

INSTITUTO POLITÉCNICO
DE VIANA DO CASTELO

RELATÓRIO FINAL DE PRÁTICA DE ENSINO SUPERVISIONADA

Mestrado em Ensino 1.º e 2.º CEB - Matemática e Ciências Naturais

Trilhos matemáticos digitais e com papel e lápis: contributos para o desenvolvimento do pensamento algébrico

Mariana de Abreu Correia

Escola Superior de Educação

2026

INSTITUTO POLITÉCNICO
DE VIANA DO CASTELO

Mariana de Abreu Correia

RELATÓRIO FINAL DE PRÁTICA DE ENSINO SUPERVISIONADA

Mestrado em Ensino 1.º e 2.º CEB
- Matemática e Ciências Naturais

Trilhos matemáticos digitais e com papel e lápis: contributos para o desenvolvimento do pensamento algébrico

Trabalho efetuado sob orientação da
Doutora Ana Barbosa

Agosto de 2026

AGRADECIMENTOS

Chegar ao fim deste percurso representa muito mais do que concluir um ciclo académico. Representa anos de dedicação, esforço, desafios, aprendizagens e crescimento, tanto a nível pessoal como profissional. Ao longo desta caminhada, houve momentos de entusiasmo e realização, mas também momentos de dúvida e cansaço. Em todos eles, tive a felicidade de contar com pessoas que acreditaram em mim, me apoiaram incondicionalmente e caminharam ao meu lado. A todas elas, dedico um profundo e sincero agradecimento.

À Professora Doutora Ana Barbosa, orientadora deste relatório, dirijo um agradecimento muito especial. Mais do que orientar este trabalho com rigor científico e profissionalismo, esteve sempre presente com uma disponibilidade, dedicação e generosidade que ultrapassaram largamente aquilo que seria esperado. Acompanhou cada etapa deste percurso com um compromisso incansável, nunca medindo esforços para esclarecer dúvidas, orientar decisões e incentivar-me a superar as dificuldades encontradas. A sua confiança, exigência, palavras de incentivo e constante apoio foram determinantes para a concretização deste trabalho e para o meu crescimento enquanto futura docente. Por tudo aquilo que fez, muitas vezes colocando as necessidades dos seus alunos à frente do seu próprio tempo de descanso, deixo o meu mais profundo e sincero agradecimento.

A todos os professores e educadores que fizeram parte do meu percurso académico e pessoal, deixo uma palavra de profunda gratidão. Cada um contribuiu, à sua maneira, para moldar a pessoa e a professora que hoje sou. Obrigada por me inspirarem, por despertarem em mim o gosto pelo ensino e por me mostrarem que educar é, acima de tudo, um ato de dedicação, humanidade e esperança.

Aos professores orientadores cooperantes, agradeço por me terem recebido nas suas salas de aula com tanta disponibilidade e confiança. Obrigada pelos ensinamentos, pelos conselhos, pela partilha de experiências e pela oportunidade de crescer enquanto futura profissional. A vossa orientação foi determinante neste percurso.

A todas as crianças e alunos com quem tive o privilégio de aprender ao longo da Prática de Ensino Supervisionada, deixo um agradecimento muito especial. Foram vocês que deram verdadeiro significado a esta experiência. Cada sorriso, cada pergunta, cada desafio e cada pequena conquista fizeram-me confirmar que escolhi a profissão certa. Espero ter-vos ensinado tanto quanto vocês me ensinaram a mim.

Ao meu colega de estágio, Rúben, agradeço pela amizade, pela entreajuda, pela partilha constante e por todo o apoio ao longo deste percurso. Obrigada por tornares os desafios mais leves e por celebrares comigo cada conquista.

Aos meus pais, não existem palavras suficientes para agradecer tudo o que fizeram por mim. Obrigada por todo o amor, por cada incentivo, por cada palavra de motivação e por nunca me deixarem desistir dos meus sonhos. Foram vocês que me ensinaram o valor do trabalho, da perseverança e da humildade. Esta conquista é, também, vossa, porque sem o vosso apoio incondicional eu nunca teria chegado até aqui.

A ti, Sérgio, obrigada por nunca deixares de acreditar em mim, mesmo quando eu própria duvidava. Pelo carinho, pela compreensão, pela paciência nos momentos mais difíceis e por estares sempre ao meu lado, foste um dos meus maiores pilares.

À minha melhor amiga, Maria, agradeço por caminhar ao meu lado desde o 7.º ano. Obrigada por seres o meu porto seguro, por ouvires cada desabafo, celebrares cada conquista e nunca me deixares enfrentar os momentos mais difíceis sozinha. A tua amizade, o teu apoio incondicional e a tua presença constante deram-me força para continuar, mesmo quando tudo parecia mais difícil. Obrigada por estares sempre presente, em todas as etapas da minha vida. Tenho a sorte de poder chamar-te de melhor amiga.

No fim, percebemos que as maiores conquistas nunca são alcançadas sozinhos. Crescemos pelas experiências que vivemos, mas sobretudo pelas pessoas que escolhem caminhar ao nosso lado.

Obrigada.

RESUMO

O presente relatório foi desenvolvido no âmbito da unidade curricular de Prática de Ensino Supervisionada, integrada no Mestrado em Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico e de Matemática e Ciências Naturais no 2.º Ciclo do Ensino Básico. Encontra-se organizado em três partes: a primeira parte corresponde ao enquadramento dos contextos educativos e à descrição, análise e reflexão das intervenções pedagógicas desenvolvidas no 1.º e no 2.º Ciclos do Ensino Básico; a segunda parte apresenta o estudo de investigação realizado no âmbito da disciplina de Matemática; a terceira parte integra uma reflexão global sobre o percurso desenvolvido durante a Prática de Ensino Supervisionada.

O estudo apresentado na segunda parte do relatório foi desenvolvido numa turma do 6.º ano de escolaridade, com 20 alunos. Incidiu na implementação de trilhos matemáticos, em formato tradicional e digital, no âmbito dos conteúdos Regularidades em Sequências e Proporcionalidade Direta. A investigação teve como principal objetivo compreender o modo como alunos do 6.º ano de escolaridade mobilizam o pensamento algébrico na resolução de trilhos matemáticos tradicionais e digitais. Para esse efeito, foram formuladas as seguintes questões de investigação: Q.1. Como se caracteriza e compara o desempenho dos alunos num trilho matemático digital e num trilho matemático com papel e lápis?; Q.2. Que atitudes evidenciam os alunos na realização de um trilho matemático digital e num trilho matemático com papel e lápis?

De modo a responder às questões de investigação, recorreu-se a uma metodologia de natureza qualitativa, enquadrada num estudo de caso. A recolha de dados incidiu sobre toda a turma, privilegiando-se uma análise aprofundada de um grupo-caso. Foram utilizados como principais instrumentos de recolha de dados a observação participante, as notas de campo, os inquéritos por questionário e por entrevista, as produções escritas dos alunos e os registos audiovisuais.

A análise dos dados permitiu concluir que ambos os formatos dos trilhos matemáticos favoreceram o desenvolvimento do pensamento algébrico, possibilitando aos alunos identificar regularidades, estabelecer generalizações, compreender relações de proporcionalidade direta e mobilizar diferentes estratégias de resolução. Globalmente, a turma evidenciou um desempenho superior no trilho matemático digital, enquanto o

grupo-caso apresentou melhores resultados no trilho em formato tradicional, sugerindo que diferentes ambientes podem potenciar diferentes formas de aprendizagem. Não obstante, os alunos revelaram algumas dificuldades, sobretudo na generalização de padrões, na explicitação e justificação do raciocínio matemático, na interpretação de algumas situações de proporcionalidade direta e na utilização rigorosa da linguagem matemática. Relativamente às atitudes perante a Matemática, os dois formatos de trilho promoveram elevados níveis de interesse, persistência e colaboração. Contudo, na turma, as atitudes positivas foram ligeiramente superiores no trilho com papel e lápis, indo ao encontro do grupo-caso. O formato digital destacou-se pelo entusiasmo demonstrado pelos alunos e pelas potencialidades do *feedback* imediato disponibilizado pela aplicação *MathCityMap*, enquanto o formato tradicional potenciou uma maior discussão matemática, argumentação e negociação de estratégias entre os elementos dos grupos. Os resultados obtidos permitem concluir que os trilhos matemáticos constituem uma estratégia relevante para promover aprendizagens matemáticas significativas e contextualizadas, contribuindo para o desenvolvimento do pensamento algébrico e para a construção de atitudes positivas perante a Matemática.

Palavras-chave: Trilhos matemáticos; Regularidades em sequências; Proporcionalidade direta; Desempenho; Atitudes.

ABSTRACT

This report was developed within the scope of the Supervised Teaching Practice course, integrated into the Master's Degree in Teaching for Primary Education and Mathematics and Natural Sciences for Lower Secondary Education. It is organized into three parts: the first presents the educational contexts and includes the description, analysis and reflection on the pedagogical interventions carried out in primary and lower secondary education; the second presents the research study conducted within the field of Mathematics Education; and the third provides an overall reflection on the experiences and learning developed throughout the Supervised Teaching Practice.

The study presented in the second part of the report was conducted with a sixth-grade class comprising 20 students. It focused on the implementation of math trails in both traditional (paper-and-pencil) and digital formats, addressing the topics of Patterns in Sequences and Direct Proportion. The main objective of the study was to understand how 6th grade students engage in algebraic thinking while solving tasks in traditional and digital math trails. To achieve this objective, the following research questions were formulated: RQ1. How can students' performance be characterized and compared when solving tasks in a digital math trail and in a paper-and-pencil math trail? RQ2. What attitudes do students demonstrate while completing a digital math trail and a paper-and-pencil math trail?

To answer the research questions, a qualitative methodology based on a case study design was adopted. Data were collected from the entire class, with an in-depth analysis focusing on one case-study group. The main data collection instruments included participant observation, field notes, questionnaires, semi-structured interviews, students' written productions, and audiovisual records.

The findings showed that both formats of math trails promoted the development of algebraic thinking by enabling students to identify patterns, establish generalizations, understand direct proportional relationships, and apply different problem-solving strategies. Overall, the class achieved better performance in the digital math trail, whereas the case-study group obtained better results in the traditional paper-and-pencil trail, suggesting that different learning environments may foster different ways of learning. Nevertheless, students experienced some difficulties, particularly in pattern generalization,

explaining and justifying their mathematical reasoning, interpreting certain direct proportion situations, and using mathematical language accurately. Regarding attitudes towards Mathematics, both formats promoted high levels of interest, persistence and collaboration. However, positive attitudes within the class were slightly more pronounced during the paper-and-pencil math trail, consistent with the findings from the case study group. The digital format stood out due to the enthusiasm shown by the students and the immediate feedback provided by the MathCityMap application, whereas the traditional format encouraged richer math discussion, argumentation and negotiation of strategies among group members. The findings suggest that math trails constitute a valuable pedagogical approach for promoting meaningful and contextualized mathematical learning, contributing to the development of algebraic thinking and fostering more positive attitudes towards Mathematics.

Keywords: Math trails; Patterns in sequences; Direct proportion; Performance; Attitudes.

ÍNDICE

AGRADECIMENTOS V
RESUMO VII
ABSTRACT IX
ÍNDICE XI
ÍNDICE DE FIGURAS XV
ÍNDICE DE QUADROS XIX
ÍNDICE DE TABELAS XIX
ÍNDICE DE GRÁFICOS XX
LISTA DE ABREVIATURAS XXII
INTRODUÇÃO 1
PARTE I - ENQUADRAMENTO DA PRÁTICA DE ENSINO SUPERVISIONADA 3
CAPÍTULO I - INTERVENÇÃO EM CONTEXTO EDUCATIVO NO 1.º CEB 4
1. Caraterização do contexto educativo do 1.º CEB 4
1.1. O meio local 4
1.2. O agrupamento e a escola 5
1.3. A sala de aula e as rotinas 7
1.4. A turma 8
2. Percurso da intervenção educativa no 1.º CEB 9
2.1. Áreas de intervenção 10
2.1.1. *Português* 10
2.1.2. *Matemática* 12
2.1.3. *Estudo do Meio Físico e Social* 13
2.1.4. *Educação Artística* 14
2.1.5. *Educação Física* 15
2.2. Envolvimento na comunidade educativa 15
CAPÍTULO II – INTERVENÇÃO EM CONTEXTO EDUCATIVO NO 2.º CEB 17
1. Caraterização do contexto educativo do 2.º CEB 17
1.1. O meio local 17
1.2. O agrupamento e a escola 18

1.3. As salas de aula 20
1.4. A turma 21
2. Percurso da intervenção educativa no 2.º CEB 22
2.1. Áreas de intervenção 24
2.1.1. *Ciências Naturais* 24
2.1.2. *Matemática* 26
PARTE II - TRABALHO DE INVESTIGAÇÃO 29
CAPÍTULO I – INTRODUÇÃO 30
1. Pertinência do estudo 30
1.2. Problema e questões de investigação 31
CAPÍTULO II – FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA 33
1. Tendências atuais no ensino e aprendizagem da Matemática 33
2. O ensino e a aprendizagem de Regularidades em Sequências e Proporcionalidade Direta 40
2.1. Regularidades em Sequências e Proporcionalidade Direta no currículo do 2.º CEB 40
2.2. Questões de ensino e aprendizagem sobre Regularidades em Sequências e Proporcionalidade Direta 41
2.2.1. *Regularidades em Sequências* 42
2.2.2. *Proporcionalidade Direta* 45
3. Aprendizagem da Matemática fora da sala de aula 48
3.1. Trilhos matemáticos e a importância das conexões 49
3.2. Trilhos matemáticos digitais: a utilização do MathCityMap 52
4. As atitudes no ensino e aprendizagem da Matemática 57
5. Estudos empíricos 60
CAPÍTULO III – METODOLOGIA DE INVESTIGAÇÃO 66
1. Opções metodológicas 66
2. Contexto, participantes e procedimentos 68
3. Recolha de dados 71
3.1. Observação 72

3.2. Inquérito por entrevista 74
3.3. Inquérito por questionário 76
3.4. Documentos 77
3.5. Registos audiovisuais 79
4. Análise de dados 80
CAPÍTULO IV – INTERVENÇÃO DIDÁTICA 86
1. As aulas de Matemática 86
2. Preparação / organização dos trilhos matemáticos 92
2.1. Desenho dos trilhos matemáticos 93
2.2. As tarefas 97
2.2.1. *Trilho com papel e lápis* 97
"O desenho do mural" 97
"Os cabeçudos" 98
"As mesas do bar" 99
"As vogais" 101
"Os cacifos" 101
"Vamos contar quadrados" 102
"O jogo da macaca" 103
2.2.2. *Trilho com o MCM* 105
"O mural da escola" 105
"A malha quadrangular" 106
"A sala 14" 108
"25 de abril" 109
"As floreiras" 111
"Retângulo de ouro" 112
"Os retângulos do bebedouro" 113
CAPÍTULO V – APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS 116
1. A turma e a realização dos trilhos matemáticos 116
1.1. A turma e a sua relação com a Matemática 116
1.2. Desempenho da turma nos trilhos matemáticos 121

1.2.1. *Desempenho da turma no trilho com papel e lápis* 122
1.2.2. *Desempenho da turma no trilho digital* 135
1.2.3. *Comparação do desempenho da turma nos dois trilhos matemáticos* 149
1.3. Atitudes da turma na realização dos trilhos matemáticos 152
1.3.1. *Dimensão afetiva* 152
1.3.2. *Dimensão cognitiva* 161
1.3.3. *Dimensão comportamental* 165
2. O grupo-caso 172
2.1. Caracterização do grupo-caso 172
2.2. Desempenho do grupo-caso no trilho com papel e lápis 176
2.3. Síntese do desempenho do grupo-caso no trilho com papel e lápis 191
2.4. Desempenho do grupo-caso no trilho digital 193
2.6. Síntese sobre o desempenho do grupo-caso no trilho digital 204
2.7. Atitudes do grupo-caso na resolução dos trilhos matemáticos 205
2.7.1. *Dimensão afetiva* 205
2.7.2. *Dimensão cognitiva* 213
2.7.3. *Dimensão comportamental* 217
CAPÍTULO VI – CONCLUSÕES 227
1. Síntese do estudo 227
2. Conclusões do estudo 228
2.1. Caracterização e comparação do desempenho dos alunos num trilho matemático digital e num trilho matemático com papel e lápis 229
2.2. Atitudes evidenciadas pelos alunos na realização de um trilho matemático digital e num trilho com papel e lápis 232
3. Limitações do estudo e recomendações para investigações futuras 240
PARTE III - REFLEXÃO GLOBAL DA PES 243
REFLEXÃO GLOBAL DA PES 244
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS 251
ANEXOS 260

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1 Disposição da sala de aula 7

Figura 2 Cuidados de saúde na primeira infância: alunas a mudar a fralda a um boneco de bebé 26

Figura 3 Classificação das tarefas tendo por base o nível de exigência cognitiva (adaptado de Stein & Smith, 2009) 37

Figura 4 *Classificação das tarefas, em termos do grau de desafio e de abertura (Ponte, 2005)* 37

Figura 5 *Interface para criação e pesquisa dos trilhos no portal da web do MCM* 52

Figura 6 Interface inicial do MCM no dispositivo móvel 54

Figura 7 Esquema representativo das opções metodológicas 66

Figura 8 Alunos e professora estagiária a preparar a bebida 89

Figura 9 Um grupo a resolver a tarefa "Vamos contar quadrados!", do trilho em papel e lápis 90

Figura 10 Padlet criado com a resolução das tarefas de revisão 90

Figura 11 Dois alunos a realizarem medições para a tarefa "O retângulo de ouro", do trilho com o MCM 91

Figura 12 Parâmetros a preencher para cada tarefa no portal MCM 95

Figura 13 Introdução do trilho no MCM 96

Figura 14 Enunciado da tarefa "O desenho do mural" 97

Figura 15 Enunciado da tarefa "Os cabeçudos" 98

Figura 16 Enunciado da parte 1 da tarefa "As mesas do bar" 99

Figura 17 Enunciado da parte 2 da tarefa "As mesas do bar" 100

Figura 18 Enunciado da tarefa "As vogais" 101

Figura 19 Enunciado da tarefa "Os cacifos" 102

Figura 20 Enunciado da tarefa "Vamos contar quadrados!" 102

Figura 21 Enunciado da parte 1 da tarefa "O jogo da macaca" 104

Figura 22 Enunciado da parte 2 da tarefa "O jogo da macaca" 104

Figura 23 Enunciado da tarefa "O mural da escola" 105

Figura 24 Sugestões da tarefa "O mural da escola" 106
Figura 25 Enunciado da parte 1 da tarefa "A malha quadrangular" 106
Figura 26 Enunciado da parte 2 da tarefa "A malha quadrangular" 107
Figura 27 Sugestões da tarefa "A malha quadrangular" 108
Figura 28 Enunciado da tarefa "A sala 14" 108
Figura 29 Sugestões da tarefa "A sala 14" 109
Figura 30 Enunciado da tarefa "25 de abril" 110
Figura 31 Sugestões da tarefa "25 de abril" 110
Figura 32 Enunciado da tarefa "As floreiras" 111
Figura 33 Sugestões da tarefa "As floreiras" 112
Figura 34 Enunciado da tarefa "Retângulo de ouro" 112
Figura 35 Sugestões da tarefa "Retângulo de ouro" 113
Figura 36 Enunciado da tarefa "Os retângulos do bebedouro" 113
Figura 37 Sugestões da tarefa "Os retângulos do bebedouro" 115
Figura 38 Exemplos de resoluções da tarefa "O desenho do mural" consideradas "parcialmente corretas" 124
Figura 39 Exemplos de resoluções da tarefa "Os cabeçudos" consideradas "corretas" .. 124
Figura 40 Exemplos de duas resoluções da tarefa "As mesas do bar (Parte 1)" consideradas "corretas" 125
Figura 41 Exemplo de uma resolução da tarefa "As mesas do bar (Parte 1)" considerada "incorreta" 126
Figura 42 Exemplos de resoluções da tarefa "As mesas do bar (Parte 2)" consideradas "parcialmente corretas" 127
Figura 43 Exemplo de resolução da tarefa "As vogais" considerado "correto" 127
Figura 44 Exemplos de resoluções da tarefa "Os cacifos" considerados "incorretos" 128
Figura 45 Exemplo de resolução da tarefa "Vamos contar quadrados" considerada "parcialmente correta" 129
Figura 46 Exemplos de resoluções da tarefa "Vamos contar quadrados" considerados "incorretos" 129

Figura 47 Jogo da macaca utilizado pelo grupo durante a realização do trilho matemático tradicional 130
Figura 48 Exemplo de resolução da tarefa "O jogo da macaca (Parte 1)" considerado "incorreto" 130
Figura 49 Exemplos de dificuldades apresentadas pelos grupos na notação matemática 131
Figura 50 Exemplos de resoluções da tarefa "O jogo da macaca (Parte 2)" considerados "incorretos" 131
Figura 51 Exemplos de resoluções da tarefa "O mural da escola" considerados "corretos" 136
Figura 52 Exemplo de resolução da tarefa "A malha quadrangular (Parte 1)" considerada "incorreta" 137
Figura 53 Exemplo de resolução da tarefa "A malha quadrangular (Parte 2)" considerada "parcialmente correta" 138
Figura 54 Exemplo de resolução da tarefa "A malha quadrangular (Parte 2)" considerada "incorreta" 138
Figura 55 Exemplo de resolução da tarefa "A sala 14" considerada "correta" 139
Figura 56 Exemplo de resolução da tarefa "A sala 14" considerada "incorreta" 139
Figura 57 Exemplo de resolução da tarefa "As floreiras" considerada "parcialmente correta" 141
Figura 58 Exemplo de resolução da tarefa "As floreiras" considerada "incorreta" 141
Figura 59 Exemplos de resoluções da tarefa "Retângulo de ouro" consideradas "incorretas" 142
Figura 60 Exemplo de resolução da tarefa "Os retângulos do bebedouro" considerada "parcialmente correta" 143
Figura 61 Exemplo de resolução da tarefa "Os retângulos do bebedouro" considerada "incorreta" 144
Figura 62 GT e BP a contar os azulejos do comprimento 177
Figura 63 Resolução da tarefa "O desenho do mural" pelo grupo 1 177
Figura 64 Resolução da tarefa "Os cabeçudos" pelo grupo 1 179

Figura 65 Cooperação entre GT e BP na medição da altura do cabeçudo 180
Figura 66 Resolução da tarefa "As mesas do bar (parte 1)" pelo grupo 1..... 181
Figura 67 Raciocínio da MR, esquematizado pela autora - Decomposição em três triângulos 181
Figura 68 Raciocínio do BP, esquematizado pela autora – Composição com dois triângulos para obter um retângulo 182
Figura 69 Raciocínio do GT, esquematizado pela autora – Decomposição em dois triângulos e um retângulo..... 182
Figura 70 Registo da MR a explicar ao grupo onde se deve medir a base do triângulo .. 182
Figura 71 Resolução da tarefa "As mesas do bar (parte 2)" pelo grupo 1..... 184
Figura 72 Resolução da tarefa "As vogais" pelo grupo 1 185
Figura 73 Resolução da tarefa "Os cacifos" pelo grupo 1..... 186
Figura 74 Resolução da tarefa "Vamos contar quadrados!" pelo grupo 1 187
Figura 75 Resolução da tarefa "O jogo da macaca (parte 1)" pelo grupo 1 189
Figura 76 O grupo 1 coloca pedras no jogo da maca para representar a sequência 189
Figura 77 Resolução da tarefa "O jogo da maca (parte 2)" pelo grupo 1..... 191
Figura 78 Resolução da tarefa "O mural da escola" pelo grupo 1..... 194
Figura 79 Resolução da tarefa "A malha quadrangular (parte 1)" pelo grupo 1 194
Figura 80 Resolução da tarefa "A malha quadrangular (parte 2)" pelo grupo 1 196
Figura 81 Resolução da tarefa "A sala 14" pelo grupo 1..... 198
Figura 82 Resolução da tarefa "25 de abril" pelo grupo 1..... 199
Figura 83 Resolução da tarefa "As floreiras" pelo grupo 1 200
Figura 84 Troca de responsabilidades dentro do grupo 1 200
Figura 85 Resolução da tarefa "Retângulo de ouro" pelo grupo 1..... 201
Figura 86 *O aluno GT faz a medição da largura do retângulo* 201
Figura 87 Resolução da tarefa "Os retângulos do bebedouro" pelo grupo 1..... 203

ÍNDICE DE QUADROS

Quadro 1 Fases do percurso da intervenção educativa no 2.º CEB 22

Quadro 2 Organização dos conteúdos de Ciências Naturais 24

Quadro 3 Organização dos conteúdos de Matemática 27

Quadro 4 Calendarização do estudo 70

Quadro 5 Categorias de análise 81

Quadro 6 Respostas à questão "O que mais gostas de fazer nas aulas de Matemática?" 117

Quadro 7 Dimensões de análise acerca das perceções dos alunos sobre o nível de dificuldade do trilho papel e lápis 133

Quadro 8 Dimensões de análise acerca das perceções dos alunos sobre o nível de dificuldade do trilho digital 145

ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 1 Categorias de análise do envolvimento propostas por Fernandes (2019) 59

ÍNDICE DE GRÁFICOS

Gráfico 1 Respostas à questão "Qual é (ou quais são) a(s) tua(s) disciplina(s) preferida(s)?" 117

Gráfico 2 Respostas à questão "Como caracterizas o teu gosto pela Matemática?" 117

Gráfico 3 Resposta à questão "Como preferes realizar as tarefas que te são apresentadas nas aulas de Matemática?" 119

Gráfico 4 Respostas à questão "Já tinhas realizado algum trilho matemático?" 120

Gráfico 5 Categorização das resoluções de cada tarefa do trilho tradicional 123

Gráfico 6 Perceções dos alunos sobre o nível de dificuldade do trilho com papel e lápis 132

Gráfico 7 Respostas à questão "Gostaste de resolver o trilho matemático tradicional, em papel e lápis?" 134

Gráfico 8 Categorização das resoluções de cada tarefa do trilho digital..... 136

Gráfico 9 Perceções dos alunos sobre o nível de dificuldade do trilho digital 145

Gráfico 10 Respostas à questão "Gostaste de resolver o trilho matemático digital, com o MathCityMap?" 147

Gráfico 11 Desempenho global na resolução das tarefas do trilho tradicional 149

Gráfico 12 Desempenho global na resolução das tarefas do trilho digital..... 149

Gráfico 13 Respostas dos alunos à questão "Se tivesses de eleger um dos trilhos matemáticos que fizeste, qual escolherias?" 151

Gráfico 14 Comparação das respostas à afirmação "Este trilho matemático contribuiu para que gostasse mais da disciplina de Matemática" 153

Gráfico 15 Comparação das respostas dos alunos à afirmação "Tive vontade e interesse em resolver as tarefas deste trilho" nos trilhos tradicional e digital..... 154

Gráfico 16 Comparação da autoconfiança dos alunos na resolução das tarefas entre o trilho tradicional e o trilho digital..... 158

Gráfico 17 Comparação dos níveis de ansiedade e nervosismo dos alunos na resolução das tarefas entre o trilho tradicional e o trilho digital 159

Gráfico 18 Comparação das respostas dos alunos à afirmação "Desisti de realizar as tarefas sempre que tive dúvidas" nos trilhos tradicional e digital 161

Gráfico 19 Comparação das respostas à afirmação "Percebi com este trilho que a Matemática pode ser útil no dia a dia" nos trilhos tradicional e digital 163
Gráfico 20 Comparação das respostas dos alunos à afirmação "Mesmo quando tive dificuldades, continuei a tentar resolver" nos trilhos tradicional e digital 167
Gráfico 21 Comparação das respostas dos alunos à afirmação "Desisti de realizar as tarefas sempre que tive dúvidas" nos trilhos tradicional e digital 171

LISTA DE ABREVIATURAS

AE – Aprendizagens Essenciais

AEC – Atividades de Enriquecimento Curricular

CEB – Ciclo do Ensino Básico

DGE – Direção-Geral da Educação

MCM – MathCityMap

ME – Ministério da Educação

NCTM – National Council of Teachers of Mathematics

OCEPE – Orientações Curriculares para a Educação Pré-Escolar

PASEO – Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória

PES – Prática de Ensino Supervisionada

INTRODUÇÃO

O presente Relatório Final de Prática de Ensino Supervisionada (PES) foi elaborado no âmbito do Mestrado em Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico (CEB) e de Matemática e Ciências Naturais do 2.º CEB, da Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Viana do Castelo. Este documento constitui o culminar do percurso formativo desenvolvido ao longo do estágio pedagógico, integrando a descrição e análise crítica das experiências vivenciadas em contexto educativo, bem como um trabalho de investigação desenvolvido em contexto de sala de aula.

O estágio decorreu em dois contextos distintos. Numa primeira fase, realizou-se num contexto do 1.º CEB, onde foram desenvolvidas intervenções nas áreas de Português, Matemática, Estudo do Meio, Educação Artística e Educação Física. Numa segunda fase, a intervenção decorreu no 2.º CEB, incidindo nas disciplinas de Matemática e Ciências Naturais. A diversidade dos contextos educativos e das experiências proporcionadas permitiu compreender diferentes realidades escolares, responder às necessidades dos alunos através da diferenciação pedagógica e consolidar competências de planificação, implementação e avaliação da prática profissional.

Paralelamente à componente de intervenção pedagógica, foi desenvolvido um estudo de investigação que surgiu da necessidade de compreender a forma como alunos do 6.º ano de escolaridade mobilizam o pensamento algébrico na resolução de tarefas em trilhos matemáticos tradicionais e digitais. A investigação procurou, assim, aliar a prática pedagógica à produção de conhecimento, assumindo a investigação como uma dimensão essencial do desenvolvimento profissional docente.

O presente relatório encontra-se organizado em três partes. A primeira parte apresenta o enquadramento da PES, contemplando a caracterização dos contextos educativos e a descrição do percurso de intervenção desenvolvido no 1.º e no 2.º CEB. A segunda parte corresponde ao trabalho de investigação, integrando a fundamentação teórica, a metodologia, a descrição da intervenção didática, a apresentação e discussão dos resultados e as principais conclusões do estudo. Por fim, a terceira parte é dedicada a uma reflexão global sobre a PES, incidindo sobre as aprendizagens realizadas, os desafios

enfrentados e o contributo desta experiência para o desenvolvimento pessoal e profissional enquanto futura docente.

Em suma, com este relatório pretende-se evidenciar o percurso formativo desenvolvido ao longo da PES, demonstrando a importância da reflexão crítica e da investigação na construção de práticas pedagógicas fundamentadas, inovadoras e orientadas para a promoção de aprendizagens significativas.

PARTE I - ENQUADRAMENTO DA PRÁTICA DE ENSINO SUPERVISIONADA

CAPÍTULO I - INTERVENÇÃO EM CONTEXTO EDUCATIVO NO 1.º CEB

Este capítulo contempla duas partes: a caracterização do contexto educativo e o percurso da intervenção educativa no 1.º CEB. Destaca-se que a caracterização do contexto educativo integra a descrição do meio local, do agrupamento, da escola, da sala de aula e da turma. Por sua vez, o percurso da intervenção educativa evidencia as áreas exploradas e o envolvimento com a comunidade educativa.

1. Caraterização do contexto educativo do 1.º CEB

1.1. O meio local

A primeira parte do estágio, no âmbito da unidade curricular de Prática de Ensino Supervisionada (PES), decorreu numa escola situada no concelho de Viana do Castelo. Este concelho, com uma área de 319,02 km², encontra-se subdividido em 27 freguesias e, em 2021, apresentava uma população de 85 778 habitantes, maioritariamente compreendida entre os 25 e os 64 anos de idade (INE, 2021).

A cidade de Viana do Castelo constitui um relevante centro urbano, económico e cultural da região Norte. Situada na foz do rio Lima, beneficia de uma localização estratégica que historicamente favoreceu o florescimento do comércio marítimo e da construção naval — atividades que ainda hoje moldam a sua identidade. Reconhecida pela riqueza do seu património histórico e arquitetónico, a cidade preserva um valioso espólio de edifícios religiosos, civis e militares, entre os quais se destacam o Santuário de Santa Luzia, a Igreja da Misericórdia e o centro histórico, onde se evidenciam influências renascentistas, manuelinas e barrocas. Simultaneamente, Viana do Castelo evidencia um forte enraizamento nas tradições locais, como o folclore, o artesanato e a confeção de trajes típicos.

A freguesia onde se localizava a escola do 1.º CEB em que o estágio se realizou era uma área periurbana do concelho de Viana do Castelo, com 11.22 km^2 e 4698 habitantes (INE, 2021). A nível socioeconómico, destacava-se a agricultura, a pecuária, o comércio, a indústria e a hotelaria como setores laborais. Denotava-se um equilíbrio entre as zonas residenciais e os espaços comerciais, proporcionando um ambiente dinâmico e favorável ao desenvolvimento educativo. A nível sociocultural, apresentava duas principais tradições

festivas. Alguns dos locais turísticos centrais pertencem ao Geoparque Litoral de Viana do Castelo. Por sua vez, a proximidade de infraestruturas culturais e recreativas ampliava as oportunidades de aprendizagem dos alunos, permitindo uma abordagem educativa mais rica e contextualizada.

1.2. O agrupamento e a escola

O contexto educativo onde decorreu a PES integrava um Agrupamento de Escolas pertencente ao concelho de Viana do Castelo. Embora abrangesse apenas cinco freguesias, este agrupamento possuía uma área de influência bastante alargada, acolhendo alunos provenientes de diversos concelhos. Tratava-se de uma unidade orgânica composta por três estabelecimentos de educação pré-escolar, cinco escolas básicas do 1.º CEB, uma escola básica do 2.º e 3.º CEB, e uma escola secundária, que assumia a função de escola sede.

Segundo o Projeto Educativo em vigor no momento do estágio, o agrupamento era constituído por um corpo docente que integrava 326 educadores e professores profissionalmente habilitados. O pessoal não docente compreendia 3 assistentes técnicos, 77 assistentes operacionais, 13 cozinheiras, 4 assistentes técnicas com funções de animação sociocultural no âmbito da Componente de Apoio à Família, 4 psicólogos, 1 terapeuta da fala e 1 docente reconvertido profissionalmente. Ao nível dos serviços técnico-pedagógicos, destacava-se a presença de uma equipa multidisciplinar de apoio à educação inclusiva (EMAEI), bem como dos Serviços de Psicologia e Orientação (SPO), que prestavam apoio a todos os níveis de ensino do agrupamento.

Paralelamente, o agrupamento mantinha uma estreita articulação com diversas entidades da comunidade local, entre as quais se destacam a Câmara Municipal de Viana do Castelo, a Escola Superior de Educação e a Escola Superior de Tecnologia e Gestão, ambas pertencentes ao Instituto Politécnico de Viana do Castelo. Esta rede de parcerias tem contribuído para o desenvolvimento de vários projetos educativos em que o agrupamento estava envolvido. Em síntese, tratava-se de um Agrupamento de Escolas que promovia uma abordagem pedagógica centrada na inclusão, na qualidade das aprendizagens e na valorização da inovação, da interdisciplinaridade e da colaboração entre os diversos agentes educativos.

A escola onde se desenvolveu o primeiro estágio da PES abrangia exclusivamente o 1.º CEB. Esta escola acolhia 75 crianças, distribuídas por quatro turmas do 1.º ao 4.º ano de escolaridade. O ambiente escolar era estruturado e acolhedor, sustentado por uma equipa docente qualificada e empenhada na implementação de metodologias pedagógicas diversificadas, com especial enfoque no desenvolvimento da autonomia e do pensamento crítico dos alunos. Para esse efeito, a escola dispunha de vários recursos, incluindo uma biblioteca, espaços recreativos e equipamentos tecnológicos, que contribuíam para um processo de ensino-aprendizagem mais eficaz e alinhado com as exigências educativas atuais.

