INSTITUTO POLITÉCNICO
DE VIANA DO CASTELO

Sandra Catarina da Costa Pinheiro

A CRIATIVIDADE NA RESOLUÇÃO E FORMULAÇÃO DE PROBLEMAS:
Uma experiência didática numa turma do 5º ano de escolaridade.

Mestrado em Educação
Especialidade em Didática da Matemática e das Ciências

Trabalho efetuado sob a orientação da
Professora Doutora Maria Isabel Piteira do Vale

maio de 2013

AGRADECIMENTOS

Ao longo do desenvolvimento deste projeto, foram inúmeras as pessoas que cooperaram determinadamente para a realização desta investigação. Devo-lhes o meu verdadeiro reconhecimento.

À minha orientadora, Professora Doutora Isabel Vale, agradeço as suas preciosíssimas indicações, observações, críticas e conselhos, de um modo especial pela amizade, disponibilidade e compreensão, pintando sempre novos horizontes e caminhos a percorrer, sempre de forma criativa, portadora de um conhecimento incomensurável e ostentando, de forma enérgica, uma esperança numa melhor educação.

A todos os professores pelo profissionalismo, dedicação e total disponibilidade.

Aos alunos da turma envolvida no estudo pela cooperação, empenho e disponibilidade por eles demonstrados ao longo deste fantástico trabalho.

Ao Carlos por tudo… amor, companheirismo, paciência e coragem que incessantemente demonstrava. Aos meus filhos, Emanuel, Gabriel e Miguel, pelo seu amor, carinho, paciência e inocente colaboração que demonstraram ao longo de todo este trabalho.

Aos meus pais, Manuela e Joaquim por toda a colaboração e paciência; à minha irmã Marta por toda a ajuda, incentivo e por todos os momentos passados juntas a trabalhar ao longo deste grande desafio.

A todos os companheiros deste trabalho, de um modo especial aqueles com quem partilhei as viagens, alegrias e tristezas, pela confiança, motivação e boa disposição.

Um obrigado a todos…e não se esqueçam…SEJAM CRIATIVOS!

RESUMO

A presente investigação, integrada na área da educação, foi realizada no domínio do ensino e aprendizagem da matemática, centrando-se na criatividade associada à resolução e formulação de problemas ao nível do 2º ciclo. Tem como principal propósito analisar de que forma poderá ser desenvolvida a criatividade dos alunos através da resolução e formulação de problemas, tendo em conta a tipologia de tarefas e analisando as representações que os alunos utilizam nas suas resoluções. Deste modo enunciaram-se as seguintes questões orientadoras: Q1. Como se carateriza a criatividade dos alunos ao nível das suas perceções, reações e seu desempenho? Q2. Que representações são utilizadas pelos alunos na resolução e formulação de problemas? Q3. Que tipos de tarefas promovem resoluções mais criativas? Q4. Qual o nível de pensamento criativo dos alunos envolvidos?

Na realização deste estudo, desenvolveu-se uma experiência didática para a qual foram criteriosamente selecionadas catorze tarefas, sendo sete de resolução de problemas e sete de formulação de problemas.

Ao longo desta investigação foi utilizada uma metodologia de natureza qualitativa e interpretativa, segundo o *design* estudo de caso. Optou-se por dois estudos de caso, correspondendo cada um deles a uma díade, onde a professora foi observadora participante assumindo simultaneamente o papel de investigadora.

A análise dos dados possibilitou concluir que as díades demonstraram grande empenho, interesse e motivação. Da mesma forma, as várias propostas de resolução das tarefas das diferentes díades permitem concluir que os alunos pensam de diversificadas formas o que os levam a tomar diferentes opções aquando do confronto com situações problemáticas. O conjunto de tarefas aplicado proporcionou diferentes produções, representativas de diversas e criativas formas de pensar das díades, florescendo, em simultâneo, o seu potencial criativo, dando a liberdade de comunicarem criativamente. É possível concluir que a proposta de problemas abertos promove o potencial criativo nos alunos, criando nos mesmos o gosto pela descoberta e por marcarem a diferença, face aos outros.

Palavras-Chave: Criatividade. Resolução e formulação de problemas. Representações. Matemática elementar.

ABSTRACT

This educational research was conducted in the field of teaching and learning of mathematics, focusing on creativity associated to problem solving and problem posing in basic education. Its main purpose was to analyze how it can be developed students' creativity, taking into account the types of tasks and analyzing the representations that students use in their records. Thus were enunciated the following guiding main questions: Q1. How can we characterize the creativity of students in terms of their perceptions, reactions and performance? Q2. What representations that are used by students in solving and posing problems? Q3. What kinds of tasks promote more creative records? Q4. What level of creative thinking of students involved?

In this study, developed a didactics experience for which tasks were carefully selected fourteen, seven of seven problem solving formulation problems.

Throughout this investigation we used a methodology of qualitative and interpretative, according to the case study design. We opted for two case studies, each corresponding to a dyad, where the teacher was a participant observer while assuming the role of researcher.

Data analysis led us to conclude that the dyads showed great commitment, interest and motivation. Likewise, the various motions of the tasks of the different dyads can be concluded that the students think of the diverse ways that lead them to make different choices when confronting problematic situations. The set of tasks applied provided different productions, representing diverse and creative ways of thinking of the dyads, blooming at the same time, the creative potential of the dyads, giving the freedom to communicate creatively. It can be concluded that the proposed open problems promotes the creative potential in students, creating in them a taste for discovery and make a difference, compared to others.

Keywords: Creativity. Problem solving and posing. Representations. Elementary mathematics.

ÍNDICE

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

CAPÍTULO I – INTRODUÇÃO

Este capítulo expõe um conjunto de considerações que dirigem e contextualizam esta investigação. Tem início com a apresentação da pertinência do estudo, seguida do próprio problema bem como as questões orientadoras do mesmo. Conclui-se o capítulo com a descrição da organização da investigação.

Pertinência do estudo

Nesta sociedade que desperta para a criatividade em todas as áreas do saber, considerou-se pertinente verificar, ao nível da educação, até que ponto é possível encontrar criatividade no campo da matemática.

Em pleno século vinte e um, Robinson (2010) chama a atenção sobre as finalidades da escola referindo que "a maioria dos alunos nunca chega a explorar o alcance das suas capacidades e interesses" (p. 28). Reforça esta ideia afirmando que "as perspetivas da educação asfixiam algumas das mais importantes capacidades de que os jovens precisam para se afirmarem cada vez mais na exigente sociedade do século XXI: os poderes da mente criativa" (p. 27). Finalmente, este mesmo autor apela à necessidade de que nas escolas, se instiguem ambientes onde cada um se sinta inspirado a desenvolver-se criativamente.

> A criatividade é possível em todas as áreas da atividade humana, incluindo as artes, as ciências, no trabalho, em jogo e em todas as outras áreas de vida diária. Todas as pessoas têm habilidades criativas e todos as temos de forma diferente. Quando as pessoas encontrarem os pontos fortes do seu potencial criativo, pode ter um enorme impacto na autoestima e na realização global (National Advisory Committee on Creative and Cultural Education [NACCCE], 1999, p. 6).

Na fase de mudança em que nos encontramos, os alunos necessitam de desenvolver e aperfeiçoar a sua capacidade de pensar criativamente e de resolver problemas (Conway, 1999).

> Cabe à escola proporcionar mecanismos que estimulem o potencial criativo dos seus alunos, e que mantenham esse potencial, de modo que lhes permita desenvolver a

> sua imaginação e produzir novas ideias que lhes venham a ser úteis pessoalmente e para a sociedade no global (Vale, 2012, p. 182).

No recente reajuste do Programa de Matemática do Ensino Básico (PMEB), é possível encontrar referência de que a atividade matemática se desenvolve criativamente utilizando meios e capacidades cognitivas variadas, sendo estas indispensáveis à formação de conhecimento matemático (Ministério da Educação – Direção Geral de Inovação e Desenvolvimento Curricular [ME-DGIDC], 2007). Por outro lado, também refere não só os temas matemáticos, como também as três capacidades transversais da aprendizagem da matemática: resolução de problemas, raciocínio matemático e a comunicação matemática.

Segundo o Gabinete de Avaliação Educacional [GAVE], no relatório que se refere à prova de aferição de 2º ciclo de 2011, os alunos continuaram a demonstrar dificuldades na resolução de problemas em contexto, dos cinco problemas apresentados na prova, quatro estão entre os cincos pontos da prova de menor sucesso. Por outro lado, este relatório revela também a preocupação pela inexistência de sentido crítico por parte dos alunos no que se refere à plausibilidade das soluções apresentadas, revelando inúmeras dificuldades na comunicação escrita do raciocínio matemático. Por conseguinte, é destacada a importância dos alunos vivenciarem experiências matemáticas nomeadamente ao nível da resolução de problemas onde estes experimentem, através da partilha e da discussão de ideias, diversas estratégias de resolução, analisando as suas próprias produções bem como as produções de outros alunos e interpretando os respetivos significados, tendo sempre em consideração a promoção do conhecimento assim como a compreensão dos conceitos e dos procedimentos.

Torna-se deste modo fundamental que o professor, não desvalorizando o conhecimento assim como a compreensão dos conceitos e das metodologias, proporcione aos alunos a resolução de problemas que envolvam experiências matemáticas, a exposição e a troca de ideias e o debate de diversificadas estratégias de resolução, analisando o significado de cada uma sempre acompanhada de registos elucidativos do trabalho realizado (GAVE, 2011).

Desde sempre, a resolução e formulação de problemas é considerada como uma das dimensões primordiais da atividade matemática (ME-DGIDC, 2007). De facto, neste documento está referido que o desenvolvimento da matemática advém do esforço posto na resolução de problemas que lhe são caraterísticos. Dado o seu carater transversal é possível encontrar a resolução de problemas ao longo dos diferentes temas e respetivos tópicos abordados no programa de matemática. Nas escolas, nem sempre esta capacidade é trabalhada deste modo transversal assim como a formulação de problemas também é pouco explorada. Segundo os Princípios e Normas para a Matemática Escolar (NCTM, 2007), a resolução de problemas é fração imprescindível em toda a aprendizagem matemática. O processo de ensino-aprendizagem da matemática transversalmente utilizando a Resolução de problemas possibilita aos alunos obterem diferentes formas de pensar, práticas de perseverança e curiosidade, promovendo a confiança quando se enfrentam situações desconhecidas, sendo estas capacidades de extrema importância no contexto extra sala de aula e na própria vida do dia-a-dia de cada aluno.

A preferência pela temática de resolução e formulação de problemas, neste trabalho, foi causada pelo facto de ser da preferência da investigadora valorizar estas artes na sala de aula, devido à sua variedade, polivalência e potenciais no âmbito da aprendizagem. Por outro lado, esta simpatia pela área deve-se à importância que nomeadamente a resolução de problemas assume no ensino da matemática quer em Portugal, quer a nível mundial.

Uma vez que em Portugal não existem poucos estudos relativos à criatividade na educação matemática e, associado ao interesse pessoal em aprofundar esta área, considerou-se pertinente a realização de um estudo, no ensino e aprendizagem da matemática, ao nível do 2º ciclo, mais precisamente no quinto ano de escolaridade onde fosse analisada a criatividade dos alunos na resolução e formulação de problemas. De acordo com Silver (1997) a pesquisa direcionada para o ensino da matemática que compreende a resolução e formulação de problemas pode promover nos alunos abordagens mais criativas nesta área.

Problema e questões orientadoras

Em conformidade com o exposto anteriormente e o grande potencial que possui esta capacidade transversal, resolução de problemas, pretende-se analisar de que forma poderá ser desenvolvida a criatividade dos alunos através da resolução e formulação de problemas, tendo em conta uma tipologia de tarefas e analisando as representações que os alunos utilizam nas suas resoluções.

Com o intuito de aprofundar esta situação problemática, foi desenvolvido um estudo, numa turma do 2º ciclo, que, tendo por base o trabalho desenvolvido pelos alunos, foi orientado pelas seguintes questões:

Q1. Como se carateriza a criatividade dos alunos ao nível:

- Das suas perceções e reações?
- Do seu desempenho?

Q2. Que representações são utilizadas pelos alunos na resolução e formulação de problemas?

Q3. Que tipos de tarefas promovem resoluções mais criativas?

Q4. Qual o nível de pensamento criativo dos alunos envolvidos?

Organização do estudo

Este trabalho está organizado em seis capítulos.

O Capítulo I, *Introdução*, enceta com as principais razões que sustentam a pertinência deste estudo. Seguidamente, é apresentado o problema em estudo bem como as respetivas questões orientadoras. Finaliza-se com a explanação da organização do estudo.

O Capítulo II, *Enquadramento Teórico*, menciona a fundamentação teórica que suportou este estudo, expondo e dissecando as temáticas primordiais incluídas neste estudo. Apresentam-se dois núcleos centrais: Ensino e aprendizagem da matemática e Criatividade em educação matemática. No que respeita ao Ensino e aprendizagem da matemática, são explanadas as orientações curriculares existentes em Portugal para esta área e para este nível de ensino. De seguida, são discutidos os desafios da sala de aula de matemática, as tarefas utilizadas e sua tipologia, as representações dos alunos bem como o trabalho em díade. No que concerne à criatividade em educação matemática, é debatido e esclarecido o conceito de criatividade bem como o emergir e a promoção da criatividade na aula de matemática, como a avaliar a criatividade em sala de aula e estudos empíricos realizados em Portugal nesta mesma área.

O Capítulo III, *Metodologia e procedimentos*, preludia com as opções metodológicas assumidas neste estudo. Seguidamente são apresentados os participantes no estudo nomeadamente o papel assumido pela professora/investigadora, a turma, os casos assim como os critérios que serviram de sustentação à escolha dos mesmos. De seguida, são apresentadas todas as fases do desenvolvimento do estudo. Posteriormente, são expostas todas as técnicas aplicadas na recolha de dados. O capítulo termina com a explanação do mecanismo aplicado na análise dos dados.

O Capítulo IV, *A experiência didática*, começa por apresentar o desenvolvimento da experiência seguindo-se da apresentação das tarefas propostas, nomeadamente com os respetivos objetivos assim como as expetativas face às resoluções das díades. Finalmente é apresentado o desempenho da turma para cada uma das tarefas.

O Capítulo V, *Os casos*, contextualiza o estudo na turma e particulariza-se os casos em estudo. Inicia-se com um retrato da turma seguido do conceito desta relativamente à criatividade em matemática nomeadamente com as perceções, reações e as dimensões da criatividade. Seguidamente são apresentados os casos, Matmasters e Resolucionistas, com o retrato de cada um deles bem como uma caraterização no que se refere à criatividade em matemática designadamente com as suas perceções, reações e dimensões da criatividade.

O Capítulo VI, *Conclusões e recomendações*, explanam-se as conclusões que emergem da análise dos dados recolhidos e dando resposta às questões inicialmente apresentadas. Esta observação assentou sobre dois campos: Criatividade e as tarefas utilizadas; Perceções e reações à criatividade em matemática. Finaliza com um momento reflexivo sobre a experiência didática vivenciada, focando as possíveis implicações destas conclusões na prática docente da investigadora, algumas limitações deste estudo assim como propostas para futuras investigações.

CAPÍTULO II- ENQUADRAMENTO TEÓRICO

Neste capítulo, realiza-se a fundamentação teórica da opção do tema em estudo, organizado em duas seções: Ensino e aprendizagem da matemática e Criatividade em educação matemática. A revisão de literatura apresentada corresponde aos temas essenciais presentes no estudo, promovendo deste modo o seu enquadramento adequado e esclarecedor.

Ensino e aprendizagem da matemática

Orientações curriculares

O propósito principal do ensino, de acordo com Programa de Matemática do Ensino Básico - PMEB (ME-DGIDC, 2007) é "desenvolver nos alunos as capacidades de resolução de problemas, de raciocínio e de comunicação matemáticos e de as usar na construção, consolidação e mobilização dos conhecimentos matemáticos" (p. 45). Neste sentido, refere que a resolução de problemas trata-se de uma capacidade transversal de carater estrutural que permite resolver e formular problemas dissecando as diversas estratégias para que os alunos fortaleçam, amplifiquem, aprofundem e incorporem os seus conhecimentos. De acordo ainda com o PMEB (ME-DGIDC, 2007), ao nível do segundo ciclo, devem alargar o reportório de estratégias de resolução de problemas, sendo-lhes proporcionadas diversificadas oportunidades de se confrontarem com diferentes problemas, nomeadamente com problemas com mais do que uma solução examinando a possibilidade dos resultados alcançados e a apropriação das estratégias usadas, onde a exploração quer em grande grupo quer em pequeno grupo é um modo de proporcionar momentos reflexivos aos alunos promovendo a síntese de conceitos e estratégias.

A resolução de problemas na aula de matemática deverá, no entanto, assumir duas perspetivas de acordo com o PMEB (ME-DGIDC, 2007) da referida disciplina. Deste modo, a resolução de problemas deverá ser o princípio de novas aprendizagens, em que os alunos fortaleçam os conhecimentos matemáticos mas também deverá assumir o papel de estratégia para a aplicação de aprendizagens anteriores onde os alunos colocam em prática os seus conhecimentos. Também refere que, no âmbito do campo das notas, é necessário " incentivar a formulação de problemas a partir de situações matemáticas e não matemáticas" (p. 47). Por outro lado, aos alunos deve ser permitida a exploração livre de tarefas propostas de resolução de problemas para proporcionar momentos altamente ricos e com rasgos criativos nas suas produções (GAVE, 2011).

O PMEB (ME-DGIDC, 2007), centraliza o ensino da matemática num conjunto de objetivos gerais, sendo eles: compreender problemas em contextos matemáticos e não matemáticos e resolve-los utilizando estratégias apropriadas; apreciar a plausibilidade dos resultados obtidos e a adequação ao contexto das soluções a que chegam; monitorizar o seu trabalho e refletir sobre a adequação das suas estratégias, reconhecendo situações em que podem ser utilizadas estratégias diferentes e formular problemas. De facto, também é referido que o desenvolvimento da matemática advém do esforço posto na resolução de problemas que lhe são caraterísticos e que esta aptidão é vista como uma capacidade de extrema importância uma vez que os alunos devem estar munidos de ferramentas que os ajudam a lidar com problemas. A resolução de problemas é um objectivo de aprendizagem assim como uma actividade com grande potencial. A resolução de problemas neste contexto é identificada como capacidade transversal e por esse motivo deve ser trabalhada ao longo dos diferentes níveis de ensino e dos diferentes temas da matemática, assumindo-se como um objetivo de aprendizagem e um tema que deve ser abordado.

Os desafios da aula de matemática

A aula de matemática precisa de assumir uma dinâmica oportuna, onde o aluno deve adotar o papel de construtor da sua própria aprendizagem, induzindo o professor a ter em desempenho muito mais exigente, não de um mero transmissor de conhecimentos, mas sim de um fio condutor ao longo do processo de ensino-aprendizagem. Desta forma, cabe ao docente promover um ambiente, numa perspetiva construtivista de aprendizagem, propondo tarefas que permitam o envolvimento e a atividade dos alunos, levando-os a alcançar o prazer de descobrir, aspeto crucial que promove nos alunos o gosto pela disciplina de matemática (Vale, 2009). Peressin e Knuth (2000) segundo Vale (2012), afirmam que o professor, para promover uma aula com dinâmica mais exploratória, deve utilizar três processos: aplicar tarefas "matematicamente ricas"; facultar o debate dos discentes sobre as tarefas e respetivas soluções ou novas soluções; realizar a retrospeção acerca das tarefas realizadas para promover a atividade matemática e por conseguinte a compreensão dos alunos. Polya (2003) afirma que o professor deve "colocar-se no papel" do estudante, percebendo a sua visão, tentando descobrir de que modo é que está a desenvolver o seu raciocínio, realizando uma questão ou propor uma medida que pudesse ter vindo do próprio aluno. Segundo Stein e Smith (2009), uma tarefa é um segmento da atividade da sala de aula destinada à promoção de uma ideia matemática própria. De acordo com a NCTM (2007), cabe ao professor apostar em boas tarefas.

Neste sentido, as tarefas assumem um papel preeminente, uma vez que ao propor tarefas diferenciadas e por outro lado com significado, promovem diferentes formas de resolução, exigindo do aluno envolvimento, reflexão e construção de conhecimento, surgindo deste modo a aprendizagem do aluno com base na experimentação (Vale, 2009). De acordo com Ponte (2005), não chega escolher boas tarefas, é necessário ser cuidadoso na forma como as estas são propostas e no modo como são conduzidas pelos professores aquando da realização das mesmas em contexto de sala de aula. Em relação a este aspeto Stein e Smith (2009), defendem que as tarefas devem apresentar-se com uma duração bem estipulada e que sustentem toda a aprendizagem dos alunos requerendo que os mesmos realizem pensamentos conceptuais e que estejam predispostos a realizar conexões, permitindo que, com o passar do tempo, os alunos desenvolvam ideias intrínsecas à matemática. Também afirmam que as tarefas de níveis de exigência diferenciadas proporcionam distintas formas de aprendizagem, considerando que as tarefas de maior grau de exigência permitem a utilização de estratégias que levam a conexões com diferentes saberes matemáticos. As tarefas devem ser, por conseguinte, diversificadas e motivadoras, onde os alunos encontrem diferentes formas de representar, enquanto que as de baixo nível de exigência cognitiva conduzem a estratégias rotineiras.

Roberts (2010) recomenda que o ensino decorra em torno da resolução de problemas. Neste sentido, é pertinente enquadrar a resolução de problemas na dinâmica da sala de aula. Os professores devem ser promotores de uma atmosfera de envolvimento dos alunos na sala de aula onde a resolução de problemas possa florescer e onde os alunos possuam momentos em que possam "formular, discutir e resolver problemas complexos" e realizem esforços consideráveis para numa fase seguinte serem estimulados a ponderar os seus raciocínios.

Desde sempre, a resolução de problemas é considerada como uma das dimensões primordiais da atividade matemática (ME-DGIDC, 2007). Pehkonen (1997) afirma que "pelo mundo fora, a resolução de problemas faz parte do currículo de matemática" (p. 64). Refere também que, na literatura, existem algumas razões que fundamentam essa presença, tais como: desenvolvimento de habilidades cognitivas gerais; promoção da criatividade; fazer parte do processo da aplicação da matemática; motivar os alunos na aprendizagem da matemática. Torna-se fundamental refletir sobre a importância dada à resolução de problemas nas nossas escolas. Do mesmo modo, é necessário analisar de que forma, através desta capacidade transversal, é possível promover mais eficazmente a aquisição de conhecimentos matemáticos (Vale & Pimentel, 2012). Resolver problemas na aula de matemática, segundo o PMEB (ME-DGIDC, 2007), proporciona vastas oportunidades para a aplicação de aprendizagens precedentes, nas quais os alunos mobilizam e põem em ação o seu conhecimento.

É necessário investir em práticas que promovam nos alunos experiências que desenvolvem capacidade cognitivas superiores como acontece na resolução e na formulação de problemas, no raciocínio e na comunicação. Deste modo é crucial melhorar o processo de ensino/aprendizagem por meio do desenvolvimento de estratégias, mais especificamente valorizando as tarefas, os materiais e as metodologias, que não eram utilizadas no ensino tradicional (Vale & Pimentel, 2012). Na aplicação das tarefas cognitivamente exigentes e matematicamente desafiadoras, de acordo com Stein, Engle, Smith e Hugues (2008), para facilitar a discussão matemática, estas devem passar por cinco momentos na sua aplicação: 1) antecipar, prevendo o que os alunos poderão vir a realizar; 2) monotorizar o trabalho desenvolvido pelos alunos assim como o seu empenho nas tarefas; 3) selecionar determinados alunos para a exposição do seu trabalho à turma; 4) Sequenciar as resoluções a apresentar pelos alunos; 5) Conectar as resoluções apresentadas com as ideias matemáticas.

Polya (2003), por sua vez, apresenta quatro etapas que devem ser percorridas na resolução de problemas: compreensão do problema, estabelecimento de um plano, execução do plano e verificação de resultados.

Deste modo, as tarefas assumem um ponto de extrema relevância no desenvolvimento de esperiências didáticas que facilitem aos professores ferramentas para ensinar assim como aos alunos para aprender, onde a aula torna-se o meio que favorecce o trabalho investigativo (Vale, 2012).

As tarefas e a resolução e formulação de problemas

As boas tarefas, segundo a NCTM (2007), são aquelas que permitem a introdução de noções matemáticas cruciais, constituindo deste modo um repto aos alunos, permitindo-lhes diferentes abordagens. Por sua vez, Leikin (2009) afirma que nas tarefas de múltiplas soluções, as quais denomina por "multiple-solution task" (MST), são consideradas soluções diferentes para um mesmo problema, aquelas que apresentam: diferentes representações sobre conceitos matemáticos que envolvem as tarefas; diferentes propriedades dos objetos matemáticos em campos distintos. Para Díaz e Poblete (2001), uma tarefa é considerada, para um aluno, como um problema se ela exige uma solução tendo em conta condições próprias, se este entende a tarefa, mas não se depara de imediato com uma estratégia para a sua resolução e, em simultâneo, se encontra aliciado a procurar uma solução. Segundo estes autores, a resolução de problemas para além de ser uma boa "estratégia metodológica" também é uma maneira de aproximar o trabalho desta disciplina à realidade.

Vale (2012) afirma que os problemas desafiadores habitualmente exigem uma visão diferente promovendo o pensamento divergente, mais rico, complexo e produtivo, movimentando conhecimentos prévios e necessitando de perseverança, constituindo em si uma provocação para os alunos, sendo grande parte das tarefas propostas pelo professor. Considera-se que o pensamento divergente carateriza-se pela observação do problema, analisando todas as possibilidades de resolução e explorando a melhor estratégia para alcançar a solução do mesmo (Vale & Pimentel, 2012).

Mas então, qual o significado de *resolução de problemas*? De acordo com o PMEB (2007), a resolução de problemas é:

> Uma capacidade matemática fundamental, considerando-se que os alunos devem adquirir desembaraço a lidar com problemas matemáticos e também com problemas relativos a contextos do seu dia-a-dia e de outros domínios do saber. Trata-se de ser capaz de resolver e de formular problemas, e de analisar diferentes estratégias e efeitos de alterações no enunciado de um problema. A resolução de problemas não só é um importante objetivo de aprendizagem em si mesmo, como constitui uma atividade fundamental para a aprendizagem dos diversos conceitos, representações e procedimentos matemáticos. (p. 10)

Segundo Boavida, Paiva, Cebola, Vale e Pimentel (2008), entre outros autores, a "resolução de problemas é o processo de aplicar o conhecimento previamente adquirido a situações novas e que pode envolver exploração de questões, aplicação de estratégias e formulação, teste e prova de conjeturas " e "constitui uma parte integrante de toda a aprendizagem matemática" (p. 14). Por outro lado, a solução desses mesmos problemas de diferentes formas torna-se uma ferramenta para a construção de conexões matemáticas (Leikin, 2009).

Polya (2003) refere que numa aula de matemática a resolução de problemas fica empobrecida sem articular com a formulação de problemas. A literatura refere também o benefício em incorporar as tarefas de formulação de problemas no processo de ensino/aprendizagem da matemática o que está amplamente reconhecido pela comunidade de educação matemática (e.g. Kontorovich, Koichu, Leikin, & Berman, 2011) nomedamente pelo facto de permitir aprofundar os conceitos matemáticos envolvidos assim como possibilitar a compreensão os processos resultantes da sua resulução (Boavida et al., 2008).

A formulação de problemas é denominada por diversos autores de *Problem Posing*. Para além desta designação, Yuan e Sriraman (2011) afirmam que, conforme refere Dillon(1982) e Jay e Perkins(1997), existem diferentes modos de referir formulação de problemas tais como descoberta de problemas, detecção de problemas, descobrindo problemas criativos, criação de problemas e prevendo problemas. Ao longo deste estudo será utilizada a nomenclatura de formulação de problemas. A formulação de problemas é uma ferramenta muito útil para o ensino da matemática pois é uma estratégia de ensino que contribui positivamente para o desenvolvimento das habilidades na resolução de problemas (NCTM, 2007), estimula o pensamento crítico bem como capacidades de raciocínio ao mesmo tempo que permite aos alunos exprimirem as suas ideias de uma forma mais precisa Boavida et al. (2008) e incrementa o pensamento criativo nos alunos.

Na última década, os estudos relatados em educação matemática revelam uma enorme evolução na pesquisa no âmbito da formulação de problemas. Por outro lado, entre os que pesquisam nesta área, verifica-se que consideram que a formulação de problemas é um processo criativo. Também é referenciada ao nível do PMEB (2007), no âmbito do campo das notas, salientando que se deve “ incentivar a formulação de problemas a partir de situações matemáticas e não matemáticas” (p. 47).

Singer, Pelczer e Voica (2011) referem que, de acordo com Jensen (1973), os alunos para serem criativos em matemática devem ser capazes de colocar questões matemáticas que alarguem e aprofundem o problema original, assim como resolver problemas de diferentes modos, exibindo desta forma capacidade de formulação de problemas, uma condição da criatividade matemática. A literatura sobre a formulação de problemas revela que esta atividade é pertinente em diversas perspetivas e refere também conexões entre a formulação de problemas e a criatividade. Na disciplina de matemática, a essência do pensamento matemático e a sua conexão com a criatividade deriva da ligação entre a formulação e a resolução de problemas. A atividade criativa vê-se no jogo de formular, na tentativa de resolver, reformulando e eventualmente, resolvendo um problema (Silver, 1997). Segundo Singer, Ellerton, Cai e Leung (2011), os defensores da formulação de problemas referem que formular um problema matemático pode aliciar os alunos a realizar uma autêntica atividade matemática, pois permite-lhes encontrar muitos problemas, métodos e soluções e simultaneamente promove-lhes a criatividade, incentivam-nos na procura de novos problemas, métodos alternativos e soluções inovadoras. Estes mesmos autores acrescentam que o ensino por meio da transposição de um problema utilizando diversas representações, a extensão de problemas acrescentando novas operações ou requisitos, a comparação de vários problemas de modo a identificar as semelhanças e diferenças ou a análise de problemas incompletos podem promover a conscientização dos problemas significativos dos alunos.

Boavida et al. (2008), apresenta duas estratégias para a formulação de problemas: *E se em vez de*?- com esta estratégia é pedida a criação de novos problemas através da modificação de dados de problemas já apresentados; *Aceitando os dados* – com esta estratégia apresentadas situações, sejam elas figuras, expressões ou simplesmente um conjunto de dados, a partir das quais os alunos são convidados a criar um problema.

Stoyanova e Ellerton (1996), por sua vez, identifica três tipos de formulação de problemas: situações livres, estruturadas e semi-estruturadas. Na formulação de problemas *em situações livres*, os alunos são desafiados a criar um problema a partir de uma dada situação, naturalista ou artificial. Em formulação de problemas *em situações estruturadas*, os alunos, realizam a actividade com base num problemas sendo incitados incitados a explorar a sua estrutura ou a completá-la. Finalmente, a formulação de problemas *em situações semi-estruturadas*, é dada aos alunos uma situação aberta, nomeadamente com a apresentação de fotos, desigualdades, equações, onde os alunos são convidados a apresentar problemas. Neste estudo optou-se por propor aos alunos situações de formulação de problemas *semi-estruturadas* com vista a aplicação da estratégia *Aceitando os dados*.

Os problemas, de acordo com a literatura, podem ser classificados de diferentes formas. Boavida, et al. (2008) consideram três tipos de problemas: de cálculo, de processo e abertos. No que respeita aos *problemas de cálculo*, os alunos, após a leitura do problema, apenas têm que escolher a(s) operação(ões) à sua resolução, utilizando os dados fornecidos pelo enunciado. Nesta tipologia, os autores afirmam ainda que depois do aluno ler o problema, pondera a(s) operação(ões) a realizar e efetua-as. Se escolher apenas uma operação denomina-se po *problema de um passo*; se optar por, no mínimo, duas operações, designa-se por *problema de mais passos*. Relativamente aos *problemas de processo*, de um modo geral, estão envolvidos em contextos mais complicados, exigindo da parte dos alunos, maior entrega na interpretação dos métodos a utilizar para chegar à sua resolução, visto que têm a necessidade de utilizar diferentes estratégias para encontrar o percurso a seguir. Exigem do aluno maior perseverança, organização bem como flexibilidade de pensamento. Por outro lado, são utilizados para iniciar a aplicação de novos conceitos novos ou para a consolidação de conceitos e métodos matemáticos previamente aprendidos. Finalmente, os *problemas abertos* ou também designados por alguns autores de *investigações*, podem apresentar mais de que um processo de resolução e mais do que uma solução. Este tipo de problemas exige dos alunos a busca de regularidades e a formulação de conjeturas, exigindo por sua vez raciocínio, reflexão e espírito crítico. Neste estudo utilizou-se a categorização dos problemas formulados atendendo à tipologia de problemas mencionada anteriormente, de Boavida, et al. (2008).

Na resolução de problemas, Polya (2003) apresenta quatro etapas que devem ser contempladas: compreensão do problema, estabelecimento de um plano, execução do plano e verificação. Por outro lado, diversos autores apresentam estratégias para a resolução de problemas. Boavida, et al. (2008) sugerem algumas estratégias, "fazer uma simulação/dramatização; fazer tentativas; reduzir a um problema mais simples; descobrir um padrão; fazer uma lista organizada; trabalhar do fim para o princípio" que utilizam isoladamente ou combinadas para resolver alguns problemas, podendo ser usadas sobretudo os problemas de processo e abertos.

Na resolução de problemas, os alunos apresentam as suas resoluções de diferentes formatos, expressando-se de diversas formas. A NCTM (2007) defende que as representações dos alunos são cruciais para que estes compreendam a matemática, nomeadamente as noções, métodos e as relações entre eles. De acordo com Boavida, et al. (2008), as representações podem assumir a vertente convencional ou não convencional, mas a presença de representações compartilhadas é um fator crucial para que ocorra a comunicação.

Bruner (1977), afirma a existência de várias maneiras de apresentar as ideias matemáticas: representações ativas, que estão ligadas à ação nomeadamente com o manuseamento de objetos; representações icónicas, que utilizam “ figuras, imagens, esquemas, diagramas ou desenhos”; representações simbólicas, que utilizam para além de sinais “todas as linguagens que envolvem um conjunto de regras fundamentais quer para o trabalho com a matemática, quer para a sua compreensão”. Do mesmo modo, Vale (2012), afirma que a matemática necessita obrigatoriamente de utilizar representações quer para o trabalho com a matemática, quer para a sua compreensão. “Na verdade, a compreensão das representações aliada à capacidade de representar ideias, constituem ferramentas fundamentais para pensar matematicamente (Boavida, et al., 2008, p.71). De acordo com a NCTM (2007), os alunos são ajudados a comunicar o seu raciocínio a outros utilizando as representações como ferramentas, permitindo estas que os alunos raciocinem e resolvam problemas. As representações destacam as particularidades essenciais uma vez que facilitam a descrição, o esclarecimento ou até mesmo permitem o aprofundamento de um conceito matemático e cabe ao professor valorizar o interesse existente em expor ideias matemáticas de diversificadas formas. Neste sentido, podem-se identificar distintas formas de raciocinar acerca de uma situação problemática por meio das representações, sendo neste sentido atribuídas duas funções primordiais às representações: “ferramentas de raciocínio e instrumentos de comunicação” (NCTM, 2007, p. 240).

> Os problemas abertos são especialmente indicados para trabalho de grupo, sendo importante prever, no final, uma síntese feita com toda a turma, onde as ideias, os conceitos e as estratégias utilizadas são exploradas e os alunos têm oportunidade de clarificar os seus raciocínios e de compreender os dos outros (Boavida, Paiva, Cebola, Vale, & Pimentel, 2008, p. 33).

Ventura, Branco, Matos e César (2002) referem que trabalhos em díade contribui para o sucesso da realização de tarefas mais abertas. Segundo estes autores, durante o trabalho em díade, existem vários momentos, sendo eles de partilha, ajuda mútua, discussão e justificação, existindo grande probabilidade de daí resultarem produções criativas. Por outro lado, consideram que o trabalho em díade melhora significativamente a autonomia, o sentido crítico e até mesmo o rendimento escolar dos alunos. No entanto também referem que o trabalho em díade é fortemente influenciado pelos critérios de escolha dos elementos da díade e pelo contexto em que se insere – a turma. De acordo com os mesmos autores, é possível verificar que os alunos mais capazes de utilizar as suas competências em tarefas não rotineiras são aqueles que trabalharam em díade em contraposição daqueles que trabalharam individualmente.

Criatividade em educação matemática

Criatividade e a matemática

Criatividade, segundo a etimologia da palavra, vem do verbo *creare* que significa originar, gerar, formar e tem na sua origem a dimensão de nascimento e transformação (Cavalcanti, 2006). Ao longo das décadas, a noção de criatividade foi sofrendo alterações. Leikin (2009) assegura que a definição de criatividade não é simples, pois existem variadas conceções e que estas estão em permanente mudança. Treffinger, Young, Shelby e Shepardson (2002) e Mann (2006), referem ainda a existência de inúmeras maneiras de expressar a criatividade, reconhecendo mais de 100 definições contemporâneas do tema. Mina (2008) refere que a criatividade é vista como um requisito básico para viver na nossa era, da mesma forma que refere que no ensino deve ser dado ênfase ao processo criativo.

Pehkonen (1997) reconhece que o "pensamento criativo pode ser definido como a combinação entre o pensamento lógico e o pensamento divergente" (p. 65). Leikin (2009), por sua vez, usa a classificação de Guilford (1967) ao empregar a denominação de pensamento divergente o qual considera que gera múltiplas respostas criativas para um só problema e descreve mais frequentemente o pensamento flexível. Conway (1999) e Vale (2012) referem ainda que é necessário motivar os alunos para a descoberta de soluções pouco comuns, pois deste modo há maior probabilidade dos estudantes apresentarem representações criativas, constatando que a flexibilidade e originalidade proporcionam o pensamento divergente e convergente, processos mentais de ordem superior. Vale (2012), afirma também que o pensamento divergente é orientado para a fluência, a flexibilidade e originalidade, caraterísticas fundamentais do pensamento criativo e resulta da aplicação de tarefas que recorrem à exploração e à pesquisa autónoma e à curiosidade.

A criatividade em matemática é considerada como sendo a habilidade de expor diferentes hipóteses de solução adequadas a uma situação ou problema, para que estas evidenciem aspetos distintos dos problemas e/ou formas díspares de resolve-lo, particularmente de modos pouco comuns (Gontijo, 2007). No entanto, segundo Guerra (2007) existem poucas investigações sobre a criatividade em matemática.

Se procurarmos o percursor no estudo da criatividade em matemática, Sriraman (2004) afirma que Henri Poincaré é assinalado por bastantes autores como sendo o pioneiro nesta área. A criatividade está intrinsecamente ligada à matemática, mas no sistema de ensino não ocorre a valorização deste domínio na matemática (Silver, 1997). "Todos nascemos com enormes capacidades criativas. Mas essas capacidades têm de ser desenvolvidas" (Robinson, 2010, p. 64). Atualmente a criatividade é vista como uma habilidade que pode ser aprimorada nos estudantes com uma seleção adequada de atividades (Pelczer & Rodríguez, 2011). Segundo os mesmos autores, desde que a criatividade foi objeto de investigação em educação matemática, várias questões de e vários caminhos tem sido objeto de investigação.

Vale e Pimentel (2012) referem que a criatividade é uma área esquecida pelos docentes ao longo das aulas de matemática ou porque os professores não têm conhecimento sobre o tema e/ou ainda não tomaram consciência da sua relevância em matemática e no ensino da matemática, mas que deve assumir um papel preponderante ao longo dos diferentes níveis de ensino. De facto, os professores e os estudantes necessitam bem mais do que unicamente o conhecimento certo e sólido da matemática para desenvolver a criatividade nesta área (Meissner, 2005). Neste sentido, Mann (2006) afirma que "a essência da matemática é pensar criativamente, e não simplesmente chegar à resposta correta" (p. 238). Leikin (2009), por sua vez, refere que o potencial criativo de cada alunos pode ser desenvolvido e que o desenvolvimento criativo da matemática deve ser um objetivo da educação matemática na escola. A criatividade pode ser promovida por meio da utilização de problemas não rotineiros e que o professor deve ser promotor de um ambiente criativo para que os alunos tenham consciência das suas próprias capacidades (Mina, 2008).

Esta ideia é fortalecida por uma definição aproximada de criatividade:

> A criatividade em educação matemática é constituída por um conjunto de elementos que contribuem para ver a matemática dentro do processo educativo como um assunto surpreendente, que desenvolve o pensamento flexível, que incentiva a formulação de problemas e situações, que promovem a resolução de problemas num contexto real, que incita a imaginação, todo ele num ambiente onde o aluno e o professor disfrutem da matemática e onde o discente se atreva a cometer erros e aprender com os seus erros (Guerra, 2007a, p. 458).

Silver (1997) afirma que, de acordo Holyoak e Thagard(1995) e Sternberg(1988), a criatividade está intrinsecamente ligada com a perceção do conhecimento de conteúdos, profunda e flexível, encontrando-se geralmente agregada a extensos e longas fases de trabalho e reflexão, em oposição a uma vista veloz e extraordinária. De acordo com Guerra (2007b), esta mesma ideia é partilhada por Poincaré (1908). Cavalcanti (2006) refere que, segundo Morin (1998), "toda a aprendizagem deve ser rica em significado para o aprendiz (aprendizagem significativa) e deve ser versátil, de forma a permitir vários pontos de vista sobre o mesmo problema (flexibilidade cognitiva) " (p. 97).

Silver (1997) e Guerra (2007a) consideram que a criatividade não é apenas própria dos alunos sobredotados ou excecionais, visão clássica de criatividade, mas assumem a visão contemporânea da conceção de criatividade em matemática. Por sua vez, Silver (1997) declara que se tem vindo a desenvolver a visão contemporânea da criatividade considerando que, na matemática, a criatividade pode ser "promovida amplamente na população escolar em geral" (p. 75) e pode ser desenvolvida na maioria dos estudantes (Har & Kaur, 1998). Estas duas linhas de pensamento, visão clássica e contemporânea, apesar de divergirem no tipo de população onde é possível encontrar a criatividade, convergem quando consideram que a atividade criativa resulta da focalização do trabalho nos métodos criadores de formulação e resolução de problemas (Silver, 1997; Leikin, 2009). Silver (1997) refere ainda que a ligação da matemática com a criatividade não reside apenas na problematização, mas resulta da ligação entre a formulação e resolução de problemas e sugere que se pode promover a criatividade na matemática, mas tendo em atenção ao tipo de ensino utilizado, sempre alargado a todos os estudantes. Mann (2006) lembra que para ser reconhecida, apreciada e compartilhada, a criatividade é necessário que haja o “desenvolvimento de habilidades matemáticas de comunicação” (p. 251). Para Sriraman (2004) “ a criatividade matemática é como o processo que resulta em invulgares perspicazes soluções para um determinado problema, independentemente do nível” (p. 51).

