariada na Estatística .....	197
<i>Sandra Quintas, Hélia Oliveira &amp; Rosa Tomás Ferreira</i>	
POSTERS	
Metodologia estatística para a classificação das escolas secundárias em Portugal.....	213
<i>Mário Oliveira, A. Manuela Gonçalves &amp; Marco Costa</i>	
O raciocínio estatístico dos alunos sobre covariação usando o Tinkerplots .....	217
<i>Patrícia Antunes &amp; Ana Henriques</i>	
A reflexão nos relatórios finais de estágio: Análise de uma experiência de ensino e aprendizagem em Estatística.....	221
<i>Cristina Martins &amp; Manuel Vara Pires</i>	
SIMPÓSIO 3: Ensino e aprendizagem de números e álgebra.....	225
Ensino e aprendizagem de números e álgebra .....	227
<i>António Borralho &amp; Pedro Palhares</i>	
COMUNICAÇÕES	
A visualização e o sentido de número: um estudo no 1º ano de escolaridade .....	235
<i>Ana Pereira &amp; Ana Barbosa</i>	
A aprendizagem de métodos formais num ambiente combinado de lápis e papel e folha de cálculo .....	253
<i>Sandra Nobre, Nélia Amado &amp; João Pedro da Ponte</i>	
O Pensamento Algébrico em contextos visuais .....	273
<i>Marta Pinheiro &amp; Ana Barbosa</i>	
Raciocínios de estudantes do ensino superior na resolução de tarefas sobre Matrizes .....	295
<i>Paula Maria Barros, Cláudia Mendes Araújo &amp; José António Fernandes</i>	
Desenvolvimento do conhecimento do ensino-aprendizagem da Álgebra na formação inicial de professores dos primeiros anos .....	309
<i>Neusa Branco &amp; João Pedro da Ponte</i>	
POSTERS	
A complexidade do pensamento matemático e a qualidade das aprendizagens: usando a teoria da atividade .....	325
<i>Fernando Luís Santos &amp; António Domingos</i>	
Exploração matemática do triângulo de Pascal feita por alunos do 5.º ano.....	329
<i>Manuel Vara Pires</i>	
SIMPÓSIO 4: Conhecimento e práticas profissionais de professores de matemática .....	333
Conhecimento e práticas profissionais de professores de Matemática .....	335
<i>Rosa Antónia Tomás Ferreira, Isabel Vale, Teresa Pimentel</i>	
COMUNICAÇÕES	
A realização de miniprojetos de educação intercultural no ensino da Matemática: As experiências vividas por quatro professoras .....	347
<i>Lucília Teles &amp; João Pedro da Ponte</i>	
Responder aos alunos em discussões coletivas: Oportunidades para a autorregulação da aprendizagem em Matemática.....	359
<i>Sílvia Semana &amp; Leonor Santos</i>	

A janela de visualização da calculadora gráfica nas propostas de trabalho de uma professora de Matemática.....	373
<i>Helena Rocha</i>	
A condução de discussões matemáticas como vertente da prática profissional do professor.....	385
<i>Marisa Quaresma &amp; João Pedro da Ponte</i>	
Comunicação matemática em contexto de sala de aula: O papel da professora de uma turma do 5º ano de escolaridade.....	399
<i>Olga Seabra &amp; Maria Helena Martinho</i>	
Uma experiência de formação, com casos multimédia, em torno do ensino Exploratório .....	413
<i>Hélia Oliveira &amp; Renata Carvalho</i>	
As aulas de matemática com alunos com deficiência auditiva: perspetivas de uma professora e uma intérprete .....	427
<i>Joana Margarida Tinoco, Maria Helena Martinho &amp; Anabela Cruz-Santos</i>	
O sentido de adição e subtração de números racionais de futuros professores dos primeiros anos .....	439
<i>Hélia Pinto, C. Miguel Ribeiro &amp; Nádía Ferreira</i>	
Negociação de significados no 1.º ano de escolaridade: Conceitos e processos matemáticos.....	451
<i>António Guerreiro</i>	
POSTERS	
Da História da Matemática na Educação de Jovens e Adultos: Relações de saberes e contribuições pedagógicas.....	469
<i>Rodrigo Donizete Terradas &amp; Josimar de Sousa</i>	
SIMPÓSIO 5: Materiais didáticos e recursos no ensino e aprendizagem da matemática .....	471
Materiais didáticos e recursos no ensino e aprendizagem da matemática .....	473
<i>Manuel Vara Pires &amp; Nélia Amado</i>	
COMUNICAÇÕES	
Formulação de problemas e criatividade na aula de matemática .....	481
<i>Sandra Pinheiro &amp; Isabel Vale</i>	
Criatividade matemática e flexibilidade de representação na resolução de problemas para além da sala de aula.....	495
<i>Nuno Amaral &amp; Susana Carreira</i>	
“Ah, boa! Geometria! Vou pôr isto tudo direitinho.” – Literacia tecno-matemática na resolução de problemas com o GeoGebra.....	513
<i>Hélia Jacinto &amp; Susana Carreira</i>	
O contributo da participação numa competição matemática para a aprendizagem de um aluno com necessidades especiais: O caso de Rui .....	529
<i>Nélia Amado &amp; Susana Carreira</i>	
Fatores Afetivos na Resolução de Problemas Matemáticos Desafiantes no Contexto de uma Competição Inclusiva Baseada na Web.....	543
<i>Susana Carreira, Rosa Antónia Tomás-Ferreira &amp; Nélia Amado</i>	
Atividades matemáticas na interseção de saberes no 1.º Ciclo do Ensino Básico .....	561
<i>Fátima Regina Jorge, Fátima Paixão, Helena Martins &amp; Maria Fernanda Nunes</i>	

