INSTITUTO POLITÉCNICO
DE VIANA DO CASTELO

Ana Adelina Sousa Marinho e Silva

RELATÓRIO FINAL DE PRÁTICA DE ENSINO SUPERVISIONADA

Congresso Matemático: uma experiência com alunos do 6º ano do Ensino Básico

Mestrado 1º e 2º Ciclos do Ensino Básico

Trabalho efetuado sob a orientação do(a)
Doutora Isabel Vale

dezembro de 2012

Resumo

Este relatório enquadra-se na Prática de Ensino Supervisionada II (PES II), iniciando-se pela caraterização do contexto educativo de 2º Ciclo e referindo o trabalho aí desenvolvido em quatro áreas: Língua Portuguesa, História e Geografia de Portugal, Ciências da Natureza e Matemática, finalizando com uma reflexão global sobre o percurso durante a Prática de Ensino Supervisionada.

A interação com os alunos da turma do 6º ano da ICE (Intervenção em Contexto Educativo), que constituíram o grupo da Prática de Ensino Supervisionada, permitiu comprovar dificuldades relacionadas com a resolução de problemas e a comunicação, sobretudo das suas resoluções. A partir desta constatação, desenvolveu-se um estudo no contexto de um Congresso Matemático com esta turma e outra do 6º ano de escolaridade, que envolveu a resolução de cinco problemas. Com este estudo pretendia-se compreender o desempenho e a reação dos alunos na resolução de tarefas desafiantes, bem como verificar de que forma a resolução de problemas e a participação dos alunos num Congresso Matemático contribuem para o desenvolvimento da comunicação e para uma mudança de atitude face à Matemática. Deste modo, enunciaram-se algumas questões orientadoras para esta investigação: (i) Como se pode caraterizar o desempenho dos alunos na resolução das tarefas propostas? (ii) Que tipo de representações foram privilegiadas nas resoluções apresentadas? (iii) Quais as principais dificuldades que os alunos sentiram em apresentar/comunicar as suas resoluções no Congresso Matemático? e (iv) Qual a reação dos alunos perante a realização de um Congresso Matemático?.

Optou-se por uma metodologia de investigação qualitativa seguindo um *design* de estudo de caso. A recolha de dados incidiu sobre os dois grupos caso, previamente selecionados e efetuada através de observações, questionários, entrevistas, as gravações áudio e documentos vários.

A análise dos dados evidenciou a motivação e o interesse que os alunos revelavam ao longo de todo o estudo, mobilizando deste modo, diversos conhecimentos e processos matemáticos. O desempenho dos alunos em algumas das tarefas revelou-se menos eficaz, sobretudo pelos reduzidos conhecimentos ao nível da matemática e da resolução de problemas. Tornou-se percetível que a comunicação matemática ainda não está bem desenvolvida nos alunos, pois identificaram-se algumas insuficiências ao nível da linguagem matemática, escrita e oral, e de um raciocínio por vezes confuso. Os processos matemáticos assumem um papel de destaque na resolução das tarefas, desenvolvendo novas estratégias de resolução, como na apresentação destas. O dia do Congresso Matemático constituiu-se como uma comunidade matemática onde se discutiu matemática de forma participativa. Permitiu passar uma imagem da matemática diferente para além daquela que os alunos têm e que está limitada à sala de aula.

Palavras – chave: Matemática; Resolução de problemas; Comunicação matemática; Representações; Congresso Matemático.

Abstract

This report is part of the Supervised Teaching Practice II and it starts by the characterization of the educational context of the students in analysis. It also explains all the work developed in four areas: Portuguese, History and Geography of Portugal, Science and Mathematics. At the end there is an overall reflection on the course during the Supervised Teaching Practice.

The interaction with the students in the 6th grade of ICE (Intervention in Educational Context), which constituted the group of Supervised Teaching Practice, has demonstrated difficulties on problem solving and communication, especially about its resolutions. From this statment, a study was developed in the context of a Math Congress, with this class and another one of the 6th grade too, which involved solving five problems. This study aims to understand the performance and the resolutions of students on solving challenging tasks, as well as verify how problem solving and students' participation in a Math Congress contribute to the development of communication and to a change of attitude towards Mathematics. Thus, some guiding questions for this research were defined: (i) How can we characterize the performance of students in the resolution of the proposed tasks? (Ii) What kind of privileged representations were presented in those resolutions? (ii) What were the main difficulties that students felt in presenting/communicating their resolutions in the Math Congress? and (iv) What is the reaction of the students towards the achievement of a Math Congress?

We opted for a qualitative research methodology following a design of case study. The data collection focused on the two case groups, previously selected, relied and on observations, questionnaires, interviews, audio recordings and several other documents.

Data analysis showed motivation and interest that students revealed during the entire study, thereby mobilizing many knowledge and mathematical processes. Student performance on some tasks proved to be less efficient, especially for low-level knowledge of mathematics and problem solving. We could realize that mathematical communication is not yet well developed in students as we identified some shortcomings in mathematical language, written and verbal, and their reasoning is sometimes confusing. The mathematical processes assume a very important role in the resolution of tasks, developing new resolution strategies, such as their representations. The day of the Math Congress was constituted as a mathematical community where mathematics was discussed in a participative way and allowed to give a different image of mathematics beyond the one the students have which is limited to the classroom.

Keywords: Mathematics; Troubleshooting; Communication mathematics; Representations; Mathematical Congress.

Agradecimentos

A realização deste trabalho só foi possível com a participação de todos aqueles que, direta ou indiretamente, contribuíram para que um sonho fosse tornado realidade, especialmente:

- À minha orientadora, Professora Isabel Vale, por todo o trabalho de orientação, compreensão, paciência e amizade.
- Aos meus pais, pela força e coragem que me deram em todos os momentos.
- À minha colega e melhor amiga, Juliana Freitas, pela companhia, incentivo, compreensão, disponibilidade e apoio incondicional, em todos os momentos.
- À Sofia, pela amizade, apoio e espírito de entreajuda.
- Ao Sérgio, pela força, disponibilidade e motivação que me deu, mesmo a milhares de quilómetros de distância.
- Aos alunos, que alegre e empenhadamente, participaram no projeto, e com os quais aprendi muito.
- À professora Maria João Passos, pelo encorajamento, motivação e força que sempre me deu.
- Aos professores e funcionários da escola onde desenvolvi o relatório, pelo trabalho e simpatia.

A todos, o meu muito obrigado.

Índice

Lista de Abreviaturas

APM: Associação de Professores de Matemática

DEB: Departamento de Educação Básica

DGIDC: Direção Geral de Inovação e Desenvolvimento Curricular

ICE: Intervenção em Contexto Educativo

ME: Ministério da Educação

NCTM: National Council of Teachers of Mathematics

NEE: Necessidades Educativas Especiais

NPMEB: Novo Programa de Matemática do Ensino Básico

PAA: Plano Anual de Atividades

PES: Prática de Ensino Supervisionada

PMEB: Programa de Matemática do Ensino Básico

POC: Professora Orientadora Cooperante

Índice de tabelas

Índice das figuras

INTRODUÇÃO

Nesta parte, apresenta-se a organização deste trabalho e uma breve descrição de cada parte e capítulo.

Organização do trabalho do relatório

Este relatório encontra-se dividido e três partes, as quais se descrevem seguidamente.

Na primeira parte apresenta-se de uma forma sucinta uma caraterização da área envolvente à escola, da turma e dos alunos, onde decorreu a Prática Supervisionada II (PES II) durante a Intervenção do Contexto Educativo (ICE), assim como a descrição e reflexão de quatro planificações inerentes às quatro áreas lecionadas.

A segunda parte deste trabalho debruça-se sobre o projeto de investigação e encontra-se dividida em sete capítulos, sendo este último, as referências bibliográficas que sustentam esta investigação.

No primeiro capítulo faz-se referência à introdução do trabalho, à relevância do estudo, assim como ao problema e às questões orientadoras deste estudo.

O segundo capítulo aborda o enquadramento teórico que fundamenta o estudo, identificando algumas caraterísticas segundo a perspetiva de vários autores em relação à resolução de problemas, à comunicação matemática e aos Congressos Matemáticos.

O terceiro capítulo diz respeito à metodologia em que se enquadra o presente estudo, ou seja, uma metodologia qualitativa e um d*esign* de dois grupos caso. São também referidas as opções metodológicas e todo o processo de recolha e análise dos dados da investigação.

No quarto capítulo, procedemos à apresentação de toda a organização do Congresso bem como os problemas escolhidos e utilizados no Congresso Matemático.

No quinto capítulo são identificados os grupos-caso deste estudo, referindo algumas das suas características, sobretudo a nível do percurso escolar, bem como o seu desempenho ao longo do estudo.

No sexto capítulo elaboram-se as conclusões inerentes a este estudo, bem como as limitações inerentes à realização deste.

Na terceira parte é apresentada uma reflexão global sobre a PES I e PES II referindo as potencialidades e constrangimentos inerentes à Prática Pedagógica durante o ano letivo 2011/2012.

No final deste relatório seguem-se as referências bibliográficas e os anexos.

PARTE 1- ENQUADRAMENTO DA PES E O PERCURSO NO 2º CICLO DO ENSINO BÁSICO

Nesta primeira parte deste relatório faz-se o enquadramento da prática de ensino supervisionada, caraterizando o meio do contexto educativo em que está inserido, os alunos e as turmas envolvidas neste trabalho de investigação. Ainda nesta parte do trabalho, apresenta-se a reflexão e descrição de uma planificação em cada área de aprendizagem lecionada ao longo da ICE, assim como a justificação da escolha da área de conteúdo onde será desenvolvido o trabalho de investigação.

Caraterização do Contexto Educativo

O Agrupamento de Escolas onde efetuei a minha Intervenção em Contexto Educativo ao longo de 14 semanas localiza-se na margem sul do rio Lima ficando a escola no concelho de Viana do Castelo.

O meio em que se inserem as escolas do agrupamento é predominantemente rural e piscatório, embora com alguns relevantes afloramentos industriais. No plano socioeconómico salienta-se a forte emigração no passado que estagnou durante alguns anos levando inclusivamente ao regresso de algumas famílias com consequências nefastas no percurso escolar dos seus educandos, sendo que assistimos, hoje, novamente, a um ligeiro aumento do fluxo de pessoas para o estrangeiro na procura de um futuro melhor.

A Escola Básica Integrada compreende um edifício central, um pavilhão desportivo e um campo de jogos com balneários de apoio. No edifício central encontram-se as treze salas de aula normais, dois seminários, três salas de trabalho, duas das quais funcionam como salas de aula para o 1º Ciclo, oito salas específicas - um laboratório de Ciências da Natureza, um de Ciências Naturais, um de Ciências Físico-Químicas, uma sala de Educação Tecnológica, um sala de Educação Musical, uma sala de grandes grupos/multimédia, uma sala de atendimento aos encarregados de educação, vinte arrecadações, quartos de banho normais e para deficientes, elevador e diversas zonas específicas; a receção, serviços administrativos, reprografia, papelaria, sala de convívio de professores com bufete, sala de convívio dos alunos com bufete, cozinha, refeitório, biblioteca e duas salas de informática.

Os serviços disponíveis têm vindo a ser otimizados, de modo a assegurar uma maior articulação interna e eficácia organizacional. Destacam-se os principais serviços: Serviços de Administração Escolar; Gestão de Recursos Financeiros; Gestão de Recursos Didáticos; Serviços de Ação Social Escolar; Papelaria/Reprografia; Bufete; Refeitório; Biblioteca; Salas de Informática/TIC e a Sala de Grandes Grupos.

Este Agrupamento, no ano letivo 2009/2010, contava com 707 alunos distribuídos pelos três ciclos de Ensino Básico e Educação Pré-Escolar.

A maioria dos professores/educadores pertencem ao quadro do agrupamento. No ano letivo acima referido, exerciam funções neste agrupamento 94 professores, 3 educadores de infância e 38 professores no 1º ciclo e 52 docentes nos 2º e 3º ciclos. A maioria faz parte do quadro, sendo que dezassete são contratados.

Os Serviços Especializados de apoio educativo funcionam articuladamente e destinam-se a promover a existência de condições que assegurem a plena integração dos alunos. Constituem serviços especializados de apoio do agrupamento de escolas da Foz do Neiva e englobam duas estruturas: o Núcleo de Apoios Educativos (NAE) e o Serviço de Psicologia e Orientação (SPO).

Deste modo, o agrupamento pretende que se desenvolva uma cooperação estreita entre o núcleo dos apoios educativos e os restantes membros da comunidade educativa. Pretende ainda que todos os esforços culminem na criação de mais e melhores condições de acesso ao ensino - aprendizagem para os alunos com NEE, proporcionando-lhes formação e promovendo projetos e parcerias com entidades externas À escola.

O núcleo é constituído por duas docentes e uma educadora com formação especializada, um docente de apoio sócio educativo para todo o agrupamento e o serviço de psicologia e orientação.

Descrição do contexto da turma e dos alunos

A turma onde efetuei a minha intervenção era do 6º ano de escolaridade e era constituída por dezoito alunos, sendo onze raparigas e sete rapazes. A sua formação era constituída por um grupo de dezassete alunos oriundos de escolas do 1º Ciclo do mesmo agrupamento, em que um aluno foi transferido e outro retido. A faixa etária da turma situava-se entre os dez e doze anos, com exceção de uma aluna que tinha catorze anos.

Estes alunos, na sua maioria, são provenientes de famílias de rendimento médio/ baixo. Em termos culturais a grande maioria dos alunos possuem uma cultura geral baixa, justificada pelo baixo nível académico e cultural dos seus familiares. A nível das habilitações académicas, os pais dos alunos situam-se entre o 4º ano e 12º ano de escolaridade. Relativamente ao nível profissional, varia entre a construção civil, indústria, trabalho doméstico e alguns desempregados.

Há, nesta turma, alguns alunos com comportamentos agitados e, num caso em particular, disruptivo. O trabalho realizado com estes alunos ao longo do ano letivo anterior, a nível de comportamentos e atitudes, evidenciou-se satisfatório, à exceção de 3 alunos.

Apesar do trabalho de continuidade realizado havia, pontualmente, alguns alunos com dificuldade em respeitarem algumas regras de funcionamento da sala de aula: intervir apenas quando o momento é oportuna à discussão de ideias entre pares; respeitar a sua vez nas intervenções e colaborar de forma responsável nos trabalhos de grupo. Estas dificuldades sucediam ainda, não por não saberem as regras, mas por fatores inerentes aos mecanismos de descontrolo da atenção e concentração.

Na turma existem duas alunas com necessidades educativas especiais. Uma delas, por apresentar limitações ao nível da expressão oral e da mobilidade, nunca está presente nas aulas junto da turma. A outra aluna em questão desenvolveu as competências traçadas no seu Programa Educativo Individual. Contudo, continuava a realizar as tarefas de forma pouco autónoma, apresentando um ritmo de trabalho lento e revelando falta de atenção/concentração necessária para desenvolver as atividades com mais sucesso. Apesar de revelar progressos no âmbito das várias áreas disciplinares, apresentou dificuldades sobretudo nas áreas que necessitem de uma maior memorização, de raciocínio lógico e de abstração. O aproveitamento desta aluna continua condicionado pelo facto de ser uma aluna com pouca motivação, pouca capacidade de memorização e por revelar falta de estudo e acompanhamento em casa. Relativamente ao relacionamento com pares, melhorou substancialmente.

No que diz respeito à aprendizagem destes alunos, verifica-se que é um grupo bastante heterogéneo, no entanto, e apesar das dificuldades, todo os alunos transitaram à exceção de uma aluna. Destacam-se com aproveitamento satisfatório seis alunos, um deles com algumas dificuldades por já ter uma retenção. A maioria destes alunos tem um défice de concentração, onde acabam por realizar as tarefas incorretamente dando vários erros ortográficos e a outros níveis. As disciplinas onde os alunos apresentam um desempenho satisfatório são às disciplinas de Português, História e Geografia de Portugal e Educação Visual e Tecnológica, em contrapartida, a disciplina de Matemática é aquela que eles revelam mais dificuldades, desinteresse, falta de estudo e de motivação.

O meu percurso pelas quatro áreas

Língua Portuguesa

Tema: "Ulisses", de Maria Alberta Menéres.

Conteúdo: O texto conversacional: entrevista

A disciplina de Língua Portuguesa foi a segunda área disciplinar que lecionei na minha Intervenção Curricular Educativa (ICE).

Ao longo das aulas os alunos mostraram-se bastantes participativos e empenhados nas tarefas propostas. Esta disciplina era das preferidas dos alunos e, por isso, todas as atividades planificadas nunca eram cumpridas na totalidade, pois os alunos empenhavam-se e entregavam-se de uma forma muito positiva.

Por ser a área que me sentia mais à vontade, a preparação das aulas e dos recursos foram tarefas que me deram muito gosto e gozo em realizar. Estava bastante ansiosa mas ao mesmo tempo expectante por começar a lecionar a disciplina de Língua Portuguesa.

A planificação do dia 12 de abril de 2012 (Anexo 1) foi a que eu selecionei e escolhi para analisa, pois esta aula foi supervisionada pela professora supervisora da ESE e esperava ter conseguido cumprir todas as atividades da planificação, o que não aconteceu, devido, principalmente, e como foi referido anteriormente, à interação que a turma desenvolveu com a atividade de motivação e com a apresentação/projeção de uma entrevista, cujo locutor é conhecido por ser um dos melhores da televisão portuguesa.

A frase que foi escrita no quadro "Dou a vida por uma boa conversa" serviu de introdução/motivação para introduzir o objetivo do *texto conversacional/ entrevista*. Nesta atividade, os alunos participaram de um forma oportuna e positiva, manifestando as suas opiniões e conceções sobre o tema que iria ser abordado.

A visualização da entrevista de Daniel Oliveira à cantora Simone de Oliveira desenvolveu nos alunos a curiosidade e a atenção que eu pretendia. Pediram inclusive, que projetasse o vídeo pela segunda vez. Nesta atividade os alunos comunicaram e debateram com a professora e entre eles, o que criou um ambiente propício a levantamento de questões relacionadas com a visualização do vídeo, que permitiram, deste modo, interpretarem e compreenderem de uma forma "natural" o que se tinha acabado de visualizar.

O facto de ter distribuído a conversa/entrevista em suporte escrito, permitiu que os alunos contactassem com aos pormenores das caraterísticas escritas da entrevista, como por exemplo: o "silêncio"; "risos"; "emociona-se". E alguns dos alunos, quase no final da aula, já liam e interpretavam o texto com essas características inerentes a este tipo de texto.

Apesar de não conseguir concluir a realização das tarefas planificadas, os alunos nesta aula revelaram conhecimentos de cultura geral, interagiram com a professora e com os colegas de uma forma pertinente, comunicaram entre si, facto que contribui para o desenvolvimento cognitivo das crianças.

História e Geografia de Portugal

Tema: Portugal nos dias de hoje- sociedade e geografia humana

Conteúdo: Revisões da matéria dada ao longo das aulas

A disciplina de História e Geografia de Portugal, juntamente com Ciências da Natureza, foi a última a ser lecionada.

Os conteúdos que abordei ao longo de três semanas na Disciplina de História e Geografia de Portugal, foram a *Sociedade e a Geografia Humana em Portugal nos dias de Hoje*. Foram conteúdos essencialmente de índole geográfica em que se analisaram conteúdos como a demografia, a emigração e as caraterísticas de vida rural e urbana, através da apresentação de gráficos, análise de textos e imagens.

No que concerne a esta disciplina, decidi selecionar a planificação do dia 16 de maio de 2012 (Anexo 2). Esta aula teve dois momentos: o primeiro momento realizou-se uma ficha de trabalho com vista a rever os conteúdos e conceitos abordados para a realização da ficha de avaliação sumativa; no segundo momento da aula os alunos realizaram a ficha de avaliação sumativa.

No primeiro momento da aula, a turma mostrou-se muito agitada e conversadora devido à realização da ficha no momento seguinte. Com esta agitação, a aula de revisões não surtiu o efeito que eu desejava, pois os alunos não tiraram as dúvidas que tinham e eu não pude explorar conceitos que achava importantes para a realização da ficha de avaliação. Deste modo, na minha opinião, a aula de revisões no mesmo dia da ficha de avaliação não tem o rendimento e o aproveitamento desejável para os alunos.

Ciências da Natureza

Tema: As agressões do meio e integridade do organismo

Conteúdo: Os micróbios

Esta disciplina foi a última que lecionei. A disciplina de Ciências da Natureza era aquela que eu tinha mais receio em lecionar e aquela que estava mais expectante, pois os conteúdos da disciplina não eram muito acessíveis à turma. Esta apresentava algumas dificuldades face à disciplina e isso preocupou-me bastante.

Decidi escolher esta planificação do dia 11 de maio de 2012 (Anexo 3), essencialmente para mencionar e justificar o gratificante que esta aula foi para todo o processo de ICE.

Como referi acima, os alunos, durante as aulas de Ciências, devido às suas dificuldades, eram muito pouco participativos, pouco empenhados nas tarefas propostas e essencialmente muito pouco curiosos face ao mundo natural e exterior. Quando comecei pelo conteúdo "Os micróbios", apresentei-lhes uma imagem com 4 "seres estranhos", que eles "batizaram" como a família "Cróbios". Essa imagem surgia em todos os recursos apresentados nas aulas e em todos os materiais fornecidos à turma. O simples facto de eles darem o nome aos “seres estranhos”, despertou-lhes o interesse pelo conteúdo lecionado, e ao longo de todas as aulas, os alunos revelaram-se um grupo participativo, empenhado e curioso. Ao contrário dos outros conteúdos lecionados, a turma levantava questões, tais como: “Porquê, professora?”; ”Como, professora?”; “Não percebi, professora!”.

A atividade do protocolo “Os inimigos felpudos”, foi uma tarefa diferente, que os alunos estiveram bastante atentos e empenhados em realizar, pois era uma tarefa nova e diferente de todas aquelas que estes tinham feito até aquele momento. O facto de o protocolo apresentar uma “missão”, que só eles (alunos) podiam ajudar a resolver, fê-los pensar e estar atentos.

Apesar de no início estar bastante apreensiva com a turma face ao conteúdo que ia abordar, foi a disciplina que mais gostei de lecionar, no sentido que vi os alunos mudarem de atitude a nível de participação e isso foi muito gratificante e motivador, para mim, como professora. Vi o meu trabalho ser valorizado.

Matemática

Tema: Volumes

Conteúdo: O valor de π. A área do círculo

Esta disciplina foi a primeira que lecionei durante a minha Intervenção em contexto Educativo (ICE). Confesso que ao início estava bastante nervosa, não só pelo facto de ser a disciplina de Matemática a primeira a ser lecionada, mas também pela complexidade do tema a lecionar: os Volumes. É um conteúdo um pouco abstrato para esta faixa etária e, na minha opinião, torna-se um pouco difícil de trabalhar os conceitos necessários e exigidos para a sua compreensão.

É importante salientar que a turma apresentava graves dificuldades a nível do conhecimento matemático, nomeadamente em relação ao raciocínio e à comunicação matemática.

A escolha de tarefas diferentes e motivadoras fizeram toda a diferença para conseguir captar atenção dos alunos, de modo a promover a aquisição de conceitos essenciais e essencialmente para lhes desenvolver a linguagem/comunicação matemática.

A escolha desta planificação deve-se ao facto de nesta aula os alunos estarem muito participativos, caraterística que nesta turma não é muito frequente. (Anexo 4) Nesta aula abordaram-se os conceitos de perímetro e área de círculo. Durante a aula tive o cuidado de rever conceitos já abordados em anos anteriores, como por exemplo os conceitos de diâmetro, raio, corda, círculo, circunferência, e corrigir, sempre que achei oportuno, a linguagem e/ou conceitos matemáticos dos alunos.

Ao longo da aula coloquei várias questões, às quais os alunos, a um ritmo lento, conseguiram chegar às conclusões pretendidas. Para que os alunos identificassem e visualizassem de uma forma mais imediata, quer as figuras geométricas e as fórmulas da área e do perímetro que lhes estavam associadas, quer os elementos da circunferência, representei no quadro todos esses conteúdos e elementos de uma forma organizada e coerente.

A atividade que merece ser referida aqui, é a atividade de descobrir o valor de π.

Para iniciar a abordagem do π, distribuí objetos de forma circular, e com a ajuda de um fio e uma régua, os alunos, em grupo, obtiveram as medições do perímetro do círculo e do diâmetro do seu objeto. Posteriormente, e como forma de chegar ao valor de π, foi construída uma tabela no quadro onde foram inscritos os valores do perímetro e do diâmetro do objeto, assim como a razão entre estes dois (P/d). À medida que colocava os valores registados pelos grupos, verifiquei que os valores que os alunos me diziam, aproximavam-se muito do valor da constante π (3,14), obtendo valores como: 3,16; 3,1; 3,17. O objetivo desta tarefa era que os alunos observassem a tabela e constatassem que os valores encontrados estavam todos muito próximos do 3,… Foi interessante verificar que os resultados que os alunos iam obtendo experimentalmente com os objetos que foram distribuídos, eram todos muito próximos desse valor, o que facilitou bastante.

Seguiu-se a atividade da área do círculo, em que a visualização e as representações utilizadas com os setores circulares foram uma mais-valia para que eles, autonomamente, determinassem a área dessa figura geométrica.

Selecionei esta planificação, pois consegui identificar a linguagem e a comunicação matemática que os alunos utilizam para se expressarem matematicamente, visto ser uma aula em que se promoveu a comunicação quer entre aluno-aluno, quer entre professor-aluno.

Orientação para a área do projeto

A disciplina de Matemática, durante todos os anos do meu percurso escolar, nunca foi a que mais me despertou interesse, muito pelo contrário. Sempre tive algumas dificuldades na compreensão dos conceitos. Mas uma vez frequentado o Ensino Superior nesta Instituição, o meu gosto por esta disciplina aumentou, pois sempre fui bastante estimulada para as tarefas propostas pelos professores. Tarefas essas motivadoras e estimulantes para uma aluna que sempre encarou a Matemática como sendo uma área que dependia de muito estudo, envolvendo cálculos complicados, raciocínios difíceis e soluções, muitas vezes, inalcançáveis.

O meu trabalho de investigação nesta disciplina não foi a minha opção mas sim pelo resultado de sorteio com a minha colega de estágio. Contudo, agarrei este desafio e tentei nunca desistir, apesar de sentir dificuldades com a disciplina e na sua lecionação.

Antes de iniciar a minha regência no 2º ciclo de escolaridade do Ensino Básico, o receio de lecionar a disciplina de Matemática foi maior quando comparado com as outras disciplinas. Mas no fim, posso afirmar que foi uma disciplina que me deu um enorme prazer e gosto em reger. A turma tinha grandes dificuldades a Matemática, e por isso, todas as aulas eram um desafio, para mim como professora e para eles como aprendizes. Neste período em que regi, apercebi-me que os alunos não estavam habituados a tarefas inovadoras e desafiantes. Estavam muito “presos” às tarefas propostas no manual, e estavam exageradamente acostumados a resolver uma situação problemática através do cálculo do algoritmo ou através de aplicação de fórmulas. Notei que o algoritmo e/ou os cálculos eram a única ferramenta a utilizar na resolução de problemas. Como referi acima, eram alunos que revelavam graves dificuldades em Matemática e, por isso, a terminologia e a falta de conceitos dificultavam a comunicação matemática, pois eram muito deficientes e, em muitos deles, inexistentes.

Posto isto, decidi enveredar a minha investigação pela resolução de problemas, mas em problemas que fossem motivadores e que despertassem algum interesse nestes alunos, que revelavam tantas dificuldades para aprender Matemática. Pretendia que os alunos utilizassem de uma forma mais consciente os processos matemáticos, como o raciocínio, a representação e a comunicação matemática e, por isso, a escolha recaiu numa proposta tão dinâmica e desafiante como o Congresso Matemático.

PARTE 2- TRABALHO DE INVESTIGAÇÃO

Nesta parte encontra-se a descrição do estudo efetuado, descrito ao longo de sete capítulos: Introdução; Revisão da Literatura; Metodologia; Congresso Matemático; Os grupos-caso; Conclusões; Referências Bibliográficas e Anexos.

1- Introdução

Este capítulo faz referência à orientação até ao problema desta investigação, bem como as questões orientadoras deste projeto, com o intuito de, ao longo do trabalho, serem respondidas através da organização deste estudo.

Orientação para o problema

O surgimento do atual programa de Matemática para o Ensino Básico (PMEB, 2007) acentuou a necessidade de se desenvolverem na aula de Matemática, para além dos temas matemáticos, três capacidades transversais a toda a aprendizagem da Matemática – a Resolução de Problemas, o Raciocínio Matemático e a Comunicação Matemática. Estas três capacidades devem merecer uma atenção permanente no ensino, apresentando-as de forma desenvolvida num espaço próprio, com a explicação de objetivos gerais e específicos de aprendizagem relativos a cada uma dessas capacidades (PMEB, 2007). Neste documento acentuou-se ainda a ideia de que os problemas matemáticos devem estar relacionados com situações e contextos reais do quotidiano dos alunos, bem como a outros domínios do saber, para que estes os considerem significativos no seu percurso de aprendizagem.

Como já foi referido no capítulo anterior deste relatório, foi identificada a pouca familiaridade com tarefas desafiantes e motivadoras que envolvessem resoluções para além da aplicação simples de um mero algoritmo. Neste sentido, optou-se por uma proposta inovadora em Educação Matemática que são os Congressos Matemáticos e sobre o qual não foram identificados estudos de investigação ao nível do Ensino Básico, em particular, a nível nacional.

Na tentativa de conciliar as fragilidades detetadas nos alunos, ao nível da resolução de problemas e da comunicação, decidiu-se pela organização de um Congresso Matemático. Para além disso, a realização desta dinâmica tinha também a finalidade de motivar os alunos da escola e constituir um momento de divulgação do que se faz e do que se pode fazer em Matemática.

Relevância do estudo

O ensino da Matemática atravessa, em Portugal, grandes mudanças tornando-se por isso eminente uma nova visão da Matemática. Este trabalho pretende dar a conhecer um pouco da realidade das nossas escolas e mostrar como pequenas dinâmicas no processo de ensino/aprendizagem, como a realização de Congressos Matemáticos, podem contribuir para uma mudança da sua atitude face a esta disciplina, ao mesmo tempo que se envolvem na realização de tarefas matemáticas e, consequentemente, aprendem Matemática.

Oliveira (1993) refere que para os professores do 2º Ciclo do Ensino Básico a resolução de problemas é importante, embora não restruturem as suas práticas no sentido de disponibilizarem mais tempo para isso. Assim a realização de atividades desafiadoras e motivantes é a estratégia mais adequada ao desenvolvimento da capacidade de raciocínio dos alunos assim como da sua comunicação.

Valério (2004) constatou que as interações e a comunicação na resolução de problemas têm um papel importante para o desenvolvimento das aprendizagens matemáticas. No presente estudo as representações assumem um papel fundamental, pois é através delas que se compreende de uma forma mais percetível os raciocínios utilizados para a resolução dos problemas propostos aos alunos.