Existem vários aspetos em comum entre as diferentes visões da criatividade, mas não há descrição padronizada da noção de criatividade (Meissner, 2005). Segundo o mesmo autor, “um ensino de matemática que promove o pensamento criativo necessita de ambientes específicos” (p. 1). Este autor tem desenvolvido investigação focalizada em três aspetos: elementos pessoais e sociais dos alunos; necessidade de "problemas difíceis"; incrementar capacidades importantes nos discentes.

No âmbito da matemática criativa, de acordo com Pelczer e Rodríguez (2011), a investigação em educação matemática, é sustentada pelo propósito de que a criatividade é possível estar presente em todos os alunos e pode ser promovida utilizando tarefas com estrutura ajustada. De acordo com os mesmos autores, os relatos primários na matemática criativa surgiram no âmbito do trabalho desenvolvido por matemáticos profissionais, tais como Poincaré (1948) e Hadamard (1954). Vale (2012), por sua vez, afirma que as tarefas de caráter exploratório permitem estimular alunos e professores para a matemática, promovendo a sua criatividade. A criatividade matemática é essencial no desenvolvimento de talento em matemática mas também é muito difícil de identificar e de avaliar (Mann, 2006).

Avaliar a criatividade na sala de aula

Meissner (2005) afirma que são necessários problemas “desafiadores” e “ideias espontâneas” para continuar a desenvolver habilidades individuais e sociais e para raciocinar criativamente, em educação matemática ou seja é imprescindível a utilização de problemas verdadeiramente provocadores. As tarefas apresentadas deverão desencadear nos alunos vontade para as resolver, desafiando-os deste modo a assumir um papel ativo na sua aprendizagem, levando-os a atuar criativamente.

Um dos focos da investigação é a ligação entre o conhecimento matemático e a criatividade (Pelczer & Rodríguez, 2011). Alguns autores (e.g. Silver, 1997) afirmam que a resolução de problemas de várias maneiras é uma expressão do pensamento criativo. Consequentemente, Pelczer e Rodríguez (2011), afirmam que a matemática criativa é definida como o processo em que os resultados são novos e/ou infinitas soluções e a formulação de novas questões e/ou possibilita que abandonem um velho problema para ser visto de um novo de ponto de vista.

Silver (1997) afirma que quando a resolução e a formulação de problemas são utilizadas na investigação orientada para o ensino da matemática, os alunos desenvolvem mais uma aproximação da criatividade na matemática.

De acordo com Silver (1997), Torrance (1988) refere os Testes Torrance de Pensamento Criativo (TTCT) – Torrance (1966, 1974) - que são usados com frequência para realizar a avaliação do pensamento criativo, de pessoas de várias idades, como resultado de anos de investigação sendo esta ferramenta um detetor/indicador da produção criativa, contemplando três dimensões de apreciação: fluência; flexibilidade; originalidade. Na literatura é possível encontrar diversos autores (e.g. Balka, 1974; Conway, 1999; El-Demerdash & Kortenkamp, s.d.; Leikin, 2009; Mann, 2006), que atestam que as produções dos alunos devem ser analisadas à luz destas três dimensões da criatividade. Do mesmo modo, Leikin, Koichu e Berman (2009), consideram estas três dimensões para a análise da criatividade ao nível da formulação de problemas. Por sua vez, Silver (1997) e Conway (1999) também consideram estas três dimensões na resolução de "Open-Ended Problems" ou seja os problemas abertos, uma vez que apresentam várias soluções na resolução dos mesmos. Do mesmo modo, Har e Kaur (1998), afirmam que a natureza aberta da tarefa se, por um lado permite ao estudante questionar-se e refletir, por outro lado permite aos alunos serem criativos na construção das respostas. Na literatura, alguns autores (e.g. Siswono, 2011) usam a terminologia fluência e flexibilidade, mas substituem originalidade por "novelty"(novidade).

Conway (1999) considera que os alunos precisam de desenvolver a "capacidade de pensar criativamente para resolver problemas" (p. 511). Por outro lado, Har e Kaur (1998) reforçam que o uso de diversificados métodos para a resolução problemas é uma forma subtil dos alunos realizarem conexões e exercitarem o pensamento flexível, uma dimensão da criatividade. É necessário um método para proceder à avaliação das respostas apresentadas pelos alunos aquando da resolução dos problemas abertos, utilizando para isso medidas de flexibilidade, fluência e originalidade para avaliar as representações dos alunos na resolução de problemas desta natureza (Conway, 1999).

De acordo com alguns autores (e.g. Balka, 1974; Conway, 1999; El-Demerdash & Kortenkamp, s.d.; Leikin, 2009; Mann, 2006), ao nível da resolução de problemas, as produções dos alunos devem ser analisadas contemplando três dimensões da criatividade: fluência, flexibilidade e originalidade. Na avaliação das três dimensões da criatividade na resolução de problemas consideram ainda que a *fluência* corresponde ao número de resoluções/respostas corretas diferentes perante um problema; a *flexibilidade* corresponde ao número de resoluções/respostas apresentadas que retratam diferentes formas de pensar ou seja de diferente natureza; a *originalidade* corresponde ao número de respostas únicas ou raras, por comparação com as resoluções da turma. Deste modo a resolução de problemas é um contexto privilegiado para o estudo da criatividade em matemática.

O produto da atividade matemática, nomeadamente aquando da formulação de problemas, também são problemas, pelo que é possível adaptar as técnicas avaliativas da extensiva pesquisa no campo da resolução de problemas (Leung & Silver, 1997). De acordo com Kontorovich, Koichu, Leikin e Berman (2011), diversos investigadores consideram que as tarefas de formulação de problemas podem ser uma ferramenta potente para avaliação da matemática criativa. Estes mesmos autores referem ainda o benefício de incorporar as tarefas de formulação de problemas no processo de ensino/aprendizagem da matemática está amplamente reconhecido pela comunidade de educação matemática. Para os matemáticos, segundo Silver (1997), a formulação de problemas trata-se do processo em que os alunos formulam um problema que não tenha sido resolvido por ninguém antes. O produto desta atividade pode ser avaliado para determinar a existência de criatividade.

Para avaliar a criatividade na formulação de problemas são utilizadas também as suas três dimensões- fluência, flexibilidade, originalidade- à semelhança do que acontece com a resolução de problemas. Neste sentido, Leikin, Koichu e Berman (2009), afirmam que *fluência* corresponde ao número de problemas levantados que se ajustam aos requisitos da tarefa; *flexibilidade* corresponde ao número de diferentes tipos de problemas colocados; *originalidade* corresponde ao número de problemas colocados serem únicos ou raros. Nesta investigação, foi seguido este procedimento para a análise ao nível da formulação de problemas, realizando uma adaptação da metodologia em termos de originalidade, considerando que para esta dimensão será considerados os diferentes tipos de problemas colocados serem únicos ou raros, sendo este último num máximo de duas díades.

Conway (1999) afirma que devem ser identificadas as categorias que incluem respostas que o investigador acredita serem originais ou matematicamente perspicazes. Ainda no âmbito da originalidade, Conway (1999) e Vale (2012) afirmam que para verificar a originalidade de uma solução no contexto de uma turma, pode-se recorrer a outros professores para colaborar na validação da escolha. Conway (1999) indica um método para a avaliação da fluência, flexibilidade e originalidade na resolução de problemas abertos sendo este composto por quatro fases: organização das possíveis soluções do problema por categorias; resolução dos problemas, pelos alunos; identificação das categorias em que se enquadram as respostas; pontuação dos estudantes para cada dimensão. Esta pontuação é dada às respostas dos alunos de acordo com cada área - fluência, flexibilidade e originalidade. Esta metodologia foi seguida ao longo deste estudo para a resolução de problemas. Por outro lado, foi realizado um ajuste de forma a utilizar esta metodologia na formulação de problemas. Neste sentido, após a organização dos problemas formulados pelas díades de acordo com a sua tipologia, foi analisado o desempenho geral quer da turma quer de cada uma das díades em estudo em termos de formulação de problemas, seguida da atribuição de pontuação a cada dimensão da criatividade.

Os alunos possuem diferentes origens e habilidades, o que leva a deterem diferentes potenciais e diferentes níveis de pensamento criativo (Siswono, 2011). Este mesmo autor, após uma investigação realizada, aponta níveis de pensamento criativo, baseados nas dimensões da criatividade – fluência, flexibilidade, originalidade (novidade)

– ao nível da resolução e formulação de problemas. Neste trabalho optou-se por adaptar as caraterísticas dos níveis de pensamento criativo inumeradas por este mesmo autor. Assim, apresentam-se quatro níveis de pensamento criativo, que são do nível 0 ao nível 3, respetivamente do pensamento menos criativo ao pensamento mais criativo, de acordo com as dimensões da criatividade aplicadas à resolução e à formulação de problemas. Os níveis bem como as respetivas caraterísticas são apresentados na seguinte tabela:

Tabela 1

Caraterísticas dos níveis do pensamento criativo (adaptado de Siswono, 2011)

Nível	*Caraterísticas dos níveis do pensamento criativo*
Nível 3	A díade é capaz de resolver problemas com mais do que uma solução e consegue representar outra forma de o resolver. Uma solução tem originalidade. Conseguem formular novos problemas. Um problema tem soluções diferentes ou diferentes métodos para o resolver. Alguns problemas construídos cumprem originalidade, fluência e flexibilidade. A díade tende a dizer que construir um problema é mais difícil do que resolver um problema, porque na resolução de problemas existe uma maneira certa para chegar à solução.
Nível 2	A díade é capaz de resolver um problema com mais do que uma solução mas não consegue apresentar outra maneira para o resolver. Uma solução tem a originalidade. Por outro lado, eles podem formular problemas originais. Um problema tem diferentes soluções mas não método diferente para o resolver. Eles conseguem utilizar um método diferente para a construção de um problema.
Nível 1	A díade é capaz de resolver um problema com mais do que uma solução mas não consegue representar outra maneira para o resolver. Nenhuma solução tem originalidade (novidade). Conseguem formular alguns problemas. Contudo o problema não apresenta-se completo. A construção de problemas cumpre fluência sem originalidade ou flexibilidade. A díade tende a compreender que diferentes métodos ou estratégias para resolver um problema é outro modo de resolução.
Nível 0	A díade não consegue resolver um problema com mais do que uma solução e não consegue representar outra maneira de o resolver. As soluções não cumprem originalidade, fluência e flexibilidade. Não conseguem formular problemas com originalidade ou flexibilidade. Os problemas não cumprem originalidade, fluência a flexibilidade. Os seus erros são causados pela falta de compreensão dos conceitos relacionados. A díade considera que a construção de um problema é mais fácil do que resolver um problema. Os problemas não são matematicamente possíveis.

Nesta investigação, quer a turma quer as díades em análise, em termos de pensamento criativo, serão categorizadas de acordo com os níveis anteriormente apresentados.

Estudos empíricos em Portugal

Na pesquisa realizada foi possível constatar que existem poucos estudos em Portugal que investiguem a criatividade no âmbito da matemática, na ótica da educação matemática. Foi possível encontrar investigações, no campo da psicologia, que direcionam o seu estudo para a criatividade e a matemática. No entanto, foi possível encontrar alguns estudos empíricos da criatividade em matemática, no âmbito da educação matemática.

Ferreira (2004) realizou um estudo em que o principal objetivo foi estudar a evolução do ensino da matemática ao longo do século XX, identificando, durante esta fase, a presença da criatividade, sob a forma de processos criativos, no currículo. Este reconhecimento foi realizado em manuais escolares adotados no 7º ano de escolaridade. A autora firma que a "metodologia seguida nesta abordagem é principalmente qualitativa, recorrendo à observação direta dos indivíduos perante situações do dia a dia" (p. 86). Este estudo apresentou uma base teórica que focou as *Reformas do ensino em Portugal no século XX* e a *Resolução criativa de problemas e o ensino da matemática*. Por outro lado, em termos empíricos, investigou *Processos criativos no ensino da matemática no século XX: Análise de manuais escolares*. Neste sentido, o manual foi o objeto de estudo e utilizou uma amostra de sete manuais, que abarcaram o período entre 1900 e 2000. Para tal foram criadas, grelhas de análise baseadas nos pressupostos teóricos já inumerados anteriormente. Neste trabalho, a autora concluiu que a matemática é uma ciência criativa e que existem diversas necessidades, em termos educativos, no campo da resolução criativa de problemas. Afirma por outro lado que, a criatividade sendo um conceito cada vez mais estudado, em termos curriculares, nomeadamente ao nível dos manuais, não aparece traduzido. Deste modo, a autora constatou preocupação crescente em termos visuais dos manuais, com maior diversificação ao nível da presença de processos criativos. Uma das utilidades do trabalho, segundo a autora, é estimular a análise crítica de manuais, verificando se um determinado manual considera a componente criativa, mais propriamente se "promove a resolução criativa de problemas" (Ferreira, 2004, p. 257).

Azevedo (2007), realizou um estudo com jovens do Ensino Básico. Este estudo, apesar de ter sido desenvolvido na área de especialização em psicologia da educação, apresenta, envolve a área da educação matemática e é pertinente a sua referência. A investigação direcionou o seu estudo para a forma de avaliar a criatividade nos alunos com vista à sua promoção, assentando em dois pontos fundamentais: o conceito de criatividade e a sua avaliação. A autora afirma ainda que o estudo empírico assumiu:

> Dois objetivos principais: o primeiro visou analisar oscilações da criatividade dos alunos (realizada por estes e percebida por estes e seus professores) ao longo do percurso escolar; o segundo passou por identificar relacionamentos entre diferentes fontes de avaliação da criatividade, nesse mesmo contexto educativo (p. iii).

Estas informações recolhidas foram de acordo com o género e o ano de escolaridade dos respetivos alunos bem como a área de ensino dos professores, sendo estas de matemática, português e educação visual. Tratou-se de um estudo de natureza quantitativa, abrangendo escolas públicas, sendo utilizada uma amostra de 348 alunos dos 5º, 7º e 9º anos de escolaridade. De acordo com a investigadora, é possível concluir que os professores dos grupos de português e educação visual revelam-se mais atentos ao desempenho criativo dos alunos ao longo da escolaridade, aproximando-se das suas perceções relativamente à realização criativa dos alunos. No entanto, os parâmetros em avaliação condicionam as descriminações realizadas pelos professores sobre a criatividade dos alunos assim como as conexões entre as diversas fontes de informação.

Mais recentemente, em 2012 Vale e Pimentel apresentam um estudo exploratório, no âmbito da formação inicial, onde se analisa de que modo uma proposta didática baseada na resolução de tarefas desafiantes contribui para o desenvolvimento do pensamento criativo. Este estudo defende que a resolução de problemas é uma capacidade transversal que deve ser desenvolvida pelos alunos ao longo do ensino básico, a par da comunicação e do raciocínio. Do mesmo modo, afirma que a aprendizagem matemática dos alunos deve incluir mais do que tarefas rotineiras, devendo ser enriquecida com outras, matematicamente desafiantes, como as de resolução de problemas. De acordo com os resultados já obtidos, segundo Vale e Pimentel (2012) foi possível verificar que os futuros professores recorrem a diferentes representações na resolução das tarefas propostas, evidenciando algumas capacidades de natureza criativa.

Por sua vez, Vieira (2012) desenvolveu um estudo onde pretendia observar e analisar a ação das crianças do pré-escolar assim como o seu desempenho na resolução de problemas matemáticos e correspondente ligação com a promoção da criatividade, no ambiente natural de sala de aula. Em termos teóricos, este estudo sustentou-se em diferentes prossupostos: A Educação Pré-escolar em Portugal e a Matemática; A Investigação e a Matemática Pré-Escolar; As Orientações Curriculares para a Educação Pré-Escolar; Resolução de Problemas em Matemática; Criatividade. Neste estudo, a autora, sendo observadora participante, optou por uma metodologia qualitativa, com base em dois estudos de caso contextualizados num grupo de onze crianças, realizando uma intervenção didática com a aplicação de seis tarefas. De acordo com esta autora, foi possível verificar que as crianças revelaram entusiasmo, motivação e envolvimento na realização das tarefas. Por outro lado, as diferentes representações por elas realizadas revelaram que as crianças pensam diversificadamente o que as levam a tomar diferentes opções. A autora deste trabalho concluiu que as tarefas aplicadas possibilitaram diversos e criativos modos de representações, sendo este um forte meio de comunicação das diferentes ideias matemáticas revelando o seu pensamento criativo.

CAPÍTULO III – METODOLOGIA E PROCEDIMENTOS

Neste capítulo foi explanada e fundamentada opção metodológica que sustenta este estudo. Portanto, é explicada a opção por uma metodologia qualitativa, no design estudo de caso. Apresenta-se seguidamente a prática profissional da investigadora bem como o papel desta, da turma e dos casos desempenhado ao longo deste estudo. É feita a descrição pormenorizada de todas as fases e procedimentos desta investigação bem como as fontes de recolha de dados, fatores que validam um estudo desta natureza. Finalmente é descrito o modo como foi realizada a análise dos dados.

A investigação qualitativa em educação

O estudo realizado contemplou o paradigma da investigação qualitativa. De acordo com Yin (2011), a vantagem deste tipo de pesquisa está no permitir a realização de estudos profundos relativos a um vasto conjunto de temas. Por outro lado, este autor também considera que, a pesquisa qualitativa deve assentar em cinco pressupostos em detrimento de uma definição única para este paradigma de investigação: estudar o significado do trabalho dos participantes em contexto real; representar os pontos de vista e perspetivas dos participantes em estudo; descrever as condições contextuais dos participantes; contribuir com ideias existentes ou emergentes e conceitos que podem ajudar a explicar o comportamento dos participantes; utilizar múltiplas fontes de evidências, em vez de depender de uma única fonte. Bogdan e Biklen (1994) corroboram com estas ideias ao afirmar que a investigação qualitativa apresenta cinco caraterísticas específicas: decorre em ambiente natural onde o pesquisador é a ferramenta principal na recolha de dados; é de carácter descritivo; enfatiza o processo em detrimento do produto; procede à análise dos dados indutivamente; valoriza o aspeto essencial do significado. Segundo os mesmos autores, existe uma diversidade de termos ligados a este paradigma tais como investigação etnográfica, naturalista, etnometodológica, fenomenológica ou até mesmo estudo de caso.

Na atualidade, a investigação qualitativa, surge como uma tendência fundamental no campo da investigação em educação. De facto, uma investigação desta natureza assenta em prossupostos do paradigma construtivista, tendo como pretensão o conhecimento das ideias, focalizando o estudo nas diferenças e semelhanças, nas particularidades emergentes devido ao contexto e que assumem um papel de elevado interesse (Guba & Lincoln, 1994). De facto, com a utilização de um paradigma qualitativo ambiciona-se alcançar uma explanação pormenorizada de um contexto específico, para promover a compreensão do pensamento dos intervenientes no estudo. Nesta metodologia qualitativa, segundo Bogdan e Biklen (1994), o investigador preocupa-se com a subjetividade que possa provir dos dados produzidos no estudo e beneficiam, principalmente, o entendimento dos comportamentos do ponto de vista dos participantes no estudo. De facto, no paradigma qualitativo, os investigadores usam um vasto conjunto de recolha de dados a partir do contexto natural, baseados em situações diárias dos alunos, das quais valorizam-se os documentos, as entrevistas e as observações (Vale, 2004).

Este estudo assumiu um cariz naturalista, uma vez que a investigação decorreu em contexto natural de sala de aula. Por outro lado, revestiu-se de índole etnográfica, caraterística também própria da investigação qualitativa, uma vez que se preocupou igualmente com as representações (Bogdan & Biklen, 1994). Naturalmente, a investigadora assumiu duplo papel na realização deste estudo, professora/investigadora, o que, de acordo com Bogdan e Biklen (1994) confere à investigação uma índole única Stake (2009), mas que por sua vez criou algumas complicações devido ao facto da investigadora e o objeto de estudo estarem próximos (Vale, 2004).

Yin (2011) reforça a ideia de que a ferramenta de recolha de dados primordial é o investigador e que este deve possuir caraterísticas específicas. Em primeiro lugar, "ouvir", que vai mais além do sentido da audição, apelando a todos os sentidos do investigador, incluindo mesmo as suas intuições, de modo a que este seja capaz de impregnar-se de grandes quantidades de informação sobre o ambiente, enriquecendo fortemente o trabalho de campo e suspeitando sempre da existência de algo entre linhas. "Fazer boas perguntas" promove também recolha de dados para a pesquisa, conferindo-lhe precisão e credibilidade, uma vez que sem elas, por vezes, é possível a recolha de uma grande quantidade de informação pouco relevante eescassa em informação crítica. "Saber sobre o seu tema de estudo" é das competências primordiais no paradigma qualitativo uma vez que requer que investigador tenha conhecimento sobre os resultados de pesquisas anteriores no âmbito do seu tema , incluindo as suas próprias metodologias, nomeadamente com a consulta de trabalhos recentes, teses, dissertações e apresentações públicas. "Preocupar-se com seus dados" sendo cauteloso com as notas de campo, arquivos eletrónicos ou qualquer outro documento ou artefacto uma vez que são únicos e originais, sendo impossível substituí-los. "Fazer tarefas paralelas" ao realizar observações de campo, simultaneamente tomando notas de campo e pensar nas implicações analíticas dos dados recolhidos o que exige uma atenção redobrada sem qualquer pausa. Finalmente, o investigador deve ser "perseverante" o que abrange uma variedade de qualidades, todas elas relacionadas com a capacidade de manter a busca constante de informação, mesmo confrontando-se com frustrações, incertezas, imprevistos ou até mesmo desafios.

No âmbito da investigação qualitativa, a análise de dados trata-se de um método indutivo, ou seja, as categorias e os padrões surgem dos dados recolhidos sem que exista a preocupação em que surjam evidências que atestem as hipóteses antes do desenvolvimento do estudo (Bogdan & Biklen, 1994). Por conseguinte, os estudos desta natureza apresentam maior conexão entre a teoria e a prática, tendo como questão primordial a compreensão das ideias.

Este estudo analisou de que forma poderá ser desenvolvida a criatividade dos alunos através da resolução e formulação de problemas, tendo em conta uma tipologia de tarefas e analisando as representações que os alunos utilizam nas suas resoluções. Neste sentido, foi adequada a utilização do paradigma qualitativo, uma vez que se pretende focalizar na explicação e categorização do fenómeno em estudo (Vale, 2004).

Esta investigação enquadrou-se num *design* estudo de caso "quando são procuradas descrição e explicação dos fenómenos mais do que a previsão baseada em relações causa-efeito" (Vale, 2004, p. 193). Deste modo e, segundo a mesma autora, a investigação de *design* estudo de caso apresenta-se com cariz particular e bastante pormenorizado. Stake (2009) afirma que "a investigação com estudo de caso não é uma investigação por amostragem. Não estudamos um caso com o objetivo primário de entender outros casos" (p. 20). Neste sentido, o autor afirma que o caso em estudo "até pode ser uma sala de aula cheia de crianças" (p. 16).

Como refere Ponte (1994), o estudo de caso:

> Visa conhecer em profundidade o seu "como" e os seus "porquês", evidenciando a sua unidade e identidade próprias. É uma investigação que se assume particularista, isto é, que se debruça deliberadamente sobre uma situação específica que se supõe ser única em muitos aspetos, procurando descobrir o que há nela de essencial e caraterístico (p. 4).

De acordo com este mesmo autor, o investigador pretendente interpretar uma situação e não modificá-la, tratando-se de uma investigação de essência empírica, baseada fundamentalmente no trabalho de campo e num estudo profundo dos documentos ou artefactos, ideias estas, corroboradas por Yin (2011). Neste sentido, Stake (2009) entende que o modo como o investigador e os casos se relacionam é singular e irrepetível em outros investigadores e outros casos.

Atendendo às intenções do estudo e possíveis abordagens, alguns autores (e.g. Stake, 2009; Yin 2009) reconhecem tipologias de estudo de caso. Yin (2009) considera que existe: estudo de caso exploratório, sempre que é realizado como uma investigação piloto do qual emerge informação introdutória tendo como base de sustentação uma investigação anterior; estudo de caso descritivo, sempre que o intuito da investigação é a realização de uma exposição pormenorizada de um fenómeno que se encontra dependente de um conjuntura específica; estudo de caso analítico, sempre que os resultados do estudo se enquadram numa relação causa-efeito, que farão parte de novas conjeturas ou aperfeiçoam as conjeturas já existentes.

Neste sentido, Stake (2009) afirma que podemos ter um estudo de caso: intrínseco, em que é direcionada a atenção para um caso específico, uma vez que existe o interesse em pormenorizar o referido caso; instrumental, sempre que se pretende uma perceção geral na compreensão de um assunto ou na sustentação de uma hipótese; coletivo, sempre que é realizada a investigação de diversos casos em simultâneo para compreender um fenómeno. De acordo com Vale (2004), o limite entre o estudo de caso intrínseco e o estudo de caso instrumental é ténue, pois existem vários pontos em comum que se vão (re)erguendo durante o estudo.

Esta investigação foi realizada numa turma de vinte e um alunos, organizados em dez díades, incidindo mais especificamente sobre duas díades, em contexto de sala de aula, sendo a investigadora docente da turma, na disciplina de matemática. Esta investigação, como foi anteriormente referido, tem como foco principal analisar de que forma poderá ser desenvolvida a criatividade dos alunos através da resolução e formulação de problemas, tendo em conta uma tipologia de tarefas e analisando as representações que os alunos utilizam nas suas resoluções. Neste sentido e tendo em consideração a tipologia de estudo de caso sugerida por Stake (2009), esta investigação ajusta-se ao estudo de caso instrumental, visto que apresenta uma rica e pormenorizada narração, assim como a correspondente análise, adotando também um carater expositivo e explicativo (Yin R. , 2009).

Participantes no estudo

A professora/investigadora

No paradigma da investigação qualitativa, nomeadamente no design estudo de caso, o investigador pode participar e observar, enquanto que recolhe dados e faz anotações sobre o seu campo de estudo, os seus participantes bem como as próprias atitudes dos participantes (Yin R. , 2011), assumindo deste modo um papel extremamente ativo e fulcral na investigação que está a decorrer. Bogdan & Biklen (1994) afirmam que, o investigador é o instrumento principal, tendo acesso à fonte direta dos dados em ambiente natural. De acordo com Vale (2004), a observação participante é um dos modos de observação em quem observador integra a situação que será estudada e, logicamente terá efeito sobre os factos em estudo.

A professora, que assumiu simultaneamente o papel de investigadora, tem como formação base a licenciatura em professora do ensino básico, variante

Matemática/Ciências da Natureza. Possuía, a data deste estudo, cerca de 12 anos de experiência na área do ensino, dos quais, cerca de 4 anos ao nível do primeiro ciclo e os restantes 8 anos, ao nível do segundo ciclo. Para além de trabalhar com turmas do currículo normal, também lecionou em Percurso Curricular Alternativo (PCA), Plano de Programa Integrado de Educação e Formação (PIEF) e Educação e Formação de Adultos (EFA). Possui formação musical, desde tenra idade, área que sempre acompanhou e relacionou, sempre que apropriado, com a matemática.

Nesta investigação, realizada numa turma constituída por vinte e um alunos, organizados em dez díades, em que focalizou-se a análise em duas díades, a professora da turma assumiu simultaneamente o papel de investigadora. Esta tarefa levada a cabo pela professora/investigadora, complexa e árdua, assim como o facto de estar muito próxima dos participantes no estudo, possibilitou a vivência interna das situações que ocorriam na sala de aula, mantendo e criando ligações com os participantes de modo a promover um ambiente natural e descontraído para a realização da investigação. Neste sentido, as caraterísticas da observadora promoveram a validade do estudo por meio de situações vividas em contexto natural, ajustadas às vivências das díades, onde foram sempre valorizadas as questões de cariz aberto e que surgiam com o decorrer das situações, assim como os diálogos e momentos informais de extrema riqueza para o desenvolvimento deste estudo. As tarefas aplicadas ao longo do estudo assim como as resoluções apresentadas pelas díades, ricas em representações, permitiram a realização de questões, desenvolvimento de diálogos, redação de notas sempre com o intuito de compreender todo o trabalho desenvolvido pelas díades.

Enquanto professora de matemática desta turma, a investigadora proporcionou sempre um bom ambiente de trabalho, de forma a que as díades sentissem liberdade de expressão e desta forma pudessem emergir mais facilmente processos criativos. Deste ambiente fez sempre parte o fundo musical calmo e relaxante, o qual extremamente apreciado por todos os alunos da turma, segundo os seus comentários, atribuindo à aula de matemática um carater mais informal. Por outro lado, foi de encontro às necessidades, interesses e motivações das díades de forma a promover momentos de aprendizagem de extremo significado.

A proximidade da investigadora ao contexto do estudo, se por um lado foi uma grande vantagem uma vez que estava intrinsecamente ligada a todos os fenómenos que ocorriam em sala de aula, por outro lado, causou algumas dificuldades e problemas no desempenho desta função nomeadamente: no registo das observações realizadas; na forma como intervir para não condicionar as observações; no abdicar da própria opinião na análise dos dados; no distanciamento das díades necessário para conseguir observar e analisar de forma imparcial. Sinteticamente, consiste em saber gerir a observação em simultâneo com a participação, ou seja, ser capaz de interpretar os fenómenos tendo em conta todo o conhecimento de quem é parte integrante da situação e paralelamente ser capaz de narrar toda a situação, como se fosse observador externo. Todas estas situações complexas de gerir, foram promotoras de grande ansiedade por parte da investigadora.

Atendendo ao nível de ensino das díades e ao próprio contexto de estudo, esta foi a forma mais apropriada para compreender e interpretar todos os fenómenos, uma vez que possibilitou uma execução, por parte das díades mais autêntica. No entanto, recorreu-se de forma sistemática à articulação entre as diferentes ferramentas para a recolha de dados assim como a ponderação sobre as mesmas, permitindo validar com rigor e veracidade o estudo e deste modo reduzindo o risco de subjetividade.

Naturalmente, com este duplo papel, professora/investigadora, surge ainda uma terceira faceta correspondente ao desenvolvimento quer pessoal quer profissional da investigadora, uma vez que aprofundou de forma inequívoca o seu conhecimento de forma a promover maior qualidade em todo o seu desempenho enquanto docente, procurando constantemente informação atualizada e capaz de sustentar o trabalho desenvolvido assim como possibilitar a reflexão constante de todo o seu trabalho, numa perspetiva construtivista, sempre aberta a novas propostas e desafios.

A turma

O estudo foi aplicado nesta turma uma vez que era a única turma de currículo normal que tinha sido atribuída à docente nesse ano letivo.

Os alunos desta turma pertenciam a uma área sócio económica média baixa, e não se verificavam problemas graves, capazes de influenciar o seu desempenho ao nível escolar. Todos viviam com os pais em núcleos familiares de reduzida dimensão, com poucos irmãos ou em situação de filho único. Três alunos viviam somente com a mãe, e quatro vivem também com os avós. Dois dos alunos têm pouco contacto com o pai, pois trabalham fora do país, estando muito tempo ausentes. Na maior parte dos casos as famílias são bem estruturadas. Existem situações em que se pode deduzir existirem problemas no exercício da autoridade no processo educativo dos filhos.

Relativamente à área comportamental, a turma apresentava um comportamento pouco satisfatório. Evidenciava dificuldades no cumprimento de regras de sala de aula, apresentando uma participação muito desorganizada, falta de ritmo de trabalho, de concentração e de autonomia. Alguns alunos eram muito faladores, perturbando o desenrolar das atividades, e prejudicando o desempenho da turma. Eram crianças com atitudes ainda muito infantis e choravam facilmente, quando repreendidos; a estes fatores acrescia ainda uma atitude generalizada de intriga infantil associada a um protecionismo desajustado por parte dos pais, que causava muitas vezes ambientes de desconforto no seio da turma.

No que concerne à área cognitiva, o ritmo da turma era lento mas a maioria dos alunos acompanhava as aulas de forma satisfatória.

A turma era constituída por vinte e dois alunos, mas apenas vinte e um frequentavam a aula de matemática, em virtude de um aluno possuir currículo específico individual e a área de matemática funcional era trabalhada com uma outra professora, num outro horário diferente da turma, o que levava a que ele não estivesse presente na sala de aula.

Os Casos

A turma ficou dividida em dez díades, tendo uma delas três elementos uma vez que a turma tinha vinte e um elementos. Cada díade da turma representava uma possibilidade de caso a estudar, uma vez que de acordo com Vale (2004), na investigação qualitativa, os participantes são amostras geralmente são reduzidas de uma dada população, emergentes do contexto e investigadas com profundidade. A eleição do centro de qualquer investigação, independentemente de ser um lugar, uma escola, ou até mesmo um conjunto de participantes é sempre considerado como uma atitude pouco naturalista, uma vez que irá existir a segmentação de um todo de onde faz parte o foco do estudo (Bogdan & Biklen, 1994). Apesar deste facto, na investigação qualitativa, o investigador tem necessariamente que considerar o foco da investigação integrado no seu contexto, nunca deixando de ter em conta a demarcação do campo do estudo, de forma a mante-lo sob controlo.

Vale (2004) afirma que os casos mais ricos repletos de informação são os que permitem a recolha de informações acerca do estudo e simultaneamente possam vir a responder às questões da referida investigação. Deste modo, os critérios utilizados para a selecção das díades foram: sejam extremos; correspondam à maior diversidade possível de reações; sejam típicos; sejam especialmente problemáticos; sejam particularmente interessantes; o nível de desempenho dos elementos da díade ser diferente. Os critérios foram utilizados com vista a recolher o máximo de informação com todos os suas particularidades, sobre o problema em estudo, tendo também em conta o facto de os alunos apresentarem diferente nível de aproveitamento assim como serem bons comunicadores revelando capacidades em termos de expressão escrita e expressão oral. Estes mesmos critérios foram já utilizados por outros autores (e.g. Abrantes, 1994). Na turma, estas capacidades quer orais quer escritas não estavam muito desenvolvidas na maioria dos alunos, o que exigiu um trabalho contínuo e persistente, que decorreu na fase anterior à investigação, de forma a não tornar-se um fator limitante ao estudo. No que respeita ao nível de aproveitamento ser diferente nos elementos da díade, este critério foi considerado, de acordo com Ventura et al. (2002) que afirmam que as díades devem ser "assimétricas" contemplando alunos de diferentes caraterísticas quer em termos de competências matemáticas quer em termos de competências sociais e de personalidade, para que as interações sejam mais ricas. Por outro lado, segundo estes mesmos autores, os estudos realizados por César (2000) referem que:

> Não só se observam progressos para os alunos que interagem com um par mais competente (colega ou professor), mas também o par mais competente surge beneficiado pelo facto de interagir com o par menos competente, pois o próprio processo interativo permite uma co-construção de saberes (p. 7).

Neste trabalho estipulou-se um número de casos que, atendendo às caraterísticas do presente estudo, constituísse uma extensão de trabalho que a investigadora fosse capaz de abarcar. No início do estudo, decidiu-se escolher três casos, no entanto, com o decorrer deste estudo, este número alterou-se. Numa primeira fase da análise dos dados foi possível constatar que um dos casos não se destacava em relação à turma, ou seja as suas produções enquadravam-se no trabalho desenvolvido pela maioria das díades da turma. Deste modo, selecionaram-se dois casos, ou seja duas díades, para uma análise mais profunda.

A investigadora tinha como expectativas que alunos com menor nível de aproveitamento fossem igualmente capazes de revelar capacidades no âmbito das dimensões da criatividade. Para além do referido anteriormente, foi tido em conta os alunos revelarem maior predisposição para participar no estudo e terem disponibilidade para reunir com investigadora quando necessário. É de ressalvar que a turma não tinha conhecimento de que apenas dois casos seriam analisados exaustivamente, pois poderia tornar-se uma limitação do estudo uma vez que os alunos poderiam desmotivar ao saberem que a sua díade não seria um dos casos em estudo, existiu deste modo a necessidade de realizar procedimentos idênticos para todas as díades, obtendo mais informações do que o necessário para o desenvolvimento deste estudo.

A seleção das díades só aconteceu no segundo período. Ao longo do primeiro período, a investigadora recolheu dados que permitissem caraterizar a turma e cada díade em particular. Neste sentido, recorreu aos registos biográficos dos alunos, ao projeto curricular de turma e à observação ao longo das aulas de matemática, nas quais era docente da disciplina.

Ao longo das aulas de matemática, a resolução e a formulação de problemas, o desenvolvimento da comunicação quer escrita quer oral, o raciocínio e a argumentação, a exploração das diferentes estratégias de resolução de problemas, bem como a organização dos trabalhos apresentados assumiram um papel de destaque no processo de ensino-aprendizagem. É de salientar que só nesta fase a maioria dos alunos tiverem o primeiro contacto, em termos escolares, com a formulação de problemas. As aulas decorriam num ambiente em que, para além de promover o gosto pela matemática, os alunos eram incentivados a procurar diferentes formas de pensar ou diferentes soluções para um mesmo problema e sempre à procura de soluções novas, diferentes de todos os outros, apelando à expressão do seu pensamento, privilegiando a expressão escrita e apelando à criatividade de cada díade. Por outro lado, desde o início do ano foi incrementado o trabalho em díade e, quando este ocorria, os alunos trabalhavam sempre com uma música ambiente, revelando-se uma estratégia importante na criação de um ambiente descontraído e ao mesmo tempo estimulante para trabalhar em matemática. Toda esta dinâmica facilitou a recolha de dados utilizados para a caraterização da turma assim como das díades, tendo em conta aos critérios anteriormente referidos.

Deste modo, após a análise de todos os dados recolhidos e atendendo aos critérios de seleção já mencionados, optou-se pelos "Matmasters" e "Resolucionistas".

Procedimentos

Este estudo realizou-se no ano letivo 2011/2012, numa escola do Ensino Básico do 2º e 3º ciclos numa turma de 5º ano, do 2º ciclo de uma área de periferia de cidade pertencente ao distrito do Porto. O nível de ensino e a turma onde foi realizada a investigação foram escolhidos atendendo à experiência profissional da investigadora e à turma que no início do ano letivo lhe foi atribuída.

O primeiro passo foi a entrega do pedido de autorização por escrito à direção da escola (Anexo I) para o desenvolvimento da investigação, de acordo com Stake (2009). Após o parecer favorável da direção da escola, a investigadora contactou os encarregados de educação e comunicou à turma o trabalho que seria desenvolvido assim como as caraterísticas gerais do estudo e da sua implementação, em conformidade com Bogdan e Biklen (1994), garantindo-lhes total anonimato dos seus participantes. Quer os alunos quer os encarregados de educação mostraram-se bastante recetivos ao projeto tendo estes últimos assinado as respetivas autorizações (Anexo II).

Este estudo decorreu em diferentes momentos, mais propriamente entre maio de 2011 e dezembro de 2012. A preparação do estudo decorreu entre maio e agosto de 2011, nomeadamente com a pesquisa e recolha bibliográfica, a elaboração do projeto e a revisão da literatura. Dado que a investigadora trata-se de uma docente contratada, apenas foi colocada na escola onde viria a desenvolver-se o estudo em finais de agosto. Por este motivo, o acesso à escola e à turma apenas ocorreu no mês de setembro desse mesmo ano, com: o pedido de autorização aos órgãos de gestão da escola; o contacto com os alunos e apresentação do estudo; o pedido de autorização aos encarregados de educação. Ainda neste mês, foi possível realizar a caraterização dos alunos, com o inicio da recolha de dados relativamente aos mesmos, numa primeira fase acedendo aos processos individuais, por meio da ficha de caraterização individual dos aluno e mais tarde recorrendo ao projeto curricular de turma onde foi possível recolher a caraterização da turma e do contexto escolar; a fundamentação das opções educativas; as opções e prioridades curriculares; os procedimentos relativos à avaliação. A avaliação diagnóstica realizada à turma foi também um importante instrumento de recolha de informação, neste caso, no âmbito da disciplina de matemática, sendo deste modo possível reconhecer as competências evidenciadas pela turma nesta área.

Nos primeiros dias de aulas foram criadas as díades de trabalho, inicialmente atendendo às preferências dos alunos, que foram sendo reajustadas ao longo do primeiro período, sempre que necessário e atendendo às caraterísticas do estudo. Por outro lado, nesta fase inicial e atendendo ao horário estipulado para a disciplina de matemática, decidiu-se que a aplicação das tarefas que deste estudo decorreriam à quarta-feira, ao longo de todo o ano letivo, uma vez que se tratava de duas aulas consecutivas de quarenta e cinco minutos, sendo que o outro dia da semana com igual período de aulas a esta disciplina estava envolvido num trabalho observação por parte de futuros educadores/professores. Para que as tarefas que compõem esta investigação fizessem parte de uma rotina da aula de matemática, a docente criou a rubrica "Vamos aprender a resolver problemas" neste dia da semana, onde as díades experimentaram diferentes estratégias de resolução de problemas dotando-as de ferramentas, no âmbito da resolução e formulação de problemas, que poderiam vir a utilizar em futuras resoluções. À quarta-feira, independentemente do trabalho realizado ao longo dos outros dias da semana, era sempre desenvolvido um trabalho em díade seguido da exploração das tarefas em grande grupo – a turma, com a realização de tarefas matemáticas, mais propriamente, problemas abertos na sua solução ou fechados na sua solução com múltiplas hipóteses de estratégias de resolução, dentro dos diferentes temas e respetivos tópicos que iam sendo abordados ao longo das semanas. Esta turma, pela primeira vez iria contactar com o atual Programa de Matemática (PMEB), o que veio a tornar este trabalho inicial, fundamental para o desenvolvimento desta investigação. O trabalho desenvolvido, por outro lado, foi de extrema importância para, numa fase posterior, escolher as díades que constituiriam os casos deste estudo.

Na fase seguinte, que decorreu entre os meses de outubro e dezembro de 2011, o trabalho decorreu essencialmente em torno das tarefas com a seleção das mesmas, pretendendo que estas assumissem um papel desafiante, ao mesmo tempo que estivessem contextualizadas e fossem significativas, motivadoras e que respondessem aos interesses dos alunos; a organização da sequência de aplicação das tarefas assim como a preparação dos materiais. Em simultâneo, foram-se definindo os critérios de seleção das díades que viriam a constituir os casos a estudar.

O desenvolvimento do trabalho de campo constitui uma nova etapa deste estudo e decorreu já em 2012, entre os meses de janeiro e junho. Esta foi uma das etapas mais complexas da investigação pois exigiu um grande trabalho por parte da investigadora uma vez que era simultaneamente a docente da turma, como já foi referido anteriormente. Nos três primeiros meses do ano, entre janeiro e março, procedeu-se à seleção das díades a estudar e à verificação de todas os materiais a utilizar na aplicação das tarefas. Nesta fase, cada uma das díades foi convidada a criar um nome para o seu grupo de trabalho. A experiência didática teve o seu início em abril com a implementação de um questionário inicial intitulado " O que penso e sinto em relação à criatividade e à matemática" (Anexo III), onde pretendia-se verificar o ponto de vista dos alunos no campo da criatividade e da matemática. Seguiu-se a realização da experiência didáctica com a implementação das tarefas que compunham este estudo, estando todas elas contextualizadas com o tema abordado, de acordo com a planificação realizada para o ano letivo da professora/investigadora no seio do grupo disciplinar de matemática da escola.