POSTERS	
Experiências matemáticas na educação pré-escolar: a importância da articulação.....	579
<i>Ana Barbosa</i>	
Formulação e resolução de problemas matemáticos na sala de aula: explicitando o intertexto .....	583
<i>Kátia Maria de Medeiros &amp; Misleide Silva Santiago</i>	
Do ponto ao espaço: Contributo do croché para a Matemática do planeta Terra .....	587
<i>Maria Antónia Forjaz, Alexandra Nobre, Cristina Almeida Aguiar &amp; Maria Judite Almeida</i>	
LISTA DE REVISORES .....	591
AGRADECIMENTOS.....	593

## INTRODUÇÃO

O XXIV Seminário de Investigação em Educação Matemática (XXIV SIEM), da responsabilidade do Grupo de Trabalho de Investigação (GTI) em Educação Matemática, da Associação de Professores de Matemática, realizou-se nos dias 16 e 17 de novembro, no Instituto de Educação da Universidade do Minho e constituiu um espaço de divulgação, partilha e debate de ideias e de trabalhos realizados pela comunidade de investigação em Educação Matemática, esperando-se que dele resultassem também contributos para a promoção da articulação entre a investigação e a prática.

Em termos do seu programa científico, como tem acontecido nos últimos anos de realização, o Seminário incluiu duas conferências plenárias dinamizadas por um convidado nacional e outro estrangeiro, um painel temático centrado na apresentação de um projeto de investigação, o Espaço GTI e vários simpósios de apresentação e discussão de comunicações e *posters*.

As comunicações, num total de vinte e oito, e *posters*, num total de nove, distribuíram-se por cinco simpósios: Ensino e aprendizagem de geometria e medida, com duas comunicações; Ensino e aprendizagem de probabilidades e estatística, com seis comunicações e três *posters*; Ensino e aprendizagem de números e álgebra, com cinco comunicações e dois *posters*; Conhecimento e práticas profissionais de professores de matemática, com nove comunicações e um *poster*; Materiais didáticos e recursos no ensino e aprendizagem da matemática, com seis comunicações e três *posters*.

Participaram no XXIV SIEM cerca de noventa congressistas, dos quais mais de três em cada quatro tiveram uma participação ativa no Seminário, seja na apresentação de conferências, comunicações ou *posters*, na dinamização dos espaços Projeto e GTI ou na organização e dinamização dos diferentes simpósios. Além disso, também **mais de três em cada quatro participantes estiveram envolvidos no processo de revisão de textos submetidos ao Seminário.**

Este nível de envolvimento dos participantes no XXIV SIEM revela uma comunidade de Educação Matemática ativa e atenta às questões de investigação sobre o ensino e a aprendizagem da matemática e com repercussões nas práticas pedagógicas.

Braga, novembro de 2013

A Comissão Organizadora do XXIV SIEM

## **A visualização e o sentido de número: um estudo no 1º ano de escolaridade**

Ana Pereira<sup>1</sup>, Ana Barbosa<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Escola Superior de Educação de Viana do Castelo, [anaisabelpereira1987@gmail.com](mailto:anaisabelpereira1987@gmail.com)

<sup>2</sup>Escola Superior de Educação de Viana do Castelo, [anabarbosa@ese.ipvc.pt](mailto:anabarbosa@ese.ipvc.pt)

**Resumo.** *Esta comunicação pretende descrever um estudo realizado com alunos do 1.º ano, centrado na resolução de tarefas de contagem em contextos visuais. Procurou-se conhecer as estratégias usadas pelos alunos, as dificuldades que emergem do seu trabalho e perceber qual o impacto deste tipo de tarefas no desenvolvimento do sentido de número. Tendo em conta as características do estudo optou-se por um design de estudo de caso qualitativo. São apresentados alguns resultados decorrentes da implementação de duas tarefas com os dois alunos-caso. Globalmente, estes resultados revelam que os contextos visuais permitem a emergência de estratégias de contagem diversificadas. Quando estes contextos estão associados a situações conhecidas, os alunos sentem-se mais motivados e mobilizam conhecimentos prévios, abandonando estratégias como a contagem um a um. Não só o contexto mas também o trabalho realizado na sala de aula influencia o tipo de estratégias de contagem usadas. Neste sentido, é natural que os alunos que não estejam familiarizados com este tipo de tarefas privilegiem, pelo menos na fase inicial, o contexto numérico por não sentirem segurança nas estratégias associadas à visualização. Torna-se assim essencial promover a argumentação, privilegiando a discussão de ideias em sala de aula.*

**Palavras-chave:** sentido de número; visualização; estratégias de contagem; aprendizagem.

### **Introdução**

Desde os primeiros anos de escolaridade devem proporcionar-se às crianças experiências de aprendizagem que permitam o desenvolvimento de bases matemáticas sólidas (NCTM, 2007). É importante que o ensino da Matemática potencie a interiorização de competências mais rotineiras, um bom domínio dos números e do cálculo, indispensáveis para a resolução de diferentes situações problemáticas no dia a dia (Ponte & Serrazina, 2000). Na verdade, o desenvolvimento do sentido de número deve ser um dos principais objetivos da escolaridade obrigatória e deve ser potenciado desde os primeiros anos (McIntosh, Reys & Reys, 1992) pois os alunos devem compreender globalmente os números e as operações e recorrer a esse conhecimento para desenvolver estratégias eficazes para os manipular e fazer julgamentos matemáticos (Abrantes, Serrazina & Oliveira, 1999).