O espaço exterior era amplo e bem organizado. A zona frontal da escola encontrava-se pavimentada a cimento e, na parte traseira, localizavam-se o coberto, o campo de jogos e uma área de compostagem. Na zona lateral direita, existia uma área relvada, enquanto que na lateral esquerda se encontrava uma zona cimentada com um cesto de basquetebol. Importa referir que o coberto apresentava sinais visíveis de desgaste, o que comprometia a sua utilização em dias de chuva intensa.

A escola era constituída por dois blocos, cada um com dois pisos. O rés-do-chão do bloco direito albergava duas salas de aula, uma arrecadação e instalações sanitárias. O piso superior, acessível apenas por escadas, tinha mais duas salas de aula, representando uma limitação no acesso a alunos com mobilidade reduzida, dada a inexistência de elevador. Já o bloco esquerdo integrava, no piso térreo, dois refeitórios (um destinado aos alunos do 1.º ano e outro aos restantes), a cozinha e a sala multifunções, que assumia diferentes finalidades, funcionando como sala de música, ginásio ou laboratório. No piso superior deste bloco localizavam-se a sala dos professores e a biblioteca escolar, igualmente acessíveis apenas por escadas.

Ao nível dos recursos humanos, a escola contava com quatro professoras titulares, uma professora de apoio educativo, duas professoras de Educação Especial, duas professoras de Educação Musical, duas professoras de Educação Física, uma professora de Inglês e os professores responsáveis pelas Atividades de Enriquecimento Curricular (AEC). O corpo não docente era composto por quatro assistentes operacionais e uma cozinheira.

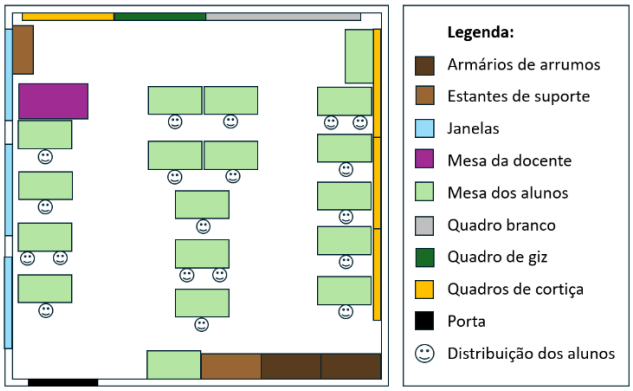
1.3. A sala de aula e as rotinas

A intervenção decorreu numa das salas localizadas no piso superior da escola. A sala apresentava condições adequadas para o processo de ensino-aprendizagem, encontrando-se bem iluminada. Estava equipada com sistema de aquecimento, um projetor, um computador, quadros de cortiça para a exposição de trabalhos dos alunos e cartazes, um quadro branco, um quadro de giz, bem como dois armários com diversos recursos pedagógicos, alguns criados e utilizados em anos letivos anteriores pela professora orientadora cooperante. Ao lado dos armários, havia uma estante onde eram arquivados os portefólios dos alunos. Adicionalmente, junto à secretária da docente, existia uma estante de suporte com materiais didáticos complementares.

Cada aluno dispunha de um tabuleiro individual, colocado sobre a sua mesa, destinado à organização e armazenamento dos seus materiais escolares. Relativamente à disposição do mobiliário, as mesas encontravam-se organizadas conforme representado na Figura 1. A mesa da professora titular situava-se à frente, no canto esquerdo da sala, voltada para os alunos. Esta disposição favorecia a realização de práticas de ensino de caráter mais expositivo, mas dificultava a implementação de metodologias colaborativas. Assim, sempre que se pretendia desenvolver tarefas de natureza mais prática ou em grupo, a configuração da sala era reorganizada ou, em alternativa, a turma deslocava-se para a biblioteca da escola ou para a sala multifunções.

Figura 1

Disposição da sala de aula



No que respeita às rotinas diárias da turma, os alunos eram acolhidos todas as manhãs com uma canção de bom dia, acompanhada de outros vídeos musicais de carácter

lúdico, com o intuito de promover um ambiente propício à aprendizagem. Para além deste momento inicial, realizava-se, de forma sistemática, uma conversa centrada na observação do estado do tempo, na identificação do dia da semana e do dia do mês. Acresce ainda que a professora orientadora cooperante recorria habitualmente à canção do quadro silábico sempre que era introduzido um novo grafema, integrando assim a música como estratégia facilitadora do processo de aprendizagem da leitura e da escrita.

Relativamente ao horário da turma, os alunos iniciavam as atividades letivas às 9h00 e terminavam às 15h30, excetuando os que frequentavam as AEC. O intervalo da manhã decorria entre as 10h30 e as 11h00 e a pausa para o almoço entre as 12h30 e as 14h00. Às segundas-feiras, das 10h00 às 11h30, os alunos frequentavam a aula de Educação Musical, orientada por uma docente da área disciplinar. Às sextas-feiras, entre as 11h00 e as 12h30, realizava-se a aula de Educação Física, dinamizada por uma professora especializada, ou, em alternativa, uma sessão da Oferta Complementar, dedicada ao projeto *Tradições do Alto Minho*, desenvolvido em articulação com a Câmara Municipal de Viana do Castelo.

1.4. A turma

A turma frequentava o 1.º ano de escolaridade e era composta por 19 alunos (10 do sexo feminino e 9 do sexo masculino), com idades compreendidas entre os 5 e os 7 anos. Tratava-se de um grupo manifestamente heterogéneo, no qual coexistiam diferentes ritmos e estilos de aprendizagem, tornando-se imprescindível a adoção de estratégias de diferenciação pedagógica que promovessem a inclusão e o sucesso escolar de todos os alunos.

De um modo geral, as crianças revelaram entusiasmo e envolvimento nas tarefas propostas, beneficiando de um ambiente educativo estimulante e colaborativo. No entanto, a turma apresentava frequentemente comportamentos disruptivos, que condicionavam o normal desenrolar das aulas. Por se tratar de uma turma de 1.º ano, foi particularmente desafiante promover a interiorização de regras e rotinas escolares distintas daquelas vivenciadas no contexto da educação pré-escolar, o que exigiu um trabalho contínuo de sensibilização e reforço comportamental.

No que diz respeito às medidas de apoio à aprendizagem e à inclusão, destacava-se a presença de uma aluna com diagnóstico de perturbação do espetro do autismo, em grau

severo, que necessitava de acompanhamento constante. Esta aluna era apoiada por uma professora de Educação Especial presente em todas as aulas, sendo-lhe aplicadas adaptações significativas tanto ao nível das aprendizagens como dos processos de avaliação. Para além disso, existia um aluno com dislexia diagnosticada e outro com um atraso cognitivo estimado em oito a nove meses, situação que, no contexto do 1.º ano de escolaridade, exigia um acompanhamento pedagógico particularmente cuidadoso.

Entre as principais fragilidades identificadas na turma, destacavam-se a reduzida autonomia de alguns alunos e a limitada capacidade de cooperação de certos elementos. Durante os momentos de trabalho de grupo, foi possível observar que alguns alunos revelavam preferência pelo trabalho individual, demonstrando dificuldades em aceitar as ideias dos colegas e em respeitar dinâmicas colaborativas. Considerando que a autonomia e a colaboração são competências fundamentais para a vivência em sociedade e para o desenvolvimento pessoal e interpessoal, estas limitações foram alvo de uma atenção acrescida ao longo da intervenção.

2. Percurso da intervenção educativa no 1.º CEB

A intervenção educativa no contexto educativo do 1.º CEB centrou-se nas seguintes áreas: Português, Matemática, Estudo do Meio (Físico e Social), Educação Artística e Educação Física. Esta experiência contemplou três semanas de observação / intervenção, seguidas por dez semanas de regência, realizadas alternadamente entre os membros do par de estágio. Durante o período de regência, seis semanas corresponderam a três dias de intervenção (segunda, terça e quarta-feira), enquanto as quatro restantes foram semanas intensivas, abrangendo cinco dias de trabalho.

As três semanas de observação / intervenção permitiram conhecer melhor a turma, possibilitando uma maior proximidade para além do ambiente de sala de aula, assim como uma familiarização com a escola e a comunidade educativa. Além disso, possibilitaram compreender as dinâmicas adotadas pela professora orientadora cooperante, nomeadamente no que diz respeito às estratégias e metodologias de ensino. Deste modo, esta observação inicial permitiu pensar nas planificações com maior rigor, incluindo as rotinas da turma. Ao longo das planificações, o par pedagógico procurou diversificar as atividades e proporcionar aos alunos novas experiências, particularmente momentos de

trabalho colaborativo. Por sua vez, destaca-se que as planificações foram sempre elaboradas com o par de estágio, com o acompanhamento da professora orientadora cooperante e dos professores supervisores, o que facilitou as implementações e a concretização de tarefas diversificadas. Ademais, os conteúdos foram disponibilizados atempadamente pela professora orientadora cooperante, o que permitiu ao par de estágio preparar cuidadosamente as planificações e os recursos necessários para a implementação das aulas. A elaboração dessas planificações teve por base as *Aprendizagens Essenciais* do 1.º ano de escolaridade (ME-DGE, 2021).

Ao longo do período de intervenção, realizaram-se duas supervisões em cada uma das áreas de intervenção, conduzidas pelos respetivos professores supervisores. Estas supervisões constituíram momentos relevantes de acompanhamento e reflexão sobre a prática pedagógica, permitindo analisar o desenvolvimento das intervenções e identificar aspetos a manter e a melhorar. Após cada momento de supervisão, foram elaboradas reflexões sobre a prática pedagógica desenvolvida, nas quais se procedeu à análise da execução das atividades planificadas, dos pontos fortes e fracos relativos às aprendizagens realizadas pelos alunos, bem como dos pontos fortes e fracos referentes às aprendizagens do mestrando. Estas reflexões incluíram, ainda, a identificação de perspetivas de remediação para intervenções futuras, contribuindo para um processo contínuo de avaliação e de melhoria da prática pedagógica.

2.1. Áreas de intervenção

No decorrer das regências, o par de estágio priorizou sempre um ensino interdisciplinar. Esta abordagem, foi fundamental para a promoção de uma aprendizagem mais significativa e integrada, permitindo que os alunos estabelecessem conexões entre diferentes áreas do conhecimento. Ao relacionar conteúdos de várias áreas, os alunos conseguiam perceber a aplicabilidade do que aprendiam no seu dia a dia, tornando o processo de aprendizagem mais envolvente e motivador.

2.1.1. *Português*

No que concerne à disciplina de Português, foram abordados os diversos domínios do currículo: Oralidade, Leitura-Escrita, Educação Literária e Gramática. Sendo os alunos do

1.º ano de escolaridade, estavam a aprender os grafemas. Neste sentido, em cada semana ocorria a aprendizagem de um novo grafema.

Ao nível da Leitura-Escrita, o par de estágio optou por realizar uma abordagem centrada no modelo descendente no ensino da leitura e da escrita, isto é, o ponto de partida de todas as tarefas propostas em cada semana, quer de Português como das restantes áreas, foi sempre uma ou mais obras literárias. No total, foram trabalhadas quinze obras: *O nabo gigante*, de Alexis Tolstoi; *A que sabe a lua?,* de Michael Grejniec; *A lenda de São Martinho*, um livro criado pelo par de estágio através de uma adaptação da lenda; *A manta do José*, de Miguel Gouveia e Raquel Catalina; *Pode o vento soprar…*, de Sasha Quinton e Thomas Hegbrook; *A casa da mosca fosca*, de Eva Mejuto e Sergio Mora; *Feliz Natal, Lobo Mau*, de Clara Cunha e Natalina Cóias; *O livro das datas*, de Luísa Ducla Soares; *Corre, corre cabacinha*, de Eva Mejuto e André Letria; *O Cuquedo*, de Clara Cunha e Paulo Galindro; *A Toupeira que queria saber quem lhe fizera aquilo na cabeça*, de Werner Holzwarth e ilustrada por Wolf Erlbruch; *Era uma vez uma velhinha*, de Jeremy Holmes; *O lobo não morde!*, de Emily Gravett; Este é o lobo, de Alexandre Rampazo; e *Um capuchinho vermelho*, de Marjolaine Leray. Depois, de modo a iniciar a aprendizagem de um novo grafema, a partir do texto da(s) obra(s), ocorria sempre uma exploração de uma frase ou palavra, reiterando-se a sílaba e, por fim, o respetivo grafema. Dava-se também especial atenção aos diferentes sons (fonemas) que os grafemas podiam possuir.

Nos momentos de leitura das obras, foram sempre implementadas atividades de pré-leitura, durante a leitura e pós-leitura, de modo a desenvolver nos alunos um conhecimento aprofundado sobre os textos.

Após a introdução do novo grafema, cantava-se a canção do quadro silábico, por ser uma rotina já implementada pela professora orientadora cooperante. Para o efeito, ia um par de alunos ao quadro cantar um dos grafemas e, assim, sucessivamente. Com o passar do tempo, o par de estágio constatou que era proveitoso todos os alunos terem uma tabela de registo com os grafemas, para estarem com mais atenção no momento da canção.

No decorrer das sessões, a pedido da professora titular, foi necessário utilizar o manual, de modo a desenvolver o restante trabalho nesta área disciplinar. Todavia, havia liberdade para, depois, implementar outras tarefas, por exemplo, um bingo de

sílabas/palavras em grupo, de forma a desenvolver o trabalho colaborativo e a testar os níveis de leitura e atenção dos alunos.

Na Gramática, também foram implementados laboratórios gramaticais para a aprendizagem do feminino/masculino dos nomes e para a diferenciação do ponto final/ponto de interrogação. Por sua vez, o par de estágio achou pertinente introduzir ditados de palavras, para, tanto os alunos como os professores, verificarem a evolução da correspondência fonema-grafema.

No desenvolvimento da Oralidade, o objetivo principal foi fortalecer as competências de compreensão e expressão oral, permitindo que os alunos aprimorassem as suas habilidades comunicativas. Para isso, foram promovidas atividades que exigiam a apresentação, explicação e descrição por parte dos alunos (*e.g.*, a construção de um retalho representando um momento, uma pessoa ou um objeto especial). Durante a apresentação desses trabalhos, cada aluno partilhava com a turma o seu produto final, justificando a sua escolha com uma descrição detalhada. Simultaneamente, os restantes colegas registavam, numa folha específica, a opção representada pelo colega, tornando a atividade mais interativa.

Na última semana de estágio, como consolidação de aprendizagens, implementou-se um *applet* com três jogos da Direção Geral da Educação, juntamente com uma folha de registo. Durante a realização desta tarefa, os alunos estavam motivados e empenhados em ler e escrever corretamente as palavras, frases e/ou textos. Deste modo, ocorreu uma interligação entre o meio digital e a escrita, sendo possível averiguar a evolução dos alunos na área curricular de Português.

2.1.2. *Matemática*

No âmbito da Matemática, adotou-se uma abordagem transversal a todos temas: Capacidades Matemáticas, Números, Álgebra, Dados e Geometria.

Ao nível das Capacidades Matemáticas, os tópicos: resolução de problemas, raciocínio matemático, pensamento computacional, comunicação matemática, representações matemáticas e conexões matemáticas foram explorados em articulação com os restantes temas. No que concerne ao tema Números, foram explorados todos os tópicos: números naturais, sistema de numeração decimal, relações numéricas, cálculo

mental e adição e subtração. No desenvolvimento da Álgebra, exploraram-se expressões e relações mais aprofundadamente e regularidades e sequências numéricas muito levemente. Ao nível dos Dados, após a leitura da obra *O nabo gigante*, a turma criou um pictograma com as personagens preferidas. Por fim, no âmbito da Geometria e Medida, foram realizadas tarefas para os tópicos orientação espacial, sólidos e figuras planas.

Ao longo de todas as implementações, os alunos estiveram muito motivados, principalmente quando eram propostas tarefas de grupo, como, por exemplo, na exploração do *escape room* do Cuquedo, nos laboratórios matemáticos e nos *quizzes* elaborados no *Genially* para a resolução de problemas. Como já referido anteriormente, destaca-se a dificuldade do trabalho colaborativo, uma vez que havia alunos que não partilhavam o material e não partilhavam as suas resoluções com o grupo. Porém, ao longo das sessões, foi possível observar um progresso nesta competência.

Por sua vez, também se verificou que a utilização de materiais manipuláveis, nomeadamente o material multibase, o colar de contas ou os ábacos (vertical e horizontal), despertava o interesse dos alunos. Graças à apresentação recorrente de diferentes estratégias de resolução, foi gratificante ver cada elemento da turma a desenvolver o seu próprio método de trabalho. Ademais, como a turma tinha aptidão para o jogo, foram criados *Wordwalls* (*e.g.*, para a consolidação dos "Amigos do 10") e *quizzes* no *Genially* (*e.g.*, os alunos resolviam em equipa problemas que tinham por base a história lida naquela semana).

2.1.3. *Estudo do Meio Físico e Social*

No que concerne ao Estudo do Meio, foram abordados conteúdos de todos os domínios: Sociedade, Natureza, Tecnologia e Sociedade / Natureza / Tecnologia.

No âmbito da Sociedade, deram-se a conhecer datas e factos significativos da história. Este tópico foi desenvolvido através de discussões sobre feriados / festividades / tradições / dias com destaque mundial. Por exemplo, através da obra *O livro das datas*, de Luísa Ducla Soares, abordou-se um diálogo sobre o dia 1 de janeiro (Dia Mundial da Paz) e sobre o dia 6 de janeiro (Dia de Reis). Exploraram-se as funções na família e as tarefas domésticas com um jogo e exploração prática. Por fim, desenvolveu-se a temática das profissões com uma caixa mistério com objetos referentes a diversas profissões.

Quanto à Natureza, os itinerários diários foram explorados através da análise de mapas. Também se deu prioridade à prevenção rodoviária, com a implementação de histórias, jogos e vídeos. Através da dramatização, os alunos abordaram as caraterísticas de diferentes animais. Por sua vez, através de um *powerpoint* e um *quiz* no *Genially*, os alunos trabalharam os conceitos de aldeia, vila e cidade.

Ao nível da Tecnologia, a construção de um "pergaminho", a visualização de vídeos, o *powerpoint* e o manuseamento de objetos antigos, permitiu uma aprendizagem significativa e contextualizada da evolução tecnológica. Também foi abordada a forma, a textura e o sabor dos materiais através de tarefas práticas, seguindo um protocolo. Salienta-se que, ao nível da forma dos materiais, promoveu-se a interdisciplinaridade com a disciplina de Matemática, nomeadamente no tópico dos sólidos.

Por fim, ao nível da Sociedade / Natureza / Tecnologia, trabalhou-se o respeito pelos outros com a construção de uma teia de lã. Os direitos e deveres da criança foram abordados através de um debate e construção de um cartaz. Por fim, os espaços da casa e da escola foram explorados através de jogos e desenhos dos espaços favoritos.

2.1.4. *Educação Artística*

A abordagem da Educação Artística englobou as Artes Visuais e a Música. Tentou-se promover, como referido anteriormente, a interdisciplinaridade entre diversas áreas. Logo, a Educação Artística foi articulada com outras áreas curriculares.

Por um lado, em Português, além da canção do quadro silábico, já implementada pela professora orientadora cooperante, os estagiários criaram músicas autorais sobre as obras lidas (*e.g.*, *O nabo gigante* e *A que sabe a lua?*). Por sua vez, em Matemática, os alunos aprenderam a subtração com a canção autoral *O gato que adorava subtrair*. Por outro lado, em Estudo do Meio, cantava-se a música *Vamos ser cientistas*, uma adaptação da canção *A saia da Carolina*, quando os alunos iam realizar tarefas práticas.

As Artes Visuais também tiveram uma abordagem semelhante, estando sempre relacionadas com as diversas disciplinas. Por exemplo, a construção da maquete do Cuquedo (relacionada com Português e Estudo do Meio); a construção de desenhos com figuras geométricas (relacionada com a Matemática); o desenho do que observaram nas atividades práticas (relacionado com Estudo do Meio). Salienta-se que, na abordagem às

Janeiras, os alunos produziram maracas com material reutilizado e aprenderam a tocar e a cantar uma canção típica da época.

2.1.5. *Educação Física*

O par de estágio lecionou apenas duas aulas de Educação Física, uma vez que esta área se encontrava integrada no horário da turma à sexta-feira, dia que, por norma, não correspondia aos dias de intervenção do par pedagógico. Assim, as duas aulas de Educação Física foram lecionadas durante as duas semanas intensivas de regência, períodos em que a intervenção se estendeu aos cinco dias da semana, permitindo a participação do par de estágio nesta área curricular. Nesta área curricular foram desenvolvidos o Bloco 1 – Perícias e Manipulações e o Bloco 4 – Jogos. A primeira aula foi realizada na época do Magusto, por isso, ocorreu uma interligação dessa festividade com esta aula: colaram-se na parede cartazes de castanhas em A3 para os alunos treinarem lançamentos. Atrás dessas castanhas estavam pistas para os conteúdos que iriam abordar em Matemática (os amigos do 10) e em Português (introdução à consoante <d>). Já na segunda aula de Educação Física, optou-se por trabalhar em estações, de modo a desenvolver aptidões diferentes nos alunos: lançamentos, rolar o arco, toques de raquete, entre outros.

2.2. Envolvimento na comunidade educativa

O envolvimento do par de estágio não teve grande expressão no que se refere ao desenvolvimento de projetos realizados na escola. Porém, pode-se destacar a participação na visita de estudo ao Museu do Traje, a participação na Festa de Natal e a participação numa aula de dança com toda a escola.

No dia 6 de dezembro de 2024, no âmbito da disciplina de Oferta Complementar, integrada no projeto *Tradições do Alto Minho*, os estagiários acompanharam os alunos e a professora orientadora cooperante numa visita ao Museu do Traje, em Viana do Castelo. Neste contexto, os alunos tiveram oportunidade de explorar e aprofundar conhecimentos sobre o traje tradicional minhoto, reconhecendo as suas variações consoante a localidade de origem. Esta atividade, inserida numa abordagem de valorização do património cultural, permitiu aos alunos desenvolver aprendizagens contextualizadas sobre o seu território, promovendo o reconhecimento da história e da identidade cultural local.

No dia 17 de dezembro de 2024, foi possível assistir à Festa de Natal da escola, realizada na infraestrutura de uma associação recreativa parceira. Este momento revelou-se particularmente significativo, ao evidenciar a importância do estabelecimento e de relações colaborativas com a comunidade local. Com efeito, sem o apoio desta entidade, não teria sido possível concretizar a atividade em condições adequadas, uma vez que a escola não dispunha de um espaço físico com capacidade para acolher eventos desta natureza.

Nesse mesmo dia, uma professora de Educação Física, responsável pelas turmas do 3.º e 4.º anos, dinamizou uma aula de dança dirigida a toda a escola. A atividade centrou-se na realização de danças de roda, o que fomentou a criação de laços entre alunos e professores, uma vez que a execução destas coreografias exigia coordenação, cooperação e interajuda. Este momento de partilha informal contribuiu para o reforço do espírito de comunidade escolar. A participação nesta iniciativa permitiu ao par de estágio sentir-se plenamente integrado no contexto educativo, fortalecendo a sua ligação à escola e aos seus intervenientes.

CAPÍTULO II – INTERVENÇÃO EM CONTEXTO EDUCATIVO NO 2.º CEB

O capítulo encontra-se divido em duas partes. Primeiramente apresentar-se-á a caraterização do contexto educativo no 2.º CEB e, posteriormente, será evidenciado o percurso educativo traçado ao longo do 2.º semestre, nas áreas das Ciências Naturais e de Matemática.

1. Caraterização do contexto educativo do 2.º CEB

1.1. O meio local

No segundo semestre do ano letivo de 2024/2025, PES decorreu numa Escola Básica dos 2.º e 3.º Ciclos do Ensino Básico, integrada num Agrupamento de Escolas do distrito de Viana do Castelo. A escola encontra-se inserida numa zona urbana marcada por uma forte ligação à história, à cultura e às tradições locais, aspetos que influenciam diretamente o contexto educativo e social da comunidade escolar.

A união de freguesias onde se localizava a instituição possui uma área aproximada de 11,86 km² e cerca de 25 158 habitantes, predominando a população com idades compreendidas entre os 25 e os 64 anos (INE, 2021). Trata-se de um território com significativa densidade populacional e com uma dinâmica social e económica relevante no concelho, apresentando uma diversidade de serviços, comércio e infraestruturas que contribuem para a qualidade de vida da população residente.

Do ponto de vista histórico e patrimonial, a freguesia evidencia uma riqueza cultural expressiva, refletida na presença de vários monumentos e edifícios de elevado interesse histórico e arquitetónico. Paralelamente, o Museu de Artes Decorativas assumia um papel relevante na preservação e divulgação da identidade cultural e artística local, promovendo o contacto da comunidade com o património histórico do concelho.

No plano cultural e social, o Campo da Senhora da Agonia constituía um espaço central de convivência e dinamização comunitária. Além da feira semanal, este local acolhia anualmente as festividades em honra de Nossa Senhora da Agonia, reconhecidas como uma das manifestações populares mais emblemáticas do norte de Portugal. Estas celebrações destacam-se pela forte participação da comunidade, pelos cortejos etnográficos, pela música tradicional e pela valorização dos costumes e tradições locais, reforçando o sentimento de pertença e identidade cultural da população.

A freguesia caracteriza-se ainda pela existência de associações culturais, recreativas, desportivas, juvenis, religiosas e de solidariedade social. Estas entidades promovem diversas iniciativas e projetos dirigidos à comunidade, incentivando a participação cívica, a inclusão social e o desenvolvimento cultural. Neste sentido, a interação entre a escola e as diferentes instituições locais revela-se fundamental, favorecendo o estabelecimento de parcerias e o desenvolvimento de atividades educativas articuladas com o meio envolvente.

No que respeita ao contexto educativo, a escola beneficiava da proximidade a diferentes recursos culturais, desportivos e sociais existentes na freguesia, possibilitando a realização de atividades pedagógicas diversificadas e experiências de aprendizagem contextualizadas. A envolvência comunitária e o acesso a equipamentos e serviços locais constituem fatores importantes para o desenvolvimento integral dos alunos, promovendo não apenas aprendizagens académicas, mas também competências sociais, culturais e cívicas.

1.2. O agrupamento e a escola

No que concerne ao contexto educativo no 2.º CEB, importa referir que este se inseria no mesmo Agrupamento de Escolas já caracterizado no Ponto 1.2. do Capítulo I. Assim, não se procederá a uma descrição do agrupamento nesta secção, uma vez que a informação relativa à sua localização, organização, recursos e dinâmica escolar foi anteriormente apresentada e se mantém aplicável ao presente contexto.

A instituição de ensino onde decorreu a PES foi criada através de despacho ministerial, em 18 de junho de 1973. As suas atividades iniciaram-se em janeiro de 1975 e, no ano letivo de 1995/1996, passou a funcionar no edifício atual.

Atualmente, a escola acolhe alunos do 2.º e 3.º Ciclos do Ensino Básico, abrangendo aproximadamente 483 alunos. No ano letivo em que decorreu a PES, existiam quatro turmas do 5.º ano de escolaridade e cinco turmas em cada um dos restantes anos de escolaridade, do 6.º ao 9.º ano. Relativamente aos recursos humanos, a escola contava com um corpo docente constituído por 71 professores e uma equipa não docente composta por 16 elementos, assegurando o funcionamento e apoio às diversas atividades educativas.

No período da intervenção pedagógica, a escola encontrava-se em processo de obras de requalificação e ampliação, situação que condicionou temporariamente o acesso

a determinadas áreas e implicou alguns ajustamentos na organização dos espaços escolares. Estas intervenções tinham como principais objetivos a remodelação de estruturas já existentes, a ampliação da cantina escolar e a construção de uma nova sala destinada à Educação Musical, procurando melhorar as condições físicas e pedagógicas da instituição.

Ao nível da estrutura, a escola distribuía-se por dois pisos. No piso térreo localizavam-se a sala de convívio, equipada com sofás, mesas e matraquilhos; as casas de banho; a cozinha; o refeitório; a sala da associação de estudantes; salas de aula; a secretaria; a sala de professores; a direção; e uma sala de apoio ao trabalho docente. No piso superior encontravam-se salas de aula, arrecadações, uma sala de apoio ao aluno, casas de banho e a biblioteca escolar. O acesso ao piso superior podia ser realizado através de escadas ou elevador, favorecendo a acessibilidade de toda a comunidade educativa.

A escola dispunha ainda de dois laboratórios destinados ao ensino das Ciências Naturais e da Físico-Química, uma sala de Música, duas salas de Educação Visual, uma sala de Educação Tecnológica e três salas especificamente destinadas às disciplinas de Educação Visual e Educação Tecnológica. Contudo, devido às obras de requalificação, os laboratórios encontravam-se temporariamente inacessíveis, o que implicava que as atividades práticas fossem realizadas nas salas de aula regulares, mediante o transporte prévio dos materiais necessários. Paralelamente, algumas aulas decorreram em contentores instalados no recinto da escola, de forma a assegurar a continuidade das atividades letivas. Estes contentores incluíam nove salas de aula e duas instalações sanitárias.

A biblioteca escolar manteve-se em funcionamento durante o período das obras, assumindo-se como um espaço multifuncional destinado ao estudo, leitura e convívio. Este espaço encontrava-se equipado com livros, computadores e jogos de tabuleiro, destacando-se o xadrez, frequentemente utilizado como estratégia de promoção do raciocínio lógico e da concentração dos alunos. A escola dispunha ainda de um Gabinete do Aluno e de um Gabinete de Apoio a Estudantes Emigrantes, reforçando a preocupação com o acompanhamento e inclusão dos discentes.

Ao nível do espaço exterior, a escola possuia zonas verdes com relva, árvores e canteiros, coexistindo com amplas áreas alcatroadas. Neste espaço encontravam-se os

contentores temporários, bancos de pedra e bebedouros. Existiam igualmente dois pavilhões desportivos e diversas pinturas de jogos tradicionais no solo, como o jogo da macaca. Para além disso, a escola possuía um recinto multifuncional que integrava um campo de futebol, dois campos de basquetebol e uma pista de atletismo. Regista-se ainda que existia uma malha quadrangular pintada no pavimento, entretanto removida devido às obras de requalificação.

No plano socioeconómico e inclusivo, a escola desenvolvia medidas de apoio dirigidas à promoção da igualdade de oportunidades e à integração escolar. Neste âmbito, disponibilizava o programa de Português Língua de Acolhimento, destinado a alunos cuja língua materna não era o português, constituindo-se como uma medida fundamental para a inclusão educativa e social destes discentes. Refira-se ainda que cerca de 24,8% dos alunos beneficiavam de apoios no âmbito da Ação Social Escolar.

Relativamente às dinâmicas educativas e projetos desenvolvidos, a escola participava num conjunto diversificado de iniciativas que procuram enriquecer a formação integral dos alunos. Entre estas destacam-se os projetos Eco-Escolas, Get Up and Goals, Ciência Viva, Biblioteca Atlântica: Rotas de Futuro e Náutica nas Escolas, bem como a participação no Desporto Escolar e em diferentes clubes e oficinas, como o Clube de Cerâmica, Clube de Proteção Civil, Grupo Folclórico, Oficina de Cabeçudos e Clube de Música. Em articulação com estas iniciativas, a escola estabelecia também parcerias com diversas entidades, nomeadamente com a Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Viana do Castelo, promovendo metodologias ativas, participativas e contextualizadas. Estas dinâmicas contribuíam para o desenvolvimento do pensamento crítico, da consciência ecológica, da inclusão, das competências digitais, da cidadania ativa e da valorização da expressão artística e cultural dos alunos.

1.3. As salas de aula

Durante o período da PES, a atividade letiva decorreu em diferentes salas de aula, variando consoante a disciplina e a organização do horário da turma. Apesar da diversidade de espaços utilizados, todas as salas apresentavam condições semelhantes ao nível dos recursos disponíveis, encontrando-se equipadas com computador, projetor, colunas e

quadro branco e/ou de giz. Estes recursos revelaram-se fundamentais para apoiar e dinamizar as práticas pedagógicas desenvolvidas ao longo da intervenção.

Tanto as salas permanentes como as provisórias apresentavam dimensões adequadas e boa iluminação natural, proporcionando condições favoráveis ao desenvolvimento das atividades letivas. Todas as salas dispunham de mobiliário semelhante, incluindo mesa do professor, mesas e cadeiras dos alunos. Os alunos ocupavam lugares fixos definidos previamente.

Relativamente à organização do espaço, predominava uma disposição tradicional das mesas, orientadas para o quadro. Contudo, verificavam-se algumas diferenças entre salas, uma vez que, em determinados contextos, os alunos se encontravam organizados em pares, favorecendo a interação e colaboração entre colegas, enquanto noutras situações as mesas eram individuais, promovendo uma maior autonomia e concentração no trabalho realizado.

1.4. A turma

A PES no 2.º CEB decorreu numa turma do 6.º ano de escolaridade, constituída por vinte alunos, distribuídos equitativamente entre o sexo feminino e o masculino, com idades compreendidas entre os 11 e os 14 anos. No que respeita à nacionalidade, dezasseis alunos eram portugueses e quatro eram brasileiros.

Ao nível das aprendizagens, a turma apresentava ritmos e níveis de desempenho diferenciados. Alguns alunos demonstravam maior facilidade na compreensão e consolidação dos conteúdos, realizando as tarefas de forma autónoma e rápida. Em contrapartida, outros necessitavam de um acompanhamento mais individualizado, de mais tempo para a realização das tarefas e de estratégias de apoio complementares para acompanhar o ritmo das aulas. Neste contexto, verificou-se que o trabalho colaborativo assumiu um papel importante durante a intervenção pedagógica, uma vez que a entreajuda entre pares favoreceu particularmente os alunos com maiores dificuldades, promovendo a colaboração e a partilha de conhecimentos.

Relativamente ao comportamento, a turma caracterizava-se por ser globalmente educada, respeitadora e participativa, proporcionando um ambiente favorável ao desenvolvimento das atividades letivas. De forma geral, os alunos evidenciavam interesse,

curiosidade e envolvimento nas tarefas propostas, participando ativamente nas diferentes dinâmicas implementadas em contexto de sala de aula.

No que concerne à organização do horário escolar, os professores estagiários lecionavam as disciplinas de Matemática e Ciências Naturais, de acordo com o horário definido para a turma. Na disciplina de Matemática, os alunos tinham semanalmente duas aulas de 90 minutos, às terças-feiras e sextas-feiras, entre as 8h30 e as 10h00, bem como uma aula adicional de 45 minutos, à quarta-feira, das 8h30 às 9h15. Relativamente à disciplina de Ciências Naturais, a carga horária incluía uma aula de 45 minutos, à segunda-feira, entre as 12h45 e as 13h30, e uma aula de 90 minutos, à terça-feira, das 10h20 às 11h50.

2. Percurso da intervenção educativa no 2.º CEB

A intervenção educativa desenvolvida no 2.º CEB integrou as áreas disciplinares de Ciências Naturais e de Matemática, tendo decorrido ao longo de um período de quinze semanas. Este processo compreendeu uma fase inicial de observação e intervenção preliminar, com a duração de quatro semanas, seguida de uma fase de implementação, que se estendeu por onze semanas. A organização da intervenção assentou no trabalho colaborativo do par pedagógico, sendo que as responsabilidades letivas foram distribuídas e alternadas entre estes elementos. Em cada bloco de trabalho, cada estagiário assumiu a regência de uma das disciplinas, procedendo-se à troca de funções no final desse período. Para além deste intervalo temporal, foram ainda consideradas duas semanas destinadas à participação em atividades da escola e, se necessário, à recolha adicional de dados para efeitos de investigação. O quadro 1 mostra as fases do percurso da intervenção didática no 2.º CEB distribuídas na linha temporal.