Seguidamente, entrou-se numa nova fase do estudo, que decorreu de junho a setembro de 2012, onde foi realizada a descrição dos casos e efetuada a análise e interpretação dos dados recolhidos por meio dos diversos documentos, das observações e das entrevistas. Ao longo da análise dos dados, foi constante a procura de padrões e relações num procedimento cíclico (Huberman & Miles, 1994). Por outro lado, procedeu-se à categorização dos dados atendendo às questões da investigação e a determinados dados que foram surgindo durante a investigação, expostos pelos participantes, tendo sempre por base a fundamentação teórica revista.

Finalmente, entre setembro e dezembro do mesmo ano, decorreu a redação final da dissertação. Durante este período, foi realizada a revisão final de literatura de forma a sustentar toda a atividade desenvolvida assim como as escolhas realizadas no campo da metodológica. Este procedimento foi realizado ao longo de toda a investigação, numa relação constante entre a fundamentação teórica, a experiência didática e a análise e interpretação dos dados recolhidos.

A tabela 2 apresenta, de forma sintetizada, os diferentes momentos do estudo, cronologicamente identificados.

Tabela 2

Desenvolvimento do estudo

Etapas do estudo	Data	Procedimentos
2011		
Preparação do estudo	maio e junho julho julho e agosto	Pesquisa e recolha bibliográfica Elaboração do projeto Revisão de literatura
Acesso à escola e à turma	setembro	Pedido de autorização aos órgãos de gestão da escola Contacto com os alunos, apresentação do estudo e pedido de autorização aos Encarregados de Educação Caraterização dos alunos e criação das díades
Escolha das tarefas	outubro, novembro e dezembro	Definição dos critérios de seleção das díades

		Seleção das tarefas e organização da sequência de aplicação das tarefas Preparação dos materiais
2012		
Desenvolvimento do trabalho de campo	janeiro, fevereiro, março e abril maio e junho	Seleção das díades Verificação de todos os materiais a utilizar na aplicação das tarefas Aplicação do questionário inicial, das tarefas Gravação vídeo e áudio das aulas, recolha dos documentos e análise dos dados Realização das entrevistas Aplicação do questionário final
Re(construção) de significados	junho a setembro	Descrição dos casos Análise e tratamento de dados
Redação da dissertação	setembro a dezembro	Revisão final de literatura Conclusão da análise de dados

Recolha de dados

Segundo Vale (2004), neste paradigma de investigação, os dados são equiparados a "evidências", tendo o pesquisador que fazer a recolha de dados até estes se repetirem, a partir de diversas ferramentas. Na investigação qualitativa "os dados recolhidos são designados por qualitativos, o que significa ricos em pormenores descritivos relativamente a pessoas, locais e conversas, e de complexo tratamento estatísticos" (Bogdan & Biklen, 1994, p. 16).

Segundo Yin (2011), o investigador enquanto participante deve realizar a recolha de dados através de entrevistas, observação, a recolha e análise dos documentos produzidos pelos alunos e o seu "feeling". Por sua vez, Vale (2004) afirma que existem vários métodos de recolha de dados no trabalho de campo e sendo os mais privilegiados: observações, entrevistas e os documentos. Por conseguinte, neste estudo foram utilizadas diversas fontes e instrumentos de recolha de dados e de informações para estruturar, edificar e fundamentar criteriosamente este estudo, tendo sempre em conta o problema e as questões do estudo. Em particular, recorreu-se a: observações, entrevistas semiestruturadas, registos áudio e vídeo e documentos vários.

Observações

Vale (2004) defende que a observação é o melhor método de recolha de dados, pois possibilita a comparação entre "aquilo que se diz ou não se diz, com aquilo que se faz" (p. 181). Neste estudo, optou-se por realizar observação participante. A propósito desta metodologia, Vale (2004) refere que, segundo Yin (1989), a observação participante representa uma forma peculiar de observação no qual o pesquisador não é apenas um observador passivo mas cumpre determinado papel na situação que está a ser investigada ou participa em atividades relativas a ela. Yin (2011) acrescenta que a observação participante é uma forma de pesquisa de campo sustentada na definição do campo do mundo real em estudo de acordo com o investigador que participa e observa ao mesmo tempo que realiza notas acerca do campo em estudo, dos participantes e das duas atitudes. A observação participante é utilizada quando se pretende conhecer procedimentos, dinâmicas e pontos de vista dos participantes numa dada situação (Ponte, 1994).

"O investigador tem que tomar notas de vária ordem" (Vale, 2004, p. 183). As notas de campo, segundo Bogdan e Biklen (1994), devem sempre que possível ser realizadas no mesmo dia da observação ou se não for possível, as notas devem ser devidamente identificadas, pois esta é uma forma rápida de lembrar o dia da observação bem como os detalhes da mesma. De acordo com os mesmos autores, podem assumir duas vertentes: de natureza descritiva e/ou de natureza reflexiva. Neste sentido foi elaborado um diário de *notas de campo* para proceder às respetivas anotações.

As observações realizadas pela professora/investigadora em ambiente naturalista de sala de aula foram de extrema importância para conhecer as diferentes atitudes dos alunos durante a realização das tarefas. Recaíram sobre tudo nas atitudes das díades aquando da realização das tarefas que incorporam este estudo.

A opção pela observação participante, atribui à investigadora o papel de principal instrumento de recolha de dados, sendo que esta assumiu simultaneamente o papel de docente de matemática da turma. Deste modo, esta dualidade professora/investigadora exigiu uma minuciosa preparação do fenómeno "observação" uma vez que existia a impossibilidade da maioria dos registos serem realizados aquando da observação. Foi uma tarefa de extrema complexidade conseguir estar atenta ao trabalho desenvolvido pelas díades, incitando-as e desafiando-as a novas e diferentes formas de pensar, e fazer o registo em forma de notas de campo. Neste sentido, a professora/investigadora registou os aspetos mais pertinentes ao longo das aulas e após estas, registar toda a ação num documento, registo de observação (Anexo IV), de forma a sintetizar todas as ideias. Este possuía vários campos para o registo de diversas informações que mais tarde foram muito úteis na descrição do desenvolvimento da aplicação das tarefas. Como já foi referido anteriormente, as tarefas que integravam este estudo eram aplicadas à quarta-feira, na parte da tarde. À noite e na manhã do dia seguinte, a investigadora realizava as descrições das ações apoiando-se nas notas de campo, observando os vídeos e as fotografias, ouvindo os diálogos gravados mas também analisando as produções das díades, de onde surgiam questões que viriam a orientar as entrevistas que decorriam na primeira parte da tarde.

Entrevistas

"Mesmo que queira ser um bom ouvinte, isso não significa apresentar-se como uma pessoa completamente passiva em qualquer local dado" (Yin R. , 2011, p. 26). Na entrevista da investigação qualitativa, ainda de acordo com este autor, o investigador tem como objetivo descobrir os significados atribuídos pelos participantes do estudo assim como as suas interpretações e pontos de vista perante as tarefas apresentadas, assumindo deste modo um formato de conversação. "As entrevistas que efetuam são mais semelhantes a conversas entre dois confidentes" (Bogdan & Biklen, 1994, p. 68).

Vale (2004) afirma que as entrevistas são necessárias para recolher dados, que não seja possível de obter por observação, bem como para clarificar as ideias expressas pelos participantes. De acordo com Stake (2009), na investigação qualitativa, o entrevistador deverá redigir um conjunto de perguntas, tendo sempre por foco o problema em estudo, pois o seu objetivo não é obter respostas como "sim" ou "não", mas alcançar uma narração dos factos para a sua compreensão. Estas questões devem assumir um sentido formativo, como por exemplo "como pensas-te?" ou ainda "não ouves o teu colega?". Yin (2009) refere que a vantagem do uso de entrevistas semiestruturadas é a redução da complexidade na apresentação e análise dos dados. A entrevista semiestruturada é composta por algumas questões mas que não encerram em si a entrevista, ou seja, à medida que esta vai decorrendo, poderá avançar numa ou outra direção, mediante o entrevistado, mas nunca foge ao controlo do entrevistador. Nesta investigação, foi utilizada a entrevista semiestruturada (Anexo V) às díades em estudo, utilizando questões de cariz aberto de forma a estimular as díades a reagirem de forma natural. Neste estudo, depois das observações realizadas analisaram-se os registos escritos das díades assim como as narrações das observações, de onde surgiam questões que orientavam a entrevista, tendo sempre por base o problema em estudo, a clarificação de desempenho das díades e que fossem capazes de demonstrar as particularidades dos entrevistados que, segundo Yin (2009), permitem-nos recolher dados pormenorizados de acordo com a perspetiva dos entrevistados. A professora/investigadora, ao longo do estudo, procurou desenvolver um ambiente de cordialidade e de segurança, não divergindo das opiniões dos entrevistados, demonstrando total imparcialidade, de modo a proporcionar um ambiente em que os participantes pudessem expor os seus pontos de vista. As entrevistas semiestruturadas foram realizadas no dia seguinte à aplicação das tarefas e sempre que foi pertinente para o desenvolvimento do estudo, num período que os alunos estavam na área de estudo acompanhado, de onde os alunos saíam e vinham para uma outra sala onde se encontrava a investigadora. Por vezes eram chamadas outras díades, para além das díades que eram os casos de estudo, para que os alunos mantivessem a ideia de que todas estavam a ser estudadas em profundidade.

Questionários

"Os questionários têm o mesmo propósito das entrevistas, mas com questões impressas" (Vale, 2004, p. 180). Segundo a mesma autora, estes são compostos por questões de natureza aberta ou fechada, que permitem obter determinada informação e até podem ser aplicados mesmo sem a presença da investigadora.

Neste estudo foram aplicados dois questionários, ambos com perguntas de cariz aberto e cariz fechado: questionário inicial e questionário final. O primeiro, intitulado de " O que penso e sinto em relação à criatividade e à matemática" (Anexo III), pretendia-se verificar o ponto de vista dos alunos no campo da criatividade e da matemática. Em cada uma das tarefas, é apresentado um pequeno questionário (Anexo XXI) onde as díades apresentavam o seu ponto de vista relativamente à tarefa que tinham acabado de realizar. Por outro lado, o questionário final l(Anexo XXII) tinha como objetivo saber a opinião dos alunos à cerca das diferentes tarefas assim como sobre o desenvolvimento deste estudo em par/díade.

Estes questionários, após a sua aplicação, foram analisados e interpretados com o objetivo de, num primeiro momento, conseguir caraterizar a opinião dos participantes sobre o assunto em estudo e numa segunda fase compreender de que modo as tarefas e a metodologia de trabalho eram apropriadas, mais uma vez, de acordo com o ponto de vista dos participantes.

Documentos

"Recolher dados através do estudo de documentos segue a mesma linha de pensamento que observar ou entrevistar" (Stake, 2009, p. 84). Por outro lado, Vale (2004) afirma que dos documentos fazem parte todos os dados existentes, antes e ao longo da investigação, entre eles relatórios, fotografias, transcrições, entre outros. Ainda relativamente aos documentos, Yin (2009) valoriza a importância de recorrer a esta fonte de dados. Por outro lado, afirma que dos documentos proveem dados que certificam e comprovam evidências propostas por outro tipo de fontes de dados.

Os documentos abrangem todos os registos escritos e figurativos, bem como todos os materiais e informações recolhidas. Os documentos essenciais para este estudo foram as tarefas propostas às díades, sendo que estas serão exploradas de forma exaustiva no

Capítulo IV - A experiência didática. Foram utilizadas tarefas com múltiplas soluções e tarefas apenas com uma solução e múltiplas estratégias de resolução, privilegiando os contextos figurativos. As tarefas e a sequência da aplicação das mesmas foram de extrema importância. Neste estudo, depois da escolha do conjunto das tarefas e da sequência da sua aplicação, estas foram sujeitas a uma análise profunda por especialistas da área, assim como docentes do mesmo nível de ensino no qual se encontravam os alunos, tendo as mesmas sofrido pequenos ajustes para estarem perfeitamente harmonizadas com o problema em estudo e com os próprios interesses dos alunos.

Na realização do estudo foram analisados todos os documentos produzidos pelos alunos, as gravações vídeo e áudio, os questionários, o projeto curricular de turma, o processo individual dos alunos, as planificações realizadas em grupo disciplinar de matemática, os registos relativos ao percurso dos alunos, todas as notas retiradas pela investigadora ao longo do estudo – Notas de Campo - assim como a reflexões realizadas no fim de cada aula onde decorreu a implementação deste projeto. Sempre que necessário, para completar todo o processo de recolha de dados, foram realizados registos fotográficos, preservando sempre a identidade dos participantes.

Registos vídeo e áudio

Em investigação, a utilização de registos audiovisuais não reúne consenso. De acordo com Patton (2002), esta é uma fonte fundamental de recolha de dados enquanto que, de acordo com Lincoln e Guba (2000) consideram que devem ser usados unicamente em situações pontuais uma vez que se trata de um agente estranho e que poderá condicionar e impedir a comunicação dos participantes no estudo.

No sentido de reduzir o risco da utilização destas fontes referido por alguns autores, a investigadora, em aulas anteriores às da implementação das tarefas que incorporam este estudo, colocou a câmara no local que esta viria a ocupar assim como fez circular o gravador por diversas díades. Deste modo, o risco desta fonte assumir-se como o condicionante das atividades foi reduzido. O mesmo foi feito com a máquina fotográfica, que, segundo Bogdan e Biklen (1994), um dos modos de o investigador ser um fotógrafo "invisível" é por meio da familiaridade com o objeto e não pela distração. Deste modo, os participantes, mesmo com a utilização dos meios audiovisuais apresentaram um comportamento natural e espontâneo.

Por conseguinte, a aplicação das tarefas assim como as entrevistas, foram registadas em vídeo, em áudio e sempre que possível em fotografia, salvaguardando sempre o anonimato dos participantes. Todos estes registos foram atenciosamente visionados e ouvidos pela investigadora, tendo sido feita a transcrição dos momentos principais que complementaram os registos resultantes da observação.

A Análise de dados

"Analisar é um processo de estabelecer ordem, estrutura e significado na grande quantidade de dados recolhidos e começa no primeiro dia em que o investigador entra em cena" (Vale, 2004, p. 183). De facto, ao longo do estudo, o momento da análise de dados corresponde a uma fase crucial da investigação. Um dos pontos fulcrais da análise de dados é a busca de padrões e de solidez (e.g. Bogdan & Biklen, 1994; Stake, 2009) mantendo os casos, o problema em estudo e as questões dele emergentes bem focados (Stake, 2009).

Vale (2004) afirma que, segundo Wolcott(1994), a análise de dados é formada por três constituintes que na maioria das vezes não se conseguem dissociar: *a descrição*, que consiste em o investigador aproximar-se o mais possível dos dados recolhidos em contexto natural; *a análise*, que corresponde à forma como o investigador estrutura e descreve os dados, uma descrição que procura as causas e as relações entre elas; *a interpretação*, em que o investigador busca o significado daqueles fatores à luz do problema em estudo. Os investigadores qualitativos devem possuir uma caraterística crucial para estudos desta natureza – serem verdadeiros "contadores de histórias" (Vale, 2004).

Ao longo de uma investigação, são recolhidos um vastíssimo conjunto de dados mas nem todos apresentam-se como necessários para a compreensão do problema bem como para resposta às questões que dele emergem. Neste sentido, é necessário que exista um modo de os estruturar, retirando o que é essencial no estudo que se está a desenvolver. Neste sentido, Huberman e Miles (1994), recomendam um modelo de análise composto por três momentos: *a redução dos dados*, que corresponde à forma de focalizar a procura no essencial por meio da simplificação, transformação e organização dos dados, permitindo que seja possível alcançar as derradeiras conclusões, sendo que este processo é contínuo ao longo da investigação; *a apresentação dos dados*, que corresponde à junção dos dados organizados de forma a emergir as conclusões para intervir; *as conclusões e a verificação*, que corresponde à consciencialização das conclusões que surgiram naturalmente desde o início do estudo e que assumem nesta fase um carater mais definitivo, acabando por ser naturalmente verificadas.

Ao longo desta investigação, foi recolhido um amplo conjunto de dados e simultaneamente iniciou-se a análise dos mesmos. No entanto, o ponto alto da análise de dados ocorreu aquando da finalização da recolha de dados. Nesta fase, todos os dados recolhidos durante a investigação, desde as produções das díades, as gravações áudio e vídeo, notas de campo, relatos da investigadora redigidos tendo por base as observações realizadas, entre outros documentos, foram cuidadosamente organizados. Seguidamente, procedeu-se a uma análise atenta e detalhada dos dados com vista a seriá-los e entender o problema que estava a ser estudado, conferindo sentido e paralelamente dando resposta às questões da investigação.

Todo o trabalho desenvolvido foi processo dinâmico e cíclico, apostando sempre na revisão das ideias e conclusões realizadas na fase anterior de forma a ter presente todas as ideias expostas, bem como a descoberta de novas relações e transformá-las em categorias de análise (Huberman & Miles, 1994). Focalizou-se a procura na descoberta de padrões e relações entre as respostas apresentadas pelas díades, tentando categorizá-las, tendo em conta as questões e o problema em estudo bem como elementos que surgiram durante a investigação.

Deste modo, surgiram as categorias que foram estipuladas atendendo às questões que decorreram do problema em estudo e aos dados que foram surgindo ao longo da investigação, centrando-se em categorias: a criatividade quer na resolução quer na formulação de problemas e as representações. Estas categorias estipuladas, tinham como propósito serem pormenorizadas, autónomas e únicas associadas a indicadores que simplificassem a análise dos dados. Em seguida, na tabela 3, é apresentada uma síntese das categorias de análise utilizadas:

Tabela 3

Categorias e indicadores de análise

Categorias de análise			Indicadores	Referências
Criatividade	Resolução de problemas	Fluência	A díade apresenta várias soluções para o problema.	(Silver, 1997; Conway, 1999; El-Demerdash & Kortenkamp, s.d.; Vale, 2012)
		Flexibilidade	A díade apresenta diferentes formas de pensar.	
		Originalidade	A díade apresenta soluções únicas ou raras.	
	Formulação de problemas	Fluência	A díade cria problemas ajustados à informação dada.	(Leikin, Koichu, & Berman, 2009 ;Kontorovich, Koichu, Leikin, & Berman, 2011)
		Flexibilidade	A díade cria problemas de diferentes tipos.	
		Originalidade	A díade cria problema(s) únicos ou raros.	
Representações		Ativas	A díade cria materiais para resolver o problema.	(Bruner, 1977)
		Icónicas	A díade resolve o problema utilizando figuras, imagens, esquemas, diagramas ou desenhos.	
		Simbólicas	A díade resolve o problema utilizando símbolos matemáticos.	

Durante a investigação qualitativa, existe a necessidade de utilizar métodos que confiem rigor bem como explicações alternativas, não ficando apenas subjugado à intuição, confirmando, deste modo a validade ao estudo. Este fenómeno é chamado de "triangulação" (Stake, 2009). Vale (2004) fortifica esta ideia ao afirmar que "os dados que surgem a partir de dados têm de ser testados pela sua plausibilidade (razoabilidade), a consistência e a confirmação, isto é, a sua *validade*" (p. 186).

Num estudo qualitativo, para manter a qualidade do mesmo (e.g. Huberman & Miles, 1994), existem determinadas regras e métodos que devem ser cumpridos: *a confirmabilidade*, trata-se da segurança de que as conclusões dependeram somente dos participantes e as condições em que decorreu o estudo; *a fidedignidade*, que corresponde à confiança que o estudo deixa transparecer, mantendo-se sólido e bastante seguro com o passar do tempo; *a credibilidade*, facto decisivo, que pretende saber se os resultados decorridos da investigação possuem sentido; *a transferibilidade*, que se refere ao facto de ser possível estender as conclusões do estudo a outras situações.

Para garantir a qualidade e o rigor desta investigação e com base em toda a fundamentação anteriormente apresentada, foi necessário realizar uma série de procedimentos nomeadamente: estar continuamente ligado ao contexto do estudo assim como os próprios participantes, mantendo a proximidade do problema em estudo, realizando a triangulação de métodos e fontes; efetuar trocas de ideias com colegas do mesmo nível de ensino assim como especialistas da área; realizar descrições pormenorizadas bem como referências emergentes dos dados recolhidos; realizar uma escolha prudente e criteriosa dos casos a estudar; refletir conjuntamente com a orientadora sobre as metodologias e os caminhos a percorrer ao longo do estudo.

Neste sentido, foram estipulados e estruturados dois casos para o estudo - "Matmasters" e "Resolucionistas" – para os quais foi implementado o mesmo método de conduta na recolha de dados assim como na organização da análise de forma a conservar a invulnerabilidade dos dados. Por outro lado, uma vez que estes dois casos foram estudados no seu contexto, foi necessária a realização de uma descrição detalhada da turma.

CAPÍTULO IV – A EXPERIÊNCIA DIDÁTICA

Este capítulo apresenta a experiência didática que foi desenvolvida ao longo desta investigação. Seguidamente são descritas as tarefas propostas apresentando as particulares de cada uma, nomeadamente o seu enquadramento, os objetivos a elas intrínsecos assim como os desempenhos esperados. Finalmente é apresentado o desempenho das díades que compunham a turma, nas diversas tarefas que constituem o estudo.

Desenvolvimento da Experiência

Este estudo realizou-se numa escola do Ensino Básico do 2º e 3º ciclo, no segundo ciclo, no ano letivo 2011/2012, uma vez que a investigadora/professora era docente no referido ciclo e da turma onde foi aplicado o estudo. Como foi indicado anteriormente, trata-se de uma investigação de natureza qualitativa, segundo um *design* estudo de caso em que os casos serão duas díades, acompanhadas em contexto natural da turma a que pertenciam.

A experiência didática subjacente a esta investigação decorreu, ao longo das aulas de matemática 2º ciclo, 5º ano de escolaridade, numa turma de vinte e um alunos, entre os nove e os onze anos, organizados em díade. Pretende-se analisar de que forma poderá ser desenvolvida a criatividade dos alunos através da resolução e formulação de problemas, tendo em conta uma tipologia de tarefas e analisando as representações que os alunos utilizam nas suas resoluções, tendo-se enunciado como principais questões orientadoras as perguntas: Q1. Como se carateriza a criatividade dos alunos ao nível das suas percepções, reações e seu desempenho? Q2. Que representações são utilizadas pelos alunos na resolução e formulação de problemas? Q3. Que tipos de tarefas promovem resoluções mais criativas? Q4. Qual o nível de pensamento criativo dos alunos envolvidos?

A experiência didática executada baseou-se num processo de ensino-aprendizagem da matemática em que o foco do estudo articula criatividade com a resolução e a formulação de problemas, para o qual foram selecionadas um conjunto de tarefas, quer de resolução quer de formulação de problemas, que são o alicerce desta investigação. Na base da seleção das tarefas estiveram critérios anteriormente referidos, nomeadamente o facto de serem apresentadas tarefas desafiadoras que proporcionassem múltiplas resoluções e que estas pudessem revelar um cariz criativo. Por outro lado, desejava-se que as tarefas fossem de encontro aos interesses dos alunos, permitindo conexões, exigindo diversos níveis de exigência cognitiva que proporcionassem múltiplas forma de aprendizagem (Vale & Pimentel, 2012).

As tarefas de resolução e de formulação de problemas foram recolhidas atendendo ao problema em estudo, analisadas e seriadas, privilegiando-se as de contextos figurativos. Após a seleção das tarefas, estas foram ajustadas aos interesses, gostos e preferências dos alunos assim como ao nível de ensino a que estes pertenciam. Por fim, foram criteriosamente examinadas por especialistas da área bem como por docentes do nível de ensino a que pertenciam os alunos. Todos os procedimentos foram realizados tendo em vista o desenvolvimento do estudo num ambiente naturalista, descontraído e de acordo com as realidades dos alunos.

Ao longo do ano letivo, todas as quartas-feiras, durante a aula de matemática, existia a rubrica "Vamos aprender a resolver problemas", com o objetivo de alfabetizar os alunos quanto à resolução de problemas, uma vez que, por questões de distribuição de horário e duração das aulas, nos outros dias em que a turma tinha aula era de todo impossível a aplicação das tarefas que viriam a constituir a investigação. Deste modo, as tarefas deste estudo surgiram naturalmente, sem que fosse novidade para os alunos a forma de as aplicar e deste modo condicionasse o desempenho das diferentes díades. Neste sentido, as tarefas foram também exploradas atendendo ao modelo da Polya (2003) de acordo com as quatro fases que propõe: compreender o problema; estabelecer um plano; executar o plano; verificar os resultados, fases estas que foram sugeridas aos alunos que as utilizassem sempre que defrontados com um problema. O objetivo principal da criação desta rubrica semanal era habituar as díades a responder, a raciocinar e a apresentar explicações para as suas resoluções, de forma a desenvolver a comunicação matemática, com a orientação da professora que levantava questões e pedia justificações. Por outro lado, foram exploradas diferentes estratégias de resolução de problemas de forma a dotar as díades de ferramentas que poderiam ser cruciais no futuro, aquando da aplicação das tarefas relativas ao estudo. Antes da aplicação da primeira tarefa que fazia parte do conjunto de tarefas que constituíam este estudo, foi apresentado um PowerPoint (Anexo VI) que os estimulasse na busca de mais, de melhores e de novas estratégias e/ou soluções assim como esclarecesse as diferentes díades quanto ao objetivo da aplicação deste conjunto de tarefas. No desenvolvimento da investigação, foram utilizadas, como já referido, catorze tarefas, problemas abertos ou fechados na sua resposta e abertos nas múltiplas possibilidades de estratégias de resolução, no âmbito da resolução e da formulação de problemas.

As tarefas da experiência didáctica foram aplicadas a toda a turma, com a realização das mesmas, de forma individual, por parte de cada uma das díades. As díades começavam por realizar primeiro a tarefa de resolução de problemas e numa segunda fase da aula a tarefa de formulação de problemas, sempre com um fundo musical. Ao longo da implementação das tarefas, as díades enfrentaram com naturalidade a presenta da câmara de vídeo do gravador áudio, assim como da máquina fotográfica, uma vez que a investigadora já tinha utilizado estes instrumentos em algumas aulas anteriores a implementação do estudo. Por outro lado, foi necessário um grande esforço por parte da investigadora para que nenhuma das díades da turma descobrisse que apenas duas delas seriam alvo de estudo exaustivo, uma vez que poderia ser um constrangimento ao desempenho natural das díades. As diferentes díades eram sempre incentivadas na busca de mais e diferentes soluções para os problemas propostos. Esta fase foi o principal momento de recolha de dados nomeadamente com as gravações vídeo e áudio, o registo de notas de campo mais direcionadas para o problema em estudo, a descrição do desenvolvimento da tarefa imediatamente a seguir à implementação da mesma e as entrevistas com os casos do estudo. Na aula seguinte à da aplicação das tarefas, era realizada a síntese das mesmas em grande grupo, partindo da exposição das resoluções das díades, sempre das mais comuns para as mais raras. Como já foi explicado anteriormente, esta metodologia de trabalho já era uma rotina para a turma o que permitia, por parte dos alunos, procedimentos completamente naturais. Em cada uma das tarefas, é apresentado um pequeno questionário (Anexo XXI) onde as díades apresentavam o seu ponto de vista relativamente à tarefa que tinham acabado de realizar. Após a implementação de todas as tarefas que compunham o estudo, foi aplicado um questionário final (Anexo XXII) que tinha como objetivo compreender o impacto causado pelas diferentes tarefas assim como a opinião sobre o desenvolvimento deste estudo em par/díade.

Neste trabalho naturalista, as tarefas tiveram um papel fundamental, com o foco na criatividade e na resolução e formulação de problemas. No desenvolvimento das aulas, percorreu-se o modelo das cinco práticas de Stein, et al. (2008), tendo a professora: realizado previamente a resoluções das tarefas identificando todas as possíveis abordagens que poderiam surgir; acompanhado o trabalho realizado e o empenho em particular das díades durante a aplicação das tarefas num ambiente descontraído; selecionado os alunos para a apresentação do seu trabalho à turma. Escolhendo os alunos para fazerem a apresentação dos trabalhos realizados, organizando-os de modo a que a apresentação fosse feita do mais comum para o mais diverso; promovido as conexões entre as resoluções e as ideias matemáticas.

Esta investigação decorreu ao longo do terceiro período do ano letivo, onde foi realizada a experiência didática, nas quais os alunos foram convidados a analisar, resolver e discutir as tarefas propostas, dando importância à comunicação quer oral quer escrita, nomeadamente as representações realizadas pelos alunos. As diversas tarefas propostas foram apresentadas de forma desafiadora, motivando os alunos para a procura da mais e diferentes formas de resolver.

Em cada aula de noventa minutos, os alunos tinham que realizar duas tarefas: uma de resolução e outra de formulação de problemas. Inicialmente pensou-se em indicar aos alunos que cada tarefa deveria ser resolvida em quarenta e cinco minutos. Mas durante a aplicação da primeira tarefa verificou-se que algumas díades já tinham realizado a primeira tarefa e que aguardavam a hora para o início da segunda tarefa, desperdiçando deste modo tempo que poderia ser útil mais tarde. Nessa altura, foi dada a indicação, que poderiam gerir o tempo em função das suas necessidades, desde que, no fim dos noventa minutos, as tarefas estivessem concluídas. Foi notório que, nas tarefas de formulação de problemas, os alunos despendiam bastante mais tempo, pois consideravam ser uma tarefa mais exigente.

A turma nunca teve conhecimento que apenas duas díades eram objecto de estudo, pensando sempre que toda a turma seria analisada de forma exaustiva. Durante a aplicação das tarefas, a professora/investigadora esteve sempre atenta à turma, escutando as ideias que expressavam quer no papel quer em diálogos entre os elementos das díades, levantando questões ao mesmo tempo que desafiava na busca de novas representações ou até mesmo soluções. Ao longo desse período de tempo, os alunos tinham à sua disposição, para além das folhas com o enunciado da tarefa, folhas brancas e depois também folhas quadriculadas na eventualidade de sentirem necessidade de experimentarem. A professora/investigadora, extra-aula, realizava uma breve análise das resoluções apresentadas pelas diferentes díades. Por outro lado, realizou as entrevistas/"conversas" sempre que considerava pertinente. Na aula seguinte, era promovido o debate em grande grupo, solicitando às díades que apresentassem as suas conclusões, fazendo a exposição das resoluções atendendo ao que já foi referido que primeiramente fossem apresentadas as mais comuns e as resoluções mais originais seriam as últimas a serem expostas. Esta partilha em grande grupo permitia que algumas díades mais tímidas, nas tarefas seguintes, tornassem-se mais ousadas na busca das soluções, por vezes por analogia com resoluções exploradas anteriormente na sala de aula. A recolha dos dados foi realizada de forma holística, onde se incluem as observações na sala de aula, questionários, notas de campo, entrevistas e produções escritas dos alunos. Para melhor percecionar a ideia que os alunos tinham sobre criatividade, em particular a criatividade em matemática, foi realizado um inquérito no início da implementação da experiência didática. Do mesmo modo, no fim da aplicação das tarefas, foi realizado um inquérito final onde os alunos exprimiam a sua opinião relativamente ao facto das tarefas serem criativas ou serem promotoras de produções criativas, ao grau de dificuldade das tarefas, assim como à metodologia de trabalho em díade.

Já foi referido previamente que as produções dos alunos foram em duas vertentes, resolução e formulação de problemas. A análise da criatividade aquando da resolução de problemas, teve por base as três dimensões da criatividade – fluência, flexibilidade, originalidade – atendendo às perspetivas de Conway (1999), Silver (1997) e El-Demerdash e Kortenkamp (s.d.). Como já foi explanado aquando da revisão de literatura, para a dimensão da *fluência* foram contabilizadas e analisadas o número de respostas ou estratégias de resolução diferentes corretas perante um problema; para a dimensão da *flexibilidade* contabilizou-se e analisou-se o número de respostas ou estratégias de resolução apresentadas que retratam diferentes formas de pensar; para a dimensão da *originalidade* contabilizou-se e analisou-se o número de respostas únicas ou raras, num máximo de duas díades, por comparação com as respostas ou estratégias de resolução da turma. Esta análise realizou-se tarefa a tarefa, quer nos casos em estudo quer na própria turma. Relativamente à análise da criatividade na formulação de problemas, seguiu-se as perspetivas de Leikin, Koichu e Berman (2009) considerando para a dimensão da *fluência* o número de problemas levantados que se ajustam aos requisitos das tarefas; para a dimensão da *flexibilidade* o número de diferentes tipos de problemas colocados; para a dimensão da *originalidade* o número de problemas colocados por, no máximo duas díades ou por mais nenhuma díade. Inicialmente estava previsto utilizar na formulação de problemas o mesmo processo de análise e categorização utilizado na avaliação da criatividade na resolução de problemas. No entanto, este é um tema novo neste tipo de trabalho para os participantes no estudo. Por outro lado, a formulação de problemas exige saber resolver problemas e um conteúdo mais alargado o que dificultou o desenvolvimento do trabalho, atendendo ao nível de ensino, às caraterísticas da turma, aos problemas de linguagem por eles demonstrados assim como à sua dificuldade de mobilizar conhecimentos matemáticos para novas situações. Neste sentido, decidiu-se analisar tarefa a tarefa o desempenho da turma e dos casos, de forma similar ao processo realizado para a resolução de problemas. No entanto, devido às razões anteriormente clarificadas, ao nível das três dimensões da criatividade – fluência, flexibilidade, originalidade – a apreciação realizou-se tendo em conta o desempenho geral, quer da turma quer dos casos, no conjunto das tarefas de formulação de problemas.

Na resolução e na formulação de problemas, foi utilizada uma tabela para cada situação (Anexo XXIII) para facilitar a análise das produções dos alunos de acordo com a fluência, flexibilidade e originalidade. Esta tabela será apresentada devidamente preenchida aquando das conclusões retiradas deste estudo.

O conjunto de tarefas de resolução de problemas, como já foi referido anteriormente, de acordo com o PMEB (ME-DGIDC, 2007) enquadrou-se no tema Números e Operações e pertence ao tópico Números Racionais não negativos. As tarefas enquadraram-se neste tema, uma vez que, segundo a planificação realizada em grupo disciplinar no início do ano letivo, no período de recolha de dados, este seria o tema que estaria a ser estudado no momento. Quanto às tarefas de formulação de problemas, assumem um carater mais geral, onde as díades poderiam fazer conexões com qualquer tema.

As tarefas

Ao longo deste estudo pretendeu-se que as díades estivessem envolvidas e interessadas nas tarefas propostas, provocando nas mesmas um sentimento de novidade e desafio, de modo a que ficassem motivados para a realização das tarefas, sempre na busca constante de mais, melhores e novas estratégias de atuação. As tarefas assumiram o papel de consolidação dos subtópicos já abordados ao longo das outras aulas, estando enquadradas no tema números e operações e no tópico números racionais não negativos.

A seleção das tarefas envolveu uma ampla pesquisa e foi realizada tendo por base um vasto conjunto de propostas de natureza aberta, envolvendo a resolução e a formulação de problemas e em que as existisse diversas de estratégias de resolução ou diversas soluções. Utilizaram-se tarefas de contexto figurativo e contexto numérico, quer na resolução quer na formulação de problemas. Deste modo recorreu-se a uma ampla pesquisa bibliográfica sobre tarefas, cuja sua natureza privilegiasse a criatividade e a resolução e a formulação de problemas. A análise desses documentos possibilitou a seleção das tarefas que demonstraram em consonância com o problema em estudo. Para apropriar as tarefas recolhidas ao nível de ensino que iriam ser aplicadas realizaram-se algumas adaptações.

A professora/investigadora propôs tarefas que, no decurso do processo de ensino aprendizagem da matemática, assumem um papel fulcral. Foram avaliadas como sendo tarefas potencialmente criativas uma vez despertam a descoberta e a estruturação e edificação do próprio conhecimento (Ponte, 2007). As tarefas constituem um "desafio intelectual", que promovem o pensamento, o raciocínio e que estimulam diversificadas conexões com diferentes temas da matemática assim como outras áreas, sendo facilitadoras do desenvolvimento das habilidades para a resolução e formulação de problemas bem como da própria comunicação (Vale, 2011). Por outro lado, as tarefas de natureza aberta promovem a exploração e a investigação bem como a curiosidade o que leva ao desenvolvimento do pensamento divergente. De acordo com diversos autores, (Conway, 1999; Silver, 1997; Vale & Pimentel, 2012), esta forma de pensamento é a sustentabilidade da criatividade matemática e assenta em três domínios: fluência, flexibilidade e originalidade. Silver (1997), considera também que a criatividade encontra-se intrinsecamente ligada a diversos aspetos, sendo eles o conhecimento flexível e aprofundado de diferentes domínios do conteúdo, o empenho e presistência, a célere e atípica compreensão, estando qualquer um destes aspetos sob uma possível influência das experiências ou situações de ensino. As tarefas propostas são de cariz aberto, problemas abertos, de múltiplas soluções ou problemas com uma solução mas com múltiplas estratégias de resolução. As tarefas apresentam diferente contexto: figurativo, tarefas 1, 2, 6, 1F, 2F, 5F e 6F; numérico, tarefas 3, 4, 5, 7, 4F e 7F; figurativo/numérico, tarefa 3F. A sua sequência teve em conta o grau de dificuldade das mesmas, sendo aplicadas da mais fácil para a mais complexa.

Neste sentido, as tarefas e a sequência da aplicação das mesmas foram de extrema importância. As tarefas aqui apresentadas são adaptações de tarefas propostas inicialmente por Vale, Sousa, e Pimentel, (2007); Vale, Fão, Alvarenga, Sousa, e Pimentel (2008); Vale e Pimentel (2012). Neste estudo, depois da escolha do conjunto das tarefas e da sequência de aplicação, estas foram detalhadamente analisadas por especialistas da área, assim como docentes do mesmo nível de ensino no qual se encontravam os alunos, tendo as mesmas sofrido pequenos ajustes para estarem perfeitamente harmonizadas com o problema em estudo e os próprios interesses dos alunos.

Seguidamente são apresentadas as tarefas, devidamente enquadradas, com os respetivos objetivos assim como os desempenhos previstos por parte das díades. As tarefas não foram identificadas por nomes mas só por numeração, de um modo especial, para não condicionar os possíveis contextos no caso da formulação de problemas. Apresentam-se também algumas das resoluções expostas pela turma que são devidamente justificadas ao longo do texto.

Resolução de problemas

Tarefa 1

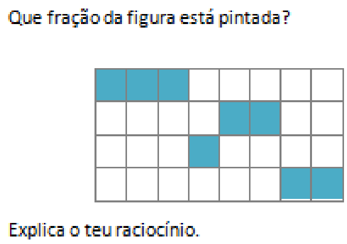


Figura 1. Enunciado da tarefa 1

Esta tarefa (Anexo VII) foi escolhida uma vez que encontra-se intrinsecamente relacionada com o tópico que os alunos encontravam-se a estudar, números racionais não negativos. Foi a primeira a ser proposta uma vez que, no conjunto de tarefas escolhidas, considerou-se esta a mais acessível para o conjunto de alunos que participavam neste estudo.

Tabela 4

Caraterísticas da tarefa 1

TAREFA	CARATERÍSTICAS
Objetivos	◆ Compreender e usar um número racional como quociente; ◆ Recorrer a representações de números por frações; ◆ Promover a procura de estratégias para resolver problemas; ◆ Favorecer a comunicação oral com vista à promoção da comunicação escrita; ◆ Utilizar variadas representações; ◆ Proporcionar a oportunidade de explorar diferentes situações onde os racionais surgem em variados contextos; ◆ Favorecer a mobilização de conhecimentos adquiridos em experiências anteriores; ◆ Utilizar e expor o raciocínio de forma organizada.
Expectativas	Para esta tarefa, perspetivava-se que as díades escrevessem que a fração que representava a parte pintada era $\frac{8}{32}$, tendo por base a noção de fração na sua interpretação como parte/todo. Eventualmente, poderiam visualizar uma figura equivalente onde se deslocavam os quadrados pintados posicionando-os numa só linha, na horizontal, e deste modo seria representado por $\frac{1}{4}$.

Todas as díades da turma recorreram a representações icónicas e/ou simbólicas, apresentando como solução para este problema a fração $\frac{8}{32}$, afirmando que 32 era o total das quadrículas que constituíam o retângulo e que 8 correspondia às quadrículas pintadas. Das dez díades, cinco conseguiram visualizar que, se deslocassem todas as quadrículas pintadas de modo a formar uma linha horizontal ou uma coluna vertical, estava pintado $\frac{1}{4}$ da figura. A "Matgénios" afirmaram que se dividissem cada quadrícula em duas ou quatro partes iguais, conseguiam identificar como frações representativas da parte pintada, respetivamente, $\frac{4}{16}$ e $\frac{2}{8}$. Uma outra díade, "Matcrânio", para além destas frações, conseguiu ainda identificar mais quatro frações representativas da parte pintada da figura, usando "metade da fração que descobrimos e o dobro". Esta díade também calculou frações equivalentes a $\frac{8}{32}$, sendo elas $\frac{16}{64}$, $\frac{32}{128}$, $\frac{64}{256}$ e $\frac{128}{512}$. Apresenta ainda reticências como forma de indicar que ainda existiam mais possibilidades.

Tarefa 2

A professora Ana decidiu fazer com os seus alunos bandeirinhas para enfeitar a festa da vila. Propôs alguns materiais para a sua construção: folhas de papel retangulares brancas; marcadores ou lápis de cor; cola; régua; palitos ou palhinhas e instruções para a sua construção. Cada aluno teria de dividir a folha de papel em partes geometricamente iguais, tantas quantas conseguisse, de acordo com o país: país dos "meios" $\frac{1}{2}$; país dos "terços" $\frac{1}{3}$; país dos "quartos" $\frac{1}{4}$. Depois de dividir o papel teriam de colorir cada uma com diferentes cores e construir noutro papel um dístico com o nome do país.

Apresenta diferentes possibilidades de construir as bandeiras do país dos "meios", dos "terços" e dos "quartos".

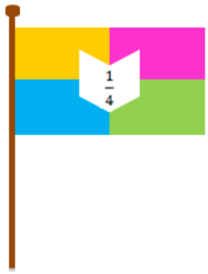


Figura 2. Enunciado da tarefa 2

Esta tarefa (Anexo VIII), apresenta um grau de dificuldade mais elevado em relação à anterior. É considerada uma tarefa da aberta, por esse motivo possibilitou variadas representações por parte das díades. Esta tarefa envolveu mudança de estratégia na sua aplicação que decorreu da observação sobre o trabalho realizado. A folha branca disponibilizada, para alguns alunos, estava a tornar-se numa limitação, condicionando a visualização assim como a prova da equivalência de partes obtidas após a divisão das bandeiras. Neste sentido, foi disponibilizada uma folha de papel quadriculado, para mais facilmente apresentar as suas resoluções.