Para potenciar este desenvolvimento considera-se vantajoso promover o pensamento espacial, associado a tarefas que envolvam o uso de materiais como dados, dominós, cartas com pintas com disposições diversificadas ou a moldura do dez (Bobis, 2008). A componente intuitiva da visualização assume um papel importante na compreensão e construção do número pois permite que as crianças estabeleçam relações numéricas e usem valores de referência, que constituem a base para o desenvolvimento de estratégias criativas e flexíveis (Bobis, 1996).

Tendo por base as ideias explicitadas anteriormente, este estudo tem por objetivo compreender a forma como tarefas de contagem em contextos visuais influenciam o desenvolvimento do sentido de número em alunos do 1º ano de escolaridade. A partir deste problema foram formuladas as seguintes questões orientadoras: 1. Que estratégias mobilizam os alunos na resolução de tarefas de contagem em contextos visuais?; 2. Que dificuldades manifestam os alunos na resolução dessas tarefas?; 3. Qual o impacto das tarefas de contagem em contextos visuais no desenvolvimento do sentido de número?

### **Enquadramento teórico**

A expressão sentido de número surgiu nos anos 80 para substituir o termo *numeracia*, que significava apenas a habilidade para lidar com situações matemáticas básicas do quotidiano (McIntosh et al., 1992). Apesar da expressão sentido de número ser simples e apelativa estes autores reconhecem que é alvo de interpretações muito diversas, o que tem gerado discussões entre professores, investigadores e responsáveis pela formulação de currículos.

Howden (1989) descreve sentido de número como sendo uma boa intuição acerca dos números e das suas relações. Segundo este autor o sentido de número só poderá ser desenvolvido através da exploração dos números, da sua visualização numa variedade de contextos e do estabelecimento de relações que constituam alternativas aos algoritmos tradicionais. De um modo abrangente, reconhece-se a importância de uma compreensão flexível e geral dos números e das operações para desenvolver estratégias e julgamentos matemáticos eficazes para resolver situações no quotidiano (Castro & Rodrigues, 2008b; McIntosh et al., 1992).

Apesar do sentido de número ser uma capacidade complexa, as suas bases começam a desenvolver-se nos primeiros anos de vida (Clements & Sarama, 2009), com o estabelecimento de relações numéricas de natureza diversa. Para além destas, a

contagem oral e a contagem de objetos devem ser amplamente desenvolvidas pois constituem a base para aprofundar o conceito de número (NCTM, 2007). Considerando em particular as estratégias de contagem, foram já efetuados alguns estudos (Clements, 1999; Clements & Sarama, 2009; Fosnot & Dolk, 2001; McIntosh, Reys & Reys, 1992; Pereira, 2013; Van de Walle, Karp & Bay-Williams, 2010), a partir dos quais se construiu e refinou a categorização que se apresenta na Tabela 1.

Tabela 1. Categorização das estratégias de contagem Pereira (2013)

<b>Estratégias</b>	<b>Descrição</b>		
<b>Subitizing</b>	<i>Subitizing</i> percetual: reconhecer um número de imediato sem usar outro processo matemático.		
	<i>Subitizing</i> conceptual: reconhecer uma disposição padronizada de um número como sendo a composição de partes que formam um todo.		
<b>Contagem</b>	Contagem um a um		
	Contar <i>a partir de um</i> dado número que não seja o 1	Contagem <i>para trás</i> Contagem <i>para a frente</i>	Oralmente Com modelos
	Contar por saltos (e.g. de 2 em 2) – apresenta o conhecimento de padrões numéricos e é útil quando se está face a muitos elementos.		
	<i>Mais do que, menos do que e igual a</i>		
<b>Estabelecimento de relações numéricas</b>	Uso de números de referência, como o 5 e o 10.		
	Relações parte-parte-todo - conceptualizar que um número pode ser dividido em duas ou mais partes e que as partes fazem o todo.	<b>Decomposição</b> - reconhecimento que o todo é constituído por partes <b>Composição</b> - reconhecimento das partes que fazem o todo Ambas as situações correspondem a representações numéricas equivalentes	
<b>Factos básicos ou específicos – factos numéricos memorizados e que constituem a base para outras estratégias de cálculo.</b>	Dobros (adição de parcelas iguais)		
	Quase dobros - incluem combinações em que uma das parcelas é mais um ou menos que um do que a outra.		
	Combinações cujo resultado é 5 ou 10.		
	Reconhecimento do zero como elemento neutro da adição		

Para potenciar o desenvolvimento de estratégias de contagem diversificadas e cada vez mais eficientes, tem sido sugerido o uso de modelos estruturados de contagem, como o colar de contas, cartões com pontos organizados de forma padronizada ou em arranjos diversos, a moldura do dez e o ábaco horizontal (ME-DGIDC, 2007). Salienta-se nestes

casos o papel dos padrões, que podem assumir diversas formas: padrões espaciais (domínios), padrões de dedos, rítmicos e os que conjugam os espaciais com os rítmicos (Clements, 1999).

