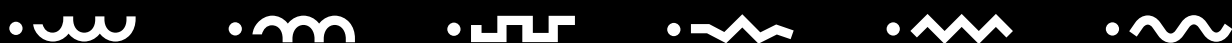


Politécnico de Viana do Castelo

PENSAMENTO ALGÉBRICO

APRENDER COM TAREFAS DE PADRÕES EM CONTEXTOS FIGURATIVOS



Com.S⁺go⁺ ipvc



FICHA TÉCNICA

TÍTULO

Pensamento algébrico | Aprender com tarefas de padrões em contextos figurativos

AUTORAS

Isabel Vale

Centro de Investigação em Estudos da Criança, CIEC
Instituto Politécnico de Viana do Castelo (IPVC)

Ana Barbosa

Centro de Investigação & Inovação em Educação, inED
Instituto Politécnico de Viana do Castelo (IPVC)

Elisabete Cunha

Centro de Investigação & Inovação em Educação, inED
Instituto Politécnico de Viana do Castelo (IPVC)

EDITOR

Instituto Politécnico de Viana do Castelo (IPVC)

COORDENAÇÃO INSTITUCIONAL

Ana Sofia de Sá Gil Rodrigues

Centro de Investigação e Desenvolvimento em
Sistemas Agroalimentares e Sustentabilidade (CISAS),
Instituto Politécnico de Viana do Castelo (IPVC)

DESIGN EDITORIAL

Marta Costa

Gabinete de Ensino e Aprendizagem,
Instituto Politécnico de Viana do Castelo (IPVC)

ANO PUBLICAÇÃO

2026

ISBN

978-989-9141-55-1

DOI

10.57910/ipvc-ese-978-989-9141-55-1



FINANCIAMENTO DA EDIÇÃO DO EBOOK

A edição deste e-book foi cofinanciada pelo projeto ComSigo+.

CÓDIGO DE PROJETO: 06/C06-i07/2024.P8849

Com.Sigo+ ipvc



REPÚBLICA
PORTUGUESA



AGRADECIMENTOS

Este trabalho foi parcialmente financiado por Fundos Nacionais através da FCT – Fundação para a Ciência e a Tecnologia no âmbito dos projetos do CIEC (Centro de Investigação em Estudos da Criança da Universidade do Minho) com a referência UID/00317/2025 e dos projetos do inED (Centro de Investigação e Inovação em Educação) com a referência UID/05198/2025.

fct
Fundação
para a Ciência
e a Tecnologia

inED
CENTRO DE INVESTIGAÇÃO & INOVAÇÃO EM EDUCAÇÃO
CENTRE FOR RESEARCH & INNOVATION IN EDUCATION



Universidade do Minho
Instituto de Educação
Centro de Investigação
em Estudos da Criança (CIEC)

ÍNDICE

INTRODUÇÃO	7
OS PADRÕES À NOSSA VOLTA	9
OS PADRÕES EM MATEMÁTICA	12
PADRÕES E GENERALIZAÇÃO EM CONTEXTOS FIGURATIVOS	14
A PROPOSTA DIDÁTICA	18
AS CONTAGENS	20
CONTAGENS BÁSICAS - SUBITIZING	20
CONTAGENS NOUTROS CONTEXTOS	22
SEQUÊNCIAS • DESCOBRIR E GENERALIZAR PADRÕES	25
PADRÕES DE REPETIÇÃO	25
PADRÕES DE CRESCIMENTO	26
PROBLEMAS DE PADRÃO	31
A FINALIZAR	37
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	39

INTRODUÇÃO

Neste ebook apresentam-se tarefas baseadas na exploração de padrões através de múltiplas resoluções e representações onde se privilegiam contextos visuais/figurativos. Desta exploração de padrões emerge a generalização, que é uma das componentes mais importantes do conhecimento matemático, e que é a base do pensamento algébrico. Pretende-se realçar, por um lado, a importância da visualização, não só como componente fundamental para a compreensão de propriedades geométricas, mas também numéricas, e por outro a necessária flexibilidade na compreensão de factos e relações numéricas e/ou geométricas.

Após uma breve contextualização, apresenta-se uma sequência didática desenvolvida no âmbito do projeto *Padrões* (Vale et al., 2009). A proposta assenta num conjunto diversificado de tarefas desenhadas para serem utilizadas desde as primeiras aprendizagens com padrões até diferentes níveis de escolaridade, fazendo-se as necessárias adaptações às propostas apresentadas.

Com esta proposta pretende-se ilustrar de que modo uma aula de matemática, desenvolvida numa perspetiva de aprendizagem ativa e baseada em tarefas desafiadoras, permite contribuir para a construção e ampliação de conceitos matemáticos, atribuindo-lhes significado, bem como para a compreensão de procedimentos e ideias matemáticas que, muitas vezes são aprendidos de forma descontextualizada e sem relação entre si. Simultaneamente, pretende-se potenciar o desenvolvimento de capacidades transversais nos estudantes, tais como a resolução de problemas e o pensamento crítico, a criatividade, a comunicação, o estabelecimento de conexões e a colaboração.





OS PADRÕES À NOSSA VOLTA

Em todos os aspetos da vida, somos naturalmente atraídos para as regularidades e, muitas vezes, tentamos interpretar situações identificando, ou mesmo impondo, padrões. Podemos encontrar padrões não só no mundo físico, mas também no mundo das ideias e do pensamento. Estes padrões podem ser reais ou imaginários, visuais ou mentais, estáticos ou dinâmicos, qualitativos ou quantitativos, puramente utilitários ou não mais do que recreativos - padrões numéricos, padrões de contagem, padrões de simetria, padrões de comportamento, entre outros (Devlin, 2003). Os padrões assumem uma importância crucial em matemática, sendo igualmente poderosos em todas as ciências e também nas artes.

Com um olhar mais atento, podemos desvendar a matemática invisível, em particular os padrões, que está presente nos diversos aspetos do mundo à nossa volta. Estes padrões manifestam-se desde as partículas mais pequenas, como a existência de simetria na dispersão de um fóton, até aos lugares mais longínquos do universo, como os anéis simétricos da explosão de uma supernova (fig.1).

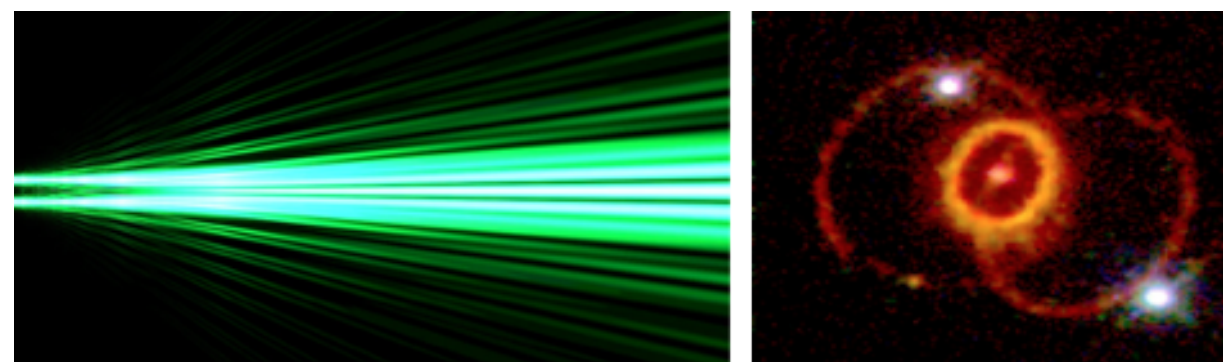


Fig.1 Dispersão de um fóton e explosão de uma supernova

Mas também os encontramos no que nos rodeia, por exemplo, nas construções que observamos, nos pavimentos que pisamos, nos quadros que contemplamos, na música que ouvimos ou nas prateleiras de um supermercado (fig.2).

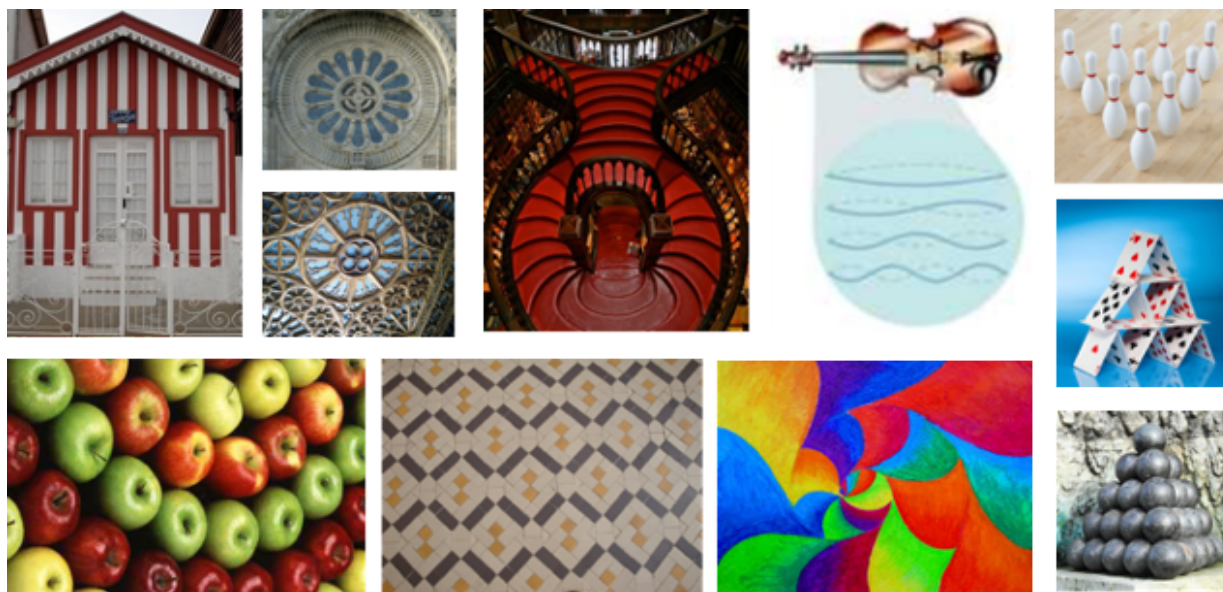


Fig.2 Padrões no dia a dia

Mas também os encontramos na natureza que nos rodeia, um mundo rico em padrões, muitos deles bastante singulares, espetaculares e inesperados, mas que um “olho” mais atento consegue descobrir, como alguns dos apresentados na figura 3.