Tabela 5

Caraterísticas da tarefa 2

TAREFA	**CARATERÍSTICAS**
Objetivos	◆ Compreender e usar um número racional como quociente; ◆ Representar, figurativamente, uma fração; ◆ Promover a procura de estratégias para resolver problemas; ◆ Favorecer a comunicação oral com vista à promoção da comunicação escrita; ◆ Utilizar representações variadas; ◆ Utilizar variadas representações; ◆ Proporcionar a oportunidade de explorar diferentes situações onde os racionais surgem em variados contextos; ◆ Favorecer a mobilização de conhecimentos adquiridos em experiências anteriores; ◆ Utilizar e expor o raciocínio de forma organizada.
Expectativas	Para esta tarefa, perspetivava-se que as díades representassem a bandeira sob a forma de um retângulo. Para o "país dos meios", esperava-se que apresentassem a bandeira dividida em duas partes iguais por meio de uma repartição na horizontal e/ou na vertical e/ou na diagonal. No que se refere ao "país dos terços", era expectável que apresentassem a bandeira dividida em três partes iguais por meio de uma repartição na horizontal e/ou na vertical. Finalmente, no que se refere ao "país dos quartos", era previsível que apresentassem a bandeira dividida em quatro partes iguais por meio de uma repartição na horizontal e/ou na vertical.

A turma apresentou resoluções dentro das expectativas existentes para as resoluções dos alunos, recorrendo a representações simbólicas, apresentando a divisão das bandeiras para os diferentes países quer na horizontal e/ou na vertical e/ou na horizontal, tendo todas demonstrado um desempenho semelhante. No entanto, duas díades da turma destacaram-se uma vez que apresentaram resoluções diferentes no papel quadriculado para o país dos quartos. Os Matcrânio apresentaram a divisão da bandeira na vertical obtendo a bandeira dividida em dois retângulos iguais. Seguidamente, dividiu cada um dos retângulos, por uma das suas diagonais, em duas partes iguais, obtendo deste modo um retângulo dividido em quatro triângulos congruentes, como é possível observar na figura seguinte:

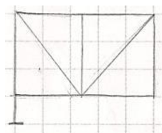


Figura 3. Resolução dos Matcrânio

Por sua vez, Marculianos realizaram a divisão da bandeira primeiramente na horizontal, obtendo a bandeira dividida em dois retângulos congruentes. De seguida, dividiu cada um dos retângulos, por uma das suas diagonais, em duas partes iguais, obtendo deste modo um retângulo dividido em quatro triângulos congruentes, como é possível observar na seguinte figura:

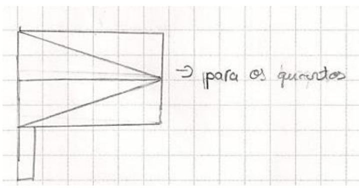


Figura 4. Resolução dos Marculianos

Tarefa 3

Como posso dividir dois chocolates por três crianças? Com que parte ficará cada uma das crianças?

Apresenta, por escrito, o teu raciocínio.

Figura 5. Enunciado da tarefa 3

Esta tarefa (Anexo IX), apresenta maior grau de abertura relativamente às anteriores. Devido à sua natureza, apresenta maior liberdade de exploração do problema, possibilitando o aparecimento de múltiplas representações. No que respeita ao contexto, este é acessível às díades, satisfazendo em grande escala as preferências dos diferentes elementos da turma. Neste sentido, torna-se deste modo um incentivo à realização da tarefa.

Tabela 6

Caraterísticas da tarefa 3

TAREFA	CARATERÍSTICAS
Objetivos	◆ Compreender e usar um número racional como quociente; ◆ Mobilizar múltiplas representações na procura das soluções dos problemas; ◆ Incentivar a procura de estratégias diversificadas para resolver problemas; ◆ Utilizar variadas representações; ◆ Proporcionar a oportunidade de explorar diferentes situações onde os racionais surgem em variados contextos; ◆ Promover a comunicação oral com vista à promoção da comunicação escrita; ◆ Utilizar múltiplas representações; ◆ Favorecer a mobilização de conhecimentos adquiridos em experiências anteriores; ◆ Utilizar e expor o raciocínio de forma organizada.
Expectativas	Para esta tarefa, perspetivava-se que as díades esquematicamente conseguissem chegar à solução do problema ou ainda que conseguissem indicar que cada criança comeria $\frac{1}{3}$ de cada um dos chocolates.

No conjunto das díades da turma, apenas uma não conseguiu chegar à solução do problema. Algumas díades apenas utilizaram representações icónicas, nomeadamente esquemas, enquanto outras articularam representações icónicas com representações simbólicas, concluindo que cada criança comia $\frac{1}{3}$ de cada chocolate. Os Matgénios, concluíram que "cada criança ficará com duas partes iguais ou seja ficaria com $\frac{2}{3}$ de chocolate" uma vez que "os dois chocolates correspondiam a $\frac{6}{3}$ ". No entanto, os Criativos apresentarem duas soluções diferentes, atendendo a duas representações diferentes do chocolate se este tivesse: a forma de um rectângulo e fosse cada um dividido em três partes iguais de chocolate cada criança comeria duas partes de chocolate; a forma de um trapézio isósceles, cada criança comeria dois triângulos. No caso deste último, a díade começou por desejar um hexágono e depois traçou as diagonais do mesmo, obtendo deste modo seis triângulos congruentes. Seguidamente considerou que cada do chocolate correspondia a um trapézio, como é possível observar na figura seguinte:

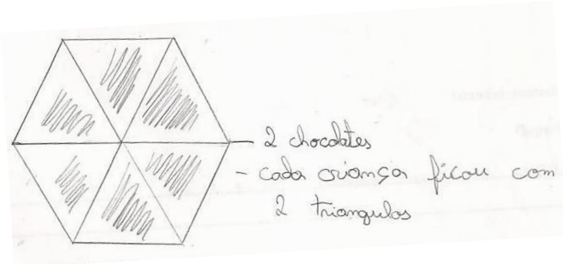


Figura 6. Resolução dos Criativos

Os Criamática partiram logo da ideia de dividir cada chocolate em seis partes iguais, ficando cada criança com quatro partes de chocolate. Repetiram o processo para a divisão do chocolate em nove partes ficando deste modo cada criança com seis partes de chocolate.

Tarefa 4

Uma piza foi cortada em 10 partes do mesmo tamanho. Três pessoas comeram a piza por inteiro. Representa através de frações as possíveis porções de piza comidas por cada um dos amigos.

Figura 7. Enunciado da tarefa 4

Esta tarefa (Anexo X), de maior grau de dificuldade do que a anterior por ser uma tarefa da aberta, por esse motivo possibilita variadas representações por parte das díades, quer ao nível das estratégias de resolução quer ao nível da própria solução do problema uma vez que apresenta múltiplas soluções.

Tabela 7

Caraterísticas da tarefa 4

TAREFA	**CARATERÍSTICAS**
Objetivos	◆ Compreender e usar um número racional como operador; ◆ Adicionar e subtrair números racionais não negativos ◆ Proporcionar a utilização de estratégias para resolver problemas; ◆ Favorecer a comunicação oral com vista à promoção da comunicação escrita; ◆ Utilizar múltiplas representações; ◆ Utilizar variadas representações; proporcionar a oportunidade de explorar diferentes situações onde os racionais surgem em diferentes contextos; ◆ Favorecer a mobilização de conhecimentos adquiridos em experiências anteriores; ◆ Utilizar e expor o raciocínio de forma organizada.
Expectativas	Para esta tarefa, perspetivava-se que as díades indicassem o número de fatias que cada pessoa comeu, mediante diferentes combinações que levassem sempre ao total da piza, uma vez que não referia que a piza tinha que ser igualmente dividida pelas três pessoas.

Na resolução desta tarefa, apenas uma das díades da turma não conseguiu chegar à solução do problema. As restantes díades resolveram todas do mesmo modo indicando algumas das possibilidades, ou seja, designando o número de fatias que cada pessoa poderia comer, uma vez que a piza tinha sido comida na totalidade. A maioria das díades recorreu à representação simbólica, adicionando as diferentes frações da piza que cada pessoa poderia comer. No entanto, algumas díades organizaram essas representações simbólicas em tabelas, demonstrando organização na sua forma de pensar.

Tarefa 5

Descobre qual é o maior $\frac{5}{6}$ ou $\frac{7}{8}$?

Procura e apresenta diferentes formas de o mostrar.

Figura 8: Enunciado da tarefa 5

Esta tarefa (Anexo XI) é numérica e possui um carater mais abstracto. Sendo fechada na sua resposta, é aberta nas múltiplas formas de a resolver. Possibilita variadas representações por parte das díades. Nesta tarefa as díades poderão escolher as suas estratégias de resolução, variando nas suas representações.

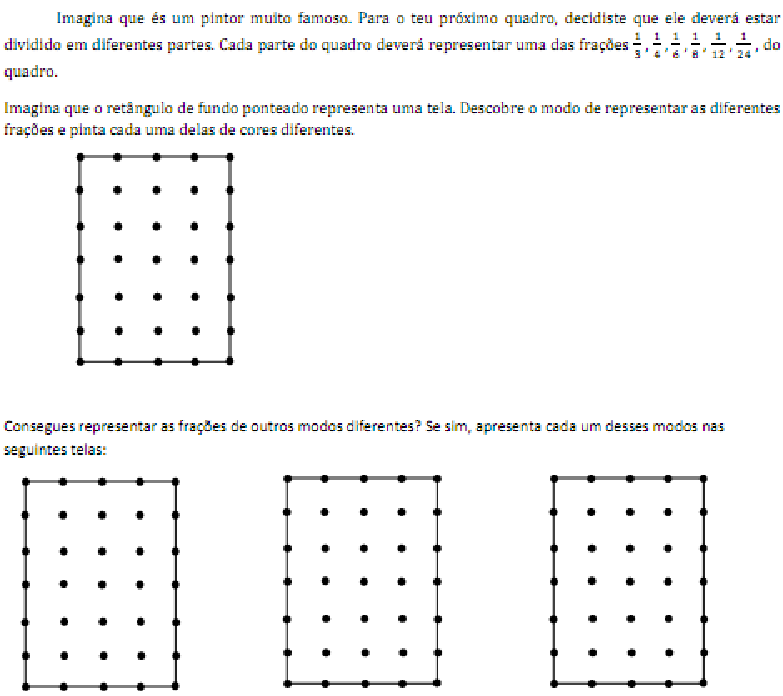
Tabela 8

Caraterísticas da tarefa 5

TAREFA	CARATERÍSTICAS
Objetivos	◆ Representar, figurativamente, uma fração; ◆ Conceber e pôr em prática estratégias de resolução de problemas verificando a adequação dos resultados obtidos; ◆ Favorecer a comunicação oral com vista à promoção da comunicação escrita; ◆ Utilizar variadas representações; ◆ Proporcionar a oportunidade de explorar diferentes situações onde os racionais surgem em variados contextos; ◆ Propor problemas que permitam diversos tipos de estratégias de resolução; ◆ Favorecer a mobilização de conhecimentos adquiridos em experiências anteriores; ◆ Utilizar e expor o raciocínio de forma organizada.
Expectativas	Para esta tarefa, perspetivava-se que as díades pudessem utilizar a representação das frações por meio de figuras de forma a compará-las.

Na resolução desta tarefa, apenas três díades conseguiram apresentar soluções corretas da tarefa, sendo elas Matcrânio, Marculianos e Calculadores uma vez que as restantes realizaram representações icónicas erradas das frações o que as conduziu a uma solução errada do problema. As díades que conseguiram chegar à solução do problema recorreram à representação icónica das frações dadas, comparando-as e verificando que a maior era $\frac{7}{8}$. Uma delas apresentou ainda o cálculo de frações equivalente às dadas utilizando o mesmo denominador possibilitando deste modo comparar os numeradores chegando de qual era maior fração.

Tarefa 6



Imagina que és um pintor muito famoso. Para o teu próximo quadro, decidiste que ele deverá estar dividido em diferentes partes. Cada parte do quadro deverá representar uma das frações $\frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{6}, \frac{1}{8}, \frac{1}{12}, \frac{1}{24}$, do quadro.

Imagina que o retângulo de fundo ponteado representa uma tela. Descobre o modo de representar as diferentes frações e pinta cada uma delas de cores diferentes.

Consegues representar as frações de outros modos diferentes? Se sim, apresenta cada um desses modos nas seguintes telas:

Figura 9. Enunciado da tarefa 6

Esta tarefa (Anexo XII) apresenta múltiplas possibilidades resolução devido à sua natureza aberta. Além de apresentar um contexto diferente do que os alunos estão habituados permite-lhes explorar de uma forma diferente e simultaneamente de um modo cativante os números racionais. Exigia organização e disciplina nas representações para chegar às diferentes soluções.

Tabela 9

Caraterísticas da tarefa 6

TAREFA	CARATERÍSTICAS
Objetivos	◆ Compreender e usar um número racional como parte-todo; ◆ Representar, figurativamente, uma fração; ◆ Promover a procura de estratégias para resolver problemas; ◆ Favorecer a comunicação oral com vista à promoção da comunicação escrita; ◆ Utilizar variadas representações; ◆ Conceber e pôr em prática estratégias de resolução de problemas verificando a adequação dos resultados obtidos; ◆ Proporcionar a oportunidade de explorar diferentes situações onde os racionais surgem em variados contextos; ◆ Averiguar a possibilidade de abordagens diversificadas para a resolução do problema; ◆ Favorecer a mobilização de conhecimentos adquiridos em experiências

	anteriores; ◆ Utilizar e expor o raciocínio de forma organizada.
Expectativas	Para esta tarefa, perspetivava-se que as díades representassem cada uma das frações em “bloco”, ou seja, as quadrículas que correspondiam aquela fração seriam pintadas conjuntas. Eventualmente, alguma das díades, poderia combinar as frações de forma diferente no retângulo de fundo ponteado.

Na resolução desta tarefa, apenas três díades, utilizando representações icónicas, apresentaram soluções corretas para o problema proposto, uma vez que as restantes, não conseguiram representar corretamente as frações no retângulo de fundo ponteado. As díades Matcrânio, Criamática e Matgénios representaram as diferentes frações sob a forma conjunta, dispondo-as de forma diferente no retângulo de fundo ponteado.

Tarefa 7

O Sr. Paulo tinha uma pequena loja onde, para além de outras coisas, vendia berlindes. O Tomás, que vivia perto da loja, decidiu, na 2ª feira ir comprar berlindes. Trouxe $\frac{1}{6}$ dos berlindes que o Sr. Paulo tinha. Na 3ª feira, voltou à loja e comprou $\frac{1}{5}$ dos berlindes que ainda existiam no saco. Na 4ª feira, o Tomás levou o seu amigo Pedro e este comprou $\frac{1}{4}$ dos berlindes que restavam. Na 5ª feira, o Pedro voltou à loja e comprou $\frac{1}{3}$ dos berlindes existentes no saco. Finalmente, na 6ª feira, o Tomás e o Pedro voltaram juntos à loja, e desta vez, compraram juntos $\frac{1}{2}$ dos berlindes que o Sr. Paulo ainda tinha no saco. Quando eles foram embora, o Sr. Paulo viu que, no saco dos berlindes, apenas existiam 3 berlindes. Quantos berlindes existiam inicialmente no saco?

Figura 10. Enunciado da tarefa 7

Esta tarefa (Anexo XIII), foi de facto a mais complexa de todas. Por esse motivo foi a última a ser proposta neste conjunto de sete tarefas de resolução de problemas. Trata-se de uma tarefa fechada na sua solução mas com diferentes possibilidades de resolução Exigia, por parte das díades, a par da resolução da tarefa uma verificação constante da adequação dos resultados obtidos.

Tabela 10

Caraterísticas da tarefa 7

TAREFA	CARATERÍSTICAS
Objetivos	◆ Compreender e usar um número racional como operador; ◆ Representar, figurativamente, uma fração; ◆ Promover a procura de estratégias para resolver problemas; ◆ Favorecer a comunicação oral com vista à promoção da comunicação escrita; ◆ Utilizar variadas representações; ◆ Proporcionar a oportunidade de explorar diferentes situações onde os racionais surgem em diferentes contextos; ◆ Favorecer a mobilização de conhecimentos adquiridos em experiências anteriores; ◆ Utilizar e expor o raciocínio de forma organizada.
Expectativas	Para esta tarefa, perspetivava-se que as díades a resolvessem utilizando a estratégia do fim para o princípio para chegarem à sua solução, quer fosse por tabela quer fosse por outro esquema de sua conveniência.

Para esta tarefa, apenas duas díades, Criamática e Matgénios, conseguiram apresentar a solução ao problema, uma vez que as restantes recorrendo a representações icónicas, quer por meio de tabelas quer por meio de esquemas, e representações simbólicas, não conseguiram apresentar uma resposta adequada ao problema. As duas díades supracitadas apresentaram um raciocínio semelhante, no entanto, Criamática recorreu à descrição na forma de texto e Matgénios na forma de uma tabela. Demonstram grande organização em termos de ideias, como podemos observar pelas figuras 11 e 12:

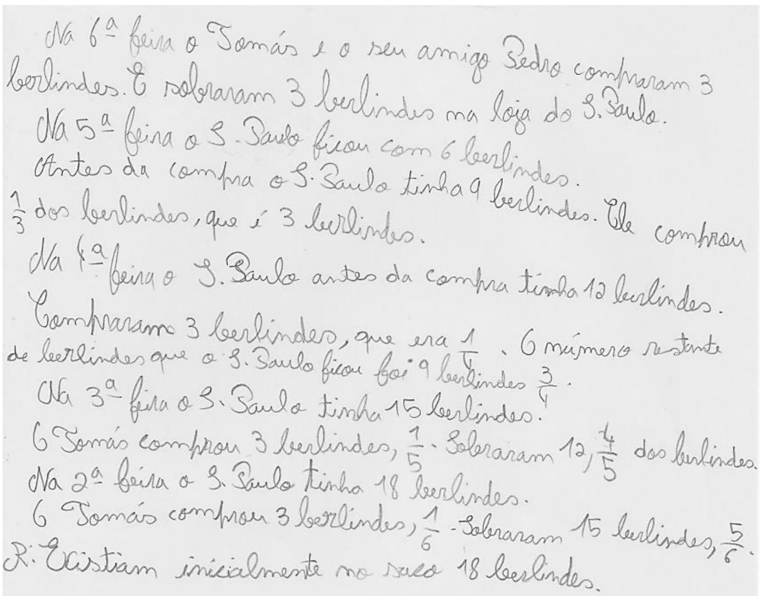
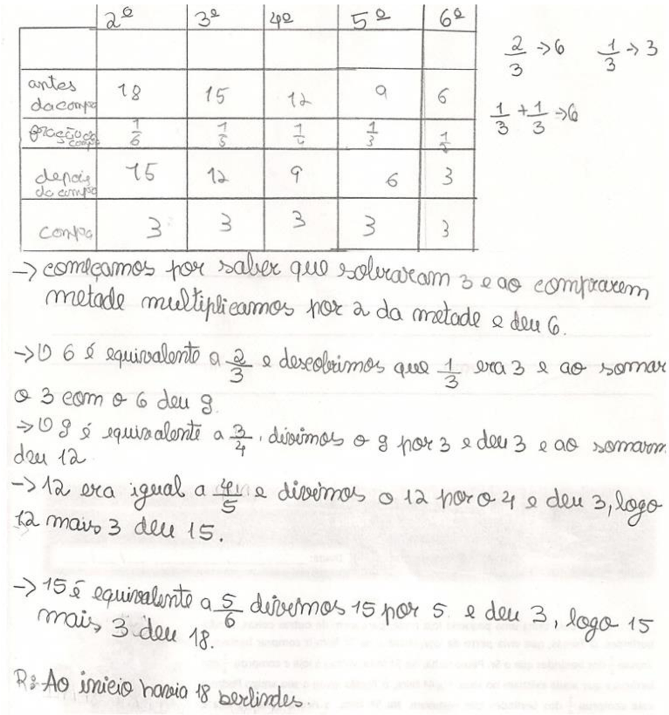

Na 6ª feira o Tomás e o seu amigo Pedro compraram 3
berlindes. E sobraram 3 berlindes na loja do S. Paulo.
Na 5ª feira o S. Paulo ficou com 6 berlindes.
Antes da compra o S. Paulo tinha 9 berlindes. Ele comprou
$\frac{1}{3}$ dos berlindes, que é 3 berlindes.
Na 4ª feira o S. Paulo antes da compra tinha 12 berlindes.
Compraram 3 berlindes, que era $\frac{1}{4}$. O número restante
de berlindes que o S. Paulo ficou foi 9 berlindes $\frac{3}{4}$.
Na 3ª feira o S. Paulo tinha 15 berlindes.
O Tomás comprou 3 berlindes, $\frac{1}{5}$. Sobraram 12, $\frac{4}{5}$ dos berlindes.
Na 2ª feira o S. Paulo tinha 18 berlindes.
O Tomás comprou 3 berlindes, $\frac{1}{6}$. Sobraram 15 berlindes, $\frac{5}{6}$.
R: Existiam inicialmente no saco 18 berlindes.

Figura 11. Resolução dos Criamática



	2º	3º	4º	5º	6º
antes da compra	18	15	12	9	6
fração da compra	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$
depois da compra	15	12	9	6	3
compra	3	3	3	3	3

$\frac{2}{3} \to 6$ $\frac{1}{3} \to 3$

$\frac{1}{3} + \frac{1}{3} \to 6$

-> começamos por saber que sobraram 3 e ao compraram metade multiplicamos por 2 da metade e deu 6.

-> O 6 é equivalente a $\frac{2}{3}$ e descobrimos que $\frac{1}{3}$ era 3 e ao somar o 3 com o 6 deu 9.

-> O 9 é equivalente a $\frac{3}{4}$, dividimos o 9 por 3 e deu 3 e ao somarmos deu 12

-> 12 era igual a $\frac{4}{5}$ e dividimos o 12 por o 4 e deu 3, logo 12 mais 3 deu 15.

-> 15 é equivalente a $\frac{5}{6}$ dividimos 15 por 5 e deu 3, logo 15 mais 3 deu 18.

R: Ao início havia 18 berlindes.

Figura 12. Resolução dos Matgénios

Em qualquer um dos casos supracitados, explicaram a quantidade de berlindes que ficaram na loja em cada um dos dias, assim como a parte dos berlindes comprada e o número de berlindes que existiam antes da compra em cada um dos dias.

Formulação de problemas

As tarefas de formulação de problemas, 1F, 2F, 3F, 4F, 5F, 6F e 7F (Anexos XIV, XV, XVI, XVII, XVIII, XIX e XX) são de variados contextos de forma a possibilitar diferentes interpretações, ideias e problemas. Neste conjunto de tarefas selecionadas de forma criteriosa, existia a possibilidade de criar problemas no tema dos números racionais não negativos ou em outros temas do PMEB ***(2007)***, pois não existiam limitações neste campo. Por outro lado, as tarefas foram apresentadas nesta sequência atendendo ao grau de dificuldade das mesmas e aos tópicos que foram sendo abordados na turma ao longo do tema.

Tabela 11

Caraterísticas das tarefas de formulação de problemas

TAREFA	CARATERÍSTICAS
Objetivos	◆ Promover a procura de estratégias para criar problemas; ◆ Incentivar a formulação de problemas a partir de situações matemáticas e não matemáticas. ◆ Favorecer a comunicação oral com vista à promoção da comunicação escrita; ◆ Utilizar diversas representações; ◆ Mobilizar conhecimentos adquiridos em experiências anteriores; ◆ Utilizar variadas representações; proporcionar a oportunidade de explorar diferentes situações onde os racionais surgem em diferentes contextos;
Expectativas	Para estas tarefas, perspetivava-se que a maioria das díades fosse capaz de criar pelo menos um problema de cálculo de um passo para cada uma das situações propostas. Eventualmente, alguma díade poderia apresentar um problema de cálculo de dois ou mais passos.

Tarefa 1F

Com base na informação dada pelos relógios, formula um problema e resolve-o.

Figura 13. Situação apresentada na tarefa 1F

Na tarefa 1F (Anexo XIV), na turma apenas uma díade não conseguiu formular um problema para a situação apresentada e resolvê-lo. As díades que formularam problemas utilizaram diversos contextos, retiraram os dados da figura e colocaram-nos no enunciado do problema formulado. Apenas duas díades formularam um problema de cálculo, de dois ou mais passos, sendo todos os outros problemas de cálculo de um passo. Nenhuma díade conseguiu formular um problema que exigisse a identificação das horas registadas nos relógios, eram logo dadas no enunciado.

Tarefa 2F

Observa a imagem e inventa dois problemas relacionados com a mesma. Dá largas à tua imaginação. Sê criativo!
No final resolve-os.

Figura 14. Situação apresentada na tarefa 2F

Para a tarefa 2F (Anexo XV), todas as díades, conseguiram formular pelo menos um problema de cálculo, de um passo, para a situação apresentada. A tarefa pedia a formulação de dois problemas para esta imagem e respetiva resolução, sendo que três díades só conseguiram formular e resolver apenas um problema, sendo elas Calculadores, Marculianos e Criativas. Apesar da figura dada ser riquíssima em pormenores e informações, todas as díades apenas serviram-se da mesma para retirar o contexto para os problemas formulados, sendo estes extremamente simples para o seu nível de escolaridade. Nos problemas formulados, verificou-se que em algumas situações: esqueceram-se de realizar uma pergunta no problema mas dão resposta; criaram problemas com dados reais mas que não têm noção da realidade; questionaram quanto a uma situação e responderam relativamente e outra. No entanto, existiram duas díades com problemas diferentes dos restantes. Os Marculianos apresentaram uma formulação onde pretendiam construir um enunciado com base num padrão de crescimento, apesar de muito simples, no entanto faltaram dados no problema, que a díade subentende estarem presentes uma vez que o resolvem corretamente, como se apresenta na figura 15:

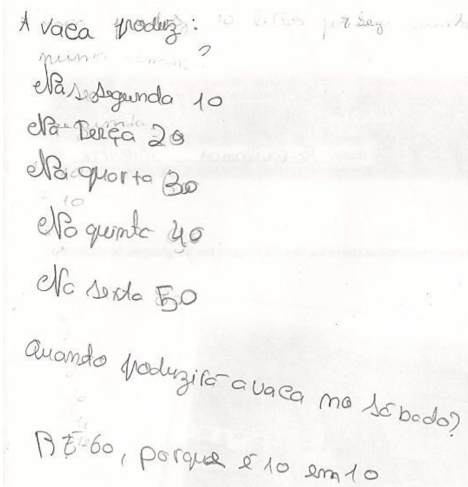
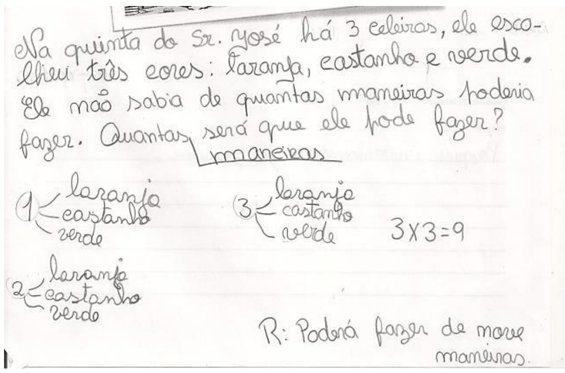

A vaca produz:
Na segunda 10
Na terça 20
Na quarta 30
Na quinta 40
Na sexta 50
Quando produziu a vaca no sábado?
R: É 60, porque é 10 em 10

Figura 15. Formulação para a tarefa 2F dos Marculianos

As Criativas começaram um problema de forma muito interessante que poderia originar um problema de múltiplas soluções, no entanto, não o conseguiram concluir da forma mais assertiva o que condicionou a resolução do mesmo, como é possível observar na figura 16:


Na quinta do Sr. José há 3 celeiros, ele escolheu três cores: laranja, castanho e verde. Ele não sabia de quantas maneiras poderia fazer. Quantas maneiras será que ele pode fazer?

1 laranja / castanho / verde
2 laranja / castanho / verde
3 laranja / castanho / verde

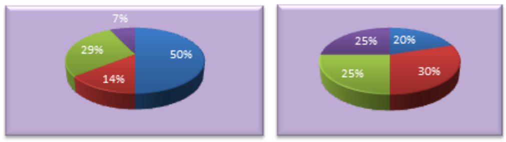
3X3=9

R: Poderá fazer de nove maneiras.

Figura 16. Formulação para a tarefa 2F das Criativas

Tarefa 3F

Observa os seguintes gráficos:



Com base nos gráficos inventa um problema. Sê criativo!

Resolve o problema que criaste.

Figura 17. Situação apresentada na tarefa 3F

Nesta tarefa 3F (Anexo XVI), apenas duas díades foram capazes de formular um problema de cálculo, de dois ou mais passos, para situação apresentada. As díades que conseguiram formular problemas, começaram o problema com o intuito de fazer uma determinada pergunta e orientam o problema noutro sentido, o que leva a apresentar dados desnecessários no enunciado. Na formulação dos problemas, escreveram algumas questões entre as quais pedem por exemplo a diferença entre as percentagens entre o primeiro e o segundo gráfico. No entanto, conseguiram responder às questões que levantaram.

Tarefa 4F

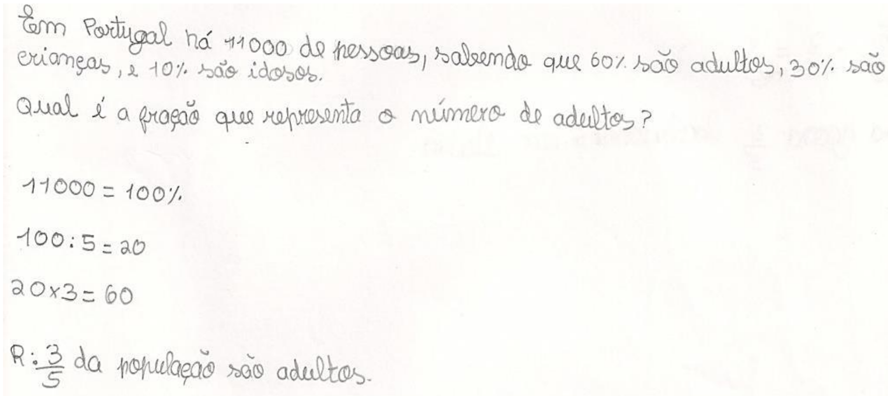
O Carlos resolveu um problema e chegou à resposta $\frac{3}{5}$.

Qual poderá ter sido o problema que o Carlos resolveu? Ajuda-o pois ele já não se lembra do seu enunciado.

Resolve o problema que inventaste.

Figura 18. Situação apresentada na tarefa 4F

Para a tarefa 4F (Anexo XVII), na turma, três díades não conseguiram formular problemas de cálculo, de um e dois ou mais passos, para a situação apresentada. Das díades que formularam problemas conseguiram resolvê-los apesar de surgirem problemas que matematicamente são possíveis mas não têm correspondência com a realidade. Revelam dificuldade na redação dos enunciados, apresentando-os confusos e desorganizados ao nível das ideias. Por outro lado, estes mesmos enunciados são de extrema simplicidade para o nível de ensino em que se encontravam. A díade Matgénios apresentou uma formulação interessante e resolveu o problema corretamente, como é possível verificar na figura 19:



Em Portugal há 11000 de pessoas, sabendo que 60% são adultos, 30% são crianças, e 10% são idosos.

Qual é a fração que representa o número de adultos?

11000 = 100%

100 : 5 = 20

20 x 3 = 60

R: $\frac{3}{5}$ da população são adultos.

Figura 19. Resolução da tarefa 4F

Esta díade conseguiu formular um problema de enunciado simples mas capaz de satisfazer plenamente as condições propostas para a formulação desta tarefa.

Tarefa 5F

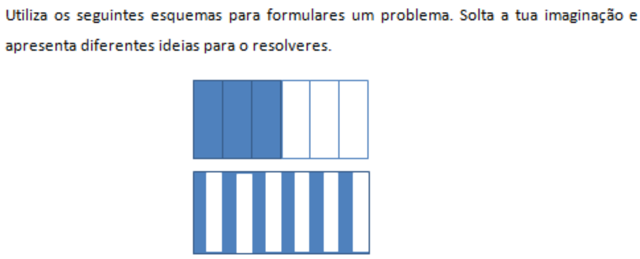
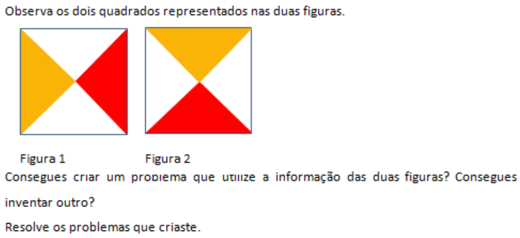


Figura 20. Situação apresentada na tarefa 5F

Na tarefa 5F (Anexo XVIII), as díades da turma utilizaram linguagem pouco clara na redação do enunciado, sendo que os textos redigidos encontram-se muito desorganizados, em termos de ideias. Apenas uma díade da turma conseguiu criar um problema de cálculo, de um passo, sendo este muito simples e resolução direta.

Tarefa 6F


Observa os dois quadrados representados nas duas figuras.

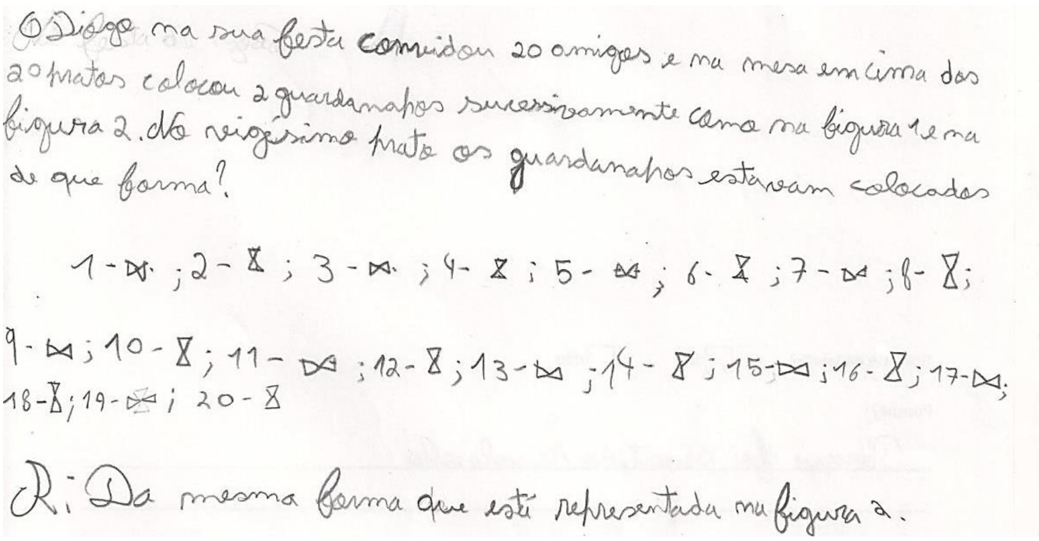
Consegues criar um problema que utilize a informação das duas figuras? Consegues inventar outro?

Resolve os problemas que criaste.

Figura 21. Situação apresentada na tarefa 6F

Na turma, para a tarefa 6F (AnexoXIX), quatro díades criaram problemas para a situação apresentada. Apesar da tarefa apelar à construção de mais do que um problema, apenas construíram um problema por díade. Criaram problemas de cálculo, de um passo, muito simples recorrendo apenas à figura dois ou introduzindo dados reais mas que não correspondem à realidade. As restantes criaram textos que não estavam adequados à situação dada e enunciados com falta de dados que impossibilitam a compreensão da situação problemática.

No entanto, os Criamática criaram um problema bastante interessante, como podemos observar na figura 22:


O Diogo na sua festa convidou 20 amigos e na mesa em cima dos 20 pratos colocou 2 guardanapos sucessivamente como na figura 1 e na figura 2. No vigésimo prato os guardanapos estavam colocados de que forma?

1 - ⋈ ; 2 - ⧖ ; 3 - ⋈ ; 4 - ⧖ ; 5 - ⋈ ; 6 - ⧖ ; 7 - ⋈ ; 8 - ⧖ ;
9 - ⋈ ; 10 - ⧖ ; 11 - ⋈ ; 12 - ⧖ ; 13 - ⋈ ; 14 - ⧖ ; 15 - ⋈ ; 16 - ⧖ ; 17 - ⋈ ;
18 - ⧖ ; 19 - ⋈ ; 20 - ⧖

R: Da mesma forma que está representada na figura 2.

Figura 22. Formulação para a tarefa 6F

Trata-se de um problema em que, apesar de um enunciado desorganizado, em termos de linguagem, compreende-se a essência do mesmo. É muito simples para o nível de ensino, no entanto, a díade contextualiza o problema de forma a trabalhar um padrão de repetição, sendo este um tópico pouco sugerido pelos alunos.

Tarefa 7F

Observa a seguinte expressão:

0,5 x 75 + 0,25 x 80

Inventa um problema que possa ser traduzido pela expressão dada.

Resolve a expressão.

Figura 23. Situação apresentada na tarefa 7F

A tarefa 7F (Anexo XX), foi a última no âmbito da formulação de problemas. Na turma, três díades conseguiram construir problemas de cálculo de um e dois ou mais passos. No entanto, esses problemas revelam escassez de dados, uma vez que as díades subentendem a presença dos mesmos aquando das suas resoluções. Esta escassez de dados ocorre na contextualização do enunciado assim como nas questões colocadas. Continuam, por vezes a criar problemas matematicamente possíveis, não o sendo possível concretizar na realidade, como por exemplo dividir cães a meio. As restantes díades apresentam grande confusão ao nível do texto redigido, levando a que nem sempre seja percetível o texto assim como a própria situação problemática.

CAPÍTULO V – OS CASOS

Este capítulo começa por apresentar a caraterização e a análise da turma onde decorreu a experiência didática assim como das díades que são os casos em estudo. Iniciou-se com a apreciação das caraterísticas gerais da turma, a perceção desta relativamente à criatividade e a afinidade que fazem entre a criatividade e a resolução e formulação de problemas. Também são apresentadas situações ocorridas aquando da realização das tarefas. Finalmente, descrevem-se as duas díades em estudo, nomeadamente as caraterísticas pessoais da díade assim como o conceito de criatividade e a relação de esta com a resolução e formulação de problemas. É feita a análise do trabalho de cada díade-caso durante a experiência didática, expondo nomeadamente a postura, o empenho e o entusiasmo assim como o próprio desempenho de cada caso face às dimensões da criatividade.

A turma

Um retrato da turma

A turma onde foi desenvolvida esta investigação, como já foi referido anteriormente, era constituída por vinte e dois alunos, tendo apenas vinte e um a frequentar a disciplina de matemática, visto que um aluno possuía Currículo Específico Individual, uma vez que estava ao abrigo do Decreto 3/2008, não frequentava a disciplina pois tinha destinado no seu horário a área de Matemática Funcional, trabalhada por outra docente, em outro horário diferente da turma. A idade dos alunos da turma variava entre os 9 e os 11 anos. A turma era heterogénea ao nível das suas dificuldades, ritmos de trabalho, interesses e experiências vivenciadas, o que levou à necessidade premente e permanente de realizar um acompanhamento muito próximo do trabalho a desenvolver pelas díades para que estas se amoldassem às rotinas semanais desenvolvidas na turma bem como às próprias dinâmicas de trabalho colaborativo em díade, consideradas fundamentais para o desenvolvimento do processo de ensino-aprendizagem. Desde o início do ano letivo, foi adotada como dinâmica de eleição na sala de aula, o trabalho em díade. A turma foi organizada em nove grupos de dois elementos e um grupo de três elementos, uma vez que esta apresentava um número impar de alunos, atendendo, sempre que possível, às preferências dos alunos. O principal critério da escolha dos elementos de cada díade foi o nível de desempenho diferente para que a partilha de saberes permitisse a evolução positiva de toda a díade. No âmbito geral, a turma revelava grandes dificuldades na realização de trabalho colaborativo em díade, no início do ano letivo, dificuldade esta que foi desvanecendo com o passar do tempo. Os alunos foram adaptando-se à dinâmica da sala de aula proposta, de forma a que, aquando da realização da experiência didática estivessem em ambiente plenamente naturalista. Para além da realização do trabalho individual, sempre que necessário, foi privilegiado o trabalho em díade com vista à partilha de saberes, à promoção da interajuda bem como na própria melhoria do desempenho de cada um dos elementos que constituía cada par. À turma, foi explicado o sentido do trabalho em díade, deste modo assumindo que o resultado do trabalho do par é um só e um único registo, representativo do par, postura que assumiram sempre neste tipo de trabalho. Deste modo, o trabalho era realizado no caderno diário de um dos elementos da díade e quando terminado, era realizado exatamente o mesmo registo no caderno do outro elemento da díade.

Perante os dados recolhidos e apresentados anteriormente, foi delineada a intervenção a efetuar. Neste sentido considerou-se de relevante importância, numa primeira fase, trabalhar com os alunos estratégias para a organização dos seus materiais bem como em termos de organização do caderno diário. Criaram-se rotinas de sala de aula, nomeadamente a escrita do sumário no fim da aula ou no início da aula seguinte, como forma de sintetizar o trabalho realizado ao longo das aulas; regras a cumprir nas intervenções realizadas bem como nos pressupostos a ter em conta na realização de trabalho de grupo. Foi desenvolvido um trabalho exaustivo desde o início do ano letivo no sentido de permitir aos alunos aprenderem a trabalhar em díade, partilhando os seus conhecimentos, descobertas, anseios e dificuldades sem qualquer tipo de embaraço, valorizando sempre o que cada um tem de melhor. Todo o trabalho desenvolvido quer ao nível das díades quer ao nível do grande grupo/turma, teve como intuito objetivo dotar os alunos de liberdade plena para a exposição das suas ideias, convicções e descobertas. As díades inicialmente foram criadas de acordo com as preferências dos alunos, sofrendo alterações e ajustes ao longo do primeiro período, com vista a melhorar o desempenho e a relação entre os elementos que a compunham. Ao longo do primeiro período, os pares foram sendo reajustados de acordo com as especificidades de cada aluno e de modo as que estas equipas apresentassem melhor dinâmica no trabalho em díade assim como melhor desempenho. A partir do início do segundo período, não existiram mais ajustes ao nível das díades. Nesta fase notou-se que já havia ocorrido uma franca evolução em termos de trabalho colaborativo, em que cada elemento de cada díade assumia a responsabilidade de contribuir com todo o seu potencial para o desempenho da mesma, assumindo sempre um papel ativo e dinâmico no seio do seu grupo. Por outro lado, os elementos das diferentes díades já eram capazes de apresentar resultados do seu trabalho, sem que se notasse o trabalho segmentado, mas sim, como um todo, que derivava do trabalho conjunto dos elementos da díade. Desde esta fase, as díades mantiveram-se até ao final do ano letivo, tendo nesta altura, cada díade, sido incentivada a escolher um nome criativo para representar o seu grupo, surgindo os diferentes nomes: Matmasters, Resolucionistas, Criativos, Matcrânios, Matgénios, Criamática, Calculadores, Criativas, Marculianos e Supermatemáticas. De entre as diferentes díades existentes na turma, foram selecionadas três díades para segurança no desenvolvimento do estudo, para que nenhuma situação inesperada comprometesse o estudo. Com o decorrer da experiência didática, optou-se por apenas duas das díades, Matmasters e Resolucionistas, pois foram as que apresentaram melhor relacionamento entre os elementos do grupo, criando melhor dinâmica de trabalho e automaticamente, sendo bons informantes. Por conseguinte era bastante mais provável apresentarem um trabalho que fosse de encontro ao problema em estudo bem como às expectativas existentes para esta experiência didática.