Quadro 1

Fases do percurso da intervenção educativa no 2.º CEB

Fases do percurso da intervenção educativa no 2.º CEB	Datas
Fase de observação/intervenção	17 de fevereiro a 14 de março de 2025
Regência em Ciências Naturais	17 de março a 2 de maio de 2025
Regência em Matemática	5 de maio a 30 de maio de 2025
Regência/Participação em atividades	2 de junho a 13 de junho de 2025

A fase de observação revelou-se determinante para a compreensão aprofundada do contexto educativo, permitindo caraterizar a turma no que respeita ao comportamento dos alunos, ao seu desempenho académico, às dinâmicas de funcionamento em sala de aula e às metodologias e estratégias pedagógicas adotadas pelos professores orientadores cooperantes durante a lecionação das aulas. Este período constituiu, assim, um suporte fundamental para a planificação e implementação das práticas educativas subsequentes.

No que concerne à distribuição temporal da intervenção pelas diferentes áreas disciplinares, a regência teve início na disciplina de Ciências Naturais, decorrendo entre meados de março e o início de maio de 2025. Das sete semanas inicialmente previstas para esta área, duas coincidiram com o período de interrupção letiva da Páscoa. Posteriormente, a intervenção na área da Matemática desenvolveu-se maioritariamente ao longo do mês de maio, com a duração aproximada de quatro semanas. Apesar da assimetria na duração temporal das intervenções, resultante da ocorrência de férias e feriados, o número de aulas efetivamente lecionadas pelos elementos do par pedagógico foi semelhante em ambas as áreas.

Ao longo da intervenção educativa, procedeu-se à elaboração de planificações que sustentaram a implementação das diferentes regências. Durante o período de observação foram desenvolvidas as planificações relativas à disciplina de Ciências Naturais e, durante a regência desta área, foram concebidas as planificações referentes à intervenção na disciplina de Matemática. As planificações foram elaboradas em conformidade com os documentos curriculares oficiais em vigor, designadamente as *Aprendizagens Essenciais* (ME-DGE, 2021) e o *Perfil do Aluno à Saída da Escolaridade Obrigatória* (ME-DGE, 2017). Estas planificações foram entregues dentro dos prazos estipulados e, uma semana antes da sua implementação, foram revistas, ajustadas e finalizadas. Todo o processo foi acompanhado e orientado pelos professores orientadores cooperantes e pelas professoras supervisoras das respetivas áreas disciplinares, sendo as propostas sujeitas a reformulações sempre que se considerou pertinente. Na conceção das planificações, privilegiaram-se práticas educativas diversificadas, orientadas para uma abordagem de ensino exploratório (Canavarro, 2011).

Complementarmente ao processo de planificação, foram elaboradas reflexões sistemáticas no final de cada aula, nas quais se procedeu à análise crítica do desenvolvimento da regência. Estas reflexões incidiram sobre os aspetos positivos e menos conseguidos da prática letiva e as estratégias de melhoria a implementar em futuras intervenções, constituindo um instrumento relevante de autorregulação e desenvolvimento profissional.

Por fim, importa referir que os professores estagiários foram alvo de supervisão pedagógica em duas sessões em cada uma das áreas disciplinares, contribuindo este acompanhamento para a reflexão crítica e para a melhoria contínua das práticas educativas desenvolvidas.

2.1. Áreas de intervenção

2.1.1. *Ciências Naturais*

A primeira área de intervenção educativa incidiu na disciplina de Ciências Naturais, na qual se abordou o conteúdo "Transmissão de vida: reprodução no ser humano", inserido no tema "Processos vitais comuns aos seres vivos" (ME-DGE, 2018).

Inicialmente, estavam previstas nove aulas para a lecionação deste conteúdo. No entanto, devido a motivos pessoais do professor orientador cooperante, uma das sessões não foi realizada, tendo a intervenção compreendido um total de oito aulas: cinco aulas de 90 minutos e três aulas de 45 minutos. Ao longo da implementação procurou-se promover a participação ativa dos alunos através da utilização de metodologias diversificadas, do trabalho colaborativo e da mobilização de recursos didáticos adequados aos objetivos de aprendizagem. No Quadro 2 apresenta-se a organização da implementação dos conteúdos explorados ao longo das oito aulas.

Quadro 2

Organização dos conteúdos de Ciências Naturais

Dia	Tempo	Conteúdos trabalhados
18/03	90 min	Os caracteres sexuais primários, a puberdade e os caracteres sexuais secundários.
24/03	45 min	O sistema reprodutor: os órgãos sexuais internos e as suas funções.
25/03	90 min	Ciclo menstrual. Fecundação vs. nidação

31/03	45 min	Revisões para a Questão-Aula.
01/04	90 min	Revisões através de um Kahoot. Questão-aula.
22/04	90 min	A gravidez e os cuidados de saúde na gravidez. Cuidados de saúde na primeira infância: trabalho a pares.
28/04	45 min	Apresentação dos trabalhos sobre cuidados de saúde na primeira infância.
29/04	90 min	Infeções sexualmente transmissíveis: trabalho de grupo através da criação de mapas de conceitos.

A organização da sequência didática procurou respeitar uma progressão lógica dos conteúdos, iniciando-se pelo estudo das alterações físicas e emocionais associadas à puberdade e dos caracteres sexuais primários e secundários, enquanto conhecimentos prévios essenciais para a compreensão do funcionamento do sistema reprodutor humano. Posteriormente, abordaram-se os órgãos dos sistemas reprodutores feminino e masculino e as respetivas funções, avançando-se para o estudo do ciclo menstrual, da fecundação e da nidação. Após um momento de revisão e avaliação formativa, através da Questão-Aula, exploraram-se os conteúdos relacionados com a gravidez, os cuidados de saúde durante a gestação e na primeira infância, culminando com o estudo das infeções sexualmente transmissíveis, numa perspetiva de promoção da saúde e de prevenção de comportamentos de risco.

A intervenção privilegiou metodologias ativas, procurando envolver os alunos na construção do conhecimento através da resolução de problemas, da exploração de situações do quotidiano, da realização de atividades lúdicas e da discussão orientada. Procurou-se que os alunos assumissem um papel ativo nas aprendizagens, formulando hipóteses, justificando as suas respostas e refletindo criticamente sobre os conteúdos abordados.

Os recursos didáticos foram selecionados em função dos objetivos de aprendizagem e dos conteúdos, privilegiando-se materiais concebidos especificamente para esta intervenção. Entre estes incluíram-se jogos didáticos, cartões de exploração, esquemas para completar, folhetos informativos e recursos manipuláveis, como um boneco de bebé, fraldas, toalhetes e modelos representativos dos anexos embrionários, que permitiram tornar mais concretos conceitos abstratos e aproximar os conteúdos de situações reais, como se pode observar na Figura 2. Paralelamente, recorreu-se a diversos recursos digitais,

nomeadamente apresentações em *PowerPoint*, vídeos e animações educativas, bem como às plataformas *Wordwall*, *Mentimeter* e *Kahoot!*, utilizadas para introduzir conteúdos, promover a participação dos alunos, recolher ideias prévias, consolidar aprendizagens e dinamizar momentos de revisão e avaliação formativa.

Figura 2

Cuidados de saúde na primeira infância: alunas a mudar a fralda a um boneco de bebé



O trabalho colaborativo assumiu igualmente um papel central ao longo da intervenção. Foram propostas diversas tarefas em pares e em pequenos grupos, como a identificação de órgãos do sistema reprodutor através de um jogo didático, a exploração de ciclos da Natureza, a ordenação cronológica das etapas da gestação, a análise de situações-problema relacionadas com os cuidados ao recém-nascido e a construção de mapas de conceitos sobre infeções sexualmente transmissíveis. Estas atividades favoreceram a discussão, a negociação de ideias, a argumentação e a comunicação científica, contribuindo para a construção partilhada do conhecimento.

2.1.2. *Matemática*

A segunda área de intervenção educativa incidiu na disciplina de Matemática, na qual foram abordados os tópicos "Regularidades em sequências" e "Proporcionalidade direta", integrados no tema da Álgebra, de acordo com as AE de Matemática (ME-DGE, 2021). Inicialmente, estavam previstas doze aulas para a implementação desta unidade didática. No entanto, o tempo inicialmente previsto revelou-se insuficiente para que todos os grupos concluíssem os trilhos matemáticos planeados para esta intervenção, tendo sido alargada para um total de quinze aulas, correspondendo a dez aulas de 90 minutos e cinco aulas de 45 minutos.

Ao longo da regência privilegiou-se o ensino exploratório da Matemática (Canavarro, 2011), pois procurou-se envolver os alunos na construção do conhecimento

através da resolução de tarefas desafiantes, da formulação de conjeturas, da discussão matemática e do trabalho colaborativo. No Quadro 3 apresenta-se a organização dos conteúdos explorados ao longo das quinze aulas.

Quadro 3

Organização dos conteúdos de Matemática

Dia	Tempo	Conteúdos trabalhados
06/05	90 min	Sequências de crescimento – revisões de conceitos.
07/05	45 min	Sequências de crescimento com frações.
09/05	90 min	Continuação do trabalho da aula anterior. Sequências de crescimento com potências.
13/05	90 min	Razão. Proporção.
14/05	45 min	Continuação do estudo sobre a proporção.
16/05	90 min	Proporcionalidade direta e constante de proporcionalidade. Regra de 3 simples e método da proporção.
20/05	90 min	Trilho matemático em papel e lápis.
21/05	45 min	Continuação do trilho matemático em papel e lápis.
23/05	90 min	Trilho matemático com o MathCityMap.
27/05	90 min	Questionário de avaliação.
28/05	45 min	Continuação do trilho matemático com o MCM.
30/05	90 min	Visita de estudo.
03/05	90 min	Conclusão do trilho matemático com o MCM.
04/05	45 min	Conclusão do trilho matemático em papel e lápis.
06/05	90 min	Questionário sobre os trilhos matemáticos.

A sequência didática foi organizada de forma progressiva, iniciando-se pela revisão dos conceitos relacionados com as regularidades em sequências, fundamentais para a compreensão das sequências de crescimento e das leis de formação. Depois, foram explorados os conceitos de razão, proporção, proporcionalidade direta, constante de proporcionalidade, regra de três simples e método da proporção. Numa fase posterior, os alunos aplicaram e consolidaram os conhecimentos adquiridos através da realização de trilhos matemáticos, nas modalidades tradicional (papel e lápis) e digital (MathCityMap), terminando a intervenção com a aplicação de um questionário de opinião sobre esta estratégia didática.

Como referido anteriormente, em consonância com os princípios do ensino exploratório da Matemática, privilegiou-se a utilização de questões orientadoras em detrimento da transmissão direta de procedimentos, incentivando os alunos a justificar os seus raciocínios, argumentar matematicamente e estabelecer conexões entre diferentes representações e conceitos. Procurou-se, deste modo, que os alunos assumissem um papel ativo na construção do conhecimento, desenvolvendo não só os conhecimentos matemáticos, mas também capacidades de resolução de problemas, raciocínio matemático, comunicação matemática e pensamento crítico.

Os recursos didáticos foram selecionados em função dos objetivos de aprendizagem e dos conteúdos, privilegiando-se materiais concebidos especificamente para esta intervenção. Incluíram-se tarefas exploratórias contextualizadas em situações do quotidiano dos alunos, fichas de trabalho, apresentações multimédia, vídeos educativos, estratégias de resolução produzidas para discussão coletiva, materiais manipuláveis e tarefas do manual escolar. Recorreu-se igualmente a recursos digitais, nomeadamente à *Escola Virtual*, ao *Padlet*, à aplicação *MathCityMap* e à utilização de códigos *QR*, procurando diversificar as experiências de aprendizagem, favorecer a autonomia dos alunos e promover a integração das tecnologias digitais no ensino da Matemática.

O trabalho colaborativo assumiu igualmente um papel central ao longo da intervenção. Em diversas sessões, os alunos organizaram-se em pequenos grupos para resolver tarefas exploratórias, discutir diferentes estratégias de resolução, comparar raciocínios matemáticos e apresentar as suas conclusões à turma. Durante os trilhos matemáticos, esta colaboração revelou-se particularmente relevante, uma vez que os alunos tiveram de negociar procedimentos, tomar decisões conjuntas e aplicar os conhecimentos matemáticos em contextos reais, favorecendo a comunicação matemática, a aprendizagem entre pares e o desenvolvimento da autonomia.

Em suma, as tarefas desta intervenção didática foram concebidas de forma a estabelecer ligações entre a Matemática e contextos familiares aos alunos, recorrendo a situações do quotidiano, como compras em supermercados, preparação de bebidas, escalas, medições e elementos do espaço escolar, tornando as aprendizagens mais significativas e facilitando a compreensão dos conceitos matemáticos.

PARTE II - TRABALHO DE INVESTIGAÇÃO

CAPÍTULO I – INTRODUÇÃO

Neste capítulo, apresentar-se-á a pertinência do estudo, sendo também formulado o problema e as questões de investigação.

1. Pertinência do estudo

A presente investigação insere-se no âmbito do tema da Álgebra, mais concretamente nos tópicos de Regularidades em Sequências e Proporcionalidade Direta, que integram as *Aprendizagens Essenciais de Matemática do 6.º ano* (ME-DGE, 2021). Estes conteúdos foram objeto de lecionação no contexto da PES, tendo sido abordados de forma articulada com tarefas fora da sala de aula, particularmente através da realização de trilhos matemáticos, com e sem recurso a tecnologia.

A Álgebra desempenha um papel estruturante no desenvolvimento do pensamento matemático dos alunos, sendo fundamental que estes compreendam relações, regularidades e variações entre grandezas (ME-DGE, 2021; NCTM, 2000; Ponte et al., 2009). Neste sentido, as regularidades em sequências e a proporcionalidade direta são dois tópicos centrais para o desenvolvimento de competências de generalização, raciocínio e modelação, sendo recomendada a sua introdução desde os primeiros anos de escolaridade (Blanton et al., 2019; Ponte et al., 2009).

Para além da relevância dos conteúdos, o estudo revela-se pertinente pelo enquadramento metodológico adotado, que responde às tendências atuais no ensino da Matemática. Estas apontam para a importância de diversificar as estratégias de ensino-aprendizagem, promovendo contextos significativos e experiências reais (ME-DGE, 2021; NCTM, 2014). Entre essas estratégias, destacam-se os trilhos matemáticos, uma abordagem que permite levar os alunos a aplicar conhecimentos em contextos autênticos, fora da sala de aula, desenvolvendo o pensamento algébrico de forma ativa, contextualizada e exploratória (Barbosa & Vale, 2022, 2023; Cahyono & Ludwig, 2019; Fernandes, 2019).

A diversificação dos ambientes de trabalho é uma das premissas defendidas pelas orientações curriculares, contribuindo para um ensino mais inclusivo, flexível e motivador (ME-DGE, 2021). Os trilhos matemáticos, ao permitirem o contacto com o espaço físico, a resolução de problemas contextualizados e o trabalho colaborativo, constituem uma forma

eficaz de concretizar essa diversificação. Além disso, proporcionam oportunidades para o desenvolvimento de competências transversais, como a resolução de problemas, a comunicação, o raciocínio lógico, o pensamento criativo e a autonomia (Barbosa et al., 2015; ME-DGE, 2017).

Simultaneamente, a evolução tecnológica e a introdução de ferramentas digitais no ensino, como a aplicação MathCityMap (MCM), abriram novas possibilidades para a realização de trilhos matemáticos digitais. Esta aplicação permite que os alunos, em grupos, realizem tarefas matemáticas georreferenciadas com recurso a dispositivos móveis, recebendo *feedback* automático e pistas graduadas, o que aumenta o envolvimento, a performance matemática, a colaboração entre pares, a motivação e a autonomia (Barbosa & Vale, 2023; Cahyono & Ludwig, 2019; Jablonski, 2024). No entanto, importa perceber em que medida esta componente digital influencia o desempenho e as atitudes dos alunos, face a uma abordagem mais tradicional, apenas com papel e lápis.

Assim, esta investigação torna-se relevante por permitir comparar dois ambientes distintos de aprendizagem — um trilho matemático digital, com recurso ao MathCityMap, e um trilho tradicional, com papel e lápis — aplicados à resolução de tarefas sobre regularidades em sequências e proporcionalidade direta.

1.2. Problema e questões de investigação

Perante os aspetos mencionados no ponto anterior, torna-se imprescindível proporcionar aos alunos experiências de aprendizagem em contextos não formais e autênticos, com ou sem o uso de tecnologia, capazes de promover atitudes positivas perante a Matemática.

Neste sentido, o presente estudo desenvolve-se na disciplina de Matemática, numa turma do 6.º ano de escolaridade, composta por 20 alunos. A investigação visa compreender o modo como estes mobilizam o pensamento algébrico na resolução de tarefas em trilhos matemáticos tradicionais e digitais. Com base nesta problemática, foram formuladas as seguintes questões de investigação:

Q.1. Como se caracteriza e compara o desempenho dos alunos num trilho matemático digital e num trilho matemático com papel e lápis?

Q.2. Que atitudes evidenciam os alunos na realização de um trilho matemático digital e num trilho matemático com papel e lápis?

Estas questões orientadoras visam não apenas caracterizar o nível de sucesso na resolução das tarefas, mas também analisar as atitudes dos alunos durante a experiência, segundo a tríade afetiva, comportamental e cognitiva (Fernandes, 2019; Mazana et al., 2019). O estudo procura, assim, perceber como diferentes ambientes de trabalho – com e sem tecnologia – influenciam o processo de ensino-aprendizagem da Matemática, permitindo refletir sobre o impacto da estratégia pedagógica adotada.

CAPÍTULO II – FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

O presente capítulo tem como principal objetivo enquadrar, a nível teórico, as principais temáticas relacionadas com o problema em estudo, recorrendo a uma revisão da literatura baseada em diferentes documentos e autores de referência.

Neste sentido, a fundamentação teórica encontra-se divida em cinco pontos. Em primeiro lugar, apresenta-se uma análise geral sobre as tendências atuais no ensino e aprendizagem da Matemática. Em segundo lugar, discute-se questões de ensino e aprendizagem sobre regularidades em sequências e proporcionalidade direta no 2.º CEB. Em terceiro lugar, aborda-se a importância da aprendizagem da Matemática fora da sala de aula através de trilhos matemáticos, com ou sem recurso às tecnologias digitais, nomeadamente a utilização da aplicação MathCityMap. Em quarto lugar, há um enfoque na dimensão atitudinal no ensino e aprendizagem da Matemática. Por fim, o quinto ponto exibe uma síntese de alguns estudos empíricos relacionados com o estudo em questão.

1. Tendências atuais no ensino e aprendizagem da Matemática

A evolução das orientações curriculares tem reforçado uma mudança significativa no ensino da Matemática. Em Portugal, o ensino esteve, durante muitos anos, intrinsecamente associado à memorização e mecanização. O aluno aprendia ouvindo e resolvendo exercícios previamente explicados e exemplificados (Boaler, 2002; Ponte, 2002a). Por isso, o ensino assumia uma vertente predominantemente expositiva, centrada na transmissão unidirecional do conhecimento. Em resultado desta abordagem de ensino, há uma tendência para que os alunos percecionem a Matemática como um conjunto rígido de regras transmitidas de forma acrítica pelo professor, cristalizando a ideia de que o saber matemático é fixo, absoluto e não passível de questionamento (Boaler, 2002; Ponte, 2002a). Esta visão reflete aquilo a que o NCTM (2014) designa de crenças não produtivas, que dificultam o envolvimento dos alunos em práticas matemáticas significativas, promovendo, essencialmente, a automatização de procedimentos e a memorização de factos, em detrimento da compreensão e do pensamento crítico.

Atualmente, como se verifica em diversos estudos (Barbosa & Vale, 2022; Cahyono & Ludwig, 2019; Fernandes, 2019; Pedro, 2013; Silvestre, 2012; Zarpelon et al., 2021), as

investigações em Educação Matemática têm vindo a destacar dimensões que ultrapassam a mera transmissão de conteúdos, valorizando o papel da tecnologia, a influência dos aspetos afetivos, o potencial do ensino em contextos diversificados e a importância de propor tarefas com tipologias variadas. Assim, observa-se uma convergência com orientações curriculares, tanto nacionais como internacionais, que não só reconhecem, mas também incentivam para práticas pedagógicas centradas no aluno, na resolução de tarefas com múltiplas (re)soluções e no desenvolvimento de capacidades transversais, como se reflete nas *Aprendizagens Essenciais* (AE) *de Matemática para o Ensino Básico* (ME-DGE, 2021) e em publicações centrais do National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) — *Principles and Standards for School Mathematics* (NCTM, 2000) e *Principles to Actions* (NCTM, 2014).

O NCTM (2000) determina seis princípios estruturantes que orientam a organização do desenvolvimento do ensino da Matemática — Equidade, Currículo, Ensino, Aprendizagem, Avaliação e Tecnologia. Deste modo, defende que todos os alunos devem ter acesso a um ensino desafiante, com altas expectativas e apoio adequado; o currículo deve ser coerente, articulado entre anos, e centrado em conteúdos matemáticos relevantes e significativos. Para isso, os professores devem compreender aprofundadamente a Matemática e ser capazes de diversificar as estratégias de ensino-aprendizagem para que todos os alunos adquiram aprendizagens significativas. O foco é aprender com compreensão, construindo conhecimento a partir de experiências anteriores, e a avaliação deve apoiar a aprendizagem, fornecendo informação útil para orientar o ensino – valorização da avaliação formativa. Ademais, o NCTM (2000) destaca a tecnologia como algo essencial para ensinar, aprender e explorar matemática de forma eficaz.

Mais recentemente, o NCTM (2014) destaca oito práticas fundamentais que caraterizam um ensino eficaz, designadamente: estabelecer metas claras de aprendizagem; propor tarefas que promovam raciocínio e resolução de problemas; explorar e relacionar representações matemáticas; fomentar discurso matemático significativo; colocar perguntas com intenção pedagógica; desenvolver fluência procedimental a partir da compreensão conceptual; apoiar o esforço produtivo dos alunos; recolher e usar evidências do pensamento dos alunos. Além disso, continua a defender a utilização do uso da

tecnologia para ajudar os alunos a aprender e a compreender ideias matemáticas, raciocinar matematicamente e comunicar o seu pensamento matemático (NCTM, 2014).

Estas orientações do NCTM (2000, 2014) estão também refletidas nas AE de Matemática (ME-DGE, 2021), que se fundamentam em três princípios estruturantes: a Matemática para todos, que garante o acesso e a inclusão de todos os alunos; a ideia de que a Matemática é única, mas não a única, enfatizando a importância da interdisciplinaridade; e a Matemática para o século XXI, que prepara os alunos para os desafios contemporâneos. Esta abordagem inclusiva promove a participação ativa dos alunos e o desenvolvimento equitativo das suas competências, com especial ênfase na literacia matemática, na integração da tecnologia, no raciocínio crítico e na autonomia (ME-DGE, 2021).

No que refere a conteúdos, além dos quatro temas matemáticos tradicionais – Geometria, Álgebra, Números, Dados e Probabilidades –, as AE valorizam seis capacidades matemáticas transversais com objetivos claramente definidos: resolução de problemas, raciocínio, comunicação, representações, conexões e pensamento computacional. Na mesma perspetiva do NCTM (2000, 2014), as AE também enfatizam o uso da tecnologia "para promover aprendizagens mais significativas e ampliar os contextos em que se desenvolve a ação do aluno e a diversidade de perspetivas sobre objetos matemáticos estudados" (ME-DGE, 2021, p. 7). Obviamente que um ensino com tecnologia desmedida e sem fundamento não irá promover a aprendizagem, cabendo aos professores tirar o melhor partido desses recursos, conservando, como em relação a tudo, o sentido crítico (Ponte, 2002a). Por fim, as AE realçam a articulação com a realidade e a interdisciplinaridade como meio para dar sentido às aprendizagens, pois "possibilitam que os conhecimentos matemáticos sejam usados para compreender, modelar e atuar em várias áreas ou disciplinas. A exploração de conexões matemáticas pelos alunos é uma condição indispensável para o reconhecimento da relevância da Matemática" (ME-DGE, 2021, p. 4).

As AE estabelecem uma forte articulação com o *Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória* (PASEO), ressaltando a importância de competências como o pensamento crítico, a criatividade, o raciocínio, a resolução de problemas, a colaboração e a autonomia (ME-DGE, 2017). Assim, tendo por base as linhas orientadoras do PASEO, a

Matemática, em comunhão com as restantes disciplinas, devem proporcionar um desenvolvimento holístico do aluno, para que este se torne um cidadão competente, isto é, com conhecimentos, capacidades e atitudes ajustados aos desafios da atualidade (ME-DGE, 2017).

Além dos aspetos já referidos, há outros que é necessário ter em atenção para ir ao encontro de um ensino da Matemática de qualidade: a diversidade das tarefas propostas.

As tarefas constituem o ponto de partida e o principal motor da atividade matemática dos alunos (Doyle, 1988, citado por Stein e Smith, 2009). A natureza das tarefas influencia profundamente o tipo de raciocínio e envolvimento dos alunos, sendo, por isso, importante a sua diversificação (Ponte, 2005, 2014; Stein & Smith, 2009). A variação do nível de exigência cognitiva, do grau de desafio, dos contextos e do grau de abertura das tarefas ajuda a responder à heterogeneidade das turmas, fomentando a equidade e a inclusão. Segundo as orientações do NCTM (2014), um ensino de qualidade em Matemática deve incluir tarefas que estimulem a investigação, a modelação e a resolução de problemas reais, aproximando a disciplina da vida quotidiana dos alunos.

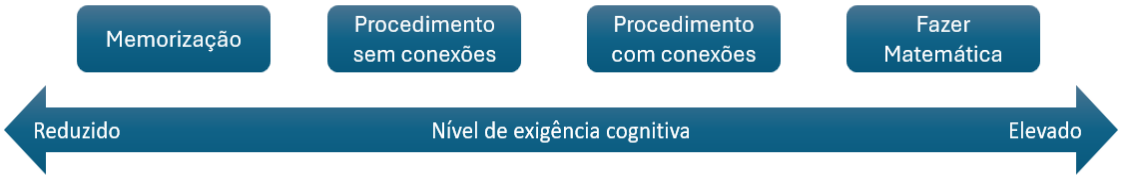
Neste sentido, a escolha e criação das tarefas não deve ser aleatória: deve refletir intencionalidade pedagógica, alinhada com os objetivos de aprendizagem, e favorecer um ensino que vá para além da mera memorização ou aplicação de algoritmos. Assim, a diversidade e qualidade das tarefas propostas em sala de aula são elementos centrais para garantir experiências matemáticas ricas, motivadoras e transformadoras.

Stein e Smith (2009) propuseram uma classificação das tarefas segundo o nível de exigência cognitiva envolvido na sua resolução, distribuindo-as por quatro níveis com complexidade crescente (Figura 3): memorização; procedimentos sem conexões; procedimentos com conexões; e fazer matemática. As tarefas de memorização baseiam-se unicamente na memorização de factos ou resultados, enquanto as que requerem procedimentos sem conexões são tarefas rotineiras que não exigem a articulação entre conceitos ou significados e se resolvem geralmente de forma repetitiva. Já as tarefas que envolvem procedimentos com conexões implicam que o aluno estabeleça relações entre ideias e compreenda os significados subjacentes. Por fim, as tarefas designadas como "fazer

matemática" envolvem maior exigência cognitiva, pois estimulam o raciocínio, a análise e a resolução de problemas complexos.

Figura 3

Classificação das tarefas tendo por base o nível de exigência cognitiva (adaptado de Stein & Smith, 2009)



Para apoiar uma seleção mais criteriosa das tarefas em contexto educativo, é útil considerar outras dimensões de classificação, como o grau de desafio (elevado ou reduzido) e o nível de abertura (aberta ou fechada), propostos por Ponte (2005). Relativamente a estes critérios, o autor apresenta uma classificação das tarefas composta por quatro categorias principais (Figura 4): exercícios, que são tarefas fechadas com dificuldade reduzida; problemas, caracterizados por serem tarefas fechadas mas com um nível de desafio elevado; explorações, que apresentam uma estrutura aberta com baixa dificuldade; e investigações, que são tarefas abertas de elevada complexidade. Contudo, importa reconhecer que esta classificação não esgota todas as possibilidades, havendo lugar para outras tipologias de tarefas, consoante os objetivos pedagógicos, por exemplo, jogos e projetos, entre outras.

Figura 4

Classificação das tarefas, em termos do grau de desafio e de abertura (Ponte, 2005)



Posto isto, é importante salientar que cada tipo de tarefa tem objetivos específicos no processo de ensino e aprendizagem e, por isso, deve ser escolhida ou desenhada com intencionalidade pedagógica. Neste sentido, a literatura (Canavarro, 2011; Canavarro & Santos, 2012; NCTM, 2000, 2014; Ponte, 2005; Stein & Smith, 2009) sublinha a relevância

de um ensino que promova a diversidade de tarefas, garantindo que os alunos tenham oportunidade de experienciar todas estas dimensões do trabalho matemático.

No âmbito destas tendências atuais, surge o ensino exploratório, modelo de ensino que serviu de base à intervenção didática de PES e defendido nas AE. O ensino exploratório da Matemática caracteriza-se por colocar os alunos no centro do processo de aprendizagem, envolvendo-os em tarefas ricas e desafiantes que promovem a construção de conhecimento com significado. Segundo Ponte (2005), "o professor não procura explicar tudo, mas deixa uma parte importante do trabalho de descoberta e de construção do conhecimento para os alunos realizarem" (p. 13). Esta abordagem não significa a ausência de explicação ou de momentos de sistematização, mas antes uma inversão na sequência do trabalho.

De acordo com Canavarro (2011), "o ensino exploratório da Matemática defende que os alunos aprendem a partir do trabalho sério que realizam com tarefas valiosas que fazem emergir a necessidade ou vantagem das ideias matemáticas que são sistematizadas em discussão coletiva" (p. 11). Estas tarefas valiosas são essencialmente tarefas abertas, de carácter exploratório e investigativo, que promovem a autonomia e a capacidade de lidar com situações complexas. Quando se adota uma abordagem exploratória, torna-se fundamental selecionar tarefas com maior exigência cognitiva, uma vez que o foco principal está no desenvolvimento do raciocínio dos alunos e na sua capacidade para resolver problemas de forma autónoma e fundamentada (Canavarro & Santos, 2012). Obviamente que, associado a este modelo de ensino, o nível de exigência pedido ao professor de Matemática é maior, pois tem de simultaneamente selecionar tarefas adequadas e ricas e atender ao seu desenvolvimento adequado em sala de aula com os alunos.

Por sua vez, estas tarefas são complementadas por momentos fundamentais de discussão em sala de aula que constituem, assim, oportunidades fundamentais para negociação de significados matemáticos e construção de novo conhecimento (Ponte, 2005; Stein et al., 2008). Esta abordagem de ensino-aprendizagem implica uma gestão curricular cuidadosa por parte do professor, que deve selecionar tarefas adequadas e diversificadas, planear momentos de exploração e de sistematização, e acompanhar o progresso dos alunos. Como refere Ponte (2005) não é tanto a partir resolução das tarefas que os alunos

aprendem, mas a partir da reflexão que realizam sobre o que fizeram durante essa resolução. Deste modo, o momento de discussão é a etapa fulcral para os alunos desenvolverem aprendizagens significativas.

O ensino exploratório articula-se com o modelo das cinco práticas de Stein et al. (2008) no sentido de orquestrar discussões produtivas, através de ações, como: antecipar, monitorizar, selecionar, sequenciar e estabelecer conexões. Esta abordagem exige que o professor antecipe estratégias e dificuldades dos alunos, monitorize o seu trabalho sem dar respostas diretas, selecione resoluções que promovam o diálogo matemático, organize a sua apresentação de forma didática e ajude a estabelecer conexões entre as diferentes estratégias e conceitos. Tal como refere Canavarro (2011),

> o propósito das discussões não é realizar um desfile de apresentações separadas de diferentes respostas ou estratégias de resolver uma dada tarefa; o propósito das discussões é relacionar as apresentações com vista ao desenvolvimento coletivo de ideias matemáticas poderosas que sintetizam as aprendizagens matemáticas dos alunos. (p. 16)

Há, assim, uma valorização da participação ativa dos alunos, na exploração de diferentes estratégias e no papel do professor como mediador. Além disso, o trabalho exploratório valoriza representações múltiplas, promovendo a flexibilidade dos alunos em correlacioná-las. De acordo com Ponte e Quaresma (2011), os alunos, através deste tipo de trabalho, devem compreender que existe uma variedade de representações para as ideias matemáticas e desenvolver a capacidade de transitar de uma representação para outra de forma flexível.

Em suma, o ensino exploratório da Matemática promove aprendizagens significativas, desenvolvendo capacidades transversais como a resolução de problemas, o raciocínio e a comunicação, e transformando a sala de aula num espaço de investigação partilhada, onde o professor atua como mediador do conhecimento matemático. As tendências atuais apontam, portanto, para um ensino da Matemática inclusivo, centrado no aluno, de carácter exploratório e conectado com o mundo real, no qual a Matemática deixa de ser um fim em si mesma para se afirmar como uma ferramenta para compreender, modelar e transformar a realidade.

2. O ensino e a aprendizagem de Regularidades em Sequências e Proporcionalidade Direta

Neste ponto, pretende-se discutir aspetos relacionados com o ensino e a aprendizagem dos tópicos Regularidades em Sequências e Proporcionalidade Direta, começando por abordar a forma como são tratados no currículo do ensino básico, com especial incidência no 2.º CEB. Em seguida, apresentam-se e discutem-se questões específicas de ensino e aprendizagem associadas a estes dois tópicos, procurando identificar desafios, estratégias pedagógicas e recomendações para a sua abordagem em sala de aula.

2.1. Regularidades em Sequências e Proporcionalidade Direta no currículo do 2.º CEB

A Álgebra constitui um dos temas fundamentais do currículo de Matemática, incluindo no 2.º CEB, dado o seu papel estruturante no desenvolvimento do pensamento matemático dos alunos (Blanton et al., 2019; ME-DGE, 2021; Vale & Barbosa, 2019). Entre os seus tópicos, destacam-se as regularidades em sequências e a proporcionalidade direta, escolhidos por corresponderem à unidade temática lecionada na intervenção didática da PES.

De acordo com as AE de Matemática (ME-DGE, 2021), ao nível do estudo sobre regularidades em sequências, os alunos dos 5.º e 6.º anos devem ser capazes de identificar padrões em sequências figurativas ou numéricas crescentes (5.º ano) e decrescentes (6.º ano); descrever a lei de formação em linguagem corrente ou simbólica; criar, completar e continuar sequências tendo em conta a lei de formação; verificar se um dado número é elemento de uma sequência, justificando; e resolver problemas que envolvam regularidades, comparando criticamente diferentes estratégias da resolução.

A nível internacional, o NCTM (2000) sublinha que na Álgebra, no 2.º CEB, os alunos devem compreender padrões, relações e funções, identificando, descrevendo e generalizando padrões numéricos e geométricos. Para isso, devem desenvolver flexibilidade em modelar problemas através de tabelas, gráficos e equações. De modo a conseguirem cumprir estes objetivos, o ensino da Álgebra deve começar desde cedo (pré-escolar). Em Portugal, defende-se que, no 1.º CEB, a Álgebra deve ser introduzida em

articulação com os Números, valorizando-se "a capacidade de conjeturar, reconhecer e exprimir relações e generalizações" (ME-DGE, 2021, p. 10).

O tópico da proporcionalidade direta apenas surge nos objetivos do 6.º ano de escolaridade como um "contexto promotor da ideia de variação e do pensamento funcional" (ME-DGE, 2021, p. 10). No âmbito desta temática, aborda-se o conceito de razão, proporção e constante de proporcionalidade, para que os alunos reconheçam e resolvam problemas em que duas grandezas variam de forma proporcional. Desta forma, devem aprender: a reconhecer situações de proporcionalidade direta em situações expressas em linguagem natural, em tabelas e gráficos; a construir e interpretar tabelas e gráficos que representem relações proporcionais; e a aplicar estratégias de resolução como o método da proporção, a regra de três simples e/ou a redução à unidade (NCTM, 2000).