As capacidades de resolução de problemas e comunicação matemáticos constituem orientações metodológicas importantes e significativas para serem exploradas, assim como por exemplo, as representações que suscitam. A resolução de problemas utilizando múltiplas representações desempenham um papel importante e fundamental na comunicação das ideias e conceitos matemáticos associados aos processos de resolução. As tentativas de comunicar um raciocínio pessoal proporcionam oportunidades para uma compreensão mais profunda da Matemática. (Boavida, Paiva, Cebola, Vale, & Pimentel, 2008). Através destas capacidades os alunos desenvolvem competências de dizer/comunicar/partilhar com os outros o que fizeram, como fizeram e o que pensam do dos resultados que obtiveram; de representar a solução não somente através dos cálculos, mas também com recurso a diferentes representações tais como: gráficos, tabelas e esquemas; de refletir/pensar sobre tudo o que fizeram e assumirem a sua atitude crítica face aos resultados obtidos.

O Congresso Matemático surge como uma oportunidade que possibilita, de uma forma equilibrada, aos alunos desenvolverem capacidades e aptidões ao nível dos conhecimentos matemáticos, permitindo que simultaneamente construam uma compreensão significativa de conceitos matemáticos. Segundo Lampert (2001) a realização de um Congresso Matemático facilita a aprendizagem de "certos conteúdos" essenciais em salas de aula em que se privilegia uma comunicação instrutiva e reflexiva em que se incluem a importância da escuta atenta, da expressão audível, da participação organizada e do respeito mútuo.

Deste modo, a realização de Congressos Matemáticos na escola, em que os alunos encarnam o papel de "pequenos investigadores" preparando e apresentando as suas resoluções dos problemas aos seus pares e/ou comunidade escolar, constitui um ponto de partida, é uma rampa de lançamento para o intenso discurso matemático durante o congresso. (Dolk, 2008)

Problema e questões de investigação

Considerando que ainda são poucos os estudos sobre a temática apresentada, esta investigação poderá ser um contributo para a Educação Matemática, onde se pretende compreender o desempenho e reação dos alunos na resolução de tarefas desafiantes num contexto de Congresso Matemático, bem como verificar de que forma a resolução de problemas e a participação dos alunos num Congresso Matemático contribuem para o desenvolvimento da comunicação matemática e para uma mudança de atitude, face à disciplina de Matemática.

Para melhor compreender a temática em estudo foram formuladas as seguintes questões orientadoras da investigação:

(i) Como se pode caraterizar o desempenho dos alunos na resolução das tarefas propostas?
(ii) Que tipo de representações foram privilegiadas nas resoluções apresentadas?
(iii) Quais as principais dificuldades que os alunos sentiram em apresentar/comunicar as suas resoluções no Congresso Matemático?
(iv) Qual a reação dos alunos perante a realização de um Congresso Matemático?

2- Revisão da Literatura

A partir de uma breve referência da Matemática na Educação Básica de acordo com as recentes orientações curriculares, analisa-se a resolução de problemas, a comunicação, o papel das representações e os Congressos Matemáticos. Finaliza-se com alguns estudos empíricos sobre a comunicação e a resolução de problemas.

A Matemática na Educação Básica

Em Portugal, a Educação Básica desenvolve-se em três ciclos, num total de nove anos de escolaridade. O 1º ciclo tem a duração de quatro anos (1º, 2º, 3º e 4º ano de escolaridade), o 2º ciclo dois anos (5º e 6º ano de escolaridade) e o 3º ciclo três anos (7º, 8º e 9º ano de escolaridade) a escolaridade básica é obrigatória e gratuita para todos, até aos quinze anos de idade e para que possam transitar de anos, os alunos não podem ter simultaneamente insucesso a Matemática e Língua Portuguesa.

A disciplina de matemática deve "contribuir para o desenvolvimento pessoal (…), proporcionar a formação Matemática necessária ao prosseguimento dos estudos e deve na participação e desempenho sociais na aprendizagem dos alunos ao longo da vida." (ME, 2007, p.3)

O Programa de Matemática do Ensino Básico (ME, 2007) apresentou as Capacidades Transversais a toda a aprendizagem da Matemática- Resolução de Problemas, o Raciocínio matemático e a Comunicação matemática, "que devem merecer uma atenção permanente no ensino" (p.7). Lê-se no documento que a resolução de problemas é uma capacidade transversal "privilegiada para os alunos consolidarem e aprofundarem o seu conhecimento matemático". (p.8). O raciocínio matemático é outra das capacidades transversais que a Matemática na Educação Básica dá ênfase, descrevendo-o como uma capacidade em que os alunos devem ser capazes de usar conceitos e representações, de modo a justificar as suas afirmações recorrendo a exemplos específicos. Por fim, sobre a comunicação é referido que um dos objetivos para o ensino da Matemática da Educação

Básica é o desenvolvimento da “capacidade de comunicar em Matemática, oralmente e por escrito, descrevendo, explicando e justificando as suas ideias, procedimentos e raciocínios, bem como os resultados e conclusões a que chega” (p.4)

O professor deve dar realce e atenção ao raciocínio utilizado pelos seus alunos incitando-os a explicarem com clareza e o seu pensamento e apreciarem, ao mesmo tempo, o dos colegas, favorecendo desta forma a comunicação matemática. Esta comunicação matemática deve envolver tanto a vertente oral como escrita, “os alunos devem ser capazes de, oralmente e por escrito, descrever a sua compreensão matemática e os procedimentos matemáticas que utilizam” (ME, 2007, p.5). Esta última afirmação evidencia a importância das três capacidades e a sua utilização no trabalho que se pode realizar na aula de matemática.

A resolução de problemas

As tarefas na aula de matemática: os problemas

Definir problema é um propósito difícil, já que uma determinada situação pode ser um problema para um dado indivíduo, num dado momento, e para o mesmo indivíduo, num outro momento, ser apenas um exercício.

Entre os diversos tipos de tarefas a que o professor pode recorrer na sala de aula, umas dirigem-se mais à memória e ao treino enquanto outras estão mais direcionadas para processos mais complexos de pensamento.

De acordo com Ponte (2005),

> …as tarefas podem ser analisadas segundo duas dimensões principais: uma relacionada com o nível de estruturação e outra com o desafio matemático que suscitam. A estruturação da tarefa está relacionada com o grau de explicitação das questões colocadas, o que conduz a tarefas fechadas e a tarefas abertas. O desafio prende-se com o grau de dificuldade que se relaciona com conhecer-se, ou não, o processo de resolução. (p.17)

A partir destas ideias Ponte (2005) propõe quatro tipos de tarefas: exercício (fechada, desafio reduzido): problema (fechada, desafio elevado); exploração (aberta, desfio reduzido); e investigação (aberta, desafio elevado) e propõe um esquema que representa os tipos de tarefas inerentes à sala de aula de Matemática:

Fig. 1- Tarefas na sala de aula. Fonte: Ponte (2005)

Ponte (2005) as tarefas propostas nas aulas de Matemática desenvolvem a compreensão e aptidão matemática apelando à inteligência dos alunos e estimulando os discentes a estabelecer conexões e a desenvolver um enquadramento coerente para as ideias matemáticas.

De acordo com o ME (2007), “os problemas são situações não rotineiras que constituem desafios para os alunos e em que, frequentemente, podem ser utilizadas várias estratégias e métodos de resolução” (p.68), enquanto Polya (1980) considera como problema a procura consciencioso de alguma ação apropriada para atingir um objetivo claramente definido, mas não imediatamente atingível.

Das várias definições de problema, pode-se afirmar que um problema é uma situação para a qual não se dispõe, à partida, de um procedimento que nos permita determinar a solução, sendo a resolução de problemas o conjunto de ações tomadas para resolver essa situação. Polya (2003) diz que resolver um problema é encontrar uma saída da situação, é encontrar um caminho que lhe permita contornar um obstáculo, mas que não se encontre disponível de imediato.

A concretização da Resolução de Problemas em educação depende dos professores e dos alunos, uma vez que envolve um tipo de tarefa, com caraterísticas específicas e como já foi referido anteriormente, implica um esforço de ambos. Vejamos então, alguns aspetos relacionados com as tarefas.

No âmbito do NPMEB, as tarefas são vistas como tendo vários propósitos: construção de conceitos; compreensão de procedimentos; domínio da linguagem e das representações matemáticas e estabelecimento de conexões.

Segundo Ponte (2005),

> (…) a tarefa representa apenas o objetivo de cada uma das ações em que a atividade se desdobra e é algo basicamente exterior aos alunos, embora possa ser decidido por ele. As tarefas são muitas vezes propostas pelo professor. Mas, uma vez propostas, têm de ser interpretadas pelos alunos e podem dar origem a atividades muito diversas. (p.23)

De acordo com Smith e Stein (1998) um dos principais mecanismos para promover uma compreensão concetual da Matemática é a utilização de tarefas matemáticas desafiantes, aquelas que promovem o pensamento, o raciocínio, a comunicação e a resolução de problemas.

O modo como as tarefas são apresentadas aos alunos apela seguramente a formulação e resolução de problemas e ao raciocínio matemático, promovendo, deste modo, a comunicação sobre a matemática e o desenvolvimento da predisposição de todos os alunos para fazer Matemática.

Doyle (1998) acrescenta que as tarefas usadas na sala de aula são a base de toda a aprendizagem. Deste modo a seleção e a metodologia escolhidas para a realização das tarefas determinam os ambientes de aprendizagem e a comunicação matemática na sala de aula, bem como o modo como os alunos participam na aula de Matemática. Estes aspetos têm grandes implicações para a natureza do conhecimento que os alunos produzem.

Tipos de problemas

O insucesso na resolução de problemas por parte dos alunos decorre não só por falta de conhecimentos matemáticos, mas também por não saber usar esses mesmos conhecimentos. Nesse sentido, o conhecimento de modelos de resolução e de estratégias de resolução constitui uma ajuda válida na organização do pensamento individual e, consequentemente, na procura de caminhos possíveis de resolução e exploração das situações problemáticas apresentadas. Por outro lado, só se aprende a resolver problemas resolvendo-os.

A resolução de problemas ajuda o aluno na aprendizagem de novos conhecimentos matemáticos e é fundamental no ensino da Matemática, mas é necessário e fundamental identificar algumas caraterísticas que um problema deve ter para ser considerado um bom problema matemático.

Um bom problema, segundo as *Normas (*2000, citado em Vale & Pimentel 2004) deve normalmente obedecer a três caraterísticas: 1)Ser problemático, a partir de algo que faz sentido e onde o caminho para a solução não esta completamente visível; 2)Ser desafiante e ser interessante a partir de uma perspetiva matemática; 3)Ser adequado, permitindo relacionar o conhecimento que os alunos já têm de modo que o novo conhecimento e as capacidades de cada aluno possam ser adaptadas e aplicadas para completar as tarefas.

Por outro lado Polya (2003) refere que o uso de estratégias na resolução de problemas ajuda os alunos a caminhar para a solução do mesmo, adquirindo destrezas úteis para outros que possam surgir. Se o aluno for persistente, disciplinado na sua forma de pensar e capaz de estruturar e comunicar aquilo que pensou, permite-lhe uma aprendizagem a nível de resolução de problemas gradual e de sucesso.

As estratégias que podem ser trabalhadas no Ensino Básico e utilizadas em muitos problemas, sós ou combinadas com outras, são por exemplo: 1) Fazer uma simulação/dramatização; 2) Fazer tentativas; 3) Reduzir a um problema mais simples; 4)Descobrir um padrão; 5) Fazer uma lista organizada; 6)Trabalhar do fim par o princípio; 7) Fazer um desenho ou esquema e 8) Usar uma tabela.

Um ensino de resolução de problemas exige o recurso a problemas, devendo existir uma panóplia de problemas disponíveis que possam ser utilizados no ensino da Matemática. deste modo, há várias categorizações/tipologias de problemas que o professor deve conhecer, para que no seu processo de ensino e aprendizagem possam optar pelo que vão ao encontro dos seus objetivos.

Charles e Lester (1986) apresentam uma tipologia adequada de problemas para o 1º ciclo do Ensino Básico e apresenta cinco tipos de problemas: 1) Problemas de um passo: São os que podem ser resolvidos através da aplicação direta de uma das quatro operações da aritmética.2) Problemas de dois ou mais passos: São os que podem ser resolvidos através da aplicação direta de duas ou mais das quatro operações básicas da aritmética, respetivamente.3) Problemas de processo: São os que só podem ser resolvidos através da utilização de uma ou mais estratégias de resolução. São os que não utilizam processos de mecanização ou estandardizados.4) Problemas de aplicação: São os que normalmente requerem a escolha de dados acerca da vida real e a tomada de decisões. Muitas vezes utilizam uma ou mais operações e uma ou mais estratégias de resolução.5) Problemas tipo puzzle: São problemas que necessitam como que de um "flash" para chegar à solução. Estes problemas podem suscitar o interesse do aluno e habituá-lo a "olhar" para os problemas sob diversos pontos de vista. (p. 19)

A classificação utilizada está normalmente relacionada com o público a que se destina e também com as ideias pessoais do professor relativamente à natureza de um determinado problema e à resolução de problemas. Neste sentido, o modelo de Charles e Lester (1986) tem-se mostrado suficiente para a categorização dos problemas a utilizar com os alunos do ensino básico.

Um modelo para a resolução de problemas

A grande finalidade da Matemática é desenvolver nos alunos capacidades eficazes e úteis na sua vida diária: a resolução de problemas oferece uma oportunidade singular e exclusiva de mostrar a relevância da Matemática no quotidiano dos alunos, apesar de toda a dificuldade que resolver problemas envolve.

Deste modo, a resolução de problemas é um meio para aprender novas ideias e novas capacidades matemáticas. Para isso, o ensino da Matemática deve centrar-se na abordagem de problemas bem selecionados que conduzem ao envolvimento dos alunos.

Segundo o Currículo Nacional (ME, 2001), a "resolução de problemas constitui, em Matemática, um contexto universal de aprendizagem. Neste sentido, deve estar sempre presente, associada ao raciocínio e à comunicação, e integrada naturalmente nos diversos tipos de atividades" (p.68).

A importância da resolução de problemas é maioritariamente formativa, pois apesar de nos ajudar a resolver problemas do quotidiano, ajuda-nos e permite-nos desenvolver capacidades e processos de pensamento que são os que de mais importantes e interessantes a matemática escolar pode oferecer e desenvolver num aluno. A resolução de problemas, em educação matemática, é uma expressão abrangente, pois vai desde um objetivo de ensino até a um contexto de aprendizagem.

Segundo Vale (1997),

> (…) a resolução de problemas é fundamental, sobretudo a nível do ensino básico, pois é uma atividade de incidência transversal que abrange todas as disciplinas e que tem por finalidade o desenvolvimento de capacidades reconhecidamente necessárias para a formação global dos alunos (p.3).

Num contexto de matemática escolar, a resolução de problemas é um processo onde se combinam vários elementos, tais como: a organização de informação, o conhecimento de estratégias, as diferentes formas de representação, a tradução de linguagens, a aplicação de vários conhecimentos, a tomada de decisões e a interpretação da solução obtida. É uma atividade complexa de um aprendiz motivado, que põe em jogo várias capacidades cognitivas de ordem superior.

Grande parte dos estudos feitos sobre o ensino da Resolução de Problemas baseia-se em trabalhos Polya, que apresentou uma heurística global, organizada em quatro fases que pela sua interpretação se pode orientar a Resolução de Problemas (Fonseca, 1997).

Além disso, diariamente, são vários os motivos que levam a admitir que as competências de pensamento são sem dúvida cruciais. O nosso mundo, em cada dia que passa, aumenta a sua complexidade, o que implica desafios mais complexos a que os indivíduos têm de dar uma resposta.

O processo educativo ao incluir capacidades de pensamento, nomeadamente os de Resolução de Problemas, está a permitir formar alunos que analisem, dominem e controlem o seu conhecimento e adquiram algo novo.

Não existe um modelo único para a Resolução de Problemas nem para ensinar a a resolver problemas. No entanto, o modelo de Polya continua a ser um referencial para a investigação nesta área. Este modelo, apesar de não prezar pela sua novidade, é um modelo com um cunho fortemente didático que antecipa comportamentos metacognitivos e que facilmente se transpõe para outros domínios.

O modelo de Polya sugere questões e sugestões que se encontram agrupadas em quatro fases que constituem o processo de Resolução de Problemas (Vale e Pimentel, 2004). Este modelo contempla, para além das quatro fases fundamentais, diversas heurísticas para cada fase. Apresenta-se, de seguida, uma breve descrição do modelo tentando demonstrar as caraterísticas de cada fase e os passos mais importantes: 1) *Compreender o problema*: é necessário compreender o problema para tentar dar uma resposta. Deve identificar-se o que é conhecido (os dados), o que é desconhecido (o objetivo) e que condições são apresentadas. Deve-se assegurar que todo o problema é representado, que todos os aspetos relevantes tenham sido tomados em consideração e devidamente explicitados. 2) *Delinear um plano:* nesta fase é necessário delinear um plano para chegar à solução. Deve começar-se por pensar nas suas experiências anteriores e procurar algo que se relacione com o problema em causa e que tenha já sido resolvido, ou pode tentar-se várias abordagens antes de se decidir qual a que parece mais promissora. Torna-se importante analisar e discutir casos extremos avaliando a sua validade e plausibilidade. Para esta fase sugerem-se algumas heurísticas: usar problemas auxiliares, decompor e recombinar o problema, tentar evocar e resolver problemas relacionados, desenhar uma figura, fazer uma conjetura, testá-la e trabalhar de trás para a frente. 3) *Executar um plano:* aqui executa-se o plano que se elaborou até chegar à solução. Se se chegar a um impasse, volta-se à fase da planificação, ou seja, à segunda fase. Ou seja, esta é a fase da implementação dos planos formulados de forma a se atingir uma solução, tendo aqui lugar os processos dedutivos. 4) *Verificar:* nesta fase verifica-se a solução obtida de acordo com os dados e as condições apresentadas no problema.

Este modelo é uma proposta para ensinar a resolver problemas; além de ser valioso como guia na organização do ensino, é também bastante útil na identificação de áreas de dificuldade manifestadas pelos alunos ou na clarificação do processo mental envolvido em atividades de Resolução de Problemas que tenham sido bem sucedidas. Polya (2003) referiu que, seguindo consistentemente e sequencialmente estas fases, a maior parte dos alunos podem ser ensinados a ter sucesso em Resolução de Problemas. Grande parte dos estudos, na área da Matemática, mais propriamente na resolução de problemas, têm sido realizados com base na ideia de Polya. Em particular, no modelo que propõe a organização e a orientação na Resolução de Problemas.

Para autores como Fernandes, Vale, Fonseca e Pimentel (1995) referidos por Vale e Pimentel (2004), o modelo de Polya pode sofrer adaptações quando utilizadas no Ensino Básico, uma vez que consideram que a segunda e a terceira fases podem, na prática do contexto de sala de aula, ser de difícil distinção, por isso, seguem as suas três fases: 1) Ler e compreender o problema; 2) Fazer e executar um plano e 3) Verificar a resposta.

Contudo, é unânime a importância de aprender a resolver problemas, pois só assim os alunos podem estar preparados para defrontarem e resolverem facilmente a grande diversidade de problemas com que se deparam no dia-a-dia.

Os alunos e os professores na resolução de problemas

Ao utilizar a resolução de problemas na aula de Matemática assiste-se, consequentemente, a uma alteração dos papéis entre professor e aluno. O professor deixa de ser orador principal da aula e o aluno um recetor passivo. Para se compreender melhor a dificuldade em aplicar a nova forma de pensar o ensino da Matemática, o triângulo didático proposto por Ponte (2002), explica como o saber da disciplina de Matemática deve ser relacionado, e quais os papéis dos intervenientes no processo ensino - aprendizagem.

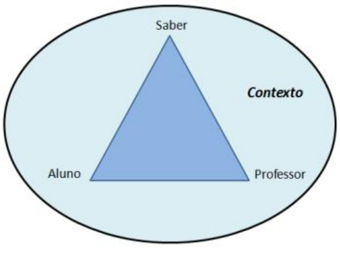


Fig. 2- Triângulo didático de João da Ponte. Fonte: Ponte (2002)

Num dos vértices, o autor menciona a Matemática como sendo um campo do saber com caraterísticas próprias, marcadas pela tendência para a generalização, a abstração e formalização. O aluno e o professor encontram-se mencionados nos outros vértices, como intervenientes imprescindíveis na aprendizagem da disciplina. Os três intervenientes surgem inseridos num contexto que exerce um papel decisivo. Este contexto não se restringe à escola, mas engloba também as vivências dos alunos, a comunidade educativa e a sociedade envolvente. Este conjunto exerce um a forte influência nos professores e nos alunos e dinamiza o processo ensino – aprendizagem da Matemática.

Os problemas que são apresentados aos alunos devem ser matematicamente significativos para os preparar de forma coerente e concisa para a vida futura. Isto é, os problemas apresentados não devem ser de índole generalista, mas sim atividades que levem os alunos a refletir e desenvolver uma opinião crítica sobre os resultados e as situações que os rodeiam.

A relação dos alunos com esta nova visão dos problemas matemáticos e da sua resolução deve considerar atentamente as experiências de aprendizagem, as quais deverão ser ativas, significativas, integradoras e diversificadas (Fernandes, 1994).

A resolução de problemas projeta-se deste modo como uma atividade pertinente e fundamental no ensino atual. Deste modo, deve rejeitar-se a ideia de que um problema é uma atividade rotineira, uma vez que esta ajuda os alunos a desenvolverem estratégias de solucionar os problemas surgidos nas suas vivências pessoais.

Na resolução de problemas é relevante não só a participação e envolvimento dos alunos, mas também dos professores, pois compete-lhes a escolha e planificação de um determinado problema que seja significativo para os alunos.

É importante realçar a riqueza das tarefas na prática pedagógica dos professores, pois estas devem promover o desenvolvimento do pensamento algébrico dos alunos e diversificar as formas de interação em aula, criando oportunidades de discussão entre alunos, de trabalho de grupo e trabalho de projeto (Maia *et al* 2002).

Segundo Maia *et al* (2002), o professor tem um papel importante no processo ensino – aprendizagem, por isso deve: (i) criar um ambiente rico em materiais que possam ser explorados; (ii) criar um ambiente onde os alunos sintam que os conceitos podem e devem ser entendidos, possam descobrir e demonstrar verdades matemáticas gerais usando exemplos específicos e (iii) ter em conta as capacidades, as necessidades e as metas que têm para aquela turma (p. 64-65).

O professor deve ser capaz de tornar a atividade da situação problemática numa tarefa interessante e motivadora, de modo a que os alunos se envolvam na respetiva solução, pois este é o que com a sua atitude e postura perante o ensino da Matemática irá marcar para sempre a relação dos alunos com a Matemática.

O ambiente de sala de aula é outro aspeto importante para o desenvolvimento de atividades de investigação, um ambiente favorável onde os alunos colocam questões, experimentam, estimam, exploram, sugerindo uma abordagem dos problemas de diversas formas, estimulando deste modo a participação e a confiança na aprendizagem (Fernandes, 1994).

No entanto, é frequente os professores terem receio de realizarem e explorarem os problemas mais complexos porque as aulas em que tal acontece são aulas diferentes do habitual, o controle dos alunos e do conhecimento torna-se mais difícil, pois os alunos estão mais ativos e podem relacionar o problema com conhecimentos que o professor não tem o que pode provocar-lhe insegurança.

A consciencialização de que uma aprendizagem mais ativa é benéfica no processo de ensino-aprendizagem, nomeadamente a resolução de problemas, tem de ocorrer em toda a hierarquia escolar, pois a sua efetivação só se torna possível quando as direções das escolas e os respetivos agrupamentos permitirem uma maior flexibilidade e liberdade aos professores na orientação e estruturação da aprendizagem dos seus alunos.

Estão a ser dados importantes passos relativamente ao desenvolvimento da criatividade e autonomia dos nossos alunos e por este motivo é imperativo que não se pare. A mudança será lenta, mas possível, só é preciso que todos os intervenientes estejam envolvidos e dispostos a trabalhar no sentido de preparar a vida futura dos estudantes do nosso país.

A comunicação em Matemática

Os processos matemáticos utilizados nas atividades que se desenvolvem na aula são de uma grande importância, pois possibilitam aos alunos explorarem e envolverem-se nas tarefas que lhes são propostas de forma diferente. Pois sendo estas transversais permitem uma melhor perceção de todo o problema, contribuindo desta forma para uma melhor assimilação das aprendizagens. No entanto, a importância que cada um deles assume no decurso das atividades é muito variável, pois depende fundamentalmente do tipo de problema.

A Matemática é uma disciplina com uma linguagem muito própria e particular que deve ser entendida pelos alunos. Esta linguagem é usada na maioria das vezes de uma forma desarticulada em relação à linguagem dos alunos quando estes apresentam e explicam os conteúdos matemáticos. Deste modo, o conceito de comunicação no contexto de ensino-aprendizagem é apresentado por Martinho (2009) como a "essência do próprio processo educativo" (p.64).

A comunicação possui duas vertentes importantes: a comunicação oral que é a base do pensamento do aluno a nível escolar na aquisição de conhecimentos, ou seja, é através desta que os alunos exprimem o seu raciocínio, as suas conceções e estratégias, confrontando-as com as dos colegas, permitindo deste modo a aquisição de novos conteúdos e de novos conhecimentos (Martinho & Ponte, 2005; Ponte, *et al*., 2007) e a comunicação escrita, que de acordo com o Programa de Matemática (ME, 2007) é através desta vertente que os alunos conseguem clarificar o seu raciocínio, desenvolvendo a linguagem matemática. Para Boavida *et al* . (2008) referem que "as nossas ideias tornam-se mais claras para nós próprios quando as articulamos oralmente ou por escrito" (p.62), apesar disto, estas autoras defendem que organizar e clarificar ideias por escrito é um processo complexo mas ao mesmo tempo relevante, pois obriga os alunos a refletirem acerca das ideias desenvolvidas.

É através da comunicação que os alunos partilham as suas ideias matemáticas com os colegas e com o professor. A comunicação na aula de Matemática permite aos alunos interagirem entre si e simultaneamente com o professor, expondo e esclarecendo as suas dúvidas e as suas ideias. Quando um aluno comunica as suas ideias aos outros está a interiorizar de uma forma plena aquilo que está a pensar e a raciocinar. Para comunicar matematicamente é necessário que o professor estimule essa comunicação e promova tarefas matemáticas desafiantes (Boavida & Menezes, 2012)

A utilização da comunicação matemática em Matemática permite aos alunos a obtenção de um espírito crítico porque têm de ouvir, contraditar e partilhar ideias face à realidade. Posto isto, é conveniente e necessário que este processo matemático seja desenvolvida e trabalhada ao longo da vida, pois vai permitir aos alunos ter uma atitude crítica face à vida.

O Currículo Nacional do Ensino Básico (ME, 2007) refere que a comunicação matemática deve ser um dos aspetos transversais à globalidade dos diversos tipos de experiências de aprendizagem em que é importante envolver todos os alunos.

Por sua vez, nos Princípios e Normas para a Matemática Escolar (NCTM-APM, 2007), a comunicação referenciam que os programas de ensino desde o pré-escolar ao 12º ano de escolaridade devem habilitar todos os alunos para: (i) organizar e consolidar o seu pensamento matemático através da comunicação; (ii) comunicar o seu pensamento matemático de forma coerente e clara aos colegas, professores e outros; (iii) analisar e avaliar as estratégias e o pensamento matemático usados por outros e, (iv) usar a linguagem matemática para expressar ideias matemáticas com precisão (p.66)

O PMEB (2007) considera a comunicação matemática uma capacidade transversal a toda a aprendizagem da Matemática e reforça que a comunicação como um dos objetivos gerais a ter em conta nos três ciclos da escolaridade básica. Neste sentido é atribuído um papel importante e essencial ao professor na criação de oportunidades para que este tema seja implementado e desenvolvido nas salas de aula ou em outras atividades.

Segundo Brendfur e Frykholm (2000, citado em Boavida *et al.*, 2008), a comunicação representa-se através de vários níveis agrupando-se em quatro categorias: (i) Comunicação unidirecional: o professor domina o discurso da aula, colocando questões fechadas e dando poucas oportunidades aos alunos para comunicarem as suas ideias e pensamentos; (ii) Comunicação contributiva: o discurso centra-se em interações entre professor e alunos em que a conversação limita-se ao apoio e partilha, frequentemente com pouco ou nenhum pensamento profundo; (iii) Comunicação reflexiva: apesar de existirem partilha de ideias e pensamentos, as conversações matemáticas constituem pontos de partida para a compreensão da Matemática dos alunos; (iv) Comunicação instrutiva: o professor, em virtude das conversações, começa não só a compreender os processos de pensamento (pontos fortes/limitações) dos alunos como também a modelar o ensino em consequência os aspetos que aprofundam a compreensão Matemática.

Neste sentido, PMEB (2007) atribui ao professor um papel fundamental na criação de oportunidades para que haja uma comunicação *reflexiva* e *instrutiva*. Estes níveis são concetualmente diferentes pois o foco muda da transmissão de informação para a construção de significados (Brendfur e Frykholm, 2000 citado em Boavida *et al.* (2000)).

O PMEB (ME, 2007) reforça a relevância da comunicação, referindo-se-lhe como um dos objetivos gerais a ter em conta nos "três ciclos da escolaridade básica e como uma das «três grandes capacidades transversais a toda a aprendizagem Matemática" (p.7) que deve "merecer uma atenção permanente no ensino" (p.1). Esta ideia vai ao encontro ao que Ponte (2000) defende quando diz que:

> A comunicação é um processo matemático transversal a todos os outros. Por seu intermédio, as ideias matemáticas são partilhadas num determinado grupo e, ao mesmo tempo, são modificadas, consolidadas e aprofundadas por cada indivíduo. Alem disso, a comunicação permite-nos entender o nosso conhecimento matemático, considerando e interagindo com as ideias dos outros (p.59).

O NCTM (1998) reforça esta ideia ao referir que a comunicação assume nas aulas de Matemática um papel primordial e por esse motivo estabeleceu o papel da comunicação no seu processo ensino - aprendizagem da Matemática:

> O Programa de Matemática deve usar a comunicação para promover a compreensão da Matemática, de modo a que todos os alunos:1) organizem e consolidem o seu pensamento para comunicar com os outros; 2) expressem as suas ideias matemáticas de modo coerente e claro para os colegas, os professores e outras pessoas; 3) alarguem o seu conhecimento matemático, considerando o pensamento e as estratégias dos outros; 4) usem a linguagem matemática como um meio de expressão matemática precisa (p. 85).

A comunicação é o veículo através do qual alunos e professores reconhecem ou podem reconhecer a Matemática como um conjunto de processos de resolução de problemas e de raciocínio. Este processo matemático é igualmente importante, uma vez que os alunos devem aprender a descrever os fenómenos através de várias formas escritas, orais e visuais.

A utilização da comunicação em matemática possibilita que os alunos obtenham um espírito crítico porque têm que ouvir e partilhar ideias face à realidade, por isso, é conveniente que esta seja desenvolvida e trabalhada ao longo da vida. Este processo vai permitir aos alunos ter uma atitude crítica face à vida. Citando Canavarro (2004),é essencial uma boa capacidade de comunicação matemática, que permite falar corretamente sobre o fenómeno, descrevê-lo e explicá-lo, articulando os aspetos matemáticos com o contexto da situação (p.32). O professor deve acompanhar com atenção a linguagem matemática que os alunos utilizam, de modo a ajudá-los a desenvolver a sua capacidade de comunicar em Matemática. A ênfase deve ser posta na comunicação matemática entre todos os alunos e não entre aqueles com maior facilidade de se exprimir.