Atualmente reconhece-se que a visualização é uma capacidade importante para a compreensão matemática (Duval, 1999), contudo tem-se desvalorizado o seu papel nas aulas de Matemática. Segundo Arcavi (2003), uma vez que normalmente as tarefas de carácter visual não implicam a aplicação de procedimentos rotineiros, tanto alunos como professores tendem a rejeitar estas tarefas por não se sentirem confiantes, sendo notória a sua mobilização na Geometria e não tanto noutras áreas que remetem para aspetos numéricos. Apesar desta desvalorização parte-se do princípio que as atividades associadas à visualização, tendo por objetivo o desenvolvimento do sentido de número, permitem a emergência de estratégias de contagem importantes, como o *subitizing* perceptual e o *subitizing* conceptual (Clements, 1999). De acordo com Clements e Sarama (2009) o *subitizing* permite a emergência de capacidades como a cardinalidade e a conservação (a disposição não interfere na quantidade). Por outro lado, o *subitizing* conceptual facilita a compreensão de relações parte-parte-todo, permitindo ver que os números são compostos de outros números (Bobis, 1996). Estes aspetos contribuem para melhores desempenhos, para a utilização de estratégias mais sofisticadas e para a atribuição de significado a factos básicos (Castro & Rodrigues, 2008a). Desta forma, o *subitizing* conceptual apoia o desenvolvimento do sentido de número e de capacidades aritméticas (Clements, 1999).

É incontornável o uso de materiais que apelem à visualização, com enfoque no desenvolvimento do sentido de número. Contudo reconhece-se que o desenvolvimento desta capacidade será mais significativo para os alunos se estes tiverem oportunidade de verbalizar e registar junto dos seus pares e professor as suas descobertas (Howden, 1989; NCTM, 2007).

### **Metodologia do estudo**

Tendo por base o problema e questões de investigação definidos, este estudo segue uma abordagem qualitativa, tendo-se optado por um *design* de estudo de caso. Através da metodologia qualitativa procura-se desenvolver a compreensão de fenómenos e a descrição de realidades de uma forma minuciosa, aumentando a perceção do investigador sobre as situações estudadas (Patton, 2002). Por outro lado, o estudo de

caso constitui uma abordagem que se adequa à compreensão e ao conhecimento detalhado do objeto em estudo (Stake, 2009), através da análise de uma situação específica que se supõe ser única.

A investigação decorreu no ano letivo 2011/2012, numa turma do 1º ano de escolaridade, integrada numa turma mista (1º e 2º anos), de uma escola básica do distrito de Viana do Castelo. Durante o estudo, foram implementadas treze tarefas centradas na contagem em contextos visuais que os alunos exploraram individualmente. Apesar de toda a turma ter resolvido as tarefas propostas, dois alunos foram acompanhados, a um nível mais aprofundado, constituíram os casos.

Os dados recolhidos são de natureza descritiva resultantes da observação participante, entrevistas, gravações áudio e vídeo e análise documental. Cada uma das sessões foi videogravada para posterior visionamento e análise. Após a implementação de cada tarefa foram realizadas entrevistas semiestruturadas aos alunos-caso, tendo sido audiogravadas e transcritas. Através das entrevistas procurou-se identificar e clarificar as dificuldades e estratégias emergentes em cada tarefa. Neste texto, optou-se por apresentar a análise do trabalho dos dois alunos caso, Carla e Vasco, na resolução de duas das tarefas implementadas.

### **A exploração das tarefas**

As tarefas aqui apresentadas tiveram uma fase exploratória, em grande grupo, com vista à sua contextualização e clarificação.

Para a tarefa *As unhas da Sara* foi lida uma carta que trazia um desafio dirigido aos alunos (ver Anexo 1). Após a leitura da carta foi afixada no quadro uma imagem para que a turma descobrisse o número de unhas pintadas e por pintar (ver Figura 1). Posteriormente desenvolveram um trabalho individual tendo por base imagens similares (ver Anexo 2).



Figura 1. Imagem explorada na tarefa 1

Na tarefa *Dados com pinta* os alunos observaram as faces de um dado e identificaram as quantidades apresentadas, de modo a familiarizarem-se com este material.

Posteriormente desenvolveram um trabalho individual tendo por base um contexto figurativo que remetia para disposições similares (ver Anexo 3).

### O caso da Carla

A Carla tinha seis anos no início do estudo. Enquanto aluna era empenhada, participativa e revelava bom comportamento. Não evidenciava dificuldades em nenhuma das áreas curriculares. Gostava “mais ou menos” de Matemática pois, segundo ela, não sabia muito e tinha contas muito difíceis mas, no entanto, tinha um bom aproveitamento na disciplina.

#### Tarefa As unhas da Sara

Na fase exploratória da tarefa (ver Figura 1), a Carla identificou imediatamente duas unhas pintadas. Contudo, a sua justificação não foi clara, dizendo que via “duas pintadas mas depois não acabaram”, o que indicia o recurso ao *subitizing* perceptual. Relativamente ao número de unhas que faltavam pintar a aluna disse que eram oito, procurando fundamentar o resultado:

Carla: É 6 menos 1.

Investigadora: Se tenho 6, tiro 1 ficam?