Em síntese, tanto as AE de Matemática (ME-DGE, 2021) como orientações internacionais (NCTM, 2000) convergem para a valorização de práticas de ensino que promovam a generalização, a modelação de situações reais e a utilização de representações diversas – verbais, numéricas, simbólicas e visuais. A articulação precoce da Álgebra, desde os primeiros anos de escolaridade, é considerada essencial para consolidar competências fundamentais, sendo que os tópicos abordados, regularidades em sequências e proporcionalidade direta, assumem-se como oportunidades-chave para esse desenvolvimento.

2.2. Questões de ensino e aprendizagem sobre Regularidades em Sequências e Proporcionalidade Direta

No desenvolvimento do pensamento algébrico e, em particular, no processo de ensino e aprendizagem de conteúdos dos tópicos Regularidades em Sequências e Proporcionalidade Direta podem surgir questões e desafios relevantes, que devem ser atendidos de modo a aprofundar e ampliar as capacidades dos alunos. Nesse sentido, é fundamental compreender as estratégias, dificuldades e formas de raciocínio mobilizadas pelos alunos, de modo a orientar práticas pedagógicas eficazes e ajustadas às suas necessidades.

2.2.1. *Regularidades em Sequências*

Ao nível do ensino de regularidades em sequências, importa salientar a diferença entre sequências de repetição e as sequências de crescimento. Segundo Vale et al. (2011), as sequências de repetição possuem uma unidade (motivo identificável) que se repete ciclicamente. Já nas sequências de crescimento, cada termo varia de forma previsível em relação ao termo anterior (Barbosa, 2010).

Estudos como os de Warren (2005) e Silva e Mamede (2015), concluíram que as crianças têm melhor desempenho em tarefas que envolvem sequências de repetição do que em sequências de crescimento. Porém, também apresentam algumas dificuldades com as primeiras que devem ser salientadas. Um dos principais desafios no ensino-aprendizagem das sequências de repetição reside na ausência de compreensão plena da estrutura, sendo a assimilação do padrão um passo necessário antes de qualquer tentativa de generalização. Para isso, é necessário que os alunos compreendam qual é o grupo de repetição (Ponte et al., 2009; Vale et al., 2011). Esta dificuldade em generalizar está fortemente associada à relação entre o termo e a sua posição na sequência (ordem). Por um lado, crianças em níveis mais iniciais de escolaridade podem não perceber que as sequências se estendem tanto para a frente como para trás (Warren, 2005). Por outro lado, segundo Pereira e Saraiva (2010), os alunos mais velhos podem sentir obstáculos na transposição dessa generalização para a forma simbólica, especialmente quando precisam de atribuir significado às letras em expressões numéricas.

Em relação a um conjunto diverso de sequências — sejam numéricas, visuais, crescentes ou de repetição — Barbosa (2010) e Ureña et al. (2024) salientam que alunos do 6.º ano demonstraram dificuldades particularmente evidentes quando precisavam realizar uma generalização distante, ou seja, na descoberta de termos de ordem mais elevada. Isto demonstra que, muitas vezes, os alunos tendem a recorrer a estratégias aditivas ou de representação e contagem (Barbosa, 2010; Ponte et al., 2009; Ureña et al., 2024), em vez de aplicarem uma regra geral ou expressão algébrica que lhes permita determinar diretamente qualquer termo da sequência (relação funcional). Esta limitação evidencia a importância de ensinar e discutir estratégias que facilitem a generalização distante ou algébrica.

Ponte et al. (2009) salientam quatro estratégias que que derivam de outros estudos e são utilizadas com maior frequência durante a exploração de sequências de crescimento:

(i) *Estratégia de representação e contagem.* O aluno representa todos os termos da sequência até ao termo pretendido e, depois, conta os elementos que o constituem (e.g., Barbosa, 2010; Stacey, 1989). Os autores salientam para o facto desta estratégia não revelar uma generalização distante, pelo que será importante perguntar o processo usado para a representação.

(ii) *Estratégia aditiva* ou *recursiva* (Barbosa, 2010; Lannin et al., 2005, Stacey, 1989). O aluno descreve uma relação que ocorre entre valores consecutivos da variável independente para determinar o termo pretendido. Todavia, pode ser um obstáculo para a generalização distante e/ou conduzir a generalização erradas.

(iii) *Estratégia do objeto inteiro*, também conhecida por *termo unidade* (Barbosa, 2010; Stacey, 1989). O aluno usa um termo conhecido para calcular outro termo cuja ordem seja um múltiplo da primeira, estabelecendo, assim, uma relação entre as posições na sequência. Na maioria das vezes, esta estratégia leva também a generalizações erradas, pois só funciona nos casos em que há proporcionalidade direta.

(iv) *Estratégia linear ou explícita* (Barbosa, 2010; Stacey, 1989). O aluno estabelece uma relação entre um termo e a sua ordem, ou seja, encontra uma relação funcional. Esta estratégia pode potenciar o surgimento de diferentes expressões algébricas, principalmente em sequências visuais (Barbosa, 2010; Ureña et al., 2024).

Stacey (1989), Lannin et al. (2005) e Barbosa (2010) destacam ainda a *estratégia da diferença* ou *partição*, que envolve a seleção de um termo conhecido da sequência e a adição de múltiplos da diferença entre termos consecutivos até obter o elemento pretendido.

Ademais, alguns estudos, como o conduzido por Lannin (2005), mencionam a utilização recorrente da estratégia *tentativa-erro* para a generalização. Contudo, na Álgebra, formular uma regra sem compreender os motivos que a fundamentam pode levar os alunos a produzir generalizações incorretas ou inconsistentes (Barbosa, 2010).

No que respeita às principais dificuldades, Barbosa (2010) verificou uma tendência para o predomínio de estratégias aditivas inadequadas em situações que requeriam

raciocínio funcional, nomeadamente em generalizações para termos mais distantes. De acordo com Lannin (2003), embora as estratégias *aditivas* possam ser válidas para encontrar o termo seguinte, são ineficientes e pouco generalizáveis para termos de ordem elevada, e muitos alunos têm dificuldade em perceber a relação multiplicativa subjacente que permitiria construir uma regra explícita (termo geral).

Ao nível dos erros mais recorrentes, salientou-se a mistura de variáveis diferentes, o uso incorreto da proporcionalidade direta e a formulação de regras incompletas ou incorretas sempre que a figura não evidenciava de forma clara a estrutura do padrão (*e.g.*, Barbosa, 2010; Lannin, 2005; Stacey, 1989). Verificou-se ainda uma dificuldade acentuada no uso de linguagem matemática apropriada para descrever generalizações, levando os alunos a apoiar-se frequentemente em casos particulares. Por fim, constatou-se que as sequências de crescimento revelaram-se mais exigentes do que as de repetição, por requererem um pensamento relacional mais elaborado.

O estudo de Mouhayar e Jurdak (2016) analisou as estratégias e dificuldades dos alunos em tarefas de generalização de padrões, distinguindo duas abordagens principais: numérica (baseada em atributos dos números gerados) e figural (baseada em relações estruturais das figuras). A abordagem numérica esteve sobretudo associada ao uso da estratégia recursiva, enquanto a figural se relacionou mais fortemente com a funcional. Quanto às dificuldades, observou-se que o raciocínio numérico foi dominante em generalizações próximas e distantes, e o figural em generalizações imediatas. À medida que as tarefas exigiam a formulação de expressões gerais, o recurso ao raciocínio figural diminuía, surgindo erros como confundir a ordem com o termo. Nos níveis iniciais (4.º e 5.º anos) prevaleceram estratégias recursivas de natureza numérica, enquanto nos níveis avançados (10.º e 11.º) aumentou o uso do raciocínio figural e da estratégia funcional, mais eficaz para generalizações complexas. Neste sentido, os autores recomendam que os professores proponham tarefas variadas, que combinem padrões numéricos e figurativos, de forma a promover a flexibilidade das estratégias. Defendem ainda que os currículos devem valorizar igualmente abordagens numéricas e figurais, incentivando o uso de representações visuais para favorecer a compreensão estrutural e o desenvolvimento do pensamento funcional. Estas ideias são também defendidas por Ureña et al. (2024), que

sublinham a importância do recurso a múltiplas representações para garantir uma maior flexibilidade na escolha das estratégias.

De acordo com o NCTM (2000), é expectável que muitos alunos tenham dificuldade com o conceito de variável e na realização de generalizações distantes. Para ultrapassar esta situação, o professor deverá incentivar o uso de representações múltiplas (verbais, tabelas, expressões simbólicas, …) e utilizar questões orientadoras, como "Como pensaste?" ou "Como podes ter a certeza?", encorajando o aluno a justificar o seu raciocínio (NCTM, 2000; ME-DGE, 2021; Ponte et al., 2009). Para além disso, tendo por base os princípios do ensino exploratório, é essencial promover a discussão em sala de aula para apoiar a construção progressiva do significado de variável, partindo de conceções mais informais até formas mais abstratas e generalizáveis (Canavarro, 2011; Canavarro & Santos, 2012; Lannin, 2005).

2.2.2. *Proporcionalidade Direta*

De acordo com Ponte et al. (2009), a proporcionalidade direta traduz uma igualdade entre duas razões. Ao nível das propostas de tarefas em sala de aula, os autores referem que os problemas mais frequentes são os de *valor omisso* e os de *comparação*. Relativamente aos problemas de *valor omisso*, dados três termos de uma proporção, os alunos têm de determinar o quarto termo. Já nos problemas de *comparação*, surge um contexto em que os alunos têm de averiguar se se trata de uma situação de proporcionalidade direta. É neste momento que, ao contactarem com o conceito de constante de proporcionalidade, os alunos começam a trabalhar, ainda que de forma implícita, com a ideia de função linear ($y=k.x$).

Ao nível das estratégias utilizadas pelos alunos, Vergnaud (1983, citado em Silvestre, 2012) apresenta cinco estratégias de natureza multiplicativa:

(i) *Estratégia da razão unitária*. Trata-se da estratégia considerada mais acessível para os alunos, frequentemente adotada a partir do terceiro ano de escolaridade. Consiste na determinação do valor correspondente a uma única unidade (muito associada à divisão). Quando necessário, esse valor unitário é então utilizado para obter outras quantidades, multiplicando-se conforme a exigência do problema.

(ii) *Estratégia do fator de mudança*. Esta estratégia é muitas vezes expressa pela estrutura "tantas vezes como", ou seja, refere-se à identificação do fator multiplicativo que liga duas quantidades.

(iii) *Estratégia da comparação das razões*. Refere-se a um tipo de raciocínio proporcional em que o aluno compara diretamente duas situações calculando e confrontando as razões unitárias de cada uma.

(iv) *Estratégia do algoritmo do produto cruzado (regra de três simples)*. Esta estratégia consiste na aplicação de um procedimento algébrico padronizado para resolver problemas de proporcionalidade. Apesar de ser amplamente utilizada pela sua eficácia e rapidez, esta abordagem é, em muitos casos, aplicada de forma mecânica, sem que o aluno compreenda plenamente o significado das relações entre as grandezas envolvidas (Lesh et al., 1988). Como resultado, tende a promover uma resolução automatizada, desvinculada do contexto do problema e do raciocínio proporcional que se pretende desenvolver.

(v) *Estratégia da interpretação gráfica*. Nesta estratégia, utiliza-se a representação de dados em gráficos cartesianos como meio para resolver problemas de proporcionalidade direta. Estando perante uma situação de proporcionalidade direta, o gráfico apresentará uma semirreta com origem na origem do referencial. O declive da semirreta corresponderá à constante de proporcionalidade.

Infante e Canavarro (2017) apontam ainda duas *estratégias de natureza aditiva*:

(vi) *Estratégia da adição repetida (ou building-up)*. Relacionada com o raciocínio multiplicativo, o aluno realiza adições sucessivas para determinar um valor em falta.

(vii) *Estratégia da diferença constante*. Esta estratégia consiste em estabelecer uma relação dentro de uma razão que é calculada subtraindo um termo do outro, sendo essa diferença, em seguida, aplicada à outra razão.

Segundo as autoras, estes raciocínios de natureza aditiva, baseados na diferença constante, conduzem a uma resposta errada que pode não satisfazer as condições propostas no problema.

Nos últimos anos, diversos estudos têm caracterizado as estratégias associadas à proporcionalidade direta e analisado a sua aplicação. Viegas et al. (2019) observaram que,

na resolução de problemas de valor omisso com proporcionalidade direta, os alunos recorriam prioritariamente à razão unitária, ao fator de mudança e ao produto cruzado, sendo este último um recurso que pode, paradoxalmente, limitar a criatividade estratégia. Num estudo de Silva (2024) com alunos do 7.º ano de escolaridade, observou-se que muitas dificuldades em tarefas de razão e proporção estavam relacionadas com a interpretação da linguagem matemática dos enunciados. A introdução de recursos visuais, lúdicos e contextuais ajudou a amenizar esses obstáculos. Ademais, alguns alunos costumam apresentar dificuldade em diferenciar relações diretamente proporcionais com outras relações onde ambas as grandezas aumentam, mas não proporcionalmente (Lamon, 2020), por exemplo, na relação entre crescimento da altura e idade. Os alunos tendem a assumir que duas grandezas crescem ou decrescem de igual forma. Neste sentido, Lamon (2020) sugere que a verbalização do raciocínio e a utilização de setas são importantes para verificar em que sentido varia cada quantidade. A verbalização ajuda-os a refletir de forma mais precisa sobre as quantidades envolvidas, enquanto o recurso a setas funciona como um apoio visual que lhes permite recordar se determinada grandeza está a aumentar ou a diminuir.

De acordo com o NCTM (2000), a compreensão da proporcionalidade deverá surgir através da resolução de problemas, sendo importante na sua ligação com outros tópicos matemáticos e na conexão entre a matemática e outras disciplinas. Deste modo, volta a emergir a importância de um ensino interdisciplinar e contextualizado. Assim, a escolha das tarefas é um fator importante, por exemplo, o professor deverá propor problemas que envolvam a construção ou interpretação de desenhos em escala, pois oferecem aos alunos oportunidades de utilizar e aumentar o seu conhecimento sobre a proporcionalidade direta (NCTM, 2000).

Por fim, voltam-se a salientar as questões orientadoras que o professor deverá formular de modo a estimular o raciocínio e a comunicação matemática, estabelecendo conexões internas e externas. O NCTM (2000), numa exploração de proporcionalidade direta com gráficos, sugere questões como: “Quais são os gráficos em que a relação entre a distância e o tempo parece ser linear? Quais são os que representam uma relação não

linear? Porquê? … Quais são os gráficos que retratam uma relação proporcional entre a distância e o tempo?" (p. 247).

Em suma, o ensino de regularidades em sequências e proporcionalidade direta, no 2.º CEB, deve privilegiar uma abordagem exploratória, baseada em tarefas ricas e variadas, com representações múltiplas e em contextos significativos para os alunos. Deve também promover o diálogo, a explicitação do raciocínio e a negociação de significados em discussões coletivas.

3. Aprendizagem da Matemática fora da sala de aula

A aprendizagem da Matemática fora da sala de aula constitui uma abordagem pedagógica que valoriza a exploração de contextos reais e diversificados para promover a compreensão significativa dos conceitos matemáticos. De acordo com Fernandes (2019), a aprendizagem fora da sala de aula decorre em contextos significativamente diferentes dos espaços escolares tradicionais, podendo incluir espaços ao ar livre, seja no recinto escolar ou fora dele, bem como locais fechados situados fora do edifício escolar. Ao sair do ambiente tradicional de sala de aula, os alunos têm oportunidade de aplicar saberes em situações autênticas, desenvolver competências de resolução de problemas e reconhecer a utilidade da Matemática no quotidiano (Barbosa & Vale, 2022; Barbosa et al., 2015; Fernandes, 2019). Esta perspetiva pretende tornar a aprendizagem mais envolvente, contextualizada e relevante para os alunos.

Ao nível dos pontos fortes, o *National Centre for Excellence in the Teaching of Mathematics* (s.d., citado por Fernandes, 2019) defende que realizar tarefas fora da sala de aula favorece uma aprendizagem mais autêntica e experiencial, ao envolver os alunos com o mundo tal como o vivem, e permite um acesso mais eficaz a diferentes estilos de aprendizagem, como o visual e o auditivo. Explorar a Matemática em contextos concretos e variados permite libertar os alunos das expectativas, por vezes limitadoras, do ambiente tradicional. Entre os principais benefícios desta abordagem destacam-se os níveis mais elevados de motivação, o acesso a recursos praticamente ilimitados e a oportunidade de reconhecer a transversalidade da Matemática (Fernandes & Vale, 2022).

Além disso, verifica-se um aumento da curiosidade que conduz a uma exploração mais eficaz, o desenvolvimento de ideias criativas que incentivam a investigação e uma

aplicação mais significativa de estratégias de resolução de problemas e de pensamento crítico (Fernandes, 2019). Acrescem a estes aspetos um sentido reforçado de propósito e relevância, a importante ponte entre teoria e prática, maior autonomia e uma atitude mais positiva face à aprendizagem, bem como mais prazer e sucesso no processo educativo, promovendo a consciência de que o ambiente que nos rodeia oferece diversas oportunidades de aprendizagem (Fernandes & Vale, 2022).

Adicionalmente, conforme defendem Cohen e Briery (2019), qualquer recreio escolar pode funcionar como um laboratório de matemática ao ar livre, valorizando o ensino em contextos reais e informais. Esta abordagem promove uma aprendizagem baseada no local, que desperta o interesse dos alunos, reforça o pensamento matemático, estimula a imaginação e revela o ambiente de uma forma nova e significativa.

A aprendizagem fora da sala de aula implica, por norma, um ensino mais centrado no aluno, enquanto o professor assume o papel de facilitador. Lekalakala-Mokgele (2010) destaca que os principais desafios sentidos pelos professores nestes contextos relacionam-se com o controlo da turma – relatando dificuldades em permitir que os alunos conduzam a sua própria aprendizagem, experienciando ansiedade e a perceção de responsabilidade associada ao seu papel enquanto professores. Por sua vez, ainda segundo este autor, os alunos tendem a evidenciar impaciência perante a autonomia exigida e desconforto com a ausência do professor no papel diretivo habitual. Alguns alunos podem até a interpretar a nova postura do facilitador como sinal de falta de preparação ou desinteresse, confundindo o papel do facilitador com inação. Estas tensões entre o controlo do professor e a autonomia do aluno evidenciam a necessidade de um ajustamento mútuo e progressivo, em que o facilitador desenvolve competências específicas para gerir a participação, apoiar a aprendizagem e partilhar a responsabilidade com os alunos de forma equilibrada.

No âmbito da aprendizagem da matemática fora da sala de aula, os trilhos matemáticos assumem particular relevância, podendo ser potencializados pela utilização de recursos digitais. As secções seguintes exploram estas ideias.

3.1. Trilhos matemáticos e a importância das conexões

A aprendizagem da matemática adquire significado quando os alunos conseguem estabelecer conexões entre conceitos, representações, contextos e experiências concretas

(ME-DGE, 2021; NCTM, 2014). Os trilhos matemáticos, enquanto abordagem didática fora da sala de aula, oferecem uma oportunidade única para promover esse tipo de aprendizagem significativa, ao combinar exploração, movimento, resolução de problemas e raciocínio matemático num contexto real (Barbosa & Vale, 2022; Cross, 1997; Richardson, 2004).Inspirados em práticas de aprendizagem ativa e interdisciplinar, os trilhos matemáticos permitem aos alunos vivenciar a Matemática de forma contextualizada e integrada, reforçando a importância das conexões — não apenas entre conteúdos matemáticos, mas também entre a matemática e o mundo que os rodeia (Fernandes & Vale, 2022).

Delimitando o conceito, um trilho matemático constitui uma estratégia de ensino e aprendizagem da Matemática que pode ser implementada no meio envolvente (Fernandes & Vale, 2022). Cross (1997) define um trilho matemático como uma "sequência de paragens ao longo de um percurso pré-planeado, no qual os alunos estudam matemática no ambiente que os rodeia" (p. 38). Já Barbosa et al. (2015) acrescentam que nessas paragens são resolvidas tarefas matemáticas.

Ao nível das vantagens, ao realizarem um trilho matemático, os alunos têm a oportunidade de utilizar e aplicar, em contextos reais, os conhecimentos matemáticos adquiridos em sala de aula, podendo ainda mobilizar saberes informais do seu quotidiano (Ferreira et al., 2016). Por um lado, o trilho pode constituir um ponto de partida para a exploração de determinados conceitos em sala de aula. Por outro lado, como está enquadrado num contexto real, oferece aos alunos vivências de aprendizagem concretas e significativas, incentivando-os a compreender a Matemática como parte integrante e indispensável do quotidiano. Ademais, a realização de um trilho matemático favorece a construção de diferentes conexões matemáticas — entre conceitos ou procedimentos, entre a Matemática e outras áreas do conhecimento, ou entre a Matemática e o mundo real —, promovendo, mais uma vez, a compreensão da sua utilidade no quotidiano e estimulando o desenvolvimento do pensamento criativo (Barbosa et al., 2015; Ferreira et al., 2016). Zarpelon et al. (2021) explicam que, como ocorre fora da sala de aula, promove um ambiente de interesse, descoberta, curiosidade e de diversão. Por fim, Cahyono e

Ludwig (2019) salientam o trabalho colaborativo subjacente e o grau de autonomia atribuído aos alunos, visto que são eles que decidem como desejam resolver as tarefas.

Um dos principais aspetos para que o trilho matemático tenha um bom potencial didático recai na escolha/criação das tarefas. Segundo Barbosa e Vale (2022), "Uma tarefa considera-se 'boa' se for culturalmente relevante, ou seja, se estiver relacionada com a vida dos alunos, aumentando assim a possibilidade de ser mais significativa do que as propostas por fontes externas (*e.g.*, professor, manual)" (p. 126). Neste sentido, Richardson (2004) sugere alguns princípios orientadores. Em primeiro lugar, é necessário selecionar um local com potencial matemático. O professor deverá, num primeiro momento, atentar aos elementos presentes no contexto escolhido, procurando identificar padrões, formas geométricas, objetos passíveis de serem medidos, contados ou representados de forma simbólica. Numa segunda fase, procede-se à recolha de registos fotográficos nos diferentes pontos selecionados, que servirão de base para a construção das tarefas. Posteriormente, realiza-se a seleção das imagens previamente captadas, a elaboração de um mapa e a identificação precisa dos locais escolhidos, de modo a permitir uma análise da distribuição espacial das paragens e da extensão do percurso. Com base nos materiais reunidos, são, então, formuladas as diversas tarefas matemáticas, bem como as orientações que permitirão aos alunos deslocar-se entre os diferentes pontos do itinerário. Por fim, sempre que possível, é recomendável promover a articulação entre a matemática e outras áreas do saber, enriquecendo as tarefas com uma abordagem interdisciplinar que valorize a integração curricular e o estabelecimento de conexões.

Por norma, os trilhos matemáticos desenvolvem-se em pequenos grupos (com, no máximo, três elementos) (Cahyono & Ludwig, 2019; Zarpelon et al., 2021). Como o trabalho colaborativo costuma ser algo difícil de alcançar, o professor pode sugeri uma distribuição de tarefas que implique a atribuição de responsabilidades específicas a cada aluno, facilitando uma relação de interdependência (Barbosa & Vale, 2022).

Em síntese, os trilhos matemáticos constituem uma estratégia pedagógica que concretiza a perspetiva defendida por Boavida et al. (2008), ao valorizarem a resolução de tarefas matemáticas em contextos reais e significativos. Através deles, os alunos estabelecem conexões externas entre a Matemática e o quotidiano, explorando relações

com o meio físico, social e cultural que os rodeia, mas também entre ideais matemáticas. Estas experiências, ao exigirem observação direta e interação com o espaço envolvente, favorecem aprendizagens contextualizadas que ultrapassam as fronteiras disciplinares, permitindo articular a Matemática com outras áreas do saber (Boavida et al., 2008).

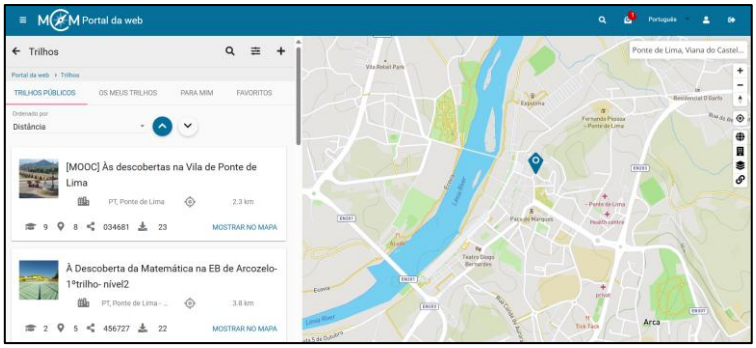
3.2. Trilhos matemáticos digitais: a utilização do MathCityMap

Para além dos trilhos matemáticos tradicionais, realizados com recurso a papel e lápis, o desenvolvimento tecnológico tem proporcionado novas formas de implementar estas experiências de aprendizagem (ME-DGE, 2021; NCTM, 2014). Neste contexto, os trilhos matemáticos digitais destacam-se como uma evolução dos trilhos tradicionais em papel e lápis, oferecendo novas possibilidades de aprendizagem experiencial. Uma das plataformas usadas nesta área é o MathCityMap (MCM), uma aplicação digital concebida para apoiar a criação e implementação de trilhos matemáticos em contexto real.

O MCM é uma aplicação gratuita, disponível para dispositivos móveis, que permite aos professores criar trilhos matemáticos compostos por várias tarefas georreferenciadas. A plataforma é composta por duas interfaces principais: o portal da web, utilizado por professores para a criação e gestão de tarefas e trilhos, e a aplicação móvel, utilizada pelos alunos para realizar o trilho. O portal está disponível em www.mathcitymap.eu e oferece uma base de dados internacional, acessível a professores de todo o mundo, promovendo a partilha de tarefas e trilhos matemáticos (Figura 5).

Figura 5

Interface para criação e pesquisa dos trilhos no portal da web do MCM



No processo de criação de um trilho com papel e lápis, o professor poderá aplicar os princípios orientadores sugeridos por Richardson (2004). Porém, relativamente a um

trilho digital com recurso ao MCM, Barbosa et al. (2022) sugerem outros quatro princípios específicos que orientam a conceção de tarefas no âmbito da Álgebra:

(i) Desenvolver entre sete e oito tarefas bem definidas, com enunciados claros e objetivos, ancoradas em elementos reais do espaço escolar ou meio envolvente;

(ii) Para estimular o pensamento algébrico nos níveis iniciais de escolaridade, é importante que as tarefas abordem ideias como contagem em representações visuais (*subitizing*), contagem combinatória, padrões de repetição e padrões de crescimento;

(iii) Variar a complexidade das tarefas, incluindo propostas com diferentes níveis de exigência cognitiva. Esta diversidade permite que os alunos desenvolvam raciocínios variados — desde abordagens mais procedimentais até à resolução de problemas mais abertos — promovendo, assim, uma compreensão matemática mais ampla;

(iv) As tarefas devem ser estruturadas de acordo com os requisitos técnicos e pedagógicos da plataforma MCM, respeitando os tipos de tarefa disponíveis e os critérios de qualidade estabelecidos.

É neste momento que o professor deverá ter um olhar mais crítico, pois dependendo do propósito da tarefa, terá de selecionar a melhor tipologia. Na plataforma, o MCM propõe, até ao momento, nove tipos de tarefas: intervalo, valor exato, escolha múltipla, preenche os espaços em branco, vetor (valor exato), vetor (intervalo), conjunto, fração, estação de informação. Além disso, o sistema permite definir: a solução correta; sugestões/pistas (no máximo, três); um exemplo de resolução; a(s) ferramenta(s) necessárias para a resolução; e a partir de que nível de ensino se destina a tarefa.

Uma vez criadas as tarefas, o professor pode agrupá-las num trilho matemático, organizando-as por ordem de realização ou deixando essa ordem livre. Cada trilho pode ser personalizado com um título, uma descrição, e um código de acesso ou código QR, que permitirá aos alunos acederem ao percurso através da aplicação móvel, caso não seja público (Figura 6).

Figura 6

Interface inicial do MCM no dispositivo móvel



Durante a realização do trilho, os alunos utilizam o MCM nos seus dispositivos móveis para navegar até às diferentes paragens. A interface da aplicação apresenta um mapa interativo, onde as tarefas aparecem assinaladas de acordo com a sua localização física. Ao chegarem ao local, os alunos consultam o enunciado da tarefa, observam o ambiente, realizam os cálculos ou medições necessárias e inserem a resposta diretamente na aplicação. Após a submissão da resposta, recebem *feedback* imediato, o que lhes permite ajustar o seu raciocínio ou solicitar pistas, caso necessário.

A literatura recente sobre o MCM (*e.g.*, Barbosa & Vale, 2023; Cahyono & Ludwig, 2019; Jablonski, 2024; Zarpelon et al., 2021, 2022) reconhece o seu contributo inovador para o ensino da Matemática em contexto fora da sala de aula, particularmente pela forma como articula o conceito tradicional de trilho matemático com o uso de tecnologia digital.

Num estudo conduzido em Pato Branco, no Brasil, por Zarpelon et al. (2021), os investigadores identificaram algumas potencialidades e limitações do MCM. Ao nível das potencialidades, os participantes destacaram: as tarefas motivadoras/interessantes; a cooperação (também salientado por Barbosa & Vale, 2023; Cahyono & Ludwig, 2019); a competição saudável, através da atribuição de pontos (gamificação); o local de desenvolvimento; e a dinâmica da aplicação. Relativamente às limitações, salientaram o conteúdo das questões e algumas falhas no dispositivo móvel: durante a realização de um trilho no modo online, um par de participantes teve a resposta de uma tarefa não reconhecida pelo MCM. Ao tentar atualizar o aplicativo para resolver o problema, todas as respostas já registadas foram apagadas, o que gerou perda de progresso e frustração (Zarpelon et al., 2022).

No estudo de Barbosa e Vale (2023), com futuros professores, os participantes destacaram como potencialidade o facto da aplicação ser intuitiva, permitindo aos alunos trabalhar de forma autónoma e assumir diferentes responsabilidades dentro do grupo. A orientação com o GPS favoreceu a orientação espacial, ajudando na contextualização das tarefas, e a possibilidade de trabalhar colaborativamente, tanto dentro como entre grupos, foi valorizada como promotora de cooperação. A aplicação mostrou-se também mais interativa do que os trilhos em papel, oferecendo *feedback* imediato sobre as respostas e explorando a gamificação através da atribuição de pontos, o que aumentou a motivação. Além disso, o MCM possibilitou a aplicação de conhecimentos matemáticos no meio envolvente, incluindo a valorização do património histórico e cultural, e mostrou-se uma ferramenta versátil para os professores, que podem criar tarefas adaptadas ao contexto local, interdisciplinares e diversificadas, enquanto acompanham e monitorizam o trabalho dos alunos. Por outro lado, os participantes também identificaram algumas limitações. Uma das mais referidas foi a dependência tecnológica, já que é necessário acesso à internet para descarregar inicialmente o trilho, embora depois seja possível utilizá-lo *offline*. Também foi apontada a desigualdade no acesso a dispositivos, sobretudo no caso de alunos mais novos que podem não possuir telemóveis ou tablets. Outra limitação relaciona-se com a diversidade dos tipos de tarefa disponíveis, que no momento do estudo se restringiam a valores exatos, intervalos ou múltipla escolha, ainda que a aplicação tenha vindo a ser atualizada nesse aspeto. Do ponto de vista atitudinal, registaram-se episódios de ansiedade e frustração, sobretudo quando as respostas eram consideradas incorretas ou quando havia comparação entre grupos. Finalmente, algumas tarefas mais longas ou com cálculos exaustivos foram vistas como desmotivadoras, diminuindo o entusiasmo dos participantes.

Barbosa e Vale (2023) e Jablonski (2024) salientam que o MCM representa uma atualização digital dos trilhos matemáticos tradicionais, ao integrar funcionalidades como a geolocalização por GPS, o *feedback* automático e a disponibilização de pistas graduais, o que permite aos alunos uma experiência mais interativa e autónoma.

Contudo, a implementação do MCM também suscita alguns desafios. Por um lado, a necessidade de dispositivos móveis com GPS e acesso à internet pode limitar o acesso em contextos educativos com menores recursos tecnológicos (Barbosa & Vale, 2023). Por outro

lado, Cahyono e Ludwig (2019) apontam como desafio relevante a necessidade de formação específica para os professores, para que estes consigam explorar todas as funcionalidades da ferramenta e conceber tarefas contextualizadas, equilibradas e alinhadas com os objetivos pedagógicos do MCM.

Em termos comparativos, os trilhos matemáticos digitais e os trilhos tradicionais partilham o mesmo objetivo educativo: levar os alunos a aplicar a Matemática em contextos reais. Tal como no trilho tradicional, os alunos devem ser organizados em pequenos grupos (idealmente de três elementos) e cada aluno deverá ficar encarregue de uma função. Um aluno fica responsável pelo dispositivo móvel, outro pela recolha de dados (contagens e medições) e outro com os registos (Cahyono & Ludwig, 2019).

No entanto, distinguem-se em diversos aspetos. Nos trilhos tradicionais, os alunos registam as suas respostas em papel, sem acesso imediato à validação das mesmas, sendo o *feedback* fornecido apenas após a recolha e correção por parte do professor. Por outro lado, os trilhos digitais, como os disponibilizados pelo MCM, oferecem interatividade, validação automática, pistas dinâmicas e um registo digital do desempenho dos alunos. Este formato é particularmente apelativo para alunos habituados a ambientes tecnológicos e contribui para uma maior motivação, sendo descrito frequentemente como uma experiência tipo jogo, uma vez que se pode selecionar a opção de gamificação (Barbosa & Vale, 2023; Jablonski, 2024; Zarpelon et al., 2021). Por sua vez, os trilhos em papel mantêm a vantagem de serem mais inclusivos, dado que não exigem equipamentos tecnológicos, e permitem uma maior liberdade na formulação das respostas e no registo dos raciocínios.

Embora os trilhos digitais promovam motivação adicional e interatividade (Barbosa et al., 2022; Cahyono & Ludwig, 2016; Fernandes, 2019), os trilhos em papel continuam a ter um valor pedagógico significativo, especialmente em contextos onde se pretende aprofundar o raciocínio e a comunicação escrita. Tal como refere Lemmo (2021), caso um aluno pretenda apresentar uma resposta mais visual, no meio digital, poderá utilizar um *applet* que permita alcançar esse objetivo. Contudo, se o aluno não estiver familiarizado, estará em desvantagem perante o modelo tradicional em papel e lápis. A escolha do formato deve, por isso, ser pedagógica e não meramente tecnológica. Assim, apesar de se reconhecer as inúmeras potencialidades da aplicação MCM, considera-se que a sua eficácia

depende fortemente do contexto em que é implementada. A escassez de recursos tecnológicos ou a falta de formação adequada por parte dos professores pode transformar uma estratégia inovadora numa experiência frustrante para os alunos (Muhazir & Retnawati, 2020).

4. As atitudes no ensino e aprendizagem da Matemática

As atitudes surgem como uma subcategoria da dimensão afetiva da Matemática. Na perspetiva de McLeod (1992), a dimensão afetiva envolve diferentes níveis de estabilidade e intensidade, sendo as atitudes mais estáveis do que as emoções, mas menos profundas do que as crenças. As atitudes traduzem-se, assim, em "respostas afetivas que envolvem sentimentos positivos ou negativos de intensidade moderada e estabilidade razoável" (McLeod, 1992, p. 581).