Fig.3 Padrões na natureza

Também podemos identificar padrões da realidade que apenas se tornam perceptíveis quando observados do ar ou de um ponto elevado, como acontece, por exemplo, com as imagens espetaculares de “crop circles” ou com as fotografias do fotógrafo aéreo Alex Maclean (fig.4).



Fig.4 Vista aérea de padrões da realidade

Os exemplos anteriores ilustram alguns dos contextos que podem servir de base à exploração matemática dos padrões, assim como contextos puramente matemáticos (fig.5). Contudo, é em vários temas e domínios da matemática que podemos encontrar, descobrir, criar e inventar inúmeros padrões, recorrendo quer à matemática mais elementar quer à mais complexa e com estudantes de todas as idades.

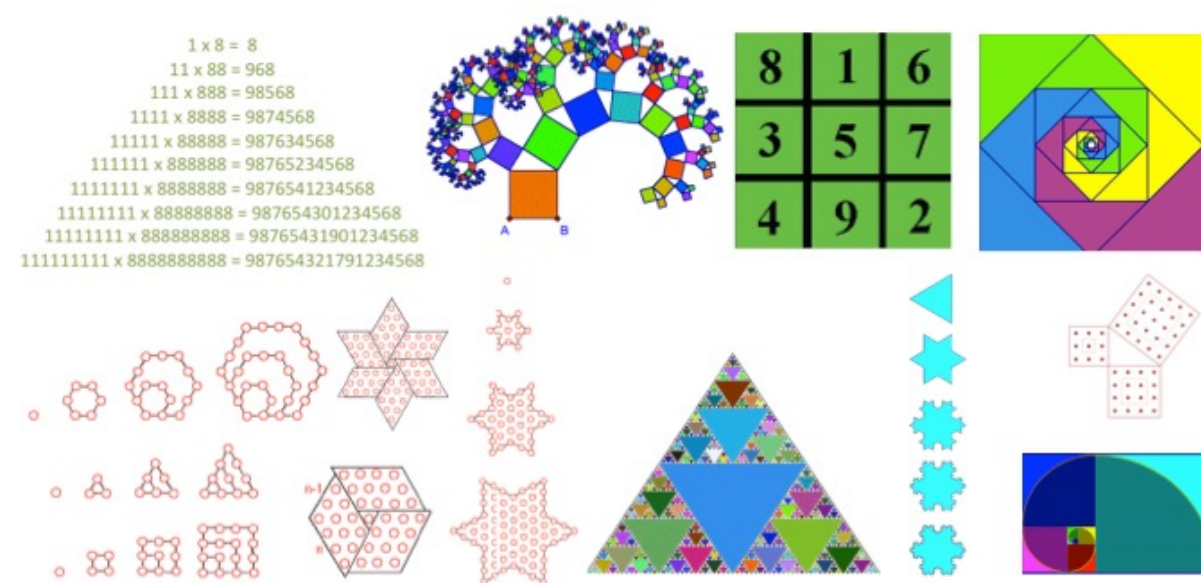


Fig.5 Padrões em matemática

Convidamos o/a leitor/a a visualizar os dois vídeos seguintes:



OS PADRÕES EM MATEMÁTICA

Os padrões têm assumido, nas últimas décadas, uma relevância crescente na matemática escolar, sobretudo a partir das publicações do NCTM (e.g. 2000) bem como da publicação do livro “A matemática: a ciência dos padrões” de Keith Devlin (2003) que veio reforçar e dar visibilidade a esta temática. Considerar a matemática como a ciência dos padrões e reconhecer a sua importância no edifício matemático é uma perspetiva defendida por vários/as autores/as. Por exemplo, Hardy (1940) afirma que o/a matemático/a, tal como o/a pintor/a ou o/a poeta, é um/a mestre/a dos padrões, enquanto Davis e Hersh (1981) referem que o próprio objetivo da matemática consiste em descobrir a regularidade onde parece vingar o caos, extraindo a estrutura e a invariância da desordem e da confusão.

A ideia fundamental num padrão envolve repetição e mudança. Em matemática, usamos o termo padrão quando procuramos identificar ordem ou estrutura, razão pela qual conceitos como regularidade, repetição e simetria estão frequentemente associados a esta noção (Frobisher et.al., 2007). Assim, usamos o termo *padrão* quando nos referimos a uma disposição ou arranjo (e.g., de números, formas, símbolos, objetos, cores, sons) em que se deteta uma relação à qual corresponde uma lei ou regra claramente definida (Vale et al., 2009). Deste modo, quando realizamos tarefas relativamente elementares, como completar uma tabela dos 100 ou contar números naturais, podemos identificar uma estrutura que envolve padrões baseados simplesmente no modo como os dígitos se repetem e se organizam. Estas constituem algumas das primeiras experiências formais em matemática em que se revela o poder da perceção dos padrões. O reconhecimento da existência de uma estrutura simples facilita a compreensão do modo como a sequência de números naturais é construída.

Muitos/as investigadores/as (e.g. Orton, 1999) e organizações (e.g. NCTM, 2000) defendem que os padrões podem ser utilizados para desenvolver e aprofundar conceitos basilares em diferentes áreas da matemática, como a teoria dos números, pré-álgebra, álgebra, geometria, probabilidades e funções. Deste modo, o uso de padrões constitui uma ferramenta poderosa a que se pode recorrer para promover uma compreensão significativa de vários tópicos matemáticos. De acordo com Orton (1999), o trabalho com padrões pode permitir que os/as estudantes: construam uma imagem mais positiva da Matemática, porque apelam fortemente ao seu sentido estético e criatividade; estabeleçam conexões entre diferentes temas matemáticos; desenvolvam uma melhor compreensão das suas próprias capacidades matemáticas; aprimorem a capacidade de classificar e ordenar informação; e compreendam a ligação entre a Matemática e o mundo em que vivem.

Dos vários tipos de padrões, consideramos fundamental os padrões de repetição e os padrões de crescimento (fig.6). Em particular, os que recorrem a representações figurativas/pictóricas constituem poderosos suportes para a análise de padrões numéricos, em especial os de crescimento, que têm sido valorizadas mais recentemente na matemática escolar.

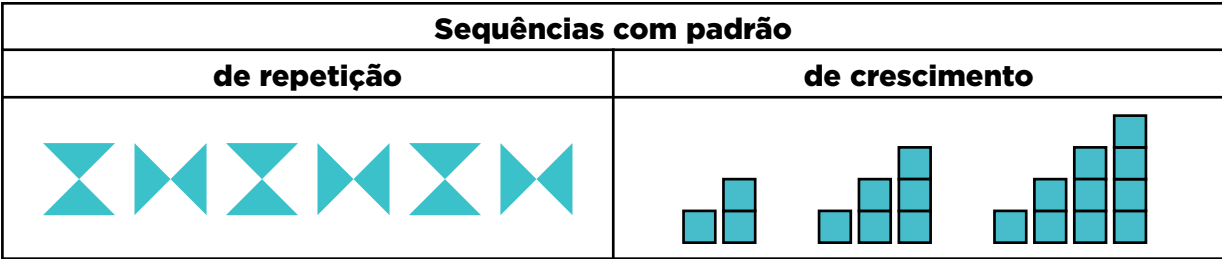


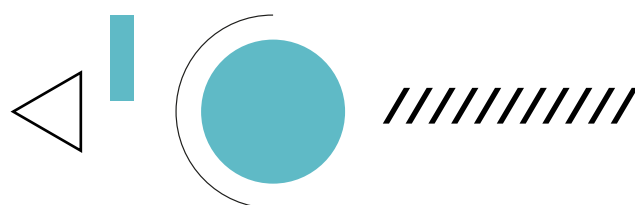
Fig.6 Sequências com padrão

Um *padrão* diz-se de *repetição* quando existe na sequência um motivo identificável que se repete de forma cíclica indefinidamente. Estes são, geralmente, os padrões mais simples e estabelecem ligações importantes para a aquisição de conceitos numéricos básicos (e.g. números pares; múltiplos). Um *padrão* diz-se de *crescimento* quando cada termo da sequência muda de forma previsível em relação ao anterior de acordo com uma lei de formação que descreve como o padrão varia (cresce ou decresce). Estes padrões têm uma importância significativa na descoberta de conceitos e propriedades, bem como na resolução de problemas e no desenvolvimento do pensamento algébrico. Existem padrões de crescimento lineares e não lineares, ou seja, padrões cuja tradução algébrica pode ser feita, ou não, através de uma expressão polinomial do 1.º grau. Estes padrões permitem a transição da aritmética para a álgebra e, muitas vezes, as dificuldades sentidas pelos estudantes são devidas à falta de experiências com padrões em contextos figurativos (Vale et al., 2009).