Carla: 5... é 9.  $9-1$ . (a aluna levantou 9 dedos e baixou 1)

Com a solicitação de uma explicação, a Carla encontrou uma expressão equivalente, subtraindo 1 a 9, usando como modelo os dedos das mãos, no entanto, sem associação à imagem.

As resoluções referentes à fase do trabalho individual apresentadas serão analisadas pela ordem que consta na Figura 2.



Figura 2. Sequência das imagens apresentadas na folha de registo

Relativamente à primeira imagem, para justificar o número de unhas pintadas como as que estavam por pintar, a Carla apresentou o cálculo  $3+2$ . Apesar de constituir uma decomposição adequada do número 5, não correspondia à forma como pensou pois, aquando da entrevista, identificou de uma forma instantânea o número de unhas dizendo “as mãos eram 5”. Revelou um reconhecimento imediato do número pelo facto de os

dedos das mãos constituírem um modelo de contagem de referência. Contudo, quando confrontada com os seus registos, referiu que “queria fazer a conta”, mostrando que a visualização não é por si validada como uma forma de justificação neste contexto.

Na segunda imagem usou o *subitizing* conceptual, facto que se evidenciou na sua resposta:

Carla: Vi logo que tinha aqui 5 numa mão e aqui tem mais dois dedos noutra mão e eram 7.

Este raciocínio traduziu-se na expressão numérica  $5+2$ . Relativamente ao número de unhas por pintar a Carla respondeu imediatamente que faltavam 3 unhas (*subitizing* perceptual) pois “já sabia que eram 3 sem contar”.

Na terceira imagem, para o número de unhas pintadas, a Carla registou a expressão  $2+1$ , referindo que “já sabia que era 3 mas quis fazer a conta”, como forma de justificar a sua resposta, evidenciando um raciocínio associado ao *subitizing* perceptual. No que respeita ao número de unhas por pintar, disse que tinha visto 2 unhas numa mão e 5 noutra (*subitizing* conceptual), decompondo o 7 em duas partes associadas aos dois conjuntos de dedos.

Para a quarta imagem a Carla visualizou 5 unhas pintadas numa mão e 4 noutra, tendo registado a expressão  $5+4$  (*subitizing* conceptual). Relativamente à unha que faltava pintar referiu que “sabia que era um então pus uma conta  $1+0$  que dava um porque o zero não existe”. Optou por registar esta expressão (ver Figura 3) para suportar a sua justificação, mas na base do seu raciocínio esteve o *subitizing* perceptual.

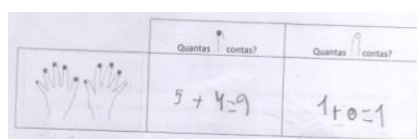


Figura 3. Registo da Carla na resolução da tarefa *As unhas da Sara* (imagem 4)

Para a última imagem (ver Figura 2), relativamente ao número de unhas pintadas, a aluna disse que “já sabia, mas quis fazer a conta. Pus  $2+2$  que é 4”. Apesar de ter apresentado esta expressão, na entrevista identificou imediatamente 4 unhas pintadas. Relativamente ao número de unhas por pintar, apresentou um cálculo que justificou dizendo que “foi porque  $5+1$  é 6”. A aluna recorreu a um facto específico para se justificar, no entanto, na entrevista disse que eram “6 e não contei nem nada” (*subitizing* perceptual).

Em síntese, o contexto apresentado potenciou a mobilização de conhecimentos prévios associados a factos memorizados para justificar o *subitizing* perceptual. Emergiu igualmente o *subitizing* conceptual quando se verificou a conjugação de unhas pintadas ou por pintar nas duas mãos. A Carla fez igualmente referência ao elemento neutro da adição.

#### *Tarefa Dados com pinta*

Após a resolução individual da tarefa, verificou-se que a Carla identificou visualmente os dobros nos pares de dados (*subitizing* conceptual). Esta identificação permitiu que a aluna justificasse, em parte, a presença das 24 pintas (Figura 4):

Carla: Ali tem 3+3 que dava 6 e depois pus aqui o 6; e depois 1+1 e então dava 2 e pus aqui o 2 e depois 2+2 para ser mais rápido pus o 4 e depois aqui pus 6 porque isto daqui dava 6 (apontou para o conjunto 3+3 na parte inferior da imagem) e foi aqui o 1+1 igual a 2 e eu pus 2 para ser mais rápido e tudo dá 24.

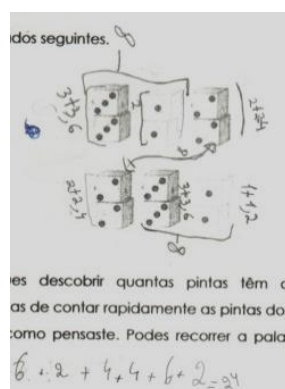


Figura 4. Registo da Carla na resolução da tarefa *Dados com pinta*

Com a identificação dos dobros associada ao contexto visual, a Carla não achou necessário fazer cálculos uma vez que viu imediatamente o número de pintas de cada conjunto, tendo recorrido ao *subitizing* conceptual. Posteriormente, reajustou a sua estratégia, efetuando o reagrupamento dos diferentes conjuntos em grupos de 8, partindo dos conjuntos iniciais:

Carla: Por exemplo 6+2, 8, mais 4+4, 8 e depois 6+2 dá 8 (a aluna levantou os dedos para modelar as diferentes parcelas de cada calculo apresentado) (...). Dava tudo 8. Pus 8+8+8 para dar 24.