Ao nível das atitudes e comportamentos, a turma era enérgica, salvo raras exceções, apresentando um comportamento satisfatório ao nível da sala de aula. As dinâmicas de sala de aula foram agradavelmente utilizadas e simultaneamente interiorizadas por toda a turma. Na globalidade, a turma foi assumindo ao longo dos tempos as responsabilidades quer do trabalho em díade quer do trabalho em grande grupo, envolvendo aqueles alunos que demonstravam alguma resistência as estas dinâmicas, demonstrando-lhes as mais-valias resultantes deste tipo de trabalho. Por outro lado, ao longo do ano letivo, a turma foi demonstrando maior autonomia, realizando as tarefas propostas sem estarem dependentes das indicações da professora.

Os alunos demonstraram grande entusiasmo e empenho para a realização de todas as tarefas propostas ao longo do ano bem como no decorrer desta experiência didática, mesmo aqueles que revelavam mais dificuldades, quer na resolução quer na formulação de problemas, com a busca de mais soluções e de preferencialmente de cariz original atendendo ao seu contexto, a turma.

Por outro lado, demonstravam grande orgulho em apresentar as suas conclusões à turma, de modo especial, se estas fossem únicas ou raras. Sempre apreciaram um pormenor, que era o facto de se terem habituado, desde os primeiros dias de aulas, a existir um fundo musical durante o trabalho individual ou em díade, o qual diziam que ser relaxante e ao mesmo tempo permitia a criação de um ambiente mais desprendido, onde as ideias surgiam com mais facilidade.

Com o passar das semanas, notou-se que a turma foi revelando melhoria na sua autoestima face à resolução e formulação de problemas e inevitavelmente apresentando mais aspetos relativos às diferentes dimensões da criatividade. Por outro lado, foram demonstrando mais facilidade nas suas representações bem como nas próprias justificações, algo que não lhes era caraterístico no início do ano letivo. No entanto, um reduzido número de alunos, continua a revelar algumas dificuldades na compreensão dos enunciados bem como na exposição das suas ideias.

A turma revelou postura positiva face à matemática, o que se veio a revelar no entusiasmo que estava patente aquando da realização das tarefas. De facto, no início do ano letivo, como já foi referido anteriormente, a turma não estava habituada a trabalhar em grupo, valorizando pouco esta dinâmica. Com o passar das semanas, foram reconhecendo as vantagens deste tipo de trabalho, modificando inclusive, a sua postura na sala de aula.

As tarefas aplicadas foram muito aliciantes, o que foi possível constatar facilmente, ao ponto dos alunos, durante a semana referirem"…nunca mais chega a quarta-feira para resolvermos daquelas tarefas!". Como já foi referido anteriormente, as tarefas foram adaptadas ao nível de ensino dos alunos e tenham como intuito a consolidação de conceitos. Verificou-se que os alunos aplicavam os conceitos abordados nas aulas anteriores, inclusive, que as explorações em grande grupo contribuíam ricamente para mais e melhores desempenhos nas tarefas seguintes por parte das díades.

A turma, na sua maioria revelava-se no início do ano letivo, pouco cuidadosa na apresentação das suas produções assim como desorganizada na representação das mesmas. Após intenso trabalho no sentido de ultrapassar mais esta dificuldade, foi possível constatar que no início do segundo período os alunos apresentavam inúmeros progressos neste campo.

No fim das tarefas, chegava a observar alunos muito corados mas ao mesmo tempo extremamente saciados com os resultados alcançados pois consideravam terem investido bastante nas resoluções apresentadas, com um grande sorriso nos lábios de satisfação.

Em termos de aproveitamento, no final do primeiro período, a turma contava com um sucesso de 59%, situando-se 41% no nível 3, e 18% no nível 4. Aquando do término do segundo período, a turma, no geral revelou melhorias, passando a apresentar um desempenho de 65%, desta vez com 47% no nível 3, 4% no nível 4 e 14% no nível 5. Finalmente, no terceiro período, a turma apresentou 76% de sucesso, contando com 52% no nível 3, 9% no nível 4 e 15% no nível 5.

Criatividade em matemática

Perceções e reações

Com o intuito de verificar o ponto de vista dos alunos no campo da relação da criatividade com a matemática, como já foi referido em capítulo anterior, realizou-se a aplicação de um questionário inicial intitulado " O que penso e sinto em relação à criatividade e à matemática" (Anexo III),precedendo a realização da experiência didática.

Quanto ao significado da matemática, os alunos afirmaram que é uma disciplina relacionada com cálculos, números e problemas. Por outro lado, reconheceram a importância da matemática enquanto ferramenta para o seu quotidiano assim como para o ser futuro. Também afirmaram ser fantástica, criativa e até mesmo que é "…onde os números dançam". Relativamente à noção de problema de matemática, referiram que se trata de uma tarefa a cumprir para colocar em prática o que sabem e onde é pedido para dar uma boa solução onde se fazem "contas e esquemas" ou seja "tem que se resolver situações, aplicar estratégias", mas que às vezes é difícil; "…é um grande desafio". No que concerne ao gostar de resolver problemas, afirmaram que gostavam pois era divertido, gostavam de pensar, ajudavam a colocar em prática o que sabiam, além de fazerem parte da vida e até porque criavam soluções que podiam levar ao resultado. Na turma, 95,2% afirmam gostar de matemática mas apenas 42,9% concordam que têm facilidade em resolver problemas.

No campo da criatividade e da relação desta com a matemática, as ideias foram menos concordantes e por vezes pouco esclarecedoras. Quando confrontados com o facto de serem alunos criativos, alguns discentes afirmaram que eram criativos quando lhes apetecia trabalhar e porque: tentavam em casa resolver problemas difíceis; conseguiam encontrar uma maneira para fazer qualquer coisa; às vezes tinham ideias mais "criativas (elaboradas) ", tentavam fazer de forma diferente; gostavam de desenhar tabelas e fazer esquemas. Outros alunos, por sua vez, não se consideravam criativos porque não arranjavam maneiras diferentes de resolver das que já tinha apresentado anteriormente, não tinham imaginação ou porque só resolviam por meio de cálculos e mesmo assim por vezes tinham dificuldade. Por outro lado, quando questionados se podiam ser criativos em matemática, concordaram com esta ideia. Afirmam ainda que podem ser criativos empenhando-se nas tarefas, fazendo tabelas, esquemas, encontrando outras formas para os ajudar nos problemas, "criando outras soluções para levar ao resultado" ou arranjando mais do que uma solução. Quando são questionados quanto ao facto de ser possível aprender a ser criativo em matemática, todos concordam apresentando justificações variadas. Alegam que é possível: se praticarem várias vezes os problemas; se aplicarem conhecimentos; se esforçarem-se; que umas pessoas resolvem de diferentes formas; só os alunos com boas notas o conseguem; "a criatividade não é só arte mas sim a nossa forma (capacidade) de pensar"; "é uma disciplina criativa e é com criatividade que se aprende matemática". Na turma, 47,6% dos alunos concordam com a afirmação de que são criativos. Por outro lado, 38,1% dos alunos da turma concordam que ser criativo é um dom raro enquanto que 57,1% concordam que a criatividade pode ser desenvolvida. Na turma, 38,1% concorda plenamente que a criatividade é uma caraterística individual em contraposição 52,1% afirmam ser uma caraterística de grupo. Finalmente, 42,9% concordam que é possível avaliar a criatividade, 33,3% discorda da ideia de que a escola limita a criatividade e 71,4% concordam plenamente que se trata de uma capacidade fundamental para ser desenvolvida na escola.

No final da experiência didática foi proposta a realização de um questionário final de forma a recolher a opinião dos alunos às diferentes tarefas assim como sobre o desenvolvimento deste estudo em par/díade.

As díades da turma, consideraram que as tarefas 1, 2 ,3 ,6 ,7 ,2F e 3F eram as mais fáceis de entre as propostas. No entanto, a tarefa 6 foi a mais referida no que concerne à facilidade de resolução. Justificam esta escolha pelo facto de ser possível apresentar várias soluções e diversas formas de as resolver. Quanto à tarefa em que possuíam mais dificuldade referiram como sendo as tarefas 6, 7, 3F, 4F, 5F, 6F e 7F. No entanto, a que teve maior consenso foi a tarefa 7. Fundamentam esta escolha alegando que eram de difícil compreensão; eram problemas mais desafiantes e por conseguinte mais difícil de resolver; tinham que pensar mais; eram poucos dados para criar um problema. A turma também apresentou diferentes opiniões em termos da tarefa mais desafiante nomeando como sendo as tarefas 1, 2, 6, 3F, 5F, 6F e 7F. Das tarefas indicadas, a tarefa que foi indicada maior número de vezes foi a tarefa 3F, com 41% das escolhas. Os alunos justificaram estas escolhas alegando que era a tarefa mais difícil de resolver, que tinha números e exigia vários cálculos, que apresentava gráficos e onde tinham que explicar o seu raciocínio.

No que concerne à tarefa em que foram mais criativos, a turma não foi unânime, indicando diferentes opiniões: tarefas 2, 3, 6, 7, 1F, 2F, 3F e 4F. De entre as tarefas indicadas, a mais referida foi a tarefa 6. Para estas escolhas, os alunos alegaram que a tarefa indicada tinha mais desenhos, apresentava várias soluções e várias formas de a resolver, era mais competitiva, pôde fazer mais do que um esquema e trabalhava com a realidade.

Relativamente à metodologia de trabalho, toda a turma considerou ter gostado de trabalhar em pares, pois consideraram que deste modo conseguem juntar ideias, "duas cabeças pensam melhor que uma", cada um apresenta a sua opinião e depois escolhem a melhor, ficam com mais possibilidades, aprendem coisas novas e diferentes e é divertido. Finalmente, quanto à preferência entre trabalhar em pares ou individualmente, 88% dos alunos preferem trabalhar em pares pois deste modo, segundo os mesmos, conseguem pensar melhor, ajudam-se mutuamente, aprendem um com o outro, têm ideias diferentes, conseguem chegar onde sozinho nunca seria possível e é mais divertido. Os alunos que preferiam trabalhar individualmente alegaram que em pares distraem-se mais.

Dimensões da criatividade

As resoluções das tarefas, quer a resolução quer a formulação apresentadas pelas diferentes díades da turma já foram anteriormente expostas e analisadas com vista enquadrar os casos em estudo. No entanto, para estar mais presente o trabalho desenvolvido pela turma será aqui sumariamente abordado e simultaneamente analisado ao nível das três dimensões da criatividade – fluência, flexibilidade e originalidade. Quanto à tarefas de resolução de problemas, como referido anteriormente, foi analisado o desempenho tarefa a tarefa assim como a apreciação em termos das dimensões da criatividade.

No que concerne à tarefa 1 (Anexo VII), em termos de fluência, todas as díades, recorrendo a representações simbólicas e/ou icónicas, obtiveram resoluções corretas, variando, mediante as díades, entre uma a oito resoluções. Relativamente à flexibilidade, apenas uma díade apresentou resoluções de duas naturezas diferentes, as restantes exibiram resoluções de uma só natureza. Em termos de originalidade, surgiu uma díade com uma resolução original.

Na tarefa 2 (Anexo VIII), ao nível da fluência, todas as díades, recorrendo a representações simbólicas, apresentaram resoluções certas, variando entre seis a nove resoluções, nas diferentes díades. Em termos de flexibilidade, na turma, surgiram resoluções de quatro naturezas diferentes. No que respeita à originalidade, surgiram duas resoluções sendo uma única e outra rara.

Ao nível da tarefa 3 (Anexo IX), na fluência, as díades variaram entre uma e três resoluções utilizando representações icónicas ou a conjugação entre representações icónicas e simbólicas. No entanto existiu uma díade que não conseguiu apresentar nenhuma resolução correta para esta tarefa. Na flexibilidade, emergiram resoluções de duas naturezas diferentes. Na originalidade, surgiram duas resoluções criativas no contexto da turma.

No âmbito da tarefa 4 (Anexo X), ao nível da fluência, realizando representações simbólicas, surgiram resoluções corretas que variaram entre uma e oito, mas uma díade não conseguiu apresentar nenhuma resolução. Ao nível da flexibilidade, surgiram resoluções de uma só natureza. Ao nível da originalidade, não se verificou nenhum caso na turma.

Na tarefa 5 (Anexo XI), em termos de fluência, utilizando representações icónicas, apareceram resoluções que variaram entre uma e duas. Mas, cinco díades não conseguiram executar nenhuma resolução correta. Em termos de flexibilidade, surgiram resoluções de duas naturezas diferentes. Em termos de originalidade, não existiram resoluções que se enquadrassem neste campo.

Ao nível da tarefa 6 (Anexo XII), apenas três díades apresentaram resoluções corretas por meio de representações icónicas. No que concerne à fluência, variou entre as três e as quatro resoluções. Em termos de flexibilidade, as resoluções apresentavam-se dentro da mesma natureza. A dimensão da originalidade não foi encontrada nas resoluções apresentadas pela turma.

Finalmente, na tarefa 7 (Anexo XIII), apenas duas díades conseguiram resolver a tarefa corretamente, recorrendo a representação simbólica e icónica, que em termos de fluência apenas ocorreu a resolução de um único modo, por cada uma destas díades. No que respeita a flexibilidade, esta revela-se apenas numa forma de pensar de cada uma das díades. Em termos de originalidade, seguindo o anteriormente já referido é possível considerar que as resoluções são originais uma vez que são raras, apenas duas díades o conseguiram fazer deste modo.

Nas tarefas de formulação de problemas, como já foi mencionado previamente, foi analisado o desempenho tarefa a tarefa e a apreciação em termos das dimensões da criatividade - fluência, flexibilidade, originalidade - realizou-se no geral destas tarefas. Deste modo, é possível referir que em termos de fluência, nas sete tarefas de formulação de problemas era pedido a redação de oito problemas, tendo a turma variado entre os dois e os sete problemas. Em termos de flexibilidade, a turma apresentou problemas de cálculo de duas naturezas: um, dois ou mais passos. No que concerne à originalidade, verificamos que surgiram, no conjunto da turma, quatro problemas originais, por diferentes díades e em diferentes tarefas.

Matmasters

Um retrato dos Matmasters

Esta díade era constituída por dois alunos de 10 anos - Aluno V e Aluno D. Ambos viviam com os pais e não possuíam irmãos. Os pais de ambos possuíam entre os trinta e os trinta e nove anos. Um aluno vivia no concelho a que pertencia a escola e outro no concelho contíguo e frequentavam a mesma escola de primeiro ciclo. Os alunos transitaram sempre, não apresentado qualquer retenção no seu percurso escolar.

No caso do Aluno V, o pai era instrutor de condução e a mãe era doméstica, ambos com o terceiro ciclo de escolaridade. Ambicionava, no futuro, ser veterinário. Ocupava os seus tempos livres entre o computador, ouvir música e ver televisão. Afirmava estudar sozinho e indicou como disciplina preferida Educação Moral, Religiosa e Católica e como disciplina de maior dificuldade História e Geografia de Portugal.

Tratava-se de um aluno muito ativo, perspicaz e com vivências muito diversificadas, demonstrando um vasto conhecimento, resultante de todo o interesse que demonstra em saber o "porquê das coisas". Era conhecedor das suas capacidades, sendo por vezes excessivamente confiante e revelava dificuldades em possuir uma postura correta no que respeita à forma de estar ao nível da sala de aula. Tratava-se de um aluno muito extrovertido, que inicialmente assumia completamente o comando dos trabalhos de grupo e com o decorrer do ano letivo foi moldando a sua forma de estar e ao mesmo tempo valorizando também as ideias e argumentos dos outros alunos, inclusive, as do seu par. Era um aluno muito oportuno nas suas intervenções, pertinente nas questões que colocava e muito persistente no trabalho, não se satisfazendo com pouco ou pobres resultados.

Relativamente ao Aluno D, o pai era serralheiro e a mãe operária fabril. Pretendia, futuramente ser investigador criminal. Nos tempos livres, gostava de jogar computador e praticar desporto, nomeadamente natação. Assegurava estudar com os pais e assinalou como disciplinas favoritas Educação Física, Inglês e Matemática e como disciplinas com mais dificuldades História e Geografia de Portugal e Matemática. Tratava-se de um aluno com baixa autoestima, não confiando nas suas capacidades. Era muito humilde mas que evoluiu de forma espantosa, deixando-se levar pelo entusiasmo e desfrutava plenamente da satisfação de ser capaz de resolver as tarefas.

Uma das caraterísticas desta díade era serem pouquíssimo cuidadosos na apresentação dos seus materiais, além de altamente desorganizados nas suas representações. Por outro lado, era muito agitada, dinâmica e irrequieta. Demonstravam grande empenho na concretização das tarefas, tentando buscar sempre algo novo relativamente às outras díades. De entre as díades da turma, eram os que melhor se relacionavam no trabalho colaborativo, criando melhor dinâmica de trabalho sendo cumulativamente eram bons informantes.

Criatividade em matemática

Perceções e reações

No questionário inicial intitulado " O que penso e sinto em relação à criatividade e à matemática" (Anexo III) foi possível constatar o ponto de vista dos elementos da díade Matmasters relativamente à relação da criatividade com a matemática como referido em capítulo anterior.

Quanto à matemática, o Aluno V afirmou que é uma disciplina fantástica, que gostava e para a qual tinha capacidade para resolver problemas pois costumam ser fáceis e que para ele "resolver um problema de matemática é como comer gelatina, é fácil". Por sua vez, o Aluno D afirmou que: "a matemática é uma disciplina que exige muito trabalho, concentração" e que admira muito"; gosta da disciplina; um problema de matemática é resolver cálculos, os quais gosta de fazer. Também gosta de aprender coisas novas, mas não tem opinião quando lhe perguntam se tem facilidade em resolver problemas.

No campo da criatividade, o Aluno V não se considera criativo uma vez que faz as coisas quase sempre da mesma maneira ao contrário do Aluno D que afirma ser criativo porque gosta de resolver problemas. Discordam da ideia de que a criatividade é um dom raro, que só alguns possuem mas concordam que a criatividade pode ser desenvolvida na maioria das pessoas se confrontadas com essa possibilidade. Por outro lado, ambos afirmam que é possível ser criativo em matemática: segundo o Aluno V, "fazendo as coisas de várias formas"; segundo o Aluno D, para isso que têm que trabalhar muito. Estes alunos concordam que sendo esta uma caraterística individual, pode ser construída em grupo. Quando são questionados se é possível aprender a ser criativo em matemática, concordam com a ideia porque, segundo o Aluno V, "aprende-se mais a explorar" enquanto que o Aluno D, justifica com a firmação "resolvendo problemas e cálculos. No que concerne à avaliação da criatividade, as opiniões dividem-se, sendo que o Aluno V concorda fortemente com esta conceção e o Aluno D afirma não ter opinião. Relativamente à limitação da criatividade por parte da escola, o Aluno V discorda mas em contrapartida o Aluno D concorda com a ideia. Finalmente, ambos estão conscientes de que a criatividade é uma capacidade fundamental que deve ser desenvolvida na escola.

No final da experiência didática foi proposta a realização de um questionário de forma a recolher a opinião dos alunos referente às diferentes tarefas assim como sobre o desenvolvimento deste estudo em par/díade.

Os Matmasters consideraram a tarefa 6 (Anexo XII) como sendo a de mais fácil resolução, porque segundo o Aluno V apenas tinham que dividir “uma tela de várias cores” e de acordo com o aluno D fizeram-no de várias maneiras onde foram muito criativos e simultaneamente aprenderam bastante. Quanto à tarefa em que possuíram mais dificuldade, as opiniões divergem entre os dois: o Aluno V afirma que foi a tarefa 7 (Anexo XIII) uma vez que teve dificuldade em interpretar o problema; o Aluno D refere que foi a tarefa 6F (Anexo XIX), porque não conseguiram “encontrar o problema certo”. Relativamente à tarefa mais desafiante, o Aluno V considerou ser a tarefa 7 porque “andaram do fim para o princípio” e por sua vez o Aluno D afirmou ser a tarefa 6, porque existiam muitas maneiras de a resolver. No que concerne à tarefa em que foram mais criativos, os Matmasters voltam a concordar, afirmando ser a tarefa 6, porque era fácil, existiam várias maneiras de a resolver e que foi muito divertido trabalhar nesta tarefa.

No que respeita ao trabalho em pares, ambos afirmam ter gostado porque relacionavam-se muito bem em equipa e por esse motivo era mais fácil resolver os problemas. No entanto o Aluno V, disse que, apesar de tudo, preferia ter trabalhado individualmente, porque “trabalhar em grupo não é o meu género” enquanto que o Aluno D afirmou que deste modo aprendiam mais um com o outro.

Desempenho e dimensões da criatividade

Resolução de problemas

Tarefa 1

Na tarefa 1 (Anexo VII), a díade apresentou as resoluções expectáveis, apesar da linguagem utilizada nomeadamente a referência às linhas denominando-as por filas na horizontal, como é possível observar na Figura 24:

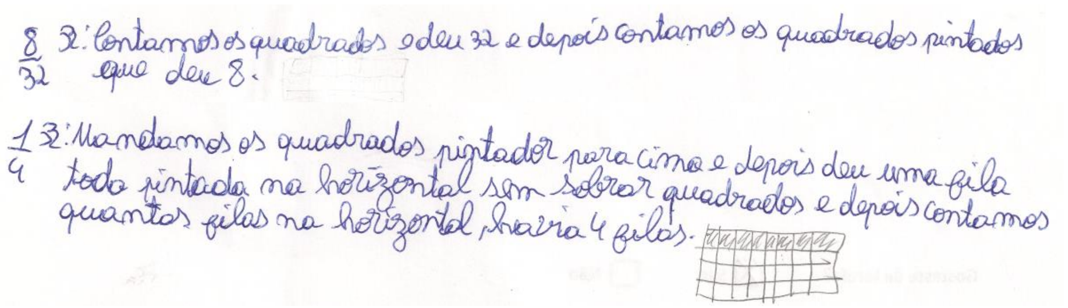


Figura 24. 1ª e 2ª respostas da tarefa 1

Para além de chegar a estas duas resoluções, também apresentou como solução colocar todos os quadrados pintados em colunas, às quais denominam por “fila na vertical”. Descobriram que ficariam duas colunas pintadas e uma vez que a unidade ficaria dividida em oito colunas, chegaram à fração $\frac{2}{8}$, como é possível ver na Figura 25:

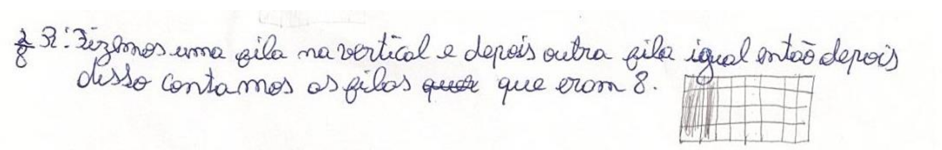


Figura 25. 3ª resposta da tarefa 1

Finalmente, aproveitando a noção de fração equivalente, a díade chegou às seguintes frações: $\frac{16}{64}$ ao multiplicar a fração $\frac{8}{32}$ por dois; $\frac{4}{16}$ ao multiplicar por dois a fração $\frac{2}{8}$; $\frac{32}{128}$ ao multiplicar a $\frac{16}{64}$ por dois. Estes cálculos são visíveis na Figura 26:

Figura 26. 4ª, 5ª e 6ª resposta da tarefa 1

Aquando da entrevista, para além de outras questões que permitiram esclarecer como chegaram às respostas, a professora questionou:

> Prof - Há mais frações que possam ser solução para este problema?
> Aluno V - Claro!
> Aluno D - Muitas…
> Aluno V –É [parou por instantes]…infinitas … soluções!
> Prof - Como obtinham mais soluções?
> Aluno D - Se multiplicamos a fração por dois.
> Prof – Qual fração?
> Aluno D – Qualquer uma.
> Aluno V - Mas também [olhou para o colega] podemos multiplicar por três ou quatro…o que quisermos!
> Aluno V – Claro que dá!

Ao nível da criatividade, as produções dos alunos foram analisadas à luz das três dimensões (fluência, flexibilidade e originalidade). Verificou-se que a díade em termos de fluência conseguiu apresentar seis respostas corretas, utilizando representações quer icónicas quer simbólicas, sendo as três últimas com base nas primeiras respostas. Em termos de flexibilidade, apresenta três estratégias de resolução de natureza diferente: contabilizando o total de quadrículas e depois as quadriculas pintadas utilizando a relação parte todo; deslocando as quadrículas pintadas quer na horizontal quer na vertical; calculando frações equivalentes ou seja multiplicando por dois as frações descobertas anteriormente, sendo que na resposta $\frac{16}{64}$ da utilizaram a fração $\frac{8}{32}$, na resposta $\frac{4}{16}$ utilizaram a anterior $\frac{2}{8}$ e na resposta $\frac{32}{128}$ utilizaram a fração $\frac{16}{64}$ Quanto à originalidade, no contexto da turma, podem ser consideradas originais: 3ª resposta, pois apenas três no total de dez díades, incluindo esta, apresentou-a; a 6ª resposta, nas dez díades, apenas uma díade, para além desta, apresentou esta resolução.

Tarefa 2

A tarefa 2 (Anexo VIII) envolveu mudança de estratégia que decorreu da observação sobre o trabalho realizado. A folha branca disponibilizada, para alguns alunos, estava a condicionar a visualização assim como a prova da equivalência das partes obtidas, Neste sentido, foi disponibilizada uma folha de papel quadriculado, para mais facilmente chegarem aos raciocínios necessários.

A díade, para o país dos meios, apresentou as divisões esperadas, figura 27.

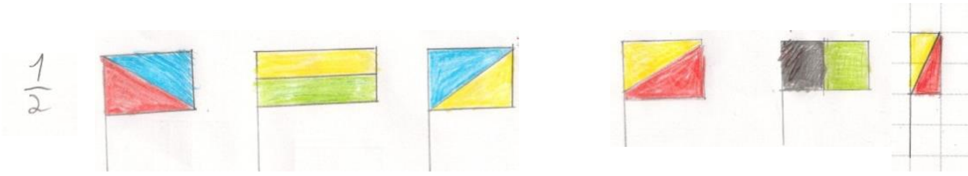


Figura 27. País dos meios

Para além das referidas divisões, também apresentou uma divisão da diagonal pouco comum, como é possível observar na figura 28.

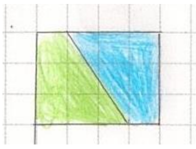


Figura 28. País dos “meios”, divisão única

Quando questionados pela professora quanto à estratégia que utilizaram para desenharem esta bandeira, apresentaram a seguinte justificação:

> Prof – Como chegaram a esta bandeira do país dos meios?
> Aluno V - Pegamos na diagonal do retângulo e andamos [parou por momentos]
> Aluno D – Uma quadriculada…
> Aluno V – Sim…andamos uma quadrícula para a direita na parte de cima do retângulo. [Com os dedos na figura] depois andamos também uma quadrícula para a esquerda na parte de baixo do retângulo.
> Aluno D – E ficamos com duas partes iguais!
> Prof – Que figuras obtiveram?
> Aluno D – Foram dois quadriláteros!

Para o país dos “terços” a díade, apresentou as divisões esperadas, figura 29.

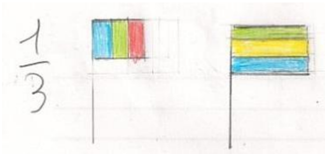


Figura 29. País dos terços

No que respeita ao país dos " quartos", a díade apresentou também as divisões expectáveis, figura 30.

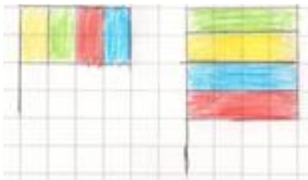


Figura 30. País dos quartos

Esta díade, para além de apresentar as resoluções esperadas, mostrou mais duas hipóteses para o país dos "quartos", como está na Figura 31.

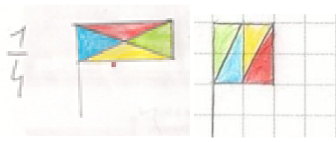


Figura 31. Resolução rara e resolução única

Ao analisar as resoluções escritas dos alunos podemos constatar que estes recorreram apenas a representações icónicas.

Ao nível da criatividade, nas suas três dimensões, fluência, flexibilidade e originalidade, verificamos que a díade recorreu a representações icónica revelando, em termos de fluência, treze soluções diferentes. Em termos de flexibilidade, apresentou resoluções de cinco naturezas diferentes, com divisão: na diagonal e com as duas diagonais do retângulo para o país dos quartos; na vertical; na horizontal; na diagonal sem ser a diagonal do retângulo para o país dos meios; por combinação entre divisão na vertical e a divisão na diagonal. Quanto à originalidade, a resoluções da figura 28 e figura 31 originais no contexto da turma, uma vez que são raras ou únicas, no contexto da turma.

Tarefa 3

Nesta tarefa (Anexo IX), os Matmasters apresentaram a resolução da tarefa bastante organizada e muito metódica. Como já foi anteriormente referido, qualquer díade tinha ao seu dispor folha branca e folha quadriculada, tendo plena liberdade para apresenta as suas resoluções da forma mais conveniente para eles. Esta díade organizou a sua resolução em três notas diferentes (Nota1, Nota2, Nota3) uma vez que utilizaram simultaneamente o papel branco e o papel quadriculado e deste modo facilitava a correspondência entre o trabalho realizado na folha branca e na folha quadriculada. As três resoluções utilizaram a mesma estratégia apenas com representações diferentes da solução. No que respeita à Nota1, figura 32, os Matmasters afirmaram que cada criança ficaria com $\frac{2}{3}$ de chocolate. Supondo que cada chocolate era constituído por 12 quadrados, a "criança 1" ficaria com $\frac{1}{3}$ de cada um dos chocolates $\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{3}\right)$ ou seja 4 quadrados de cada chocolate, o que corresponderia no total a 8 quadrados de chocolate. Quanto às crianças 2 e 3, ficariam igualmente com 8 quadrados de cada chocolate.

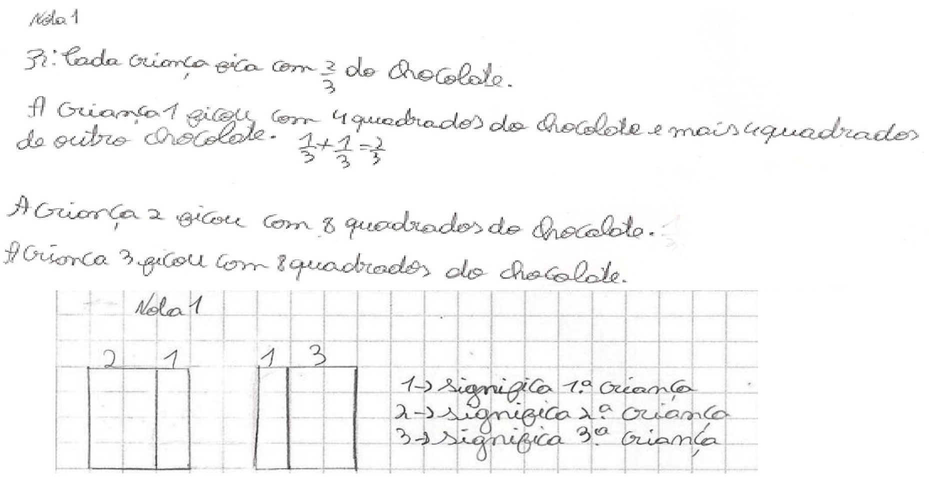


Figura 32. 1ª representação da solução da tarefa

No que concerne às Notas2 e 3, a díade utilizou o mesmo método e como os próprios elementos reconhecem, apenas variou a forma como dividiram os chocolates, ficando cada aluno com o mesmo número de quadrados de chocolate da resolução anterior.

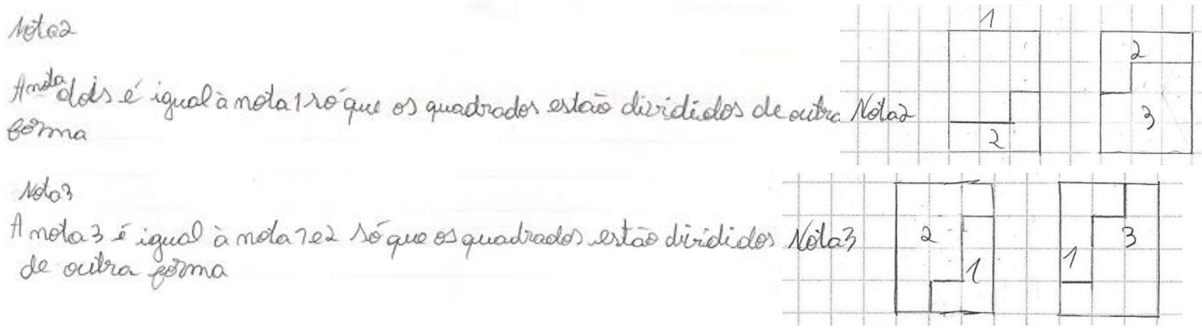


Figura 33. 2ª e 3ª representação da solução da tarefa

Relativamente à criatividade, nas suas três dimensões, fluência, flexibilidade e originalidade, verificamos que a díade, recorrendo representações simbólicas nomeadamente $\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{3}\right)$ e icónicas por meio da figuras por eles desenhadas, em termos de fluência conseguiu três representações icónicas. Em termos de flexibilidade, mostrou representações que seguem o mesmo modo de pensar ou seja corresponde apenas a uma natureza de resposta. Nesta tarefa, no que respeita à originalidade, a díade não apresentou soluções consideradas originais no contexto da turma.

Tarefa 4

Para esta tarefa (Anexo X), os Matmasters dividiram a sua resolução em duas partes as quais identificaram-nas com “1” e “2”. Começaram pela resolução não expectável, ou seja, iniciaram a resolução considerando que cada pessoa tinha comido a mesma quantidade de piza. Neste sentido, utilizando a divisão em dez fatias indicada no enunciado, a díade referiu que cada pessoa comeu três fatias e um terço de fatia, uma vez que a décima fatia foi repartida igualmente por todos, o que é possível verificar na figura 34:

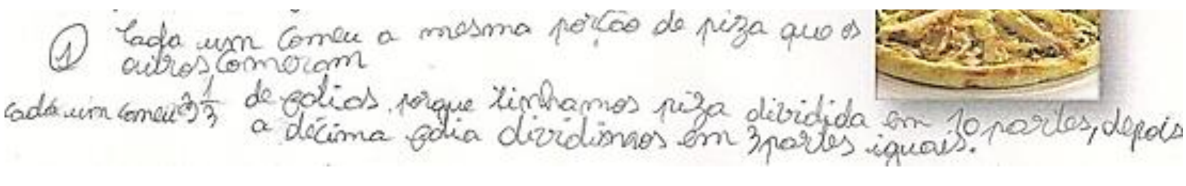


Figura 34. 1ª resolução da tarefa 4

Seguidamente, recorrendo a representações simbólicas, apresentaram algumas combinações possíveis do número de fatias que cada pessoa poderia ter comido, sem que necessariamente comessem os três a mesma quantidade, como podemos observar na figura 35:

Figura 35. Resoluções da tarefa 4

Relativamente às dimensões da criatividade, verificamos que a díade, recorrendo representações simbólicas, em termos de fluência conseguiu seis soluções diferentes, considerando que as três pessoas comeram iguais porções de piza e considerando que as três pessoas comeram diferentes porções de piza. Ao nível da flexibilidade, apresentou resolução apenas de duas naturezas diferentes. Nesta tarefa, no que respeita à originalidade, a díade apresentou uma resolução considerada original, no contexto da turma, uma vez que foi única, quando dividiu igualmente a piza pelas três pessoas.

Tarefa 5

Na tarefa 5 (Anexo XI), os Matmasters apresentaram variadas estratégias de resolução para a única solução do problema. Primeiramente, recorrendo a representações simbólicas, utilizaram o cálculo de frações equivalentes de forma a terem o mesmo denominador, podendo deste modo comparar as frações e concluindo que a fração $\frac{5}{6}$ é maior do que a fração $\frac{7}{8}$. Na segunda resolução, representaram simbolicamente e iconicamente as frações dadas e mais uma vez conseguiram chegar à resposta correta. Estas duas resoluções são possíveis observar na figura 36:

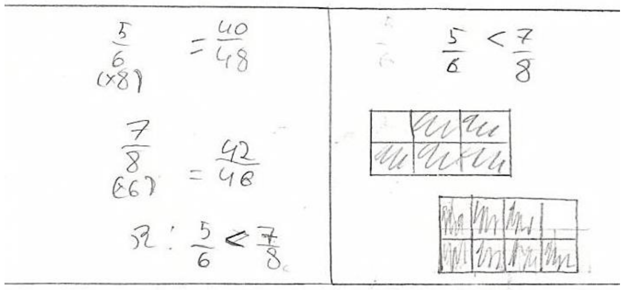


Figura 36. Resoluções da tarefa 5

Esta díade ainda apresentou mais duas resoluções, as quais foram únicas no contexto da turma: recorrendo à noção de fração enquanto quociente, a díade dividiu, em cada caso, o numerador pelo denominador de modo a comparar as dízimas; recorrendo à noção de percentagem, representou cada fração por uma dízima e converteu esta em percentagem. Em qualquer uma destas situações supracitadas, como é possível observar na figura 37, os Matmasters chegaram à conclusão de que fração $\frac{5}{6}$ é maior do que a fração $\frac{7}{8}$.

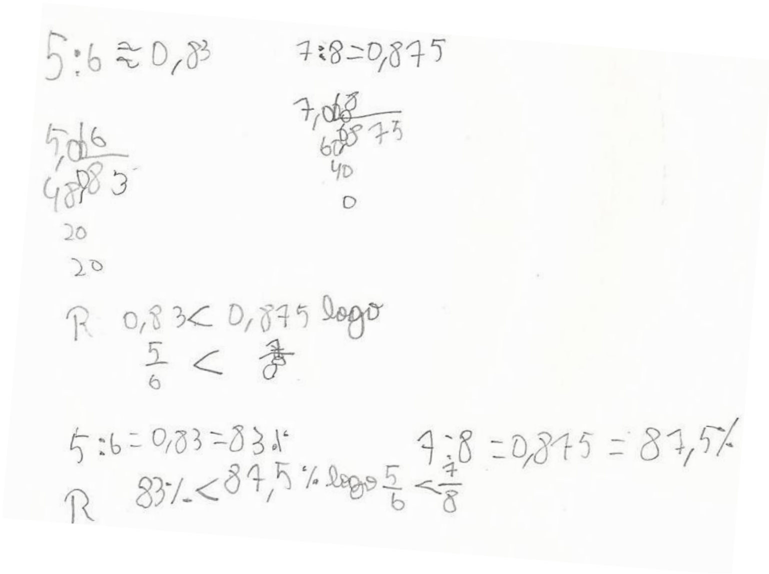


Figura 37. Resoluções da tarefa 5

No que concerne às dimensões da criatividade, verificamos que a díade, recorrendo representações icónicas e simbólicas, em termos de fluência conseguiu quatro estratégias diferentes para chegar à solução. Ao nível da flexibilidade, apresentou estratégias de quatro naturezas diferentes. Nesta tarefa, em termos de originalidade, a díade apresentou duas estratégias de resolução considerada originais, no contexto da turma, uma vez que foram únicas, sendo elas o recurso às frações enquanto quocientes e percentagens.

Tarefa 6

Na tarefa 6 (Anexo XII), esta díade representou as frações conforme o expectável, como é visível na figura 38:

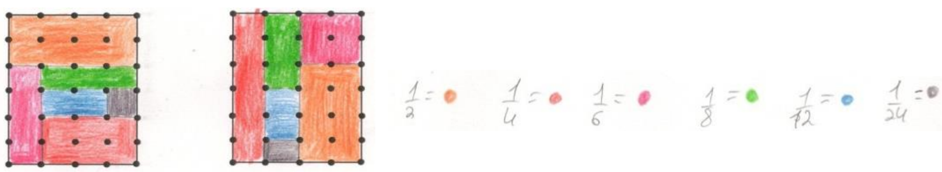


Figura 38. Resoluções da tarefa 6

Esta díade, por outro lado apresentou mais uma solução, desta vez separando as peças de cada "bloco" representativo de cada fração, figura 39, ou seja utilizando as quadrículas representativas de cada fração de forma disjunta, apenas mantendo algumas conjuntas, sendo esta uma resolução única uma vez que apenas foi realizado por esta díade.

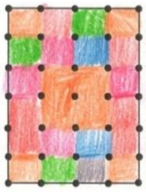


Figura 39. Resolução única

Esta díade, de forma imprevisível, apresentou mais duas resoluções, uma dividindo a quadrícula em duas partes e outra em quatro partes, figura 40, representando mais uma vez as frações disjuntas, em ambas as situações e ainda afirmou que existiam mais soluções e colocaram reticências a seguir à última representação para reforçar esta ideia.

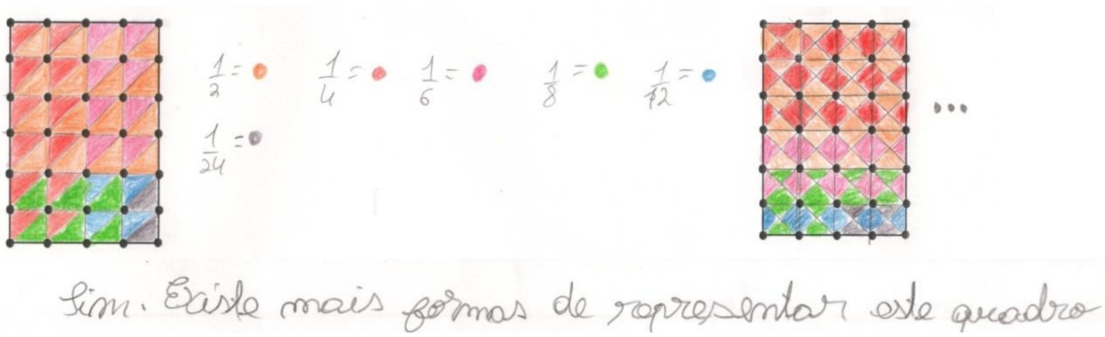


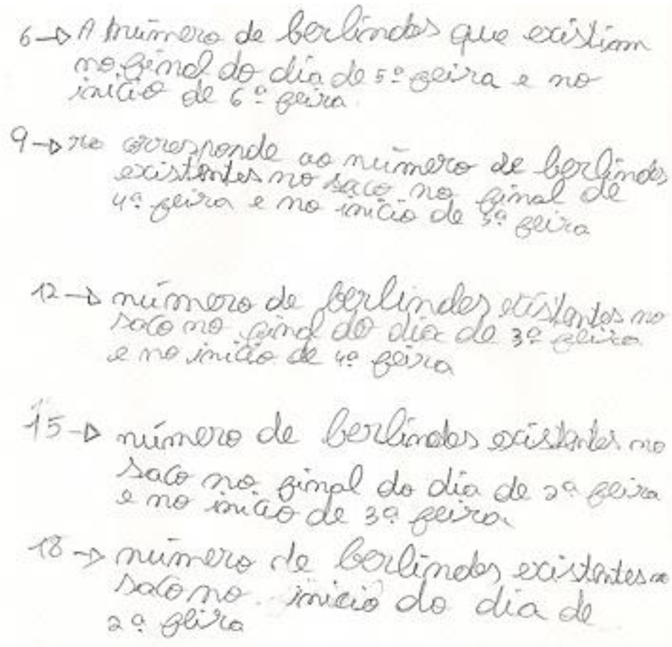
Figura 40. Resoluções únicas

É de destacar que esta tarefa já foi aplicada num estudo, Vale e Pimentel (2012) com alunos de ensino superior da formação inicial onde os resultados comparativamente com os obtidos com estes alunos foram muito fracos. Neste estudo não apareceu nenhuma resolução onde tenha sido considerado partes da quadrícula do geoplano, ou seja, ninguém apresentou resoluções de acordo com o ilustrado na figura 40.