PADRÕES E GENERALIZAÇÃO EM CONTEXTOS FIGURATIVOS

A generalização é uma dimensão crucial na atividade matemática. Só dando aos/as estudantes oportunidades de generalizar estará a ocorrer o pensamento matemático, em particular, o pensamento algébrico. Por outro lado, a generalização de padrões constitui um veículo com elevado potencial para promover a transição do pensamento numérico para o algébrico, porque permite dar significado à generalização sem recorrer, necessariamente, a variáveis e a fórmulas (e.g., Lannin et al., 2006). Vários/as investigadores/as defendem que uma das abordagens mais promissoras para ajudar os/as estudantes a generalizar e a representar relações é através do estudo de padrões figurativos de crescimento (e.g., Barbosa et al., 2025; Orton et al., 1999; Vale et al., 2009). De facto, os padrões figurativos/visuais constituem uma ferramenta poderosa para conduzir à formulação de expressões numéricas que os/as estudantes compreendam e não sejam uma mera manipulação de símbolos sem significado (e.g. Rivera, 2013). Partindo do pensamento numérico, a perspetiva da álgebra como aritmética generalizada faz com que os padrões se afirmem como um modo eficaz de encorajar os/as estudantes a explorar conceitos fundamentais no estudo da álgebra, como a formulação de conjecturas e a generalização. Essas generalizações são criadas através de representações e argumentações, que vão sendo expressas de uma maneira gradualmente mais formal de acordo com a idade.

As tarefas envolvendo padrões em contextos figurativos podem implicar dois tipos de generalização: a *generalização próxima*, que se refere à descoberta do termo seguinte, que pode ser obtido por contagem, desenho ou por recurso a uma tabela, e que normalmente envolve relações recursivas; e a *generalização distante*, que implica a descoberta do padrão e exige a compreensão da lei de formação, ou seja, de uma regra geral expressa matematicamente, e requer a procura de relações funcionais. Este tipo de generalização faz uso do reconhecimento global da estrutura do padrão. Uma vez que a generalização envolve processos cognitivos de ordem superior, tais como o raciocínio, a abstração, o pensamento holístico, a visualização e a flexibilidade cognitiva, a capacidade de generalizar vai permitir caracterizar e diferenciar os/as estudantes uns/umas dos/as outros/as (Barbosa et al., 2025; Stacey, 1989; Vale et al., 2009). Assim, a seleção criteriosa de tarefas é crucial quando se pretende criar experiências de resolução de problemas que permitam fazer generalizações.



Quando “ver” é descobrir

O ensino e aprendizagem da matemática devem valorizar a forte intuição visual que as crianças e os/as jovens adultos/as possuem relativamente a ideias e conceitos matemáticos, incluindo a proposta de problemas que incentivem os/as estudantes a pensar visualmente e a desenvolver essa capacidade através de experiências que requerem esse tipo de pensamento. Os/as gestaltistas acreditam que, quando o aluno compreende a estrutura subjacente aos padrões figurativos, aumenta a sua capacidade para obter a solução do problema. Pelo que, muito antes do uso do simbolismo algébrico, é necessário atender aos aspetos prévios da generalização. Um deles será o ver. “Ver” um padrão é necessariamente o primeiro passo na sua exploração. Assim, na resolução de uma tarefa, importa prestar atenção às características figurativas que podem estar relacionadas com a generalização, reconhecendo que o ato de “ver” assume um papel central nesse processo. Neste sentido, os/as estudantes devem resolver tarefas desafiantes que lhes permitam fazer generalizações com base tanto nas propriedades das figuras como nas propriedades numéricas. Pretende-se evidenciar, por um lado, a importância da visualização como componente essencial para a compreensão, não só de propriedades geométricas, mas também propriedades numéricas e, por outro, a necessidade de flexibilidade na compreensão de factos e relações numéricas e/ou geométricas.

A investigação tem mostrado que os contextos figurativos são mais intuitivos para a maior parte dos/as estudantes e, em particular, para os dos níveis mais elementares e/ou apresentam fragilidades no conhecimento matemático. Rivera e Becker (2005), ao estudarem tarefas com padrões figurativos, salientam a importância da percepção visual, distinguindo entre *percepção sensorial* (ou concreta) que acontece quando o indivíduo vê um objeto como um mero objeto e a *percepção cognitiva* que vai além da mera percepção sensorial, permitindo reconhecer factos ou propriedades relacionadas com o objeto. Assim, torna-se fundamental fazer emergir, por um lado, a importância da visualização como componente essencial para a compreensão não só de propriedades geométricas, mas também numéricas, e por outro a necessária flexibilidade na compreensão de factos e relações numéricas e/ou geométricas.

Assim, os/as estudantes devem desenvolver as suas capacidades visuais, através de tarefas de padrões em contextos figurativos, de modo a evidenciar as propriedades das figuras e das suas relações geométricas e numéricas. Consideremos os exemplos seguintes, que permitem constatar quando ver é descobrir.



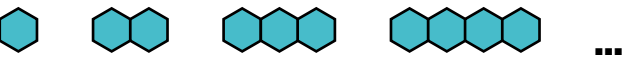
Exemplo 1

Observe a sequência de crescimento, na qual se mantém a regra:
2, 4, 6, 8, ...

Neste exemplo, “Ver” envolve reconhecer que existe uma diferença constante de 2 entre os termos da sequência, constatando que qualquer termo subsequente pode ser obtido adicionando 2 ao termo anterior. Ou seja, trata-se de uma progressão aritmética de razão 2.

Exemplo 2

Observe a sequência de crescimento formada por palitos, na qual se mantém a regra:



Neste exemplo, “Ver” pode basear-se na sequência de figuras, na correspondente sequência numérica ou em ambas. Ou seja, pode basear-se na sequência de figuras (hexágonos), no número de figuras (hexágonos) da sequência (1,2,3,4, ...) ou na sequência numérica correspondente, considerando o número de palitos de cada termo da sequência 6, 11, 16, 21, ...ou Pode ainda resultar da articulação entre a sequência figurativa e a respetiva sequência numérica. Assim, o ato de “ver” pode implicar diferentes modos de identificar a regularidade, aspeto que será desenvolvido mais adiante na proposta didática. Este contexto visual/figurativo permite que o/a estudante opte pelo caminho mais favorável.

A investigação, como já referido, tem mostrado que os contextos figurativos são, em geral, mais intuitivos para a maioria dos/as estudantes, em particular para os/as que frequentam níveis de escolaridade mais elementares. A primeira reação dos/as estudantes tende a ser, em vez de analisar a estrutura figurativa na sequência, traduzi-la de imediato numa sequência numérica o que pode tornar mais complexa a descoberta da lei de formação, ou seja, a realização de uma generalização distante. Frequentemente, essa lei é obtida através de métodos algorítmicos não justificados e de processos de tentativa e erro. Assim, é importante começar por desenvolver capacidades visuais, através de tarefas de padrões em contextos figurativos, de modo a evidenciar as propriedades das figuras e das suas relações geométricas e numéricas.

Cuidados na construção de sequências com padrões

Alguns cuidados devem ser considerados quando nos é solicitado que continuemos uma determinada sequência. Vejamos o exemplo seguinte (fig 7).

Escrever os três termos seguintes da seguinte sequência:
1, 2, 4, ..

Fig.7 Exemplo de uma sequência aberta

Contrariamente ao que se possa inferir, esta é uma questão aberta, pois existem várias hipóteses a considerar. Podemos identificar um número indeterminado de leis de formação possíveis. Vejamos algumas hipóteses (fig 8).

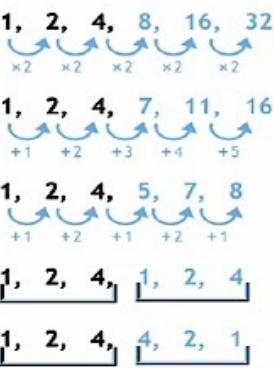
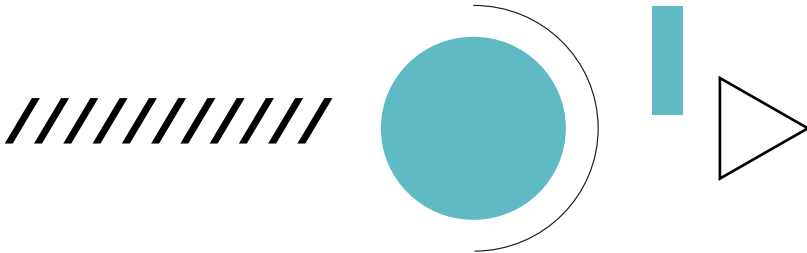


Fig.8 Exemplos de possíveis sequências

Todas as hipóteses podem ser consideradas válidas. Sendo o objetivo da questão descobrir as várias hipóteses, cada estudante deve explicar o seu modo de ver. Se não for esse o objetivo, a sequência deve dar a garantia de que não há outra hipótese. Neste caso, não acontece. Para que isso acontecesse, a sequência deveria ter mais elementos e, por outro lado, deveria ser acrescentado no enunciado, por exemplo “considerando que o padrão se mantém”. De acordo com Stylianides e Silver (2010), a estrutura fornecida pela representação figurativa de uma sequência, desde que o modo como é construída esteja univocamente determinado (padrão definido), pode garantir e justificar a lei descoberta.