Os grupos de 8 foram facilmente identificados através do *subitizing* conceptual, gerando a expressão numérica 8+8+8, pois, segundo a aluna, “8+8, 16, 16+8. 16...17, 18 (...). 24”. Esta contagem foi apoiada nos dedos.

É notório que este contexto serviu de base à emergência do *subitizing*, perceptual e conceptual, com o reconhecimento de factos numéricos. A Carla privilegiou a adição de parcelas iguais para efetuar contagens rápidas, baseando-se em factos específicos. A contagem *a partir de*, apoiada nos dedos, permitiu a concretização dos seus raciocínios.

### O caso do Vasco

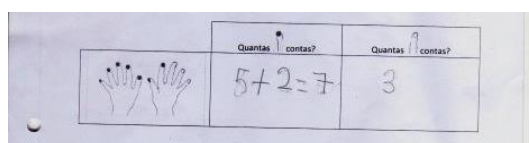
O Vasco tinha seis anos no início do estudo. No início do ano letivo evidenciava inseguranças que se foram dissipando com o tempo. Não revelava dificuldades nas diferentes áreas curriculares e a sua disciplina preferida era a Matemática pois gostava de fazer contas.

#### Tarefa As unhas da Sara

Quando confrontado com a imagem apresentada à turma (ver Figura 1), o Vasco identificou imediatamente o número de unhas pintadas, justificando-o com a visualização do dedo “pequeno e um grande no meio”. Relativamente ao número de unhas por pintar disse “porque pintaram duas brancas e deixaram 8 por pintar”, o que indicia o recurso ao *subitizing* perceptual.

Após a resolução da tarefa, tentou mostrar os seus registos à investigadora com o objetivo de validar o que tinha feito. Para a primeira imagem (ver Figura 2) apresentou o registo  $5+5$  mas, quando questionado sobre essa expressão, verificou que se estava a referir ao número total de unhas. Apercebendo-se do erro no registo, retificou-o, mencionando apenas a quantidade representada. A fundamentação desses resultados surgiu durante a entrevista em que o Vasco disse que “tinha 5 unhas pintadas e outras 5 por pintar”. A utilização de um modelo familiar, como as mãos, levou o aluno a associar de forma imediata uma mão a 5 dedos, o que conduziu ao *subitizing* perceptual.

Na segunda imagem (ver Figura 5), ao verificar que nas duas mãos estavam unhas pintadas, o aluno reconheceu visualmente o 7 pois viu “5 unhas numa mão e duas noutra”, o que evidencia o *subitizing* conceptual. Relativamente ao número de unhas por pintar, o Vasco registou apenas a quantidade pois “faltavam 3 unhas por pintar” (*subitizing* perceptual).




	Quantas unhas pintadas? 5+2=7	Quantas unhas por pintar? 3
---	----------------------------------	--------------------------------

Figura 5. Registo do Vasco na resolução da tarefa *As unhas da Sara* (imagem 2)



No que respeita à terceira imagem (ver Figura 2), limitou-se a registar o número de unhas pintadas e por pintar. Quando questionado, o Vasco respondeu que tinha “3 pintadas e tinha 7 por pintar”, o que revela o *subitizing* perceptual. Para as quarta e quinta imagens, evidenciou esta estratégia tendo registado o número total de unhas.

É notório que este contexto serviu de base à emergência do *subitizing* perceptual. O uso desta estratégia esteve associado ao conhecimento que o aluno tinha do número de dedos que possuímos nas duas mãos. A partir do que era apresentado nas imagens, descreveu o que estava a visualizar para sustentar o seu raciocínio.

#### *Tarefa Dados com pinta*

Após a leitura do enunciado o Vasco efetuou a contagem um a um das pintas observadas, concluindo “tem 24”. Quando lhe foi pedido para arranjar uma forma mais rápida para contar, o aluno disse “20+4” (Figura 6).

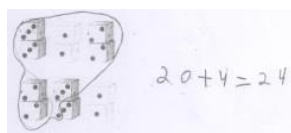


Figura 6. Registos do Vasco na resolução da tarefa *Dados com pinta*

Esta situação é reveladora da utilização de um facto memorizado pelo aluno e que nada tinha a ver com o contexto em questão, pois procedeu à contagem um a um até 20, deixando 4 pintas de fora. O aluno referiu também a expressão  $21+3$ , tendo apresentado a justificação:

Vasco: 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20 (o aluno não havia marcado o número 20) (...) Não é preciso marcar pois já sabemos (o aluno referia-se ao facto de existirem 4 pintas). 20,  $21+3$ , 24.

O Vasco acabou por se basear na contagem por saltos de 2 em 2. A associação entre a estratégia de contagem e contexto visual foi evidente, pois registou ao lado de cada um dos conjuntos de 2 o salto correspondente (ver Figura 7). Procedeu da mesma forma para a expressão  $22+2$ .