Hannula (2002) enfatiza que a atitude não é apenas uma característica interna, mas emerge em contextos sociais, sendo influenciada por interações com professores, colegas e tarefas matemáticas. Neste sentido, o ambiente da sala de aula e a prática pedagógica podem moldar as atitudes dos alunos de forma significativa. Na mesma linha de pensamento, Mazana et al. (2019) definem atitude como uma predisposição aprendida, que leva o indivíduo a reagir favorável ou desfavoravelmente a determinado objeto, ideia ou situação. Estes autores apresentam o modelo ABC para compreender e categorizar as atitudes dos alunos. O modelo organiza as atitudes em três componentes principais: afetiva (A), comportamental (B) e cognitiva (C). Cada uma destas componentes pode ser desdobrada em subcategorias que ajudam a clarificar os diferentes aspetos da atitude em relação à matemática:

A *componente afetiva* diz respeito aos sentimentos e emoções que a Matemática desperta no aluno. Esta dimensão inclui subcategorias como a autoestima ou confiança nas próprias capacidades, a ansiedade e o gosto sentido na realização de tarefas matemáticas. Alunos que demonstram entusiasmo ao resolver problemas, que se sentem orgulhosos dos seus progressos ou que mantêm uma postura confiante mesmo perante dificuldades, revelam atitudes afetivas positivas e, por conseguinte, sucesso nas tarefas matemáticas (Goldin et al., 2016). Por oposição, emoções como o medo de errar, o nervosismo perante testes ou a frustração recorrente constituem indicadores de atitudes afetivas negativas.

A *componente comportamental* diz respeito à predisposição do aluno para agir em relação à Matemática. Um dos aspetos centrais desta dimensão é a motivação intrínseca, ou seja, o envolvimento do aluno em tarefas matemáticas por interesse genuíno, curiosidade ou satisfação pessoal. Este envolvimento revela-se através de ações como a persistência perante desafios, a participação ativa nas aulas e a colaboração com os colegas. Em contraste, atitudes comportamentais negativas podem traduzir-se em fuga, passividade ou desinteresse visível (Skinner et al., 2009, citado em Fernandes, 2019).

A *componente cognitiva* compreende as crenças e perceções que o aluno desenvolve sobre a matemática e sobre si próprio enquanto aprendiz. Entre estas, destaca-se a perceção de utilidade da disciplina, ou seja, o grau em que o aluno acredita que a matemática é relevante para a sua vida presente e futura (Mazana et al., 2019).

Estas três componentes – afetiva, comportamental e cognitiva – não atuam isoladamente, mas interagem de forma dinâmica. Emoções negativas (afetivas), como a ansiedade, podem diminuir a motivação intrínseca (comportamental) e reforçar crenças de incapacidade (cognitiva), criando um ciclo de insucesso. Assim, a análise das atitudes através do modelo ABC, e das suas subcategorias, oferece uma estrutura valiosa para compreender o envolvimento dos alunos na aprendizagem da Matemática e identificar caminhos para promover experiências mais positivas e eficazes.

De acordo com Martínez-Padrón (2008), as atitudes fazem parte do conhecimento subjetivo dos sujeitos e podem expressar-se através de ideias, perceções, gostos, preferências, opiniões, crenças, emoções, sentimentos, comportamentos e tendências a agir, influenciando tanto a aprendizagem como a avaliação. Tal como defendem Mazana et al. (2019) e Hannula (2002), a atitude não é uma realidade simples, mas um conceito que pode ser compreendido através de quatro componentes interligadas: *afetiva, comportamental, cognitiva e conativa ou intencional.* Esta nova componente *(conativa ou intencional)* refere-se à inclinação voluntária para agir ou continuar a agir, como o desejo de estudar Matemática ou de participar nas aulas. Já a componente comportamental é a conduta observável. Assim, pode-se entender que, na perspetiva de Mazana et al. (2019), a dimensão conativa – enquanto intenção de agir – está implícita na componente comportamental, razão pela qual não surge como uma categoria autónoma.

Neste sentido, tal como tem acontecido em trabalhos prévios (*e.g.,* Fernandes, 2019), a observação das atitudes na realização de trilhos matemáticos envolveram apenas três destas componentes: cognitiva, afetiva e comportamental, isto é, o modelo ABC. NO estudo conduzido por Fernandes (2019), para cada categoria foram criadas subcategorias e respetivos indicadores (Tabela 1).

Tabela 1

Categorias de análise do envolvimento propostas por Fernandes (2019)

Categorias	Subcategorias	Indicadores
Comportamental	Atenção	Foco
	Empenho	Dedicação, esforço e persistência
	Colaboração	Partilha e responsabilidade
Afetivo	Interesse	Curiosidade
	Satisfação	Entusiasmo, gozo
	Frustração	Situações de descontentamento e de contestação
	Ansiedade	Situações de inquietação e de nervosismo
Cognitivo	Estratégias	Profundidade das estratégias utilizadas
	Conhecimentos	Conhecimentos manifestados posteriormente

Nesta investigação, concluiu-se que o envolvimento dos alunos em tarefas colaborativas promovia interações verbais ricas, partilha de estratégias e desenvolvimento de uma visão mais positiva da Matemática. A colaboração permitiu também que os alunos experienciassem sucessos coletivos, o que pode influenciar positivamente a atitude individual. A investigação de Fernandes (2019) revelou ainda que a articulação da Matemática com a realidade (através trilhos matemáticos) e o movimento físico favorecia o envolvimento afetivo, contribuindo para mudanças de atitude e aprendizagens mais duradouras.

As atitudes positivas ou negativas refletem-se em diferentes níveis de motivação, empenho e sucesso escolar, sendo que alunos com atitudes mais favoráveis tendem a apresentar melhores desempenhos, como confirmado por Kibrislioglu (2015), que encontrou uma relação significativa entre atitude e sucesso em Matemática.

No domínio afetivo, as atitudes positivas incluem o gosto declarado pela Matemática, o interesse e entusiasmo perante as tarefas e, sobretudo, a satisfação e o prazer em resolver problemas — aspetos que, segundo Mazana et al. (2019), se relacionam com maior motivação intrínseca e persistência na aprendizagem. Pelo contrário, atitudes negativas neste domínio incluem a desistência rápida, a falta de empenho e esforço, a

resistência a novas experiências e a rigidez de pensamento, associadas a baixa tolerância à frustração e consequente menor envolvimento (Fernandes, 2019; Mazana et al., 2019). Estas atitudes refletem-se em menor participação e sucesso escolar, confirmando a relação evidenciada por Kibrislioglu (2015).

Na dimensão cognitiva, as atitudes favoráveis manifestam-se na crença de que a Matemática é útil, compreensível e desafiante, mas acessível, com valor reconhecido para a vida quotidiana e para o futuro académico e profissional. Já as atitudes negativas surgem quando a Matemática é percecionada como inútil ou irrelevante, excessivamente difícil, abstrata ou inacessível, conduzindo a uma baixa valorização social do saber matemático (Mazana et al., 2019).

Por fim, no plano comportamental, evidenciam-se atitudes positivas como a perseverança e o empenho nas tarefas, a abertura a novas experiências, a flexibilidade de pensamento e a persistência perante as dificuldades. Estas disposições favorecem a exploração de estratégias diversificadas e o desenvolvimento do raciocínio matemático. Pelo contrário, atitudes negativas neste domínio incluem a desistência rápida, a falta de empenho e esforço, a resistência a novas experiências e a rigidez de pensamento, associadas a baixa tolerância à frustração e consequente menor envolvimento (Kibrislioglu, 2015; Mazana et al., 2019).

Em suma, as atitudes no ensino e aprendizagem da Matemática constituem um domínio complexo, mas essencial, cuja compreensão requer uma abordagem multifacetada. Ao observar as atitudes de forma sistemática — através de descritores afetivos, comportamentais e cognitivos — e ao integrar estratégias pedagógicas como o trabalho colaborativo e a contextualização das tarefas, é possível promover alterações significativas no modo como os alunos encaram a matemática. Assim, as atitudes devem ser não apenas objeto de investigação, mas também de intervenção pedagógica intencional e reflexiva.

5. Estudos empíricos

A análise teórica desenvolvida neste estudo foi enriquecida com a leitura e consideração crítica de estudos empíricos de natureza semelhante, valorizando o seu contributo para o aprofundamento do tema. Neste sentido, privilegiaram-se estudos

realizados em contextos não formais de aprendizagem com trilhos matemáticos (com ou sem recurso a tecnologias digitais) e que abordassem a exploração da temática das regularidades em sequências e proporcionalidade direta. Portanto, foram selecionados seis estudos. Os dois primeiros incidem sobre a aprendizagem de regularidades em sequências e/ou proporcionalidade direta, enquanto os restantes se centram na implementação de trilhos matemáticos — digitais ou tradicionais —, com especial atenção ao contexto das tarefas e à forma como estas influenciam as atitudes dos alunos e o seu desempenho ao longo da experiência.

O primeiro estudo pertence a Pedro (2013) e tinha como objetivo compreender de que forma os alunos do 6.º ano desenvolvem processos de generalização na exploração de sequências pictóricas e regularidades numéricas e como evolui a sua capacidade de generalizar ao longo de uma experiência de ensino orientada. O estudo adotou uma metodologia interpretativa e descritiva e um *design* de estudo de caso. A investigadora implementou sete tarefas, analisando o trabalho de quatro alunos para identificar as estratégias de generalização utilizadas e as representações mobilizadas. As tarefas foram organizadas progressivamente, começando com sequências pictóricas e terminando com situações de proporcionalidade direta, o que permitiu acompanhar a evolução do pensamento algébrico dos alunos. A análise qualitativa baseou-se nas produções escritas dos alunos, segundo um quadro de categorias previamente ajustado. Inicialmente, os alunos usaram estratégias intuitivas, como o "múltiplo da diferença", evoluindo gradualmente para abordagens funcionais e mais formais. Este estudo destaca a importância das tarefas pictóricas como apoio na transição para a linguagem simbólica e o papel do *Excel* na validação de padrões e construção de generalizações. Os resultados evidenciam que experiências de ensino orientadas e exploratórias favorecem o desenvolvimento do pensamento algébrico no 6.º ano.

Silvestre (2012) desenvolveu um estudo de natureza qualitativa, no âmbito de uma experiência de ensino (*design research*), com o objetivo de investigar o desenvolvimento do raciocínio proporcional em alunos do 6.º ano de escolaridade através do ensino exploratório. A intervenção decorreu em duas turmas, com o envolvimento de duas professoras em trabalho colaborativo. A unidade de ensino foi estruturada em cinco fichas

de trabalho — incluindo tarefas de investigação, exploração e resolução de problemas proporcionais e pseudoproporcionais — e dois momentos de avaliação (teste diagnóstico e teste final). A recolha de dados incluiu os registos escritos dos alunos e o vídeo das aulas. A análise, de carácter essencialmente descritivo, revelou progressos significativos: os alunos passaram de estratégias predominantemente aditivas ou não proporcionais para estratégias multiplicativas, demonstrando maior capacidade de distinguir relações proporcionais e de utilizar diferentes representações (como tabelas, frações e gráficos). A unidade de ensino demonstrou ser eficaz na promoção de uma compreensão mais sólida e flexível da natureza multiplicativa da proporcionalidade direta, apoiando a conjetura de que o trabalho exploratório em sala de aula constitui uma via valiosa para o desenvolvimento deste tipo de raciocínio matemático.

O terceiro estudo, realizado por Fernandes (2019), teve como objetivo compreender o contributo dos trilhos matemáticos tradicionais como estratégia de ensino e aprendizagem promotora de conexões, com alunos do 3.º ano do 1.º CEB. O estudo adotou uma abordagem qualitativa e interpretativa, com um *design* de estudo de caso. Foram implementados trilhos matemáticos em contextos exteriores, com tarefas que envolviam conteúdos de matemática e de outras áreas, especialmente o estudo do meio e o património local. A análise centrou-se no desempenho de dois grupos-caso e nas reações dos alunos à experiência. Os resultados evidenciam um forte envolvimento na resolução das tarefas, apesar de algumas dificuldades ao nível da comunicação escrita e da compreensão de enunciados. Os alunos mobilizaram estratégias variadas e múltiplas representações e estabeleceram espontaneamente conexões entre conteúdos matemáticos, outras áreas curriculares e o contexto real. Deste modo, as reações foram globalmente muito positivas: os alunos mostraram entusiasmo, motivação, autonomia e satisfação, destacando o prazer de aprender ao ar livre, em contacto com a natureza e com os colegas. O estudo sublinha o potencial dos trilhos matemáticos para promover aprendizagens significativas, desenvolver conexões e tornar a Matemática mais acessível e interessante desde os primeiros anos de escolaridade.

Já o estudo desenvolvido por Gonçalves (2022) teve como objetivo compreender como os alunos do 6.º ano mobilizam conhecimentos sobre números racionais através da

realização de um trilho matemático com recurso ao MCM. A investigação seguiu uma metodologia qualitativa, com um *design* de estudo de caso, incidindo particularmente sobre dois grupos-caso. Os dados foram recolhidos através de observação participante, notas de campo, questionários, entrevistas, registos escritos dos alunos e registos audiovisuais. Os resultados indicam que os alunos revelaram, de forma geral, um desempenho positivo nas tarefas propostas, embora tenham surgido dificuldades na interpretação de enunciados e na explicitação das estratégias utilizadas. As estratégias analíticas foram as mais frequentes, embora em algumas tarefas se tenham observado abordagens visuais ou mistas. A utilização do MCM foi bem recebida pelos alunos, contribuindo para o seu envolvimento, motivação e para uma perceção mais clara da utilidade da matemática no quotidiano. A atividade permitiu consolidar conhecimentos adquiridos em sala de aula e fomentou uma atitude positiva face à disciplina, com evidências de maior autoconfiança ao longo do percurso. Contudo, apesar dos resultados globalmente positivos, foram identificadas algumas dificuldades. Estas centraram-se, sobretudo, na compreensão e interpretação dos enunciados das tarefas e na capacidade de explicitar o raciocínio e as estratégias utilizadas, o que limitou, em alguns momentos, a clareza das resoluções apresentadas. Verificaram-se também fragilidades relativamente a determinados conceitos de números racionais, em especial os diferentes significados e representações associados a este conjunto numérico, bem como no conceito de frações equivalentes. Além disso, em tarefas de maior exigência, surgiram obstáculos na aplicação de procedimentos matemáticos mais formais, como a regra de três simples, evidenciando dificuldades na mobilização de conhecimentos prévios e na sua adaptação a contextos não familiares. Estas limitações revelam que, apesar da atividade ter favorecido o envolvimento e consolidado aprendizagens, persistem desafios ao nível da literacia matemática, em especial no domínio da linguagem e da conceptualização dos números racionais

Por sua vez, Francisco (2022) pretendia compreender como alunos do 6.º ano resolvem tarefas de Geometria relacionadas com isometrias, através da realização de um trilho matemático com recurso à aplicação MCM, num contexto de aprendizagem fora da sala de aula. A investigação seguiu uma abordagem qualitativa e interpretativa (*design* de estudo de caso) e a recolha de dados foi realizada através de observações, entrevistas,

questionários, registos escritos, notas de campo e fotografias. O estudo concluiu que a utilização do MCM em contextos exteriores promove aprendizagens significativas, potencia a consolidação de conteúdos geométricos e contribui para o desenvolvimento de competências sociais e cognitivas, evidenciando-se como uma estratégia eficaz e motivadora para o ensino da matemática. Apesar de os alunos terem apresentado, de forma geral, um bom desempenho na realização do trilho matemático com recurso à aplicação MathCityMap, foram identificadas diversas dificuldades. Os alunos revelaram problemas na interpretação dos enunciados de algumas tarefas, na descrição e caracterização das isometrias e, sobretudo, na sua construção, com ou sem recurso a material de desenho, sendo esta a dificuldade mais significativa. Em situações concretas, verificaram-se ainda dificuldades na identificação de simetrias de rotação ou no reconhecimento de elementos gráficos, como o número de simetrias de reflexão, sem, contudo, conseguirem localizá-las corretamente nos desenhos. Outro aspeto evidenciado foi a fragilidade na explicação das tarefas nos guiões de resposta, o que revelou limitações na comunicação matemática escrita. Em determinados casos, apresentaram ainda falhas de atenção e de concentração, o que afetou o rigor das respostas.

Por fim, o estudo de Barbosa e Vale (2023) teve como principal objetivo compreender as perceções de futuros professores do ensino básico sobre a utilização do MCM em trilhos matemáticos, bem como caracterizar o seu envolvimento durante a realização dessa atividade fora da sala de aula. A investigação decorreu no âmbito de uma unidade curricular de Didática da Matemática e seguiu uma metodologia qualitativa e interpretativa, com recurso a questionários, observação participante, produções escritas e registos audiovisuais. Os estudantes do 3.º ano de uma licenciatura em Educação Básica realizaram um trilho matemático com 14 tarefas, no centro da cidade, utilizando a aplicação MCM. As tarefas abordavam conteúdos diversos (como simetria, estimativas, área e volume), e apresentavam diferentes níveis de exigência cognitiva. Os resultados revelaram um envolvimento significativo por parte dos participantes, observando-se indicadores de envolvimento cognitivo, afetivo e comportamental. Os futuros professores evidenciaram interesse, entusiasmo e curiosidade, embora também tenham surgido episódios de frustração ou ansiedade perante respostas incorretas. No entanto, predominou uma

atitude persistente e colaborativa na resolução dos problemas. Em síntese, este estudo evidencia o potencial educativo dos trilhos matemáticos digitais como estratégia de ensino ativa, significativa e integradora de tecnologias móveis, proporcionando experiências autênticas e estimulantes no ensino e aprendizagem da matemática.

Em síntese, os estudos empíricos analisados permitem destacar diferentes contributos para a compreensão do potencial dos trilhos matemáticos em contextos não formais de aprendizagem. Os trabalhos de Pedro (2013) e Silvestre (2012) evidenciam o valor das tarefas exploratórias e progressivas no desenvolvimento do pensamento algébrico e do raciocínio proporcional no 6.º ano, salientando a importância de transições graduais entre representações e do recurso a estratégias multiplicativas. Já os estudos centrados na implementação de trilhos matemáticos — Fernandes (2019), Gonçalves (2022), Francisco (2022) e Barbosa e Vale (2023) — reforçam a relevância destas experiências para a consolidação de conteúdos matemáticos, a motivação intrínseca dos alunos e o desenvolvimento de competências sociais e cognitivas. Em todos os casos, os trilhos, em ambos os suportes, mostraram-se promotores de aprendizagens significativas e de conexões entre a matemática, a realidade e outras áreas do conhecimento, embora se tenham identificado também algumas dificuldades, sobretudo na interpretação de enunciados, na explicitação de raciocínios e na construção de representações formais. Estes estudos, no seu conjunto, sublinham o papel dos trilhos matemáticos, tradicionais ou digitais, como estratégia eficaz, motivadora e integradora de diferentes dimensões da aprendizagem matemática.

CAPÍTULO III – METODOLOGIA DE INVESTIGAÇÃO

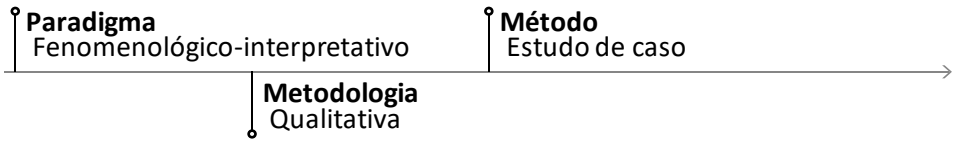
Neste capítulo são apresentadas as opções metodológicas que sustentaram o desenvolvimento do estudo, devidamente fundamentadas na literatura. É ainda realizada uma breve caraterização do contexto, dos participantes, dos casos em análise, bem como dos procedimentos e etapas de desenvolvimento da investigação. Por fim, descrevem-se as técnicas e instrumentos utilizados na recolha e tratamento dos dados e assinalam-se os principais cuidados adotados para garantir a qualidade do estudo.

1. Opções metodológicas

Neste tópico pretende-se justificar as opções metodológicas realizadas durante o estudo que tem como objetivo compreender o modo como alunos do 6.º ano de escolaridade mobilizam o pensamento algébrico na resolução de tarefas em trilhos matemáticos tradicionais e digitais. Creswell (2010) explica que as decisões metodológicas devem refletir as conceções que o investigador traz para o estudo, os procedimentos adotados na investigação e os métodos específicos de recolha, análise e interpretação dos dados. Para cumprir estes requisitos, é necessário enquadrar o estudo em termos de paradigma, metodologia e método de investigação. Neste contexto, adotou-se um paradigma fenomenológico-interpretativo, uma metodologia de caráter qualitativo e, como método, o estudo de caso (Figura 7).

Figura 7

Esquema representativo das opções metodológicas



Segundo Ponte (2002b), a investigação constitui um meio privilegiado de construção de conhecimento. Quando direcionada para a própria prática, assume-se como um processo essencial para compreender e aprofundar essa mesma prática, tornando-se, assim, uma atividade de elevado valor para o desenvolvimento profissional dos professores que nela participam de forma ativa. Para que uma atividade seja considerada uma investigação, Beillerot (2001), citado por Ponte (2002b), refere que têm de ser cumpridos três requisitos: produzir conhecimentos novos; ter uma metodologia rigorosa; e ser pública.

Logo, para que um trabalho seja reconhecido como investigação, é necessário que seja conduzido com rigor. Isso implica adotar uma abordagem metódica e sistemática, de modo a possibilitar a sua replicação por outros investigadores. A realização de uma investigação exige, por isso, a definição de opções metodológicas que sejam coerentes com o problema em análise e com as questões de investigação que a sustentam (Vale, 2004).

De acordo com Creswell (2010), existem três grandes tipos de investigação (a quantitativa, a qualitativa e a mista), enquadradas em três grandes paradigmas (o positivista, o fenomenológico-interpretativo e o pragmático, respetivamente). Este estudo seguiu o paradigma fenomenológico-interpretativo, dado que a investigadora procura compreender e interpretar as ações dos intervenientes no seu contexto natural (Vale, 2004), analisando e descrevendo detalhadamente tanto o desempenho como as atitudes manifestadas. Esta opção alinha-se com uma pesquisa qualitativa, que procura explorar e compreender o significado que os indivíduos ou os grupos atribuem a um problema social/humano (Creswell, 2010).

De acordo com Bogdan e Biklen (1994), a investigação qualitativa apresenta cinco caraterísticas:

(i) A fonte direta dos dados é o ambiente natural, sendo o investigador o instrumento principal da recolha. Por este motivo, a qualidade (validade e fiabilidade) dos dados depende muito da sua sensibilidade, da sua integridade e do seu conhecimento (Fernandes, 1991);

(ii) É descritiva. O investigador qualitativo tenta analisar os dados respeitando a forma em que estes foram registados ou transcritos;

(iii) O foco é o processo, não os resultados ou produtos;

(iv) A análise dos dados é indutiva, ou seja, a recolha dos dados não tem como objetivo confirmar ou infirmar hipóteses construídas previamente;

(v) Ênfase no significado. O investigador qualitativo procura apreender as diferentes perspetivas adequadamente, tendo em consideração as experiências do ponto de vista do informador. Para isso, este tipo de investigação reflete uma espécie de diálogo entre investigador e os respetivos sujeitos.

Para Fernandes (1991), a investigação qualitativa centra-se na compreensão aprofundada dos fenómenos, procurando explorar os significados subjacentes a determinados comportamentos, atitudes ou crenças. De um modo geral, ao contrário da pesquisa quantitativa, não se preocupa com a dimensão das amostras nem com a possibilidade de generalizar os resultados obtidos.

Num estudo qualitativo, as perguntas de investigação orientam-se, em regra, para casos ou fenómenos, procurando padrões de relações (im)previstas (Stake, 2009). Assim, a investigação presente neste relatório seguiu a metodologia qualitativa.

A metodologia qualitativa engloba diversos métodos ou *designs* de investigação (Creswell, 2010). Contudo, no âmbito deste estudo, optou-se pelo *estudo de caso*. De acordo com Merriam (1988), citada por Bogdan e Biklen (1994), o estudo de caso baseia-se numa observação detalhada de um contexto, grupo ou indivíduo, de uma única fonte de documentos ou de um facto específico. O estudo de caso é adequado quando o investigador:

(i) procura compreender em profundidade o *como* e os *porquês* de determinado grupo ou entidade, evidenciando a sua identidade e caraterísticas próprias (Ponte, 2006);
(ii) pretende clarificar as descrições e sofisticar as interpretações (Stake, 2009);
(iii) tem muito pouco controlo sobre os acontecimentos e o objeto do estudo é um fenómeno que se desenrola em contexto real e para o qual são necessárias fontes múltiplas de evidência para o caraterizar (Yin, 2010).

Em suma, quando o objetivo é compreender um fenómeno em profundidade, a seleção dos casos assume um papel decisivo, devendo ser realizada de forma intencional. Como refere Vale (2004), os casos mais adequados são aqueles que se revelam particularmente ricos em informação e que possibilitam uma compreensão mais abrangente do objeto de estudo. Nesta investigação, selecionou-se como caso um trio de alunos da turma, mais fácil de acompanhar no contexto de um trilho matemático.

2. Contexto, participantes e procedimentos

A investigação teve lugar no âmbito da intervenção em contexto educativo no 2.º CEB, numa turma de 6.º ano integrada numa escola pertencente a um agrupamento do concelho de Viana do Castelo, durante o ano letivo de 2024/2025. A turma era composta

por 20 alunos, distribuídos equitativamente entre os sexos (10 rapazes e 10 raparigas), com idades compreendidas entre os 11 e os 13 anos, não se verificando qualquer situação de retenção no ano em causa. Este estudo, sobre o desempenho e atitudes manifestadas durante a realização de trilhos matemáticos em diferentes ambientes, incidiu sobre os tópicos Regularidades em Sequências e Proporcionalidade Direta, presentes no tema da álgebra. Todavia, também foram desenhadas tarefas relacionadas com outros temas, como Geometria e Números. Atendendo ao facto dos participantes do presente estudo serem menores de idade, foi distribuído a cada aluno um formulário de consentimento informado para preenchimento e assinatura pelos respetivos encarregados de educação, com o propósito de autorizar formalmente, ou não, a participação do seu educando na investigação (Anexo 1). Para além deste procedimento, o estudo foi apresentado aos alunos, dando-lhes assim a possibilidade de aceitarem ou não a cedência dos seus dados.

Segundo Stake (2009), o estudo de caso implica uma seleção intencional e cuidadosa, que possibilita ao investigador recolher o máximo de informação sobre a situação em análise. Deste modo, tendo em conta as caraterísticas do estudo, procurou-se definir um número de grupos-caso que possibilitasse responder adequadamente às questões orientadoras da investigação, sem, contudo, se tornar excessivamente abrangente face ao tempo disponível para a sua concretização. Assim, foi selecionado um grupo-caso tendo em conta os seguintes critérios: (i) a classificação obtida pelos alunos no final do 1.º período e o desempenho académico evidenciado em momentos anteriores; (ii) a participação e o envolvimento ativo nas aulas lecionadas pelo professor orientador cooperante nas semanas de observação; (iii) a capacidade de comunicar e justificar raciocínios matemáticos, oralmente e por escrito; (iv) a participação nas diferentes fases do estudo, nomeadamente na realização dos trilhos, no questionário e na entrevista. Ademais, importa salientar que, apesar deste foco, toda a turma esteve envolvida nas diferentes fases da investigação.

Relativamente ao contexto, o estudo desenvolveu-se, maioritariamente, no exterior da sala de aula, onde foram realizados os trilhos. Ao nível da distribuição dos alunos, como evidencia a literatura (Barbosa et al., 2022; Zarpelon et al., 2021), na realização de trilhos matemáticos, os grupos deveriam possuir três elementos. Porém, Bogdan e Biklen (1994)

salientam para o facto de, na escolha de um grupo como foco de um estudo de caso de observação, quanto menor for o número de elementos do grupo, maior a probabilidade de que o comportamento deles seja alterado pela presença do investigador. Neste sentido, a turma foi dividida em quatro grupos de três elementos e dois grupos de quatro elementos, sendo o grupo-caso composto por três elementos. Os alunos deste grupo serão caracterizados no Capítulo V.

Ao nível dos procedimentos, o estudo decorreu em três fases principais – preparação do estudo, estudo em ação e redação do relatório – conforme se encontra sistematizado no Quadro 4.

Quadro 4

Calendarização do estudo

Organização do tempo	Fases do estudo	Procedimentos
Fevereiro a abril de 2025	Preparação do estudo	– Observação da turma – Caraterização do contexto e da turma – Definição do problema e das questões de investigação – Pedidos de autorização aos encarregados de educação – Recolha bibliográfica – Delineamento do estudo – Implementação da intervenção didática – Elaboração das tarefas para o trilho matemático tradicional – Elaboração das tarefas para o trilho matemático digital – Planificação da intervenção didática
Maio a junho de 2025	Estudo em ação	– Implementação da intervenção didática – Observação participante – Realização dos trilhos (tradicional e digital) – Registos audiovisuais – Recolha dos registos escritos – Elaboração da entrevista semiestruturada – Entrevista ao grupo-caso – Aplicação do questionário
Julho de 2025 a agosto de 2026	Redação do relatório	– Análise de dados – Redação do relatório final – Recolha bibliográfica final

A primeira fase ocorreu entre fevereiro e abril de 2025, coincidindo com as aulas de observação e com a intervenção na disciplina de Ciências Naturais. Durante este período,

os momentos de observação possibilitaram conhecer melhor o contexto e a turma, permitindo definir um problema de investigação e as respetivas questões de investigação. Por sua vez, neste período foram entregues os pedidos de autorização aos encarregados de educação, de forma a determinar o número de alunos que poderia participar no estudo. Paralelamente, de modo a organizar as ações necessárias à concretização da investigação, realizou-se uma pesquisa bibliográfica, foram elaboradas as tarefas associadas aos trilhos matemáticos e planeadas as aulas de Matemática.

A segunda fase decorreu entre maio e junho de 2025 e correspondeu à intervenção didática. Neste período, foram implementadas as aulas planificadas e os alunos participaram nos dois trilhos matemáticos, o que permitiu recolher dados essenciais para a investigação. Essa recolha foi realizada através de observações, registos escritos, registos audiovisuais, aplicação de um questionário (na última aula) e uma entrevista ao grupo-caso.

Por fim, a terceira e última fase estendeu-se de julho de 2025 a agosto de 2026 e teve como objetivo a elaboração do relatório escrito. Nesta etapa, procedeu-se à análise rigorosa de todos os dados recolhidos, sustentando-a com base no enquadramento teórico previamente estabelecido e respetiva atualização.

3. Recolha de dados

Uma vez definidos o problema, as questões de investigação e os participantes, este tópico apresenta, de forma mais detalhada, as técnicas, as fontes e os instrumentos adotados para o desenvolvimento desta investigação, fundamentando-os com base na literatura.

A recolha de dados é uma das fases mais importantes em qualquer investigação (Vale, 2004), uma vez que são os elementos base da análise (Bogdan & Biklen, 1994). Tal como refere Vale (2004), há três vantagens na recolha de dados qualitativos. Por um lado, os dados focam-se em ocorrências naturais, existindo uma forte relação com o que aconteceria na "vida real". Por outro lado, os dados são ricos e holisticamente completos, pois revelam a complexidade do fenómeno. Por fim, permitem estudar qualquer processo, pois são recolhidos durante um certo período.

Em qualquer investigação, a triangulação dos dados emergentes de diferentes fontes torna-se imprescindível. Segundo Coutinho (2011),

> A triangulação consiste em combinar dois ou mais pontos de vista, fontes de dados, abordagens teóricas ou métodos de recolha de dados numa mesma pesquisa por forma a que possamos obter como resultado final um retrato mais fidedigno da realidade ou uma compreensão mais completa dos fenómenos a analisar. (p. 9)

Neste sentido, Flick (1998), citado por Coutinho (2011), explica que a triangulação da fonte dos dados acontece quando confrontamos os dados provenientes de diferentes fontes. Como nenhum instrumento é totalmente neutro, cada um tem limitações (Creswell, 2010), a triangulação ajuda a compensar essas fragilidades, equilibrando perspetivas e reduzindo o risco de interpretações enviesadas.

De acordo com Ponte (2002), as técnicas mais comuns de recolha de dados de natureza qualitativa são a observação, a entrevista e os registos escritos/documentos. Porém, o autor relata que a utilização de um diário de bordo – quando o pesquisador regista os acontecimentos significativos que vão surgindo durante o trabalho, bem como as ideias e preocupações que lhe vão surgindo – está cada vez a ser mais utilizada.

Assim, como numa investigação qualitativa os dados surgem sob a forma de palavras (Vale, 2004), neste estudo optou-se pelas seguintes técnicas: observação; inquérito por entrevista; inquérito por questionário; documentos; e registos audiovisuais. Com o uso destas múltiplas fontes de evidência, espera-se que os problemas relativos à validade do estudo sejam atendidos e as conclusões sejam mais convincentes e apuradas, uma vez que advêm de várias confirmações (Coutinho, 2011).

3.1. Observação

Ao nível da recolha de dados, a observação participante é a melhor técnica de recolha a ser utilizada num estudo de caso (Bogdan & Biklen, 1994), porque permite, em primeira mão, comparar aquilo que o participante diz (ou não diz) com o que faz (Vale, 2004).

Creswell (2010) define as observações qualitativas como "aquelas em que o pesquisador faz anotações de campo sobre o comportamento e as atividades dos indivíduos no local de pesquisa"(p. 214). Segundo Bogdan e Biklen (1994), um ambiente bom de ser observado é aquele em que um mesmo grupo de pessoas utiliza repetidamente, daí esta técnica ser adequada em contexto escolar.

Uma das vantagens das observações, no ponto de vista de Vale (2004), reside no facto de o participante não estar sujeito ao controlo direto do investigador, ou seja, as suas ações e comportamentos ocorrem de forma espontânea no contexto natural. Desta forma, a observação possibilita recolher dados mais autênticos e próximos da realidade. Por sua vez, Creswell (2010) apresenta também algumas vantagens e limitações. Ao nível das vantagens, o autor salienta o que Vale (2004) refere como experiência de "primeira mão" com o participante. Ademais, destaca o registo de informações, a utilidade na exploração de tópicos que podem ser desconfortáveis para os participantes discutirem e o surgimento de situações incomuns que surgem naturalmente durante a observação. Ao nível das desvantagens, relata a possibilidade do investigador ser percecionado como invasivo; de poderem ser observadas situações privadas que não podem ser registadas; e do investigador poder não ter boas habilidades de atenção e observação.

As observações podem apresentar diferentes graus de estruturação: podem ser *estruturadas*, quando recorrem a categorias ou grelhas previamente definidas; *semiestruturadas*, quando são orientadas por questões ou tópicos estabelecidos antecipadamente, mas mantêm alguma flexibilidade; ou *não estruturadas*, também designadas *livres*, quando não seguem um guião rígido e procuram captar os fenómenos de forma mais aberta (Creswell, 2010). Além disso, o papel do investigador pode variar em *não participante* (posição passiva em relação ao que pretende observar) ou *participante* (posição ativa e intencional, influenciado, por conseguinte, os acontecimentos) (Vale, 2004).

Neste sentido, as observações realizadas neste estudo foram do tipo não estruturado e estruturado. A investigadora assumiu globalmente uma postura aberta e flexível, registando o que considerou mais relevante no momento, sem seguir um guião rígido, no entanto, considerou-se útil usar um registo estruturado para sistematizar a observação das atitudes. Por sua vez, teve um papel participante, porque, enquanto observava, participou de forma natural no contexto, assumindo o duplo papel de professora e investigadora, interagindo com os participantes.