As representações em Matemática

A par da comunicação escrita surgem associadas as tarefas a realizar pelos alunos, pois serão estas que irão permitir ou não, o desenvolvimento da comunicação através da explicitação das estratégias utilizadas e dos raciocínios envolvidos.

A representação é o processo matemático que permite aos alunos apresentar as suas ideias. Este processo permite saber como é que os alunos compreende e utiliza as suas ideias matemáticas e ainda compreender os conceitos e as relações matemáticas e ainda apoia a comunicação e a aplicação das ideias matemáticas a situações problemáticas do seu quotidiano.

Segundo o NCTM (2000, citado em Boavida *et al.*, (2008) as representações são essenciais na aula de matemática:

> (…) a compreensão das representações aliada à capacidade de representar ideias, constituem ferramentas fundamentais para pensar matematicamente. Por esta razão, as representações devem ser tratadas como elementos essenciais da compreensão matemática dos alunos no que respeita a conceitos, a procedimentos e às relações entre eles. (p.17)

A representação é um processo de grande importância numa aula de Matemática, uma vez que os conceitos matemáticos são por natureza abstratos, por exemplo: número, grandeza, medida, operação, … e portanto surge a necessidade de os representar.

Bruner(1965, citado em *Boavida et al*., 2009) defende que existem várias formas de representar ideias matemáticas: as representações ativas, as representações icónicas e as representações simbólicas.

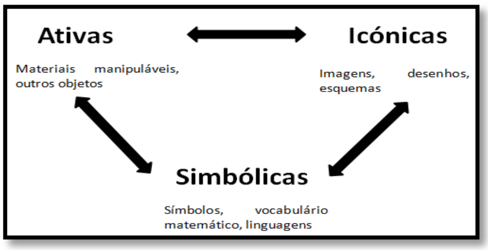


Fig. 3- Formas de representação. Fonte: Bruner (1962)

As representações ativas estão associadas à ação. A importância deste modo de representação decorre do pressuposto de que o conhecimento surge através da ação. Assim, a manipulação direta e adequada de objetos, sejam eles de uso corrente ou especialmente concebidos como material didático, e a simulação de situações, propiciam oportunidades para criar modelos ilustrativos, contribuindo para a construção de conceitos.

As representações icónicas baseiam-se na organização visual, no uso de figuras, imagens, esquemas, diagramas ou desenhos para ilustrar conceitos, procedimentos ou relações entre eles. Este modo de representação distancia-se, assim, do concreto e do físico. As representações podem ser feitas pelo professor, ser encontradas nos manuais, produzidas por sugestão do professor ou elaboradas espontaneamente pelos alunos.

As representações simbólicas consistem na tradução da experiência em termos da linguagem simbólica. Correspondem, não apenas aos símbolos que representam ideias matemáticas, mas a todas as linguagens que envolvem um conjunto de regras fundamentais quer para o trabalho com a Matemática, quer para a sua compreensão.

Todas estas representações podem ser usadas simultaneamente ou segundo várias combinações que estão presentes ao longo de toda a vida. Estas três formas de representação demonstram a relevância que têm ao interligar a “componente física, com a formação de imagens e, por sua vez, esta fase com a simbólica” (Barbosa, 2009, pg.30). No entanto, existem outras formas de categorizar as representações. Neste sentido, Goldin (2008) e Barbosa (2009) defendem a existência das representações internas- formas cognitivas do indivíduo e externas- formas de comunicar as ideias/pensamentos. As formas mais comuns de se transmitir as representações externas são o recurso às palavras, figuras ou tabelas que vão surgindo quando se quer transmitir as representações internas

Os autores Lesh, Post e Behr (1987, citados em Barbosa, 2009) desenvolveram o modelo das representações, onde destacam cinco maneiras diferentes de representar uma ideia matemática, estando todas relacionadas. Assim temos: (1) as *pictóricas*: onde as crianças ao desenho para expressarem o seu pensamento e raciocínio matemático; (2) as *manipulações*: os alunos recorrem ao uso e manipulação de materiais que sustentam e ajudam a resolver problemas e a compreenderem ideias matemáticas; (3) *linguagem (verbal)*: diz respeito ao modo como os alunos descrevem as suas respostas e o caminho que utilizam para indicarem o seu raciocínio; (4) *símbolos escritos (notações)*: dizem respeito às palavras e símbolos matemáticos que por vezes são mais abstratos do que são as outras representações e (5) as *situações relevantes*: são situações que podem estar diretamente ligadas a situações reais, estas podem ser qualquer tipo de situações, desde que envolvam o contexto matemático e a participação das crianças.

O NCTM (1998) também refere que o programa de Matemática deve dar ênfase às representações para promover a compreensão da Matemática de modo a que todos os alunos: (i) criem e usem representações para organizar, registar e comunicar ideias matemáticas; (ii) desenvolvam um reportório de representações matemáticas que possam ser usadas de modo flexível e apropriado na resolução de problemas de tarefas concretas; (iii) usem representações para modelar e interpretar fenómenos físicos, sociais e matemáticos.

De acordo com Tripathi (2008) uma representação pode incluir algo de concreto, simbólico, pictórico, numérico, verbal, gráfico, contextual, todo o tipo de representações que possa interpretar, comunicar e argumentar as ideias matemáticas. Este autor propõe uma reclassificação do modelo das representações de Lesh, Post e Behr (1987) onde as representações concretas e semi concretas devem ser agrupadas dando origem às representações visuais. Esta autora confere grande importância a estas últimas, pois são relevantes para o raciocínio e resolução de problemas, fazendo-se conexões entre estas e explicando por palavras ideias associadas às imagens.

É através das representações que o professor toma conhecimento do modo de pensar dos alunos, e a partir daqui pode aprofundar as representações dos alunos de modo a ir de encontro às representações da matemática, assim como planear o seu trabalho de forma a responder às necessidades de cada aluno. Os alunos podem usar diferentes representações para o mesmo conceito; devem, no entanto, decidir qual a mais adequada em determinada situação. Sá assim as aprendizagens se podem tornar significativas para os alunos.

Para que os alunos possam relacionar a Matemática com o seu dia-a-dia é fundamental que aprendam a classificar objetos segundo uma determinada categoria, pois é importante saberem seriar objetos mediante as caraterísticas neles observadas.

Das vivências das escolas, o que podemos identificar é que nem todos os processos matemáticos assumem um lugar de destaque na aula de matemática, no entanto, o processo de cálculo é um ao qual os professores atribuem o papel primordial. Segundo Ponte (2000) "o cálculo enquanto algoritmo envolve: um ou mais objetos de partida; um cálculo e um resultado final" (p.48). Apesar de o cálculo permitir o desenvolvimento de determinadas competências como é o caso da estimativa, resume-se na maior parte dos casos à "mecanização" das operações. Quando o aluno efetua o algoritmo, apesar de mecanizado, deve ter a consciência e a capacidade de refletir sobre o resultado encontrado. Mas para que isto possa acontecer é necessário que o aluno tenha compreendido o porque da resolução de operação. Apesar de os algoritmos não serem objeto central nos programas de Matemática, eles adquiriram muita importância, tirando lugar a outros conteúdos bem mais importantes, isto porque os professores, normalmente, preocupam-se mais com a aprendizagem dos algoritmos do que propriamente com o ensino de outros processos matemáticos.

No processo matemático, relacionar e operar, os alunos devem também ter a capacidade de interpretar, ou seja, relacionar diversos conceitos matemáticos de forma a dar consistência às suas ideias. Para que os alunos desenvolvam a capacidade de interpretar, o professor deve criar oportunidades em que possam utilizar os diversos tipos de representações de modo a adaptarem-se com eles.

Congressos Matemáticos

Um Congresso matemático é o culminar de um processo que inicialmente propõe aos alunos quer em grupos quer em pares explorem uma tarefa e explicitem as suas ideias e explorem as suas estratégias, de modo a mostrar aos outros os seus raciocínios. Assim, segundo Pimentel et al (2010) o Congresso Matemático é um "fórum no qual os alunos se encontram para discutir objetos e ideias matemáticas. A sua tarefa é fazer comentários e ouvir os comentários dos outros". É pedido aos alunos que preparem as apresentações das suas ideias através de cartazes, PowerPoint ou outros materiais que estes achem interessantes e pertinentes. O professor, de acordo com as regras e objetivos que estabeleceu, seleciona os trabalhos que serão apresentados.

Durante este processo, surgem inúmeras oportunidades de refletir matematicamente. Primeiramente, durante o trabalho de grupo/pares têm de pensar na solução. A elaboração do cartaz ou de qualquer outro material constitui a segunda oportunidade de reflexão, não só porque os alunos têm de preparar a sua apresentação e a defesa do seu raciocínio, mas também ao tentarem prever as questões dos colegas reanalisam a sua própria resolução, o que é favorável à sua compreensão. A terceira oportunidade surge no momento em que os materiais são apresentados na turma, pois quem apresenta tem de interpretar e tentar responder às questões que, eventualmente, lhe pode colocar. Os restantes elementos da turma, são os ouvintes e têm o papel de escutar criticamente o que é dito, tentar encontrar sentido ao que ouvem e intervir no caso de não compreenderem ou não concordarem.

Deste modo, a resolução de problemas é apenas um ponto de partida, " é uma rampa de lançamento para o intenso discurso matemático durante o Congresso" (Dolk, 2008, p. 52). Pois como referem Boavida *et al.,*2008):

> A partilha de ideias matemáticas permite a interação de estratégias e pensamentos de cada um com os outros. Ou seja, permite que as ideias se tornem objetos de reflexão, discussão e eventual reformulação. As tentativas de comunicar um raciocínio pessoal proporcionam oportunidades para uma compreensão mãos profunda da Matemática. (p.62)

Segundo Fosnot e Dolk (2002) o Congresso Matemático ajuda os alunos a tornarem-se matemáticos na comunidade matemática, ou seja, eles têm oportunidade de comunicarem as suas ideias, conjeturas e provarem as suas soluções. De acordo com Cobb (1996) e Yackel (2001), num Congresso Matemático, os aprendizes, ou alunos participantes do Congresso, defendem o seu próprio pensamento. Para estes autores a disciplina de Matemática está diretamente relacionada com a comunidade em que os alunos estão inseridos. Algumas questões têm a sua resposta nas interações que os aprendizes têm na comunidade, quer escolar quer familiar como: "O que é ter uma estratégia eficiente?"; "Como vão ser representadas as estratégias?"; "Quais as principais ferramentas matemáticas?"; " Que impacto tem uma boa questão matemática?"; " Para que serve uma conjetura?". Deste modo, as salas de aula são locais onde os alunos questionam e investigam, desenvolvendo-se um sentimento de comunidade, em que os alunos questionam-se mutuamente, colaboram, explicam e comunicam os seus modos de pensar (Fosnot & Dolk, citado em Pimentel *et al*., 2010). Depois da resolução das tarefas incluindo a escrita das conclusões, essa "comunidade" encontra-se num Congresso Matemático onde os alunos defendem os seus raciocínios. Neste contexto, os alunos, que apresentam o trabalho, ficam sujeitos ao questionamento dos colegas, proporcionando-se desta forma, uma oportunidade importante, pois sentem-se valorizados, à medida que desenvolvem a capacidade de comunicação matemática (Pimentel *et al*., 2010)

Fosnot e Dolk (2002) afirmam que os professores podem estruturar os Congressos Matemáticos de várias maneiras. Podem-se focar numa grande ideia ou se queremos destacar um modelo matemático, podemos fazer sobressair as ligações entre diferentes soluções e estratégias. Se quisermos apoiar o desenvolvimento progressivo de estratégias, podemos direcionar a discussão da resolução da forma menos eficiente para a mais eficiente. O objetivo do professor neste tipo de dinâmicas será sempre desenvolver o espírito e o pensamento matemático nos seus alunos, promovendo as mudanças de pensamento, ajudando-os a desenvolver mapas mentais, ou seja, ajudá-los a encontrar caminhos (estratégias) para encontrar uma saída (soluções).

Alguns estudos empíricos

Para comprovar a importância dos conteúdos abordados até aqui, é necessário e importante confrontá-los com estudos empíricos e verificar deste modo os resultados obtidos em alguns estudos de investigação que relacionam e envolvem estas temáticas.

Na revisão da literatura deste estudo não foram identificados estudos sobre Congressos Matemáticos. Recorreu-se a três estudos mais recentes sobre a comunicação matemática por se considerarem transversais à temática em estudo.

Uma das investigações que aborda a resolução de problemas e a comunicação foi o estudo realizado por Henriques e Ponte (2010), que teve como tema a comunicação matemática no contexto de atividades de investigação e o uso de representações matemáticas em estudantes universitários. Estes investigadores concluíram que o uso da tabela é a estratégia mais privilegiada na organização dos dados aquando da resolução de problemas. As respostas dos alunos às tarefas são descritivas recorrendo à linguagem natural de modo a descrever e justificar os seus raciocínios. A principal dificuldade detetada foi a notação simbólica, pois esta nem sempre traduz o que os alunos descrevem informalmente.

Outro estudo de investigação analisado foi o de Alves (2012), que tinha como principal objetivo analisar o modo como os alunos de 6º ano de escolaridade comunicam por escrito o seu raciocínio aquando da resolução de problemas que envolvem proporcionalidade direta. A investigadora constatou que o desempenho dos alunos na resolução das tarefas revela-se médio e que a comunicação escrita baseia-se essencialmente na linguagem simbólica e na linguagem verbal matemática, sentindo assim, grandes dificuldades em transcrever o seu raciocínio.

Outro estudo analisado foi o apresentado no relatório final de Ribeiro (2012), que se debruçou sobre o estudo de duas capacidades transversais em Matemática: a resolução de problemas e a comunicação, privilegiando os padrões no contexto do estudo. O principal objetivo deste estudo de investigação era compreender como alunos de 5º ano comunicam as suas ideias quando resolvem tarefas com padrões. Neste estudo a investigadora concluiu que os alunos revelaram grandes dificuldades ao nível da escrita, recorrendo a uma linguagem natural, apresentando desta forma um discurso confuso, apesar de se notar uma evolução dos alunos em relação à comunicação matemática, quer escrita quer oral.

3- Metodologia

Neste capítulo é apresentada e descrita a metodologia utilizada neste estudo, assim como os procedimentos adotados na realização desta investigação. Refere-se as opções metodológicas do estudo justificando a escolha de uma metodologia qualitativa e o estudo de dois grupos-caso, nomeando as suas caraterísticas. Posteriormente, procede-se à caraterização dos participantes, apresentando-se também, todos os procedimentos utilizados na realização do estudo, incidindo-se, em particular, nas técnicas de recolha e análise de dados.

Opções metodológicas

O objetivo primordial desta investigação é compreender o desempenho e a reação dos alunos na resolução de problemas e de que forma a realização de um Congresso Matemático contribuiu para o desenvolvimento da comunicação matemática.

Deste modo, para garantir uma compreensão estruturada do objetivo a investigar, este estudo enquadra-se num paradigma construtivista, optando por uma metodologia de natureza qualitativa e um *design* de estudo de caso. A obtenção dos dados, na investigação qualitativa, faz-se através do ambiente natural em que os sujeitos estão inseridos, em que o investigador é o principal instrumento de recolha, descrição e interpretação dos dados obtidos.

Neste sentido, Denzin e Lincoln (1994) afirmam que "a investigação qualitativa é um método multifacetado envolvendo uma abordagem interpretativa e naturalista do assunto em estudo. Isto significa que os investigadores qualitativos estudam as coisas no seu ambiente natural numa tentativa de interpretar um fenómeno" (p.2).

Fernandes (1991) refere que numa investigação desta natureza, os investigadores preocupam-se, nomeadamente, com os comportamentos e atitudes dos sujeitos em estudo. Vários autores (e.g. Bogdan & Biklen,2004; Vale, 2004) destacam a importância da interpretação dos dados como a principal caraterística da investigação qualitativa e menciona que a interação existente entre o investigador e os sujeitos implica que o investigador integre sempre uma visão e perspetiva pessoal na sua análise. Por esta razão Bogdan e Biklen (1994) referem que "o objetivo da investigação qualitativa é estudar os fenómenos em toda a sua complexidade a partir da perspetiva dos sujeitos da investigação" (p.16).

No âmbito da investigação qualitativa, optou-se neste estudo pelo *design* de estudo de caso, pois será a que mais se adequa aos objetivos deste estudo. Merriam (1988) afirma que "um estudo de caso consiste na observação detalhada de um contexto, ou individuo, de uma fonte de documentos ou de um acontecimento específico (…) é uma descrição analítica, intensa, globalizante e holística de um fenómeno que é efetuado para descobrir o que nele existe de único e essencial"(p.138). Na mesma linha, Yin (1989) refere que "o estudo de caso é uma metodologia adequada quando as questões de "como" e "porquê" são fundamentais, quando o investigador tem muito pouco controlo sobre os acontecimentos e quando o objeto do estudo é um fenómeno que se desenrola em contexto real e para o qual são necessárias fontes múltiplas de evidencia para o caraterizar. (p.139)

Ponte (1994) refere que este tipo de *design* de investigação qualitativa é caraterizado por ser descritivo, pois o investigador percebe e carateriza a situação tal e qual como ela é, onde este não tem controlo sobre os acontecimentos e comportamentos dos participantes. É importante referir que o estudo caso é um estudo de natureza empírica, baseado num trabalho de campo e/ou análise de documentos, que estuda fenómenos de situações em contexto real, tirando partido de diversos métodos privilegiados de recolha de dados: as observações, as entrevistas e os documentos.

Neste sentido, a opção pelo estudo de caso nesta investigação é perfeitamente ajustável e justificável já que se pretendia compreender, descrever e interpretar os processos mobilizados na resolução de problemas aquando de um Congresso Matemático.

Procedimentos

O tema em estudo, como já referido anteriormente, surge depois de identificadas as principais dificuldades da turma inerentes à disciplina de Matemática ao nível da comunicação matemática na resolução de problemas, pelo que se decidiu realizar um Congresso Matemático, onde poderíamos observar, analisar e concluir alguns factos a esse nível e em simultâneo mobilizar os alunos para uma iniciativa mais ampla para além da sala de aula. A presente investigação teve início depois de a investigadora apresentar e discutir com a sua orientadora as principais dificuldades da turma, inerentes à disciplina de Matemática. Visto que a turma apresentava grandes dificuldades ao nível da comunicação matemática na resolução de problemas, decidimos realizar um Congresso Matemático, onde poderíamos observar, analisar e concluir alguns factos a esse nível.

Como já foi referido, a turma em estudo apresentava grandes dificuldades não só a nível da resolução de problemas, mas em todos os conteúdos matemáticos. Assim, numa perspetiva de motivar não só estes alunos, decidiu-se alargar o estudo a outra turma de 6º ano de escolaridade. Como a minha professora cooperante era também professora da disciplina e diretora de turma desta turma, depois de tudo acordado, iniciou-se a realização do Congresso Matemático entre estas turmas, aberto a toda a comunidade escolar.

Tabela 1 - Fases do projeto de investigação

Fases	Data	Descrição das fases
1ª Fase Fase prévia	2 de maio de 2012	-Foi acordado com a responsável da turma a possibilidade de implementar esta iniciativa tendo tido o apoio na sua realização. -Esta fase constituiu a preparação do contexto para a realização deste projeto.
2ª Fase	De 9 de maio a 6 de junho de 2012	-Apresentação do projeto aos alunos das turmas. -Resolução dos problemas do Congresso elaborada pelos alunos envolvidos no projeto.

3ª Fase	De 7 a 11 de junho de 2012	- Correção das resoluções dos problemas. -Escolha das melhores resoluções dos problemas para serem apresentados no dia do Congresso Matemático
4ª Fase	13 de junho de 2012	-Dia do Congresso Matemático

É importante salientar, que os alunos que foram selecionados para apresentarem as suas resoluções no dia do Congresso, mas todos os alunos do 6º ano de escolaridade foram convidados para estarem presentes no dia desta iniciativa. Deste modo, e como a realização do Congresso Matemático teve de ser efetuada depois do tempo de aulas, foi necessário pedir autorização aos pais de todas as turmas, de forma a autorizarem a presença e a participação dos seus educandos neste projeto e nesta atividade (Anexo 5), tendo-se obtido a quase totalidade das autorizações.

Depois da resolução e entrega de todos os problemas, seguiu-se o período de correção e seleção escolha das melhores/diferentes resoluções, ou seja, das resoluções que melhor atendiam ao rigor e à criatividade.

Assim, os grupos com as resoluções corretas e diferentes foram informados que teriam de as apresentar no dia do Congresso de modo percetível, e que cativassem a atenção dos presentes.

No dia do Congresso, os grupos apresentaram as suas resoluções das mais diversas maneiras. O Congresso Matemático será desenvolvido no capítulo 4.

Seleção das turmas e dos grupos

Este projeto de investigação teve de ser aplicado no contexto fora de sala de aula, uma vez que estava inserida num grupo de ICE com três elementos e a primeira disciplina a reger foi a Matemática. Deste modo, não houve tempo para identificar de imediato as principais dificuldades da turma para pôr em prática atempadamente qualquer tipo de estudo.

Optou-se então, por realizar um trabalho fora de sala de aula e decidiu-se juntar, como foi referido, outra turma pertencente à direção da Professora Orientadora Cooperante (POC). As duas turmas eram distintas em termos globais, não tinham o mesmo nível de desempenho. Como já foi referido anteriormente, as turmas eram bastante heterogéneas, ou seja, as suas capacidades a nível de conhecimento matemático eram bastantes distintas. O facto de não ter alargado o estudo a outras turmas, prende-se com a questão de natureza prática, pois seria difícil analisar as tarefas propostas e as respetivas conclusões deste estudo até ao final da ICE.

Os grupos-caso, denominados por C e D, foram os escolhidos por serem aqueles que, em relação a todos os outros da respetiva turma, os que apresentaram as resoluções dos problemas corretas, de uma forma mais organizada, com representações e estratégias mais diversificadas e interessantes e um raciocínio matemático mais desenvolvido e que eram constituídos respetivamente por dois e três alunos. Na identificação dos grupo-caso, recorri ao anonimato, e por isso, estão designados por: *grupo-caso C* e *grupo-caso D.*

Recolha de dados

Denzin e Lincoln, (1994, citado em Vale 2004), referem que a investigação qualitativa aborda um método interpretativo e naturalista daquilo que se pretende estudar, ou seja, os investigadores qualitativos estudam as coisas no seu ambiente natural com a finalidade de interpretar o fenómeno.

A recolha de dados num estudo de caso pressupõe como métodos fundamentais, aqueles que são recomendados numa investigação qualitativa: observações, as entrevistas, os documentos escritos, fotografias e gravações de áudio e vídeo (e.g. Bogdan & Biklen, 1994; Vale, 2004).

Todos estes métodos contribuíram para que a recolha de dados fosse abrangente, permitindo a triangulação da informação recolhida.

Documentos

Os documentos utilizados num estudo qualitativo são usados na recolha de dados e segundo Yin (2009) são essenciais na confirmação de evidências, que são recolhidas por outros métodos. Neste trabalho foram usados e interpretados vários documentos, tais como:

- *Referências biográficas dos alunos* - documentos que reúnem informações importantes e relevantes sobre cada aluno, bem como dados sobre os seus encarregados de educação (habilitações e profissões) (Anexo 6).

- *Registo das tarefas alunos* – em cada resolução dos problemas procedeu-se à recolha dos registos realizados pelos alunos. Antes da realização da resolução a investigadora distribuiu por cada grupo de alunos uma folha com o problema. Durante a realização das mesmas, cada aluno registou, ou tentou registar, da melhor forma possível, o processo que percorreu para chegar ao resultado do problema, o que leva a investigadora a compreender melhor o método que os alunos chegaram aos resultados. No dia do Congresso Matemático, os alunos apresentaram materiais, cartazes e PowerPoint que serviram de apoio à apresentação dos desafios propostos.

Todos os documentos recolhidos são de extrema importância para a investigação, uma vez que esta tem por base a análise dos procedimentos utilizados durante as atividades matemáticas.

Observações

A observação é a técnica mais utilizada na investigação qualitativa, em que o investigador é o principal instrumento de recolha de dados, pois está em contato direto com a realidade tal como ela é. Assim, recorrendo à observação têm-se uma melhor perceção do comportamento humano, e, por consequência, reflete-se com maior clareza sobre determinados comportamentos (Bogdan & Biklen, 1994). Deste modo, Vale (2004) afirma que as observações são a melhor técnica de recolha de dados do indivíduo em atividade, em primeira mão, pois permite comparar aquilo que diz, ou que não diz, com aquilo que faz.

Nesta investigação a observação não foi o método privilegiado, pois este foi efetuado apenas no dia do Congresso, uma vez que só aí a investigadora evidenciou pormenores que contribuíram compreender de uma forma mais estruturada o pensamento de cada aluno

Questionários

Este método permite a validação das respostas e contribuem para a interpretação das mesmas, possibilitando a investigadora de clarificar determinados aspetos inerentes ao participante.

Os questionários nesta investigação foram implementados em duas alturas diferentes: antes e depois do Congresso Matemático.

O questionário efetuado aos grupos-caso, antes do dia do Congresso, continha questões abertas e fechadas, relativamente à disciplina e à dificuldade que sentiram aquando da resolução dos problemas propostos (Anexo 7). O questionário que foi implementado no fim do Congresso Matemático continha essencialmente questões fechadas, com o intuito de saber a opinião dos participantes face à concretização desta dinâmica (Anexo 8).

Entrevistas

Morgan (1988) afirma que uma entrevista consiste numa conversa entre duas ou mais pessoas, dirigida por uma, com o objetivo de obter informações sobre a (s) outra (s).

Este método pode ser uma estratégia estanque para a obtenção de informação ou pode ser utilizada em conjunto com outros métodos, como por exemplo: as observações e análise de documentos.

Segundo Bogdan e Biklen (1994) a entrevista é utilizada para recolher dados descritivos na linguagem do próprio sujeito, permitindo ao investigador desenvolver intuitivamente uma ideia sobre a maneira como os sujeitos interpretam aspetos do mundo, enquanto que para Lincoln e Cuba (1985), as entrevistas são conversas intencionais e têm como vantagem clarificar e interpretar o sentido das opiniões dos entrevistados, bem como as suas atitudes e pensamentos.

Nesta investigação, realizou-se apenas uma entrevista a cada grupo depois da análise das tarefas e dos questionários realizados aos grupos-caso. Esta entrevista continha um guião semiestruturado, no entanto, tem algumas questões direcionadas a cada grupo, uma vez que foi realizado no final do Congresso Matemático (Anexo 9). Deste modo, este método permitiu uma maior flexibilidade nas questões definidas pela investigadora, e consequentemente, o aparecimento de novas questões durante a entrevista. Esta contribuiu para entender de uma forma mais clara e percetível como os alunos constroem o seu pensamento, antes e durante a resolução dos problemas.

Gravações áudio e vídeo

A utilização deste método pode influenciar a presença dos indivíduos, por isso, é importante que estes se acostumem às máquinas e se familiarizem para que os seus comportamentos sejam absolutamente normais.

A utilização das gravações áudio e vídeo durante o Congresso e as entrevistas permitiu uma maior credibilidade em relação à investigação, possibilitando deste modo, o registo de pormenores que escaparam nos outros métodos de recolha de dados.

A gravação do Congresso e as fotografias foram tiradas ao longo do Congresso, o que permitiu registar comportamentos, atitudes, procedimentos e falas utilizadas na iniciativa.

Síntese

Neste projeto de investigação, como já foi referido anteriormente, foram utilizadas alguns métodos de recolha de dados que se apresentam resumidamente na tabela 2 de acordo com o estudo.

Tabela 2- Descrição dos métodos/instrumentos de recolha de dados utilizados nas diferentes fases do projeto de investigação

Fases do projeto	Métodos/Instrumentos	Descrição

1ª Fase- Fase prévia	Documentos	A investigadora recolheu documentos e registos de natureza biográfica dos alunos participantes deste estudo.
2ª Fase	Documentos	Foram recolhidos os registos das tarefas dos alunos relativamente às suas resoluções dos problemas que iriam ser apresentados e discutidos no Congresso Matemático.
3ª Fase	Documentos	-A investigadora analisou as resoluções dos problemas com o objetivo de escolher aquelas que iriam ser apresentadas no Congresso Matemático.
	Questionários	-Os questionários foram implementados aos alunos que iriam apresentar os problemas no dia do Congresso Matemático, a fim de saber a sua opinião relativamente ao grau de dificuldade sentida na resolução dos mesmos.
4ª Fase	Observações	-A investigadora desempenhou o papel de observadora no decorrer do Congresso Matemático.
	Gravações áudio e vídeo	- Foram realizadas gravações áudio e vídeo de modo a poder captar aspetos que podiam complementar as observações e posteriormente a entrevista realizadas aos grupos-caso.
	Questionários	-O questionário que foi implementado no fim do Congresso Matemático tinha como principal, saber a opinião dos participantes face à concretização desta dinâmica.
	Entrevistas	-No final do Congresso Matemático foram realizadas entrevistas a cada grupo-caso, de modo a poder entender "mais de perto" a maneira como pensaram.

Análise de dados

Segundo Bogdan e Biklen (1994) a análise de dados é o processo de busca e organização sistemática de materiais que foram sendo precisos, com o objetivo de os compreender e de apresentar a outros aquilo que se encontrou. Esta investigação recai sobre uma investigação qualitativa e deste modo, destacam-se as descrições e interpretações de forma a dar resposta às questões colocadas no início do estudo.

De acordo com Vale (2004) as “partes essenciais” deste tipo de investigação são o observar, registar, analisar, refletir e dialogar, e ao longo desta investigação, todas estas “partes” foram recolhidas e implementadas com o objetivo de obter informações para melhor compreender o problema inicialmente identificado e dar respostas às questões propostas.

Outro aspeto importante numa investigação qualitativa é questionar a sua validade, ou seja, analisar a qualidade do estudo. A validade de uma investigação, segundo Vale (2004), ”deve demonstrar o seu verdadeiro valor, proporcionar as bases para aplicá-la, e permitir que possam ser feitos julgamentos externos sobre a consistência dos seus procedimentos e a neutralidade dos seus resultados ou decisões”. A validade numa investigação qualitativa carateriza-se pela descrição das pessoas, lugares e acontecimentos e explicação e interpretações procurando outras explicações alternativas.

Para garantir a qualidade deste estudo, houve o cuidado de se efetuar leituras sucessivas dos dados e relacioná-los com os dados empíricos. Deste modo, para facilitar a análise dos dados teve-se em conta a perspetiva de Miles e Huberman (1994, citados em Vale, 2004), ao afirmarem que os dados são analisados através da sua redução, apresentação e posteriores conclusões. Assim, a redução dos dados tem como objetivo primordial, simplificar e organizar os dados recolhidos para se encontrarem, de uma forma mais fácil, as conclusões finas. Neste sentido, quando se decidiu o tipo de investigação, quais os casos que se iria estudar e as questões que se queria dar resposta, bem como os métodos de recolha de dados, todos foram considerados na redução dos dados.