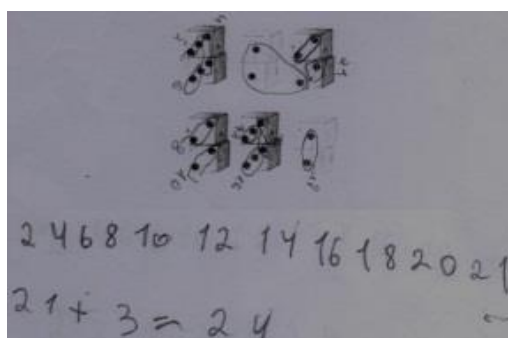


Figura 7. Registo do Vasco na resolução da tarefa *Dados com pinta*

O reconhecimento visual da disposição padronizada do 3 permitiu a associação da contagem por saltos de 3 em 3. Ao justificar-se, mencionou: “contei de 3 em 3. 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24”. Esta justificação traduziu-se no registo por si apresentado (Figura 8).

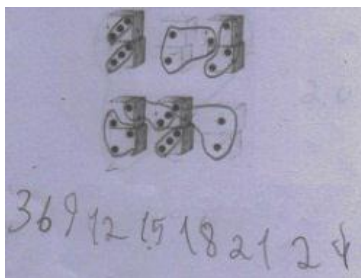


Figura 8. Registo do Vasco na resolução da tarefa *Dados com pinta*

Aquando da discussão em grande grupo, o Vasco também registou a contagem por saltos de 4 em 4, tendo identificado na imagem os conjuntos através do *subitizing*. Aquando da verbalização destes saltos, na transição do 16 para o 20, efetuou a contagem a partir de, apoiando-se nos dedos.

Como se pode verificar, o Vasco apesar de inicialmente ter usado a contagem um a um, reformulou a sua estratégia tendo associado a contagem por saltos ao *subitizing* e a factos específicos. O recurso à contagem *a partir de* serviu de apoio à transição entre parcelas, estando associada à modelação com os dedos.

### **Discussão e Conclusões**

Os contextos visuais explorados permitiram a emergência de diversas estratégias de contagem: *subitizing* perceptual e conceptual; utilização de números de referência (5 e o 10); contagem um a um; contagem *a partir de*; contagem por saltos; e o reconhecimento do zero como elemento neutro. A emergência de estratégias tão diversificadas é coerente com a ideia que as tarefas que envolvem contextos visuais potenciam o desenvolvimento de um pensamento mais flexível, salientando aspetos associados ao conceito de número.

O *subitizing* perceptual foi privilegiado pelo Vasco na tarefa *As unhas da Sara*, o que evidencia o conhecimento do padrão dos dedos (Clements, 1999). Considerou o 10 como número de referência, associando-o ao número de dedos das duas mãos. Revelou a tendência para associar o número de unhas pintadas e por pintar, realçando a ideia da

formação da dezena. Por outro lado, o estabelecimento de relações parte-parte-todo, tendo por base o *subitizing* conceptual, emergiu em ambas as tarefas. Como referem alguns autores, as capacidades visuais estão naturalmente associadas a materiais como o dominó, os dedos das mãos (Bobis, 2008). Na tarefa *Dados com pinta* a Carla e o Vasco associaram o *subitizing* conceptual à contagem por saltos. O Vasco identificou visualmente disposições do 2 e do 3, associando a contagem por saltos de 2 em 2 e de 3 em 3, mobilizando conhecimentos associados aos padrões numéricos (Fosnot & Dolk, 2001). A Carla identificou diferentes conjuntos e reagrupou-os em conjuntos com o mesmo número de elementos. Tal como referem Fosnot e Dolk (2001), esta estratégia permite que o cálculo seja facilitado. A contagem *a partir de* foi usada pelo Vasco e pela Carla na tarefa *Dados com pinta*. É reconhecido que este tipo de estratégia permite colmatar algumas dificuldades de cálculo (Clements & Sarama, 2009). Tal verificou-se quando o Vasco usou a contagem por saltos de 4 em 4 e a Carla de 8 em 8. Materiais que evidenciam disposições padronizadas e o recurso a outros modelos visuais, como o dos dedos, potenciam a utilização de números de referência, como o 5 e o 10 e o estabelecimento de relações parte-parte-todo, associadas ao *subitizing* (Bobis, 2008). Na tarefa *As unhas da Sara* os números de referência 5 e 10 surgiram associados ao número de dedos das mãos tendo a Carla evidenciando o *subitizing* conceptual, em que o 5 potenciou o estabelecimento de relações parte-parte-todo (Castro & Rodrigues, 2008b), partindo dos padrões de dedos (Clements, 1999). Por outro lado, o Vasco evidenciou o *subitizing* percetual tendo o 10 como número de referência.

No que concerne às dificuldades emergentes nestas tarefas verificou-se o estabelecimento de relações numéricas de uma forma descontextualizada. Este facto relaciona-se com o percurso anterior dos alunos, centrado na decomposição e composição de números, enfatizando o treino mecanizado de procedimentos de cálculo e a memorização de factos sem significado (Abrantes et al., 1999). Na tarefa *As unhas da Sara* a Carla registou adições de duas parcelas, associadas à decomposição do número e não ao contexto, evidenciando as experiências prévias ao estudo. É reconhecido que os alunos tendem a rejeitar as estratégias que não implicam a aplicação de procedimentos rotineiros (Arcavi, 2003). O incentivo para a verbalização do raciocínio (Howden, 1989) permitiu colmatar algumas destas dificuldades, revelando as incoerências entre o raciocínio e o registo.