Privilegiam-se contextos figurativos, sobretudo numa fase inicial e sempre que se adequa com recurso a materiais concretos, com a finalidade de proporcionar o desenvolvimento do pensamento matemático e explorar diferentes modos de generalização que estejam relacionados com diferentes formas de “ver” esses padrões. Estas tarefas permitem introduzir e/ou aplicar conceitos matemáticos, dando oportunidade de relacionar propriedades e relações entre diferentes entes matemáticos, conduzindo à generalização, base do pensamento algébrico e aspeto estruturante do conhecimento matemático. Estando os padrões diretamente associados à generalização, a base do pensamento algébrico, é necessário contrariar a ideia, ainda bastante disseminada, de que a álgebra se reduz à manipulação de equações e incógnitas e variáveis. Antes da formalização de procedimentos, é fundamental desenvolver o sentido de símbolo, de estrutura e de modelação (Vale et al., 2009).



A PROPOSTA DIDÁTICA

A proposta didática que se apresenta tem como finalidade promover o desenvolvimento do pensamento algébrico através de uma abordagem com recurso à exploração de padrões em contextos figurativos, permitindo explorar diferentes modos de generalização associados a diferentes formas de ver esses padrões e que possam ter significado para os/as estudantes. Uma das ideias-chave desta proposta é a generalização de padrões como um veículo com potencial para promover a transição do pensamento numérico para o algébrico, porque permite dar significado à generalização sem recorrer, obrigatoriamente, a variáveis e a fórmulas. Por outro lado, os padrões visuais/figurativos constituem uma ferramenta poderosa para chegar a expressões numéricas que os/as estudantes compreendam e não sejam uma mera manipulação de símbolos sem significado. Vários/as investigadores/as (e.g., Barbosa et al., 2025; Rivera & Becker, 2005; Vale et al., 2009) defendem que uma das abordagens mais eficazes para ajudar os/as estudantes a generalizar e a representar relações é através do estudo de padrões figurativos. Mais do que desenvolver nos/as estudantes capacidades que lhes permitam escrever uma fórmula, importa que compreendam a origem e o significado dessa fórmula ou regra e que sejam capazes de raciocinar de modo a convencer-se a si próprios/as e aos/as outros/as da validade da regra ou fórmula obtida através da generalização, recorrendo a raciocínios baseados em relações numéricas e/ou figurativas.

Apresenta-se uma sequência didática de natureza exploratória, cujo principal enfoque consiste em promover a emergência da generalização, numa primeira fase, a partir da análise dos aspetos visuais das tarefas, de modo a permitir efetuar generalizações próximas e distantes. Esta sequência desenvolve-se através de três fases sequenciais: (1) Contagens; (2) Sequências; e (3) Problemas, envolvendo diferentes tipos de tarefas que conduzem à generalização de padrões e, conseqüentemente, ao desenvolvimento do pensamento algébrico (fig. 9).

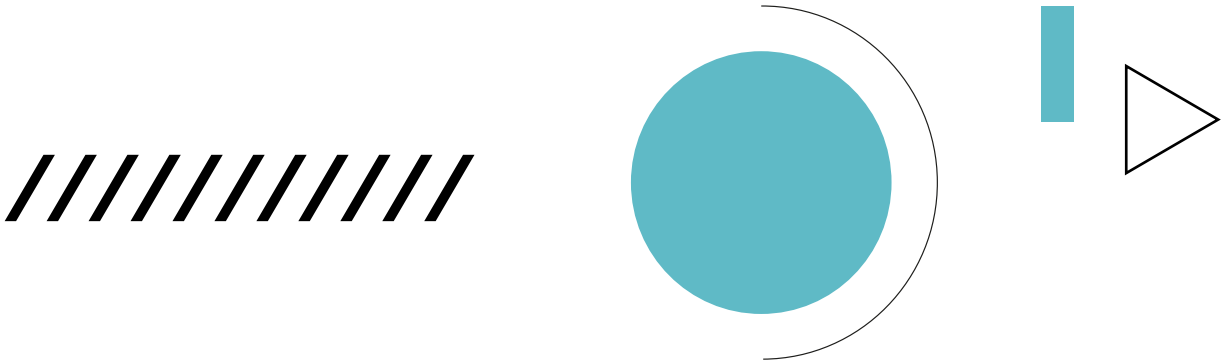
Contagens	Sequências	Problemas
Visuais básicas - <i>Subitizing</i> Outras contagens visuais	Padrões de repetição Padrões de crescimento	Sem uma sequência ou padrão explícito
Generalização: conceitos, propriedades → Pensamento algébrico		

Fig.9 Sequência didática para o desenvolvimento algébrico



Neste sentido, privilegiam-se os contextos visuais e a comunicação como formas de explicitar o modo de pensar e justificar os raciocínios, recorrendo a diferentes representações (e.g., materiais concretos, tabelas, diagramas, desenhos, símbolos, expressões). Esta proposta pode ser utilizada em qualquer nível de ensino, uma vez que cada uma das diferentes categorias de tarefas ao longo da sequência podem ser adaptadas aos conhecimentos dos/as estudantes. Assim, nesta proposta, é necessário propor aos/as estudantes experiências prévias assentes num conjunto de tarefas que desenvolvam a capacidade de contagem “rápida”, permitindo-lhes adquirir a necessária flexibilidade de pensamento para identificar e escolher a melhor maneira de “ver”, de acordo com os propósitos pretendidos.

Deste modo, a nossa sequência didática começa com tarefas de (1) *Contagens*, começando pelo reconhecimento de padrões estruturados que desenvolvam a capacidade de *ver instantaneamente (subitizing)*. Este conhecimento pode começar a ser desenvolvido quando as crianças jogam com um dado ou com o dominó. A moldura do 10 é um excelente material estruturado de suporte para trabalhar relações numéricas que utilizam como números de referência o 5 e o 10, permitindo um reconhecimento visual dos números. O desenvolvimento desta capacidade irá permitir que os/as estudantes avancem para tarefas de contagem em contextos figurativos diversificados, promovendo flexibilidade de pensamento ao nível de estratégias de contagem e conduzindo à produção de expressões numéricas diversificadas, mas equivalentes. Isto é, os/as estudantes devem ter experiências em diferentes contextos que os estimulem a procurar diferentes modos de ver, a optar pelo modo de contagem mais eficaz, a escrever expressões numéricas correspondentes e a reconhecer a equivalência entre essas expressões. Estas tarefas são o ponto de partida para o desenvolvimento do pensamento algébrico. O passo seguinte corresponde às tarefas de (2) *Sequências*, que envolvem quer padrões de repetição quer de crescimento e têm como objetivo reconhecer, descobrir, continuar, completar e generalizar esses padrões, privilegiando a intuição visual acerca dos números, das formas e das suas relações. Por fim, apresenta-se um conjunto de (3) *Problemas*, nos quais não está presente uma sequência explícita, mas que terá de ser construída pelos/as estudantes como meio de chegar à solução do problema. Esta sequência pode envolver mais do que uma estrutura de repetição ou de crescimento, mas deve conduzir a invariantes que permitam o estabelecimento de propriedades numéricas ou geométricas (Vale et al., 2009).



AS CONTAGENS

Apresenta-se, de seguida, um conjunto de tarefas que ilustram cada uma das fases da proposta didática. Esta primeira fase envolve a apreensão da estrutura espacial da disposição de um determinado conjunto de objetos, apoiando-se no arranjo visual para a descoberta de estratégias de cálculo intuitivas e simples e tornando-as mais complexas, mas evitando as contagens de um em um.

CONTAGENS BÁSICAS - SUBITIZING

As crianças devem aprender a reconhecer um conjunto de objetos numa disposição-padrão e a indicar a quantidade sem os contar. Para a maioria destes números, existem vários padrões usualmente utilizados e, por isso, facilmente reconhecíveis. Este reconhecimento é feito, por exemplo, pelas crianças quando utilizam um dado em diversos jogos ou quando jogam com peças de dominó com cartas tradicionais. O reconhecimento, que deve ser imediato, pode também ser desenvolvido para outros tipos de padrões. Esta capacidade de “ver instantaneamente” quantos objetos estão presentes é conhecida por *subitizing* (do latim *subitus* que significa súbito). Ver instantaneamente é uma capacidade muito importante que deve ser fomentada e ensinada. De facto, o ensino deve proporcionar oportunidades para que os/as estudantes desenvolvam esta capacidade nos primeiros anos, isto é, reconheçam quantidades acima de cinco sem contagem um a um. Começemos com um exemplo (fig.10).

Exemplo 1: Quem tem mais bolinhas?

Quantas bolinhas conseguiste ver em cada imagem?