Vale (2004) destaca algumas estratégias que permitem averiguar a validade de um estudo qualitativo. Neste sentido, a primeira refere-se ao envolvimento prolongado no estudo, o que aconteceu, pois a investigadora manteve-se no contexto durante três meses. A segunda estratégia refere-se à confirmação pelos participantes, onde estes tiveram a oportunidade de ler o que escreveram, visualizando algumas das suas representações através das entrevistas realizadas, podendo esclarecer algumas que não eram percetíveis. A terceira estratégia refere-se à triangulação, o que neste estudo está bem patente, pois durante a recolha de dados foram utilizados diferentes métodos de recolha de dados, que foram imprescindíveis para a obtenção de dados e informações e me permitiu fazer a triangulação dos dados e deste modo validar a informação recolhida.

Depois de todos os dados recolhidos, efetuaram-se leituras sucessivas aos mesmos, de modo a identificar as ideias principais de acordo com as questões orientadoras que nortearam este estudo e que se apresentam descritas no capítulo dos grupos caso e no capítulo das conclusões.

A análise de todos estes métodos foram extremamente importantes pois a investigadora conseguiu perceber o raciocínio, o pensamento e as estratégias utilizadas pelos alunos na resolução de problemas. O facto de analisar todos os métodos utilizados durantes a investigação, permitiu que comportamentos, atitudes e reflexões dos alunos fossem visualizadas e analisadas. Neste sentido, as entrevistas e as gravações áudio foram importantes para compreender a forma como os alunos pensaram e as estratégias que estes usaram na resolução de problemas, o que não era possível de outra forma.

4- O Congresso Matemático

Neste capítulo descreve-se o Congresso Matemático, incluindo os desafios propostos e a sua realização.

O Congresso Matemático

Um Congresso Matemático é como já foi referido de acordo com Fosnot & Dolk (2002) uma experiência onde a comunicação reflexiva e instrutiva tem um lugar de destaque, que permite vivenciar "muitos dos aspetos essenciais da atividade de produção matemática".

A sua realização é um processo que começa por propor aos alunos a exploração de uma tarefa e que em grupo elaborem uma apresentação em cartaz, em que explicitem e expliquem as estratégias e os raciocínios utilizados para a resolução da mesma. O Congresso consiste na apresentação desses materiais aos participantes, que têm o papel de colocar questões aos colegas congressistas, de modo a tornar-se numa partilha de reflexões e raciocínios, surgindo assim várias oportunidades para refletir e desenvolver a comunicação matemática entre os alunos. Por outro lado, um Congresso Matemático não só envolve os alunos na Matemática, como também lhes dá uma responsabilidade acrescida como o trabalho colaborativo entre os colegas e a exposição das suas ideias, o que os obriga a reestruturar o seu pensamento ao nível da resolução das tarefas e da sua comunicação, que se espera ser envolvente e criativa à comunidade escolar presente nesta dinâmica. Por outro lado, a realização deste atividade "leva" a Matemática para fora da sala de aula, incutindo nos alunos e em toda a comunidade escolar uma partilha de saberes e opiniões relativamente à disciplina.

Os desafios do Congresso Matemático

Durante três semanas foram entregues aos alunos dois desafios, que em grupos de dois ou três elementos, teriam de resolver através de uma estratégia que lhes parecesse mais adequada e mais "rica" a nível de raciocínio matemático. (Anexo 10)

Todos os desafios/problemas deste projeto de investigação não foram previamente validados, pois já foram vastamente aplicados e trabalhados na estrutura da disciplina. De forma a tornarem-se mais motivadores e apelativos, a investigadora criou, para alguns dos desafios, um novo título e reformulou o "corpo do problema".

Estes problemas foram escolhidos para serem encarados como desafios que os alunos tivessem que encontrar a resposta, descobrindo vários caminhos, recorrendo a estratégias de resolução criativas e envolvendo conceitos matemáticos elementares ate ao nível do 6º ano do Ensino Básico.

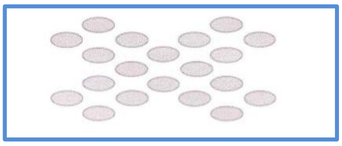
Estas estratégias são os processos de raciocínio que os alunos utilizaram aquando da resolução de um determinado problemas, ou seja, funcionam como ferramenta usada em todo o processo e devem ser usadas em simultâneo e não isoladamente.

Deste modo, os desafios apresentados colocavam questões que apelavam à organização e envolvimento dos alunos, proporcionando deste modo a participação positiva neste projeto

Os desafios/problemas

1- **Os discos do Samuel**

O Samuel dispôs os seus discos antigos da seguinte forma:



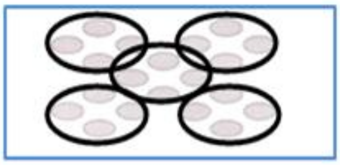
Quantos discos tem o Samuel?
Descobre diferentes modos de contagem.
Escreve as expressões numéricas respetivas.

O primeiro desafio pode ser considerado um problema de processo e aborda as contagens visuais, uma vez que esta é uma situação que os alunos nunca tinham vivenciado e que recorrendo a "desenhos" que traduzissem o seu modo de "ver" permitissem chegar às expressões numéricas e à solução. É fundamental que os alunos se apercebam da importância do arranjo visual na descoberta de estratégias de cálculo mais intuitivas e mais simples, permitindo trabalhar sobretudo as expressões numéricas e a importância das propriedades e da utilização de parenteses/prioridades das operações. As tarefas apresentadas em contextos figurativos são um bom ponto de partida para o pensamento algébrico baseado na generalização de padrões e contribuem, também para a construção de outros conhecimentos matemáticos: contagens, cálculo mental, propriedades e relações das operações, escrita de expressões numéricas e equivalência de várias expressões.

Esta tarefa como tem muitas formas de resolução torna-se num desafio criativo para os alunos, possibilitando deste modo que os alunos com mais dificuldade sejam capazes de o resolver e posteriormente participar e apresentar a sua resolução no Congresso Matemático. Apresentam-se de seguida alguns modos de contagem e as respetivas expressões numéricas.

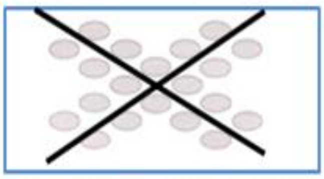
Expressão numérica:
10×2=20

1. Os alunos podiam contar os discos do Samuel formando 10 grupos de 2 discos cada um, contabilizando 20 discos no final da contagem.



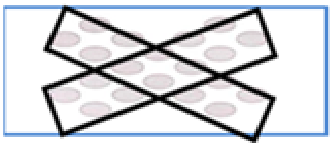
Expressão numérica:
5×4=20

2. Outra forma de os alunos contar os discos era agrupar os discos em 5 grupos de 4 discos, contando assim 20 discos.



Expressão numérica:
4×5=20

3. Como mostra a figura, os alunos podiam dividir através de dois segmentos e formar 4 conjuntos de 5 discos cada, perfazendo 20 discos.



Expressão numérica:
$(2\times12)-4=24-4=20$

4. Neste arranjo, os alunos podem formar dois grupos de 12 discos entre dois retângulos, como mostra a figura e retirar os discos que são comuns aos dois conjuntos, contabilizando 20 discos no final.

2- O boato

Quando o João chegou à escola às 9 horas deu uma boa notícia a dois amigos: ***"Amanhã vai haver cinema na escola!"****. Nos cinco minutos seguintes cada um dos amigos contou-a apenas a outros dois. Cada aluno que ouviu a novidade contou-a a dois colegas no prazo de cinco minutos e depois disso não a contou a mais ninguém.*
Às 9h:30min quantos meninos sabiam a novidade?
E às 11h?

A procura de padrões pode ser uma boa oportunidade para introduzir ou relembrar números e relações numéricas, por exemplo, os números pares e ímpares, múltiplos ou potências. Sendo a procura de padrões uma estratégia poderosa de resolução de problemas, é importante propor tarefas desta natureza. Se já tiverem sido trabalhadas estratégias de resolução de problemas, estas poderão ser uma ajuda valiosa, recorrendo sobretudo a uma tabela, um desenho ou um esquema ou uma lista organizada.

O reconhecimento de padrões e a generalização através de regras que os próprios alunos podem formular, recorrendo à simbologia – primeiro passo para o uso de variáveis e conceito de função- permitem que a aprendizagem da álgebra se processe de um modo gradual e ajudem a desenvolver a capacidade de abstração, essencial no desenvolvimento de capacidades matemáticas.

Este desafio implica que os alunos construam as suas próprias sequências de modo a descobrir o padrão que os leve à generalização, chegando à solução.

A resolução deste desafio pode ser realizada recorrendo a uma tabela ou a um esquema (diagrama de árvore).

Caso utilizassem uma tabela podia ser como a da figura 4.

	Horas	Nº de meninos que sabiam da novidade	
	9:00h	2 meninos (2^1)	×2
+ 5 min	9:05h	4 meninos (2^2)	×2
+ 5 min	9:10h	8 meninos (2^3)	×2
+ 5 min	9:15h	16 meninos(2^4)	×2
+ 5 min	9:20h	32 meninos (2^5)	×2
+ 5 min	9:25h	64 meninos (2^6)	×2
+ 5 min	9:30h	128 meninos (2^7)	×2

Fig. 4- Proposta de resolução do problema "O Boato" (1)

Através de uma tabela, os alunos podiam dispor os primeiros 30 min e através de sucessivas multiplicações de 2 unidades, ou seja, potências de base 2 obtinha-se o número de alunos. Podiam analisar a tabela e ver que cada potência de 2 está relacionada com cada 5 minutos. E também que o número de alunos que sabe a novidade é sempre o dobro do número de alunos nos cinco minutos anteriores. Fazendo a soma dos alunos que iam sabendo da novidade ao longo dos 30 minutos, sem esquecer o João, que foi o que contou a novidade. Então vem:

$$2^1+2^2+2^3+2^4+2^5+2^6+2^7+1(\text{João}) = 255 \text{ alunos}$$

R: Às 9:30 minutos sabiam da novidade 255 alunos.

Outra estratégia de resolução, como já foi referido em cima, seria a construção de um esquema representativo (diagrama de árvore), como está representado na figura 5.

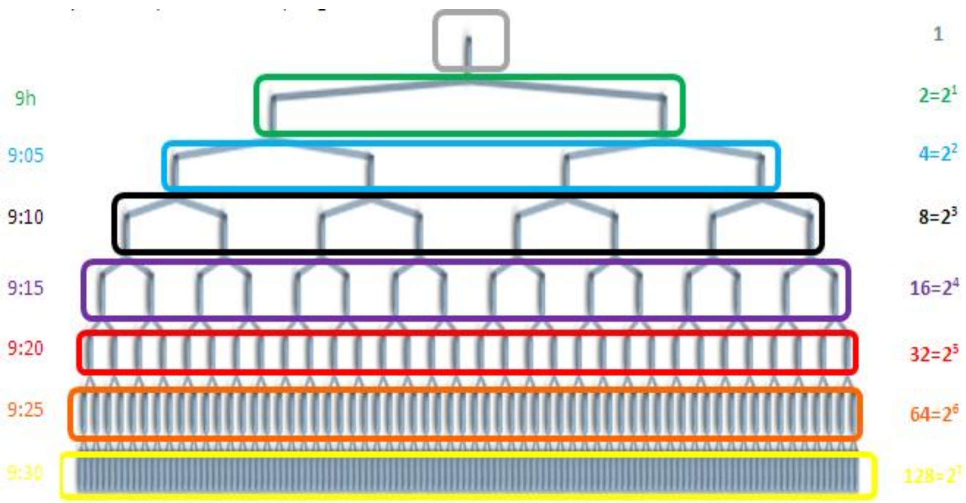


Fig. 5: Proposta de resolução do problema "O Boato" (2)

Como se constata, este problema faz referência às potências e mostra como uma potência pode crescer rapidamente, pois ao fim de 30 minutos já 255 alunos sabiam do boato. A própria construção do esquema tem um padrão que permite facilmente relacionar, que de 5 em 5 minutos corresponde a uma potência de 2. Assim, os alunos podem pensar de forma funcional.

O que se pretendia que os alunos dissessem quando se pediu as 11h, não era que eles calculassem o número exato de alunos, mas sim que constatassem que pensar recursivamente não era a solução. Pretendia-se que depois de descoberto padrão, eles conseguissem determinar quem sabia do boato a essa hora, ou seja, que indicassem a expressão numérica que o permitisse calcular e que, neste sentido, se apercebessem da vantagem que a descoberta do padrão e a sua generalização tem, para obter a solução do problema.

3-A travessia do Rio Lima

Um barqueiro tem um lobo, um cabrito e uma couve para atravessar o Rio Lima. Como o barco é pequeno só pode levar um de cada vez. Por outro lado, sabemos que o lobo ameaça o cabrito e que o cabrito ameaça a couve.
Quantas travessias o barqueiro deve fazer para que não fique em perigo nenhum dos seus passageiros?

Neste desafio, os alunos tinham várias estratégias de resolução. Podiam fazer uma simulação/dramatização ou então executar várias tentativas, de modo a que nenhum dos animais corresse o risco de ser comido.

Este tipo de tarefa desenvolve nos alunos o raciocínio lógico e um pensamento mais estruturado/organizado

Apresenta-se de seguida uma resolução possível:

1ª Travessia

O barqueiro leva o carneiro para a outra margem deixando o lobo com a couve, não havendo o risco de ninguém "ser comido".

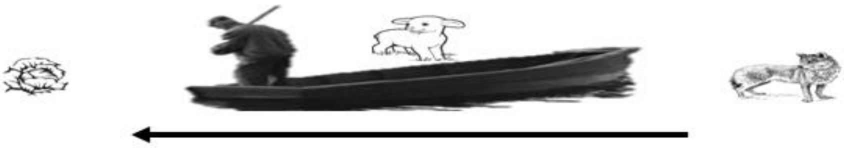
2ª Travessia

O barqueiro regressa para a outra margem onde se encontram o lobo e a couve.

3ª Travessia

Nesta travessia, o barqueiro leva o lobo para a outra margem.

4ª Travessia



Como o lobo come o carneiro, o barqueiro deixa o lobo e traz consigo o carneiro.

5ª Travessia

Como o carneiro ameaça comer a couve, o barqueiro leva a couve para a outra margem, pois junto do lobo não corre o risco de ser comida por ele.

6ª Travessia

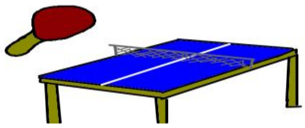
O barqueiro faz a travessia do rio para a outra margem deixando a couve com o lobo.

7ª Travessia

O barqueiro leva o carneiro para a outra margem e assim todos ficam a salvo.

No final, o barqueiro tem de efetuar 7 travessias para que nenhum dos seus passageiros corra perigo de vida.

4-O torneio de "Pingue-pongue"



No torneio de "Pingue-pongue" que se vai realizar na escola da Margarida, estão inscritos 92 participantes. Uma das regras deste torneio é que joguem dois participantes de cada vez, sendo eliminado imediatamente o perdedor.
Descobre quantos jogos serão disputados até que se conheça o vencedor do torneio.

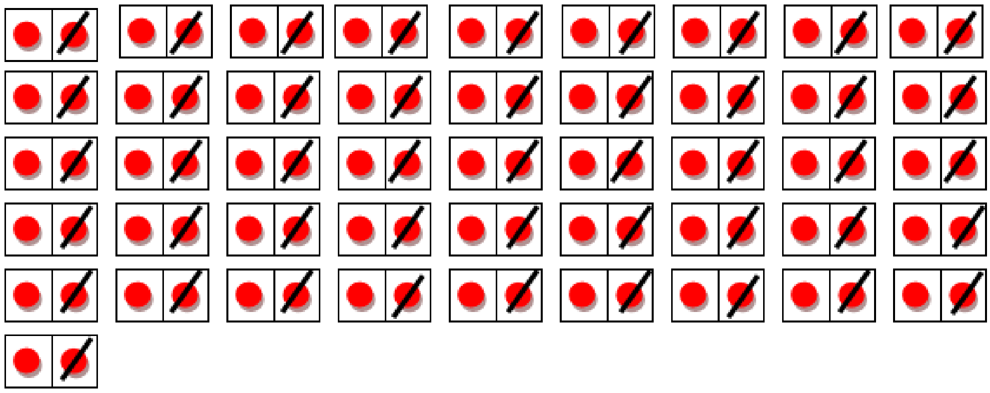
Neste quarto desafio, os alunos deparavam-se com um problema de processo e esperava-se que este desafio lhes despertassem curiosidade, espírito de exploração e desenvolvimento de estratégias como por exemplo a elaboração de uma lista organizada ou um esquema, estando implícitos os tópicos matemáticos como: relações numéricas, operações e propriedade e critérios de divisibilidade. Com este tipo de problema, espera-se que os alunos apresentem um raciocínio bem elaborado e organizado.

Apresenta-se de seguida uma das resoluções possíveis:

1ªFase

Recorrendo a um esquema temos sucessivamente o seguinte:

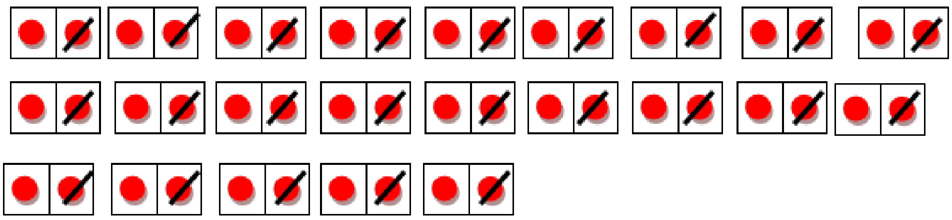
Como estão inscritos 92 participantes, e esta modalidade jogando-se a pares, serão disputados numa primeira fase **46 jogos**. (92÷2=46)



Depois de todos os 92 participantes jogarem serão eliminados 46 jogadores ficando apenas 46 em jogo (92- 46=46).

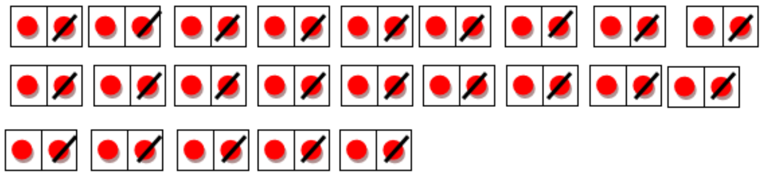
2ª Fase

Estando 46 jogadores em jogo, irão disputar-se **23 jogos** (42÷2=23).



No fim da 2ª fase serão eliminados 23 jogadores, ficando ainda em jogo 23 jogadores (46-23=23).

3ª Fase



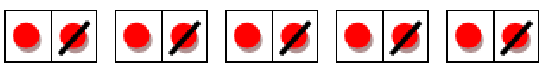
Tendo 23 jogadores não podemos dividi-los todos por jogadas de dois jogadores, pois o número 23 não e divisível por 2. Neste caso, tiramos **1** jogador e ficamos assim com 22 jogadores (23-1=22). O jogador retirado irá jogar na fase final. Estando em jogo 22 jogadores, irão disputar-se **11 jogos** (22÷2=11).

No fim da 3ª fase serão eliminados 11 jogadores, ficando ainda em jogo 11 participantes.

4ªFase

Tendo 11 participantes não podemos dividi-los por jogadas de dois jogadores, pois o número 11 não é divisível por 2. Como no caso anterior, retiramos **1** jogador e continuam em jogo 10 jogadores (11-1=10). O jogador retirado irá jogar na fase final. Assim, continuam em jogo 10 participantes e irão disputar-se **5 jogos** (10÷2=5).

No fim da 4ª fase serão eliminados 5 jogadores, ficando ainda em jogo 5 jogadores.

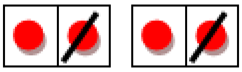


5ª Fase

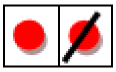
Tendo 5 participantes, não podemos dividi-los por jogadas de dois jogadores, pois o número 5 não é divisível por dois. Como nos casos anteriores, retiramos **1** jogador e continuam em jogo 4 jogadores (5-1=4). O jogador retirado irá jogar na fase final. Assim, continuam em jogo 4 participantes e irão disputar-se **2 jogos** (4÷2=2).

No fim da 5ª fase são eliminados 2 jogadores, ficando ainda em jogo 2 participantes.

6ª Fase



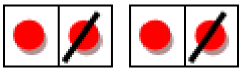
Tendo somente 2 jogadores, irá ser só disputado **1 jogo**.



No fim deste jogo, o vencedor juntar-se-á aos outros **3** (**1**+**1**+**1**) jogadores que foram retirados ao longo da eliminatória. Desta forma, estarão ainda em jogo 4 participantes (**3**+1=4).

7ªFase

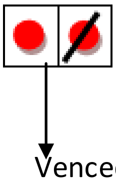
Estando 4 participantes em jogo irão disputar-se **2 jogos** (4÷2=2)



No final do jogo sairão vencedores 2 jogadores, que se encontrarão na grande final.

Grande final

Encontram-se em jogo ainda 2 jogadores que irão jogar a grande final em **1** jogo (2÷2=1).



No final, para se descobrir quantas jogadas foram necessárias até se obter o vencedor somamos o número de jogos que fomos contabilizando ao longo da explicação das diferentes fases da eliminatória:

46+23+11+5+2+1+2+1=91 Jogos

Podemos ainda sintetizar estas ideias numa tabela, ou mesmo a tabela ajudar a resolver o problema, organizando sucessivamente os dados de acordo com as jogadas que se vão efetuando.

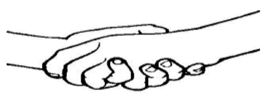
Fases	Jogadores em jogo	Jogadas
1	92	46
2	46	23
3	22	11
4	10	5
5	4	2
6	2	1
7	1+ (1+1+1) =4	2
8	2	$\boxed{1}$

Vencedor

Fig. 6- Proposta de resolução do problema "O torneio de pingue-pongue"

Na tabela estão dispostas as diferentes fases que foram necessárias até se encontrar o vencedor. Os (-1) que aparecem na tabela são os jogadores que são retirados por estes serem em número ímpar e o jogo realizar-se a pares. No fim, estes jogadores combinam-se e entre eles e realizam-se duas jogadas até se encontrar o vencedor do torneio.

5-O aniversário da Joana e os apertos de mãos



A Joana hoje faz anos! Para a sua festa convidou os seus 5 primos. Se cada um deles trocar um aperto de mão, quantos apertos de mãos darão ao todo?
Durante a festa, aparecem de surpresa as suas quatro melhores amigas.
Descobre quantos apertos se vão dar no total.

Este desafio é um problema de processo e a sua resolução podia ser feita através de várias estratégias de resolução, como por exemplo o uso de uma tabela, de um desenho ou de um esquema que traduza o raciocínio organizado dos alunos, assim como fazer uma dramatização. Este tipo de problemas aguçam a curiosidade dos alunos, o seu espírito de exploração e são importantes no desenvolvimento de estratégias para a sua resolução. Neste desafio estavam envolvidas tópicos matemáticos como: as operações aritméticas e nas propriedades.

Apresenta-se de seguida uma das propostas possíveis de resolução ao desafio.

A proposta de resolução apresentada insere-se na estratégia do uso de uma tabela, a fim de os alunos poderem contabilizar o número de apertos de mão, primeiro entre os seus primos e, numa fase posterior, com as suas amigas.

Os primos

	Primo 1	Primo 2	Primo 3	Primo 4	Primo 5	
Primo 1						4 Apertos de mão +
Primo 2						3 Apertos de mão +
Primo 3						2 Apertos de mão +
Primo 4						1 Aperto de mão
Primo 5						
						Total= 10 apertos de mão

Fig. 7- Proposta de resolução do problema "O aniversário da Joana e os apertos de mãos" (1)

Nesta primeira fase, os alunos podiam, através da construção de uma tabela, concluir que:

O primo 1 não podia dar a si próprio, mas podia dar ao primo 2, ao primo 3, ao primo 4 e ao primo 5. Total: 4 apertos de mão; o primo 2 só pode dar um aperto de mão ao primo 3, ao primo 4 e ao primo 5, pois o primo 2 e o primo 1 já lhe tinham dado. Total: 3 apertos de mão; o primo 3 pode dar um aperto de mão ao primo 4 e ao primo 5, pois os anteriores já lhe deram a ele. Total: 2 apertos de mão; o primo 4 só pode dar um aperto de mão ao primo 5, pois os restantes já lhe deram a ele. Total: 1 aperto de mão**;** o primo 5 não vai dar nenhum aperto de mão porque já recebeu dos outros primos.

Contabilizando os apertos de mão vem: 4+3+2+1=10 apertos de mão.

Os primos e as amigas

	Primo1	Primo2	Primo3	Primo4	Primo5	Amiga1	Amiga2	Amiga3	Amiga4
Primo1									
Primo2									
Primo3									
Primo4									
Primo5									
Amiga1									
Amiga2									
Amiga3									
Amiga4									

Total=36 apertos de mão

Fig. 8: Proposta de resolução do problema "O aniversário da Joana e os apertos de mão" (2)

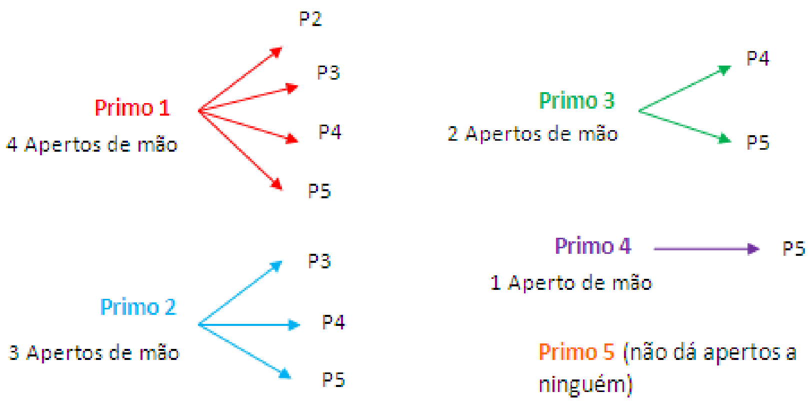
Tal como na tarefa anterior, cada primo ou amiga não podia dar nenhum aperto de mão a si próprio nem repetir apertos. Assim temos:

- O primo 1 deu 8 apertos de mão; o primo 2 deu 7 apertos de mão; o primo 3 deu 6 apertos de mão; o primo 4 deu 5 apertos de mão; o primo 5 deu 4 apertos de mão; A amiga 1 deu 3 apertos de mão; a amiga 2 deu 2 apertos de mão; a amiga 3 deu 1 apertos de mão; a amiga não deu nenhum aperto de mão porque já tinha recebido de todos os primos e de todas as amigas.

Contabilizando os apertos de mão dos primos e das amigas da Joana temos:

8+7+6+5+4+3+2+1=36 Apertos de mão.

Outra estratégia de resolução pode ser um esquema em árvore, que pode ser muito útil na resolução da primeira parte do problema.



Resposta: 4+3+2+1= 10 Apertos de mão,

Para a resolução da segunda parte do problema, podia recorrer-se à descoberta de um padrão recorrendo à redução de um problema mais simples ou a um desenho através de uma tabela.

Primos	Apertos de mão	
1	0 Apertos de mão	+1
2	1 Aperto de mão (0+1)	+2
3	3 Apertos de mão (1+2)	+3
4	6 Apertos de mão (1+2+3)	+4
5	10 Apertos de mão (1+2+3+4)	+5
Então:		
6	15 Apertos de mão (1+2+3+4+5)	
Conjeturando:		
7	1+2+3+4+5+6= 21 Apertos de mão	
8	1+2+3+4+5+6+7=28 Apertos de mão	
Generalizando:		
n	1+2+3+4+...(n-1)	

Fig. 10- Proposta de resolução do problema "O aniversário da Joana e os apertos de mão"(4)

A tabela ajuda os alunos a ver que se pode determinar o número de apertos de mão pensando recursivamente de forma funcional. Este último caso irá permitir generalizar o número de apertos de mão para um número qualquer de primo.

A organização do Congresso Matemático

A realização de um Congresso Matemático foi uma ideia inovadora, pensada no âmbito escolar, onde a investigadora realizou a sua ICE e, deste modo, tanto a professora cooperante da disciplina de Matemática como a Diretora do Conselho Executivo foram bastantes recetivas à ideia e mostraram desde logo o apoio incondicional a este evento. Para que esta iniciativa fosse dada a conhecer a toda a comunidade escolar foram afixados alguns cartazes pela escola (Anexo 11).

Antes de iniciar com a entrega dos desafios aos alunos, apresentei o meu projeto de investigação às turmas participantes, no sentido de dar a conhecer quais os meus objetivos, qual a finalidade deste trabalho e incutir-lhes a responsabilidade de serem eles os protagonistas deste projeto (Anexo 12). Assim, os alunos foram chamados de "Pequenos Investigadores" e aceitaram o desafio de, em casa e em grupo, resolverem as tarefas que estavam estipuladas e calendarizadas para eles resolverem (Anexo 13). Foi-lhes informado também, que tinham uma semana para resolver os desafios e entregá-los à investigadora.

Todos os alunos demonstraram desde logo uma enorme vontade em participar no projeto que estava a ser apresentado. Foram informados que a criatividade, e a boa apresentação/estruturação nas resoluções dos desafios, eram fatores cruciais e importantes para que este projeto fosse bem conseguido. É importante salientar que estes tipos de atividade, em que os alunos trabalham em grupo, desenvolvem-lhes não só o conhecimento e a comunicação matemáticas, mas também um espírito competitivo e desafiante entre cada um deles e entre turmas.

Como referi anteriormente, este projeto antes de ser iniciado foi apresentado às duas turmas participantes e foi-lhes explicado em que consistia um Congresso Matemático, quais os seus principais objetivos e quem poderia participar nele. Foi-lhes dito também que os alunos que não apresentassem qualquer estratégia de resolução tinham um papel importante nesta iniciativa. Estes eram chamados de "participantes" e tinham como principal tarefa colocar questões/dúvidas aos colegas que estivessem a apresentar.

Depois de concluída a fase de resolução dos problemas e posterior correção, foram escolhidos os alunos que iriam participar no Congresso Matemático. Estes foram avisados previamente dos problemas que iam apresentar e quais as condições necessárias para o fazer. Foi dito a estes alunos quais as resoluções que iam apresentar e a maneira como poderiam fazê-lo. A investigadora alertou os alunos de que as suas apresentações deviam ter qualidade técnica, de modo a poderem ser facilmente seguidos nos seus raciocínios pelos colegas que estivessem a assistir.

O dia do Congresso Matemático foi definido em conjunto com a Diretora do Conselho Executivo e com a professora cooperante da disciplina de Matemática, para o dia 13 de junho, às 9h:30min.

Este Congresso Matemático destinava-se a todas as turmas do 6º ano de escolaridade mas, como já foi referido, só duas participaram na apresentação da seleção dos problemas. Neste sentido, foram avisados todos os professores de matemática de todas as turmas de 6º ano da escola para lhes fazer chegar a mensagem.