De um modo geral, nos contextos apresentados, os alunos compreenderam factos específicos, que até ali foram memorizados sem significado, descobriram relações numéricas de natureza diversa e mobilizaram estratégias de contagem diversificadas, desenvolvendo assim inúmeras capacidades aritméticas (e.g. Clements, 1999). O trabalho desenvolvido com base na visualização, potenciou a atribuição de significado à manipulação numérica (e.g. Castro & Rodrigues, 2008a). Reconhece-se assim a importância de recorrer, desde os primeiros anos, a modelos visuais que permitam promover a compreensão do número.

### Referências bibliográficas

- Abrantes, P., Serrazina, L., & Oliveira, I. (1999). *A Matemática na Educação Básica*. Lisboa: Ministério da Educação.
- Arcavi, A. (2003). The role of visual representations in the learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 52, 215 – 241.
- Bobis, J. (1996). Visualisation and the development of number sense with kindergarten children. In J. Mulligan, & M. Mitchelmore (Eds.) *Children's number learning* (pp. 17-33). Australia: Australian Association of Mathematics Teachers.
- Bobis, J. (2008). Early spatial thinking and the development of number sense. *Australian Primary Mathematics Classroom*, 13 (3), 4-9.
- Castro, J., & Rodrigues, M. (2008a). O sentido de número no início da aprendizagem. In J. Brocardo, L. Serrazina, & I. Rocha (Eds), *O sentido do número: reflexões que entrecruzam teoria e prática* (117-133). Lisboa: Escolar Editora.
- Castro, J., & Rodrigues, M. (2008b). *Sentido de número e organização de dados - Textos de Apoio para Educadores de Infância*. Lisboa: Ministério da Educação - Direção-Geral de Inovação e de Desenvolvimento Curricular.
- Clements, D. (1999). Subitizing: What Is It? Why Teach It? *Teaching Children Mathematics*, 5, 400-405.
- Clements, D., & Sarama, J. (2009). *Learning and Teaching Early Math - The Learning Trajectories Approach*. Nova Iorque: Routledge - Taylor & Francis Group.
- Duval, R. (1999). Representation, vision and visualization: Cognitive functions in mathematical thinking. Basic issues for learning. In F. Hitt, & M. Santos (Eds.), *Proceedings of the 21st North American PME Conference*, 1, 3-26.
- Fosnot, C., & Dolk, M. (2001). *Young Mathematicians at work - Constructing Number sense, Addition and Subtraction*. Portsmouth NH: Heinemann.
- Hope, J. (1989). Promoting number sense in school. *Arithmetic teacher*, 36, 12-16.
- Howden, H. (1989). Teaching number sense. *Arithmetic Teacher*, 36(6), 6-11.
- McIntosh, A., Reys, B. J., & Reys, R. E. (1992). A proposed framework for examining basic number sense. *For the Learning of Mathematics*, 12 (3), 2-8.
- ME-DGIDC (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação-Direção-Geral de Inovação e de Desenvolvimento Curricular.
- NCTM (2007). *Princípios e Normas para a Matemática Escolar*. Lisboa: APM.

- Patton, M. (2002). *Qualitative Research & Evaluation Methods*. Thousand Oaks, CA: Sage Publications.
- Pereira, A. (2013). *A visualização e o sentido de número: um estudo no 1º ano de escolaridade*. Tese de Mestrado em Educação: Escola Superior de Educação de Viana do Castelo.
- Ponte, J., & Serrazina, L. (2000). *Didáctica da Matemática do 1º ciclo*. Lisboa: Universidade Aberta.
- Stake, R. E. (2009). *A arte da investigação em estudos de caso (2ª ed.)*. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian.
- Van de Walle, J., Karp, K., & Bay-Williams, J. (2010). *Elementary & Middle school mathematics - Teaching developmentally*. Boston: Pearson Education.

## LISTA DE REVISORES

Abigail Lins	Josimar de Sousa
Ana Barbosa	Júlio Paiva
Ana Boavida	Kátia Maria de Medeiros
Ana Henriques	Leonor Santos
António Domingos	Lina Fonseca
António Guerreiro	Luciano Veia
António Ribeiro	Lucília Teles
Assumpta Estrada	Luís Menezes
Carlos Miguel Ribeiro	Lurdes Serrazina
Cecília Costa	Manuel Saraiva
Cecília Monteiro	Manuel Vara Pires
Cláudia Mendes Araújo	Maria Alexandra Oliveira Gomes
Conceição Costa	Maria Antónia Forjaz
Cristina Martins	Maria Helena Martinho
Darlinda Moreira	Maria Manuel Nascimento
Ema Mamede	Marisa Quaresma
Fátima Mendes	Mercedes Carvalho
Fátima Paixão	Nádia Ferreira
Fátima Regina Jorge	Nélia Amado
Gabriela Gonçalves	Olga Seabra
Gustavo Cañadas	Patrícia Beites
Helena Rocha	Patrícia Sândalo
Hélia Jacinto	Paula Vieira da Silva
Hélia Oliveira	Paulo Ferreira Correia
Hélia Pinto	Pedro Palhares
Isabel Cabrita	Renata Carvalho
Isabel Vale	Rodrigo Terradas
Isabel Velez	Rosa Antónia Tomás Ferreira
Isolina Oliveira	Rosário Contente Monteiro
Joana Brocardo	Sandra Nobre
Joana Tinoco	Sandra Pinheiro
João Pedro da Ponte	Sandra Quintas
José António Fernandes	Sílvia Semana
José Duarte	Susana Carreira
José Marcos Lopes	Susana Colaço
José Miguel Contreras	Teresa Pimentel