Como é que as viste? Descreve o modo como as viste.

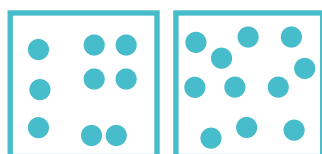
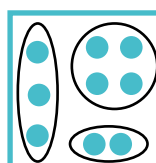


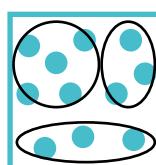
Fig.10 Exemplo 1 de contagens

Uma possível resposta poderá ser:



Eu vejo um grupo de 3 bolinhas, um de 4 e outro com 2 bolinhas.
Ao todo tenho 9 bolinhas.

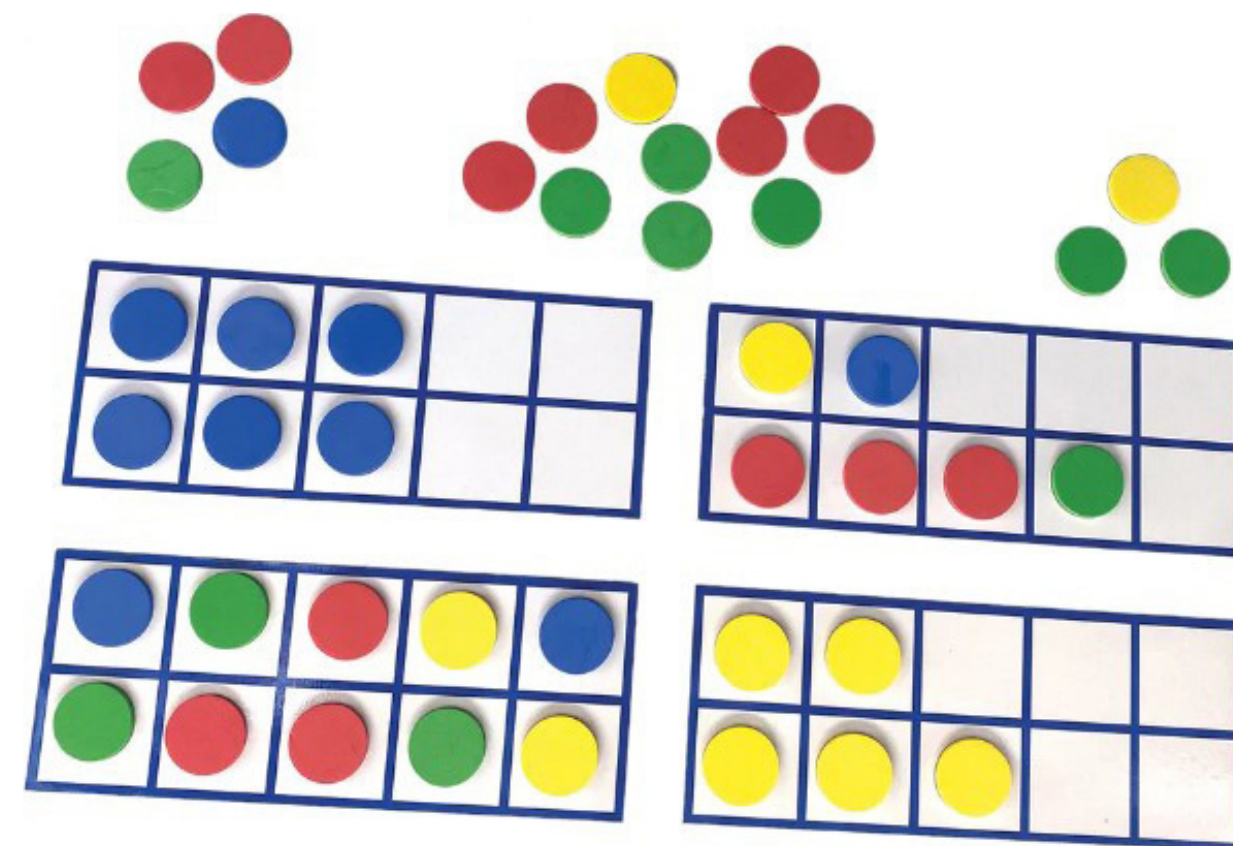
Ou $3 + 4 + 2 = 9$



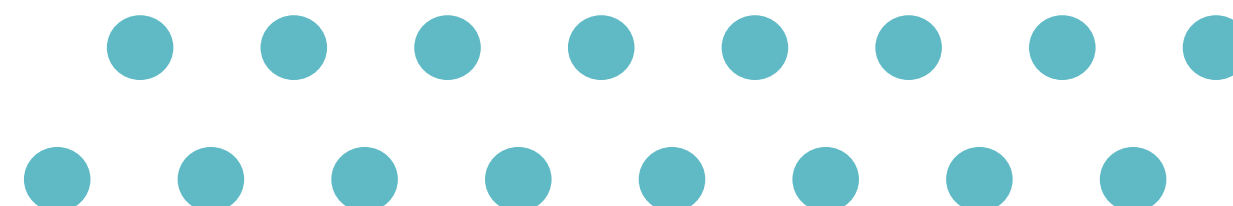
Eu vejo um grupo de 5 bolinhas e 2 com 3 bolinhas.
Ao todo tenho 11 bolinhas.

Ou $5 + 3 + 3$ ou $5 + 2 \times 3 = 11$

Como os números até 10 são muito importantes, e servem de referência (em particular o 5 e o 10) para outras contagens, há vários padrões que os identificam e que devem ser descobertos, reconhecidos, usados e discutidos. Um material muito útil para este trabalho é o arranjo retangular de 5x2 conhecido por moldura do dez, ilustrado em baixo que recorre a fichas circulares, permitindo desenvolver o reconhecimento visual dos números e a construção da compreensão do valor posicional.



A proposta de diferentes agrupamentos estimula a discussão sobre diferentes padrões. A sua exploração permite também desenvolver capacidades a nível da adição, subtração, multiplicação e divisão, incluindo o cálculo mental usando diversas estratégias. Com a utilização deste material, as crianças adquirem um forte sentido do número 10 e dos seus subconjuntos. Após a consolidação deste tipo de raciocínio, a moldura do 10 será progressivamente abandonada. Vejamos outro exemplo (fig.11).



Exemplo 2: Jogo - Oremúm

O/a professor/a tira um número de um saco onde estão os números de 2 a 10. Os/as estudantes organizam-se em grupos e é distribuída a cada grupo uma moldura do 10 e fichas de cores diferentes. Cada grupo deve procurar arranjos que produzam o número escolhido e escrever a expressão numérica correspondente. Quando um grupo tiver uma solução, o/a porta-voz diz “oremún!” e apresenta à turma a solução do grupo. Se estiver correta ganha um ponto. O/a professor/a vai registando no quadro as pontuações dos grupos, usando, por exemplo, um gráfico de pontos.

Fig.11 Exemplo 2: Jogo - Oremún

Algumas soluções para o número 7 poderão ser (fig.12).

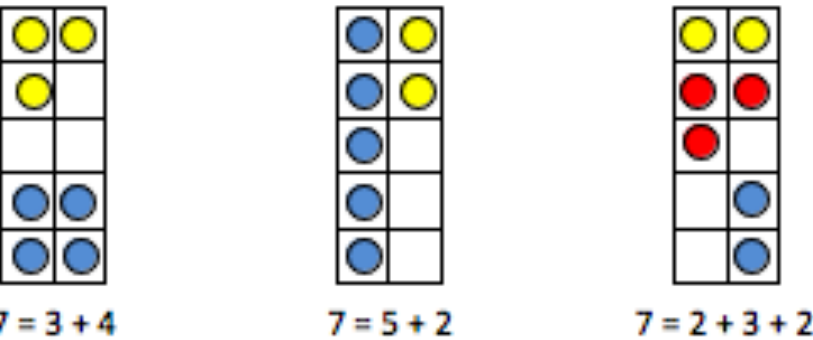


Fig.12 Algumas soluções do exemplo 2

Após estas primeiras explorações, podem desenvolver-se contagens visuais em outros contextos, que proporcionam explorações numéricas ricas e permitem estabelecer relações entre representações icónica e simbólica, bem como identificar expressões equivalentes provenientes de diversos processos de contagem.

CONTAGENS NOUTROS CONTEXTOS

Após estas primeiras explorações, podem desenvolver-se contagens visuais em outros contextos, que proporcionam explorações numéricas ricas e permitem estabelecer relações entre representações icónica e simbólica, bem como identificar expressões equivalentes provenientes de diversos processos de contagem. O objetivo não é contar os elementos de uma figura um-a-um, mas descobrir processos rápidos e expeditos de o fazer. Pretende-se descobrir o maior número possível de hipóteses de contagem e de escrever cada uma das expressões que traduz cada um desses modos de ver a contagem. As figuras em arranjos retangulares e/ou com simetria são ótimos exemplos para iniciar este trabalho. Vejamos um exemplo (Vale et al., 2009) (fig.13).

Exemplo 3: Contar Conchinhas

Quantas conchas tem a figura?
Descobre diferentes modos de contagem.
Mostra esses modos de contagem na figura.
Escreve as expressões numéricas de cada um dos diferentes modos de contagem.
O que podes concluir?