No que respeita às dimensões da criatividade, verificamos que a díade, recorrendo representações icónicas, em termos de fluência conseguiu cinco resoluções corretas. Ao nível da flexibilidade, apresentou resoluções de quatro naturezas diferentes, representação das fracções de forma disjunta, conjunta, dividindo a quadrícula em duas partes e dividindo em quatro partes. Para esta tarefa, em termos de originalidade, a díade mostrou três resoluções originais, no contexto da turma, uma vez que foram únicas, correspondentes às figuras 39 e 40.

Tarefa 7

Nesta tarefa (Anexo XIII), os Matmasters apresentaram a resolução patente na figura 41:


6→ A número de berlindes que existiam no final do dia de 5º feira e no início de 6º feira

9→ no corresponde ao número de berlindes existentes no saco no final de 4º feira e no início de 5º feira

12→ número de berlindes existentes no saco no final do dia de 3º feira e no início de 4º feira

15→ número de berlindes existentes no saco no final do dia de 2º feira e no início de 3º feira

18→ número de berlindes existentes no saco no início do dia de 2º feira

Figura 41. Resolução da tarefa 7

A resolução apresentada conduz à resposta correta de que existiam dezoito berlindes inicialmente no saco. Por outro lado, é possível constatar a díade trabalhou este problema do fim para o princípio. No entanto, não revela o modo como a díade calculou os valores apresentados. Neste sentido, a professora, aquando da entrevista indagou a díade:

> Prof – Como surge aqui o 6?
> Aluno V – Tínhamos aqui 3 berlindes e ele aqui comprou metade…então fizemos a operação inversa…3x2…
> Aluno D – Que deu 6.
> Aluno V – Que era o número de berlindes que tinha o saco antes deles comprarem na 6ªfeira.
> Prof – Mas, por que é que, na vossa resolução, dizem que 6 era o que tinha o saco no fim de 5ª feira e no início de 6ª feira?
> Aluno V – Porque na 5ª feira, depois de comprarem, ficou o número de berlindes que tinha

na 6ª feira antes de comprar.
Prof – E agora, como surge este 9?
Aluno D – Ele ficou com 6 depois de comprar um terço, o que é dois terços do que tinha [parando por instantes].
Aluno V – Quer dizer, que ele tinha 9, porque compraram um terço de 9 que eram 3, na mesma, e sobraram 6, porque 6 mais 3 é igual a 9.
Prof – E o 12?
Aluno V – O 9 são as 3 partes porque 9 a dividir por 3 dá 3
Prof – E o porquê de 3 partes?
Aluno D – Nesse dia ele tinham comprado um quarto e…
Aluno V – …cada parte são 3 e por isso aparece o 12 que são 9 mais 3.
Aluno D – Na 4ª feira eles compraram também 3 e sobraram 9.

Com o decorrer da entrevista, a díade continuou a explicar detalhadamente como conseguiram obter os resultados apresentados na resolução desta tarefa. Por fim a professora questionou ainda:

Prof – Mas … afinal não deram resposta ao problema. Qual é a resposta?
Aluno D – É fácil…no saco tinha 18 berlindes.

Relativamente à criatividade, verificamos que díade, em termos de fluência conseguiu uma resolução correta. Ao nível da flexibilidade, apresentou resolução uma natureza. Para esta tarefa, em termos de originalidade, podemos considerar esta resolução original, uma vez que foi uma resolução rara, pois na turma, apenas uma díade conseguiu fazer uma resolução análoga.

Formulação de problemas

Tarefas 1F

Para a tarefa 1F (Anexo XIV), os Matmasters criaram um problema de cálculo de dois passos ou mais e resolveram-no, como é apresentando seguidamente:

> O Luís tem 10 rebuçados para a tosse num saco; ele estava doente e foi ao médico e ele receitou-lhe comer 1 rebuçado de meia hora em meia hora. Sobraram-lhe rebuçados? Sobraram-lhe 5 rebuçados porque da 1h15 min às 3h45 min passaram 2h30 e sabendo que em cada hora comia 2 rebuçados e passaram-se 2h. Ele comeu 5 rebuçados. (Matmasters, Tarefa 1F)

Aquando da entrevista, a professora indagou:

Prof – Com este enunciado, como é que sabem que ele comeu rebuçados durante 2h30?
Aluno D – É só entre estas horas [mostrando um ar admirado pela professora não ter percebido]…
Prof – Mas que horas?
Aluno V – Já sei [tocando nas costas do colega]. Falta-nos pôr a hora …da 1h15 e acabou às 3h45
Aluno D – Ah, pois…
Aluno V – Falta dizer a hora que começou e a hora que acabou…bem me parecia!
Prof – Só poderia ser completado da forma que o Aluno V está a dizer?
Aluno D – Não, professora. Podemos acrescentar "…de meia hora em meia hora. E só podia comê-los entre a hora do primeiro relógio e acabou a hora do segundo relógio."
Aluno V – Assim também dá!

Tarefas 2F

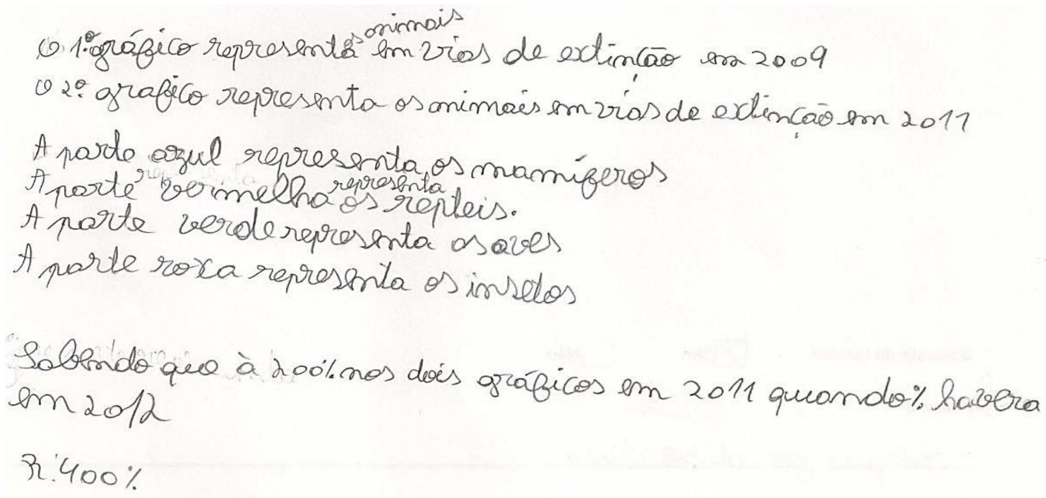
No que respeita à tarefa 2F (Anexo XV), esta díade criou dois problemas de cálculo de um passo muito semelhantes e extremamente básicos para este nível de ensino:

> - Na quinta existem 19 animais e 6 automóveis, ao todo quantas coisas que se movem estão na imagem a cima? R: Há 27 figuras que se movem.
> - Sabendo que na quinta há 7 vacas, 6 ovelhas, 3 patos e 1 gato, quanto animais há na quinta? R: Há 25 animais na quinta (Matmasters, Tarefa 2F)

Nos problemas formulados, a díade recorreu a dados da figura, nomeadamente o número de animais. No entanto, não conseguiu utilizar esses mesmos dados de forma a valorizar o problema formulado, tornando mais complexo. Os Matmasters resolveram facilmente os problemas formulados.

Tarefas 3F

Relativamente à tarefa 3F (Anexo XVI), a díade apresentou o seguinte problema:



O 1º gráfico representa animais em vias de extinção em 2009
O 2º gráfico representa os animais em vias de extinção em 2011
A parte azul representa os mamíferos
A parte vermelha representa os repteis.
A parte verde representa as aves
A parte roxa representa os insetos

Sabendo que à 100% nos dois gráficos em 2011 quando % haverá em 2012

R: 400%

Figura 42. Formulação da tarefa 3F

A díade começou por identificar o contexto dos gráficos detalhadamente, assim como o que correspondia a cada um dos diferentes setores. No entanto, a questão colocada está desenquadrada, não apresentando sentido. Em diálogo com os alunos, foi referido que, segundo o estipulado por eles, cada um dos gráficos apresentados corresponde a um ano diferente e nesse sentido não era coerente falarem em dois gráficos em 2012. Neste sentido, a díade referiu que a pergunta não estaria bem formulada.

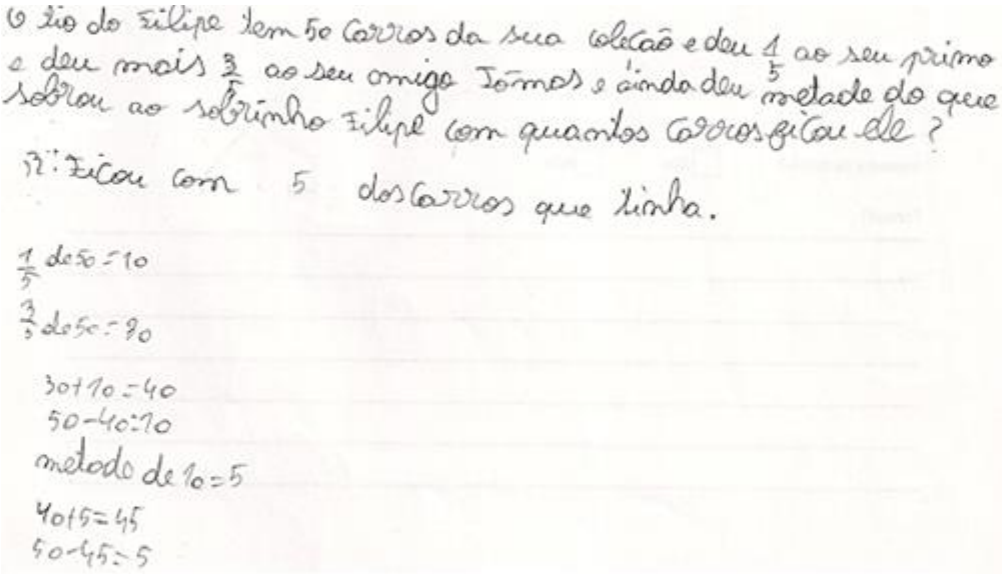
Na entrevista, a professora colocou algumas questões:

Prof – Deixando de parte a questão que colocaram, digam-me outras perguntas eu poderiam colocar com este enunciado apresentado?
Aluno V – Quanto por cento aumentou…
Aluno D – Ou diminuiu…
Aluno V – nos dois anos?
Prof – O que querem dizer com quanto por cento?
Aluno V – Quanto…por exemplo, em 2009 tinha 50% dos mamíferos em vias de extinção. Quantos deles passaram a não estar?
Prof – Como conseguem saber?
Aluno D – Conseguimos saber em percentagem, Aluno V.
Prof – Como poderiam fazer a pergunta?
Aluno V – Em que [parou por uns instantes] espécies de animais é que a percentagem aumentou e em que diminui?
Prof – Como resolviam essa questão?
Aluno D – Vimos que em 2009, os insetos têm 7% e aumentou para 25%. Por isso…neste aumentou.
Prof – Quanto?
Aluno V – 18%.
Prof – Como calcularam?
Aluno V – 25 menos 7.

A díade foi explicando, de forma análoga à descrita neste excerto da entrevista, como calcularia a diferença entre as percentagens do gráfico correspondente a 2009 e as de 2011.

Tarefa 4F

Os Matmasters, na tarefa 4F (Anexo XVII) formularam um problema de cálculo de dois ou mais passos e conseguiu resolvê-lo, como é possível verificar pela figura 43:



O tio do Filipe tem 50 carros da sua colecão e deu $\frac{1}{5}$ ao seu primo e deu mais $\frac{3}{5}$ ao seu amigo Tomás e ainda deu metade do que sobrou ao sobrinho Filipe com quantos carros ficou ele?

R: Ficou com 5 dos carros que tinha.

$\frac{1}{5}$ de 50 = 10

$\frac{3}{5}$ de 50 = 30

30+10=40

50-40=10

metade de 10=5

40+5=45

50-45=5

Figura 43. Formulação e resolução da tarefa 4F

Nesta formulação, a díade apresentou um enunciado coerente, com ideias claras e bem redigido. Na sua resolução recorreu a representações simbólicas, dando respostas à questão colocada. No entanto, a díade não respeitou a situação dada, uma vez que utilizou o dado $\frac{3}{5}$ para a formulação do problema e não o considerou como resposta ao problema formulado, como era proposto pela tarefa. Neste sentido, apesar de apresentar um problema corretamente formulado e resolvido, não estava de acordo com a situação proposta.

Tarefas 5F

Na tarefa 5F (Anexo XVIII), esta díade tentou formular um problema relacionado com as imagens apresentadas. No entanto, o texto construído está muito confuso, faltando informação que possibilite as resoluções apresentadas pela díade. Apenas tem por base a primeira figura, que para além das divisões que esta apresenta, aquando da resolução, dividiram-na também na horizontal, como é possível observar na figura 44:

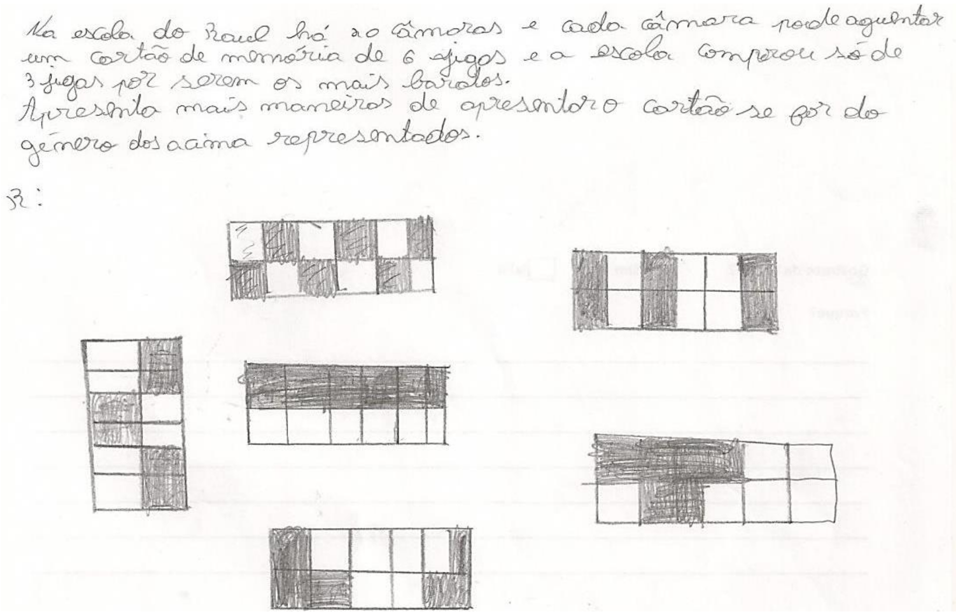


Figura 44. Formulação e resolução da tarefa 5F

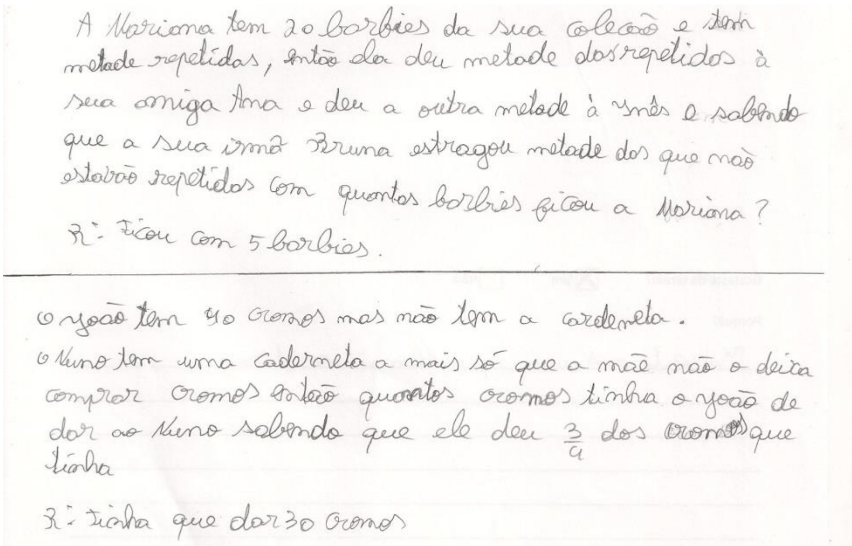
Na entrevista a professora tentou perceber o que pretendia a díade com esta formulação:

> Prof – De que modo este problema está relacionado com as figuras apresentadas?
> Aluno V – Cada barra pintada tinha 1 giga.
> Aluno D – Ao todo tinham 3 gigas.
> Prof – O que representa o branco na figura?
> Aluno D – Isso branco eram os 3 gigas que não deram.
> Prof – Que não deram?!
> Aluno V – Os cartões tinham todos este tamanho, se fossem de 3 gigas, 5 gigas ou 6 gigas…e…só…quantos gigas fosse era o pintado.
> Prof –E a segunda imagem da tarefa?
> Aluno D – É igual à de cima só que está, cada barra está dividida a meio! Por isso é igual.
> Aluno V – E aqui temos mais maneiras de representar o cartão.

Após a entrevista à díade, tornou-se compreensível o que pretendiam com esta formulação. Deste modo, verificou-se que, apesar da escassez de informação no enunciado, os Matmasters criaram um problema aberto que possibilita múltiplas soluções. A díade também foi capaz de apresentar soluções ao problema. Esta formulação, no contexto da turma é original uma vez que mais nenhuma díade apresentou uma formulação desta natureza.

Tarefas 6F

Na tarefa 6F (Anexo XIX), os Matmasters criaram dois problemas completamente desadequados às imagens apresentadas para motivar a formulação de dois problemas.



A Mariana tem 20 barbies da sua coleção e tem metade repetidas, então ela deu metade dos repetidos à sua amiga Ana e deu a outra metade à irmã e sabendo que a sua irmã Bruna estragou metade dos que não estavão repetidos com quantos barbies ficou a Mariana?
R: Ficou com 5 barbies.

O yoão tem 40 cromos mas não tem a caderneta. O Nuno tem uma caderneta a mais só que a mãe não o deixa comprar cromos então quantos cromos tinha o yoão de dar ao Nuno sabendo que ele deu $\frac{3}{4}$ dos cromos que tinha
R: tinha que dar 30 cromos

Figura 45. Problemas formulados da tarefa 6F

No entanto, a díade formulou dois problemas de cálculo de dois ou mais passos e chegou às respostas corretas apesar de não apresentar o método percorrido. Na entrevista a professora questionou a díade:

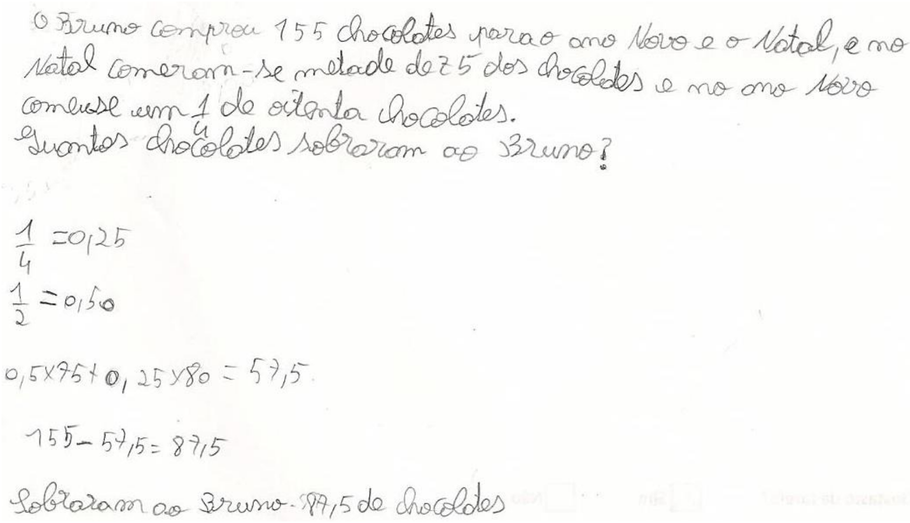
> Prof – Qual a relação entre os problemas formulados e as imagens apresentadas?
> Aluno D – Pois… [olhando para o Aluno V] nenhuma!
> Aluno V – É que não conseguimos fazer nenhum problema…estávamos sem ideias!
> Prof – Vou dar-vos uns minutos. [Passados 5 minutos] Então já conseguiram?
> Aluno V – Não sei, professora, pensamos neste: qual a diferença da figura 1 para a figura 2?
> Prof – E qual seria a resposta?
> Aluno D – É que rodaram.
> Prof – Rodaram como?
> Aluno D – Rodou para a direita a figura.
> Prof – Como é que rodou?
> Aluno V – Virou-se para a direita.
> Prof – Mas pegaram na figura e viraram ao acaso ou fixaram alguma parte?

> Aluno D – Rodou…por exemplo…punha um pionés aqui [apontando para o ponto onde se encontram os vértices dos triângulos amarelo e vermelho] e rodava.

O problema formulado, aquando da entrevista pode ser considerado uma vez que tem por base as duas figuras apresentadas. Por outro lado, é possível considerar esta formulação original, uma vez que nenhuma outra díade da turma apresentou uma formulação da mesma natureza.

Tarefas 7F

Os Matmasters, para esta tarefa (Anexo XX) criou um problema de cálculo com dois ou mais passos, conseguindo apresentar uma resolução para o mesmo, como é possível constatar pela figura 46:


O Bruno comprou 155 chocolates para o ano Novo e o Natal, e no Natal comeram-se metade de 75 dos chocolates e no ano Novo comeuse um $\frac{1}{4}$ de oitenta chocolates.
Quantos chocolates sobraram ao Bruno?

$\frac{1}{4} = 0{,}25$

$\frac{1}{2} = 0{,}50$

$0{,}5 \times 75 + 0{,}25 \times 80 = 57{,}5$

$155 - 57{,}5 = 97{,}5$

Sobraram ao Bruno-97,5 de chocolates

Figura 46. Formulação e resolução da tarefa 7F

Nesta formulação, demonstram conseguir transpor da linguagem matemática para a linguagem corrente, nomeadamente indicando $0{,}5 \times 75$ como sendo metade de 75 e $0{,}25 \times 80$ como sendo $\frac{1}{4}$ de 80.

Na formulação de problemas, como já foi anteriormente explanado no capítulo IV, A Experiência Didática, a análise ao nível das três dimensões da criatividade – fluência, flexibilidade, originalidade – será realizada sobre o conjunto de todas estas tarefas. Neste sentido, após a análise pormenorizada, é possível concluir que em termos de fluência, os Matmasters, para as oito formulações pedidas realizaram oito problemas. Em termos de flexibilidade, a díade apresentou problemas de cálculo, variando entre um ou dois e mais passos, mas também apresentou um problema de múltiplas soluções. Finalmente, em termos de originalidade, os Matmasters apresentaram duas formulações originais.

Resolucionistas

Um retrato dos Resolucionistas

A díade era constituída por dois alunos de 10 anos - Aluno L e Aluno J. Ambos viviam com os pais e possuíam um irmão. Quanto ao aluno L, os pais possuíam entre os trinta e os trinta e nove anos e o Aluno J, o pai tinha entre quarenta a cinquenta anos e a mãe entre trinta a trinta e nove anos. Os dois eram moradores no concelho a que pertencia a escola, frequentavam a mesma escola desde o primeiro ciclo. Os alunos transitaram sempre, não apresentado qualquer retenção no seu percurso escolar.

No caso do Aluno L, o pai era pescador e a mãe era bancária, ambos tinham concluído o ensino secundário. Ambicionava, no futuro, ser jogador de futebol. Ocupava os seus tempos livres com computador e praticava canoagem. Afirmava estudar sozinho e indicou como disciplinas preferidas Matemática, Ciências da Natureza Educação Visual; como disciplina de maior dificuldade Língua Portuguesa. Tratava-se de um aluno menos ativo do que o seu par e que apesar de gostar da disciplina de matemática tinha consciência das suas dificuldades nesta área. O seu trabalho na díade, inicialmente assumindo um papel muito discreto, foi ganhando relevo com o decorrer de todo o trabalho desenvolvido. Revelava, por vezes, falta de persistência na resolução das tarefas.

Relativamente ao Aluno J, o pai estava reformado e a mãe era auxiliar de gerontologia. Pretendia, futuramente, ser astronauta. Nos tempos livres, gostava de jogar computador, ir ao cinema, ver televisão e brincar com o gato. Assegurava estudar sozinho, assinalou todas as disciplinas como sendo suas favoritas e possuía maior dificuldade a Educação Física. Tratava-se de um aluno com elevada autoestima no que respeita às suas capacidades, pois era um aluno bastante perspicaz e com grandes capacidades cognitivas demonstrando bastante facilidade em termos de comunicação oral, expressando-se claramente de forma fluente, com um discurso coerente e seguindo sempre uma sequência lógica, sendo deste modo um bom informante. No entanto, fisicamente, apesar de não apresentar qualquer limitação, era notória a dificuldade ao nível quer da motricidade fina, apresentando uma caligrafia de difícil compreensão, quer mesmo em termos de organização dos próprios materiais, o que se refletia ao nível da comunicação escrita, apresentando esta bastante desorganizada. Para este aluno, o facto de trabalhar em grupo foi uma mais-valia pois colmatava uma das suas maiores dificuldades – organização da informação em termos da comunicação escrita.

Esta díade revelava uma dinâmica de trabalho muito interessante. Uma vez que o Aluno J, como já foi referido anteriormente, possuía dificuldade em organizar as suas ideias ao nível da comunicação escrita, quando pretendia apresentar o seu ponto de vista da tarefa, a maior parte das vezes, fazia-o oralmente e o Aluno L tentava reproduzir por escrito. Por outro lado, o Aluno J incentivava o Aluno L a não desanimar, alegando que podiam sempre fazer melhor ou diferente dos outros. No início, demonstravam grande preocupação em serem os primeiros a terminar as tarefas, inquietação essa que, com o passar do tempo, foi desvanecendo.

Criatividade em matemática

Perceções e reações

No questionário inicial intitulado " O que penso e sinto em relação à criatividade e à matemática" (Anexo III) foi possível constatar o ponto de vista dos elementos da díade Resolucionistas relativamente à relação da criatividade com a matemática como já foi referido em capítulo anterior.

Quanto à matemática, o Aluno L afirmou que é uma disciplina fantástica da qual gostava mas apenas não apreciava a resolução de problemas uma vez que os tinha quase sempre mal. Por sua vez, o Aluno L afirmou "a matemática é um conjunto de problemas com regras, operações e números de todos os tipos", que gosta da disciplina e que um problema de matemática é "tentar encontrar uma estratégia para o resolver e depois descobrir outras formas diferentes de o resolver". Este mesmo aluno, assume que gosta de resolver problemas pois é como "um desafio com certos graus de dificuldade".

No campo da criatividade, o Aluno L não se considera criativo porque, apesar de se esforçar durante a resolução de problemas, é raro conseguir chegar a um resultado, ao contrário do Aluno J que afirma ser criativo porque tenta sempre encontrar outra forma de resolver o problema, às vezes até mais complexa. Discordam do conceito de que a criatividade é um dom raro, que só alguns possuem mas concertam que a criatividade pode ser desenvolvida na maioria das pessoas se confrontadas com essa possibilidade. Por outro, ambos afirmam que é possível ser criativo em matemática, que segundo o Aluno L estudando mais e de acordo com o Aluno J, descobrindo outras soluções alternativas. O aluno L concorda que a criatividade é uma caraterística individual e que não pode ser construída em grupo mas o aluno J afirma não ser uma caraterística individual mas que pode ser construída em grupo. Ao serem questionados se é possível aprender a ser criativo em matemática, ambos afirmam que é possível se forem mais esforçados e tentando usar outros métodos. Relativamente à avaliação da criatividade, o aluno L afirma não ter opinião no entanto o Aluno J concorda fortemente com esta opinião. No que respeita à limitação da criatividade por parte da escola, o Aluno L não tem opinião por outro lado o Aluno J concorda com a ideia. Finalmente, os Resolucionistas estão cientes de que a criatividade é uma capacidade fundamental que deve ser desenvolvida na escola.

No final da experiência didática foi proposta a realização de um questionário de forma a recolher a opinião dos alunos referente às diferentes tarefas assim como sobre o desenvolvimento deste estudo em par/díade.

Os Resolucionistas consideraram a tarefa 2F (Anexo XV) como sendo a de mais fácil resolução, porque só tinham que inventar dois problemas e para os resolver o que "exigia menos capacidade de raciocínio" da sua parte. Quanto à tarefa que possuíram mais

dificuldade, afirmam que foi a tarefa 7 (Anexo XIII) porque tinha um grau de dificuldade elevado pois de tarefa em tarefa a dificuldade foi aumentando e tiveram que pensar muito. Relativamente à tarefa mais desafiante, os Resolucionistas acharam ser a tarefa 7 porque exigia grande raciocínio para a sua resolução. No que concerne à tarefa em que foram mais criativos, o Aluno L afirma ter sido na tarefa 4 (Anexo X) sem argumentar enquanto que o Aluno J afirmou ser a tarefa 2F porque criaram um problema que exigia saber "as frações e a divisão das mesmas, matéria que já tinha sido aprendida na aula".
No que respeita ao trabalho em pares, ambos declaram porque "faziam uma bela dupla" e ajudavam-se mutuamente. No entanto o Aluno L, disse que, apesar de tudo, preferia ter trabalhado individualmente, porque como não era muito bom aluno, poderia ter "puxado mais pela cabeça", no entanto o Aluno J afirmou que deste modo tornava-se mais fácil a resolução de problemas.

Desempenho e dimensões da criatividade

Resolução de problemas

Tarefa 1

Na tarefa 1 (Anexo VII), a díade apresentou as resoluções expectáveis, indicando a fração $\frac{8}{32}$ como solução da tarefa. A partir desta solução calculou uma fração equivalente, neste caso $\frac{1}{4}$, apesar de uma indicação desapropriada, uma vez que encadeia todo o processo para o calculo da fração equivalente, como é possível observar na figura 47:

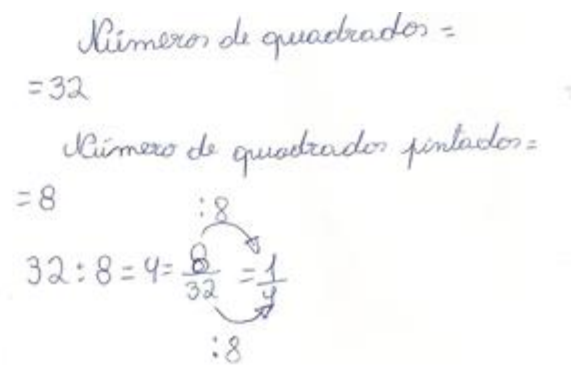


Figura 47. Resolução da tarefa 1

Relativamente à criatividade, nas suas três dimensões, fluência, flexibilidade e originalidade, verificamos que a díade, recorrendo representações simbólicas, em termos de fluência conseguiu duas soluções. Em termos de flexibilidade, mostrou resolução apenas duas naturezas, fração parte/todo e frações equivalentes. Nesta tarefa, no que respeita à originalidade, a díade não apresentou soluções consideradas originais no contexto da turma.

Tarefa 2

Para a tarefa 2 (Anexo VIII), os Resolucionistas apresentaram as soluções esperadas para o país dos meios, dos terços e dos quartos, como se pode constatar pela figura 48:

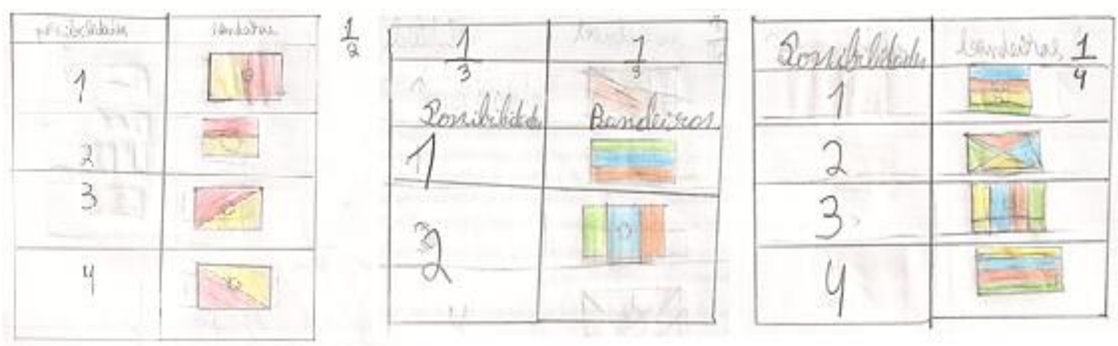


Figura 48. País dos meios, terços e quartos

No país dos quartos, a possibilidade 2 não era espectável. Esta díade quando confrontada com a possibilidade de utilizar o papel quadriculado, apresentou outras possibilidades que não eram previsíveis aparecer e mais nenhuma díade da turma as apresentou, quer para o país dos meios, quer para o país dos terços assim como para o país dos quartos, como se observa na figura 49:

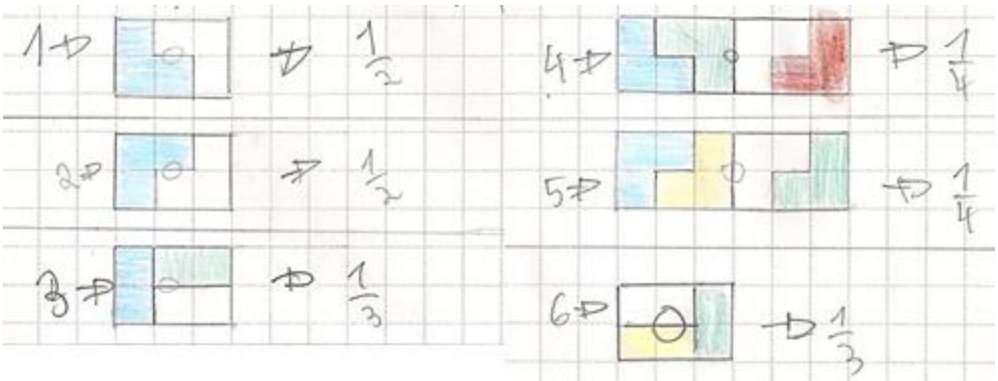


Figura 49. Possibilidades não expectáveis para a tarefa 2

As díades, após o trabalho realizado no papel quadriculado, foram desafiadas a responder à questão: "É vantajosa a utilização do papel quadriculado nesta tarefa?". Esta díade respondeu do seguinte modo:

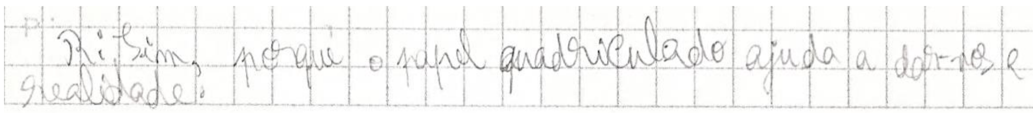


Figura 50. Resposta à questão

No que concerne às dimensões da criatividade, esta díade, utilizando representações simbólicas, apresentou dezasseis soluções possíveis para esta tarefa. Em termos de flexibilidade, os Resolucionistas apresentam soluções de cinco naturezas diferentes. Finalmente, ao nível da originalidade, surgem com duas resoluções únicas uma vez que mais nenhuma díade da turma apresentou resoluções análogas.

Tarefa 3

Em termos da tarefa 3 (Anexo IX), os Resolucionistas utilizaram representações na forma icónica na solução para este problema. No entanto, a representação simbólica utilizada, totalmente compreensível não está apresentada da forma mais correta. Quanto às frases explicativas redigidas pela díade, apresentam uma linguagem confusa uma vez que referem que " $\frac{1}{3}$ se fosse 1 chocolate para cada criança" quando, deveria ser " $\frac{1}{3}$ para cada criança, se fosse 1 chocolate". O mesmo acontece na frase seguinte, onde de forma análoga à anterior, deveria ler-se " $\frac{2}{6}$ para cada criança, se fossem 2 chocolates,".

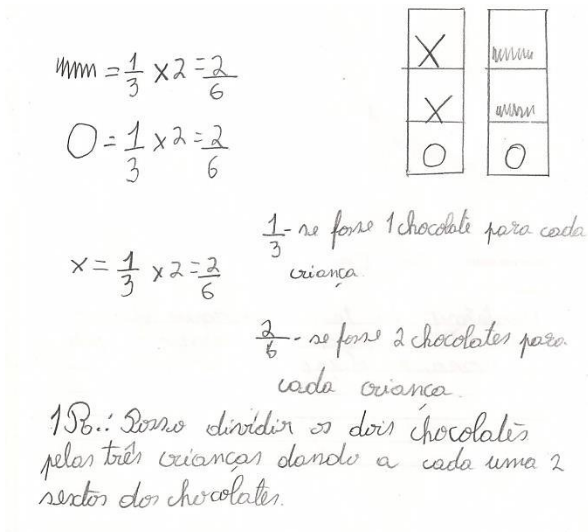


Figura 51. Resolução da tarefa 3

Em termos de criatividade, os Resolucionistas, utilizando representações simbólicas e icónicas, apresentam uma solução possível para esta tarefa. Em termos de flexibilidade, mostram a solução de uma natureza. Finalmente, ao nível da originalidade, surgem com uma resolução única uma vez que, na turma não apareceu mais nenhuma resolução idêntica.

Tarefa 4

Nesta tarefa (Anexo X), foi de encontro às expectativas, uma vez que depois de concluir que não era possível dividir igualmente o número de fatias de piza pelos três meninos, concluiram que, corresppondendo cada fatia a $\frac{1}{10}$ da piza, dois meninos comeriam $\frac{3}{10}$ e o terceiro menino comeria $\frac{4}{10}$.

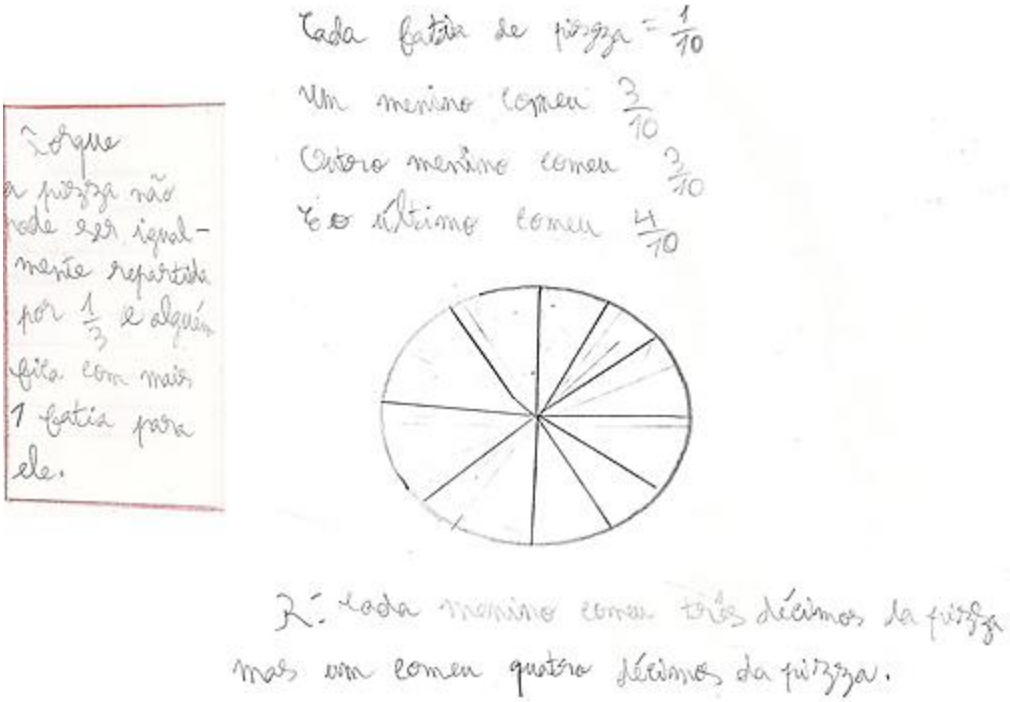


Figura 52. Resolução da tarefa 4

Ao nível da criatividade, esta díade recorrendo a representações simbólicas e icónicas, apresentam uma solução possível para esta tarefa. Em termos de flexibilidade, mostram a solução de uma natureza. Finalmente, ao nível da originalidade, a solução não é original no contexto da turma.

Tarefa 5

Os Resolucionistas, para a tarefa 5 (Anexo XI), apresentaram três estratégias diferentes para chegarem à solução do problema que era $\frac{7}{8} > \frac{5}{6}$. Utilizando a indicação da díade, na 1ª solução, representaram iconicamente as duas frações e seguidamente compararam as imagens. Para a 2ª resolução, calcularam frações equivalentes e compararam as frações. Na 3ª solução, de forma semelhante á 2ª resolução, calcularam frações equivalentes às dadas, de modo a que estas apresentassem o mesmo denominador, apesar de matematicamente não estar corretamente representado esses cálculos, comparando as frações, como se observa na figura 53.

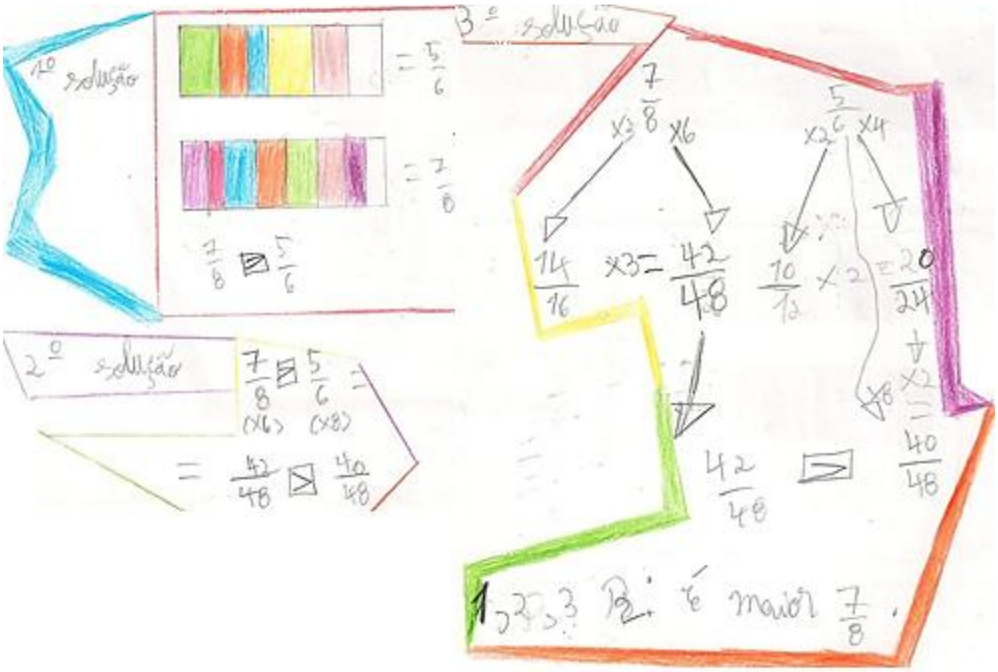


Figura 53. Resoluções da tarefa 5

Ao analisar as dimensões da criatividade, verifica-se que a díade, em termos de fluência apresenta duas estratégias diferentes para chegar à solução. Por outro lado, em termos de flexibilidade, são duas estratégias de natureza diferente. Finalmente, ao nível da originalidade, revela uma resolução rara, a representação icónica, uma vez que apenas uma díade, na turma, apresentou uma resolução semelhante.