Depois de definida a data do Congresso Matemático e os encarregados de educação autorizarem a comparência dos seus educandos na escola nesse dia, foi necessário pensar num local na escola onde pudesse ser realizado o evento. Felizmente, a escola continha vários espaços onde era possível acolher um número elevado de alunos e decidiu-se pela Sala de Grandes Grupos. Com a data e local decididos, foram elaborados convites para que todos os professores de matemática estivessem presentes no dia do Congresso Matemático. (Anexo 14)

Realizar um Congresso Matemático depende de muitas questões logísticas, nomeadamente a nível de imagem, som e apresentação. Todas estas questões foram tratadas com professores e profissionais que se disponibilizaram a trabalhar e a ajudar para tornar possível este projeto. A investigadora teve a ajuda das assistentes operacionais, que desde logo se mostraram disponíveis em organizar e decorar a sala do evento, de professores que executaram a montagem sonora, como a preparação das colunas e dos microfones, e de profissionais especializados que conseguiram montar as máquinas de filmar e os retroprojetores.

O dia do Congresso Matemático na Escola

O Congresso Matemático identifica-se como um fórum no qual os alunos se encontram para apresentar e discutir ideias matemáticas; a sua tarefa é comentar e ouvir os comentários dos outros. (Pimentel *et al.,*2010)

A realização desta dinâmica assentou nos principais objetivos: (1)Criar um espaço lúdico ligado à aprendizagem da Matemática; (2)Promover o discurso matemático dos alunos; (3)Fomentar a curiosidade e o espírito crítico; (4)Desenvolver a capacidade de argumentação e comunicação matemática; (5)Aprofundar o conhecimento sobre processos e tópicos matemáticos através da necessidade de exprimir raciocínios e de seguir linhas de raciocínio; (6) Valorizar e apreciar o trabalho dos outros; (7)Promover as regras democráticas de escuta e expressão de ideias.

Para que o Congresso fosse possível, foi necessário escolher os grupos que iriam ser os "Oradores". Estes foram escolhidos sob o trabalho que desenvolveram até este momento, ou seja, os grupos que resolveram os problemas de uma forma correta, organizada, utilizando múltiplas representações e estratégias, foram os que participaram no Congresso Matemático como "Oradores".

Dias antes da Realização do Congresso, a investigadora distribuiu pelos grupos escolhidos para "Oradores", a resolução dos problemas que cada um deles realizou, para que em casa, pudessem decidir a forma como os apresentar no dia do Congresso. Em relação à apresentação das resoluções no dia do Congresso Matemático, foi dado aos alunos a total liberdade na forma como fazê-lo.

Visto que poucos grupos resolveram os problemas completamente corretos, alguns deles apresentaram mais que um problema, situação que foi encarada com bastante agrado pelos "Oradores".

Os alunos, no dia do Congresso Matemático, chegam à escola um pouco nervosos e ansiosos para o evento. A entrada na Sala dos Grandes Grupos faz-se de uma forma ordenada e organizada, ao que os alunos ocupam os seus lugares para aí assistirem ao Congresso.

Depois de todos os alunos e professores presentes ocuparem os seus lugares, a investigadora inicia o Congresso dando as boas vindas, informando a duração do Congresso (60minutos/intervalo de 15 min/60 minutos) e fazendo uma breve descrição do que se iria assistir durante aqueles minutos.

Fig. 9- Início do Congresso Matemático

Todos os alunos, que apresentaram os seus desafios, dispunham de um crachá de identificação. (Anexo 15)

Os problemas iam sendo apresentados pela ordem como foram entregues durante as semanas e notava-se que o nervosismo dos Congressistas ia ficando cada vez mais notório. Todos os grupos de Congressistas utilizaram o powerpoint como suporte das suas apresentações, o que se revelou num modo eficaz para que os colegas que estavam a assistir seguissem os raciocínios dos que estavam a apresentar. Faziam também uso do quadro e, alguns deles, materiais manipuláveis que construíam para o efeito.

Fig. 10- Apresentação de algumas resoluções no Congresso Matemático

Durante as apresentações, os Oradores fizeram-se notar por algum nervosismo inicial, mas que depressa se converteu a explicações audíveis, organizadas e fluídas. Todos os alunos de todos os grupos dos Oradores tomaram a palavra e explicaram os seus raciocínios, utilizando, no geral, uma linguagem matemática correta.

A investigadora, pontualmente, fez algumas intervenções, no sentido de ajudar os “oradores” nas suas apresentações quando estes se sentiam um pouco “perdidos” no seu raciocínio.

As apresentações, relativas aos problemas propostos, foram de um nível de qualidade bastante suficiente, tanto em relação aos conteúdos matemáticos envolvidos bem como na forma como cada grupo explicou e argumentou o seu raciocínio (comunicação matemática). As apresentações que mais se destacaram foram as dos problemas “O aniversário da Joana e os apertos de mão” e a “Travessia do Rio Lima”. Foram nestes desafios que as apresentações dos “Oradores” foram mais ricas e aos quais se notaram mais empenho e trabalho. Foi também aqui, que os participantes que assistiam foram mais ativos nos seus papéis, apresentando as suas dúvidas e sugerindo outras formas de resolução.

Ao longo de todo o Congresso Matemático, verificava-se que os alunos estavam atentos às apresentações dos colegas, mostrando-se motivados para os que vinham a seguir e no fim, todos os participantes, receberam um diploma por fazerem parte de todo este projeto. (Anexo 16)

Como balanço final, este não podia ser mais positivo. Durante 120 minutos assistiu-se a uma troca de conhecimentos matemáticos em que os atores principais foram os alunos, alunos esses que se esforçaram e demonstraram o seu querer e o seu saber. Foi interessante verificar o quão motivadores foram os problemas, pois neste Congresso assistiu-se a apresentações muito ricas ao nível da Matemática e sobretudo o nível de discussão “Matemática” que proporcionou.

5- Os grupos-caso

Este capítulo inicia-se por caraterizar as turmas nas quais os grupos caso estão inseridos, analisando o seu desempenho na resolução dos desafios propostos, assim como o impacto que estes desafios tiveram.

As turmas

Caraterização

As turmas escolhidas para fazerem parte deste projeto pertenciam a duas turmas do 6º ano de escolaridade. Uma delas foi a que a investigadora realizou a sua Intervenção Curricular Escolar (ICE) e a outra pertencia à Direção de turma da professora cooperante da investigadora, o que facilitou a participação dos alunos neste projeto.

A turma em que a investigadora desenvolveu a sua ICE revelava grandes dificuldades à disciplina de Matemática, apresentando falta de conhecimentos matemáticos e algumas deficiências a nível da aprendizagem. A maior parte dos alunos não apresentava interesse nem métodos de estudo em relação à disciplina de Matemática. Neste contexto, a participação desta turma neste projeto revelou-se um autêntico desafio tanto para os alunos como para a investigadora.

A outra turma, num âmbito geral, apresentava resultados satisfatórios a bons, à disciplina de Matemática. A maioria dos alunos gostava da disciplina e revelava conhecimentos ao nível dos conteúdos abordados na disciplina. Por tudo isto, a participação desta turma neste projeto foi quase "obrigatória", devido ao saber e ao conhecimento matemático que estes alunos demonstravam.

Desempenho

Ao longo do projeto de investigação, as turmas mostraram-se, de uma maneira geral, muito interessadas e empenhadas no seu trabalho. Aquando da resolução dos desafios, todos os grupos das duas turmas entregaram as respetivas resoluções tal, obedecendo à calendarização entregue no início da distribuição das primeiras tarefas.

Analisando os documentos escritos e os questionários de todos os alunos participantes neste projeto, pode-se afirmar que os desafios que mais gostaram de resolver foram: "A Travessia do Rio Lima" e o "Torneio de pingue-pongue".

O desafio "A travessia do Rio Lima" foi aquele que os alunos mostraram mais empenho na sua resolução, utilizando como estratégia de resolução a utilização de um desenho ou esquema, a fim de encontrar o número de travessias utilizadas pelo barqueiro. Os alunos, no questionário, afirmaram ter gostado de resolver este desafio, justificando a sua resposta dizendo: "Porque gostamos de desenhar as travessias"; "Porque era fixe"; "Porque o resolvemos através de um esquema, e eu gosto de resolver problemas por esquemas".

O desafio "O torneio de Pingue-pongue" suscitou bastante curiosidade nos alunos, nomeadamente nos alunos do sexo masculino, resolvendo o desafio através de desenho e de esquemas, estratégias essas que se demonstraram bastante percetivas ao nível de raciocínio e do pensamento dos alunos, favorecendo desta forma, a curiosidade e o espírito de exploração, bem como o desenvolvimento da comunicação matemática.

O desafio que os alunos tiveram mais dificuldade em resolver foi "O boato" e o "Aniversário da Joana e os apertos de mão". Em relação ao desafio "O boato", as resoluções dos alunos face a esta tarefa, mostravam-se maioritariamente incompletas, os alunos desistiam de continuar a resolução do desafio, devido ao facto de serem cada vez mais alunos que tinham de representar. Nenhum dos alunos conseguiu encontrar a expressão numérica que os ajudasse a resolver o problema, isto não conseguiram generalizar. Acabaram por utilizar sucessivos algoritmos, ou então diagramas de árvore que depois não os ajudou a chegarem à resposta. Quando analisados os questionários, os alunos descrevem este desafio como sendo o mais difícil por "aparecer cada vez mais alunos" que tinham de contar e que se tornava "impossível de representar num diagrama de árvore. Era tanta gente!".

Outro dos problemas que os alunos revelaram mais dificuldade em resolver foi "O aniversário da Joana e os apertos de mão". Muitos dos participantes, não conseguiram interpretar o enunciado do problema e não conseguiram adotar nenhuma estratégia para o resolver para além da aplicação direta das operações básicas. Aqueles alunos que tentaram resolver a tarefa através de um esquema, conseguiram fazê-lo através de estratégias bem exploradas e organizadas. Apesar de os alunos não gostarem de resolver este desafio, esta foi das tarefas com resoluções e estratégias mais ricas de todos os desafios propostos. Para os alunos este desafio revelou-se "difícil" e "confuso", pois "começou a ser muita gente para contar os apertos de mão".

Como foi dito anteriormente, as resoluções dos desafios escolhidas para serem apresentadas no Congresso Matemático, foram aquelas que apresentavam um raciocínio mais organizado, as que estavam resolvidas corretamente e aquelas que apresentavam estratégias mais ricas em relação aos conteúdos matemáticos inerentes aos desafios.

Durante o congresso Matemático, os alunos participantes apresentaram as suas resoluções de uma forma lúdico-didática, servindo-se do material de projeção e de som, outros optaram por construir o seu próprio material e apresentar aos oradores as suas estratégias de resolução, desenvolvendo assim duas das principais capacidades transversais: a resolução de problemas e a comunicação matemática.

Reações

Como já foi dito anteriormente, todos os grupos de alunos que foram escolhidos para fazerem parte deste projeto de investigação, cumpriram, sem exceção, os prazos calendarizados das entregas dos desafios resolvidos. Foi com bastante empenho que as duas turmas se dedicaram à resolução dos desafios e todas as semanas alguns grupos afirmavam que já tinham concluído a resolução mesmo antes do fim da data de entrega.

Foi com muito agrado que os alunos receberam a notícia de que seriam eles, os *Investigadores Matemáticos* escolhidos para defender, apresentar e explicar o seu trabalho e o modo como pensaram no Congresso Matemático, realizado na sua escola.

No dia do Congresso Matemático, todos os alunos envolvidos neste projeto encontravam-se ansiosos e expectantes daquilo que iriam assistir. Os que iam apresentar as resoluções estavam naturalmente nervosos mas muito contentes e orgulhosos por terem sido eles a estarem naquele papel tao importante e crucial de toda esta etapa.

O grupo caso C

Este grupo era representado por três elementos masculinos, todos com a mesma idade, sem nenhuma reprovação, que já costumavam trabalhar juntos em outras situações e, por isso, todos conheciam as capacidades e as dificuldades uns dos outros. Um destes elementos destacava-se por ser o líder, era um aluno com bastantes capacidades à disciplina de Matemática, enquanto os outros elementos apresentavam grandes dificuldades à disciplina. Um destes elementos caraterizava-se por ter um comportamento inadequado em algumas situações de sala de aula. Apesar de tudo isto, nas resoluções dos desafios e nas apresentações destes no Congresso Matemático, revelaram organização, empenho e um desempenho satisfatório.

Desempenho

O grupo-caso C foi escolhido para apresentar dois dos problemas de investigação no Congresso Matemático, o " Boato" e o "Torneio de Pingue-pongue". De seguida, irei analisar o desempenho do grupo em relação a todas as resoluções de todos os desafios, inclusive aqueles que foram apresentados no dia do Congresso.

Os discos do Samuel

Os alunos apresentaram a sua resposta muito bem organizada, utilizando representações icónicas e simbólicas. Podiam ter apresentado mais opções de contagem. Mesmo assim, dividiram os discos em conjuntos de 2 e de 4. Apresentaram as respetivas expressões numéricas utilizando somente a multiplicação. Contudo, as expressões utilizadas deveriam ter sido, respetivamente, 5×4 e 10×2, este foi um dos aspetos que falhou em grande parte dos alunos. Os alunos sabem que 5×4 = 4×5 pela propriedade comutativa da multiplicação e qualquer das expressões dá o total dos discos, só que não se apercebem de que 5×4 e 4×5 traduzem coisas diferentes no contexto do problema

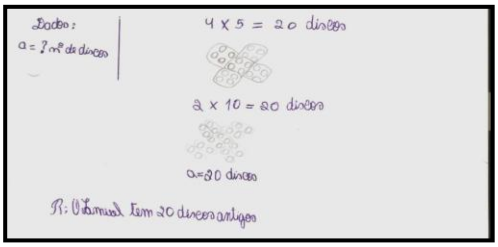


Fig. 11- Resolução do problema "Os discos do Samuel" do grupo caso C

O Boato

O grupo C na resolução deste desafio utilizou, nomeadamente, representações simbólicas, apresentando o seu raciocínio através do cálculo de várias multiplicações que traduziam o número de pessoas que iam sabendo da novidade ao longo do tempo referido no problema. Os alunos não foram capazes de descobrir um padrão e generalizar de modo a encontrar uma expressão numérica que os ajudasse a encontrar a solução do problema mais rapidamente. Apesar disso, conseguiram resolver o desafio corretamente por exaustão, resolvendo-o fazendo uma lista organizada em que na primeira coluna dispuseram as horas (das 9:00h às 11:00h) e na segunda coluna o número de pessoas que sabiam da novidade na respetiva hora.

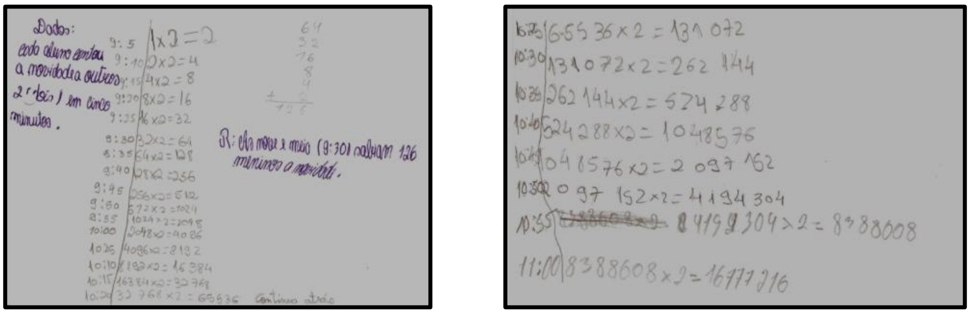


Fig. 12- Resolução do problema "O Boato" do grupo caso C

Para que o raciocínio deste grupo fosse mais percetível aos colegas, o grupo resolveu desenhar no quadro branco um esquema representativo (diagrama de árvore) do problema em questão, mas não o concluíram por ser moroso, mas também, como já foi referido, não conseguiram descobrir o padrão subjacente à sua construção.

Na entrevista efetuada depois da realização do Congresso Matemático, os alunos referiram que leram o problema e que rapidamente perceberam o que estava a ser pedido, motivo pelo qual o acharam “fácil”. Justificaram a não utilização de um esquema, devido a “não ter espaço suficiente para dispor todas aquelas pessoas”, pelo que optaram por apenas efetuarem os cálculo como forma de resolução a este desafio. Com o esquema feito foi-lhes perguntado se eles não conseguiam relacionar o número de pessoas que sabiam a notícia, que era uma potência de 2 com o tempo. Houve alguma dificuldade em descobrir esse padrão. Este facto deve-se à fraca preparação matemática que estes alunos manifestaram durante as aulas, por isso, teve que lhes ser dito que o que estava a acontecer e que não havia necessidade de realizar os cálculos exaustivamente como o fizeram.

A travessia do Rio Lima

O grupo, na resolução deste problema, utilizou apenas palavras. Não foi capaz de realizar um esquema ou um desenho para exemplificar as travessias que o barqueiro teve de realizar. Na contagem das travessias não conseguiram chegar à resposta correta. Os alunos conseguiram tirar os dados do problema, mas não o interpretaram corretamente, o que depois se refletiu na resposta à solução do desafio.

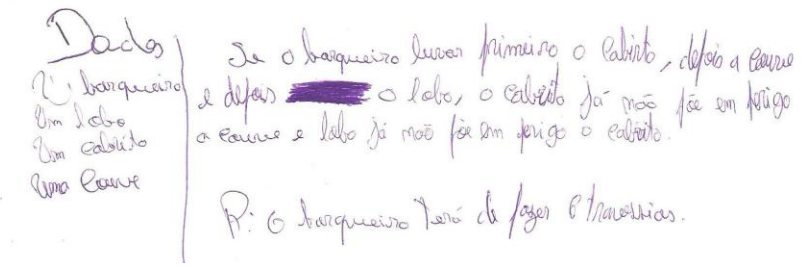


Fig. 13- Resolução do problema "A travessia do Rio Lima" do grupo caso C

O torneio de “Pingue-pongue”

O grupo resolveu este problema utilizando representações icónicas (esquema/desenho), definindo inicialmente a legenda da figura: os jogadores, 1 jogo e o jogador eliminado. Foram eliminando os jogadores ao mesmo tempo que iam contando as jogadas da eliminatória, contabilizando assim 91 jogadas necessárias para encontrar o vencedor do torneio.

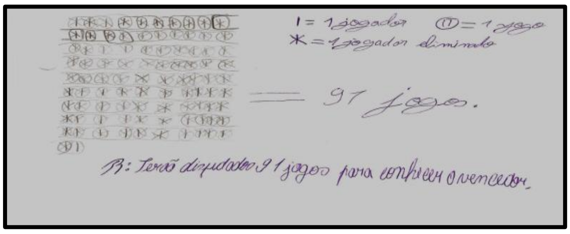


Fig. 14- Resolução do problema "O torneio de pingue-pongue" do grupo caso C

Durante o Congresso, o grupo construiu uma tabela através do powerpoint para explicar o seu raciocínio a todos os participantes. A tabela estava bem organizada, com os jogadores bem assinalados bem como as jogadas entre eles.

O grupo, durante o Congresso Matemático, começou por explicar a legenda construída e o porquê de dispor os alunos numa tabela. Os alunos explicaram que o uso de uma tabela organizada era uma boa estratégia para poder contabilizar o número de jogadas necessárias. Depois de todos os jogadores estarem dispostos, formaram grupos de dois elementos e foram eliminando os jogadores até sobrar 1. No fim, contabilizaram as jogadas que foram necessárias até chegarem ao vencedor da eliminatória.

Durante a apresentação da resolução deste desafio, o grupo mostrou-se bastante à vontade, o que contribuiu para que a sua apresentação fosse fluída e cativante. É importante salientar, que nos questionários realizados a estes alunos, este desafio foi aquele que eles mais gostaram de fazer e aquele que acharam mais fácil.

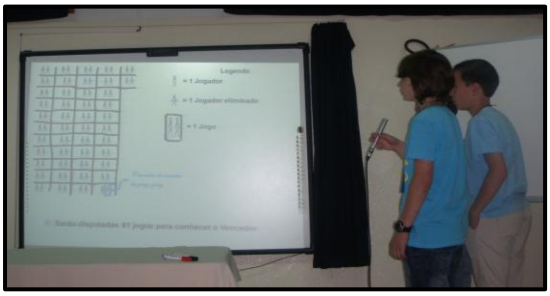


Fig. 15- Apresentação do problema "O torneio de pingue-pongue" no dia do Congresso Matemático do grupo C

Na entrevista realizada ao grupo no final do Congresso, este afirmou que este problema lhes deu muito "gozo" resolver porque era fácil e porque gostavam de jogar "pingue-pongue". Antes de o resolverem, o grupo leu o enunciado e pensaram de imediato na estratégia que iriam utilizar para encontrar a solução, o que traduz uma compreensão imediata da informação transmitida no enunciado.

> Investigadora: Fizeram logo o esquema ou pensaram em outra forma de apresentarem o vosso raciocínio?
> Elemento 1: Não, foi logo este.
> Investigadora: e depois o que fizeram?
> Elemento 1: Fizemos a legenda do desenho e depois fomos contar os jogos fazendo "rodinhas" para representar os jogos.
> Investigadora: e porque é que fizeram dessa maneira e não fizeram de outra? Por que é que acharam que o desenho/esquema era a forma mais fácil de chegar à solução?
> Elemento 2: resolver o problema por esquema foi mais fácil e maneira de pensar quando fazemos um desenho é também mais fácil para achar o resultado.

O aniversário da Joana e os apertos de mãos

O grupo para resolver este problema optou por representar a sua abordagem através de um desenho (representação icónica), utilizando também símbolos (números e operações) para chegarem à solução do desafio. Os alunos não chegaram à solução correta do problema visto terem contabilizado apertos de mão a mais. O grupo concluiu que todos os primos davam apertos de mão a todos os primos com repetição, o que na realidade não acontecia. O primo 1 dava 5 apertos de mão, o primo 2, como já tinha dado ao primo 1 não era contabilizado, daria 4 apertos de mão, e assim sucessivamente até ao primo 5. O grupo interpretou que os 5 primos davam 5 apertos cada um.

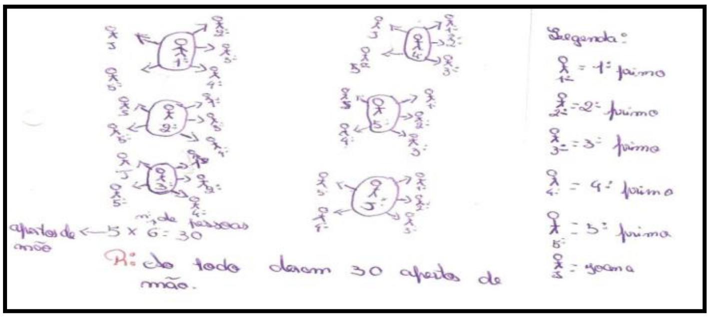


Fig. 16- Resolução do problema "O aniversário da Joana e os apertos de mãos" do grupo caso C

Todos os elementos desenvolveram um bom trabalho ao longo de todo o projeto de investigação. Como referi anteriormente, este grupo era constituído por três elementos, mas só dois é que se destacaram durante todo este processo. O terceiro elemento era um aluno que apresentava grandes dificuldades à disciplina, era tímido e não gostava de falar em público, ao contrário dos outros dois colegas.

Foi interessante constatar, tantas pelas entrevistas como pelos inquéritos, que o problema que todos os elementos do grupo mais gostaram de resolver foi o "Torneio de pingue-pongue", justificando que gostavam de jogar pingue-pongue e que desta forma fora mais fácil chegar à solução. Os problemas que acharam mais complicados foram a travessia do Rio Lima, O aniversário da Joana e os Apertos de mãos e os Discos do Samuel, caraterizando-os como "confusos" e que "tinham de pensar muito".

Reações

Através dos questionários aplicados no fim do Congresso Matemático, o grupo afirmou que estes problemas motivaram-lhes para a Matemática, pois eram "diferentes", "fáceis" e "divertidos". Todos os elementos gostaram de trabalhar em grupo, pois era "mais fácil chegar à solução". Mostraram o desejo que este tipo de atividades e iniciativas continuasse, pois "aprendiam mais" e "é fixe participar no Congresso".

O *grupo C*, apesar de serem alunos com algumas dificuldades a Matemática, respondeu que gostava da disciplina, mas que não gostavam de resolver problemas. O facto de não gostarem de resolver problemas, não foi razão para não resolverem a maioria dos problemas de uma forma correta.

O grupo-caso D

O grupo-caso D era constituído por dois elementos do sexo masculino, que revelavam um gosto enorme pela disciplina de Matemática e por resolver problemas.

Ao longo do projeto mostraram-se sempre muito empenhados, recetivos às regras propostas e, no Congresso Matemático, comunicaram de uma forma muito organizada e determinada as estratégias utilizadas para a resolução dos desafios.

Este grupo resolveu todos os problemas/desafios de uma forma correta, chegando sempre à solução através de representações e estratégias dignas de serem apresentadas no Congresso Matemático.

Neste sentido, este grupo, no Congresso Matemático, apresentou as resoluções de todos os problemas/desafios entregues ao longo das semanas, exceto o problema/desafio "Os discos do Samuel".

Os discos do Samuel

Este grupo apresentou três modos diferentes de contagem: dividiram os discos em conjuntos de 2, 4 e 5 e apresentaram as respetivas expressões numéricas. Optaram por dividir os discos em cinco partes, fazendo conjuntos de quatro discos e contaram os discos recorrendo à adição 4+4+4+4+4 e à multiplicação 5×4. O mesmo aconteceu quando fizeram conjuntos de 2 discos, obtendo 2+2+2+2+2+2+2+2+2+2 e 10×2. Estes alunos escrevem a expressão recorrendo ao modo como viram concretamente. Deste modo, o grupo utilizou representações icónicas quando desenhou os discos e os conjuntos, e simbólicas recorrendo aos números e operações. Apresentaram adequadamente as expressões numéricas.

Os alunos apresentaram a sua resposta muito bem organizada, utilizando representações icónicas e simbólicas. Podiam ter apresentado mais opções de contagem. Estas duas resoluções coincidiram com as expectativas de resolução. A terceira resolução é traduzida por uma expressão expectável mas traduz outra forma de ver.

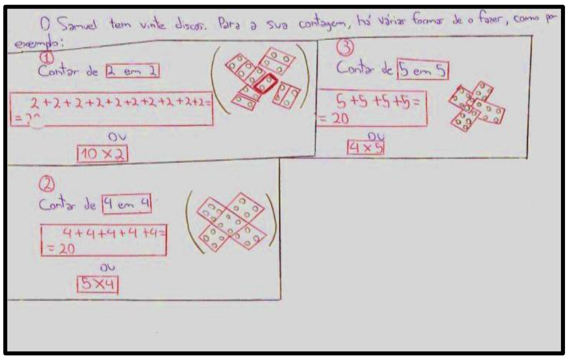


Fig. 17- Resolução do problema "Os discos do Samuel" do grupo caso D

O Boato

Este grupo, na resolução do problema/desafio "O Boato", utilizou nomeadamente representações simbólicas: símbolos (números e operadores) e linguagem escrita.

Os alunos, nesta resolução, expressam o seu raciocínio através de cálculos sucessivos até encontrarem a solução do desafio. Estes, não conseguiram encontrar a expressão numérica que traduzisse o número de alunos que sabiam da novidade nas horas pedidas. Em vez disso, utilizaram diversas multiplicações por algarismo dois em relação ao número anterior, ou seja, o dobro do número anterior. Apesar de a resolução estar disposta e apresentada de uma forma correta, organizada e percetível, os alunos não foram capazes de achar um termo geral que lhes permitisse encontrar o número de alunos que sabiam da novidade a qualquer hora, sem terem de efetuar todos estes cálculos.

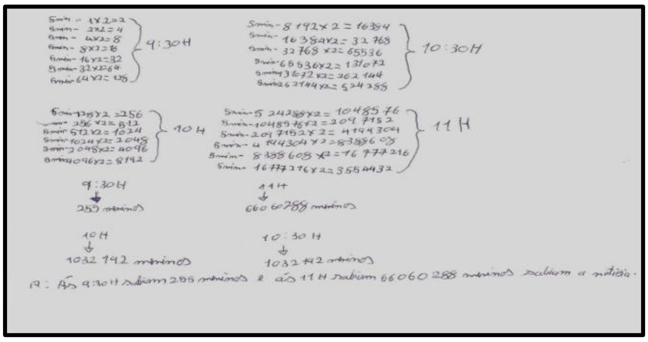


Fig. 18- Resolução do problema "O Boato" do grupo caso D

Durante o Congresso Matemático, o grupo apresenta a sua resolução de uma forma fluída, partilhando o seu raciocínio de uma forma clara e organizada, comunicando assim matematicamente. Apresentaram um PowerPoint como suporte de apoio para a sua apresentação e explicação do desafio. O conteúdo do PowerPoint era exatamente aquilo que tinham elaborado na resolução, não apresentando, deste modo, nada de novo.

Fig. 19-Apresentação do problema "O Boato" no dia do Congresso Matemático do grupo caso D

Na entrevista, o grupo referiu que não gostou de resolver este problema porque envolvia muitos cálculos e apesar de não quererem utilizar a calculadora, tiveram de o fazer, pois os cálculos começavam a complicar. Além disso, acharam que a utilização de um esquema não fazia sentido por envolver muitas pessoas.

Um dos elementos do grupo afirmou nos questionários que este foi o problema que achou mais difícil por implicar o cálculo de um número "excessivos cálculos".

> Investigadora: vocês para resolverem este problema, optaram por utilizar cálculos. Só havia esta forma? Só pensaram nesta estratégia
> Elemento 1: Não, nós pensamos em fazer um esquema, mas depois não conseguimos, porque as pessoas começavam a aumentar.
> Investigadora: mas podiam iniciar a resolução do problema através de um esquema, e depois de verificarem que se tratava de uma sequência, descobriam um padrão para tentar chegar a uma regra geral.
> Elemento 2: Mas não optamos por utilizar o esquema porque não tínhamos espaço por representar as pessoas todas.

A travessia do Rio Lima

Na resolução deste problema, o grupo recorreu a representações icónicas para traduzir a abordagem do mesmo. Utilizaram as ilustrações/desenhos e organizaram as diferentes travessias de uma forma ordenada. Na resposta ao problema utilizaram representações simbólicas, utilizando a contagem e os símbolos.

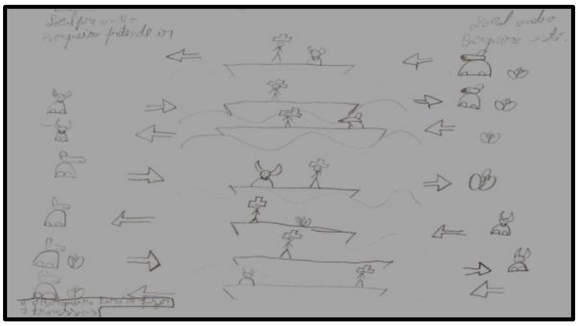


Fig. 20-Resolução do problema "A travessia do Rio Lima" do grupo caso D

Durante o Congresso, os alunos digitalizaram a resolução que fizeram no papel, para apresentar aos colegas a forma como pensaram.

Fig. 21-Apresentação do problema "A travessia do Rio Lima" no dia do Congresso Matemático do grupo caso D

Ao longo da apresentação o grupo explicou muito bem todas as travessias, justificando, sempre que necessário, o porquê de serem da maneira como resolveram e não de outra, chamando sempre a atenção quem comia quem.

A apresentação deste problema/desafio revelou-se numa apresentação com algum humor e participação dos oradores, que expuseram outras maneiras de resolução. Foi sem dúvida um problema motivador mas que, ao mesmo tempo, implicava raciocínio lógico e várias tentativas de resolução até se chegar à solução.