Fig.13 Exemplo 3 - Contar conchinhas

Apresentam-se algumas soluções (fig. 14 e 15) que traduzem diferentes modos possíveis de ver a contagem e as respetivas expressões numéricas. Pretende-se que se conclua que as expressões numéricas obtidas são equivalentes. Este tipo de tarefas permite explorar propriedades das operações, a prioridade dessas operações, o uso de parênteses e casos notáveis, podendo ser adaptado a diferentes níveis de ensino. Estas tarefas desafiam também os/as estudantes a serem originais, promovendo a flexibilidade do pensamento.

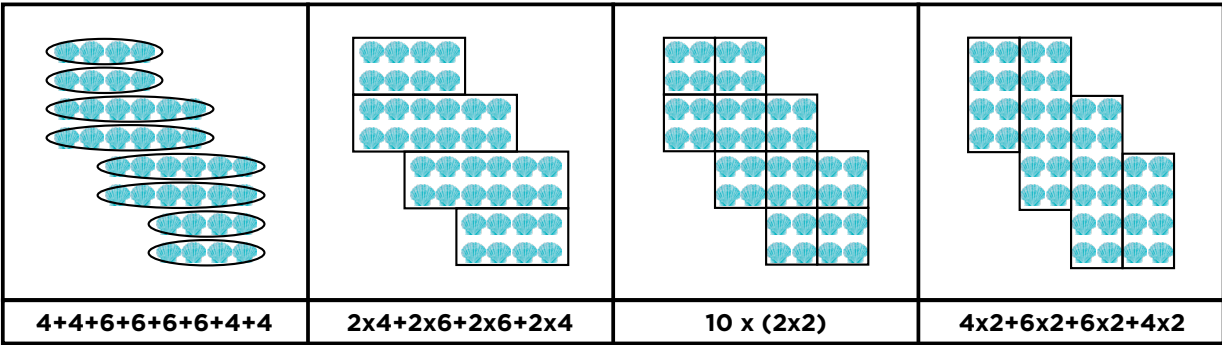


Fig.14 Modos mais comuns de contagem e respetivas expressões numéricas

Espera-se que os/as estudantes explicitem os seus raciocínios, recorrendo também à expressão verbal. Por exemplo, na terceira hipótese da fig. 14, poderão afirmar: “Vejo 10 quadrados de 2 por 2. Logo, tenho 40 conchinhas.”

A figura 15 ilustra algumas contagens que podem ser consideradas menos usuais e mais originais, pois recorrem a processos de visualização mais complexos e que, normalmente, não surgem de forma espontânea.



Este tipo de questões aborda processos de generalização e propriedades numéricas. Isto é, quando se pede para continuar o friso a resposta é imediata; no entanto, ao perguntar a cor do 101.º cubo, o aluno já tem de pensar para além daquele objeto concreto e raciocinar de modo genérico, extraíndo da estrutura do padrão as relações entre as várias figuras e a ordem que ocupam na sequência.

PADRÕES DE CRESCIMENTO

Uma sequência apresenta um padrão de crescimento quando cada termo muda de forma previsível em relação ao anterior (Vale et al., 2009). Vamos analisar este caso com maior cuidado, pois é precisamente aquele que conduz a ideias matemáticas mais poderosas e que, simultaneamente, suscita maiores dificuldades na identificação da lei de formação.

Quando, no ensino básico, se propõe uma sequência numérica do tipo 4, 7, 10, 13, ..., na determinação dos termos seguintes, os/as estudantes tendem a adotar a interpretação mais óbvia, abduzindo uma lei por recorrência que permite construir cada termo adicionando três unidades ao anterior (generalização próxima). Mas, esta lei revela-se manifestamente insuficiente quando se pretende determinar, por exemplo, o vigésimo termo da sequência, tornando-se aí necessário recorrer a um raciocínio funcional (generalização distante). Se o/a estudante ainda não possui ferramentas matemáticas que lhe permitam obter facilmente uma lei de formação, fica muito limitado na sua capacidade de conjecturar e generalizar.

É neste momento que se revela a importância da visualização. Contudo, se a sequência anterior for apresentada recorrendo a uma representação pictórica ou ativa como no exemplo 4 (fig.16), o resolvidor terá vários caminhos para a sua resolução, como foi referido anteriormente. A tradução numérica do padrão é a mesma, mas o/a estudante tem ao seu dispor vários caminhos para chegar à generalização. O reconhecimento de um padrão nesta sequência de figuras pode dar origem a mais do que uma lei de formação, dependendo do modo como aquele é apreendido e interpretado.



Exemplo 4: As cancelas

Observe a sequência de crescimento constituída por figuras construídas por palitos, na qual se mantém a regra de formação.



1. Quantos palitos são necessários para construir a figura seguinte?
2. Quantos palitos são necessários para construir a 20.ª figura?
Explica como pensaste.

Fig.16 Exemplo 4 - As cancelas

As múltiplas abordagens que emergem da análise de um padrão figurativo podem, numa primeira instância, começar por reproduzir uma sequência (recorrendo a material manipulável ou a um desenho), de modo que, nesse processo, os/as estudantes tenham de repetir o modo de construção e, assim, o compreender e tornar mais eficiente. Só posteriormente se incentiva a análise desse processo, facilitando a dedução da regra utilizada na construção da sequência. Pediu-se aos/as estudantes que reproduzissem a sequência e que a continuassem até ao 5.º termo (Vale & Barbosa, 2019).

Antes de visualizar o vídeo tente pensar em como desenharia o 5.º termo, recorrendo a um processo que tornasse essa construção eficiente e generalizável para qualquer termo.

Veja, depois, o filme sobre o modo como os/as estudantes realizaram esse desenho (considerando-se apenas a construção do 5.º termo). Analise cuidadosamente cada uma das construções.



O vídeo ilustra três modos diferentes de desenhar todos os termos. A figura 17 mostra, para cada caso, respetivamente, as sequências que envolvem esses modos de pensar.

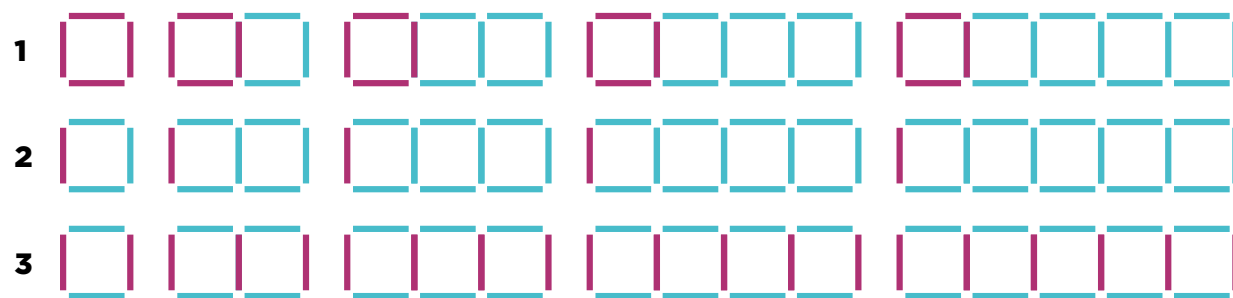


Fig.17 Modos expeditos de construir uma sequência de cancelas

Façamos a resolução da tarefa proposta. Para responder à primeira questão, normalmente desenha-se a figura correspondente ao termo seguinte, ou seja, ao termo imediato e contam-se os palitos um a um.

Em relação à 2ª questão, a determinação do vigésimo termo já não é imediata, pelo que se torna moroso e, por vezes, complicado recorrer à mesma estratégia anteriormente utilizada, uma vez que exigiria desenhar vinte termos. Assim, vamos organizar a informação, numa tabela e fazer a sua análise, procurando descobrir uma lei de formação que permita dar uma resposta à questão.

Figura	# Palitos		# Palitos
1	4		4
2	7	↖ +3	4 + 3
3	10	↖ +3	7 + 3
4	13	↖ +3	10 + 3
5	16	↖ +3	13 + 3
6	19	↖ +3	16 + 3
7	22	↖ +3	19 + 3

Fig.18 Relação entre cada termo da sequência e o número de palitos

Pela análise da tabela na figura 18, verifica-se que, de um termo para o seguinte, se adicionam 3 palitos, através de um raciocínio recursivo. Ou seja, esta estratégia permite determinar termos próximos (generalização próxima), mas dificilmente (mais moroso) permitirá chegar a termos mais distantes.

Analisemos os exemplos da figura 17. Da primeira sequência desenhada intui-se ou apreende-se um padrão como tendo um quadrado inicial ao qual se adicionam sucessivos grupos de três palitos (Fig. 19).



Fig.19 1.º caso da fig. 17

Nesta sequência a estrutura fornecida pela representação figurativa, onde o modo de construção está univocamente determinado (padrão definido), permite garantir e justificar a lei a descobrir (Stylianides & Silver, 2010). Ou seja, ao reescrever os valores da tabela da figura 18 de acordo com o modo de construção ilustrado na figura 19, a análise dos valores da nova tabela (fig.20) permite fazer uma generalização distante e obter uma lei geral $4+(n-1) \times 3$. Esta expressão resulta de um raciocínio não recursivo, mas funcional (o número de palitos está relacionado com a ordem da figura) o que permite determinar o valor do 20.º termo.