3.2. Inquérito por entrevista

De acordo com Coutinho (2011), a recolha de dados por inquérito pode concretizar-se essencialmente através de duas modalidades: a entrevista e o questionário. Ao nível da entrevista, Bogdan e Biklen (1994) definem-na como uma conversa intencional entre duas ou mais pessoas, dirigida por um entrevistador, com o objetivo de obter informações sobre as pessoas entrevistadas. Vale (2004) acrescenta que este tipo de inquérito é útil quando o investigador quer obter certos tipos de informações que não consegue observar diretamente, como sentimentos, pensamentos, intenções e factos passados.

A entrevista pode ser realizada face a face, por telefonema, em grupo ou por e-mail (Creswell, 2010) e pode variar quanto ao grau de estruturação: *estruturada*, *não estruturada* ou *semiestruturada*. Por um lado, a entrevista estruturada é conduzida segundo um guião conforme a situação e o tempo – caráter fechado (Vale, 2004). As questões centram-se em tópicos determinados e o entrevistador controla o conteúdo de uma forma rígida (Bogdan & Biklen, 1994). Por outro lado, a entrevista não estruturada é de caráter aberto. Nesta situação, é o entrevistado que, encorajado pelo entrevistador, começa a falar sobre uma área de interesse. Posteriormente, o entrevistador faz perguntas sobre o tema que o entrevistado iniciou (Bogdan & Biklen, 1994). Por fim, a entrevista semiestruturada é, segundo Bogdan e Biklen (1994), a melhor opção para obter dados comparáveis entre os vários entrevistados. É um tipo de entrevista em que o investigador parte de um guião previamente preparado, mas com maior flexibilidade do que na entrevista estruturada, pois o investigador poderá colocar questões momentâneas que lhe despertem interesse ou que estimulem os entrevistados a falar. Esta flexibilidade é apontada por Vale (2004) e Coutinho (2011) como uma das vantagens em relação ao inquérito por questionário.

Ao nível das vantagens do inquérito por entrevista, Vale (2004) salienta para o facto de esta ajudar a clarificar e interpretar o sentido das opiniões, atitudes e conceções dos entrevistados. A autora refere ainda que, quando utilizada em conjugação com questionários e tarefas, permite a validação de respostas e contribui para uma melhor interpretação. Segundo Creswell (2010), a entrevista revela-se particularmente útil em situações em que não é possível observar diretamente os participantes. Além disso, permite

recolher informações de caráter histórico fornecidas pelos próprios entrevistados e possibilita ao investigador orientar o rumo da conversação através do controlo das questões colocadas.

Relativamente às limitações, Creswell (2010) salienta que as entrevistas podem gerar informações indiretas, mediadas pela perspetiva dos participantes; muitas vezes decorrem em contextos distintos do ambiente natural da investigação; a própria presença do investigador pode condicionar as respostas; e, por fim, nem todos os entrevistados possuem a mesma capacidade de expressão ou clareza no discurso.

Ao nível dos cuidados a ter, Vale (2004) destaca a importância da escolha cuidadosa das questões. Por sua vez, Bogdan e Biklen (1994) relatam que para que a entrevista produza uma riqueza de dados, os entrevistados têm de estar à vontade para falar. O entrevistador deve estimular o sujeito a ser específico, pedindo-lhe para ilustrar com exemplos alguns aspetos que mencionou. Por fim, o entrevistador não deve interromper e desviar a conversa (Bogdan & Biklen, 1994).

Em suma, a entrevista é uma forma de recolher dados descritivos na linguagem do próprio participante, permitindo, ao pesquisador, desenvolver intuitivamente uma ideia sobre como os sujeitos interpretam certos acontecimentos do mundo (Bogdan & Biklen, 1994).

No âmbito desta investigação, realizou-se uma entrevista semiestruturada ao grupo-caso, após a conclusão dos dois trilhos matemáticos — o tradicional (em papel e lápis) e o digital (através da aplicação MCM). O guião utilizado (Anexo 2) integrou questões mais gerais e questões específicas orientadas para as tarefas realizadas. A sua elaboração resultou da análise prévia dos registos escritos produzidos pelos alunos do grupo, permitindo identificar aspetos que necessitavam de maior clarificação.

As entrevistas tiveram como finalidade recolher informação sobre as perceções dos alunos relativamente à motivação e ao grau de dificuldade em cada trilho, as estratégias mobilizadas na resolução das tarefas, as formas encontradas para superar obstáculos, bem como as vantagens, limitações e preferências associadas a cada modalidade de trilho. Procurou-se ainda compreender como os conteúdos matemáticos foram aplicados em

situações concretas e registar episódios significativos que marcaram a experiência dos participantes.

3.3. Inquérito por questionário

Segundo Coutinho (2011), os questionários têm semelhanças com as entrevistas, diferenciando no facto de não ser necessária a presença do investigador para o seu preenchimento. Apresentam os mesmos propósitos das entrevistas, mas as questões podem estar presentes em formulários impressos que podem ser enviados por correio (para amostras maiores), entregues em mão (para amostras pequenas) ou por email/outro meio digital (questionários eletrónicos). Os questionários são sempre estruturados, podendo as questões ser abertas ou fechadas, dependendo da intencionalidade do investigador (Vale, 2004).

Na perspetiva de Vale (2004), o inquérito por questionário tem a vantagem de ser de fácil administração; proporcionar respostas diretas sobre informações factuais ou atitudinais; e classificar respostas facilmente. Deste modo, apesar de serem os mais utilizados em estudos com um grande número de participantes, uma das limitações recai no facto de ser mais impessoal, ou seja, não fornece a riqueza de pormenores de uma entrevista nem a certeza de obtenção de 100% de índice de retorno (Coutinho, 2011).

Ao nível dos cuidados a ter na construção de um questionário, Coutinho (2011) sublinha a importância da sua conceção, salientando que tanto o número de questões como o tipo de resposta solicitado devem ser adequados e de fácil execução, de modo a não desmotivar o inquirido. A autora acrescenta ainda que a aparência geral do formulário constitui um fator relevante, devendo apresentar-se com um arranjo gráfico cuidado e uma boa apresentação.

Neste estudo foi elaborado um questionário (Anexo 3) para ser aplicado na última aula de intervenção didática a toda a turma, após a realização dos trilhos matemáticos. O questionário aplicado aos alunos foi construído com o objetivo de recolher dados acerca das suas perceções e experiências relativamente à realização dos dois trilhos matemáticos — o tradicional e o digital. A sua elaboração teve em conta a necessidade de articular questões de caraterização pessoal, para contextualizar o perfil dos participantes, com itens

específicos destinados a analisar as atitudes, motivações, dificuldades e preferências manifestadas em cada modalidade de trilho.

O instrumento foi estruturado em quatro partes. A primeira, de caraterização pessoal, procurou obter informação de base sobre idade, sexo, disciplinas preferidas e atitudes perante a Matemática. Seguiu-se uma segunda parte dedicada ao trilho tradicional, composta por questões de resposta fechada e aberta, visando avaliar o gosto, o nível de dificuldade percebido e o tipo de estratégias cognitivas e socioafetivas mobilizadas. A terceira parte centrou-se no trilho digital, incorporando indicadores adicionais relacionados com a utilização da aplicação *MathCityMap* e o recurso às funcionalidades tecnológicas. Finalmente, a quarta parte promoveu a comparação entre os dois trilhos, indagando preferências, sentimentos experienciados, perceção de aprendizagens e sugestões de melhoria.

Em suma, o questionário constituiu uma ferramenta essencial para captar tendências gerais da turma. Através dele foi possível obter uma visão global sobre a forma como os alunos vivenciaram a experiência, bem como sobre o potencial pedagógico de cada modalidade de trilho na promoção da motivação e da aprendizagem matemática.

3.4. Documentos

Segundo Erlandson et al. (1993, citados por Vale, 2004), o conceito de documento abrange uma ampla variedade de registos escritos e simbólicos, bem como todo o material e dados passíveis de serem utilizados em investigação. Nesta perspetiva, Vale (2004) esclarece que os documentos incluem todos os elementos existentes antes e durante o processo investigativo, como relatórios, trabalhos, fotografias, registos diversos, transcrições, notas produzidas pelo investigador ou pelos participantes, bem como gravações em vídeo ou áudio.

Creswell (2010) acrescenta que os documentos podem assumir natureza pública — como jornais ou relatórios oficiais — ou privada — como diários pessoais, cartas ou mensagens eletrónicas. No que se refere aos documentos pessoais, Bogdan e Biklen (1994) salientam que o seu valor reside no caráter auto-revelador, permitindo aceder à forma como os indivíduos interpretam e expressam as suas experiências. Já no caso dos documentos oficiais, os autores destacam que estes proporcionam acesso à perspetiva

institucional, refletindo as formas de comunicação e de registo utilizadas, por exemplo, em contexto escolar. Assim, registos referentes aos estudantes constituem documentos oficiais que, quando articulados com entrevistas, possibilitam ao investigador uma compreensão mais completa e reveladora da realidade em estudo (Bogdan & Biklen, 1994).

Ao nível das principais vantagens, Creswell (2010) refere que os documentos são uma fonte de informação relevante para a investigação, uma vez que permitem aceder diretamente à linguagem e às expressões dos participantes. Quando assumem a forma de registos escritos, representam ainda uma poupança de tempo e de recursos, dado que dispensam a transcrição dos dados. Acresce que a sua consulta pode ser feita em momentos oportunos para o investigador. Todavia, o autor também alerta para algumas limitações: nem sempre os participantes se exprimem de forma clara e articulada; determinados documentos podem estar sujeitos a restrições de acesso; e os materiais recolhidos podem revelar-se incompletos, pouco autênticos ou imprecisos.

No contexto deste estudo, foram reunidos e analisados documentos de natureza diferente. No que respeita aos documentos oficiais, recorreram-se a materiais disponibilizados pelo docente responsável pela turma e pela escola, bem como a orientações curriculares nacionais (ME-DGE, 2017, 2021). Os documentos relativos aos alunos, sobretudo no que se refere ao seu desempenho académico e comportamento, permitiram uma caraterização mais detalhada da turma. Já as orientações curriculares foram particularmente úteis para o planeamento das aulas e para a conceção dos trilhos matemáticos.

Relativamente aos documentos pessoais, durante a realização dos trilhos matemáticos cada grupo de alunos dispôs de uma folha própria para registar o trabalho desenvolvido em cada tarefa, como constam nos anexos 4 e 5. Estes registos estavam organizados em três secções: “registo de dados”, “resolução da tarefa” e “resposta final”. Para além das produções dos alunos, incluíram-se ainda documentos elaborados pela investigadora, nomeadamente notas de campo. Segundo Bogdan e Biklen (1994), as notas de campo são «o relato escrito daquilo que o investigador ouve, vê, experiencia e pensa no decurso da recolha e refletindo sobre os dados de um estudo qualitativo» (p. 150). Estas anotações, realizadas durante a implementação dos trilhos, tiveram como propósito apoiar

o processo de análise e interpretação dos resultados, sendo sistematizadas numa grelha de observação de atitudes (Anexo 6).

3.5. Registos audiovisuais

Os registos audiovisuais assumem um papel relevante na investigação qualitativa, na medida em que permitem captar dimensões visuais e sonoras da realidade empírica que, por vezes, escapam à observação ou à descrição escrita (Bogdan & Biklen, 1994; Creswell, 2010; Patton, 2002). Segundo Creswell (2010), estes registos podem incluir fotografias, vídeos, objetos de arte, *software* informático ou quaisquer formas de som, constituindo uma fonte rica de dados complementares. A sua utilização é particularmente útil quando se pretende documentar contextos, ações e/ou expressões que não podem ser investigados através de outras abordagens – uma imagem, por vezes, vale mais do que palavras (Bogdan & Biklen, 1994).

De acordo com Bogdan e Biklen (1994), as fotografias podem ser obtidas rapidamente sempre que surge uma oportunidade relevante, sendo consideradas um recurso valioso para captar detalhes contextuais e descritivos. Estes autores salientam ainda que as imagens oferecem dados ricos, frequentemente analisados de forma indutiva, o que permite compreender dimensões subjetivas da experiência humana. Assim, a utilização de registos audiovisuais reforça a validade e a profundidade interpretativa dos dados recolhidos, constituindo uma estratégia complementar de observação e análise.

Creswell (2010) aponta diversas vantagens na utilização de registos audiovisuais. Em primeiro lugar, trata-se de um método conveniente na recolha de dados, permitindo registar eventos de forma prática e direta. Além disso, constitui uma oportunidade para os participantes partilharem a sua realidade de modo mais autêntico, através de representações visuais ou sonoras. Por fim, este tipo de registo revela-se atrativo, uma vez que capta a atenção visualmente, favorecendo o envolvimento com o material recolhido.

No entanto, o autor também reconhece algumas limitações associadas à utilização desta técnica. Os registos audiovisuais podem ser difíceis de interpretar, nem sempre estão facilmente acessíveis — sobretudo quando se trata de registos produzidos por terceiros — e a presença de dispositivos de gravação pode inibir os participantes, influenciando o seu comportamento e, consequentemente, as respostas obtidas (Barbosa, 2009).

Nesta investigação, os registos audiovisuais assumiram duas formas principais: fotografias, captadas durante as aulas e na realização dos trilhos, e gravações, tanto em vídeo (para documentar os percursos e a interação no terreno) como em áudio (para registar a entrevista realizada). Estes materiais contribuíram para enriquecer a descrição das atividades, apoiar a análise interpretativa e reforçar a credibilidade dos resultados, oferecendo uma representação mais completa da experiência estudada.

4. Análise de dados

Após a fase de recolha de dados, torna-se imprescindível proceder à sua análise, pois é essa etapa que permite transformar a informação obtida em resultados úteis para a investigação. De acordo com Bogdan e Biklen (1994),

> A análise de dados é o processo de busca e de organização sistemático de transcrições de entrevistas, de notas de campo e de outros materiais que foram sendo acumulados, com o objetivo de aumentar a sua própria compreensão desses mesmos materiais e de lhe permitir apresentar aos outros aquilo que encontrou. (p. 205)

Por sua vez, Creswell (2010) complementa esta perspetiva, definindo a análise de dados como o processo de atribuição de significado à informação proveniente de textos e imagens. Segundo Vale (2004), existem diversos percursos possíveis para a realização da análise de dados, devendo o investigador selecionar aquele que melhor se adequa aos objetivos e à natureza do estudo.

Neste sentido, no presente estudo, adotou-se o modelo de análise proposto por Miles e Huberman (1994), citados por Vale (2004). Este modelo organiza o processo analítico em três fases principais: *(i) redução dos dados; (ii) apresentação dos dados;* e *(iii) conclusão/verificação*. A *redução dos dados* implica selecionar, simplificar, abstrair e estruturar a informação recolhida, de forma a possibilitar a formulação de conclusões fundamentadas. Na *apresentação dos dados* reúne-se a informação organizada e condensada, permitindo ao investigador compreender o fenómeno estudado e tomar decisões com base nessa compreensão. Por fim, a fase de *conclusão/verificação* tem como objetivo confirmar e validar as interpretações realizadas ao longo do processo analítico.

Em suma, a análise de dados é um processo cíclico e interativo, no qual as três fases mencionadas se inter-relacionam continuamente, contribuindo para a coerência e robustez da investigação (Vale, 2004).

Nesta investigação, a recolha de informação resultou das observações durante a realização dos trilhos, das produções escritas, do questionário, da entrevista, dos registos audiovisuais e das notas de campo. Posteriormente, os dados foram analisados com o objetivo de compreender e organizar a informação obtida. Este processo envolveu a leitura, seleção e redução dos dados, retendo apenas os elementos mais relevantes para a investigação. Por fim, os dados foram organizados em categorias.

Deste modo, para desenvolver a análise de dados deste estudo foi necessário definir algumas categorias com base na literatura e nas evidências reunidas, orientada pelo problema e pelas questões de investigação formulados. A categorização é, segundo Bogdan e Biklen (1994), um meio de classificar os dados descritivos, de modo que o material contido em determinado tópico possa ser separado dos outros dados. Através deste processo, o investigador consegue reunir o maior número de informações à custa de uma esquematização, correlacionando classes de acontecimentos para ordená-los (Coutinho, 2011).

Neste sentido, tendo em conta as questões de investigação previamente definidas, foram estabelecidas duas categorias que orientaram o processo de análise dos dados: o desempenho na resolução das tarefas e as atitudes demonstradas pelos alunos durante a realização dos trilhos matemáticos. O quadro 5 apresenta as categorias, bem como as respetivas subcategorias e indicadores, elaborados tendo por base a revisão da literatura e a análise dos dados empíricos.

Quadro 5

Categorias de análise

Categorias	Subcategorias	Indicadores	Referências
Desempenho	Nível de sucesso na resolução da tarefa	- Não apresenta resolução - Resolução incorreta - Resolução parcialmente correta - Resolução correta	
	Dificuldades	- Não compreende o enunciado - Apresenta dificuldade em aplicar fórmulas - Apresenta erros de cálculo - Apresenta dificuldades na escrita ou notação matemática - Não apresenta unidades de medida - Não aplica corretamente as unidades de medida	NCTM (2000); Lannin (2003); Pedro (2013);

		- Não realiza arredondamentos - Não reconhece o padrão de crescimento - Apresenta dificuldade em realizar uma generalização distante - Apresenta dificuldade em realizar uma generalização algébrica - Troca o conceito de ordem com o conceito de termo - Não compreende o conceito de razão - Apresenta dificuldade em explicar o significado da razão - Não compreende o conceito de proporção - Não tem dificuldades	Pereira e Saraiva (2010); Silva (2019); Silvestre (2012); Vale e Barbosa (2019)
Atitudes	Dimensão afetiva	**Positivas** - Gosto declarado pela matemática - Interesse e entusiasmo pelas tarefas - Satisfação e prazer ao resolver problemas **Negativas** - Desgosto, desinteresse pela tarefa - Ansiedade, medo - Frustração, rejeição perante tarefas matemáticas	Fernandes (2019) Kibrislioglu (2015); Goldin et al. (2016); Mazana et al. (2019);
	Dimensão cognitiva	**Positivas** - Crenças de utilidade da matemática - Matemática vista como compreensível, desafiante, mas acessível - Valor reconhecido da matemática para a vida **Negativas** - Matemática considerada inútil, irrelevante - Matemática vista como excessivamente difícil, abstrata ou inacessível - Baixa valorização social do saber matemático	
	Dimensão comportamental	**Positivas** - Perseverança e empenho nas tarefas - Abertura a novas experiências - Flexibilidade de pensamento e diversidade de estratégias - Persistência perante as dificuldades **Negativas** - Desistência rápida - Falta de empenho e esforço - Resistência a novas experiências - Rigidez de pensamento, pouca tolerância à frustração	

A primeira categoria refere-se ao desempenho dos alunos, subdividindo-se em duas dimensões: o sucesso na resolução das tarefas e as dificuldades evidenciadas durante a sua execução. No que concerne à resolução das tarefas, pretende-se averiguar se os alunos, ao

realizar os trilhos matemáticos, conseguem concluir cada uma das tarefas propostas com sucesso. Para tal, definiram-se quatro níveis de desempenho: ausência de resolução, resolução incorreta, resolução parcialmente correta e resolução correta. Embora esta subcategoria não se apoie em referências teóricas específicas, considerou-se que uma resolução é correta quando apresenta um raciocínio lógico, estruturado e coerente; parcialmente correta quando apenas parte do raciocínio é adequado, mas revela falta de clareza ou completude; incorreta quando o raciocínio é inadequado ou contém erros conceptuais; e sem resolução quando não existem registos escritos que evidenciem a tentativa de resposta.

Relativamente à subcategoria das dificuldades, o objetivo é compreender em que medida os alunos conseguem aplicar os conhecimentos adquiridos e desenvolvidos nas aulas. Para esta subcategoria recorreu-se a alguns autores da literatura (NCTM, 2000; Lannin, 2003; Pedro, 2013; Pereira & Saraiva, 2010; Silva, 2019; Silvestre, 2012; Vale & Barbosa, 2019) e a evidências dos dados empíricos.

A segunda categoria incide sobre as atitudes dos alunos, cuja estrutura assenta em três domínios amplamente reconhecidos na literatura: o afetivo, o cognitivo e o comportamental (Fernandes, 2019; Goldin et al., 2016; Kibrislioglu, 2015; Mazana et al., 2019). Considerando que em cada domínio coexistem indicadores de atitudes positivas e negativas, optou-se por distingui-los de forma explícita.

Posto isto, é fulcral salientar que toda a investigação deve cumprir critérios de qualidade para assegurar a validade e fiabilidade dos resultados obtidos, garantindo que o processo investigativo é conduzido de forma rigorosa, ética e transparente, permitindo assim que as conclusões sejam relevantes, fundamentadas e passíveis de generalização ou replicação em contextos semelhantes (Ponte, 2002b; Vale, 2004).

Coutinho (2011) e Vale (2004), tendo por base Lincoln e Guba (1985) e Miles e Huberman (1994), apresentam cinco critérios de qualidade numa investigação de natureza qualitativa: *confirmabilidade, fidedignidade, credibilidade, transferibilidade* e *aplicabilidade*.

A *confirmabilidade* refere-se ao grau em que outros investigadores podem verificar ou confirmar as interpretações e conclusões alcançadas pelo investigador original. Este

critério procura assegurar que os resultados do estudo decorrem dos dados recolhidos e não de enviesamentos pessoais ou de perspetivas subjetivas do investigador.

A *fidedignidade* (ou confiabilidade) está relacionada com o nível de consistência e estabilidade do estudo ao longo do tempo. Um estudo é considerado fidedigno quando os seus procedimentos e resultados são suficientemente claros e sistemáticos, de modo que outro investigador, ao replicar o estudo no mesmo contexto e com métodos semelhantes, possa obter resultados comparáveis. Este critério visa, assim, reforçar a transparência e a coerência metodológica.

A *credibilidade* diz respeito ao grau de confiança e verosimilhança dos resultados, isto é, se o estudo reflete fielmente a realidade estudada e se os resultados são reconhecidos como plausíveis pelos participantes e pela comunidade científica. Para garantir esta dimensão, Vale (2004) propõe estratégias como o envolvimento prolongado no campo, a observação persistente, a validação dos dados pelos participantes, o jornal reflexivo e a triangulação.

A *transferibilidade* refere-se à possibilidade de aplicar ou generalizar os resultados do estudo a outros contextos ou populações, mediante uma análise das semelhanças e diferenças entre o cenário investigado e os novos contextos. Assim, este critério não implica uma generalização estatística, mas antes uma transferência de significados e aprendizagens que possam ser úteis noutras realidades educativas.

Por fim, a *aplicabilidade* diz respeito à relevância e utilidade prática do conhecimento gerado, tanto para os participantes e o investigador como para os potenciais utilizadores dos resultados. Este critério reflete o contributo do estudo para a reflexão, melhoria e transformação das práticas educativas, conferindo-lhe valor não apenas académico, mas também pedagógico e social.

Nesta perspetiva, e considerando os critérios de qualidade previamente enunciados, a qualidade do estudo foi assegurada a partir de algumas das estratégias. Por um lado, a investigadora procurou garantir que as conclusões apresentadas emergiram da triangulação de várias técnicas e instrumentos de recolha de dados, isto é, através da observação participante, do questionário, dos documentos, dos registos audiovisuais e da entrevista. Por outro lado, ocorreu um envolvimento prolongando no trabalho de campo, visto que o

contacto da investigadora com a turma realizou-se antes da implementação dos trilhos, em contexto de sala de aula. Na fase inicial da intervenção educativa, com uma duração aproximada de quatro semanas, foi realizada uma observação sistemática da turma pela investigadora. O facto de poder assumir simultaneamente o papel de professora e investigadora possibilitou acompanhar de forma próxima e contínua o processo de ensino e aprendizagem, permitindo uma compreensão mais profunda das dinâmicas da turma e uma análise mais rigorosa e reflexiva dos comportamentos e interações dos alunos.

Por sua vez, a entrevista semiestruturada constituiu um instrumento essencial para a recolha de dados qualitativos, permitindo confirmar, complementar e esclarecer as interpretações construídas ao longo da observação. Durante este processo, o grupo de estudo foi confrontado com as suas próprias respostas e resoluções, sendo os alunos convidados a explicitar o raciocínio seguido e as estratégias adotadas. Assim, esta etapa revelou-se fundamental para aprofundar a compreensão das conceções e atitudes dos alunos, contribuindo para reforçar a credibilidade, a fidedignidade e a confirmabilidade do estudo.

Em síntese, a análise dos dados foi orientada para a resposta às questões orientadoras e ao problema central da investigação, recorrendo à triangulação de instrumentos e fontes de informação. Esta opção metodológica possibilitou o cruzamento e a validação de evidências, favorecendo a identificação de padrões consistentes e a minimização de possíveis enviesamentos interpretativos. Deste modo, o processo analítico adquiriu maior profundidade, clareza e objetividade, conferindo ao estudo uma estrutura metodológica coesa e reforçando a sua validade interna e o rigor científico.

CAPÍTULO IV – INTERVENÇÃO DIDÁTICA

O presente capítulo incide sobre a intervenção didática realizada no âmbito das aulas de Matemática. Neste sentido, o primeiro subcapítulo dedica-se à caraterização da dinâmica das aulas, enquanto o segundo subcapítulo apresenta os procedimentos seguidos na construção dos trilhos matemáticos, nas suas modalidades tradicional e digital, bem como a caracterização das tarefas propostas.

1. As aulas de Matemática

As aulas de Matemática decorreram durante todo o mês de maio e início de junho de 2025. As quatro semanas de maio foram de regência, cada uma com duas aulas de 90 minutos e uma aula de 45 minutos. A primeira semana de junho correspondeu a duas aulas para terminar os trilhos matemáticos e uma aula para implementar os questionários, perfazendo, assim, um total de quinze aulas. A entrevista foi realizada durante a segunda semana de junho, tendo em conta a disponibilidade dos alunos.

Ao longo desta intervenção educativa, o tema trabalhado foi Álgebra e os tópicos foram Regularidades em Sequências e Proporcionalidade Direta. Todas as aulas foram planificadas tendo por base as *Aprendizagens Essenciais de Matemática* (ME-DGE, 2021). Relativamente às regularidades em sequências, foram exploradas as sequências de crescimento, crescentes e decrescentes, e as leis de formação. No que concerne à proporcionalidade direta, abordou-se a razão, a proporção e a constante de proporcionalidade.

Durante a lecionação das aulas de Matemática procurou-se seguir práticas de ensino exploratório (Canavarro, 2011), em articulação com as cinco práticas fundamentais propostas por Stein et al. (2008). As aulas de Matemática organizaram-se de acordo com os conteúdos a abordar, tal como se pode verificar no Quadro 3, apresentado no Capítulo II, da Parte 1 deste relatório.

A professora estagiária procurou implementar uma estrutura de aula consistente, favorecendo a participação ativa dos alunos, a construção progressiva do conhecimento e o desenvolvimento da autonomia. As aulas iniciavam-se, geralmente, com a escrita do sumário e com um momento de revisão de aprendizagens anteriores através de questões

orientadoras. Esta estratégia permitia consolidar conhecimentos prévios, diagnosticar dificuldades e integrar os alunos que tivessem estado ausentes em sessões anteriores.

A contextualização dos conteúdos constituiu uma preocupação constante da prática pedagógica. Assim, as tarefas propostas eram frequentemente associadas a situações do quotidiano dos alunos, como compras em supermercados, preparação de bebidas, receitas culinárias ou situações observáveis no espaço escolar, promovendo aprendizagens mais significativas. Depois, utilizava-se o manual para consolidar os novos conceitos.

Durante a exploração das tarefas, a professora estagiária privilegiou a utilização de questões orientadoras em detrimento da transmissão direta de respostas, procurando estimular o raciocínio matemático, a argumentação e a descoberta autónoma dos conceitos pelos alunos. Esta abordagem permitiu que os alunos assumissem um papel ativo na construção do conhecimento, desenvolvendo simultaneamente competências de comunicação matemática e pensamento crítico.

O trabalho colaborativo teve igualmente um papel relevante ao longo da intervenção. Em diversas aulas, os alunos organizaram-se em pequenos grupos para resolver tarefas, discutir estratégias e partilhar ideias. Durante estes momentos, a professora estagiária circulava pela sala, observando os processos de resolução, esclarecendo dúvidas e recolhendo evidências das aprendizagens realizadas.

Outra rotina frequentemente implementada consistiu na apresentação e discussão coletiva das resoluções. Os alunos eram convidados a expor os seus raciocínios perante a turma, permitindo comparar diferentes estratégias, identificar erros, validar procedimentos e promover momentos de reflexão matemática coletiva.

Por fim, as aulas terminavam habitualmente com momentos de síntese e sistematização dos conteúdos abordados, nos quais se reforçava a utilização da terminologia matemática adequada e se promovia a reflexão sobre as aprendizagens realizadas.

A unidade didática iniciou-se com uma aula dedicada à revisão dos conteúdos relativos às sequências e regularidades. Após a visualização de um vídeo introdutório, os alunos exploraram, em pequenos grupos, diferentes sequências figurativas, procurando identificar padrões e regularidades. Durante a resolução das tarefas, a professora estagiária

promoveu a discussão entre pares através de questões orientadoras e incentivou a apresentação das diferentes estratégias em grande grupo. A sessão culminou com a sistematização dos conceitos abordados, através do registo, no caderno diário, das noções de sequência de crescimento, lei de formação, ordem, termo e termo geral.

A segunda aula teve início com a revisão dos conteúdos explorados anteriormente. Atendendo ao facto de a escola se encontrar em obras, a tarefa proposta foi contextualizada nesse cenário. Assim, cada aluno recebeu o enunciado da tarefa "Pintar a Escola", explorado em grande grupo. A análise de uma sequência de crescimento decrescente permitiu aos alunos identificar regularidades e construir leis de formação. Através de analogias com tarefas realizadas na aula anterior, foi reforçada a compreensão da relação entre a ordem da sequência e o respetivo termo. Posteriormente, foram realizadas tarefas de consolidação retiradas do manual escolar. Como o tempo disponível não permitiu concluir todo o trabalho previsto, duas tarefas foram propostas como trabalho de casa, de modo a consolidar a substituição da variável na expressão algébrica.

Na terceira sessão, procedeu-se à correção dos trabalhos de casa e ao aprofundamento do conceito de termo geral. Seguidamente, os alunos exploraram, em pequenos grupos, a tarefa "O Jardim da Escola", relacionada com sequências de crescimento envolvendo potências. Como forma de contextualização, a professora estagiária iniciou a tarefa com questões relacionadas com os espaços verdes da escola e a sua importância para o ambiente escolar. Durante a discussão coletiva das resoluções, foram valorizadas as diferentes estratégias apresentadas, promovendo-se a argumentação matemática, a justificação dos procedimentos utilizados e o reconhecimento da diversidade de raciocínios matemáticos.

O conceito de razão foi introduzido na quarta aula através de uma tarefa contextualizada na comparação de preços e quantidades de produtos de supermercado. Organizados em grupos, os alunos analisaram diferentes situações e estabeleceram relações entre grandezas. A exploração da tarefa culminou na formalização dos conceitos

de razão, antecedente e consequente, sendo igualmente reforçada a leitura correta da notação matemática associada.

Na aula seguinte, partindo de uma tarefa relacionada com a preparação de uma bebida de *Sunquick*, os alunos exploraram situações que envolviam razões equivalentes e relações proporcionais. Após uma breve revisão do conceito de razão, a professora estagiária conduziu a análise das diferentes situações, permitindo que os próprios alunos construíssem o conceito de proporção. A preparação efetiva da bebida constituiu um momento de aplicação prática dos conhecimentos adquiridos, evidenciando a relevância da Matemática em contextos do quotidiano (Figura 8).

Figura 8

Alunos e professora estagiária a preparar a bebida



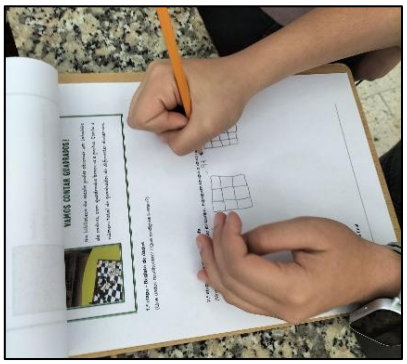
Na sexta sessão foi introduzido o conceito de proporcionalidade direta através da tarefa "As Molduras das Fotografias", contextualizada na necessidade de construir molduras para expor fotografias das turmas da escola. A tarefa permitiu identificar relações constantes entre grandezas e construir o conceito de constante de proporcionalidade. Posteriormente, os alunos exploraram a tarefa "Escalas na Escola", concebida a partir de elementos do próprio espaço escolar, recorrendo à propriedade fundamental das proporções e à regra de três simples para resolver as situações propostas.

A sétima aula marcou o início do trilho matemático tradicional, realizado em papel e lápis e distribuído por diferentes espaços da escola (Figura 9). Organizados em grupos pré-estabelecidos tendo em conta a opinião do professor orientador cooperante, os alunos resolveram tarefas relacionadas com razões, proporções, escalas, regularidades em sequências e geometria. Ao longo da atividade, a professora estagiária acompanhou os

diferentes grupos, apoiando a interpretação dos enunciados e a aplicação dos conteúdos matemáticos em contexto real.

Figura 9

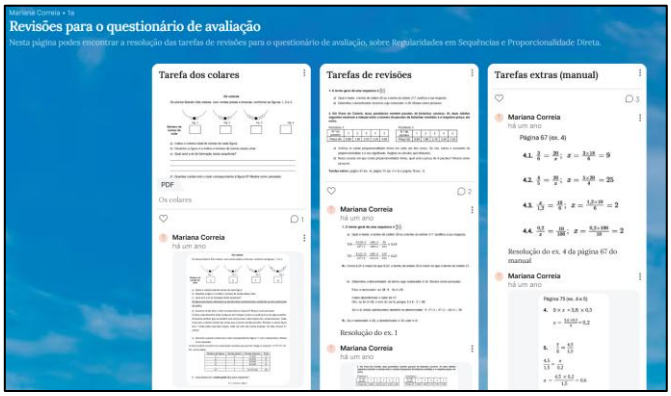
Um grupo a resolver a tarefa "Vamos contar quadrados!", do trilho em papel e lápis



Dada a extensão das tarefas propostas, a oitava sessão foi dedicada à continuação do trilho. Os grupos que concluíam as tarefas iniciavam um conjunto de exercícios de revisão disponibilizados pela professora estagiária. Durante esta aula, foi igualmente facultado um código *QR* que dava acesso a um *Padlet* (Figura 10) com as resoluções das tarefas de revisão para o questionário de avaliação, permitindo aos alunos corrigirem autonomamente as suas respostas e esclarecerem eventuais dúvidas em aulas posteriores. Ao longo da monitorização dos grupos, foram reforçados conceitos relacionados com proporcionalidade, escalas e comunicação matemática, promovendo simultaneamente a autonomia e a responsabilidade dos alunos.

Figura 10

Padlet criado com a resolução das tarefas de revisão



Na nona aula foi implementado o trilho matemático digital, recorrendo à aplicação *MathCityMap*. Utilizando dispositivos móveis, os alunos realizaram tarefas distribuídas pelo

espaço escolar, registando respostas e recebendo orientações através da aplicação. Esta atividade possibilitou a aplicação dos conteúdos trabalhados ao longo da unidade didática em situações concretas, fomentando a resolução de problemas, a cooperação entre pares e a integração de recursos digitais no processo de aprendizagem matemática (Figura 11).

Figura 11

Dois alunos a realizarem medições para a tarefa "O retângulo de ouro", do trilho com o MCM



A décima sessão foi dedicada à realização do questionário de avaliação. Durante a sua execução, a professora estagiária prestou apoio aos alunos na interpretação dos enunciados e na organização das estratégias de resolução, procurando não comprometer a sua autonomia. Este momento permitiu avaliar o grau de consolidação das aprendizagens desenvolvidas ao longo da unidade didática.