Na entrevista, os dois elementos referiram a preferência deste problema. Acharam que foi o mais fácil uma vez que não envolveu qualquer tipo de cálculos, o que lhes permitiu chegar à solução mais rapidamente.

> Investigadora: O problema "A travessia do Rio Lima" foi o problema, que nos questionários, vocês disseram que mais gostaram de fazer. Porquê?
> Elemento 2: Porque já conhecia um problema parecido e foi fácil resolver este.
> Elemento 1: Porque não é preciso cálculos.
> Investigadora: Então, os problemas que não precisam de cálculos para serem resolvidos, são aqueles que tu mais gostas de fazer?
> Elemento 1: Sim, é mais direto.
> Investigadora: É mais direto ou mais desafiante?
> Elemento 1: É desafiante quando pode ser feito através do desenho e penso que o meu colega tem a mesma opinião.
> Elemento 2: Sim, é sempre mais fácil quando resolvemos através de um desenho ou esquema.

O torneio de "Pingue-pongue"

A resolução deste grupo referente a este problema foi muito rica em representações, pois os alunos resolveram o problema/desafio utilizando tanto representações simbólicas como representações icónicas (esquemas/desenhos). Ao longo da resolução do desafio, os alunos descreveram todos os passos necessários de forma organizada, ate chegarem à solução do problema. Apesar de numa primeira fase recorrerem às operações aritméticas, fizeram-no sempre acompanhar de uma breve explicação da sua aplicação. Na fase final da resolução, utilizaram um esquema representativo (diagrama de árvore), dispondo os 4 últimos jogadores para contabilizarem as últimas jogadas.

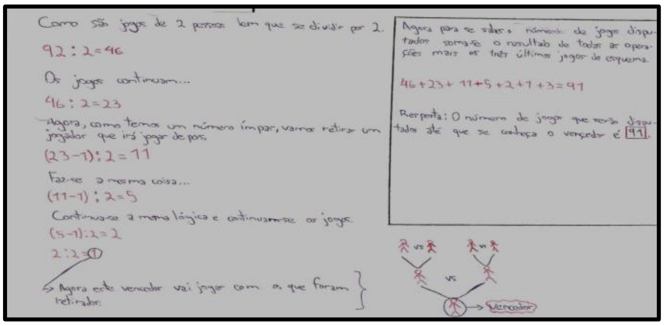


Fig. 22-Resolução do problema "O torneio de pingue-pongue" do grupo caso D

Durante o congresso, estes "Pequenos Investigadores" demonstraram-se muito à vontade na apresentação deste problema. A linguagem, que utilizaram durante a sua apresentação, foi bem estruturada e conseguiram, de uma forma bastante positiva, comunicarem matematicamente.

Como forma de introduzirem a resolução do problema, o grupo começou por apresentar um powerpoint com a resolução e explicaram o seu raciocínio apoiando-se nesse material.

Durante a entrevista o grupo conseguiu explicar o modo como pensaram de uma forma coerente e organizada.

Fig. 23-Apresentação do problema "O torneio de pingue-pongue" no dia do Congresso Matemático do grupo caso D

> Investigadora: Expliquem lá como pensaram.
> Elemento 1: São jogos de dois elementos, por isso vamos ter de dividir por dois o número inicial de jogadores, visto que um deles é expulso.
> Elemento 2: Então, se inicialmente haviam 92 jogadores, dividimos 92 por 2 e ficamos com46 jogadores.
> Investigadora: Muito bem, continua!
> Elemento 1: Continuamos a dividir. 46 a dividir por dois dá 23. Ficamos com 23 jogadores em jogo. Como eles só jogam a pares e o número 23 é ímpar, temos de retirar 1 jogador. 23 menos 1 dá 22. Como 22 é um número par, já podemos continuar a dividir. 22 a dividir por 2 dá 11. Como 11 é um número ímpar, tiramos 1 jogador. 11 menos 1 dá 10. 10 já é um número par e já podemos continuar a dividir por 2. 10 a dividir por 2 dá 5. Fazemos o mesmo… retiramos um jogador, 5menos 1 é igual a 4, e 4ª dividir por 2 dá dois e dois a dividir por 2 dá um.
> Elemento 2: Mas ainda não encontramos o vencedor nem respondemos à questão. Ainda faltam jogar os jogadores que foram ficando de fora como suplentes. Esses ainda têm de jogar.
> Elemento 1: Ficaram de fora 3 jogadores que têm de disputar o torneio com este semivencedor encontrado.
> Investigadora: E para isso o que é que fizeram?
> Elemento 2: Para representar esses jogadores utilizamos um esquema para encontrar o vencedor. Como a pergunta do problema era "quantos jogos serão disputados", basta fazer os cálculos somando todos os jogos: 46+23+11+5+2+1+3=91 jogos

Na apresentação deste desafio, o grupo explicou a sua resolução "calmamente, visto esta envolver vários passos até encontrar a sua solução.

Na entrevista efetuada ao grupo depois Congresso Matemático, este afirmou que logo a seguir à leitura do enunciado começaram com a sua resolução, pois interpretaram de imediato o desafio em questão. Na fase inicial da resolução começaram por fazer alguns cálculos, visto ser uma grande quantidade de pessoa, mas no fim começaram a resolver através de um esquema "sem se quer se aperceberem".

O aniversário da Joana e os apertos de mãos

Nesta resolução, o grupo representou o seu raciocínio através de representações icónicas, utilizando desenhos e esquemas com diferentes cores a fim de representarem os diferentes amigos e primos e o número de partos de mãos. No final, e para contabilizarem os apertos de mão tiveram de recorrer a cálculos (representação simbólica). Mudaram contudo de estratégia na descoberta que efetuaram.

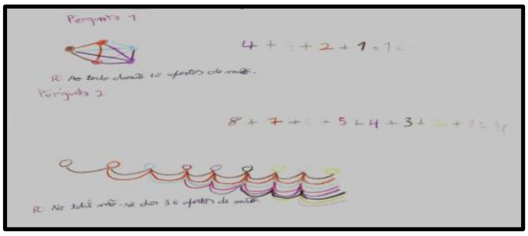


Fig. 24-Resolução do problema "O aniversário da Joana e os apertos de mão" do grupo caso

No Congresso Matemático, o grupo optou por apresentar um powerpoint com a sua resolução, o que se revelou numa forma apelativa para os colegas que estavam a assistir, contactar e observar os processos matemáticos utilizados na resolução do problema em questão. A linguagem do grupo foi bastante percetível e "rica" matematicamente, ou seja a comunicação matemática mostrou-se evidente na apresentação deste desafio.

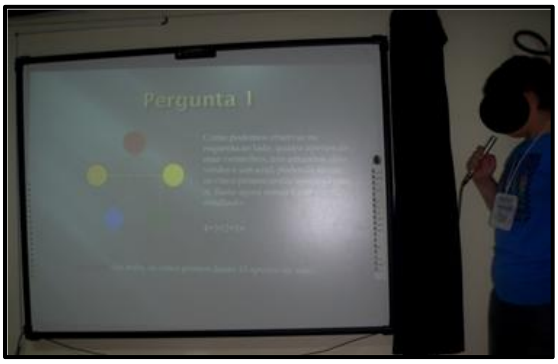


Fig. 25-Apresentação do problema "O aniversário da Joana e os apertos de mão" no dia do Congresso Matemático do grupo caso D

O grupo optou por representar cada primo da Joana com um círculo de cor diferente. Através de setas, também coloridas de acordo com a cor de cada primo, permitiu-lhes contabilizar quantos apertos de mão se deram na festa da Joana.

> Elemento 1: Cada bolinha representa um primo. Primo que está representado pela bolinha vermelha vai dar 4 apertos de mãos porque não pode dar a si próprio, o primo amarelo vai dar 3 apertos, o primo verde 2 e o primo azul 1 aperto de mão. E depois somamos os apertos que todos deram: 4+3+2+1=10 apertos de mãos.

O grupo explicou que na questão anterior o número de primos era 5 e para contabilizarem os apertos de mão fizeram: 4+3+2+1 o que lhes permitiu concluir que dariam ao todo, entre eles, 10 apertos de mão. Bastou assim, somar todos os algarismos anteriores ao número total de primos da Joana, ou seja, somar todos os algarismos anteriores ao algarismo 5 (4+3+2+1). Há aqui indicação de que descobriram um padrão, apesar de não terem consciência desse facto.

Na segunda questão, os alunos tinham de adicionar aos primos que já estavam na festa, as amigas da Joana que entretanto chegaram. Para esta questão seguiram o mesmo raciocínio. Se já estavam na festa os 5 primos e chegaram mais 4 amigos, a festa iria ter 9 pessoas. Assim, para descobrir o número de apertos de mão, somaram todos os números anteriores ao número 9- 8+7+6+5+4+3+2+1, o que perfaz um total de 36 de apertos de mão. No fim explicaram que começam pelo algarismo anterior ao total das pessoas, pois a primeira pessoa não pode cumprimentar-se a si próprio.

É importante salientar que o grupo só concluiu esta "regra", depois de desenhar as 9 pessoas e representar todos os 36 abraços com cores diferentes.

> Elemento 2: Como na pergunta 1 iremos fazer o mesmo para esta questão sabendo que entraram mais 4 amigas. Na pergunta anterior, para sabermos a resposta bastou somar todos os algarismos anteriores ao número total dos primos. Como eram 5 primos fizemos: 4+3+2+1 que é igual a 10. Então, se entraram 4 amigas, temos no total 9 pessoas (5+4). Seguindo o raciocínio da pergunta anterior, se temos 9 pessoas, temos de somar todos os algarismos anteriores a esse

> número. Então vem: 8+7+6+5+4+3+2+1, que faz um total de 36 apertos de mãos.
> Elemento 1: é importante dizer, para ficar a perceber que: começamos pelo algarismo anterior ao número total de pessoas, porque a primeira pessoa que dá os apertos de mãos às outras todas não dá a si próprio.

No questionário, um dos elementos do grupo disse que este desafio foi aquele que ele mais gostou e o que ele menos gostou, pois achou-o "divertido", mas "perdia-se" na contagem dos apertos de mão entre os primos e as amigas da Joana.

Na entrevista, um dos elementos do grupo admitiu não estar a perceber o desafio e o colega ajudou-o na sua compreensão dando-lhe o exemplo dos jogadores de futebol quando se cumprimentam antes de entrar em jogo. Foi importante constatar que os alunos conseguiram entender o desafio com um exemplo da vida real.

> Investigadora: para resolverem este problema como é que pensaram?
> Elemento 2: Como eu não estava a perceber muito bem, o meu colega ajudou-me a resolver pensando no futebol?
> Investigadora: No futebol? Como assim?
> Elemento 1: No futebol, antes dos jogadores entrarem em campo, cumprimentam-se uns aos outros, e foi por isso que dispusemos os amigos em linha. Como eram muitos, era mais difícil contar os apertos e então assim foi mais fácil.

Reações

Durante o desenvolvimento deste projeto, este grupo foi sempre muito presente e destacado de outros devido ao facto de serem muito responsáveis no seu trabalho e alunos com um gosto enorme pela Matemática.

Um dos elementos deste grupo disse no questionário que respondeu depois do Congresso Matemático, que não gostava de Matemática. No entanto é um aluno com resultados bastante satisfatórios à disciplina e ao longo este projeto, demonstrou sempre vontade em resolver e apresentar os problemas de uma forma organizada.

O grupo revelou, tanto nos questionários como ao longo da entrevista, que os problemas que mais gostaram de fazer eram aqueles que não implicavam cálculos, que podiam ser resolvidos através de desenhos. O enunciado do problema, segundo o grupo, é um fator que ajuda a resolver, ou seja, se o enunciado for apelativo e apresentar uma história percetível ao aluno, a sua resolução será feita com uma confiança acrescida. Os alunos acharam os problemas fáceis e afirmaram que "depois de fazer um, só queríamos fazer mais", o que demonstra que gostaram desta atividade. Destacaram também a importância de trabalhar em grupo, pois como um dos elementos disse: "duas cabeças a pensar é melhor que uma" demonstraram a vontade de continuar resolver problemas durante todas as semanas e apresentá-las num Congresso Matemático.

A participação deles no Congresso Matemático foi uma estreia que na sua opinião "correu bem, apesar de estarem um pouco nervosos". Durante o evento, o grupo apresentou de uma forma coerente, organizada e fundamentada, todas as resoluções dos problemas que lhes foram propostos ao longo das semanas. Utilizaram uma linguagem rica matematicamente e conseguiram responder e explicar a todas as questões e dúvidas que surgiram durante o Congresso.

6- Conclusões

Neste capítulo far-se-á a abordagem às principais conclusões deste estudo, referindo também algumas limitações e perspetivas futura

Principais Conclusões do Estudo

Ao longo deste estudo, pretendeu-se compreender o desempenho e a reação dos alunos na realização de tarefas desafiantes durante a participação num Congresso Matemático, assim como este contribui para a comunicação matemática e para uma mudança de atitude dos alunos face à disciplina de Matemática.

Como foi referido, as turmas participantes do projeto eram muito heterogéneas ao nível do conhecimento matemático o que fez a investigador duvidar, por algum tempo se teria ou não, resultados para serem estudados e investigados. As turmas apesar de ser serem muito distintas, conseguiram organizar os grupos de trabalho rapidamente, e todos os grupos, durante todas semanas, entregaram as suas resoluções de uma forma pontual e "orgulhosa".

Segundo Smith e Stein (1998) as tarefas matemáticas desafiantes devem ser aquelas que promovem o pensamento, o raciocínio e a comunicação matemática. Deste modo, os problemas propostos para o Congresso eram desafiantes, abrangiam diferentes conteúdos matemáticos abordados ao longo dos anos de ensino e apresentavam uma panóplia de estratégias e representações, que podiam ser utilizadas durante a resolução. É importante referir que os problemas envolviam contextos reais do quotidiano dos alunos, o que fez com que estes os considerassem significativos para a sua aprendizagem e motivantes para a sua resolução.

As tarefas que foram entregues aos alunos abrangeram conteúdos matemáticos diversificados para que houvesse também resoluções diversificadas e com estratégias de resolução igualmente distintas umas das outras. De acordo com Ponte (2005) "as tarefas devem ser propostas pelo professor, mas uma vez propostas, têm de ser interpretadas pelos alunos e podem dar origem a atividades muito diversas".

Polya (2003) afirmou que resolver problemas assemelha-se a encontrar um caminho que permita contornar um determinado obstáculo. Neste estudo, um dos grupos caso teve mais dificuldades em “contornar o obstáculo” e encontrar o “caminho da solução”, nomeadamente na resolução de problemas que envolvessem a descoberta da generalização de um padrão e da regra geral que a traduzisse, como foi o caso do desafio “O Boato”, em que o dois grupos caso limitaram-se a resolver sucessivas multiplicações não conseguindo chegar à expressão algébrica que lhe estava associada. Tal como Boavida et al (2008) afirmam, os alunos recorrem muitas vezes à realização de um desenho ou esquema, deste modo, só um deste grupo caso recorreu a esta estratégia mas depois não conseguiu generalizar, como foi o caso da resolução do desafio “o aniversário da Joana e os apertos de mão”. A resolução do desafio “os discos do Samuel” foi uma tarefa que os dois grupos conseguiram resolver, pois visualizaram várias formas de chegar à mesma solução, apesar de um dos grupos não apresentar a expressão algébrica corretamente numa das visualizações, o que justifica que a visualização não é apenas “ver” uma mera imagem, mas sim uma componente do raciocínio e da resolução de problemas (Vale, 2009).

Como refere Boavida *et al* (2008), já abordado na revisão de literatura, existem três tipos de representações das ideias matemáticas: as representações simbólicas, as ativas e as icónicas, pelo que se pode detetar neste estudo, as representações icónicas e simbólicas foram as utilizadas na resolução dos problemas propostos. Nas representações icónicas surgiram desenhos, esquemas e tabelas que contribuíram para uma melhor visualização da resolução, e nas simbólicas o uso de operações. De acordo com as mesmas autoras, as representações devem ser tratadas como elementos essenciais da compreensão matemática e foi interessante constatar que os alunos com mais dificuldades resolviam os problemas através de esquemas, contornando, nalguns casos, as deficiências em relação ao conhecimento matemático, e assim não incorrendo na possibilidade de fazer o cálculo incorreto, o que podemos concluir desta forma, que as representações interpretam, comunicam e argumentam as ideias matemáticas dos alunos (Tripathi, 2008).

A linguagem simbólica nem sempre traduzia o que s alunos pretendiam, como por exemplo, no caso do problema “Os discos do Samuel”, o que está de acordo com os resultados obtidos por Henriques e Ponte (2010).

No final desta investigação, pode-se concluir que a comunicação foi o processo matemático com maior relevância nos problemas propostos e que de facto, a resolução de problemas desafiantes proporciona aos alunos uma diversidade de aprendizagens que não se resumem só à aplicação de um algoritmo, ou de efetuar mais ou menos cálculos, tal como defendem Boavida e Menezes (2012) que para comunicar matematicamente é necessário que o professor estimule essa comunicação e promova tarefas matemáticas desafiantes.

Do que se constatou, os alunos tiveram dificuldades em expressar as suas ideias/raciocínios, recorrendo maioritariamente a uma linguagem natural e á ajuda, como foi referido, de representações sobretudo icónicas, o que está consistente com os resultados de outros estudos (e.g. Alves, 2012: Henriques & Ponte, 2010; Ribeiro, 2012)

Os alunos durante as aulas de Matemática, ao longo do Ensino Básico, contactam somente com um tipo de problemas que é baseado essencialmente em “cálculos”, e mecanizam-nos de tal forma, que é difícil conseguirem avançar para outras formas de resolução. Neste estudo, constatou-se isso mesmo, o que nos leva a concluir que é necessário refletir sobre as tarefas que são apresentadas aos nossos alunos durante as aulas, de modo que os aprendizes clarifiquem o seu raciocínio, adotando uma linguagem matemática desenvolvida, permitindo assim a aquisição de novos conteúdos e de novos conhecimentos (Martinho & Ponte, 2005).

Assim concluiu-se que os processos matemáticos como a comunicação, representação e resolução de problemas desempenham um papel preponderante no desenvolvimento das mesmas, dado que estes processos ajudam os alunos a desenvolver novas estratégias perante a resolução de situações problemáticas.

Em relação à realização de um Congresso Matemático, não se pode deixar de afirmar que foi uma atividade rica em relação à comunicação matemática e que desenvolveu este processo nos alunos de uma forma bastante positiva. O facto de os alunos explicarem as suas estratégias de raciocínio na resolução dos desafios, não são mais que oportunidades para uma compreensão e aprendizagem mais profunda da Matemática, indo de encontro ao que Pimentel *et al.* (2010) afirmam de que os Congressos Matemáticos são experiências onde "os alunos se encontram para discutir objetos e ideias matemáticas (…) explicando e comunicando a sua forma de pensar matematicamente, sentindo-se simultaneamente valorizados e apreciados"(p.1)

Durante o Congresso Matemático percebeu-se que a comunicação matemática ainda não está bem desenvolvida nos alunos, pois identificaram-se algumas insuficiências ao nível da linguagem matemática e de um raciocínio às vezes confuso, sobretudo mais notório num dos grupos caso. Entretanto, leva-nos a concluir, que se deve apostar mais no desenvolvimento desta capacidade, implementando nas salas de aula tarefas mais desafiantes e motivadoras, que lhes permita utilizar diferentes formas de comunicação, recorrendo a diferentes representações.

Apesar de ser uma investigação de curta duração, e de pouco tempo em contacto com os alunos, é com satisfação que ainda hoje os alunos falam do Congresso Matemático e perguntam: "Para o ano vamos voltar a ser investigadores?". Verifica-se que o Congresso Matemático despertou-lhes o interesse por resolver problemas.

Esta forma de encarar a Matemática, em que os professores exigem aos seus alunos apenas a utilização de algoritmos na resolução dos problemas, em que estes muitas vezes não entendem qual a sua utilidade, leva-os aos resultados negativos nas provas e exames de Matemática e torna esta disciplina "um bicho-de-sete-cabeças" aos alunos deste país.

Durante este estudo não se conseguiu obter dados suficientes que permitissem afirmar que o Congresso contribuiu para uma mudança de atitude dos alunos, face à disciplina de Matemática. No entanto, o facto de se terem envolvido empenhadamente na resolução das tarefas, mesmo aqueles que não gostam da disciplina, deixam em aberto que a resolução de problemas pode ser um início e/ou caminho para essa mudança.

Considerações Finais

No final da realização desta investigação, pode afirmar-se que foi um trabalho elaborado com gosto e dedicação, o qual foi possível compreender o trabalho realizado pelos alunos num contexto diferente e fora da sala de aula, assim como as suas principais dificuldades inerentes à resolução de problemas e à comunicação matemática.

No início da investigação, considerou-se a hipótese de se implementar este projeto a todas as turmas do 6º ano, o que não aconteceu por receio dos alnos não colaborarem. Depois do projeto ser implementado com as duas turmas e de estas participarem e colaborarem de forma tão positiva, foi pena não ter dado a oportunidade às outras turmas de participar.

A metodologia utilizada foi a adequada para este tipo de investigação, pois permitiu uma recolha de informação e uma análise de resultados que foi de encontro às questões orientadoras desta investigação. No entanto, houve decisões e pormenores que foram limitadores para o estudo. A principal limitação foi, sem dúvida, a falta de tempo para organizar o trabalho, recolher os dados, estruturar e refletir sobre os dados.

Outras limitações foram identificadas ao longo do estudo, como sejam: a) a disciplina de Matemática foi a primeira disciplina a reger durante a ICE, o que não me permitiu desenvolver o meu estudo de uma forma mais organizada; b) as turmas escolhidas para participarem na resolução dos desafios apresentavam grandes dificuldades a nível da disciplina de Matemática; c) os alunos estavam pouco motivados, principalmente os alunos que revelavam dificuldades de aprendizagem em Matemática; d) a principal preocupação foi selecionar desafios/problemas que fossem motivadores, desafiantes e que suscitassem curiosidade nos alunos e que envolvessem conhecimentos matemáticos elementares, o que de uma maneira geral não foi conseguido. Num próximo trabalho terá que haver um cuidado na seleção das tarefas em relação ao grau de complexidade, continuando a procurar o desafio, mas de uma maneira mais simples ou então mais simplificados. Por exemplo, no desafio "O Boato", nunca deveria ter colocado a segunda questão, pois revelou-se uma alínea complicada, que os alunos não conseguiram resolver, uma vez que não tendo conhecimento sobre a descoberta de um padrão a tarefa tornou-se maçadora e desmotivante; e) o facto dos alunos se organizarem em grupo pode, de alguma forma, ter prejudicado o desempenho dos alunos, visto a maioria deles apresentarem dificuldades; f) não se ter dado mais tempo de resolução dos desafios propostos para a apresentação do Congresso.

Por fim, as principais recomendações para futuros estudos são, essencialmente, o prolongamento da duração da investigação, no sentido de verificar uma evolução evidente a nível da resolução dos problemas e da comunicação e desafiar as escolas a organizarem mais dinâmicas como os Congressos Matemáticos, a fim de desenvolver de uma forma positiva duas das capacidades transversais da Matemática: a resolução de problemas e a comunicação matemática.

Estes Congressos Matemáticos conseguiram mobilizar os alunos de uma forma muito positiva mesmo aqueles que tinham dificuldades à disciplina. No entanto, a realização de um Congresso Matemático terá um impacto maior nas aprendizagens dos alunos se houver, durante as aulas de Matemática, um investimento na resolução de problemas de processo para que estes contactem com as diferentes estratégias de resolução e comuniquem as suas ideias matemáticas à medida que são realizados os problemas. Desta forma o professor terá um feedback escrito mais consistente.

PARTE3- REFLEXÃO GLOBAL SOBRE O PERCURSO REALIZADO NA PES

Este capítulo descreve potencialidades e constrangimentos ao longo do percurso de ICE no 2ºciclo do Ensino Básico

O ano de “estágio” é, para a maioria dos estagiários, o primeiro contacto com a profissão docente e apresenta-se como um período crucial de teste entre os saberes aprendidos e desenvolvidos, durante a formação e as práticas da realidade no ensino.

Antes de começar com as regências no 1º Ciclo, mesmo antes das observações, sentia-me muito ansiosa e com uma vontade enorme de que o tempo passasse rápido, para conhecer a minha” nova casa” e fazer o que sempre sonhei e pelo que tanto estudei e lutei.

Esta nova etapa na minha formação profissional nunca me transmitiu qualquer espécie de “medo” de adaptação, muito pelo contrário. Esperei muito pelo momento de conhecer os alunos, a escola e a minha orientadora. Tinha imensa vontade de começar a “trabalhar” em contexto o que, durante quatro anos, me foi incutido e ensinado.

Pimenta (2001) afirma que o “estágio e disciplinas compõem o currículo de um curso”. Contudo, o estágio, na minha opinião, é um período no currículo de formação destinado às atividades que devem ser realizadas pelos alunos nos futuros campos profissionais, onde os alunos devem fazer a leitura da realidade, o que exige competências para “saber observar, descrever, registrar, interpretar e problematizar e, consequentemente propor alternativas de intervenção” (p. 76).

Antes de iniciarmos a nossa prática pedagógica no 1º Ciclo, foi-nos dito que este período de regência iria ser importante e motivador não só para nós, como também, em muitos casos, para os nossos professores cooperantes. De facto, ao longo das semanas de regência, fui-me apercebendo que, ao apresentar os conteúdos de uma forma diferente e inovadora, a professora cooperante também aprendeu. Ou seja, eu, estagiária aprendi muito com as ideias e os conselhos que sempre me deram, mas a professora cooperante também gostou do trabalho que fui desenvolvendo diariamente de um modo diferente das rotinas instaladas, mostrando-se sempre curiosa e interessada em saber e conhecer os materiais inovadores apresentados.

O bom relacionamento e a empatia que houve com a professora cooperante foram determinantes para o sucesso da nossa regência. Desde o início, a professora, colocou-nos à vontade no esclarecimento de dúvidas, ajuda em trabalhos e sugestões para o melhoramento dos materiais que iriam ser apresentados. Ao longo das doze semanas a professora cooperante foi sempre muito responsável e pontual na correção das planificações e nas apreciações críticas das reflexões das semanas de regência. Sempre se preocupou em inserir-nos na comunidade escolar e nas atividades propostas no Plano Anual de Atividades (PAA), o que mostra o interesse e dedicação com que acatou este “papel”.

Depois desta etapa concluída, apercebo-me que o período de estágio no 1º Ciclo não foi só entrar numa sala de aula e apresentar aos alunos os conteúdos planificados e programados. A sala de aula foi um “campo de batalha” por vezes difícil de vencer. É aqui que temos o primeiro contacto com os alunos, com a realidade de sala de aula, com o sistema educacional, e ainda com os seus futuros colegas de profissão.

> É portanto, o Estágio, uma importante parte integradora do currículo, a parte em que o licenciando vai assumir pela primeira vez a sua identidade profissional e sentir na pele o compromisso com o aluno, com sua família, com sua comunidade com a instituição escolar, que representa sua inclusão civilizatória, com a produção conjunta de significados em sala de aula, com a democracia, com o sentido de profissionalismo que implique competência - fazer bem o que lhe compete. (Andrade, 2005. p. 2).

Os alunos, que ao longo destas curtas catorze semanas pude viver, aprender e formar, eram alunos que gostavam de aprender coisas novas, gostavam de descobrir, de inventar, de criar e recriar situações ou histórias do dia a dia ou de obras abordadas. A turma, no geral, tinha um bom comportamento, o que contribuía bastante para a valorização dos conteúdos abordados, e consequentemente, a motivação para a resolução de situações de aprendizagem significativas.

Relativamente ao processo de ensino-aprendizagem, penso que foi conseguido de uma forma bastante positiva e inovadora. Apresentamos em todas as áreas de ensino atividades e tarefas desafiantes e motivantes para os alunos. Na turma existiam dois alunos com NEE, mas tentamos sempre, que em todas as atividades e tarefas propostas à turma, eles participassem. Estes, muitas das vezes, eram os primeiros a quererem participar e resolverem todas as situações propostas. Apesar de apresentarem dificuldades a muitos níveis, eram alunos bastante participativos e empenhados.

A intervenção curricular no 2º Ciclo foi diferente da realizada no 1º ciclo. É claro que tinham de existir diferenças, pois os níveis de ensino também são diferentes. Antes de iniciar com as regências sentia-me nervosa mas ao mesmo tempo entusiasmada para conhecer os meus novos alunos e a minha nova escola. Desde logo os professores cooperantes mostraram-se bastante recetivos à nossa presença na escola e preocuparam-se em inserir-nos no ambiente escolar, para nos sentirmos também professores.

A turma que, ao longo de catorze semanas me acompanhou na implementação do meu trabalho, era constituída por alunos com bastantes dificuldades a todas as áreas de trabalho, sem métodos de estudo e com pouco aproveitamento escolar, o que contribuiu para que o meu trabalho tivesse de ser pensado e planificado de um modo diferente do que tinha desenvolvido ao longo do 1º Ciclo. Quer as planificações quer as regências exigiram um trabalho acrescido devido às caraterísticas da turma. Era necessário captar a atenção dos alunos e motivá-los, para que estes se envolvessem no trabalho a realizar. Esta tarefa, apesar de exigente, foi conseguida, pois de dia para dia, notava que os alunos se empenhavam nas tarefas propostas apesar das dificuldades que apresentavam. Tornaram-se alunos participativos e curiosos, realidades que durante a observação das aulas nunca tinham sido apresentadas por parte dos discentes.

Os professores cooperantes das quatro áreas de ensino sempre se mostraram disponíveis para qualquer dúvida que surgisse ao longo das regências, no sentido das aulas se tornarem em momentos de aprendizagem significativos para os alunos.

Todas as atividades apresentadas e implementadas em todas as áreas de ensino lecionadas eram realizadas com o intuito dos alunos aprenderem os conteúdos através de atividades e materiais lúdicos, primando sempre pela exigência e envolvência de toda a turma.

Apesar do imenso trabalho que tinha em preparar as aulas, a envolvência de todos os alunos, particularmente os alunos com mais dificuldades, nas tarefas apresentadas, fazia com que tudo valesse a pena.

Ao longo de toda esta experiência percebo que o maior beneficiado durante todas estas semanas de regência fui eu, pois esta realidade com que contactei motivou-me para: ajudar os alunos no seu processo de ensino-aprendizagem, apresentando aulas que promovessem a participação através de materiais inovadores, lúdicos, didáticos e diferentes; ajudar os alunos na sua formação como cidadãos primando sempre por uma educação de qualidade e, por fim, ter a consciência de que tudo o que desenvolvi e apresentei foi com gosto e rigor, apostando sempre na mudança e na inovação.

A vida de um ser humano está repleta de percursos que começam e acabam, que começam mas que não acabam, ou então, que nunca começam. Este meu percurso, ao longo de todo este tempo, sinto que começou e que nunca vai acabar, pois como em tudo na vida, luto para que o que se gosto seja infinito e intemporal. Para que isso seja possível, quero continuar a trabalhar naquilo que realmente gosto e lutar pelo que realmente quero, melhorando através da prática e do contexto, sem nunca deixar de estar atenta às recentes recomendações que vão surgindo ao nível da educação.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Abrantes, P. (1999). *A Matemática na Educação Básica*. Lisboa: Ministério da Educação – Departamento da Educação Básica.