Tarefa 6

Nesta tarefa 6 (Anexo XII), a díade apresentou resoluções na forma de representações icónicas, as quais complementou com representações simbólicas. Em determinadas representações, a díade iguala a fração a um número, como por exemplo $\frac{1}{12} = 2$, não explicando o que representa cada um dos números. Neste caso, ao longo da entrevista a díade revelou que $\frac{1}{12}$ da tela corresponde a duas quadrículas. De forma análoga representa as outras frações, como é visível na figura 54:

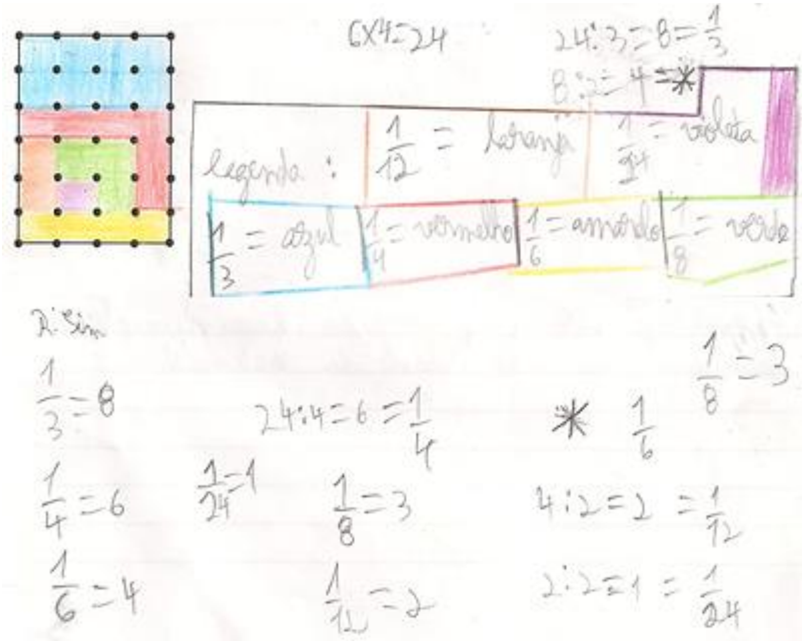


Figura 54. 1ª resolução da tarefa 6

Para além da resolução apresentada, a díade conseguiu realizar mais 7 resoluções, como se observa na figura 55:

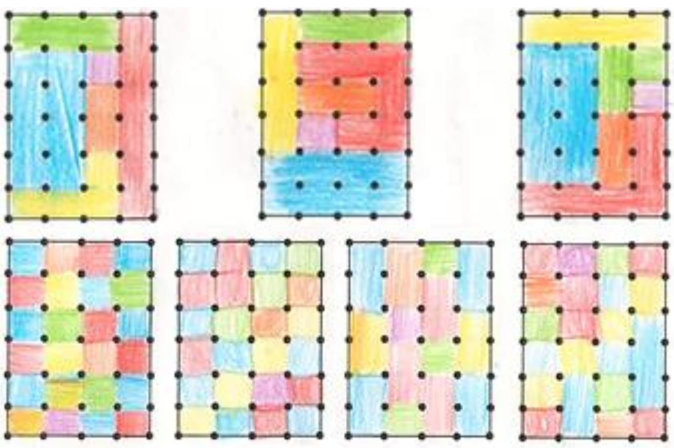


Figura 55. Outras resoluções da tarefa 6

Os Resolucionistas, ao nível das dimensões da criatividade, nesta tarefa, no que respeita à fluência apresenta oito soluções diferentes. Por outro lado, em termos de flexibilidade, são resoluções de duas naturezas diferentes, pois apresenta as fracções de forma conjunta e de forma disjunta. Finalmente, ao nível da originalidade, revela uma resolução única, a representação de frações de forma exclusivamente disjunta, sendo que, na turma, mais nenhuma díade apresentou uma resolução semelhante.

Tarefa 7

Os Resolucionistas, na tarefa 7 (Anexo XIII), apresentaram uma resolução, recorrendo a representações simbólicas, muito organizada e devidamente explicada, não surgindo qualquer dúvida quanto ao método utilizado para alcançarem a resposta correta. A díade iniciou o seu trabalho no centro da página e trabalhou a resolução do problema do fim para o princípio. Cuidadosamente, registaram todos os cálculos para justificarem os valores apresentados. Notou-se uma preocupação extrema para que fosse percetível o modo como pensaram. Todos estes dados são visíveis na figura 56:

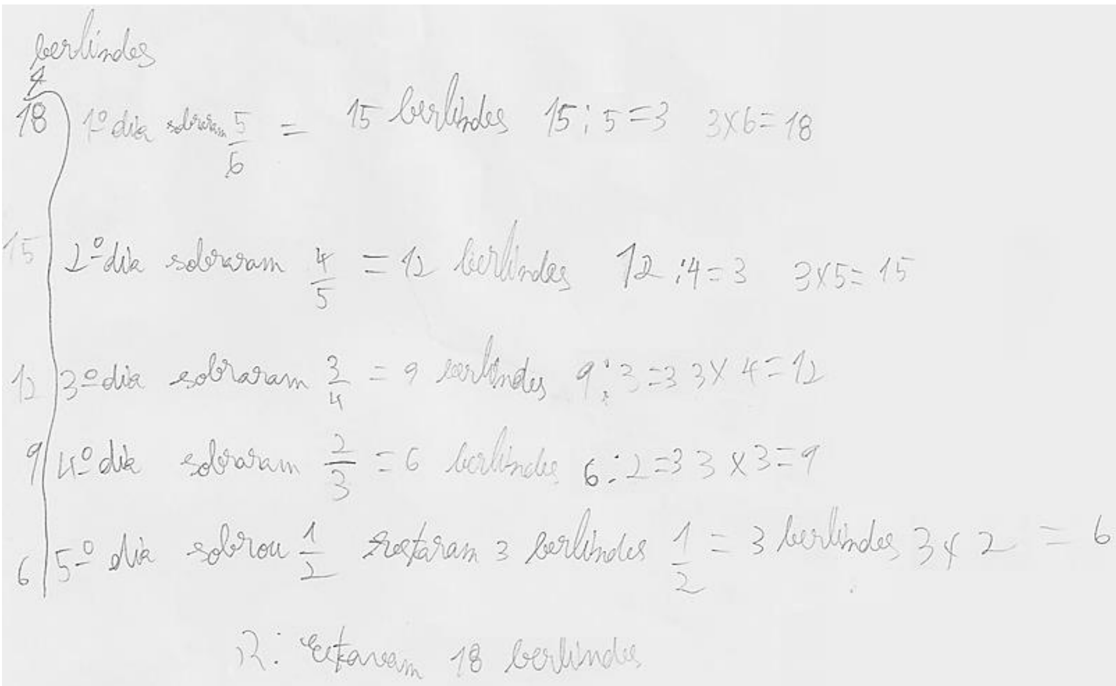


Figura 56. Resolução da tarefa 7

Em termos da criatividade, verifica-se que os Resolucionistas, em termos de fluência apresenta uma estratégia para chegar à solução. Por outro lado, em termos de flexibilidade, apresentou uma estratégia de resolução. Finalmente, em termos de originalidade, revela uma resolução rara uma vez que apenas uma díade, na turma, apresentou uma resolução semelhante.

Formulação de problemas

Tarefa 1F

Para a tarefa 1F (Anexo XIV), os Resolucionistas criaram um problema de cálculo de dois passos ou mais, com alguma extensão ao nível do enunciado, simultaneamente confuso na redação do texto e com omissão de algumas palavras:

> No primeiro relógio está representada a hora em que há vendas de relógios. No segundo relógio está representada a hora em que se acaba a venda de relógios. Quem vende faz uma pausa de 15 minutos e almoça em 30 minutos. Quantos dias seriam necessários para que os almoços e as pausas passassem da hora em que começa e acaba a venda de relógios? (Resolucionistas, tarefa 1F)

Trata-se de uma formulação que já exige que ao resolver o problema seja necessário recorrer aos dados da figura dada, neste caso, às horas marcadas num e noutro relógio, aumentando deste modo o grau de dificuldade do problema. A díade conseguiu chegar à solução referindo que seriam precisos entre 3 a 4 dias.

Tarefa 2F

Para a tarefa 2F (Anexo XV), a díade formulou um primeiro problema de cálculo de dois ou mais passos, mais uma vez, com o enunciado longo, onde inclusive, coloca dados desnecessários à resolução do problema:

> Estavam 49 cavalos no celeiro. Amanhã vão trazer 13 cavalos para o celeiro mas aconteceu um problema inesperado que era que a carrinha avariou e o motorista vai ter que esperar 1 hora para o reboque vir, mas o senhor ainda tem que lanchar durante 1 hora e 45 minutos. São 15h45minutos. A que horas tem o senhor de entregar os cavalos? (Resolucionistas, tarefa 2F)

A díade, representando simbolicamente, conseguiu chegar à resposta do problema, afirmando que o camião iria chegar pelas 18h30m, como é possível observar na figura 57:

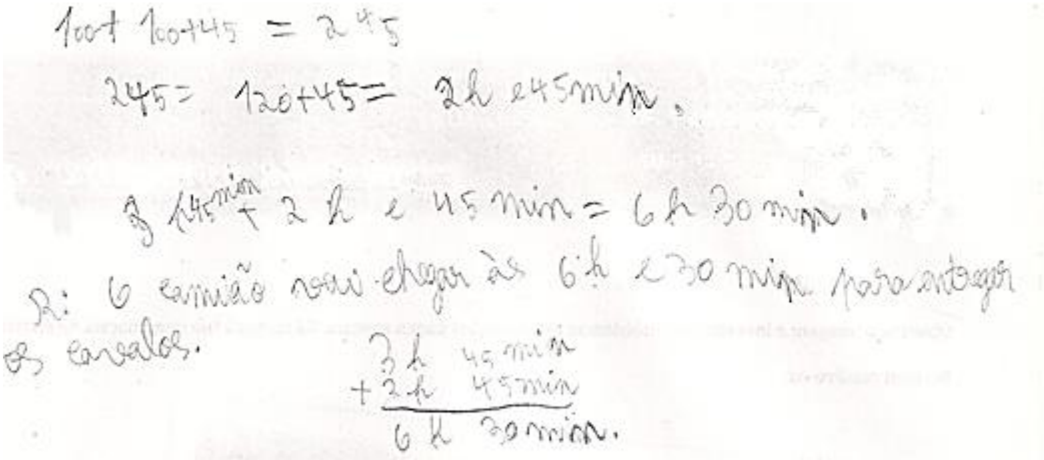

100+ 100+45 = 245
245= 120+45= 2h e 45min.
3 h 45 min + 2 h e 45 min = 6 h 30 min.
R: O camião vai chegar às 6 h e 30 min para entregar os cavalos.
3 h 45 min
+ 2 h 45 min
6 h 30 min.

Figura 57. Resolução do problema

Relativamente ao segundo problema pedido, a díade apresentou um contexto muito semelhante ao anterior, novamente formulando um problema de cálculo de dois ou mais passos, desta vez sem o sentido aditivo ou subtrativo, mas passando a operar com a multiplicação e com a divisão, colocando duas questões no problema, como podemos observar pela figura 58:

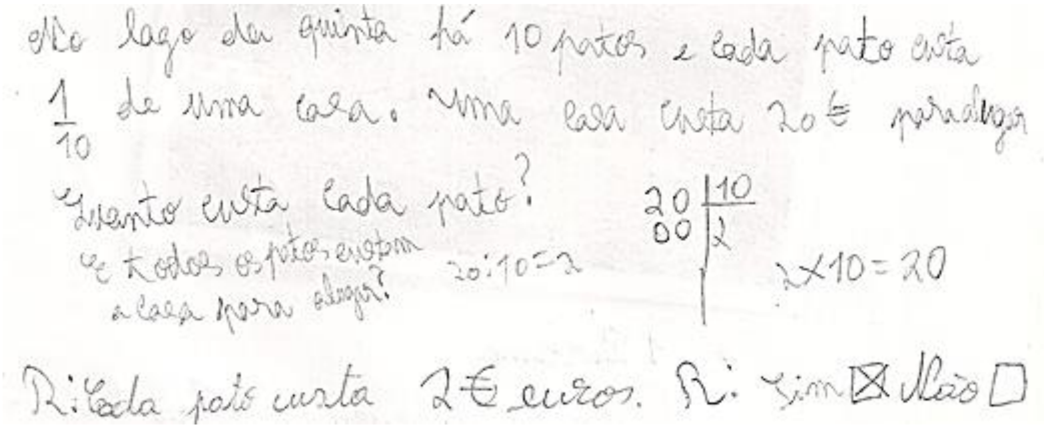

No lago da quinta há 10 patos e cada pato custa $\frac{1}{10}$ de uma casa. Uma casa custa 20 € para alugar
Quanto custa cada pato?
E todos os patos custam a casa para alugar?
20:10=2
2×10=20
R: Cada pato custa 2 € euros. R: Sim ☒ Não ☐

Figura 58. Formulação e resolução do problema

A díade conseguiu resolver o problema através de representações simbólicas. Este problema formulado utiliza dados reais mas, de facto, a díade não tem a noção da realidade quando considera que o preço de um pato poderá corresponder a $\frac{1}{10}$ do valor da renda de uma casa.

Tarefas 3F

Esta díade, para a tarefa 3F (Anexo XVI), identificou o primeiro gráfico com *Ipop* e o segundo com *LM*. Seguidamente apresentou o seguinte problema:

> Nos seguintes gráficos mostra as coisas sobre a empresa Ipop e a empresa LM. A azul mostra o lucro que obtiveram, a vermelho mostra o prejuízo que tiveram, a verde mostra o que já venderam e a roxo mostra o que ainda não venderam.
> 1) Qual das empresas consegue lucrar mais e qual delas consegue ter menos prejuízo?
> 2) Dos produtos para vender e os já comprados, ambas as empresas têm a mesma quantidade? (Resolucionistas, tarefa 3F)

A díade, de acordo com este enunciado, apresentou uma solução correta para o problema formulado, como é possível verificar na figura 59:

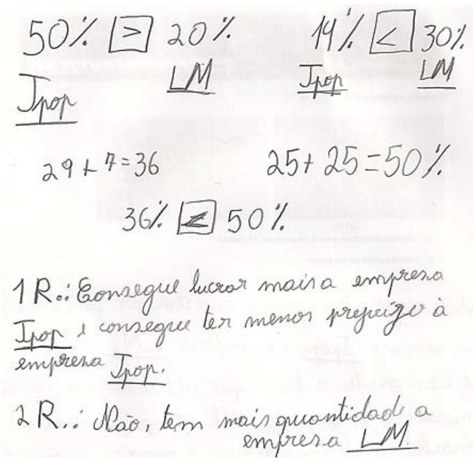


Figura 59: Resolução da tarefa 3F

O problema formulado assim como a resolução apresentada pela díade, matematicamente podem ser consideradas como estando corretas. No entanto, em termos de dados, a díade erra quando para o mesmo gráfico atribui dados de natureza diferente para os setores que o constituem, neste caso: dois setores correspondem a lucros e prejuízos; dois setores correspondem a produtos para vender e produtos já comprados.

Tarefas 4F

Os Resolucionistas, para a tarefa 4F (Anexo XVII) formularam um problema de cálculo de dois ou mais passos, como é possível verificar pela figura 60:

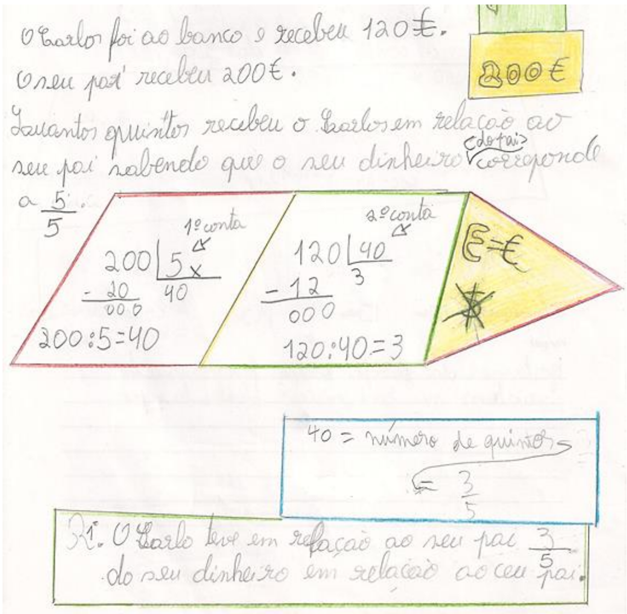


Figura 60. Formulação e resolução da tarefa 4F

Nesta formulação, a díade apresentou um enunciado coerente, apesar de alguma imprecisão na linguagem utilizada, mas com ideias claras, tornando percetível o que pretendiam. Na sua resolução recorreu a representações simbólicas, devidamente organizadas. Começou por dividir o dinheiro do pai em cinco partes, de modo a verificar quanto dinheiro correspondia a cada uma das partes, concluindo que são quarenta euros. Seguidamente, a díade calculou, por meio de uma divisão, quantas destas partes, ou seja, quantos quarenta euros cabiam nos cento e vinte euros do filho. Concluíram então que corresponde a três partes do dinheiro pai, ou seja, o dinheiro do filho são três quintos do dinheiro do pai. A resposta ao problema formulado era exatamente os três quintos, como era proposto pela situação apresentada.

Tarefas 5F

Na tarefa 5F (Anexo XVIII) a díade formulou um problema de cálculo de dois ou mais passos. A díade foi capaz de formular um problema com duas questões perfeitamente adequadas ao contexto e englobando diferentes aspetos tratados no âmbito dos números racionais não negativos, como sendo a noção parte/todo e a noção de percentagem, baseando-se nas figuras da situação proposta. No entanto, o enunciado, apesar de compreensível está um pouco desorganizado em termos de ideias, como é visível na figura 61 .

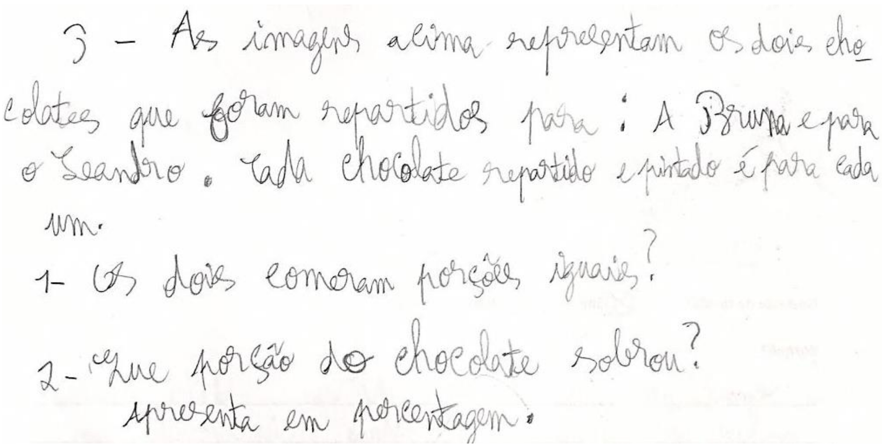

3 – As imagens acima representam os dois chocolates que foram repartidos para: A Bruna e para o Leandro. Cada chocolate repartido e pintado é para cada um.
1- Os dois comeram porções iguais?
2- Que porção do chocolate sobrou?
Apresenta em percentagem.

Figura 61. Formulação da tarefa 5F

Para a sua resolução, a díade recorreu a representações simbólicas. Primeiramente, os Resolucionistas responderam à primeira questão, identificando-a como *S.1)*. Nas figuras dadas, a díade colocou o número 1 junto da primeira figura e o número 2 junto da segunda figura, utilizando a mesma identificação fazer corresponder às respetivas frações da parte pintada de cada uma das figuras. Seguidamente, apesar da representação para o cálculo de uma fração equivalente não ser a mais adequada $\left(\frac{3}{6} \times 2 = \frac{6}{12}\right)$, a díade conseguiu calcular corretamente de modo a concluir que as frações por eles indicadas era equivalentes, o que leva as duas pessoas tivessem comido porções iguais. Para a segunda questão, a díade, de forma análoga para as duas figuras dadas, calculou a diferença entre a fração correspondente a toda a figura e a fração da parte pintada. Deste modo concluiu que as duas pessoas tinham comido a mesma quantidade, fazendo a sua representação por meio de percentagem. As duas resoluções estão patentes na figura 62:

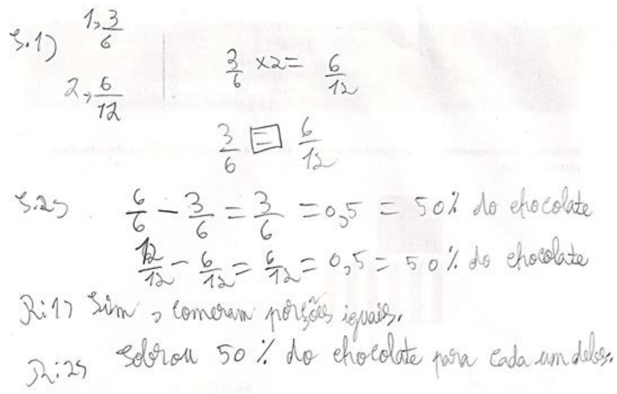


Figura 62. Resolução da tarefa 5F

Tarefas 6F

Para a tarefa 6F (Anexo XIX), a díade criou um problema muito simples que remete para o contexto de uma tarefa anteriormente realizada no âmbito da resolução de problemas: as bandeiras dos países. Nesta formulação, apesar de fazer a alusão às duas figuras dadas, a questão colocada leva a uma análise das mesmas de forma individual. Por outro lado, os Resolucionistas apresentam a resolução do problema, que está correta para a questão formulada, demonstrando o processo percorrido para chegarem à resposta correta. É possível observar a formulação e a resolução na figura 63.

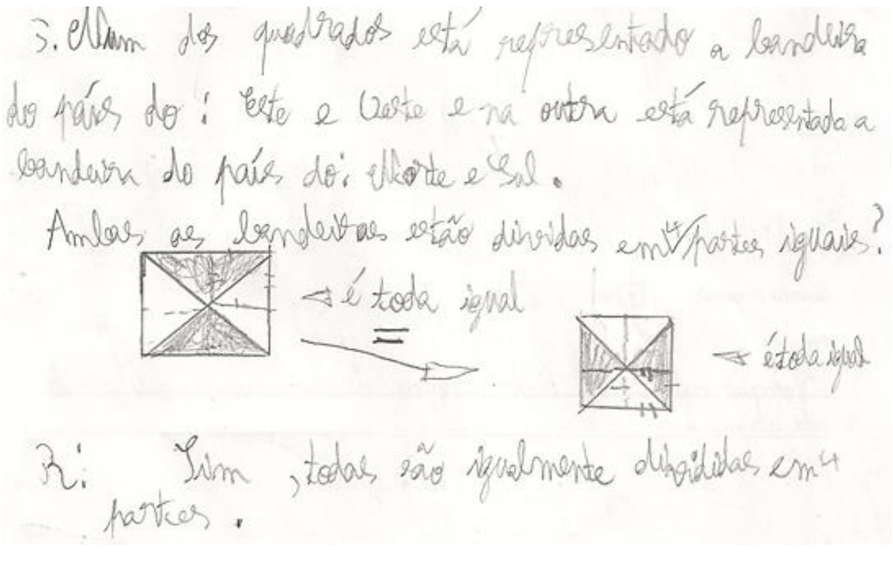


Figura 63. Formulação e resolução da tarefa 6F

Tarefas 7F

Na tarefa 7F (Anexo XX) a díade criou um problema muito simples com uma situação concreta e real, para a expressão apresentada como motivação à formulação do problema. Por outro lado, os Resolucionistas foram capazes de resolver o problema por eles formulado, o que é possível observar na figura 64:

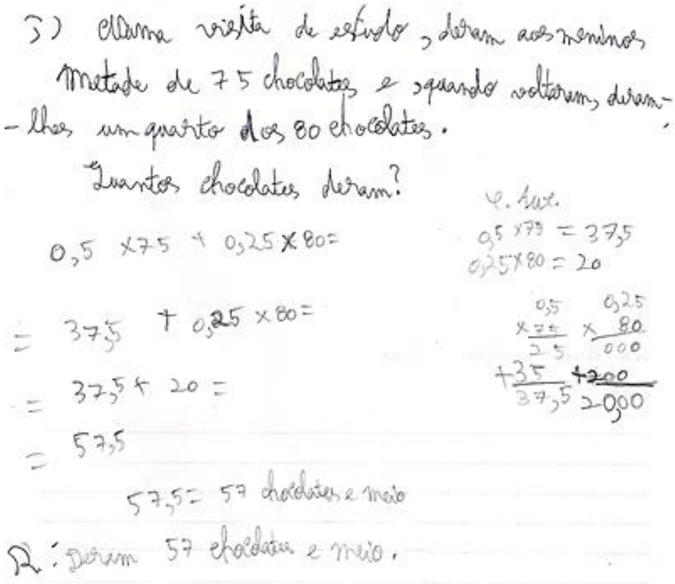


Figura 64. Formulação e resolução da tarefa 7F

Na formulação de problemas, como já foi anteriormente explanado no Capítulo IV, A Experiência Didática, a análise ao nível das três dimensões da criatividade – fluência, flexibilidade, originalidade – será realizada sobre o conjunto de todas estas tarefas. Neste sentido, após a análise pormenorizada, é possível concluir que em termos de fluência, os Resolucionistas, para as oito formulações pedidas realizaram oito problemas. Em termos de flexibilidade, a díade apresentou problemas de cálculo, variando entre um ou dois e mais passos. Finalmente, em termos de originalidade, os Resolucionistas apresentaram três formulações originais.

CAPÍTULO VI – CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

Este último capítulo apresenta as conclusões decorrentes da análise dos dados recolhidos, realizada ao longo do estudo efectuado. No sentido de responder às questões enunciadas para a realização desta investigação, apresenta-se este capítulo organizado em duas seções: Principais conclusões, que dividem-se em Criatividade e as tarefas e Perceções e reações à criatividade em matemática; Considerações finais, nomeadamente com Algumas reflexões e Limitações do estudo e propostas para futuras investigações.

Principais conclusões

O principal intuito desta investigação foi analisar de que forma poderá ser desenvolvida a criatividade dos alunos através da resolução e formulação de problemas, tendo em conta uma tipologia de tarefas utilizadas e analisando as representações que os alunos utilizam nas suas resoluções. De acordo com o problema em estudo e atendendo às questões previamente delineadas, assentando na base teórica e posteriormente na análise minuciosa dos dados recolhidos, foi possível produzir algumas considerações finais.

Este foi um trabalho numa área ainda muito recente ao nível da educação e muito aliciante ao nível da matemática, a criatividade, tornando-se deste modo um grande desafio desde o primeiro momento. Todas as tarefas foram escolhidas/desenhadas de acordo com os objetivos previamente enunciados e com o tópico em estudo.

A criatividade e as tarefas

As díades-caso deste estudo, Matmasters e Resolucionistas, assim como as restantes díades da turma na qual estas se inseriam, demonstraram grande entusiasmo ao longo de toda a experiência didática, apesar das dificuldades evidenciadas por alguns dos elementos da turma em termos de desempenho ao nível da matemática.

No que concerne ao desempenho das díades, apresenta-se uma visão global do trabalho desenvolvido quer pelas díades-caso quer pelas restantes díades da turma através de duas tabelas. As tabelas assentam nas três dimensões da criatividade – fluência, flexibilidade, originalidade - para a resolução de problemas quer para a formulação de problemas. Para cada tarefa é apresentado o desempenho dos Matmasters, dos Resolucionistas e da turma, em termos de fluência, flexibilidade e originalidade para a resolução de problemas. Em cada tarefa foram atribuídos pontos em cada uma das dimensões: na fluência um ponto por cada solução ou resolução correta; na flexibilidade, um ponto por cada solução ou resolução de natureza diferente; na originalidade, um ponto por cada solução ou resolução única ou rara (original), sendo que rara é considerado num máximo de duas díades a apresentar a mesma solução e/ou resolução. Em termos das díades da turma, foi utilizado o mesmo processo, registando na referida tabela a pontuação máxima obtida por cada díade em cada dimensão em cada tarefa.

Após a análise minuciosa de todo o trabalho realizado, foi possível preencher a seguinte tabela:

Tabela 12

Comparação do desempenho entre os casos e a turma segundo das dimensões da criatividade no âmbito da resolução de problemas

Tarefa	Díades	Resolução de problemas – Dimensões da Criatividade: Fluência	Flexibilidade	Originalidade
T1	Matmasters	6	4	2
	Resolucionistas	2	2	0
	Turma	8	2	1
T2	Matmasters	13	5	2
	Resolucionistas	16	5	2
	Turma	9	4	2
T3	Matmasters	3	1	0
	Resolucionistas	1	1	1
	Turma	3	2	1
T4	Matmasters	6	2	1
	Resolucionistas	1	1	0
	Turma	8	1	0
T5	Matmasters	4	4	2

	Resolucionistas	2	2	1
	Turma	2	2	0
T6	Matmasters	5	4	3
	Resolucionistas	8	2	1
	Turma	4	1	0
T7	Matmasters	1	1	1
	Resolucionistas	1	1	1
	Turma	1	1	1

Ao observar atentamente a tabela, verificamos que temos várias oscilações conforme a díade e a tarefa. É possível constatar que a díade que mostra, no geral, melhor desempenho na resolução de problemas, ao nível das dimensões da criatividade são os Matmasters. Por outro lado, é possível destacar que a tarefa em que revelaram maior fluência, flexibilidade e originalidade ou seja maior criatividade foi na tarefa 2.

Para a formulação de problemas, utilizou-se a estrutura da tabela usada na resolução de problemas que assenta igualmente nas três dimensões da criatividade – fluência, flexibilidade, originalidade – mas desta no âmbito da formulação de problemas. No entanto, como já foi referido e justificado anteriormente, em termos de formulação de problemas a análise realizada ao nível das dimensões da criatividade foi sobre o conjunto das tarefas. Neste sentido foi apresentado o desempenho dos Matmasters, dos Resolucionistas e da turma, em termos de fluência, flexibilidade e originalidade. Contabilizando o número de situações propostas para formularem problemas, num total de oito, foram atribuídos pontos ao nível das dimensões: na fluência um ponto por cada problema criado, de acordo com a situação proposta e com possibilidade de resolução; na flexibilidade, um ponto por cada tipo de problema, criado, de acordo com a situação proposta e com possibilidade de resolução; na originalidade, um ponto por cada problema criado único ou raro, de acordo com a situação proposta e com possibilidade de resolução, sendo que raro é considerado num máximo, de duas díade apresentarem um problema do mesmo tipo. Em termos das díades da turma, foi utilizado o mesmo processo, registando na referida tabela a pontuação máxima obtida, naquela dimensão, entre essas díades.

Após a análise cuidadosa de todo o trabalho desenvolvido, foi possível preencher a seguinte tabela:

Tabela 13

Comparação do desempenho entre os casos e a turma segundo das dimensões da criatividade no âmbito da formulação de problemas

Formulação de problemas				
Tarefas	Díades	Dimensões da Criatividade		
		Fluência	Flexibilidade	Originalidade
Todas	Matmasters	8	3	2
	Resolucionistas	8	2	3
	Turma	7	3	1

Da análise da tabela, verificamos as duas díade-casos, Matmasters e Resolucionistas, apesar dos resultados pouco significativo, no geral, revelam melhor desempenho na formulação de problemas, ao nível das dimensões da criatividade, em relação à turma.

Atendendo aos dados recolhidos, é possível apreciar as díades em termos de pensamento criativo, considerando caraterísticas da resolução e formulação de problemas reveladas no desempenho das díades baseadas nas dimensões da criatividade - fluência, flexibilidade, originalidade. Neste sentido, considerando os níveis do pensamento criativo, adaptado de Siswono (2011), anteriormente apresentados no capítulo II – *Enquadramento teórico,* é possível referir que os Matmasters enquadram-se no Nível 3 dos níveis de pensamento criativo, uma vez que a díade foi capaz de resolver problemas com mais do que uma solução e conseguiu representar outra forma de os resolver. Ainda na resolução de problemas, apresentou soluções ou resoluções que revelam originalidade no contexto da turma. Em termos de formulação de problemas, para cada situação propostas conseguiu formular pelo menos um problema, cumprindo deste modo a fluência. Não obstante, revelaram também flexibilidade e originalidade nas formulações realizadas. A díade, ao longo das entrevistas realizadas, focou o facto de considerar que tinha mais dificuldade em formular problemas do que resolvê-los, porque para resolver um problema "é só compreender e pensar numa maneira de chegar à resposta". Em contrapartida, os Resolucionistas e a turma enquadram-se no Nível 2 dos níveis de pensamento criativo uma vez que conseguiram resolver um problema com mais do que uma solução mas esporadicamente foram capazes de apresentar outra maneira para o resolver. Por outro lado, pelo menos uma das resoluções ou soluções revelou originalidade. Também foram capazes de formular problemas originais em termos de tipologia, revelando também alguma flexibilidade.

Ao longo da experiência didáctica, as tarefas assumiram um papel preponderante na promoção do pensamento criativo o que também é defendido por Vieira (2012). Por outro lado, foi possível constatar que a fluência é a dimensão da criatividade de mais fácil identificação, ideia também defendida por alguns autores (e.g. Vale, 2012; Vieira, 2012). No que respeita à flexibilidade e originalidade são dimensões mais complexas de discernir, exigindo o trabalho mais minucioso e atento.

Em termos de tarefas, as díades revelaram-se bastante motivadas para a resolução das mesmas, tendo mesmo, em algumas situações superado em grande escala as expectativas. A tarefa 6 (Anexo XII), já foi aplicada num estudo, Vale e Pimentel *(2012)* , com alunos do ensino superior da formação inicial onde os resultados comparativamente com os obtidos com estes alunos foram mais fracos e onde não surgiu nenhuma resolução onde tenha sido considerado partes da quadrícula.

No âmbito da resolução de problemas, demonstraram dificuldades de expressão em termos de linguagem escrita. Apesar do grande empenho na realização das tarefas revelaram grandes dificuldades nas tarefas de formulação de problemas. Esta constatação surge na sequência da dificuldade revelada pelas díades em redigir os enunciados dos problemas de forma coerente, organizada e esclarecedora, sem que faltassem dados que permitissem a sua resolução e enquadrados com a situação proposta. Verificaram-se falhas ao nível dos enunciados criados com escassez de dados, sustentando-se quer em figuras quer em cálculos das situações propostas mas, na maioria das situações sem proceder a alusão das mesmas ou subentendendo que quem resolver o problema já deve saber que para além do enunciado tem que retirar dados do que é apresentado, sem que haja referência a tal necessidade. No desempenho apresentado pelas díades aquando da aplicação destas tarefas de formulação de problemas, denota-se, por parte dos alunos, a falta de contacto com tarefas desta natureza, uma vez que revelam inúmeras dificuldades aquando da sua resolução. Finalmente os alunos formulam problemas com contextos reais mas não realistas uma vez que, podem ser resolvidos matematicamente mas não refletem a realidade.

Foi possível concluir que tarefas abertas de múltiplas soluções ou de múltiplas estratégias de resolução, como referem alguns autores (e.g. Conway, 1999; Leikin R. , 2009; Silver, 1997; Vale & Pimentel, 2012), permitem aos alunos serem mais criativos, revelando fluência, flexibilidade e originalidade, e promovendo as conexões com conteúdos e conceitos matemáticos.

Quando se partiu para o desenvolvimento deste estudo pretendia-se verificar, para além da natureza das tarefas, abertas ou fechadas, que tipo de tarefas, numéricas ou figurativas seriam mais promotoras de criatividade. De facto, nesta investigação constatou-se que todas as tarefas utilizadas, foram promotoras de produções criativas pelo que não foi possível identificar o tipo de tarefas que mais incitam à criatividade na matemática.

Ao longo da implementação das tarefas que compõe esta experiência didáctica, as díades, nas suas resoluções utilizaram frequentemente representações icónicas e representações simbólicas para expressar a sua forma de pensar. Estas duas tipologias, dependendo das tarefas, surgiram isoladas ou em conjunto de forma a complementarem-se.

Perceções e reações à criatividade em matemática

Esta investigação não teve como intenção quantificar a criatividade dos alunos na resolução e formulação de problemas, mas realizar uma apreciação global da criatividade ao nível do desempenho dos alunos, nas suas três dimensões, fluência, flexibilidade e originalidade, ideias também preconiazadas por Conway (1999), Silver (1997) e Vale (2012). Por outro lado foi possível constatar que no contexto escolar, nomeadamente na aula de matemática, é perfeitamente possível florescerem produções criativas, sem que estas pertençam necessariamente aos alunos de melhor desempenho ou com características excepcionais (Silver, 1997).

Ao longo deste estudo foram encontradas algumas dificuldades, nomeadamente o facto de os alunos não estarem familiarizados com tarefas abertas, tarefas com múltiplas soluções e tarefas fechadas na resposta mas de múltiplas estratégias de resolução. Por esse motivo e uma vez que os alunos nunca tinham trabalhado segundo o atual PMEB (ME, 2007), ao longo do ano letivo foi necessário, de forma mais intensiva, explorar estratégias de resolução de problemas e até mesmo dinâmicas de grupo. Uma outra dificuldade sentida foi a apreciação da criatividade dos alunos na resolução e na formulação de problemas. Para proceder a apreciação da criatividade ao nível dos seus domínios (fluência, flexibilidade, originalidade) tomou-se como fio condutor ideias de autores, sendo eles Silver (1997), Conway (1999), El-Demerdash e Kortenkamp (s.d.), Leikin, Koichu e Berman (2009) e Vale (2012).

De facto, a maioria dos alunos associa a disciplina de matemática exclusivamente aos contextos numéricos esquecendo todo o resto que dela faz parte. Também reconhecem a sua importância e utilidade para o seu quotidiano e para o seu futuro. Muitos vêm como sendo uma disciplina fantástica, onde é possível diversificar e criar, mas que ao mesmo tempo se torna difícil quando se entra no campo da resolução dos problemas, sendo estes, para muitos, grande desafios que se tornam barreiras ao gozo pleno da atividade matemática.

Em termos de criatividade, as ideias são variadas, considerando que a matemática é um modo de se ser criativo pois tentam" fazer as coisas de forma diferente". Por outro lado, também associam-se às ideias de que os alunos que apresentavam melhor desempenho eram necessariamente os mais criativos, o que não se verifica, um vez que tivemos algumas díades com mais dificuldades a conseguirem resoluções criativas, revelando-se originais. Dois alunos, utilizando palavras simples mas com grande significado afirmaram o seguinte: "a criatividade não é só arte mas sim a nossa forma (capacidade) de pensar"; "é uma disciplina criativa e é com criatividade que se aprende matemática".

Foi uma agradável surpresa o grande envolvimento e empenho das diferentes díades na realização das tarefas, o que vai de encontro às conclusões que surgiram no estudo de Vieira (2012), nomeadamente a busca constante de mais, melhores e diferentes soluções assim como de mais, melhores e diferentes metodologias revelando grande persistência na resolução das tarefas e boas dinâmicas de grupo. Todo este trabalho desenvolveu-se tendo por base o modelo de trabalho proposto por Stein, et al. (2008). O ambiente criado em termos de sala de aula, nomeadamente, com a utilização de um fundo musical, foi em tudo benéfico para o desenvolvimento de uma forma de estar harmoniosa possibilitando o florescer da criatividade na aula de matemática. Os produtos resultantes da atividade das díades superou as expectativas delineadas para realização da experiência didática.

As díades revelaram uma atitude positiva face à resolução de problemas, situação que foi reforçada com a exploração do modelo de Polya (2003), o que permitiu encararem com confiança todas as tarefas propostas. Por outro lado, o trabalho desenvolvido desde o primeiro dia de aulas no sentido de promover um conhecimento prévio de um vasto conjunto de estratégias de resolução de problemas assim como o incentivo constante à procura de mais, melhores e diferentes soluções possibilitou uma atitude positiva face à matemática. Tais evidências permitem concluir que estes alunos têm uma boa relação com a matemática, mais propriamente, com as situações de resolução de problemas. Neste sentido, diversos autores (e.g. ME-DGIDC, 2007; NCTM, 2007; Ventura et al., 2002) defendem uma formação que estimule a relação positiva dos alunos com a matemática que mais tarde assumirá um papel preponderante na integração social, na promoção das aprendizagens futuras assim como a própria aprendizagem ao longo de toda a vida.

O desenvolvimento da experiência didática em díade revelou-se bastante motivador para os alunos e simultaneamente eficaz no que respeita ao seu desempenho, o que vem de encontro ao referido por Ventura et al., (2002), que afirmam que a emoção e a criatividade demonstradas pelos alunos, bem como o sentimento de realização matemática revelado por muitos indicam a importância da realização deste tipo de atividades em díade. Concordando ainda com os autores anteriormente referidos, após o desenvolvimento desta experiência didática é possível concluir que as variadas interações entre alunos de diferentes capacidades das suas promoveu a realização de momentos matematicamente mais ricos, permitindo que os alunos contactassem diretamente com a atividade matemática, envolvendo-se directamente na produção de conhecimento. Deste modo obtiveram uma aquisição mais eficaz dos conceitos envolvidos.

Considerações finais

Após o desenvolvimento desta experiência didática, surgem aspectos importantes que devem ser aqui apresentados em forma de considerações finais, nomeadamente ao nível de todo o trabalho desenvolvido aquando da implementação de experiência didática.

Algumas reflexões

A realização desta investigação, ao realizar-se no 2º ciclo do ensino básio na área da matemática, desde logo se tornou pertinente para a prática profissional da investigadora enquanto docente do referido ciclo e desta mesma disciplina. Por outro lado, este estudo, ao articular a criatividade com a matemática, revela a contemporaneidade, numa sociedade em permanente mudança, em que é vital romper com tradicionalismos e, segundo Robinson (2010), permitir aos alunos explorar verdadeiramente as suas capacidades, indo ao encontro das suas expectativas.