Na décima primeira aula deu-se continuidade ao trilho matemático digital, uma vez que vários grupos ainda não tinham concluído todas as tarefas propostas. À semelhança das sessões anteriores, foi realizado um acompanhamento mais próximo do grupo-caso, sem descurar o apoio aos restantes grupos da turma. Durante a atividade surgiu um constrangimento técnico numa das tarefas da aplicação, que não reconhecia como correta uma resposta matematicamente válida devido a um erro na configuração da solução. Perante esta situação, a professora estagiária validou oralmente o raciocínio dos alunos e incentivou-os a registar a resposta correta nas respetivas folhas de trabalho, reforçando a importância da compreensão conceptual em detrimento da validação automática da aplicação. No final da aula foram entregues os questionários de avaliação corrigidos, razão pela qual alguns grupos não conseguiram concluir o trilho digital.

A décima segunda sessão destinou-se à conclusão dos trilhos matemáticos. Dependendo do ponto em que se encontravam, os grupos terminaram o trilho digital ou o

trilho tradicional, assegurando a realização de todas as tarefas previstas no âmbito da investigação desenvolvida.

Por fim, na última aula, os alunos responderam a um questionário de opinião sobre a implementação dos trilhos matemáticos. Para além de uma secção destinada à caracterização pessoal dos participantes, o instrumento incluía questões que permitiam comparar as duas modalidades de trilho e identificar as preferências dos alunos relativamente às experiências de aprendizagem vivenciadas.

2. Preparação / organização dos trilhos matemáticos

Como referido na fundamentação teórica, diversos autores salientam a importância de proporcionar oportunidades de aprendizagem tanto dentro como fora da sala de aula, promovendo experiências matemáticas significativas, contextualizadas e próximas da realidade dos alunos (Barbosa & Vale, 2023; Cross, 1997; Fernandes & Vale, 2021). Neste contexto, os trilhos matemáticos constituem uma estratégia pedagógica que permite explorar conceitos matemáticos em ambientes autênticos, favorecendo o estabelecimento de conexões entre a Matemática e o meio envolvente, o desenvolvimento da resolução de problemas, do raciocínio matemático e da colaboração entre pares. Por sua vez, a qualidade das aprendizagens promovidas através destes contextos depende, em grande medida, das tarefas propostas aos alunos, pelo que a sua seleção e conceção devem resultar de uma intencionalidade pedagógica clara e fundamentada (Ponte, 2005; Stein & Smith, 2009; Barbosa & Vale, 2022).

Neste sentido, o presente capítulo apresenta o desenho dos trilhos matemáticos e das tarefas implementadas no âmbito desta investigação. Inicialmente, são explicitados os critérios que orientaram a organização dos trilhos, tendo em consideração as recomendações presentes na literatura. De seguida, descreve-se o processo de conceção e seleção das tarefas, evidenciando os objetivos de aprendizagem associados, os conteúdos matemáticos mobilizados e os critérios pedagógicos que sustentaram as opções tomadas. Por fim, apresenta-se uma síntese das tarefas implementadas e da respetiva fundamentação teórica.

2.1. Desenho dos trilhos matemáticos

O desenho dos trilhos matemáticos teve por base princípios identificados na literatura sobre aprendizagem da Matemática fora da sala de aula, ensino exploratório e trilhos matemáticos. Procurou-se desenvolver trilhos que permitissem aos alunos explorar conceitos matemáticos em contexto real, favorecendo a construção de conexões entre a Matemática e o meio envolvente, tal como defendem, por exemplo, Barbosa e Vale (2023), Cross (1997), Fernandes e Vale (2021).

Numa fase inicial, procedeu-se à definição da organização dos trilhos. Determinou-se que a turma trabalharia em grupos, constituídos em articulação com o professor orientador cooperante. A turma foi organizada em quatro grupos de três elementos e dois grupos de quatro elementos, sendo que o grupo-caso integrava três alunos. Na constituição dos grupos, procurou-se assegurar a heterogeneidade intragrupal, reunindo, em cada grupo, alunos com diferentes níveis de desempenho e de avaliação na disciplina de Matemática. Simultaneamente, procurou-se garantir o equilíbrio intergrupal, de modo que os diferentes grupos apresentassem uma composição globalmente semelhante quanto aos níveis de aprendizagem dos seus elementos.

Para a realização dos trilhos, a professora estagiária definiu previamente funções específicas para cada elemento dos grupos, com o objetivo de promover a participação ativa de todos e de atribuir responsabilidades concretas. No trilho com papel e lápis, um dos alunos ficou responsável pelo preenchimento do guião de respostas, tendo essa função sido atribuída, preferencialmente, a alunos organizados e com uma caligrafia clara e legível. Um segundo elemento ficou encarregue da realização das medições, enquanto o terceiro assumiu a realização dos cálculos com recurso à calculadora, sempre que necessário. Nos grupos constituídos por quatro alunos, a tarefa de realização das medições foi partilhada por dois elementos. No trilho digital, um dos alunos ficou igualmente responsável pelo preenchimento do guião de respostas, seguindo-se os mesmos critérios de organização e legibilidade da caligrafia. Outro elemento assumiu a utilização do tablet, competindo-lhe apresentar as questões aos restantes colegas e registar as respostas na aplicação. Os restantes elementos ficaram responsáveis pelos materiais e instrumentos necessários à recolha de dados, nomeadamente a régua, a fita métrica e a calculadora. Assim, nos grupos de três alunos, esta função foi desempenhada por um elemento, enquanto, nos grupos de

quatro alunos, foi partilhada por dois. Competia-lhes realizar medições e contagens, bem como efetuar os cálculos necessários.

Posteriormente, realizou-se uma observação sistemática dos diferentes espaços da escola, com o objetivo de identificar elementos com potencial matemático. Esta opção encontra suporte nas recomendações de Richardson (2004), que defende que a construção de um trilho matemático deve iniciar-se pela identificação de objetos, estruturas ou situações passíveis de serem observados, medidos, contados ou analisados matematicamente. Nesta fase, foram efetuados registos fotográficos de diversos elementos do espaço escolar, bem como recolhidos dados através de medições e contagens, de forma a apoiar a posterior conceção das tarefas.

Após este levantamento, foram selecionados diferentes locais da escola, bem como objetos/elementos específicos. A escolha destes elementos deveu-se ao facto de permitirem a exploração dos conteúdos previstos para a unidade didática em contextos autênticos e próximos da realidade dos alunos.

Outro critério considerado foi a diversificação da exigência cognitiva das tarefas. Com base na classificação proposta por Stein e Smith (2009), procurou-se incluir tarefas de diferentes níveis de exigência cognitiva, contemplando procedimentos sem conexões, procedimentos com conexões e tarefas classificadas como *fazer matemática*. Esta opção permitiu promover diferentes formas de raciocínio matemático e responder à heterogeneidade da turma.

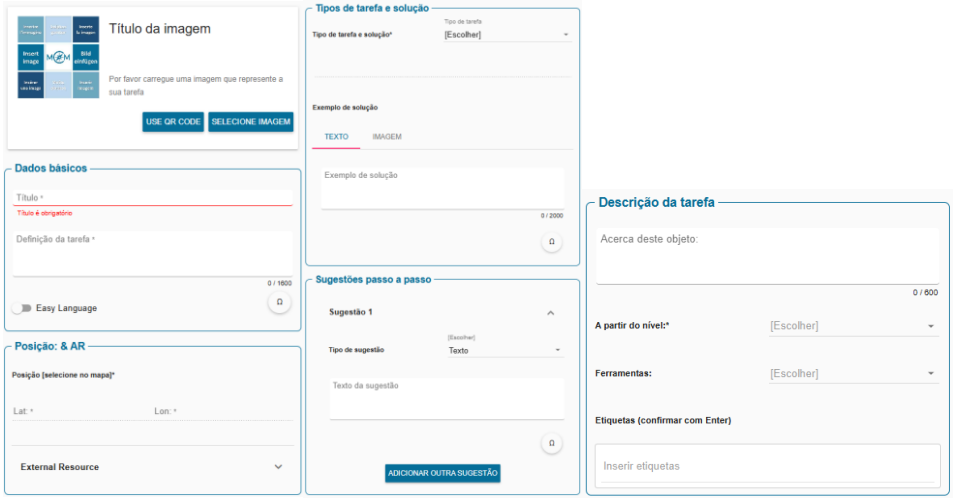
Neste sentido, foram elaborados dois quadros síntese (Anexos 7 e 8), um para cada trilho matemático, com o objetivo de analisar a diversidade das tarefas propostas. Nesses quadros encontram-se identificados os temas, tópicos e subtópicos abordados, os objetivos de aprendizagem e o respetivo nível de exigência cognitiva. No caso do trilho matemático desenvolvido com recurso ao MathCityMap (MCM), acrescentou-se ainda a identificação da tipologia de tarefa. Dependendo das suas características, as respostas poderiam assumir a forma de valor exato, intervalo, escolha múltipla, fração, preenchimento de espaços em branco, conjunto ou vetor (exato ou intervalo). Assim, durante a conceção das tarefas, foi igualmente necessário selecionar o tipo de tarefa mais adequado às potencialidades da plataforma.

Paralelamente, privilegiaram-se tarefas que promovessem a resolução de problemas, o raciocínio matemático, a comunicação e a colaboração entre pares, em consonância com as orientações do NCTM (2014), das *Aprendizagens Essenciais de Matemática* (ME-DGE, 2021). No caso específico do trilho digital, foram ainda considerados os princípios apresentados por Barbosa et al. (2022) para a construção de tarefas no MathCityMap, nomeadamente a elaboração de enunciados claros e objetivos, a utilização de diferentes tipos de tarefa, o número de tarefas e a sua adequação às potencialidades técnicas da aplicação.

Após a construção das tarefas, procedeu-se à sua distribuição pelos dois trilhos. Para isso, teve-se em consideração, sobretudo, o nível de exigência cognitiva de cada tarefa, procurando assegurar um equilíbrio entre os trilhos. Neste sentido, tanto o trilho tradicional como o trilho digital integraram sete tarefas: quatro tarefas de exigência cognitiva elevada e três tarefas de exigência cognitiva baixa. Importa referir que algumas tarefas tinham duas partes, o que permitia aprofundar a exploração dos conteúdos matemáticos e aumentar gradualmente a complexidade das situações propostas. Depois deste planeamento, as tarefas foram sujeitas à avaliação da professora supervisora e do professor orientador cooperante. Após a aprovação dos professores, as tarefas do trilho digital foram submetidas no portal MCM, sendo necessário proceder previamente ao respetivo registo de acesso e preencher todos os campos obrigatórios. A Figura 12 ilustra a informação que deve ser introduzida no portal para a criação de cada tarefa.

Figura 12

Parâmetros a preencher para cada tarefa no portal MCM



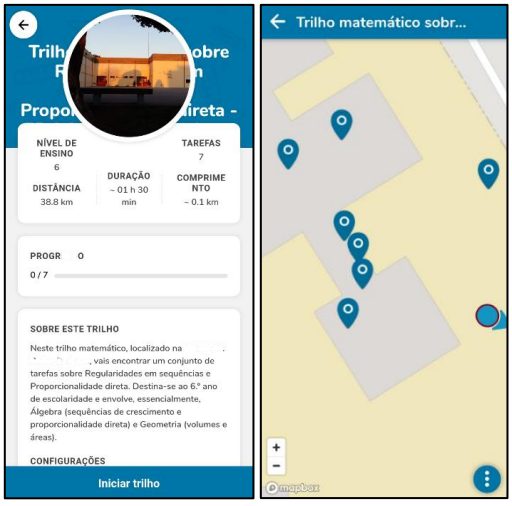
O passo seguinte foi criar uma folha de registo para o trilho em papel e lápis e para o trilho com o MCM, como se pode observar nos anexos 4 e 5. Para cada tarefa existiam três etapas de registo: os alunos deveriam, num primeiro momento, realizar o registo de dados pertinentes para resolver a proposta; depois, deveriam resolver a tarefa; por fim, escrever a resposta final. Apesar das tarefas estarem dispostas por uma determinada ordem, os alunos poderiam optar por começar em diferentes pontos e resolver pela sequência que entendessem.

Relativamente ao trilho com o MCM, os alunos foram instruídos, à semelhança do trilho em papel e lápis, a resolverem primeiro na folha de registo, e, depois, a colocarem a resposta na aplicação MCM. Este trilho tinha o acréscimo de existirem três sugestões para cada tarefa, isto é, se os alunos sentissem dificuldade durante a resolução, poderiam aceder a essas pistas.

Quando descarregassem o trilho para o dispositivo móvel, os alunos tinham acesso a uma mensagem com o título do trilho, o nível de ensino dos destinatários, a duração esperada, a distância a percorrer e o número de tarefas presentes, com os locais assinalados com os pins azuis (Figura 13).

Figura 13

Introdução do trilho no MCM



Ao longo da implementação do trilho, os diferentes grupos foram acompanhados pela professora estagiária e pelo respetivo par de estágio, com o objetivo de prestar apoio aos alunos sempre que necessário e assegurar a segurança de todos os participantes durante a realização das atividades.

2.2. As tarefas

Neste tópico procede-se à apresentação das tarefas que integram os trilhos. Para cada uma delas é efetuada uma caracterização detalhada, incluindo o respetivo enunciado, os objetivos que orientaram a sua conceção e as principais dificuldades que os alunos poderiam evidenciar.

As tarefas desenvolvidas incidem, sobretudo, nos temas da Álgebra, nomeadamente nas sequências de crescimento e na proporcionalidade direta, e da Geometria, com enfoque no cálculo de áreas e volumes, unidade temática previamente lecionada pelo par de estágio. Paralelamente, estabelecem articulações com o tema Números, através da mobilização de conhecimentos relacionados com percentagens, frações e números decimais.

Procurou-se criar tarefas diversificadas e com diferentes níveis de exigência cognitiva, capazes de promover capacidades matemáticas transversais (ME-DGE, 2021; NCTM, 2014). Deste modo, a análise aprofundada das tarefas antes da sua implementação revelou-se fundamental, não apenas para antecipar possíveis dificuldades e delinear formas adequadas de apoio, mas também para assegurar a coerência entre os objetivos de aprendizagem definidos e as oportunidades de exploração matemática proporcionadas pelo trilho.

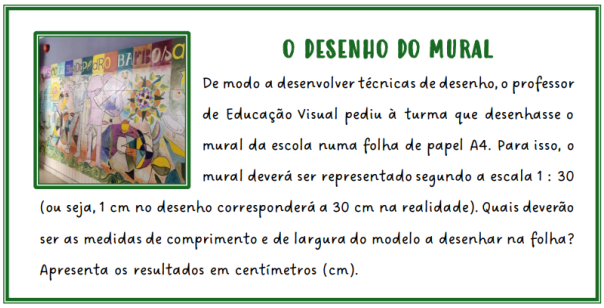
2.2.1. *Trilho com papel e lápis*

"O desenho do mural"

Na primeira tarefa, pretendia-se que os alunos determinassem as medidas de comprimento e de largura do modelo a desenhar na folha, em centímetros (Figura 14).

Figura 14

Enunciado da tarefa "O desenho do mural"



Tendo em conta as *Aprendizagens Essenciais de Matemática* (ME-DGE, 2021), e com base no conteúdo "Razão e proporção", esperava-se que os alunos, ao medirem, soubessem o comprimento do lado de cada azulejo, bem como as dimensões do mural. A aplicação da escala permitiria obter as medidas de comprimento e de largura do modelo a desenhar na folha.

O objetivo desta tarefa era reconhecer a fração como representação de uma razão entre duas partes de um mesmo todo e determinar uma quantidade, dada uma outra que lhe é proporcional e conhecida a razão de proporcionalidade. É uma tarefa com um nível de exigência cognitiva baixa, que envolve procedimentos sem conexões (Stein & Smith, 2009).

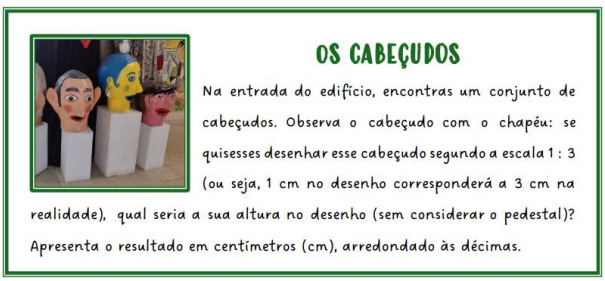
Antecipava-se que alguns alunos evidenciassem dificuldades na interpretação da escala (1:30) e na compreensão da razão associada. Poderiam ainda surgir dificuldades na determinação das dimensões reais do mural, através da multiplicação do número de azulejos pela medida do lado de cada um, bem como na articulação das diferentes informações presentes no enunciado, como aconteceu no estudo de Silva (2019). Adicionalmente, alguns alunos poderiam recorrer a raciocínios aditivos inadequados, em vez de mobilizarem estratégias multiplicativas próprias das situações de proporcionalidade direta (Lamon, 2020).

"Os cabeçudos"

Na segunda tarefa, "Os cabeçudos", pretendia-se que os alunos, tendo em conta a altura real do cabeçudo, determinassem a altura do cabeçudo no desenho, em centímetros (Figura 15).

Figura 15

Enunciado da tarefa "Os cabeçudos"



Tendo por base as *AE de Matemática* (ME-DGE, 2021), com o conteúdo "Razão e proporção", esperava-se que os alunos medissem a altura do cabeçudo e aplicassem a estratégia do algoritmo cruzado (regra de três simples) ou o método da proporção, como refere Vergnaud (1983, citado em Silvestre, 2012), para determinar a altura do cabeçudo no desenho.

Tal como na tarefa anterior, o objetivo desta tarefa era reconhecer a fração como representação de uma razão entre duas partes de um mesmo todo e determinar uma quantidade, dada uma outra que lhe é proporcional e conhecida a razão de proporcionalidade. É uma tarefa com um nível de exigência cognitiva baixa, que envolve procedimentos sem conexões (Stein & Smith, 2009).

Antecipava-se que alguns alunos evidenciassem dificuldades na interpretação da situação proporcional e na compreensão da razão de proporcionalidade envolvida. Poderiam ainda surgir dificuldades na aplicação da regra de três simples ou do método da proporção, particularmente no estabelecimento da correspondência entre a altura real do cabeçudo e a altura do respetivo desenho. Adicionalmente, a medição correta da altura do cabeçudo poderia constituir uma dificuldade para alguns alunos, comprometendo a determinação da medida pretendida.

"As mesas do bar"

A terceira tarefa, "As mesas do bar", dividia-se em duas partes. Na primeira parte, esperava-se que os alunos se deslocassem para o bar da escola e determinassem a área total, em centímetros quadrados, da superfície formada por um grupo de três mesas (Figura 16).

Figura 16

Enunciado da parte 1 da tarefa "As mesas do bar"



Segundo as *AE de Matemática* (ME-DGE, 2021), o principal conteúdo explorado nesta parte 1 da tarefa era as "Áreas", inserido no tema Geometria. O objetivo desta tarefa era que os alunos decompusessem figuras planas e calculassem as áreas de um retângulo e triângulo.

Na parte 2 desta tarefa, esperava-se que os alunos determinassem a razão, arredondada às décimas, entre a área total da superfície formada e a área da mesa retangular e explicassem o seu significado (Figura 17).

Figura 17

Enunciado da parte 2 da tarefa "As mesas do bar"



O principal conteúdo explorado era "Razão", no contexto da Álgebra. O objetivo consistia em reconhecer a fração como representação de uma razão entre duas partes de um mesmo todo (ME-DGE, 2021). Segundo Stein e Smith (2009), "As mesas do bar" era uma tarefa com um nível de exigência cognitiva alta (procedimento com conexões).

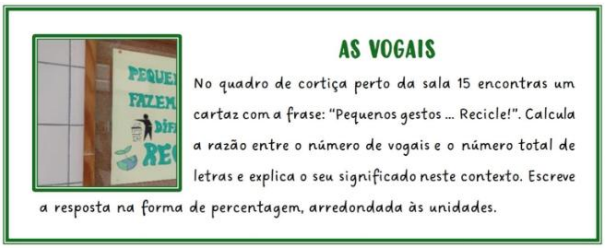
Antecipava-se que alguns alunos revelassem dificuldade na decomposição dos trapézios em figuras geométricas mais simples, cujas áreas já sabiam determinar. Poderiam ainda surgir erros na seleção e aplicação das fórmulas adequadas, nomeadamente pela dificuldade em distinguir conceitos geométricos distintos, como área e volume. Sendo uma tarefa classificada como procedimento com conexões, exigia que os alunos compreendessem os significados subjacentes aos procedimentos utilizados e estabelecessem relações entre diferentes conceitos matemáticos (Stein & Smith, 2009). Na segunda parte da tarefa, previa-se que alguns alunos evidenciassem dificuldades na determinação e interpretação da razão entre as áreas, uma vez que a compreensão da razão como comparação entre duas quantidades constitui um aspeto central do raciocínio proporcional (Pedro, 2013; Silvestre, 2012).

“As vogais”

Na quarta tarefa, intitulada “As vogais”, os alunos tinham de procurar o cartaz da fotografia e calcular a razão entre o número de vogais e o número total de letras, sob a forma de percentagem, arredondada às unidades, e explicar o seu significado (Figura 18). Neste sentido, esta tarefa articulava-se com a disciplina de Português.

Figura 18

Enunciado da tarefa “As vogais”



Os dois conteúdos explorados foram “Razão”, inserido na Álgebra, e “Comparação e ordenação”, inserido no tema Números. Deste modo, os alunos tinham de reconhecer a fração como representação de uma razão entre duas partes de um mesmo todo e estabelecer relações entre frações, decimais e percentagens, no contexto da resolução de problemas (ME-DGE, 2021). Esta tarefa é de exigência cognitiva baixa, envolvendo um procedimento sem conexões (Stein & Smith, 2009).

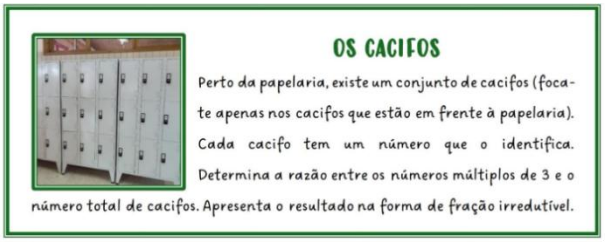
Antecipava-se que alguns alunos evidenciassem dificuldade na contagem correta do número de vogais e do número total de letras presentes no cartaz, comprometendo a determinação da razão pretendida. Poderiam também surgir dificuldades na conversão da razão obtida para a forma de percentagem e no arredondamento do resultado às unidades. Ademais, previa-se que alguns alunos revelassem dificuldades na interpretação do significado da percentagem calculada e na explicação do resultado obtido, uma vez que a tarefa exigia a mobilização e articulação de diferentes representações numéricas no contexto da resolução de um problema (ME-DGE, 2021).

“Os cacifos”

Para resolver a quinta tarefa, “Os cacifos”, era necessário encontrar os cacifos perto do bar. Os alunos tinham de determinar a razão entre os números múltiplos de 3 e o número total de cacifos, apresentando a resposta na forma de fração irredutível (Figura 19).

Figura 19

Enunciado da tarefa "Os cacifos"



Esta tarefa envolvia, essencialmente, os conteúdos "Razão" e "Múltiplos", inseridos nos temas Álgebra e Números, respetivamente. Pretendia-se que os alunos reconhecessem a fração como representação de uma razão entre duas partes de um mesmo todo e identificassem múltiplos de um número (ME-DGE, 2021). Segundo a proposta de classificação da natureza das tarefas por Stein e Smith (2009), esta tarefa é de exigência alta (procedimento com conexões).

Antecipava-se que alguns alunos revelassem dificuldade na identificação dos múltiplos de 3 entre os números dos cacifos. Poderiam ainda surgir dificuldades na determinação da razão entre o número de múltiplos de 3 e o número total de cacifos, bem como na sua representação sob a forma de fração irredutível. Por fim, a compreensão do enunciado e da relação matemática que se pretendia determinar poderia representar uma dificuldade para alguns alunos, aspeto frequentemente identificado em tarefas envolvendo razões e proporções (Silva, 2019).

"Vamos contar quadrados"

Na sexta tarefa, intitulada "Vamos contar quadrados!", os alunos tinham de determinar o número total de quadrados de diferentes dimensões existentes no tabuleiro de xadrez da biblioteca (Figura 20).

Figura 20

Enunciado da tarefa "Vamos contar quadrados!"



Para conseguirem chegar ao resultado pretendido, os alunos teriam de descobrir a lei de formação subjacente à contagem dos quadrados (era a soma dos quadrados perfeitos de 1^2 a 8^2). Deste modo, esta tarefa envolvia o conteúdo "Leis de formação", inserido na Álgebra. Tinha como objetivos: reconhecer relações, entre termos consecutivos de uma sequência numérica ou entre termos e as respetivas ordens, e formular conjeturas quanto a leis de formação das sequências; identificar e descrever em linguagem natural ou simbólica uma possível lei de formação para uma dada sequência; e resolver problemas que envolvam regularidades (ME-DGE, 2021). De acordo com Stein e Smith (2009), o nível de exigência cognitiva desta tarefa é alto, classificando-se como "fazer matemática".

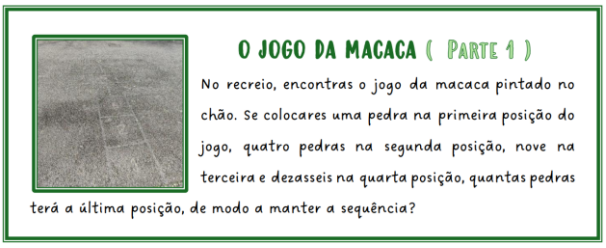
Relativamente às possíveis dificuldades, antecipava-se que alguns alunos recorressem a estratégias de representação e contagem ou a estratégias recursivas para determinar o número total de quadrados, em vez de procurarem uma regularidade que permitisse generalizar a situação (Barbosa, 2010; Ponte et al., 2009; Ureña et al., 2024). Poderiam ainda surgir dificuldades na identificação e explicitação da lei de formação subjacente à sequência, uma vez que a formulação de generalizações e de relações funcionais constitui frequentemente um desafio para os alunos (Barbosa, 2010; Lannin, 2003). A tarefa poderia ainda revelar-se exigente ao nível da formulação e comunicação de conjeturas, uma vez que implicava descrever e justificar a regularidade identificada, capacidades valorizadas pelas *Aprendizagens Essenciais* (ME-DGE, 2021) e pelo NCTM (2000).

"O jogo da macaca"

A última tarefa do trilho com papel e lápis era "O jogo da macaca". Esta tarefa também se encontrava dividida em duas etapas. Na parte 1, os alunos tinham de identificar a lei de formação da sequência de crescimento e determinar o número de pedras que estaria na última posição do jogo (Figura 21).

Figura 21

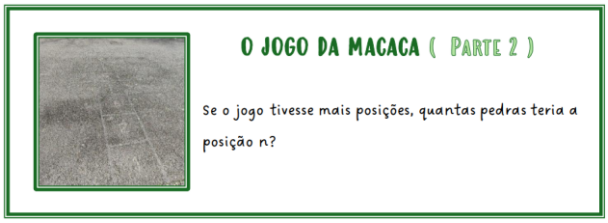
Enunciado da parte 1 da tarefa "O jogo da macaca"



Por sua vez, na parte 2, os alunos deveriam determinar o termo geral da sequência, de modo a identificar o número de pedras da posição n (Figura 22).

Figura 22

Enunciado da parte 2 da tarefa "O jogo da macaca"



Na globalidade, esta tarefa envolvia o conteúdo "Leis de formação", inserido na Álgebra. Pretendia que os alunos reconhecessem relações, entre termos consecutivos de uma sequência numérica ou entre termos e as respetivas ordens, e formulassem conjeturas quanto a leis de formação das sequências; identificassem e descrevessem em linguagem natural ou simbólica uma possível lei de formação para uma dada sequência; e resolvessem problemas que envolvessem regularidades (ME-DGE, 2021). Por estes motivos, a tarefa era de exigência alta, envolvendo um procedimento com conexões (Stein & Smith, 2009).

Antecipava-se que alguns alunos revelassem dificuldade na identificação da relação existente entre a ordem da figura e o número de pedras correspondente. Embora conseguissem determinar os termos seguintes da sequência, poderia não ser imediato o reconhecimento do termo geral. De acordo com Lannin (2003), os alunos tendem frequentemente a centrar-se nas relações entre termos consecutivos, evidenciando dificuldades na formulação de regras gerais. Por sua vez, a representação simbólica da regularidade identificada poderia ser outra dificuldade. Tal como refere Barbosa (2010), os alunos manifestam frequentemente dificuldades na expressão de generalizações através da

linguagem matemática, recorrendo a descrições verbais ou a casos particulares em vez de estabelecerem relações funcionais.

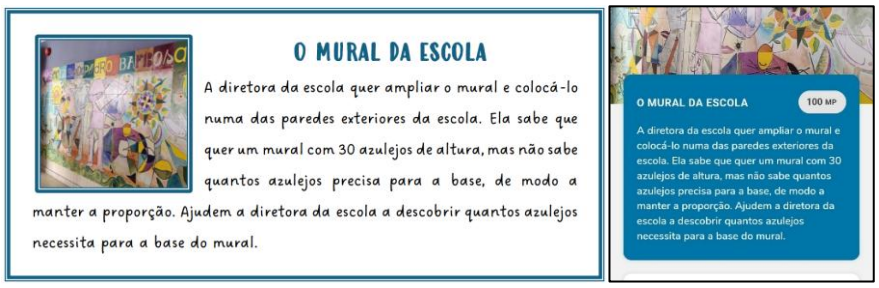
2.2.2. *Trilho com o MCM*

"O mural da escola"

A primeira tarefa do trilho com o MCM intitulava-se "O mural da escola". Nesta tarefa, os alunos tinham de determinar o número de azulejos necessários para a base do mural, tendo em conta que se queria fazer uma ampliação do mural mantendo a proporcionalidade direta (Figura 23).

Figura 23

Enunciado da tarefa "O mural da escola"



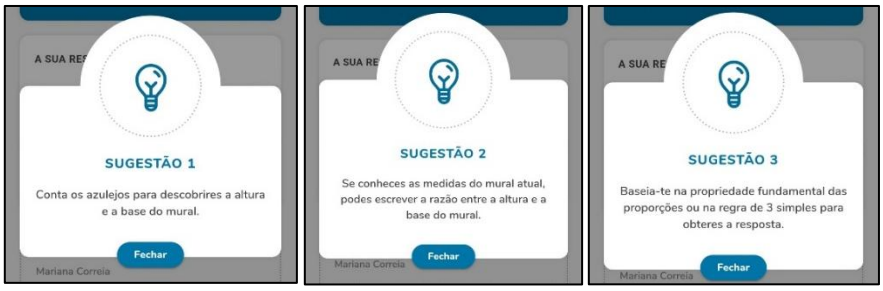
Esta tarefa enquadrava-se no conteúdo "Razão e proporção", inserido no tema Álgebra. Tinha como principais objetivos: reconhecer a fração como representação de uma razão entre duas partes de um mesmo todo; e determinar uma quantidade, dada uma outra que lhe é proporcional e conhecida a razão de proporcionalidade (ME-DGE, 2021). Segundo Stein e Smith (2009), esta tarefa é de baixa exigência cognitiva (procedimento sem conexões). Como se queria determinar o número de azulejos da base, os alunos poderiam optar pelo método da proporção ou pela regra de três simples.

Nesta tarefa, o tipo de solução a considerar foi o valor exato, visto que apenas existia uma única resposta final correta. Contudo, era expectável que surgissem algumas dificuldades. Em particular, alguns alunos poderiam revelar obstáculos na compreensão da relação de proporcionalidade entre as dimensões do mural original e da ampliação pretendida, apresentando dificuldades em identificar a razão adequada. Poderiam ainda ocorrer erros na aplicação da regra de três simples ou do método da proporção, sobretudo no estabelecimento da correspondência entre as quantidades envolvidas (Pedro, 2013; Silvestre, 2012).

Além disso, previa-se que alguns alunos evidenciassem dificuldades na interpretação do enunciado e na seleção da informação relevante para a resolução da tarefa, aspeto frequentemente identificado em tarefas que envolvem razões e proporções (Silva, 2019). Por se tratar de uma tarefa realizada através do MathCityMap, poderiam ainda surgir dificuldades na introdução da resposta no formato solicitado pela aplicação, limitação também identificada em estudos que recorreram a esta ferramenta digital (Barbosa & Vale, 2023; Gonçalves, 2022). Porém, para auxiliar os alunos, foram apresentadas três sugestões de utilização opcional, tal como se poder verificar na Figura 24.

Figura 24

Sugestões da tarefa "O mural da escola"

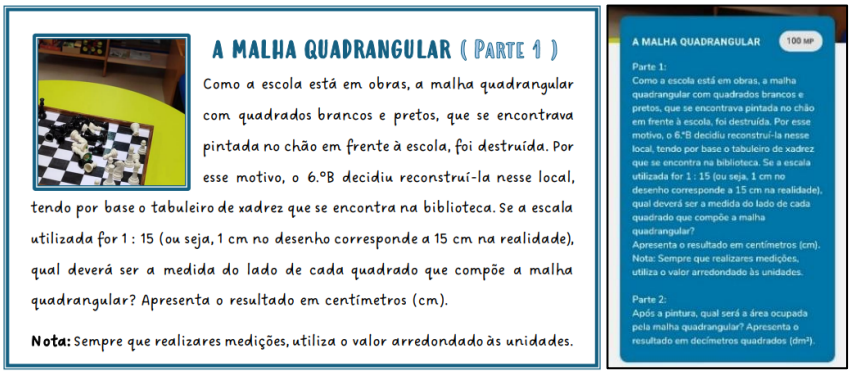


"A malha quadrangular"

A segunda tarefa deste trilho era "A malha quadrangular". Esta tarefa tinha de ser resolvida na biblioteca e dividia-se em duas partes. Na parte 1, pretendia-se determinar a medida do lado de cada quadrado que compunha a malha quadrangular, apresentando o resultado em centímetros (Figura 25).

Figura 25

Enunciado da parte 1 da tarefa "A malha quadrangular"

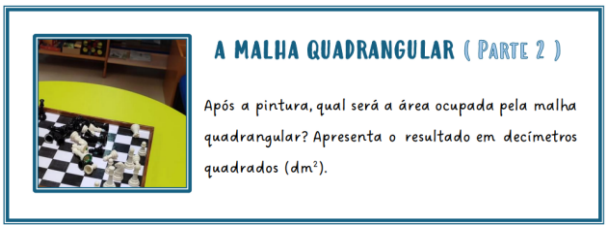


Deste modo, esperava-se que os alunos medissem o comprimento do lado de um dos quadrados menores do tabuleiro de xadrez e, tendo em conta a escala apresentada (1:15), determinassem o lado do quadrado após a ampliação (45 cm).

Na parte 2, os alunos tinham de calcular a área ocupada pela malha quadrangular, apresentando o resultado em decímetros quadrados (Figura 26). Logo, tinham de determinar a medida do lado da malha quadrangular e saber aplicar a fórmula de cálculo da área do quadrado.