Figura	# Palitos	# Palitos
1	4	4
2	4+3	4 + 1 x 3
3	4+3+3	4 + 2 x 3
4	4+3+3+3	4 + 3 x 3
5	4+3+3+3+3	4 + 4 x 3
...		
20		4 + 19 x 3
...		
n		4 + (n-1) x 3

Fig.20 Tabela que ilustra o modo de ver da fig. 19

O segundo caso (fig. 21) segue um processo idêntico ao caso anterior.



Fig.21 O 2º caso da fig 17

Porém, é visto, não um quadrado inicial, mas um palito a que se vão acrescentando grupos de três palitos. Esta forma conduz a uma expressão geral mais fácil de generalizar, conforme se pode ver pela análise da tabela na figura 22.

Figura	# Palitos	# Palitos
1	1+3	1 + 1 x 3
2	1+3+3	1 + 2 x 3
3	1+3+3+3	1 + 3 x 3
4	1+3+3+3+3	1 + 4 x 3
5	1+3+3+3+3+3	1 + 5 x 3
...		
n		1 + n x 3

Fig.22 Tabela que ilustra o modo de ver da fig. 21

Tente descobrir o termo geral do caso 3 da fig 17.

De seguida veja o vídeo.



Observe a figura 23, que sintetiza três modos de ver a generalização, cada um baseado numa interpretação diferente e que conduzem a expressões gerais também diferentes, mas que são equivalentes. Verifica-se facilmente que todas essas expressões se podem transformar na expressão mais simples $1+3n$.

1						$4 + (n-1) \times 3$
2						$1 + n \times 3$
3						$2 \times n + (n+1)$
	1º	2º	3º	4º	5º	nº

Fig.23 Hipóteses de apreensão do padrão das cancelas

A abordagem visual, ao privilegiar diferentes modos de ver, permitiu o surgimento de múltiplas resoluções, facilitando a formulação de expressões equivalentes. A escrita da expressão algébrica vai depender dos conhecimentos e/ou das escolhas dos/as estudantes. Com a devida orientação, estudantes de níveis iniciais conseguem chegar à expressão algébrica. No entanto, todos poderão exprimir a generalização em linguagem corrente.

Também aqui se pode colocar a questão inversa:

A que modo de “ver” poderá corresponder $n \times 4 - (n-1)$ (na sequência das cancelas)?
Experimente. Veja de seguida o vídeo.



PROBLEMAS DE PADRÃO

Uma das principais finalidades da matemática é desenvolver a capacidade de resolver problemas. Sendo a procura de padrões uma estratégia poderosa de resolução de problemas, é importante propor tarefas desta natureza. Nesta categoria, incluem-se quer tarefas cuja resolução implica que os/as estudantes construam as suas próprias sequências, de modo a descobrir o padrão que os conduz à generalização e, conseqüentemente, à solução do problema, quer tarefas que, sem recorrer explicitamente a sequências, envolvem a procura de invariantes que dão origem a conceitos e propriedades matemáticas. Apresenta-se, de seguida, um exemplo de cada tipo. Vejamos o primeiro exemplo (fig. 24).

Exemplo 5: O corredor

O corredor da casa do Sr. Rui tem os azulejos já partidos. Decidiu então forrá-lo com placas de corticite. Descubra de quantos modos diferentes pode o Sr. Rui colocar as placas de corticite.

Fig.24 Exemplo 5 - O corredor



Este problema envolve a construção de uma sequência com vista à descoberta do padrão subjacente.

Para a sua resolução, convém reduzi-lo a um problema mais simples e organizar a informação numa tabela, de modo a descobrir uma lei de formação que permita chegar à solução. O recurso a material manipulável ajuda a preencher a tabela (fig. 25). Reduzindo a um problema mais simples, começamos a estudar o que acontece se o corredor precisar de 1 placa, 2 placas, 3 placas,...

Malha do corredor	Número de modos de colocar as placas de corticite	
2 x 1		1
2 x 2		2
2 x 3		3

Fig.25 Organização de algumas hipóteses

Pela análise destes três casos, podemos ser levados a formular a seguinte conjectura: um corredor do tipo 2 x n tem n modos diferentes de ser coberto. Então, o corredor do tipo 2 x 4 terá 4 modos diferentes de ser coberto. Mas será realmente assim? Podemos verificar experimentalmente todas as possibilidades para o corredor 2 x 4 (fig.26).

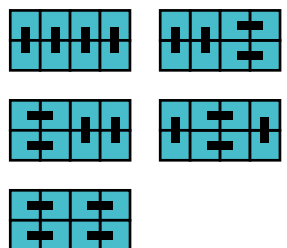
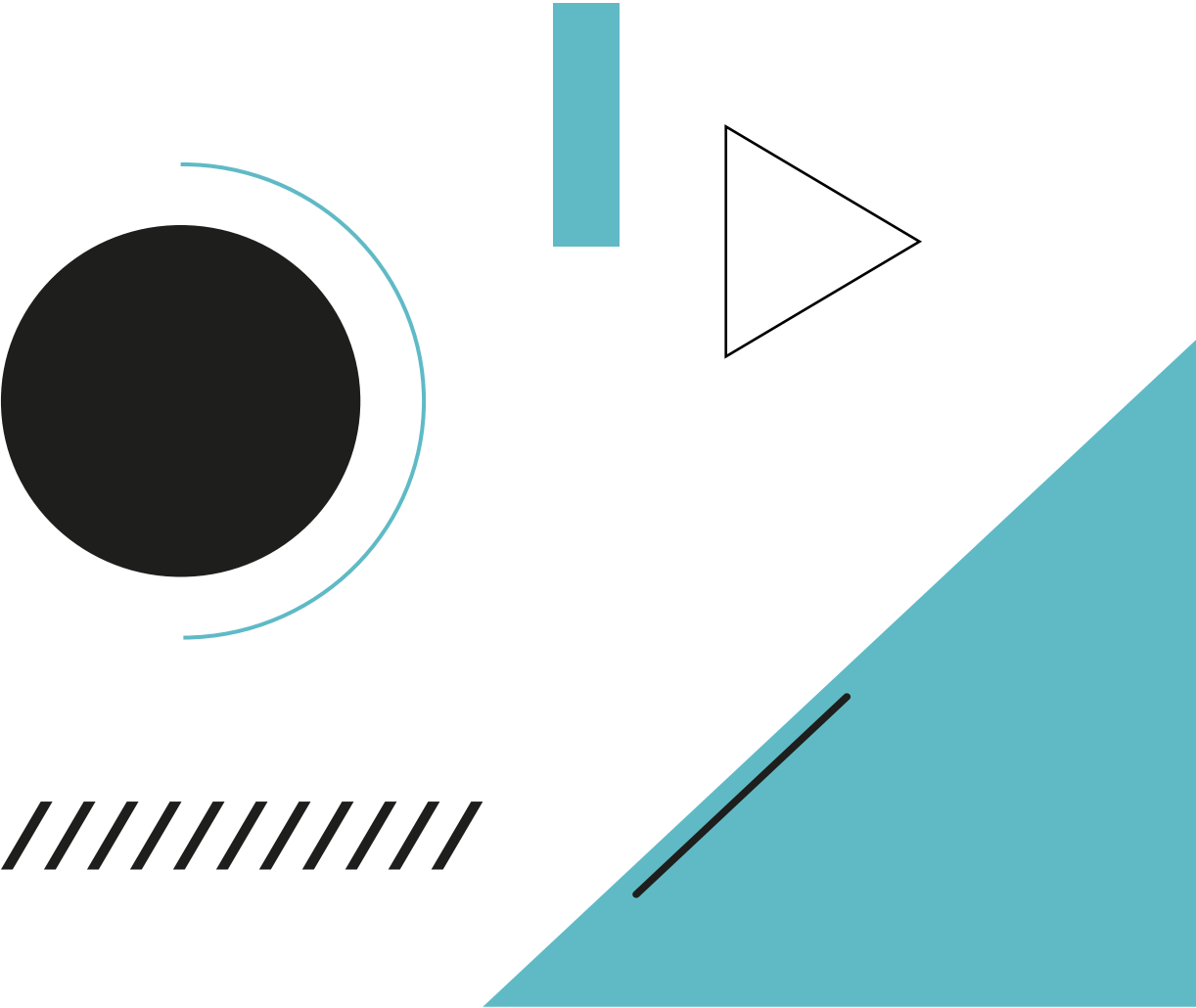
Malha do corredor	Número de modos de colocar as placas de corticite	
2 x 4		5

Fig.26 Organização das hipóteses para o corredor 2 por 4

Este contraexemplo prova que a conjectura inicial não é válida, pois, experimentalmente e por exaustão, se verifica que há 5 hipóteses e não 4. Este exemplo mostra que generalizar a partir de poucos casos nem sempre conduz a conclusões corretas, como foi referido anteriormente (Fig. 7). Trata-se de um dos perigos de trabalhar com o raciocínio indutivo, amplamente utilizado neste tipo de trabalho e, em particular, no ensino básico, que permite fazer generalizações na observação de padrões. Apesar de o raciocínio indutivo poder conduzir a novas descobertas, a sua limitação reside no facto de que as conclusões serem estabelecidas apenas a partir dos dados recolhidos. Se prosseguirmos a exploração com mais alguns casos, verificamos que a sequência do número de modos é 1, 2, 3, 5, 8, 13, ... o que conduz a outra conjectura: cada termo obtém-se adicionando os dois termos anteriores. Esta é uma sequência célebre, conhecida por sequência de Fibonacci. Se continuarmos a sequência, obtemos 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34. Podemos, assim, concluir que o corredor do Sr. Rui, com dimensões de 2 por 8, terá 34 modos diferentes de ser coberto. Esta nova conjectura é, de facto, válida neste caso, mas para que possa ser aceite necessita de ser provada matematicamente. Esta prova já excede o âmbito desta publicação. Vejamos outro exemplo da figura 27.