Alves, C. (2012). *Comunicação escrita de alunos do 6º ano de escolaridade quando resolvem tarefas envolvendo proporcionalidade direta.* Viana do Castelo (dissertação de mestrado)

APM (2007). *Princípios e normas para a Matemática escolar*. Lisboa: APM (documento original publicado em 2000).

Barbosa, A. (2009). *A resolução de problemas que envolvem a generalização de padrões em contextos visuais: um estudo longitudinal com alunos do 2º ciclo do ensino básico.* (Tese de doutoramento não publicada). Universidade do Minho

Boavida, A. M., Paiva, A., Cebola, G., Vale, I., Pimentel, T. (2008). *A experiência matemática no 1º Ciclo do Ensino Básico.* Lisboa. ME/DGIDC.

Boavida, A. M., & Menezes, L. (2012). Ensinar Matemática desenvolvendo as capacidades de comunicar e raciocinar: contornos e desafios. In L. Santos, A.P. Canavarro, A.M. Boavida, H. Oliveira, L. Menezes e S. Carreira (Eds.), *Investigação em Educação Matemática – Práticas de Ensino da Matemática* (pp.287-295). Lisboa: Sociedade Portuguesa de Investigação em Educação Matemática.

Bogdan, R. *et al* (1994). *Investigação qualitativa em Educação*. Porto: Porto Editora.

DEB (2001). *Currículo Nacional do Ensino Básico: Competências Essenciais.* Lisboa: Ministério da Educação.

Fernandes, D., Lester, F., Borralho, A & Vale, I. (1997). *Resolução de problemas na Formação Inicial de Professores de Matemática - Múltiplos contextos e perspetivas;* Aveiro; GIRP (Grupo de Investigação em Resolução de Problemas).

Fosnot, C & Dolk. M. (2002). *Young Mathematicians at Work: Constructing fractions, decimals and percents.* Portsmath: Heinemann.

Goldin, G. (2008). Representation in mathematical learning and problem solving. In L.D. English (Ed.), *Handbook of international research in mathematics education* (pp.177-201). Mahwah, NJ: Tayler and Francis.

Henriques, A. & Ponte, J. P. (2010). A comunicação matemática no contexto de atividades de investigação: o uso de representações matemáticas. Em J.M. Matos, A. Domingos, C. Carvalho, P.C. Teixeira (Eds). *Investigação em Educação Matemática-Comunicação no Ensino e na aula de Matemática*. Lisboa: Sociedade Portuguesa de Investigação em Educação Matemática.

ME-DGIDC (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico.* Lisboa: Ministério da Educação.

Matos, J., & Serrazina, L. (1996). *Didática da Matemática*. Lisboa: Universidade Aberta.

Maia, E., Rosendo, A., Figueiredo, N., Dionísio, A. (2002). (Eds) *Atividades de investigação na aprendizagem da Matemática e na formação de professores*; (pp. 59-81). Lisboa. Sociedade Portuguesa de Ciências da Comunicação.

Menezes, L. (2000) Comunicação na Aula de Matemática e Desenvolvimento Profissional de Professores, em *Projeto de Investigação Matemática 2000: o poder da comunicação.* Viseu: Escola Superior de Educação e Instituto de Inovação Educacional.

National Council of Teachers of Mathematics (1994). *Normas profissionais para o ensino da Matemática.* Lisboa: IIE/APM

NCTM (2007). *Princípios e Normas para a Matemática Escolar*. Lisboa: APM. Vale,I. & Pimentel, T. Resolução de problemas. Em Pedro Palhares (coord); (2004). *Elementos de Matemática para professores do Ensino Básico.*(pp.7-51). Lisboa. LIDEL

Pimentel, T., Vale, I., Fão, A & Alvarenga, D(2010). Os congressos matemáticos. Texto não publicado no âmbito do Programa de Formação Contínua em Matemática. Escola Superior de Educação de Viana do Castelo: PFCM

Polya, G. (2003). *Como resolver problemas.* Lisboa: Gradiva

Ponte, J. P. & Serrazina, M. L. (2002). *Didática da Matemática do 1º Ciclo.* Lisboa. Universidade Aberta.

Ponte, J.P. (2005). Gestão curricular em Matemática. Em GTI (Ed.), *O professor e o desenvolvimento curricular.* Lisboa: APM.

Ribeiro, A. (2012). *A comunicação e a resolução de problemas de padrão em matemática: um estudo com alunos do 2º ciclo do ensino básico*. (Relatório Final do 1º e 2º Ciclos do Ensino Básico). Escola Superior de Educação. Instituto Politécnico de Viana do Castelo.

Smith, M., & Stein, M. (1998). Tarefas matemáticas como quadro para a reflexão. Educação Matemática, 105; 22-28

Tripathi, P. (2008). Developing Mathematical Understanding Though - Multiple Representation. *Mathematics Teaching in the Middle School,13 (8)*, 438-445.

Vale, I., Barbosa, A., Borralho, A., Barbosa, E., Cabrita, I., Fonseca, L. & Pimentel, T. (2009). *Padrões no Ensino e Aprendizagem da Matemática – Propostas Curriculares para o Ensino Básico.* ESEVC - Projeto Padrões.

Vale, I. (2004). Algumas notas sobre investigação qualitativa em Educação Matemática: o estudo de caso. *Revista da Escola Superior de Educação*,5, 171-202.

Vale, I. (2007). *Matemática no 2º Ciclo- Propostas para a sala de aula.* ESEVC- PPCM- m2.

Vale. I. (2011). *A aula de Matemática e as Tarefas.* Didática da Matemática (materiais não publicados)

Valério, N. M. R. (2004). *Papel das representações na construção da compreensão matemática dos alunos do 1º Ciclo*. (dissertação de mestrado). Instituto Politécnico de Lisboa.

Veia, L. (1969). *A resolução de problemas, o raciocínio e a comunicação no primeiro ciclo do Ensino Básico: três estudos de caso.* Lisboa: Coleção de teses da APM.

Anexos

[redacted]

[redacted]

Planificação de Aula

Ministério da Educação

Departamento Curricular/Ciclo: Línguas **Disciplina:** Língua Portuguesa **Ano de escolaridade:** 6º Ano

Ano letivo: 2011/2012 **Duração:** 90'

Nome do Professor estagiário: Ana Adelina Silva Data: 12 / 04 / 2012 Turma: 6.ºC
Grupo pedagógico: Carlos Cepa e Juliana Freitas
Nome do Professor Orientador Cooperante: Sandra Silva

<u>Níveis de formulação de partida (pré-requisitos):</u>

Indicar as personagens principais e as secundárias;
Caracterizar a personagem principal atendendo ao seu comportamento;
Indicar características físicas de uma personagem à escolha;
Localizar a ação no tempo e no espaço;
Distinguir o tipo de narrador;
Indicar o modo de expressão existente (narração, diálogo);
Exprimir opinião pessoal sobre a obra.

Funcionamento da língua

- Funções sintáticas (GN/Sujeito; GV/Predicado; GPrep e GAdv/ Modificador de frase)
- Análise morfológica (pronomes, determinantes, advérbios, nomes, adjetivos, formas verbais)
- Tipos de frase
- Relações semânticas entre palavras
- Sinais de pontuação

Escrita

- Tipologia de texto: conversacional e carta

Sumário: Correção do trabalho de casa.
Visualização de uma entrevista.
Caraterísticas do texto conversacional (entrevista).

Planificação de Aula

Temas/Conteúdos	Ideias detetadas nos alunos	Metas de Aprendizagem (MF e MI)	Estratégias de mudança/Situações de aprendizagem	Avaliação	Recursos
Unidade 5- "Ulisses", Maria Alberta Menéres Ler poesia/Ler por prazer Leitura Compreensão/Expressão do oral Escrita Conhecimento Explícito da Língua	A maioria dos alunos demonstrou alguma dificuldade quanto à classificação das palavras homógrafas, homófonas e homónimas. Os alunos ainda confundem o complemento direto e indireto. Revelam dificuldades em pontuar um texto.	**Domínio: <u>Exprimir oralmente ideias e conhecimentos</u>** • Ao expor oralmente, usa uma dicção clara e um volume de voz adequado e mantém o contacto visual. **(MF 11)** • Expõe informação sobre um tema, usando descrições pertinentes para destacar os aspetos mais importantes. **(MF 8)** • Usa a complexidade gramatical requerida em exposições orais produzidas em contexto escolar. **(MF 10)** **Domínio: <u>Compreender e interpretar textos</u>** • Identifica as ideias	A aula é iniciada com a escrita do sumário relativo aos conteúdos que foram abordados na aula anterior. A aula é iniciada com a correção do trabalho de casa. A correção é feita no quadro para que todos os alunos possam registar as respostas no caderno da disciplina. Seguidamente, a professora escreve no quadro a seguinte frase: **"Dou a vida por uma boa conversa!"**. Esta frase tem como objetivo introduzir o texto conversacional. Neste seguimento, os alunos veem uma entrevista de Daniel de Oliveira a Simone de Oliveira (Anexo LP_4) de modo a levar os alunos a formar uma conjetura sobre o texto	- Argumentação pertinente - Respeito pelas regras de interação - Mobilização de conhecimentos intertextuais - Objetividade - Interpretação	- Manual de Língua Portuguesa - Anexo LP_4 - Anexo LP_ 18 - Anexo LP_19

		centrais do texto e fundamenta-as com pormenores adequados. **(MF 13).** • Usa pormenores do texto para compreender inferências. **(MF 14)** • Identifica no texto a sequência lógico-cronológica de eventos ou factos e a progressão das ideias. **(MF 15)** • Resume um parágrafo do texto. **(MF 17)** • Extrai conclusões da informação contida no texto. **(MF 18)** • Usa o conhecimento prévio para ultrapassar dificuldades de compreensão colocadas pelo texto. **(MF 23)** • Antecipa o conteúdo e a forma do texto, confirma e reajusta essas previsões. **(MF**	conversacional. Para os alunos constatarem que as caraterísticas escritas da entrevista têm alguns pormenores diferentes dos outros textos, como por exemplo as frases inacabadas, representadas por [...]; quando o interlocutor fica em silêncio *(silêncio)*, quando se ri *(risos)* ou quando este se emociona *(emociona-se)*, a professora distribui a entrevista vista anteriormente, em suporte escrito, para que os alunos observem essas caraterísticas. (Anexo LP_19) Após a discussão sobre este tipo de texto, a professora, em diálogo com os alunos, escreve no quadro as características do texto conversacional e os alunos registam no caderno diário.		

		24) • Deteta o sentido figurado ou conotativo de palavras, expressões ou frases usadas no texto. **(MF 25)** • Usa pistas contextuais para inferir o sentido de palavras polissémicas. **(MF 26)** • Identifica efeitos de sentido produzidos por recursos estilísticos. **(MF 29)** **Domínio: <u>Tornar-se leitor</u>** • Aprecia uma obra com base em diferentes aspetos. **(MF 45)** **Domínio: <u>Elaborar e divulgar textos</u>** • Seleciona o conhecimento relevante para	**Características do texto conversacional:** • Troca de ideias entre duas ou mais pessoas, desempenhando alternadamente o papel de locutor e interlocutor; • Apresenta características do texto oral (repetições, frases inacabadas, etc) • Na escrita, assinala-se com travessão e mudança de linha, a mudança do locutor; Exemplos: entrevista, conversas do dia-a-dia. Posteriormente, a professora remete os alunos para um diálogo acerca do que é necessário selecionar antes de realizar a entrevista. Antes de realizar qualquer entrevista, é necessário selecionar: - o tema. - os objetivos da entrevista.		

		construir o texto, sendo capaz de recorrer a diferentes modos de representação da informação. **(MF 46)** • Seleciona o tópico e hierarquiza os subtópicos em função dos objetivos visados. **(MF 47)** **Domínio: <u>Reconhecer e produzir diferentes géneros e tipos de textos</u>** • Expande a descrição de uma situação, objeto, paisagem ou personagem. **(MF 64)** • Usa técnicas de contração de parágrafos e de textos. **(MF 68)** • Ordena e hierarquiza, com alguma especificação, a informação sobre o	- a pessoa a entrevistar. Para facilitar a condução da entrevista, deve construir-se um guião que respeite alguns procedimentos: 1) Elaborar perguntas de acordo com o tema, os objetivos da entrevista, as expectativas do entrevistador e de possíveis leitores/ouvintes; 2) Construir perguntas variadas (mais abertas- *o que pensa de…?-* ou mais fechadas- *Gosta de?-),* evitando influenciar as respostas e procurando alternativas para eventuais fugas ao tema. 3) Adequar as perguntas ao entrevistado (personalidade, nível etário, nível sociocultural…) e à situação do momento (momento e lugar).		

		tópico e os subtópicos. **(MF 70)** • Descreve fenómenos e relata factos, recorrendo a estruturas e termos apropriados. **(MF 71)** **Domínio: <u>Conhecer as propriedades das palavras e alargar o capital lexical</u>** • Identifica a rede de significados e usos das palavras polissémicas que conhece. **(MF 79)** • Seleciona palavras e expressões que exprimem com precisão as ideias que pretende transmitir. **(MF 80)** • Reconhece e respeita as propriedades de seleção dos verbos principais e dos conectores que fazem parte do seu capital	4) Selecionar um vocabulário claro, acessível e rigoroso; 5) Estabelecer o número de perguntas e proceder à sua ordenação. Posto isto, inicia-se a atividade **"Hoje sou jornalista!"**, em que a professora distribui, por cada par, entrevistas de jornais e revistas que os alunos têm de ler e interpretar de acordo com o que está escrito (pausas, risos, repetições, frases inacabadas, etc.). (Anexo LP_18) Como trabalho de casa, a professora pede aos alunos que elaborem uma entrevista entre cada um e o protagonista da obra abordada nas aulas, Ulisses.		

		lexical. **(MF 81)** • Identifica e usa prefixos e sufixos menos frequentes. **(MF 85)** **<u>Domínio: Estruturar e analisar unidades sintáticas</u>** • Identifica e distingue os tipos de frases e mobiliza esse conhecimento em situações de uso da língua, orais e escritas. **(MF 91)** • Identifica classe e subclasses de verbos e mobiliza esse conhecimento na compreensão e na produção de textos. **(MF 92)** • Identifica classes e subclasses fechadas de palavras e mobiliza esse conhecimento na compreensão e			

		produção de textos. **(MF 93)** • Usa as propriedades de seleção de tempo e de modo dos verbos superiores e dos conectores que fazem parte do seu capital lexical na compreensão e na produção de frases complexas. **(MF 98)** Pontua corretamente as frases complexas. **(MF 100)**			

Bibliografia:

- ✓ "Metas de Aprendizagem"- Ministério da Educação- DGIDC.
- ✓ AMORIM Clara; COSTA, Vera; "À Descoberta da Gramática"- 1º Ciclo do Ensino Básico; 2011; Areal Editores.
- ✓ LOPES, Maria do Céu ; ROLA, Dulce Neves; "Novo Português em linha"- Língua Portuguesa- 6º ano; Lisboa, 2005; Plátano Editora.
- ✓ PINTO, J M de Castro LOPES, Maria do Céu Vieira; NEVS, Manuela; "Gramática do Português Moderno"; Lisboa; 1998; Plátano Editores.
- ✓ Materiais de apoio aos novos programas de Língua Portuguesa, 2º e 3º ciclos; Ministério da Educação- DGEBS

ANEXO 2

[redacted]

Planificação de Aula

Ministério da Educação

Departamento Curricular/Ciclo: Ciências Sociais e Humanas **Disciplina: História e Geografia de Portugal**

Ano de escolaridade: 6º Ano **Ano letivo: 2011/2012** **Duração:** 90 min

Nome do Professor estagiário: Ana Adelina Silva Data: 16 de maio de 2012 Turma: 6ºC

Nome do Professor Orientador Cooperante: [redacted]

Níveis de formulação de partida (pré-requisitos):

Domínio: Localização no Espaço e no Tempo
Subdomínio: Localização/compreensão Espacial e Temporal
Meta final: o aluno identifica mudanças e permanências ao longo do tempo pessoal, local e nacional, reconhecendo diferentes ritmos (mudança gradual ou de rutura) e direções (progresso, ciclo, permanência, simultaneidade).

- ✓ O aluno reconhece diferentes ritmos e direções de mudança em realidades diversas (por exemplo, a evolução, em simultâneo, da vida numa cidade e numa aldeia)

Meta final: o aluno interpreta a realidade natural, humana e social, a partir de questões geográficos, históricas e sociais, sobre a realidade que observa.

- ✓ O aluno formula, a partir da informação obtida, questões de natureza geográfica, histórica e social que sustentam a procura de explicações fundamentadas para as questões suscitadas.

[redacted]

[redacted]

Ministério da Educação

Planificação de Aula

Temas/Conteúdos	Ideias detetadas nos alunos	Metas de Aprendizagem (MF e MI)	Estratégias de mudança/Situações de aprendizagem	Instrumentos de avaliação
D4 – Portugal nos dias de hoje – sociedade e geografia humana *4.1 – Evolução da população e movimentos demográficos* Quem somos? A evolução da população A mobilidade da população Características da população Repartição espacial da população As formas de povoamento As condições de vida no campo *4.2 – A sociedade rural e a sociedade urbana*	*Os alunos não têm noção da diferença entre os conceitos de emigração e imigração.* *Os alunos apresentam dificuldades em interpretar gráficos e, consequentemente, mostram dificuldades em retirar as informações e respostas que estes nos podem fornecer.* *Têm uma noção dos conceitos da natalidade e mortalidade e conseguem retirar as razões da diminuição/aumento destes através de uma notícia.*	**Domínio**: Geografia de Portugal **Subdomínio**: Conhecimento dos Lugares e Regiões **O aluno compara a distribuição de diferentes fenómenos geográficos, formulando questões relevantes sustentadoras da explicação dessas diferenças.MF17** Comparar a distribuição de diferentes fenómenos humanos à escala nacional (ex: natalidade, esperança de vida à nascença, mortalidade infantil, envelhecimento da população) estabelecendo entre os mesmos relações de causalidade e interdependência. MI17 **O aluno analisa problemas ambientais e sociais no território nacional, desenvolvendo o seu pensamento crítico. MF21**	Como forma de rever a matéria dada até aqui, a professora revê todos os conteúdos abordados, fornecendo a cada aluno uma ficha de trabalho. (Anexo HGP_13) No segundo momento da aula, os alunos realizam a ficha de avaliação sumativa da disciplina de História e Geografia de Portugal (Anexo HGP_11) **Recursos didáticos** - Quadro preto - Quadro interativo - Giz - Manual - Caderno diário - Ficha de avaliação sumativa - Livro de ponto	- Grelha de avaliação - Esquema síntese -Ficha de trabalho (Anexo HGP_13) - Ficha de avaliação sumativa (Anexo HGP_11)

[redacted]

[redacted]

Ministério da Educação

Planificação de Aula

Os centros urbanos Os problemas na vida quotidiana		Identificar problemas sociais no território nacional (pobreza, envelhecimento da população…), reconhecendo alguns fatores a eles associados e possíveis formas de os atenuar. MI21		

Bibliografia:

- Costa, Fátima; Marques, António. (2004) História e Geografia de Portugal- 6ºano. Porto: Porto Editora.
- Departamento de Educação Básica (2004) Organização Curricular e Programa: Ensino Básico – 1o Ciclo (4a ed.). Lisboa: Departamento da Educação Básica.
- http://www.metasdeaprendizagem.min-edu.pt/ensino-basico/metas-de-aprendizagem/metas/?area=26&level=4 retirado em 17 de Fevereiro de 2012.
- http://www.youtube.com/watch?v=E3HFPbeCy_E&feature=related retirado em 20 de Fevereiro de 2012.
- Ministério da Educação (1991) Programa de História e Geografia de Portugal – Plano de Organização do Ensino e Aprendizagem, 2o ciclo. Lisboa: Ministério da Educação
- Oliveira, Ana; Rodrigues, Arinda; Cantanhede, Francisco (2008). História e Geografia de Portugal – 6º ano. Volume 2. Lisboa: Texto Editores.
- Silva, Ricardo (2011). História e Geografia de Portugal 6º ano – Sucesso Escolar. Porto: Porto Editora
- Subtil, Manuel; Filipe, Cruz; Faria, Artur; Mendonça, Gil (1943). Leituras IV Classe. Lisboa: Livraria Sá da Costa.
- Vicente, Maria; Veloso, Maria; Dias, Elisabete; Alves, Tiago; Gouveia, Virgínia (2011). Cadernos de Revisão 6º ano – Novo Programa da Matemática. Porto: Porto Editora.

[redacted]

[redacted]

Planificação de Aula

ANEXO 3

Departamento Curricular/Ciclo: Ciências Exatas **Disciplina:** Ciências da Natureza **Ano de escolaridade: 6º Ano**

Ano letivo: **2011/2012** **Duração:** 90min

Nome do Professor estagiário: Ana Adelina Silva	Data:11 de maio de 2012	Turma: 6ºC
Nome do Professor Orientador Cooperante:[redacted]		

Níveis de formulação de partida (pré-requisitos):

1ºciclo: BLOCO 1 — À DESCOBERTA DE SI MESMO – A saúde do seu corpo

- Reconhecer e aplicar normas de higiene do corpo (lavar as mãos antes de comer, lavar os dentes…);
- Conhecer e aplicar normas de higiene do vestuário; higiene dos espaços de uso coletivo (habitação, escola, ruas…);
- Conhecer e aplicar normas de vigilância da sua saúde (idas periódicas ao médico, boletim individual de saúde);
- Reconhecer a importância da vacinação para a saúde;

5º ano - DIVERSIDADE DE SERES VIVOS E SUAS INTERACÇÕES COM O MEIO:

- Compreender que existe unidade na constituição dos seres vivos: a célula; seres unicelulares e pluricelulares;
- Como classificar os seres vivos.

[redacted] [redacted] Ministério da Educação

Planificação de Aula

Temas/Conteúdos	Ideias detetadas nos alunos	Metas de Aprendizagem (MF e MI)	Estratégias de mudança/Situações de aprendizagem	Instrumentos de avaliação
***Bloco 2-* Agressões do meio e integridade do organismo** • **Os micróbios** • Micróbios causadores de doenças. • Meios de defesa contra as agressões microbianas – a prevenção da doença.	*"Micróbio é um ser vivo"* *"Micróbio é um «bicho»"* *"Micróbio é um ser vivo muito pequenino que só pode ser visto ao microscópio e é feio"* *"Micróbios provocam muitas doenças e está em todo o nosso corpo"* *A maioria dos alunos tem a conceção de que nem todos os micróbios são causadores de doenças.* *Os alunos referem que as defesas que o corpo possui para atura sobre os*	**O aluno identifica agressões do meio e explica a sua influência no equilíbrio natural e na integridade dos organismos. (MF9)** · O aluno aprecia criticamente a coerência entre o conhecimento e a prática no que respeita a normas de higiene individual. ***(MI 9.1)*** · O aluno resume a importância do	No início da aula é redigido o sumário. A professora juntamente com os alunos faz um breve resumo oral, sobre a matéria que lecionou na aula anterior de modo a dar seguimento ao conteúdo abordado anteriormente. Seguidamente, a professora distribui uma pequena história acerca das condições necessárias ao desenvolvimento dos micróbios: **"Os inimigos felpudos". (Anexo CN_6)** Os alunos têm de ajudar a Ana a descobrir quais as condições favoráveis aos inimigos felpudos (bolor) para se desenvolverem. Posteriormente, os alunos escrevem	• Grau de conhecimento - Capacidade de Interpretação do texto projetado. - Compreensão dos conteúdos abordados na aula. - Comunicação e questionamento oral acerca dos conteúdos abordados na aula.

	micróbios são os glóbulos brancos. *O único processo de prevenção contra os micróbios que os discentes referem é a higiene (tomar banho; lavar as mãos antes das refeições)*	conhecimento de microrganismos causadores de doenças de modo a prevenir os seus efeitos. ***(MI 9.2)*** · O aluno aprecia criticamente a coerência entre o conhecimento e a prática no que respeita a normas de higiene comunitária. ***(MI 9.3)*** · O aluno identifica e explica consequências do uso de drogas e seus afeitos nos processos vitais e nas relações sociais. ***(MI 9.4)***	no caderno essas mesmas condições de forma a facilitar o estudo deste conteúdo. Numa fase seguinte, a professora incita o diálogo com os alunos sobre os meios como prevenir as doenças causadas por micróbios. Seguidamente, os alunos leem as páginas 177 e 178 do manual da disciplina. Para colocarem em prática os conteúdos abordados, os alunos realizam a tarefa "Já sabes", da página 178 do manual. Como forma de resumo, a professora propõe um mapa de conceitos, com espaços que os alunos têm de completar corretamente. **(Anexo CN_7)**	- Organização - Respeito pelo professor e colegas -Comprimento das regras de sala de aula - Participação na aula - Empenho nas tarefas da aula - Formas de produção escrita - Registos da aula

		· O aluno identifica as principais manifestações (locais, nacionais e globais) de poluição tendo em vista proteger a saúde e a integridade do meio. ***(MI 9.5)*** · O aluno relaciona a saúde do seu agregado (familiar e social) com o equilíbrio natural do meio. ***(MI 9.6)***		

Bibliografia:

- Azevedo, J.; Santana, P.; Teixeira, C. (2005) Ciências da Natureza 6ºano. Lisboa: Texto Editores
- Burnie, D. (1994) Dicionário Escolar da Natureza – 2000 entradas assunto a assunto. Porto: Livraria Civilização Editora.
- Caldas, I.; Pestana, I. (2011) Ciências da Natureza 6ºano. Caderno de atividades. Carnaxide: Santillana
- Caldas, I.; Pestana, I. (2011) Ciências da Natureza 6ºano. Guia de recursos do professor. Carnaxide: Santillana
- Caldas, I.; Pestana, I. (2011) Ciências da Natureza 6ºano. Manual do Professor. Carnaxide: Santillana
- Caldas, I.; Pestana, I. (2011) Ciências da Natureza 6ºano. Manual Interativo Multimédia do professor. Carnaxide: Santillana
- Caldas, I.; Pestana, M. (2003) Terra Viva 5ºano. Carnaxide: Santillana

- Departamento de Educação Básica (2004) Organização Curricular e Programa: Ensino Básico – 1o Ciclo (4a ed.). Lisboa: Departamento da Educação Básica.
- Feteira, S.; Magalhães, V. (2005) Ciências da Natureza – 2ºvolume. Lisboa: a folha cultural
- Metas de Aprendizagem de Ciências da Natureza – 6ºanohttp://www.metasdeaprendizagem.min-edu.pt/ensino-basico/metas-de-aprendizagem/metas/?area=22&level=4, consultado em 23 de Fevereiro de 2012
- Ministério da Educação (1991) Programa de Ciências da Natureza – Plano de Organização do Ensino e Aprendizagem, 2o ciclo. Vol.II. Lisboa: Ministério da Educação

[redacted]

[redacted]

Planificação de Aula

ANEXO 4

Departamento Curricular/Ciclo: Ciências Exatas **Disciplina:** Matemática **Ano de escolaridade: 6º Ano**

Ano letivo: 2011/2012 **Duração:** 90'

Nome da Professora estagiária: Ana Adelina Silva **Data:** 13 / 03 / 2012 (Terça-feira) **Turma:** 6º C

Nome do Professor Orientador Cooperante: [redacted]

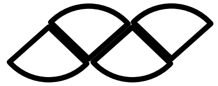
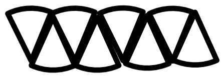
Níveis de formulação de partida (pré-requisitos):
- Realizar medições de grandezas em unidades SI, usando instrumentos adequados às situações;
- Comparar e ordenar medidas de diversas grandezas;
- Compreender e utilizar as fórmulas para calcular a área do quadrado e do retângulo;
- Resolver problemas respeitantes a grandezas, utilizando e relacionando as unidades de medida SI;

Temas/Conteúdos	Ideias detetadas nos alunos	Metas de Aprendizagem (MF e MI)	Estratégias de mudança/Situações de aprendizagem	Instrumentos de avaliação
Volumes •Unidades de volume	• Confusão entre unidades de área e volume; • Metro cúbico como sendo múltiplo do metro quadrado; • Unidades de medida do comprimento e de área como sendo múltiplos e submúltiplos da unidade de medida de volume; • $(3m)^2 = 6\ m^2$ • Os alunos confundem unidades de área com	• **Compreende grandezas geométricas e respetivos processos de medida. (MF19)** o Utiliza e relaciona as unidades de volume e de capacidade do SI. (***MI 19.6***)	A aula é iniciada com a abertura da lição. Dado que a turma não teve tempo de terminar a abordagem às áreas durante o 5º Ano, a primeira parte da aula será utilizada para completar essa matéria, essencial para prosseguir com a abordagem ao volumes do cilindro. São entregues aos alunos quadrados e retângulos autocolantes que devem colar nos seus cadernos para, posteriormente, e de forma cooperativa com toda a turma, legendar. (nome da figura	• Grelhas de observação: o Comunicação e questionamento oral; o Participação na aula; o Comportamentos e atitudes. • Formas de produção escrita: ➢ Trabalho de casa;

	unidades de volume; Nas conversões nem sempre são capazes de avançar ou recuar.		geométrica e fórmulas para o cálculo do seu perímetro e da sua área). Visto que os alunos conhecem as fórmulas de cálculo da área do retângulo e do quadrado, parte-se da primeira para abordar a área do triângulo. Recorrendo a um PowerPoint (Anexo M1_12- Áreas), e onde são revistas as anteriores, é estabelecida uma ponte entre a área do triângulo e a metade da área de um retângulo. $A_{\triangle} = \frac{b \times a}{2}$ Para abordar a área e o perímetro do círculo, é entregue, tal como nos casos anteriores, um círculo a cada aluno, que deve colar no seu caderno diário para posterior legendagem (raio, diâmetro, circunferência, centro, corda). São colocadas questões do tipo: • *Qual a relação entre a medida do diâmetro e do raio?*	

			Como forma de abordar o perímetro de um círculo, remetem-se os alunos para as estratégias usadas no 1º Ciclo: • *Como é que podemos medir o perímetro de um círculo?* São entregues 9 objetos (1 por par) com forma circular, que os alunos deverão medir, contornando-os com um cordel. Posteriormente, e como forma de chegar ao valor de π, é construída uma tabela no quadro onde são inscritos os valores do perímetro e do diâmetro do objeto, assim como a razão entre estes dois (P/d). Depois de preenchida a tabela com estes valores será analisada. Desta forma, os alunos observam que o valor do quociente das duas medidas é muito próximo. O professor indica que esse valor é conhecido por π, e o seu valor é 3,14159265… (dizima infinita não periódica). Nos cálculos dos alunos este valor é arredondado às centésimas, ficando π= 3,14.	