O processo desenvolvido em torno desta investigação desde a pesquisa e recolha da informação científica e didática, as opções em termos de metodologia, a selecção e a adequação das tarefas que constituíam o ponto fulcral da experiência didática, escolha das díades-caso, recolha, seriação e análise dos dados em simultâneo grandes momentos de reflexão possibilitaram o aprofundamento do conhecimento da investigadora, quer em termos didáticos quer em termos de conhecimentos matemáticos. Consequentemente, todo este trabalho irá reflectir-se numa prática mais consciente e actualizada, por parte da investigadora, em prol das aprendizagens dos alunos.

Os alunos trabalharam afincadamente ao longo de todo o ano letivo no sentido de ficarem providos de um conjunto de estratégias de resoluções de problemas. Por outro lado, foram incentivados para a procura de mais, melhores e diferentes soluções promovendo deste modo o pensamento divergente (Pinheiro & Vale, 2012) e permitindo que, quando defrontados com uma tarefa fossem capazes de utilizar as ferramentas das quais estavam munidos.

A formulação de problemas não pode dissociar-se da resolução de problemas pois formam um todo. Como já foi referido anteriormente, os alunos não estavam familiarizados com este tipo de atividades. No entanto, surgiram diversas produções das díades na formulação de problemas uma vez que é algo que "surge naturalmente às crianças" (NCTM, 2007, p. 58), revelando-se por sua vez criativas uma vez que estão patentes as dimensões da criatividade (Kontorovich, Koichu, Leikin, & Berman, 2011).

O trabalho desenvolvido em torno da criatividade com base na resolução e formulação de problemas proporcionou variadas experiências, ricas e desafiantes, fomentadoras de diferentes capacidades cognitivas de ordem superior, como seja a própria resolução de problemas mas também o raciocínio e a comunicação, ideia partilhada por Vale (2012).

Nesta era de fantásticas mudanças, os alunos devem sentir que a aprendizagem em contexto escolar emerge de explorações matematicamente ricas resultantes da resolução de situações problemáticas, onde eles próprios criam, partilham ideias e raciocínios, promovendo o pensamento matemático bem como o pensamento criativo, encarando a matemática positivamente e tornando-se cidadãos ativos e críticos na sociedade. No culminar deste estudo, para além de outros aspectos, ficarão gravados significativamente na prática profissional da investigadora, dois comentários já apresentados anteriormente, de dois alunos que, em poucas palavras, foram capaz de transmitir muito: "a criatividade não é só arte mas sim a nossa forma (capacidade) de pensar" e "é uma disciplina criativa e é com criatividade que se aprende matemática".

Limitações do estudo e propostas para futuras investigações

Ao longo desta investigação surgiram algumas limitações, que começaram aquando da revisão bibliográfica para o enquadramento teórico. Na ampla bibliografia consultada, existiam alguns estudos em criatividade no âmbito da resolução e da formulação de problemas, mas em alunos de níveis de ensino superiores ao nível dos alunos deste estudo. Como já referido, se são ainda escassos ao nível internacional tornam-se quase inexistentes em termos nacionais. Deste modo, foi necessário utilizar a informação obtida ao nível da literatura e que era transversal aos diferentes níveis de ensino da matemática em concertação com os dados que foram sido recolhidos desde o primeiro contacto com o campo de estudo.

Um fator que constituiu-se uma limitação foi o tempo, uma vez que as tarefas da experiência didática apenas foram aplicadas à quarta-feira, o que já foi justificado anteriormente, e pretendia-se que estivessem enquadradas no tópico previsto, números racionais não negativos, o que não permitia retardar a aplicação das tarefas apesar de ser um tema transversal, resolução e formulação de problemas. Por outro lado, os alunos possuem diferentes níveis de concentração, o que exigiu um acompanhamento permanente das díades. A investigadora, como já foi referido anteriormente, possuía uma dupla função, uma vez que também era a professora de matemática desta turma. Sendo observadora participante, foi possível um envolvimento completo no contexto do estudo, adquirindo um vasto conjunto de dados que levaram a compreender as realidades dos participantes assim como o sentido atribuído por eles aos diversos factos. No entanto, este duplo papel sendo uma mais-valia, surgiu como uma outra limitação uma vez que criou alguns problemas, designadamente ao nível: dos registos regulares das observações realizadas; das intervenções desafiantes ou apostando numa atitude mais passiva perante os factos; da imparcialidade necessária para a observação e análise dos factos exigindo um distanciamento dos laços afetivos criados com os participantes ao longo das aulas. Apesar deste duplo papel ser uma limitação a esta investigação, foi a escolha mais adequada atendendo ao nível de ensino, uma vez que o 5º ano é o primeiro ano de um novo ciclo que possui um vasto conjunto de mudanças para os alunos, sendo alguns deles ainda imaturos e pouco autónomos.

O ponto crucial desta experiência didática foram as tarefas. A seleção das tarefas que iriam constituir este estudo, que seriam condição fundamental para florescer a criatividade nas produções dos alunos, de um modo especial as tarefas de formulação de problemas, acabaram por constituir uma limitação visto na ampla pesquisa bibliográfica realizada, as tarefas de formulação de problemas serem escassas, uma vez que é uma temática pouco explorada da qual existem poucas referências. Apesar desta condicionante, considera-se que foi de relevante interesse avançar com a investigação nesta área de forma a abrir novos rumos neste campo ao nível da investigação matemática, de um modo especial em Portugal.

Com esta investigação pretendeu-se compreender e interpretar um problema específico atribuindo-lhe significado, sem qualquer pretensão em generalizar. Seria de extrema importância que esta investigação fosse aplicada em outros contextos, por outros investigadores proporcionando diferentes visões permitindo deste modo um perceção geral do tema, uma vez que as conclusões decorrentes deste estudo correspondem apenas a este contexto específico e sobre o foco desta investigadora.

No que respeita às tarefas, será pertinente realizar estudos em que os alunos sejam confrontados com tarefas que privilegiem outros contextos que não os figurativos aqui utilizados, nomeadamente com a apresentação de enunciados apenas com palavras ou enunciados que apresentem palavras e símbolos matemáticos; enunciados que possuam figuras e enunciados que não as possua. Poderão ser realizados estudo com o intuito de procurar compreender se a criatividade se revela igualmente nos dois sexos ou até mesmo se a criatividade resultará de um trabalho individual ou de um trabalho coletivo. São diversos os caminhos de possível exploração dentro deste tema da criatividade no âmbito da matemática.

De acordo com pesquisas bibliográficas realizadas, é possível afirmar que é necessário continuar a investir na investigação centrada na criatividade dos alunos, nomeadamente na resolução e na formulação de problemas, um campo ainda muito pouco explorado, mas fundamental na formação de qualquer futuro cidadão enquanto ser pensante e cada vez mais chamado a diversificar, inovar, criar…a ser criativo.

Este estudo focaliza o trabalho realizado pelos alunos ao nível da criatividade, aspeto do qual não é possível desprender a grande cota parte de responsabilidade da parte do professor em todo este processo. À semelhança do estudo realizado sobre as produções dos alunos, deverão ser estudados os papéis desempenhados pelo professor em toda esta dinâmica em torno do tema da criatividade até que ponto são promotores ou bloqueadores de criatividade, verificando de que modo os seus conhecimentos, certezas e até mesmo atitudes influenciam o trabalho desenvolvido pelos alunos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Azevedo, M. I. (2007). *Criatividade e percurso escolar: Um estudo com jovens do Ensino Básico(Tese de doutoramento)*. Braga: Universidade do Minho.

Balka, D. (1974). Creativity ability in mathematics. *Aritmetic Teacher, 21*, 633-636.

Boavida, A., Paiva, A., Cebola, G., Vale, I., & Pimentel, T. (2008). *A experiência Matemática no Ensino Básico - Programa de Formação Contínua em Matemática para Professores dos 1.º e 2.º Ciclos do Ensino Básico.* Lisboa: Ministério da Educação - Direcção-Geral de Inovação e de Desenvolvimento Curricular.

Bogdan, R., & Biklen, S. (1994). *Investigação Qualitativa em Educação: um introdução à teoria e aos métodos.* (S. S. Maria Alvarez, Trad.) Porto (Trabalho original publicado em 1991): Porto Editora.

Bruner, J. (1977). *The Process of Education.* Harvard University Press.

Cavalcanti, J. (2006). A criatividade no processo de humanização. *Saber (e) educar, 11*, 89-98.

Conway, K. (Maio de 1999). Assessing Open-Ended Problems. *Mathematics Teaching in the Middle School, 4*, 510-514.

Díaz, M. V., & Poblete, Á. (marzo de 2001). Contextualizando tipos de problemas matemáticos en el aula. *Números. Revista de didáctica de las matemáticas., 45*, 33-41.

El-Demerdash, M., & Kortenkamp, U. (s.d.). *The development of an Instrument to Measure Geometric Creativity.* Obtido em janeiro de 2012, de http://cinderella.de/material/gkt/files/gct_paper.pdf

Fernandes, D. (1991). Notas sobre os paradigmas de investigação em educação. *Noesis, 18*, 64-66.

Ferreira, H. I. (2004). *A Evolução do Ensino da Matemática em Portugal no Século XX: Presença de Processos Criativos(Dissertação de mestrado)*. Braga: Universidade do Minho.

GAVE. (2011). *Prova de Aferição de Matemática do 2.º Ciclo – Relatório Nacional de 2011.* Lisboa: Ministério da Educação e Ciência.

Gontijo, C. (2007). Relações entre criatividade, criatividade em matemática e motivação em matemática em alunos do ensino médio. *Tese de doutoramento*. Universidade de Brasília, Brasília.

Guba, E., & Lincoln, Y. (1994). Competing paradigma inqualitative research. In N. Denzin, & Y. L. (Eds.), *Handbook of qualitative research* (pp. 105-107). Thousand Oaks, CA: Sage Publications.

Guerra, E. (2007a). Creatividad en Educación Matemática. In S. d. Torre, & V. Violant, *Compreender y Evaluer La Creatividad* (Vol. 1, pp. 457-469). Archidona, Málaga: Aljibe.

Guerra, E. (2007b). Creatividad y desarrollo professional docente em Matemáticas para la Educación Primaria. *Tese de Doutoramento.* Universidade de Barcelona: Barcelona.

Har, Y. B., & Kaur, B. (1998). Mathematical problem solving, thinking and creativity: emerging themes for classroom instruction. *The Mathematics Educators, 3(2)*, 108-119.

Huberman, A., & Miles, M. (1994). Data Management and Analysus Methods. In N. Denzin, & Y. L. (Eds.), *Handbook of qualitative research* (pp. 428-441). Newbury Park, CA: Sage publications.

Kontorovich, I., Koichu, B., Leikin, R., & Berman, A. (2011). Indicators of creativity in mathematical problem posing: How indicate are they? *Proceedings of the 6th International Conference Creativity in Mathematics* (pp. 120-125). Latvia: Latvia University.

Leikin, R. (2009). Exploring mathematical creativity using multiple solution tasks. In R. Leikin, A. Berman, & B. Koichu, *Creativity in Mathematics and the Education of Gifted Students* (pp. 129-145). Rotterdam, the Netherlands: Sense Publishers.

Leikin, R., Koichu, B., & Berman, A. (2009). Mathematical giftedness as a quality of problem-solving acts. In R. Leikin, A. Berman, & B. K. (Eds.), *Creativity in Mathematics and Education of Gifted Students* (pp. 115-128). Rotterdam: Sense Publishers.

Leung, S. S., & Silver, E. A. (1997). The Role of Task Format, Mathematics Knowledge and Creative Thinking on The Aritmetic Problem Posing of Prospective Elementary School Teachers. *Mathematics Education Research Journal, 9(1)*, 5-24.

Lincoln, Y., & Guba, E. (2000). Paradigmatic controversies, contradictions and emerging confluences. In N. Denzin, & Y. L. (Eds.), *Handbook of Qualitative Research* (pp. 163-188). Thousand Oaks CA: Sage Publications.

Mann, E. (2006). Creativity: The Essence of Mathematics. *Journal for the Education of the Gifted, 30(2)*, 236-260.

Mathematics, N. C. (2007). *Princípios e normas para a matemática escolar* (1ª edição ed.). (M.Melo, Trad.) Lisboa: Associação de Professores de Matemática (APM).

ME. (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico.* Lisboa: Ministério da Educação, Departamento de Educação Básica.

ME-DGIDC. (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico.* Lisboa: Ministério da Educação, Departamento de Educação Básica.

Meissner, H. (2005). Creativity and Mathematics Education. *ICMI Regional Conference - The third East Asia Regional Conference in Mathematics Education.* Shangai, Nanjing e Hangzhou - China: ICMI.

Mina, F. (2008). Promoting Creativity for all students in Mathematical Education. *The 11th International Congress on Mathematical Education.* México: ICME.

NACCCE. (1999). *All Our Futures: Creativity, Culture and Education.* London: NACCCE.

NCTM. (2007). *Princípios e normas para a Matemática Escolar.* Lisboa: APM.

Patton, M. (2002). *Qualitative research & evaluation methods.* California: Sage Publiction.

Pehkonen, E. (1997). Fostering of Mathematical Creativity - The State-of-Art in Mathematical. *ZDM, Vol. 29, No.3*, 63-67.

Pelczer, I., & Rodríguez, F. G. (2011). Creativity assessement in school setting through problem posing tasks. *The Montana Mathematics Enthusiast Issn, 8, n.º 1 e 2*, 383-398.

Pinheiro, S., & Vale, I. (2012). Criatividade: onde a encontrar na sala de aula? *Atas do XXIII Seminário de Investigação em Educação Matemática* (pp. 621-636). Lisboa: APM.

Polya, G. (2003). *Como resolver problemas* (1.ª ed.). (L. Moreira, Trad.) Lisboa. (Trabalho original publicado em 1945): Gradiva.

Ponte, J. (2005). Gestão curricular em Matemática. In G. (Ed.), *O professor e o desenvolvimento curricular* (pp. 11-34). Lisboa: APM.

Ponte, J. P. (1994). O estudo de caso na investigação em educação matemática. In *Quadrante* (Vol. 3(1), pp. 3-18).

Reda, A.-E. (2002). Effectiveness of Problem Posing Strategies on Prospective Mathematics Teachers' Problem Solving Performance. *Journal of Science and Mathematics Education in Southeast Asia, 25*, 56-69.

Roberts, S. (2010). The important thing about teaching problem solving. *Mathematics Teaching in the Middle School (NCTM), 16*, 104-108.

Robinson, K. (2010). *O Elemento.* Porto: Porto Editora.

Silver, E. (1997). Fostering creativity through instruction rich in mathematical problem solving and problem posing. *ZDM, 3*, 75-80.

Singer, F. M., Pelczer, I., & Voica, C. (2011). Problem posing and modification as a criterion of mathematical creativity. In T. Rowland, & E. Swoboda (Ed.), *Proceedings of the 7th Conference of the European Society for Research in Math Education (CERME 7)* (pp. 1133-1142). Poland: University of Rzeszów.

Singer, F., Ellerton, N., Cai, J., & Leung, E. (2011). Problem posing in mathematics learning and teaching: A research agenda. In B. Ubuz (Ed.), *Proceedings of the 35th Conference of the International Groupmfor the Psychology of Mahtematics Education. 1*, pp. 137-166. Ankara, Turkey: PME.

Siswono, T. Y. (2011). Level of student's creative thinking in classroom Mathematics. *Educational Research and Review, 6(7)*, 548-553.

Sriraman, B. (2004). The characteristics of mathematical creativity. *The Mathematics Educator, 14(1)*, 19–34.

Stake, R. (2009). *A Arte da Investigação com Estudos de Caso* (2.ª ed.). Lisboa. (Trabalho original publicado em 1995): Fundação Calouste Gulbenkian.

Stein, M., & Smith, M. (2009). Tarefas Matemáticas como quadro para a reflexão. *Educação e Matemática*, 22-28.

Stein, M., Engle, R., Smith, M., & Hugues, E. (2008). Orchestrating Productive Mathematical Discussions: Five Practices for Helping Teachers Move Beyond Shown and Tell. *Mathematical Thinking and Learning*, 313-340.

Stoyanova, E., & Ellerton, N. F. (1996). A framework for research into students' problemposing in school mathematics. In P. C. Clarkson (Ed.), *Technology in mathematics education* (pp. 518-525). Melbourne, Victoria: Mathematics Education Research Groupof Australasia.

Treffinger, D., Young, G., Selby, E., & Shepardson, C. (2002). *Assessing Creativity: A Guide for Educators.* Sarasota, Florida: University of Connecticut, University of Virginia, Yale University.

Vale, I. (2004). Algumas notas sobre a Investigação Qualitativa em Educação Matemática: O Estudo de Caso. In *Revista de Escola Superior de Educação de Viana do Castelo* (Vol. 5, pp. 171-202).

Vale, I. (2009). Das tarefas e padrões visuais à generalização. In J. Fernandes, H. Matinho, & F. V. (Org.) (Ed.), *Actas do Seminário de Investigação em Educação Matemática* (pp. 35-63). Viana do Castelo: APM.

Vale, I. (2011). Tarefas Desafiantes e Criativas. *Actas do SERP -Seminário em resolução de problemas, CD-ROM* (pp. 1-12). Rio Claro, Brasil: UNESP.

Vale, I. (2012). As tarefas de padrões na aula de Matemática: um desafio para professores e alunos. *Interações, 20*, 181-207.

Vale, I., & Pimentel, T. (2012). Um novo-velho desafio: da resolução de problemas à criatividade em Matemática. In A. P. Canavarro, L. Santos, A. M. Boavida, H. Oliveira, L. Menezes, & S. Carreira (Ed.), *Investigação em Educação Matemática - Práticas de Ensino da Matemática* (pp. 347-360). Lisboa: SPIEM.

Vale, I., Fão, A., Alvarenga, D., Sousa, R., & Pimentel, T. (2008). *Matemática no 1º e 2º Ciclos - Propostas para a Sala de Aula.* Viana do Castelo: Escola Superior de Educação de Viana do Castelo.

Vale, I., Pimentel, T., Alvarenga, D., & Fão, A. (2011). *Uma proposta didática envolvendo padrões - 1º e 2º ciclo do ensino básico.* Viana do Castelo: Escola Superior de Educação de Viana do Castelo.

Vale, I., Sousa, R., & Pimentel, T. (2007). *Matemática no 2º Ciclo - Propostas para a Sala de Aula.* Viana do Castelo: ESE-IPVC.

Ventura, C., Branco, N., Matos, A., & César, M. (2002). Um aventura fantástica: Contributo do trabalho em díade para o sucesso de uma actividade de investigação. In APM, *Actas do ProfMat2002.* Viseu: APM.

Vieira, M. d. (2012). *Resolução criativa de problemas e a criatividade: Um estudo em contexto de educação pré-escolar(Dissertação de mestrado)*. Viana do Castelo: Instituto Politécnico de Viana do Castelo.

Yin, R. (2009). *Case study research: Design and methods* (Fourth edition ed., Vol. Volume 5). SAGE Publications.

Yin, R. (2011). *Qualitative Research from Start to Finish.* New York: The Guilford Press.

Yuan, X., & Sriraman, B. (2011). An exploratory study of relationships between student's creativity and mathematical problem-posing abilities. In K. L. B. Sriraman (Ed.), *The Elements of Creativity and Giftedness in Mathematics* (pp. 5-28). Sense Publishers.

ANEXOS

ANEXO I – Pedido de autorização à Direção da Escola

Exma. Sr.ª Diretora

do Agrupamento de Escolas __________

Venho, por este meio, solicitar a V. Exª autorização para realizar uma investigação na Escola Básica dos 2º e 3º ciclos Júlio Saúl Dias no âmbito do Mestrado em Educação, especialidade Didática da Matemática e das Ciências, que frequento na Escola Superior de Educação – Instituto Politécnico de Viana do Castelo.

O trabalho de dissertação é no âmbito da Criatividade e a Resolução e Formulação de Problemas e irá decorrer no ano letivo de 2011/2012. Serão aplicadas tarefas numa turma de 5º ano (turma ___) com o objetivo de analisar o trabalho desenvolvido pelos alunos na Resolução e Formulação de Problemas, mais especificamente a criatividade que os mesmos utilizam nas suas produções. As tarefas a desenvolver estarão de acordo com os temas do Programa de Matemática do Ensino Básico, não afetando por isso a planificação já efetuada. Será durante a sua realização a recolha de dados, sendo uma observação participante, recorrendo para isso a registos áudio e vídeo aquando da aplicação das tarefas. Serão também realizadas entrevistas a alguns alunos, sempre que necessário, de acordo com a sua disponibilidade. As gravações apenas serão utilizadas para o estudo, sendo preservado o anonimato dos alunos.

Sendo-me concedida a autorização para a realização do estudo, será de imediato enviado um comunicado aos Encarregados de Educação dos alunos da turma anteriormente citada, informando-os do estudo a desenvolver e solicitando a sua autorização.

Manifestando desde já a minha disponibilidade para esclarecer possíveis dúvidas relacionadas com a aplicação do estudo, aguardo o vosso parecer.

Agradeço antecipadamente a vossa compreensão e colaboração.

Os meus melhores cumprimentos

________, 9 de novembro de 2011

____

Sandra Catarina da Costa Pinheiro

ANEXO II – Pedido de autorização a Encarregados de Educação

Exmo(a). Encarregado(a) de Educação

No âmbito do curso de Mestrado em Educação, especialidade Didática da Matemática e das Ciências, que frequento na Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Viana do Castelo, pretendo desenvolver uma investigação que se centra na análise do trabalho desenvolvido pelos alunos na Resolução e Formulação de Problemas, mais especificamente na criatividade que os mesmos utilizam nas suas produções.

Prevê-se que essa investigação decorra durante o presente ano letivo 2011/2012. As tarefas a desenvolver estarão de acordo com os temas do Programa de Matemática do Ensino Básico, não afetando por isso a planificação, já efetuada, dos temas da disciplina. Para a recolha de dados serão realizados registos áudio e vídeo aquando da aplicação das tarefas. Serão também realizadas entrevistas a alguns alunos, sempre que necessário, de acordo com a sua disponibilidade. As gravações apenas serão utilizadas para o estudo, sendo preservado total o anonimato dos alunos. Mais informo que essas gravações foram autorizadas pela Diretora do Agrupamento _________________________.

Para o efeito solicito a sua autorização para que o seu educando participe deste estudo e para proceder às gravações das referidas aulas.

Obrigada pela atenção.

___________________, 3 de janeiro de 2012

A professora

____

(Sandra Pinheiro)

Autorização

No âmbito do projeto referido, declaro que autorizo que sejam registadas, em suporte áudio e vídeo, aulas da turma ____ , do 5º ano, à qual o meu educando pertence.

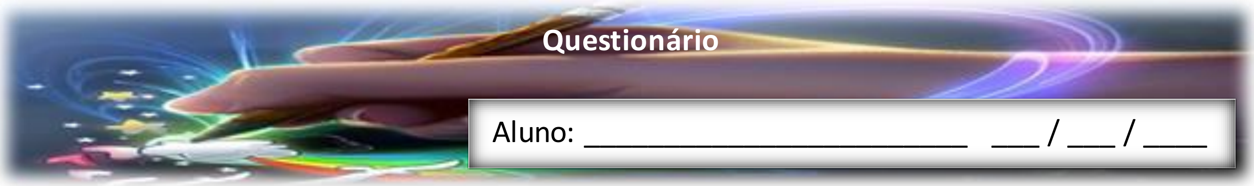
Aluno

____ n.º ____

Encarregado de Educação

___/___/______ ____

ANEXO III – Questionário Inicial



O que penso e sinto em relação à criatividade em matemática

1) O que é para ti a Matemática?

____

____

____

2) O que é para ti um problema de matemática?

____

____

____

3) Gostas de resolver problemas? Porquê?

____

____

____

4) Achas que és um aluno criativo? Porquê?

____

____

____

5) Pode-se ser criativo em Matemática? Se sim, de que forma?

____

____

____

6) Pode-se aprender a ser criativo em Matemática? Justifica.

____

____

____

7) No conjunto de questões que se seguem não há respostas certas nem respostas erradas. Esperam-se respostas que sejam verdadeiras para ti.

Marque com um **X** essa resposta.

	Concordo fortemente	Concordo	Não tenho opinião	Discordo	Discordo fortemente
Eu gosto da Matemática.					
Tenho facilidade em resolver problemas.					
Eu sou criativo.					
Criatividade é um dom raro que só alguns possuem.					
A criatividade pode ser desenvolvida na maioria das pessoas se lhes for dada essa oportunidade.					
A criatividade é uma caraterística individual.					
A criatividade pode ser construída em grupo.					
É possível ser avaliador em relação à criatividade.					
A escola limita a criatividade dos alunos.					
A criatividade é uma capacidade fundamental a ser desenvolvida na escola.					

Obrigada pela colaboração.

Professora: Sandra Pinheiro

Fonte:

Adaptado do Projeto Criatividade, Vale et al., 2011

Anexo IV – Registo de observação

Registo de observação	
Tarefa	
Data	
Indicações da investigadora/ professora	
Atitudes dos alunos	
Comentários dos alunos	
Atitudes da investigadora/ professora	
Dificuldades detetadas	

Aspetos a salientar das díades em estudo	
Momentos marcantes	
Reflexão final da aula	
Síntese da tarefa	
Data	
Desenvolvimento da síntese	

Anexo V – Entrevista

Questões orientadoras

1) Recordam-se do problema?

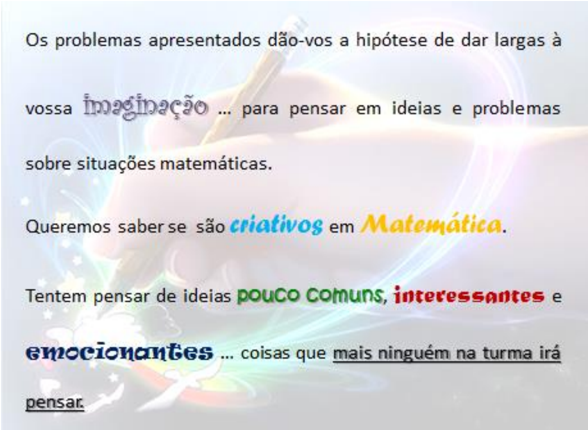
2) Expliquem como pensaram em relação:

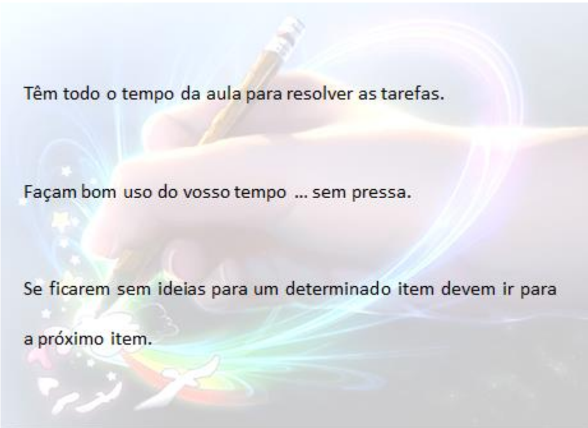
- aos registos escritos…;
- quando afirmaram que…;
- a outras situações que surgiram… .

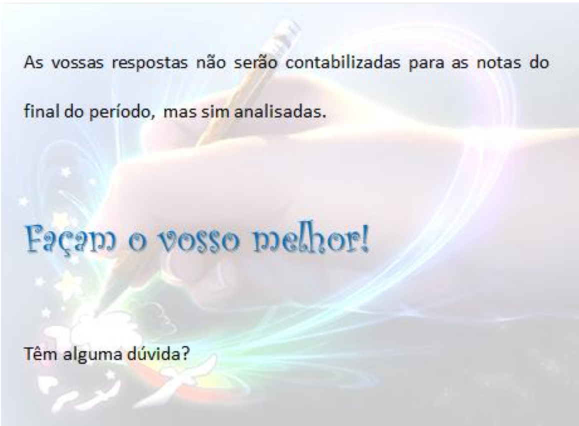
3) Como descobriram que…

4) Como chegaram à solução?

Anexo VI – PowerPoint de Introdução às tarefas



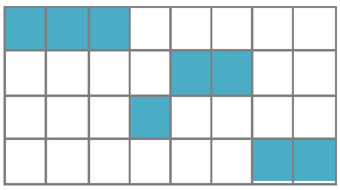




(Imagem retirada de http://cantinhodaunidade.com.br/wp-content/uploads/2012/11/Criatividade.jpg)

Anexo VII – Tarefa 1

Que fração da figura está pintada?



Explica o teu raciocínio.

Fonte:

Adaptado de *Materiais da Unidade Curricular Didática da Matemática e das Ciências, no âmbito do Mestrado em Educação*

Gostaste da tarefa? ☐ Sim ☐ Não

Porquê?

____

____

____

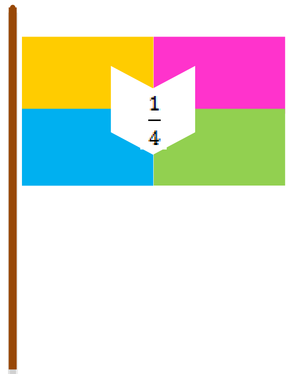
____

____

____

Anexo VIII – Tarefa 2

A professora Ana decidiu fazer com os seus alunos bandeirinhas para enfeitar a festa da vila. Propôs alguns materiais para a sua construção: folhas de papel retangulares brancas; marcadores ou lápis de cor; cola; régua; palitos ou palhinhas e instruções para a sua construção. Cada aluno teria de dividir a folha de papel em partes geometricamente iguais, tantas quantas conseguisse, de acordo com o país: país dos “meios” $\frac{1}{2}$; país dos “terços” $\frac{1}{3}$; país dos “quartos” $\frac{1}{4}$. Depois de dividir o papel teriam de colorir cada uma com diferentes cores e construir noutro papel um dístico com o nome do país.



Apresenta diferentes possibilidades de construir as bandeiras do país dos “meios”, dos “terços” e dos “quartos”.

Fonte:

Adaptado de *Vale, Fão, Alvarenga, Sousa, & Pimentel, 2008*

Gostaste da tarefa? ☐ Sim ☐ Não

Porquê?

____

____

____

____

____

____

Anexo IX – Tarefa 3

Como posso dividir dois chocolates por três crianças? Com que parte ficará cada uma das crianças?

Apresenta, por escrito, o teu raciocínio.

Gostaste da tarefa? ☐ Sim ☐ Não

Porquê?

____

____

____

____

____

____

Anexo X – Tarefa 4

Uma piza foi cortada em 10 partes do mesmo tamanho. Três pessoas comeram a piza por inteiro. Representa através de frações as possíveis porções de piza comidas por cada um dos amigos.

Gostaste da tarefa? ☐ Sim ☐ Não

Porquê?

____

____

____

____

____

____

Anexo XI – Tarefa 5

Descobre qual é o maior $\frac{5}{6}$ ou $\frac{7}{8}$?

Procura e apresenta diferentes formas de o mostrar.

Gostaste da tarefa? ☐ Sim ☐ Não

Porquê?

____

____

____

____

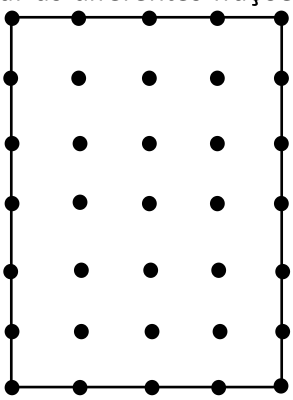
____

____

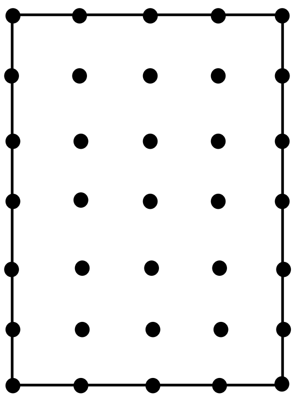
Anexo XII – Tarefa 6

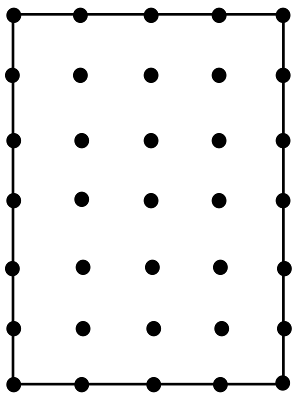
Imagina que és um pintor muito famoso. Para o teu próximo quadro, decidiste que ele deverá estar dividido em diferentes partes. Cada parte do quadro deverá representar uma das frações $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{12}$, $\frac{1}{24}$, do quadro.

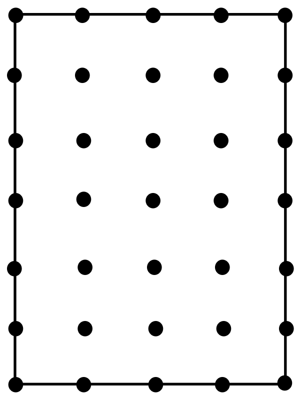
Imagina que o retângulo de fundo ponteado representa uma tela. Descobre o modo de representar as diferentes frações e pinta cada uma delas de cores diferentes.



Consegues representar as frações de outros modos diferentes? Se sim, apresenta cada um desses modos nas seguintes telas:







Fonte:

Adaptado de *Materiais da Unidade Curricular Didática da Matemática e das Ciências, no âmbito do Mestrado em Educação*

Gostaste da tarefa? ☐ Sim ☐ Não

Porquê?

____

____

____

____

____

____

Anexo XIII – Tarefa 7

O Sr. Paulo tinha uma pequena loja onde, para além de outras coisas, vendia berlindes. O Tomás, que vivia perto da loja, decidiu, na 2ª feira ir comprar berlindes. Trouxe $\frac{1}{6}$ dos berlindes que o Sr. Paulo tinha. Na 3ª feira, voltou à loja e comprou $\frac{1}{5}$ dos berlindes que ainda existiam no saco. Na 4ª feira, o Tomás levou o seu amigo Pedro e este comprou $\frac{1}{4}$ dos berlindes que restavam. Na 5ª feira, o Pedro voltou à loja e comprou $\frac{1}{3}$ dos berlindes existentes no saco. Finalmente, na 6ª feira, o Tomás e o Pedro voltaram juntos à loja, e desta vez, compraram juntos $\frac{1}{2}$ dos berlindes que o Sr. Paulo ainda tinha no saco. Quando eles foram embora, o Sr. Paulo viu que, no saco dos berlindes, apenas existiam 3 berlindes. Quantos berlindes existiam inicialmente no saco?

Fonte:

Adaptado de *Materiais da Unidade Curricular Didática da Matemática e das Ciências, no âmbito do Mestrado em Educação*

Gostaste da tarefa? ☐ Sim ☐ Não

Porquê?

____

____

____

____

____

____

Anexo XIV – Tarefa 1F

Com base na informação dada pelos relógios, formula um problema e resolve-o.

Gostaste da tarefa? ☐ Sim ☐ Não

Porquê?

____

____

____

____

____

Anexo XV – Tarefa 2F

Tarefa 2F

Díade: ________________ ___ / ___ / ____

Observa a imagem e inventa dois problemas relacionados com a mesma. Dá largas à tua imaginação. Sê criativo!

No final resolve-os.

Fonte:

Adaptado de *Materiais da Unidade Curricular Didática da Matemática e das Ciências, no âmbito do Mestrado em Educação*

Gostaste da tarefa? ☐ Sim ☐ Não

Porquê?

____

____

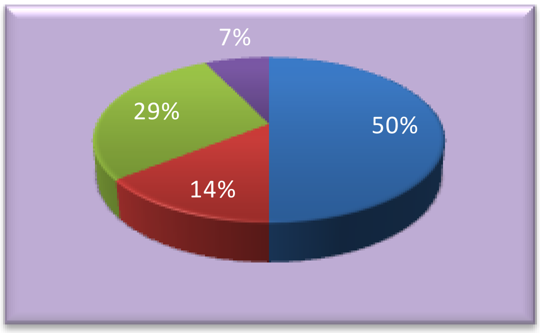
____

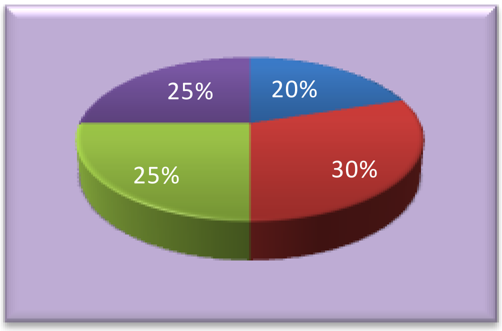
____

____

Anexo XVI – Tarefa 3F

Observa os seguintes gráficos:





Com base nos gráficos inventa um problema. Sê criativo!

Resolve o problema que criaste.

Gostaste da tarefa? ☐ Sim ☐ Não

Porquê?

____

____

____

____

____

____

Anexo XVII – Tarefa 4F

O Carlos resolveu um problema e chegou à resposta $\frac{3}{5}$.

Qual poderá ter sido o problema que o Carlos resolveu? Ajuda-o pois ele já não se lembra do seu enunciado.

Resolve o problema que inventaste.

Gostaste da tarefa? ☐ Sim ☐ Não

Porquê?

____

____

____

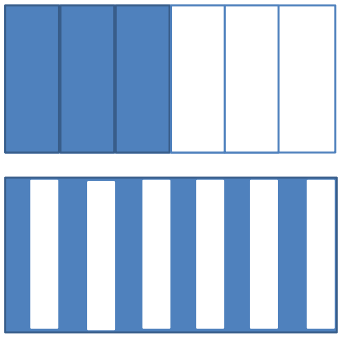
____

____

____

Anexo XVIII – Tarefa 5F

Utiliza os seguintes esquemas para formulares um problema. Solta a tua imaginação e apresenta diferentes ideias para o resolveres.



Fonte:

Adaptado de *Materiais da Unidade Curricular Didática da Matemática e das Ciências, no âmbito do Mestrado em Educação*

Gostaste da tarefa? ☐ Sim ☐ Não

Porquê?

____

____

____

____

____

____

Anexo XIX – Tarefa 6F

Observa os dois quadrados representados nas duas figuras.

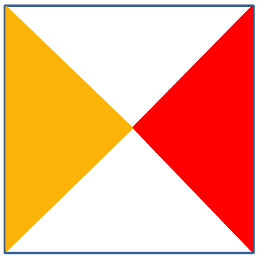


Figura 1

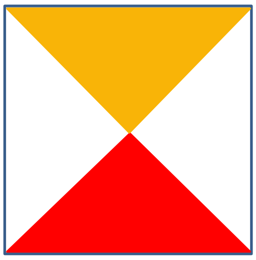


Figura 2

Consegues criar um problema que utilize a informação das duas figuras? Consegues inventar outro?

Resolve os problemas que criaste.

Gostaste da tarefa? ☐ Sim ☐ Não

Porquê?

____

____

____

____

____

____

Anexo XX – Tarefa 7F

Observa a seguinte expressão:

$0{,}5 \times 75 + 0{,}25 \times 80$

Inventa um problema que possa ser traduzido pela expressão dada.

Resolve a expressão.

Gostaste da tarefa? ☐ Sim ☐ Não

Porquê?

____

____

____

____

____

____

Anexo XXI – Questionário de final da tarefa

Gostaste da tarefa? ☐ Sim ☐ Não

Porquê?

____

____

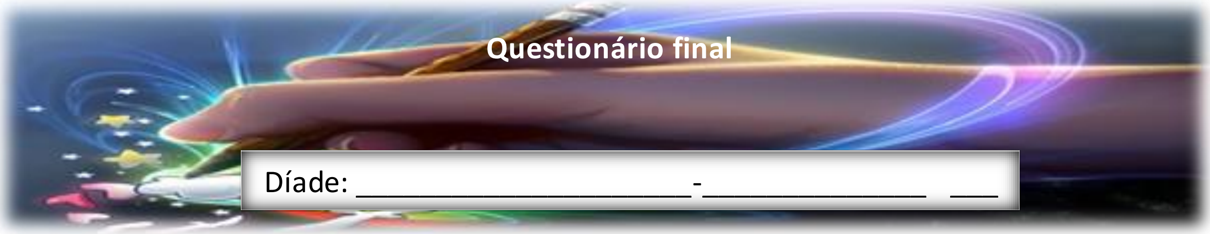
____

____

____

____

ANEXO XXII – Questionário Final



1 Qual das tarefas tiveste mais facilidade em resolver?

Tarefa **1**	☐	Tarefa **1F**	☐	Tarefa **2**	☐	Tarefa **2F**	☐
Tarefa **3**	☐	Tarefa **3F**	☐	Tarefa **4**	☐	Tarefa **4F**	☐
Tarefa **5**	☐	Tarefa **5F**	☐	Tarefa **6**	☐	Tarefa **6F**	☐
Tarefa **7**	☐	Tarefa **7F**	☐				

Porquê?

____

____

____

____

____

2 Qual das tarefas tiveste mais dificuldade em resolver?

Tarefa **1**	☐	Tarefa **1F**	☐	Tarefa **2**	☐	Tarefa **2F**	☐
Tarefa **3**	☐	Tarefa **3F**	☐	Tarefa **4**	☐	Tarefa **4F**	☐
Tarefa **5**	☐	Tarefa **5F**	☐	Tarefa **6**	☐	Tarefa **6F**	☐
Tarefa **7**	☐	Tarefa **7F**	☐				

Porquê?

____

____

____

____

3 Qual das tarefas era mais desafiante?

Tarefa **1**	☐	Tarefa **1F**	☐	Tarefa **2**	☐	Tarefa **2F**	☐
Tarefa **3**	☐	Tarefa **3F**	☐	Tarefa **4**	☐	Tarefa **4F**	☐
Tarefa **5**	☐	Tarefa **5F**	☐	Tarefa **6**	☐	Tarefa **6F**	☐
Tarefa **7**	☐	Tarefa **7F**	☐				

Porquê?

4 Na resolução das tarefas em qual foste mais criativo?

Tarefa **1**	☐	Tarefa **1F**	☐	Tarefa **2**	☐	Tarefa **2F**	☐
Tarefa **3**	☐	Tarefa **3F**	☐	Tarefa **4**	☐	Tarefa **4F**	☐
Tarefa **5**	☐	Tarefa **5F**	☐	Tarefa **6**	☐	Tarefa **6F**	☐
Tarefa **7**	☐	Tarefa **7F**	☐				

Porquê?

5 Gostaste de trabalhar em pares?

Porquê?

6 Foi melhor trabalhares em pares ou preferias trabalhar individualmente?

Porquê?

ANEXO XXIII – Tabelas de análise

Comparação do desempenho entre os casos e a turma segundo das dimensões da criatividade no âmbito da resolução de problemas

Resolução de problemas				
Tarefa	Díades	Dimensões da Criatividade		
		Fluência	Flexibilidade	Originalidade
T1	Matmasters Resolucionistas Turma			
T2	Matmasters Resolucionistas Turma			
T3	Matmasters Resolucionistas Turma			
T4	Matmasters Resolucionistas Turma			
T5	Matmasters Resolucionistas Turma			
T6	Matmasters Resolucionistas Turma			
T7	Matmasters Resolucionistas Turma			

Comparação do desempenho entre os casos e a turma segundo das dimensões da criatividade no âmbito da formulação de problemas

Formulação de problemas				
Tarefas	Díades	Dimensões da Criatividade		
		Fluência	Flexibilidade	Originalidade
Todas	Matmasters Resolucionistas Turma			