Exemplo 6: Os cubos do Osvaldo

Um cubo com 3cm de aresta foi construído com cubinhos com 1 cm de aresta. O Osvaldo decidiu pintar as faces desse cubo e, de seguida, separou-o em cubinhos de 1 cm de aresta.

Quantos cubinhos terão as três faces pintadas?

E duas faces pintadas?

E uma face? E nenhuma face pintada?

E o que aconteceria se o cubo tivesse 20 cm de aresta?

E n cm de aresta?

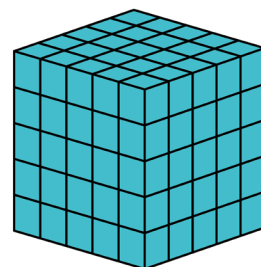
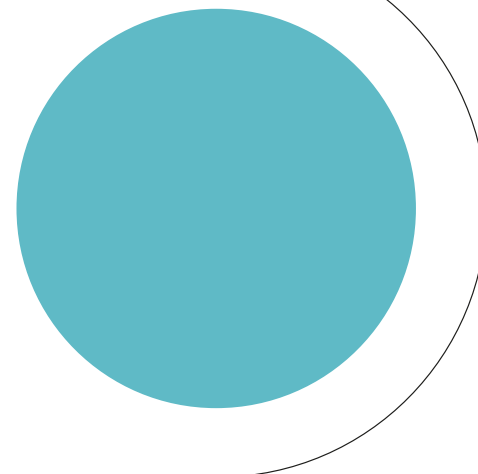
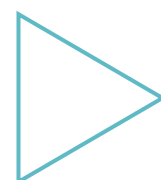


Fig.27 Exemplo 6 - Os cubos do Osvado

Para resolver este problema, será útil recorrer a material manipulável, como Polibolos, Cubos ou outros materiais equivalentes, de preferência materiais que possam ser divididos para obter cubos de menores dimensões, como, por exemplo, sabão ou roofmate. A observação de modelos concretos permite identificar mais facilmente o número de faces pintadas nos cubinhos e proceder à subsequente contagem de cubinhos de cada tipo.



Recorrendo a estratégias de resolução de problemas, é possível reduzir a um problema mais simples e, com a ajuda de material ou de um desenho, analisar o que acontece ao número de faces pintadas à medida que as dimensões do cubo aumentam. A organização da informação numa tabela permite identificar, mais facilmente, um padrão no número de faces pintadas para cada caso. A notação a utilizar vai depender do nível de escolaridade.

A figura 28 apresenta um quadro com a organização dos dados obtidos de acordo com a informação do problema, que pode ser utilizado para ajudar a sintetizar as descobertas que se vão fazendo.

Dimensões do cubo	Nº total de cubos 1x1x1	Nº de cubos com ... faces pintadas			
		3 faces	2 faces	1 face	0 faces
2 x 2 x 2	8	8	0	0	0
3 x 3 x 3	27	8	12	6	1
4 x 4 x 4	64	8	24	24	8
5 x 5 x 5	125	8	36	54	27
n x n x n	n ³	8	12(n-2)	6(n-2) ²	(n-2) ³

Fig.28 Organização de várias hipóteses

O seu preenchimento prevê que se investigue primeiramente o tipo de cubinhos em relação às faces pintadas e onde estas se encontram. Assim, o cubo junto (Fig. 29) mostra onde se encontram os cubinhos com os números possíveis de faces pintadas que serão 3, 2 e 1. O número de cubinhos com 0 faces pintadas estarão no interior do cubo, sendo o seu número dado pela diferença do total de cubinhos e o total dos cubinhos pintados.

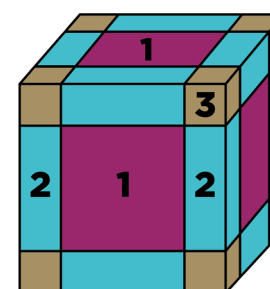


Fig.29 Distribuição do número de faces pintadas

Assim, um cubo de 3 cm de aresta terá 27 cubinhos de 1 cm de aresta dos quais 8 terão 3 faces pintadas; 12 terão 2 faces pintadas; 6 terão 1 face pintada e 1 não terá nenhuma face pintada. Para um cubo de 20 cm, depois de descobrir a lei de formação, basta substituir na última linha da fig. 28 o n por 20.

A FINALIZAR

O tema dos padrões pode contribuir para que os/as estudantes desenvolvam um gosto crescente pela matemática e aprofundem os seus conhecimentos e capacidades neste domínio, uma vez que se trata de um tema naturalmente motivador e desafiante. Além disso, envolve e mobiliza muitos conceitos e ideias de várias áreas da matemática, promovendo conexões entre elas, podendo, assim, ser entendido como um tema transversal do currículo.

Nunca é cedo para começar a desenvolver o pensamento algébrico. É, por isso, fundamental proporcionar às crianças, desde os primeiros anos de escolaridade, uma base sólida que sustente esse desenvolvimento. Não chega simplesmente abordar padrões ou introduzir conceitos algébricos em momentos pontuais. A álgebra nos primeiros anos estabelece as bases necessárias para a continuidade das aprendizagens matemáticas futuras (NCTM, 2000). Revisitar esta abordagem em níveis de escolaridade mais avançados, por exemplo no estudo das progressões, permite dar sentido ao termo geral de uma progressão, como a progressão aritmética, ou chegar à generalização sem recorrer a uma “fórmula” previamente adquirida.

Quando os/as estudantes entram na escola, trazem um enorme potencial ao nível das capacidades de visualização, imaginação, formulação de conjecturas, generalização e expressão. Nesse sentido, é importante recorrer a diferentes estratégias que permitam explorar esse potencial através de uma diversidade de tarefas. O reconhecimento de padrões existentes nos números, nas formas e no mundo à nossa volta constitui o ponto de partida para uma exploração matemática que permite aos/as estudantes continuar, completar e generalizar padrões e, sobretudo, resolver problemas. O desenvolvimento destas capacidades conduz a uma melhor compreensão da matemática e à aquisição e consolidação de diferentes conceitos matemáticos, mobilizados através das diferentes capacidades transversais. Também contribui para que os/as estudantes fiquem mais bem preparados, em particular para o trabalho com funções e álgebra, do que aqueles que não tiveram oportunidades sistemáticas de explorar padrões (e.g., Barbosa et al., 2025; Vale et al., 2009).

Estes exemplos evidenciam como a expressão da generalização pode ser explorada em diferentes níveis, utilizando diferentes representações trabalhando em simultâneo a aritmética e a álgebra. O contexto figurativo proporciona aos/as estudantes oportunidades para se centrarem na estrutura do padrão e compreenderem as relações subjacentes. Nesse processo, as estratégias de resolução podem envolver uma combinação de abordagens numéricas e figurativas, onde o raciocínio recursivo e o raciocínio funcional são utilizados de forma adequada às diferentes situações.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Barbosa, A., Vale, I., & Gualandi, J. H. (2025). Dos padrões à generalização: como a criatividade é expressa por futuros professores do Brasil e de Portugal? *Educação Matemática Debate*, 9(17), 1-23.

Davis, P. & Hersch, R. (1995). *A experiência matemática*. Gradiva.

Devlin, K. (2002). *Matemática: A ciência dos padrões*. Porto Editora.

Hardy, G.H. (1940). *A Mathematician's Apology*. Cambridge University. <https://web.njit.edu/~akansu/papers/ghhardy-amathematiciansapology.pdf>

Frobisher, L., Frobisher, A., Orton, A. & Orton, J. (2007). *Learning to teach shape and space*. Nelson Thornes.

Lee, L., & Freiman, V. (2006). Developing algebraic thinking through pattern exploration. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 11(9), 428-433.

NCTM (2000). *Principles and standards for school mathematics*. NCTM.

Orton, A. (1999). *Pattern in teaching and learning of mathematics*. Cassel.

Rivera, F. (2013). *Teaching and Learning Patterns in school Mathematics*. Springer

Stacey, K. (1989). Finding and using patterns in linear generalizing problems. *Educational Studies in Mathematics*, 20(2), 47-164.

Stylianou, D., & Silver, E. (2004). The role of visual representations in advanced mathematical problem solving: An examination of expert-novice similarities and differences. *Mathematical Thinking and Learning*, 6(4), 353-387.

Vale, I. & Barbosa, A. (2019). Pensamento algébrico: contributo da visualização na construção da generalização. *Educação Matemática e Pesquisa*, 21(3), 398-418.

Vale, I., Barbosa, A., Borralho, A., Barbosa, E., Cabrita, I., Fonseca, L., & Pimentel, T. (2009). *Padrões no ensino e aprendizagem da matemática - propostas curriculares para o ensino básico*. ESEVC-Projeto Padrões.



Com.S⁺go⁺ ipvc