			Posto isto, é construída, com ajuda dos alunos a fórmula do diâmetro do círculo. Se $P_{\bigcirc}/d = \pi$ então, $P_{\bigcirc} = d \times \pi$ ou $P_{\bigcirc} = 2 \times r \times \pi$ Para abordar a área do círculo, é apresentado um PowerPoint (Anexo M1.8- Área do Círculo) onde, por enquadramento os alunos irão obter um **valor aproximado** da área desta figura geométrica. Posteriormente, e para chegar à fórmula da área, a professora mostra um círculo de papel à turma e levanta a seguinte questão: • *Nos polígonos, como o quadrado e o retângulo, conseguimos calcular a área partindo das medidas dos seus lados. Como fazemos com o círculo?* • *E se tentarmos transformar este círculo num polígono? Acham que é possível? Como podemos fazer?*	

			A professora começa por cortar o círculo em 4 setores iguais, que alinha de forma a tentar construir um polígono. Pergunta à turma se a figura obtida é válida.  Dado que esta figura não se assemelha muito a um polígono, a professora volta a cortar de novo os setores anteriores de forma a obter 8 setores iguais, que torna a alinhar, conforme a figura.  Caso seja necessário, a professora repete o processo para ser mais percetível aos alunos. Posto isto, o professor levanta as seguintes questões: • *A que figura geométrica se assemelha agora o nosso círculo?* • *O comprimento deste retângulo é o quê do nosso*	

			círculo original? **(a medida do comprimento é igual a metade do perímetro do círculo)** • *E a largura?* **(a medida da largura do "retângulo" é igual ao raio do círculo)** • *Como podemos agora calcular a sua área?* Aplicando a fórmula da área do retângulo (*c x l)* e substituindo pelas medidas do círculo obtemos: A_{figura}= *perímetro do círculo x raio* Dado que os alunos abordaram o perímetro no momento anterior, pergunta-se qual seria a expressão que poderia substituir *perímetro.* Dado que o perímetro de um círculo é: $P_{\circ} = d \times \pi$ ou $P_{\circ} = 2 \times r \times \pi$ Substitui-se na expressão anterior, obtendo: $A_{figura} = 2 \times r \times \pi \times r$ Simplificando, temos:	

			$A_{figura} = 2 \times \pi \times r^2$ Como a figura obtida por recortes é equivalente ao círculo inicial, podemos concluir que: $A_{\bigcirc} = \pi \times r^2$ Como forma de consolidar os conhecimentos, e recorrendo a uma apresentação em PowerPoint (Anexo M1.9- Áreas círculo), é proposto aos alunos que resolvam algumas atividades que implicam a aplicação destes conhecimentos.	
			• *Toda a gente fez o trabalho de casa mandados na última sessão?* • *Em que perguntas sentiram mais dificuldades?* Os exercícios que foram mandados como trabalhos de casa são corrigidos no quadro pelos alunos e indica-se-lhes que procedam à sua correção caso os tenham resolvido mal. Apenas são corrigidos os exercícios onde a turma mostrar maiores dificuldades.	

			A aula é finalizada com a escrita do sumário da matéria dada e data.	

Bibliografia:

- DURÃO, E. G. e BALDAQUE, M. M. (2011) *MATemática 6.* Lisboa: Texto Editora
- Metas de Aprendizagem de Matemática – 5ºano e 6º Ano http://www.metasdeaprendizagem.min-edu.pt/ensino-basico/metas-de-aprendizagem/metas/?area=7&level=4, consultado em 23 de Fevereiro de 2012
- MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO (2007). Programa de Matemática do Ensino Básico. Lisboa: ME/DGIDC.
- SEQUEIRA, A. F., ANDRADE, A. P., ALMEIDA, C. e BEJA, E. (2011) *Olá, Matemática 5 (Parte 3).* Porto: Porto Editora
- SEQUEIRA, A. F., ANDRADE, A. P., ALMEIDA, C. e BEJA, E. (2011) *Olá, Matemática 6 (Parte 2).* Porto: Porto Editora
- SERRA, S. C. C. (2010) Dissertação: *Conceito de volume: Uma experiência no 6º Ano de Escolaridade.* Lisboa: ESE-IPL

[redacted]

[redacted]

ANEXO 5

Caro Encarregado de Educação,

Sou professora estagiária de Língua Portuguesa, Matemática, Ciências da Natureza e de História e Geografia de Portugal, Ana Adelina Silva na escola do seu educando. Paralelamente à minha intervenção como professora estagiária, estou a realizar um projeto para concluir o Mestrado em 1º e 2º Ciclo do Ensino Básico, na Escola Superior de Educação de Viana do Castelo. No âmbito deste curso estou a desenvolver um Projeto de Mestrado, na área da Matemática, cujo título é **"Congresso Matemático - Pequenos Investigadores"**. Neste Projeto pretendo promover o gosto pela Matemática através da resolução de problemas e estudar as representações que os alunos fazem perante a resolução do mesmo, tendo como objetivo incentivá-los na resolução de situações problemáticas.

Assim sendo, estou a desenvolver este projeto com as turmas C e D do 6º ano de escolaridade. Durante 4 semanas, os alunos destas turmas resolvem, em grupo, situações problemáticas que, posteriormente, serão apresentadas no Congresso Matemático, que será realizado no dia ***13 de Junho de 2012***. Todos os alunos do 6º ano estão convidados a participar neste evento. Este Congresso só é possível ser concretizado com a participação, não só de quem apresenta a resolução dos problemas, mas também com aqueles que vão assistir. Visto o Congresso realizar-se numa data em que os alunos já estão de férias, venho por este meio solicitar a Vossa Excelência, autorização para a participação do seu educando como apresentador/orador neste evento.

Agradeço desde já a sua compreensão.

Com os melhores cumprimentos,

A professora estagiária,

Ana Adelina Silva

Eu, ______________________________ Encarregado de Educação do aluno ____ da turma _____ do 6º ano, ***autorizo/não autorizo*** (riscar o que não interessa) a sua participação no Congresso Matemático-Pequenos Investigadores.

Assinatura do Enc de Educação: ________________________________

ANEXO 6

LISTA DE ENCARREGADOS DE EDUCAÇÃO/CONTACTOS

Nº	Nome do Encarregado de Educação	Contacto	
		Telefone	Profissão
1	Transferido		
2	[redacted]	[redacted] (mãe)	Costureira
3	[redacted]	[redacted] (mãe)	Empregada fabril
4	[redacted]	[redacted] (mãe)	Desempregada
5	[redacted]	[redacted] (mãe)	Funcionária pública
6	[redacted]	[redacted]	Construtor civil
7	[redacted]	[redacted] (mãe)	Desempregada
8	[redacted]		Costureira
9	[redacted]	[redacted]	Pescador
10	[redacted]	[redacted] (mãe)	Empregada fabril
11	[redacted]	[redacted]	Construtor civil
12	[redacted]	[redacted] (mãe)	Modelista
13	[redacted]	[redacted] (mãe)	Desempregada
14	[redacted]	[redacted] (mãe)	Doméstica
15	[redacted]	[redacted] (mãe)	Costureira
16	[redacted]	[redacted]	Pescador
17	[redacted]	[redacted]	Pescador
18	[redacted]		
19			

CARACTERIZAÇÃO DA TURMA

A turma do [redacted] é constituída por dezoito alunos, sendo onze raparigas e sete rapazes, a sua formação é constituída por um grupo de seis alunos oriundos da escola de [redacted] e os restantes da escola de [redacted], sendo num total dezoito alunos com exceção do número um que foi transferido, o número dois retido. Entraram dois elementos novos, sendo o aluno número dezasseis, [redacted] retido no sexto ano e a aluna número dezoito, [redacted] do Ensino Especial regressada da Escola [redacted]

[redacted] A sua faixa etária situa-se entre os dez e doze anos, com exceção da aluna [redacted] que se encontra com catorze, apenas houve uma retenção no primeiro ciclo no segundo ano.

Com mais sucesso. Apesar de revelar progressos no âmbito das várias áreas disciplinares, a [redacted] apresentou dificuldades sobretudo nas áreas que necessitem de uma maior memorização, de raciocínio A turma do [redacted] é constituída por dezoito alunos, sendo onze raparigas e sete rapazes, a sua formação é constituída por um grupo de seis alunos oriundos da escola de [redacted] e os restantes da escola de [redacted], sendo num total dezoito alunos com exceção do número um que foi transferido, o número dois retido. Entraram dois elementos novos, sendo o aluno número dezasseis, [redacted] retido no sexto ano e a aluna número dezoito, [redacted] do Ensino Especial regressada da [redacted]. A sua faixa etária situa-se entre os dez e doze anos, com exceção da aluna Cláudia Lajes que se encontra com catorze, apenas houve uma retenção no primeiro ciclo no segundo ano.

No que diz respeito à aprendizagem destes alunos, verifica-se que é um grupo bastante heterogéneo. No entanto os alunos transitaram com algumas dificuldades, excetuando a aluna [redacted] que ficou retida. Há, nesta turma, alguns alunos com comportamentos agitados e, num caso em particular, disruptivo. O aluno [redacted] mostra sempre atitudes e comportamentos que comprometem não só o seu próprio sucesso como o ambiente em sala de aula, comprometendo por conseguinte o sucesso da turma. Aluno vindo no início do ano letivo transato de França, apresentando, por isso, inerentes dificuldades, no que respeita ao domínio escrito e oral da língua portuguesa. É, além disso, muito pouco interessado e empenhado. Não apresenta quaisquer hábitos de estudo e de trabalho e a sua postura em sala de aula deixa muito a desejar. Usufruiu de um plano de recuperação que não surtiu efeito, ficando por isso retido no 6º ano de escolaridade

Estes alunos na sua maioria, são provenientes de famílias de rendimento médio/ baixo. Em termos culturais a grande maioria dos alunos possuem uma cultura geral baixa, justificada pelo baixo nível académico e cultural dos seus familiares. A nível das habilitações académicas, os pais dos alunos situam-se entre o 4º ano e 12ºano de escolaridade. Relativamente ao nível profissional, varia entre a construção civil, indústria, trabalho doméstico e alguns desempregados.

Destacam-se com aproveitamento satisfatório os alunos números: três [redacted]; seis [redacted]; sete, [redacted]; oito, [redacted] onze, [redacted] e quinze, [redacted].

Com mais dificuldades salientam-se os alunos: [redacted], por ter já uma retenção.

Uma maioria destes alunos tem um défice de concentração, onde acabam por realizar as tarefas incorretamente dando vários erros ortográficos e a outros níveis.

. Com Necessidades Educativas Especiais, apresentam -se as alunas nº dois, [redacted] e o número dezoito [redacted].

Relativamente á [redacted] na generalidade desenvolveu as competências traçadas no seu Programa Educativo Individual. Contudo, continua a realizar as tarefas de forma pouco autónoma, apresentando um ritmo de trabalho lento e revelando falta de atenção/concentração necessária para desenvolver as atividades com mais sucesso. Apesar de revelar progressos no âmbito das várias áreas disciplinares, a [redacted] apresentou dificuldades sobretudo nas áreas que necessitem de uma maior memorização, de raciocínio lógico e de abstracção.

O aproveitamento desta aluna continua condicionado pelo facto de ser uma aluna com pouca motivação, pouca capacidade de memorização e por revelar falta de estudo e acompanhamento em casa.

A professora de Educação Especial referiu que a aluna, [redacted], na área curricular específica da linguagem, apresenta dificuldades ao nível articulatório, manifesta dificuldades em pronunciar o “r” no meio das palavras, carregando no “R” e nos (casos de leitura “pr”, “br” e “cr”) grupos consonânticos com a referida consoante, omitindo-o. Em termos de perceção auditiva, apresenta alguma evolução, consegue reproduzir batimentos rítmicos, ordenar sequencialmente pequenas séries de nomes ouvidos. Na área especial da cognição (leitura e escrita), a Catarina Mendes tem revelado alguns progressos, lê pequenos textos, embora de uma forma hesitante e silabada e por vezes com troca, omissões e inversão de algumas sílabas. Com alguma ajuda responde oralmente e por escrito a pequenos questionários, apresentando no entanto, alguns erros ortográficos. Não obstante as dificuldades que apresenta é uma aluna esforçada e empenhada na realização das tarefas propostas.

Relativamente ao relacionamento com pares, a aluna desenvolveu bastante, de uma forma mais autónoma e com boa integração na turma, por vezes ainda manifesta algumas dificuldades de interação.

Desenvolveu a generalidade das competências traçadas no seu Programa Educativo Individual. Contudo, continua a realizar as tarefas de forma pouco autónoma, apresentando um ritmo de trabalho lento e revelando falta de atenção/concentração necessária para desenvolver as atividades lógico e de abstração.

O aproveitamento desta aluna continua condicionado pelo facto de ser uma aluna com pouca motivação, pouca capacidade de memorização e por revelar falta de estudo e acompanhamento em casa.

Relativamente ao relacionamento com pares, melhorou substancialmente.

Em relação á aluna [redacted], a professora [redacted] de Educação Especial, referiu que, tendo em conta as limitações ao nível da expressão oral e da mobilidade, a aluna demonstrou ao longo do primeiro período muito interesse pelas atividades propostas conseguindo aplicar alguns conhecimentos adquiridos. Compreende o que lê e responde oralmente e por escrito a questões simples. Realiza adições e subtrações; compõe e decompõe números; identifica as horas; sabe. os dias da semana e os meses do ano. Reconhece as normas de higiene do corpo e alimentar, mas devido ás suas limitações nem sempre as consegue aplicar. Melhorou a sua mobilidade, já consegue percorrer pequenos espaços, a pé, sem ajuda, a aluna é apoiada duas vezes na semana, em articulação com a professora [redacted], desenvolvendo competências de leitura, escrita e calculo que a aluna adere com algum agrado. Em relação á disciplina de Educação Física a aluna está abrangida por um Currículo Específico Individual conferido pelo Decreto-lei nº3/2008 de 7 de Janeiro, não está sujeita ao regime de avaliação caraterístico do regime educativo comum, ficando sujeita aos critérios específicos de avaliação definidos no respetivo Programa Educativo Individual (O currículo específico individual pressupõe alterações significativas no currículo comum, podendo as mesmas traduzirem-se na introdução, substituição e ou eliminação de objetivos e conteúdos, em função do seu nível de funcionalidade). Assim para a disciplina foi feito um plano especial que, para além de objetivos e conteúdos adaptados, contempla critérios de avaliação aos quais a aluna possa dar resposta, tais como: autonomia, participação, cooperação, socialização, persistência, responsabilidade, atenção e empenho postos nas tarefas da aula através de atividades de caris funcional centradas no contexto das suas dificuldades motoras e que são traduzidos numa menção qualitativa.

ANEXO 7

Questionário

Disciplina: Matemática

Projeto de investigação

Nome: ____ Número:___

Turma:____

Depois de teres resolvido todos os problemas que te apresentei, ao longo destas semanas, desafio-te a preencheres este questionário para ficar a saber mais sobre o teu gosto pela Matemática e pela resolução de problemas.

1- Gostas de Matemática?

☐ Sim ☐ Não

Porquê? ____

2- O que gostas mais na Matemática?

____

____

3- Gostas de resolver problemas?

☐ Sim ☐ Não

Porquê?____

4- O que achaste dos problemas propostos ao longo destas semanas?

☐ Fáceis

☐ Difíceis

Porquê?____

5- Estavas habituado a fazer este tipo de tarefas nos anos anteriores?

☐ Sim ☐ Não

6- Qual foi o problema que mais gostaste de resolver?

☐ *Os discos do Samuel* ☐ *O boato* ☐ *A travessia do Rio Lima*

☐ *O torneio de ping-pong* ☐ *O aniversário da Joana e os apertos de mãos*

☐ *As barras de chocolate*

Porquê?____

7- Qual foi o problema que achaste mais difícil?

☐ *Os discos do Samuel* ☐ *O boato* ☐ *A travessia do Rio Lima*

☐ *O torneio de ping-pong* ☐ *O aniversário da Joana e os apertos de mãos*

☐ *As barras de chocolate*

Porquê?____

8- Estes tipos de problemas motivam-te para a matemática?

☐ Sim ☐ Não

Porquê?____

9- Aquando da resolução dos problemas, gostaste de trabalhar em grupo, ou preferias trabalhar sozinho?

☐ Em grupo ☐ Sozinho

Porquê?____

Obrigada pela tua colaboração!

A professora: Ana Adelina Silva

ANEXO 8

Questionário

Congresso Matemático- Resolução de problemas

O Congresso que acabou de assistir teve como principal objetivo sensibilizar os alunos para a resolução de problemas desafiantes. Este tipo de iniciativa promove a comunicação oral e escrita, de modo a aproximarem-se de uma linguagem cada vez «mais matemática».

Depois de ter assistido a este evento, desafio-o a responder a este pequeno questionário para saber a sua opinião sobre o que acabou de assistir.

1- **Gostaram do Congresso que acabou de assistir?**

☐ Sim ☐ Não

2- **Os problemas que foram apresentados considerou-os interessantes?**

☐ Sim ☐ Não

3- **As apresentações dos alunos durante o Congresso foram motivadoras?**

☐ Sim ☐ Não

4- **Acha que esta iniciativa deve ser alargada a toda a comunidade escolar?**

☐ Sim ☐ Não

5- **Com que periocidade acha que esta iniciativa deveria ser feita esta iniciativa?**

☐ Uma vez por mês

☐ Uma vez por período

☐ Uma vez por ano

6- **Outras sugestões.**

Obrigada pela sua colaboração.
Professora: Ana Adelina Silva

____

____

____

Obrigada pela sua colaboração.
Professora: Ana Adelina Silva

ANEXO 9

Guião da entrevista ao grupo-caso C

1- Qual a vossa relação com a Matemática? Gostam da disciplina?
2- No 1º ciclo trabalhavam este tipo de problemas que os desafiei a resolver?
3- Todos vocês acharam o problema “O torneio de pingue-pongue” o mais fácil. Porquê?
4- O que é que fizeram antes de começarem a resolver qualquer um dos desafios propostos ao longo das semanas?
5- No desafio “A travessia do Rio Lima”, como pensaram?
   5.1-Antes de o começarem a resolver pensaram em alguma estratégia?
   5.2-Compreenderam o problema?
   5.3-Verificaram a resposta?
   5.4-Porque não usaram desenhos, esquemas ou outras representações para resolverem este desafio?
   5.5- Não acham que se usassem teriam menos dificuldade em acertar na resposta e assim chegar à solução?
6- No desafio “O boato” usaram o algoritmo, porquê?
   6.1- Antes de o resolverem compreenderam o que estava a ser pedido no enunciado do desafio?
   6.2- Por onde começaram?
   6.3- Como o interpretaram?
   6.4- Verificaram a resposta?
7- No desafio “Os discos do Samuel” leram e interpretaram-no?
   7.1- Optaram por desenhar duas das muitas formas de contagem, porque é que só desenharam duas?
   7.2- Não existem mais hipóteses de contabilizar os discos do Samuel?

8- No dia do Congresso Matemático, como é que decidiram o modo de apresentação das vossas resoluções?
9- Reviram as resoluções dos desafios antes de preparar as apresentações dos mesmos?
10- Quando no questionário vos perguntava se estes problemas vos motivavam para a aprendizagem da Matemática, todos vós responderam que sim. O que é que acharam de diferente nestes problemas? O que é que vos motivou?
11- Por que é que acham que trabalhar em grupo neste tipo de tarefas é mais fácil chegar à solução e é mais divertido?

Guião da entrevista ao grupo-caso D

1- Dinis, no questionário que te pedi que preenchesses, disseste que não gostavas de Matemática, no entanto, resolveste os problemas de uma forma muito organizada e de percetível resolução. Explica-me este "desencontro"?
2- Acham que os problemas que vos foram apresentados tornaram-se desafios porquê?
3- Dário, apesar de no questionário responderes que gostavas de resolver problemas, disseste também que os achaste difíceis, porquê?
4- Dário, o desafio "O aniversário da Joana e os apertos de mão" foi aquele que mais gostaste de resolver e o que menos gostaste, como é que isto é possível?
5- Antes de começarem a resolver qualquer dos desafios o que faziam? Por onde começavam?
6- Como é que decidiram, por exemplo, resolver o desafio "O aniversário da Joana e os apertos de mão" através da estratégia do desenho? Acharam mais fácil?
7- O mesmo aconteceu no desafio "A travessia do Rio Lima", porquê?
   7.1- Este foi o desafio que o Dinis mais gostou de resolver. Porquê?
8- No desafio "o Torneio de pingue-pongue, por que é que utilizaram as estratégias do algoritmo e do esquema para o resolverem?
9- Na contagem dos "Discos do Samuel" optaram por abordar três estratégias diferentes de contagem. Como pensaram?
   9.1- Acham que só existem estas formas de contagem?

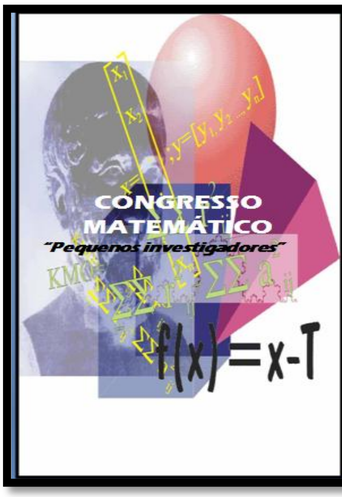
10- Dinis, o desafio "O boato" foi aquele que tu, no questionário, disseste que menos gostaste de resolver. Porquê?

   10.1- Porque é que neste desafio optaram pela resolução do algoritmo e não por outra estratégia?

11- Dinis, na tua opinião, estes tipos de desafios não te motivaram porque não aprendeste nada de novo. Costumas resolver este tipo de problemas na sala de aula?

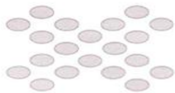
13- Ambos disseram nos questionários que trabalhar em grupo é uma mais- valia e lembro-me da resposta do Dinis que "duas cabeças a pensar é melhor que uma!". Tiveram que pensar muito para resolverem estes desafios? O que acharam mais difícil?

Anexo 10

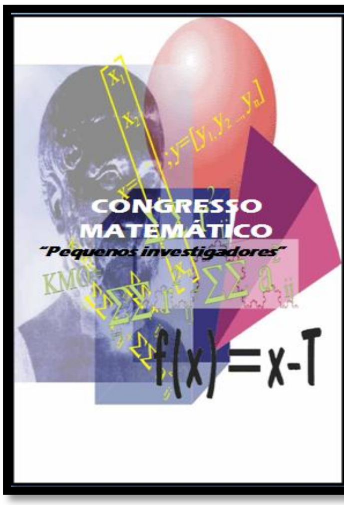


Os discos do Samuel

O Samuel dispôs os seus discos antigos da seguinte forma:



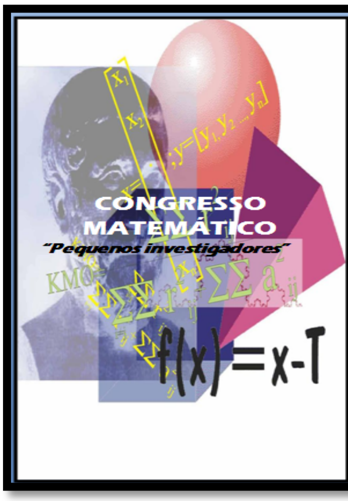
Quantos discos tem o Samuel?
Descobre diferentes modos de contagem.
Escreve as expressões numéricas respetivas.



A travessia do Rio Lima

Um barqueiro tem um lobo, um cabrito e uma couve para atravessar o rio Lima. Como o barco é pequeno, só pode levar um de cada vez. Por outro lado, sabemos que o lobo ameaça o cabrito e que o cabrito ameaça a couve.

Quantas travessias deve o barqueiro fazer para que não fique em perigo nenhum dos seus passageiros?



O boato

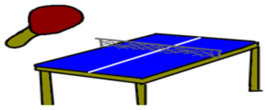
Quando o João chegou à escola às nove horas deu uma boa notícia a dois amigos: **"amanhã vai haver cinema na escola!"**

Nos cinco minutos seguintes cada um dos amigos contou-a apenas a outros dois. Cada aluno que ouviu a novidade contou-a a dois colegas no prazo de cinco minutos e depois disso não a contou a mais ninguém.

Às nove e meia quantos meninos sabiam a novidade?

E às 11 horas?

O Torneio de "Ping-Pongue"



No torneio de "Ping-Pong" que se vai realizar na escola da Margarida, estão inscritos 92 participantes. Uma das regras deste torneio é que joguem dois participantes de cada vez, sendo eliminado imediatamente o perdedor.

Descobre quantos jogos serão disputados até que se conheça o vencedor do torneio.

O aniversário da Joana e os apertos de mãos

A Joana hoje faz anos! Para a sua festa convidou os seus 5 primos. Se cada um deles trocar um aperto de mão, quantos apertos de mão darão ao todo?

Durante a festa, aparecem de surpresa as suas quatro melhores amigas.

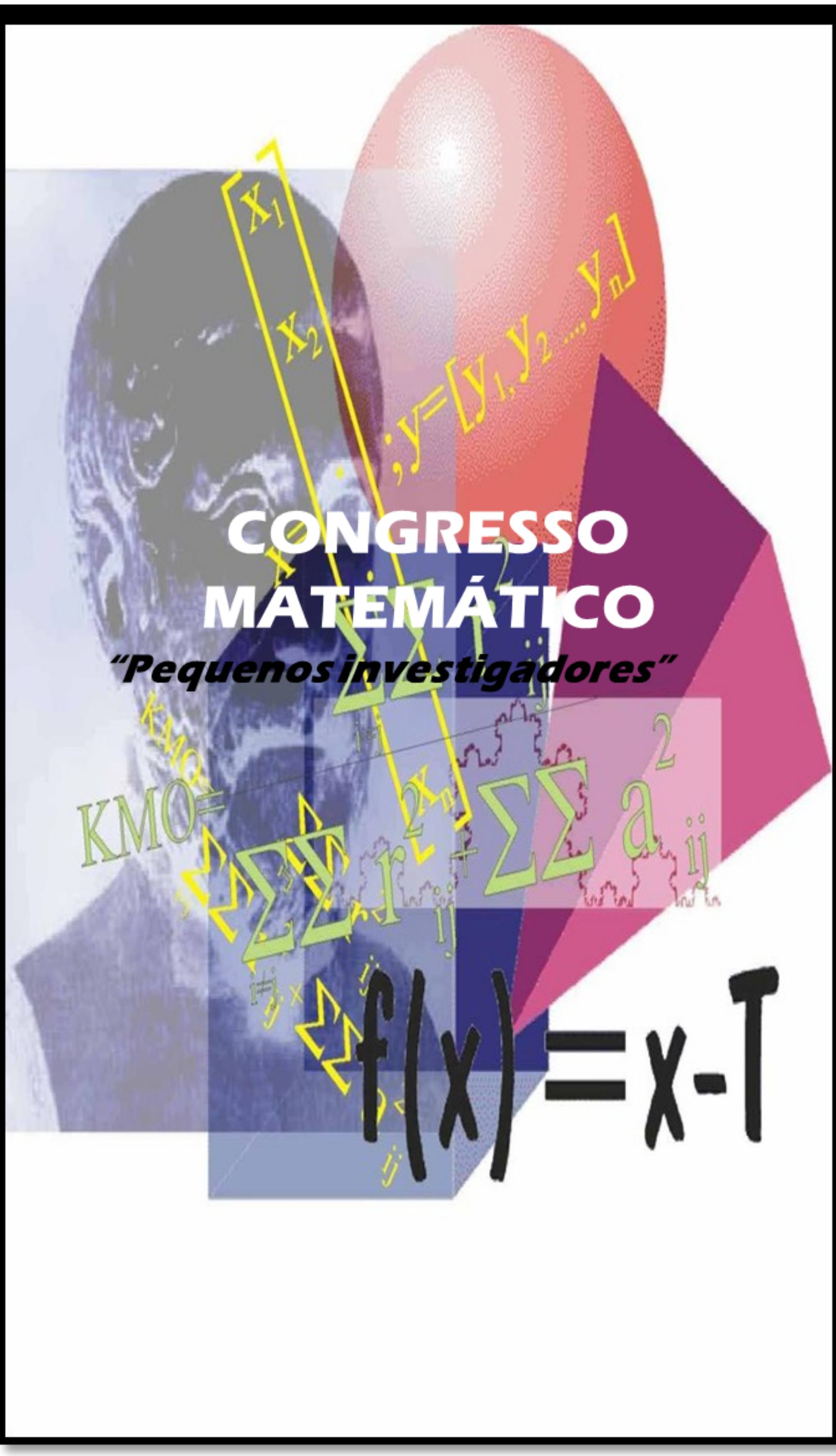
Descobre quantos apertos se vão dar no total.

Vai realizar-se um Congresso Matemático nesta escola!!

Dia 13 de junho

9h:30min

ANEXO 11



As turmas 6ºC e 6ºD irão ser **"pequenos investigadores"** e vão apresentar as suas propostas de resolução de alguns desafios propostos .

A professora Estagiária: Ana Adelina Silva

Anexo 12


CONGRESSO
MATEMÁTICO
"Pequenos investigadores"
f(x) = x-T


O que é um congresso matemático?
Um congresso matemático é uma reunião de pessoas que estudam e se interessam por questões matemáticas.
Nestes congressos os indivíduos envolvidos expõe os seus conhecimentos e os seus trabalhos, e aqueles que o assistem podem colocar as suas dúvidas e as suas ideias.


Na tua escola irá realizar-se
um congresso matemático e TU
podes fazer parte dele....

O porquê deste congresso?

Este congresso faz parte do meu projeto de investigação no âmbito da disciplina de Matemática.

O caminho…

- A professora propõe aos alunos problemas processo, que terão de resolver no prazo de uma semana.
- Os alunos podem apresentar as suas resoluções individualmente ou em pares.
- Depois de resolverem o problema e de o entregarem, a professora entrega outro problema diferente para resolverem.

A quem se destina…

Esta atividade destina-se às turmas **6ºC** e **6ºD**.

Como selecionar os problemas a serem discutidos?

Os alunos que resolverem os problemas de uma forma mais criativa e com uma apresentação mais cuidada e organizada têm a possibilidade de os apresentar no congresso.

Como apresentar a resolução dos problemas selecionados no dia do congresso?

Os alunos que forem escolhidos para apresentarem a sua resolução devem apresentar o seu trabalho de uma forma lúdica. Podem apresentar os seus trabalhos através de cartazes ,powerpoints ou outra forma que achem interessante.

No dia do congresso todos os alunos vão estar presentes. Uns serão participantes e os outros serão oradores. Estes últimos podem questionar os participantes de uma forma pertinente e correta.


Dia do congresso?
13 de junho
KMC
f(x) = x-T

ANEXO 13

Problemas/Desafios	**Data de entrega**
“Os discos do Samuel” *“O boato”*	**23 de maio**
“A travessia do Rio Lima” *“O torneio de “Pingue- Pongue”*	**30 de maio**
“O aniversário da Joana e os apertos de mão”	**6 de junho**

Anexo 14


CONGRESS
MATEMÁTICO
"Pequenos investigadores"
f(x)=x-T
Chamo-me Ana Adelina, sou
professora estagiária desta escola
e tenho a honra de convidar
Vossa Excelência e participar
no **Congresso Matemático**, que
se irá realizar no dia **13 de junho**,
nesta escola.
Conto com a sua presença!

Anexo 15


Congresso Matemático
"Pequenos Investigadores"
Investigador:______________________
Turma:___________
f(x) = x-T
13 de junho de 2012

ANEXO 16

Eu, ____________________________,aluno da E.B.I de Castelo de Neiva, participei no ***Congresso Matemático - "Pequenos Investigadores"***, realizado no dia 13 de junho de 2012, na mesma escola, monitorizado pela professora estagiária Ana Adelina Silva.

A monitora:____________ **O investigador:____________**