Figura 26

Enunciado da parte 2 da tarefa "A malha quadrangular"

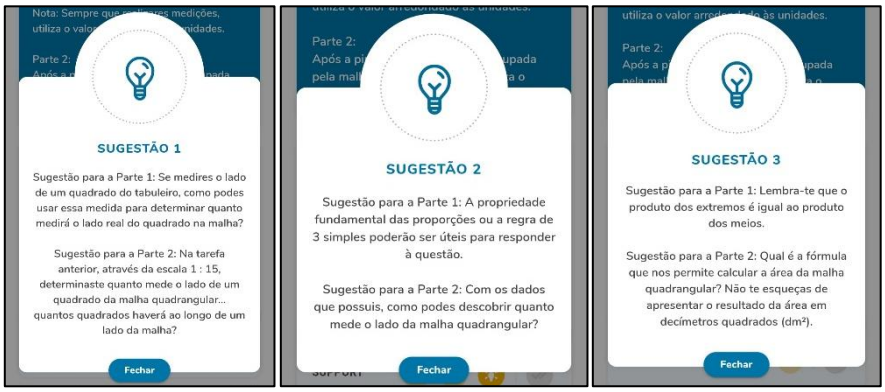


De acordo com as *AE de Matemática* (ME-DGE, 2021), esta tarefa envolvia os conteúdos "Razão e proporção" e "Áreas", dos temas Álgebra e Geometria, respetivamente. Tinha como objetivos: reconhecer a fração como representação de uma razão entre duas partes de um mesmo todo; determinar uma quantidade, dada uma outra que lhe é proporcional e conhecida a razão de proporcionalidade; e calcular a área de um quadrado. Apresentava uma exigência cognitiva alta, envolvendo um procedimento com conexões (Stein & Smith, 2009). Nesta tarefa, o tipo de solução a considerar foi o intervalo, uma vez que envolvia medições. Esperava-se que a principal dificuldade estivesse relacionada com a articulação entre os diferentes conceitos matemáticos envolvidos na tarefa. Na primeira parte, alguns alunos poderiam revelar obstáculos na interpretação da escala e na determinação da medida real do lado do quadrado após a ampliação, estabelecendo incorretamente a relação de proporcionalidade entre as medidas. Já na segunda parte, poderiam surgir dificuldades na determinação da área da malha quadrangular, nomeadamente na identificação da medida do lado total da figura e na aplicação da fórmula da área do quadrado. Ademais, alguns alunos poderiam confundir os conceitos de área e volume ou apresentar dificuldades na conversão de unidades de medida, uma vez que o

resultado deveria ser apresentado em decímetros quadrados. Para auxiliar os alunos que necessitassem de apoio foram apresentadas algumas sugestões (Figura 27).

Figura 27

Sugestões da tarefa "A malha quadrangular"

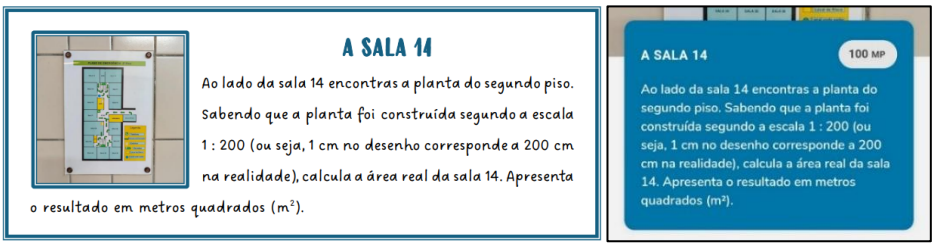


"A sala 14"

Na terceira tarefa, "A sala 14", os alunos tinham de calcular a área real da sala 14, tendo em conta as dimensões da planta exposta no corredor da escola (Figura 28).

Figura 28

Enunciado da tarefa "A sala 14"



Neste sentido, tinham de medir o comprimento e a largura da sala 14 na planta. Tendo em conta a escala (1:200), os alunos poderiam aplicar o método da proporção ou a regra de três simples, para converter cada um dos valores nas medidas reais da sala. No final, determinavam a área do retângulo, em metros quadrados.

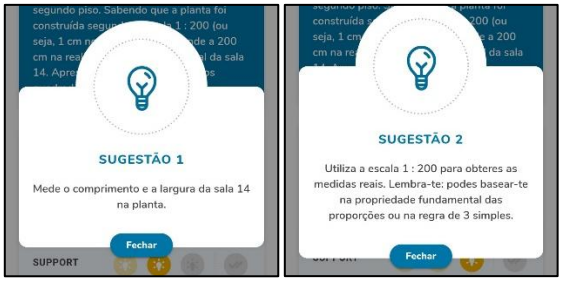
Em consonância com a tarefa anterior, esta tarefa envolvia também os conteúdos "Razão e proporção" e "Áreas" e tinha os mesmos objetivos de aprendizagem (ME-DGE, 2021). Apresentava, igualmente, uma exigência cognitiva alta, envolvendo um procedimento com conexões (Stein & Smith, 2009). Nesta tarefa, o tipo de solução a considerar no MCM foi o intervalo, uma vez que também envolvia medições.

Era expectável que alguns alunos manifestassem dificuldades na medição rigorosa das dimensões da sala representada na planta, o que poderia comprometer a determinação das medidas reais. Do mesmo modo, a interpretação da escala e o estabelecimento da relação de proporcionalidade entre a planta e a sala poderiam constituir obstáculos, uma vez que situações deste tipo exigem a mobilização de raciocínios multiplicativos, frequentemente desafiantes para os alunos (Pedro, 2013; Silvestre, 2012).

Acresce que a resolução da tarefa implicava articular conhecimentos de proporcionalidade, medida e cálculo de áreas. Esta integração de conceitos poderia dificultar a resolução, já que tarefas classificadas como procedimentos com conexões exigem compreender as relações entre diferentes ideias matemáticas e não apenas aplicar procedimentos isolados (Stein & Smith, 2009). Por outro lado, a necessidade de selecionar a informação relevante presente no enunciado e de organizar a sequência de procedimentos poderia representar uma dificuldade para alguns alunos, aspeto igualmente identificado por Silva (2019) em tarefas que envolvem razão e proporção. A seguir apresentam-se as duas sugestões inseridas no MCM para auxiliar o raciocínio dos alunos (Figura 29).

Figura 29

Sugestões da tarefa "A sala 14"

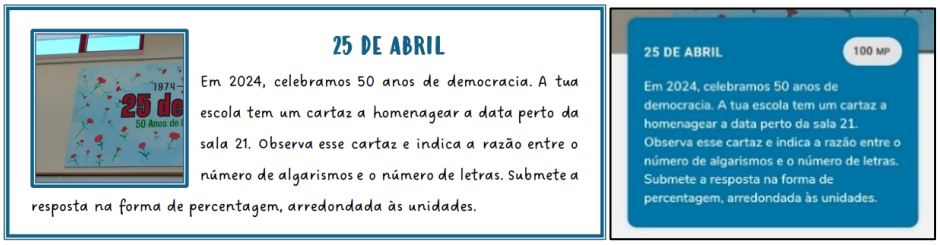


"25 de abril"

A quarta tarefa do trilho digital intitulava-se "25 de abril". Nesta tarefa, os alunos tinham de indicar a razão entre o número de algarismos do cartaz e o número total de letras, apresentando o resultado arredondado às unidades e na forma de percentagem (Figura 30).

Figura 30

Enunciado da tarefa "25 de abril"



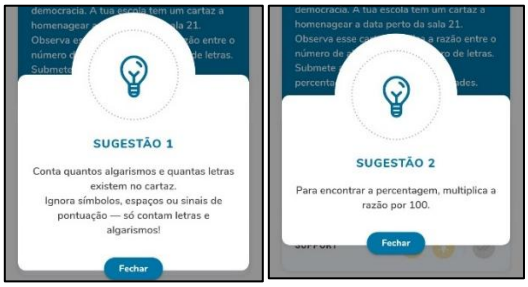
Deste modo, os alunos tinham de contar quantos algarismos e quantas letras estavam na imagem. Após calcularem a razão, tinham de multiplicar por 100 para transformar em percentagem e arredondar às unidades.

Esta tarefa envolvia os conteúdos "Razão" e "Comparação e ordenação", inseridos nos temas Álgebra e Números", respetivamente. Por ser uma tarefa mais simples, foi classificada, de acordo com Stein e Smith (2009), como uma tarefa de exigência cognitiva baixa (procedimento sem conexões). No MCM, a resposta aceite era de valor exato, uma vez que todos os grupos tinham de chegar à mesma resposta.

Antecipava-se que alguns alunos evidenciassem dificuldades na identificação e contagem dos algarismos e das letras presentes no cartaz, comprometendo a determinação da razão entre ambas as quantidades. Além disso, a conversão dessa razão para a forma de percentagem poderia constituir um desafio, sobretudo no que respeita à interpretação do procedimento necessário e ao arredondamento do resultado às unidades. Segundo Ponte et al. (2009), a compreensão da razão enquanto comparação entre duas quantidades nem sempre é imediata para os alunos, podendo originar dificuldades na sua aplicação em diferentes representações. Para colmatar estas dificuldades, o MCM apresentava duas sugestões (Figura 31).

Figura 31

Sugestões da tarefa "25 de abril"

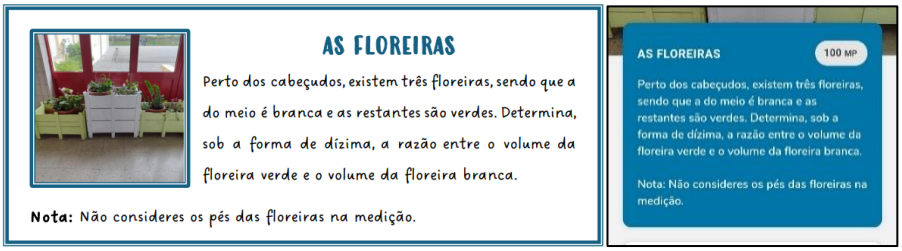


“As floreiras”

Na quinta tarefa, “As floreiras”, os alunos tinham de determinar o valor da razão entre o volume da floreira verde e o volume da floreira branca, apresentando o resultado na forma de dízima (Figura 32).

Figura 32

Enunciado da tarefa “As floreiras”



Portanto, para resolverem esta tarefa, os alunos tinham de medir as dimensões da floreira verde e da floreira branca. Depois, tinham de determinar o volume de ambas as floreiras. No final, bastava fazerem a razão entre o volume da floreira verde e o volume da floreira branca.

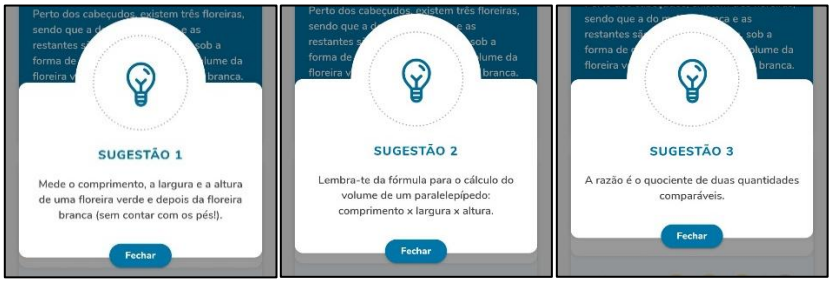
Segundo as *AE de Matemática* (ME-DGE, 2021), esta tarefa envolvia os conteúdos “Razão” e “Volume do paralelepípedo”, dos temas Álgebra e Geometria. Os alunos tinham de ser capazes de reconhecer a fração como representação de uma razão entre duas partes de um mesmo todo, interpretar e modelar situações que envolvam volumes de paralelepípedos e resolver problemas associados. É uma tarefa de elevada exigência cognitiva, enquadrando-se nos procedimentos com conexões (Stein & Smith, 2009). O tipo de solução a considerar no MCM foi o intervalo, pois envolvia medições.

Esperava-se que alguns alunos manifestassem dificuldades na medição rigorosa das dimensões das floreiras e na determinação do respetivo volume, comprometendo a comparação entre ambas. A identificação da razão entre os volumes poderia igualmente revelar-se exigente, uma vez que implicava compreender a comparação entre duas grandezas e selecionar uma estratégia adequada para a sua determinação (Vergnaud, 1983, citado em Silvestre, 2012; Viegas et al., 2019). Além disso, a interpretação do enunciado e a organização da sequência de procedimentos poderiam constituir obstáculos, aspeto frequentemente identificado em tarefas envolvendo razão e proporção (Silva, 2019). Por se tratar de uma tarefa realizada em contexto real e com recurso ao MathCityMap, os alunos

tinham ainda de mobilizar conhecimentos matemáticos em situações autênticas, característica apontada como simultaneamente potenciadora de aprendizagens e geradora de desafios (Barbosa & Vale, 2023; Fernandes & Vale, 2021). De modo a orientar o raciocínio dos alunos, o MCM apresentava três sugestões (Figura 33).

Figura 33

Sugestões da tarefa "As floreiras"

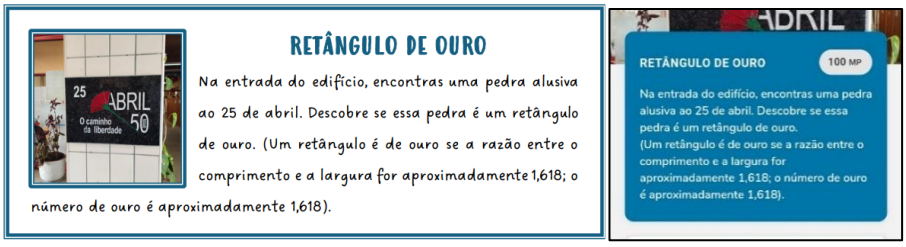


"Retângulo de ouro"

A sexta tarefa designava-se "Retângulo de ouro". Pretendia-se que os alunos descobrissem se a pedra presente na entrada do edifício era, de facto, um retângulo de ouro. Para isso, a razão entre o comprimento e a largura tinha de ser, aproximadamente, 1,618 (Figura 34).

Figura 34

Enunciado da tarefa "Retângulo de ouro"



Neste sentido, os alunos tinham de medir o comprimento e a largura do retângulo e determinar a razão. Depois, teriam de selecionar, no MCM, a opção correta. Os alunos deveriam concluir que a resposta correta seria "A pedra não é um retângulo de ouro.", pois a razão era 1,399.

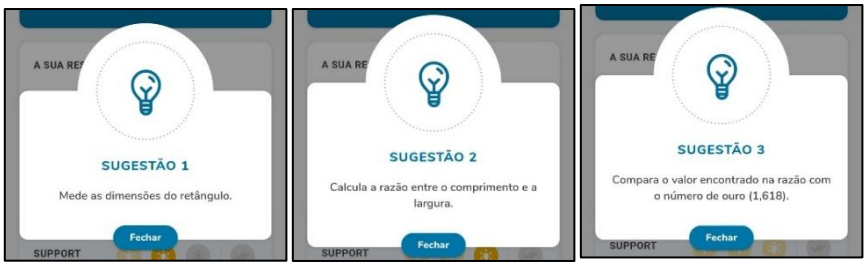
O conteúdo explorado nesta tarefa foi essencialmente a "Razão", tendo como objetivo reconhecer a fração como representação de uma razão entre duas partes de um mesmo todo (ME-DGE, 2021). Segundo Stein e Smith (2009), a tarefa era de baixa exigência

cognitiva, sendo um procedimento sem conexões. No MCM, a resposta a considerar foi a de escolha múltipla.

Era expectável que alguns alunos manifestassem dificuldades na medição do comprimento e da largura do retângulo, bem como na distinção entre estas duas dimensões. Posteriormente, poderiam surgir obstáculos na determinação da razão entre o comprimento e a largura, nomeadamente na realização correta do cálculo. Para além disso, a comparação do valor obtido com o valor de referência (1,618) poderia constituir um desafio, sobretudo no que respeita à interpretação do resultado e à tomada de decisão quanto à opção correta a selecionar. Acresce que a identificação da informação relevante presente no enunciado poderia também constituir um desafio para alguns alunos, sobretudo em tarefas que exigem a seleção e organização de diferentes dados para a resolução do problema. Para colmatar possíveis dificuldades, o MCM apresentava as seguintes sugestões (Figura 35).

Figura 35

Sugestões da tarefa "Retângulo de ouro"

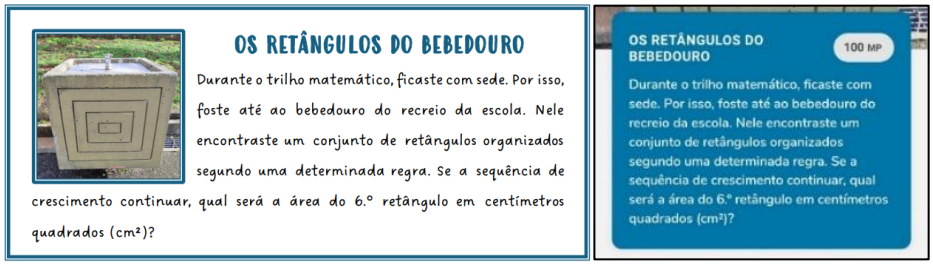


"Os retângulos do bebedouro"

Por fim, na sétima tarefa, intitulada "Os retângulos do bebedouro", esperava-se que os alunos interpretassem a sequência de crescimento e determinassem a área do sexto retângulo, em centímetros quadrados (Figura 36).

Figura 36

Enunciado da tarefa "Os retângulos do bebedouro"



Após implementar esta tarefa, a professora estagiária percebeu que deveria ter colocado no enunciado a informação relativa ao tipo de sequência de crescimento (crescente ou decrescente), visto que poderiam existir grupos a não perceberem de que se tratava de uma sequência crescente. Os alunos tinham de medir o comprimento e a largura de cada um dos retângulos, podendo organizar os dados numa tabela, por esquema, por desenho, *etc*. Posteriormente, deveriam analisar a variação das dimensões de cada retângulo, verificando que tanto o comprimento como a largura aumentavam sempre 11 cm. Logo, o sexto retângulo teria as dimensões de 66 cm por 61 cm, resultando numa área de 4026 cm^2.

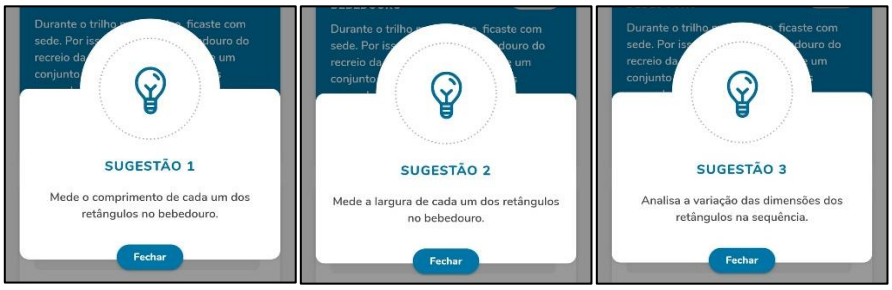
Por ser uma tarefa que englobava os conteúdos "Leis de formação" e "Áreas", inseridos nos temas Álgebra e Geometria, respetivamente, esta tarefa foi considerada um procedimento com conexões, sendo, por isso, de elevada exigência cognitiva (Stein & Smith, 2009). Os principais objetivos eram: reconhecer relações, entre termos consecutivos de uma sequência numérica ou entre termos e as respetivas ordens, e formular conjeturas quanto a leis de formação das sequências; identificar e descrever em linguagem natural ou simbólica uma possível lei de formação para uma dada sequência; resolver problemas que envolvam regularidades; e calcular a área de um retângulo (ME-DGE, 2021). A resposta a considerar no MCM foi a de intervalo, porque, novamente, era uma tarefa que implicava medições e, por isso, poderia dar mais margem para erros.

As principais dificuldades esperadas prendiam-se com a identificação da regularidade subjacente à sequência e com a compreensão da variação simultânea do comprimento e da largura dos retângulos. Era expectável que alguns alunos recorressem a estratégias de tentativa-erro para prever as dimensões do sexto retângulo, sem identificarem a lei de formação da sequência. De acordo com Lannin (2005), esta constitui uma estratégia frequentemente utilizada pelos alunos em tarefas de generalização. Contudo, formular uma regra sem compreender as relações que a sustentam pode conduzir a generalizações incorretas ou inconsistentes (Barbosa, 2010). Acresce que a interpretação do enunciado poderia constituir um desafio, uma vez que este não explicitava que se tratava de uma sequência crescente, podendo dificultar a identificação da regularidade (Silva,

2019). A seguir apresentam-se as sugestões inseridas no MCM que poderiam orientar o raciocínio matemático dos alunos (Figura 37).

Figura 37

Sugestões da tarefa "Os retângulos do bebedouro"



CAPÍTULO V – APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

O presente capítulo encontra-se organizado em três subcapítulos. Num primeiro momento, carateriza-se a turma focando a sua relação com a matemática, bem como o desempenho e atitudes evidenciados durante a realização de cada um dos trilhos – com papel e lápis e digital. No segundo e terceiro subcapítulos realiza-se a caraterização do grupo-caso e, posteriormente, analisa-se detalhadamente o desempenho e atitudes desses alunos durante a realização dos trilhos. Para assegurar a confidencialidade e o anonimato dos participantes deste estudo, procedeu-se à codificação dos alunos usando as iniciais dos seus nomes. Foi ainda adotada a designação PE para identificar a professora estagiária.

1. A turma e a realização dos trilhos matemáticos

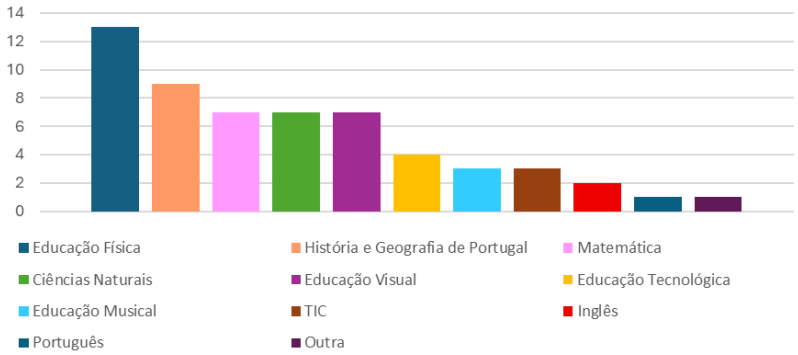
1.1. A turma e a sua relação com a Matemática

A turma que participou neste estudo era constituída por 20 alunos do 6.º ano de escolaridade, 10 do sexo feminino e 10 do sexo masculino, com idades compreendidas entre os 11 e os 13 anos. No que respeita à língua, todos os alunos tinham o português como idioma de comunicação, embora alguns utilizassem a variante europeia e outros a variante brasileira. Esta diferença justificava-se pelo facto de 16 alunos serem de nacionalidade portuguesa e 4 de nacionalidade brasileira. Por sua vez, existiam dois alunos com necessidades educativas específicas que, por isso, necessitavam de adaptações nos momentos de avaliação.

A turma era bastante heterogénea ao nível das aprendizagens, mas, globalmente, apresentavam bons resultados. Dos vinte alunos, apenas três obtiveram classificação negativa a alguma disciplina no presente ano letivo – a Inglês e a Português. De certa forma, este apontamento vai ao encontro das respostas que os alunos deram no questionário (Anexo 3) à questão "*Qual é (ou quais são) a(s) tua(s) disciplina(s) preferida(s)?"*, uma vez que as disciplinas menos votadas foram Inglês e Português (Gráfico 1). Observando o Gráfico 1, percebe-se que 65% dos alunos elegeu Educação Física (treze alunos) como disciplina preferida, seguindo-se História e Geografia de Portugal com 45% dos votos (nove alunos). A Matemática, as Ciências Naturais e a Educação Visual obtiveram a mesma percentagem de votos – 35% (sete alunos), ficando, por isso, em terceiro lugar.

Gráfico 1

Respostas à questão "Qual é (ou quais são) a(s) tua(s) disciplina(s) preferida(s)?"



Relativamente ao gosto pela Matemática (Gráfico 2), tendo por base o mesmo questionário, 50% da turma gostava ou gostava muito da disciplina, 35% (sete alunos) e 15% (três alunos), respetivamente. Os restantes 50% não gostavam de Matemática (20% - quatro alunos) ou não gostavam nem desgostavam da disciplina (30% - seis alunos). Ninguém selecionou a opção "Detesto".

Gráfico 2

Respostas à questão "Como caracterizas o teu gosto pela Matemática?"



Quando se questionou os alunos sobre as tarefas que mais gostavam de fazer durante as aulas de Matemática, analisaram-se as respostas que foram organizadas no Quadro 6.

Quadro 6

Respostas à questão "O que mais gostas de fazer nas aulas de Matemática?"

Categorias	Número de alunos
Realização dos trilhos	9
Resolução de tarefas	8
Trabalho em grupo	3
Trocar ideias	1
Copiar do quadro	1

Analisando este quadro, constata-se que as categorias mais referidas pelos alunos foram a realização dos trilhos e a resolução de tarefas, duas dimensões diretamente relacionadas. Para justificar estas preferências, os alunos destacaram aspetos como a aprendizagem ativa, o contacto com o meio envolvente e o caráter lúdico das tarefas, referindo: "gostei mais de fazer os trilhos porque nós podemos socializar e também aprender"; "[os trilhos são uma] forma mais divertida e prática de aprendermos"; "andamos mais fora da sala de aula"; "[gosto de fazer os trilhos] porque estou ao ar livre"; "eu gosto de fazer atividades, assim nós estamos a aprender de uma forma mais divertida". As respostas revelam uma clara preferência por experiências realizadas fora do contexto da sala de aula, nas quais o contacto com o meio envolvente e a dimensão lúdica favorecem a motivação e o envolvimento no processo de aprendizagem. Estas tarefas parecem contribuir não apenas para o desenvolvimento de conhecimentos, mas também para a socialização, o trabalho colaborativo e o prazer em aprender.

De seguida, destacam-se as categorias trabalho em grupo e troca de ideias, igualmente interligadas. Os alunos manifestaram apreço por este tipo de dinâmicas, sublinhando que a colaboração torna o trabalho mais ativo, estimula a comunicação e possibilita compreender diferentes perspetivas, conforme se observa nas afirmações: "gosto de fazer trabalhos de grupo e é mais ativo"; "para nós aprendermos a comunicar melhor e podermos perceber o ponto de vista de outras pessoas".

Por último, um aluno referiu preferir copiar do quadro, justificando a sua escolha com o facto de "não gosto de fazer exercícios". Esta resposta evidencia uma postura distinta da maioria, podendo refletir uma menor motivação para tarefas práticas ou uma maior preferência por tarefas de caráter mais estruturado e fechado. Tal observação reforça a necessidade de considerar a heterogeneidade dos perfis de aprendizagem, reconhecendo que nem todos os alunos respondem da mesma forma a metodologias ativas e que a diferenciação pedagógica é essencial para promover o envolvimento de todos.

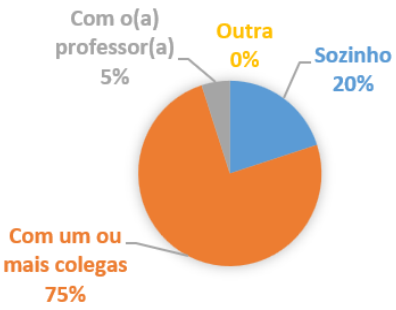
Relativamente à questão "O que menos gostas de fazer nas aulas de Matemática?", os alunos apontaram, maioritariamente, a realização de exercícios do manual como uma tarefa monótona e difícil, expressando perceções como: "nós também estamos a aprender, mas não é de uma forma divertida e depois fica chato"; "muito demorado, sem graça e

chato"; e "fazer exercícios dentro da sala, porque são difíceis". Ademais, dois alunos referiram não ter apreciado a realização dos trilhos, justificando essa posição com a dificuldade das tarefas propostas, e um aluno mencionou o questionário de avaliação como a tarefa de menor agrado. Em contrapartida, vários alunos manifestaram apreço pelo trabalho em grupo e pelas tarefas realizadas fora da sala de aula, nomeadamente os trilhos, argumentando que "é mais chato estar a fazer coisas sozinhos e sentados numa cadeira do que estar na rua em grupo". A perceção negativa face aos exercícios do manual poderá refletir uma preferência por abordagens práticas e contextualizadas, que favoreçam a interação social e a aplicação dos conhecimentos em situações reais. Tal constatação reforça a pertinência da implementação dos trilhos matemáticos, enquanto estratégia promotora de aprendizagens significativas e motivadoras.

Após esta breve introdução e analisando o Gráfico 3, verifica-se que 75% da turma (quinze alunos) manifestou preferência por realizar as tarefas propostas em colaboração com um ou mais colegas durante as aulas. Por outro lado, 20% da turma (quatro alunos) indicou preferir trabalhar individualmente, enquanto 5% (um aluno) revelou preferência por realizar as tarefas com o apoio do professor. Assim, percebe-se que a turma, em geral, prefere o trabalho colaborativo.

Gráfico 3

Resposta à questão "Como preferes realizar as tarefas que te são apresentadas nas aulas de Matemática?"



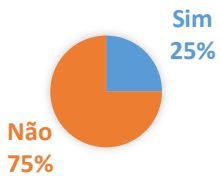
De um modo geral, a maioria da turma indicou que os conteúdos de Matemática são úteis no quotidiano, apresentando exemplos concretos como: "pagar as compras, a renda e o gasóleo"; "ajudar a minha irmã nos trabalhos de casa"; "são úteis quando vais fazer compras, quando alguém pergunta alguma coisa, ou se fores adulto, para o trabalho"; "quando fores a algum sítio comprar alguma coisa já sabes o troco e o dinheiro que tens

que levar"; "fazer um bolo" (relacionado com a proporcionalidade direta); "em artes, trabalhos, …" (relação com outras disciplinas). Estas respostas sugerem que os alunos conseguem identificar aplicações práticas da Matemática, integrando-a em contextos variados da sua vida diária e escolar. Todavia, oito alunos revelaram a perceção de que a Matemática não é útil. Esta constatação evidencia dificuldades em estabelecer conexões entre os conteúdos escolares e situações concretas do quotidiano ou, em alternativa, traduz uma perceção do caráter abstrato da disciplina.

Relativamente à questão "Já tinhas realizado algum trilho matemático?" (Gráfico 4), 75% da turma (15 alunos) indicou que nunca tinha participado num. Apenas 25% (5 alunos) referiu já ter participado, por associarem as tarefas de modelação matemática fora da sala de aula implementadas com o outro professor estagiário a um trilho. Este resultado sugere que, para a maioria dos alunos, a experiência de aprendizagem fora da sala de aula, associada à resolução de tarefas matemáticas no espaço escolar ou meio envolvente, é uma novidade. Tal facto pode ter implicações positivas no envolvimento e na curiosidade face à proposta do trilho, uma vez que a novidade tende a potenciar a motivação e o interesse. Por outro lado, o facto de alguns alunos associarem outras tarefas à ideia de "trilho matemático" indica que o conceito não ficou totalmente claro, podendo ser necessário clarificá-lo.

Gráfico 4

Respostas à questão "Já tinhas realizado algum trilho matemático?"



Ao nível da existência de mais aulas de Matemática fora da sala de aula, a análise das respostas dos alunos evidencia uma perceção globalmente positiva relativamente a este assunto. A partir das declarações recolhidas, emergiram três categorias principais: *motivação e prazer pela aprendizagem*; *rutura com a rotina e ambiente de aprendizagem*; e *perceção de utilidade e compreensão dos conteúdos*.

Na primeira categoria, *motivação e prazer pela aprendizagem*, os alunos associaram as aulas no exterior a experiências mais "divertidas", "engraçadas" e "motivadoras",

referindo que este tipo de práticas poderia aumentar o interesse pela Matemática e facilitar a aprendizagem. Esta valorização do aspeto lúdico e ativo das aulas reflete a importância da motivação intrínseca e do envolvimento emocional no processo de aprendizagem (Fernandes & Vale, 2021).

Por sua vez, a segunda categoria, *rutura com a rotina e ambiente de aprendizagem*, traduz o apreço dos alunos pela mudança de espaço e pelo contacto com o ar livre, evidenciado em expressões como "não estamos sempre fechados na sala de aula" ou "prefiro, talvez porque lá fora estamos ao ar livre". O ambiente exterior é percecionado como um contexto mais agradável e libertador, que quebra a monotonia das aulas tradicionais e potencia um clima emocionalmente positivo, favorável à aprendizagem.

Por fim, a categoria *perceção de utilidade e compreensão dos conteúdos* mostra que alguns alunos reconhecem as aulas ao ar livre como uma oportunidade para "compreendermos melhor cada matéria" e "assim alguns alunos iriam se interessar mais na matéria". Esta perceção sugere que o contacto com situações concretas e contextualizadas pode contribuir para a construção de aprendizagens mais significativas (Cohen & Briery, 2019), permitindo aos alunos relacionar os conceitos matemáticos com a realidade que os rodeia.

Em síntese, as respostas evidenciam que as aulas realizadas fora da sala de aula são valorizadas pelos alunos tanto pela componente emocional e motivacional como pela perceção de maior clareza e aplicabilidade dos conteúdos.

1.2. Desempenho da turma nos trilhos matemáticos

O tempo inicialmente previsto para a realização de cada trilho era de uma aula de noventa minutos. Contudo, este tempo revelou-se insuficiente, sendo necessário prolongar a duração dos trilhos. Para que os seis grupos concluíssem as tarefas propostas, foram necessárias cerca de três horas por trilho. Verificou-se, ainda, que os grupos 1, 2 e 3 terminaram sistematicamente antes dos restantes, necessitando, em média, de uma aula de noventa minutos e outra de quarenta e cinco minutos para completar cada trilho. De forma a garantir a recolha de evidências e assegurar a segurança dos alunos, os grupos foram acompanhados e observados pela investigadora e pelo par de estágio.

Os alunos demonstraram entusiasmo na resolução das tarefas dos trilhos, revelando, de um modo geral, um comportamento adequado e uma boa cooperação no seio dos grupos de trabalho. Considerando que as tarefas propostas foram desenvolvidas em grupo, seria expectável surgir algum espírito de competição entre os alunos, no sentido de terminar primeiro. Contudo, tal não se verificou, o que se revelou benéfico, pois permitiu que cada grupo se concentrasse em realizar as tarefas com empenho e qualidade.

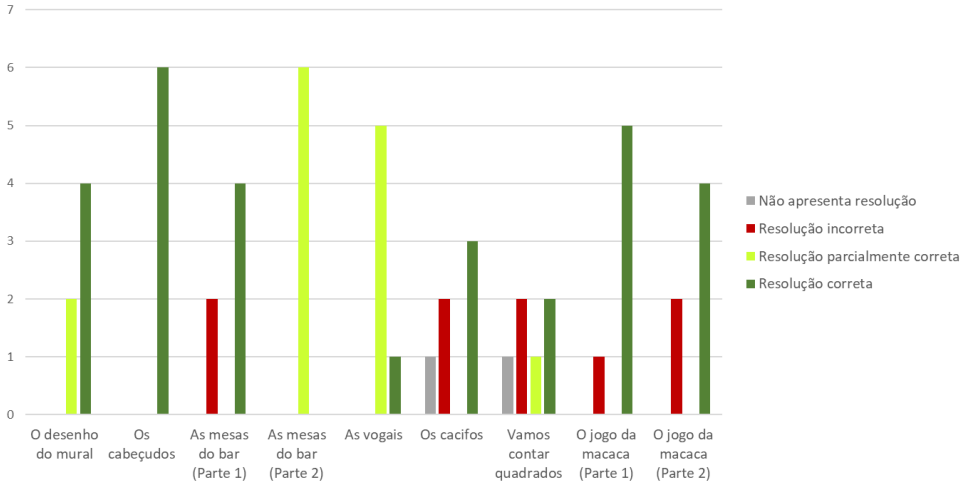
1.2.1. *Desempenho da turma no trilho com papel e lápis*

Ao analisar mais detalhadamente o desempenho dos alunos em cada tarefa do trilho com papel e lápis (Gráfico 5), observam-se diferenças significativas no grau de sucesso alcançado. A tarefa com melhor desempenho foi "Os cabeçudos", na qual todos os grupos apresentaram uma resolução correta, evidenciando uma boa compreensão do enunciado e dos procedimentos matemáticos envolvidos: reconheceram a fração como representação de uma razão entre duas partes de um mesmo todo e determinaram uma quantidade, dada uma outra que lhe é proporcional e conhecida a razão de proporcionalidade. As tarefas "O desenho do mural", "As mesas do bar (Parte 2)" e "As vogais" registaram igualmente bons resultados, com resoluções corretas e/ou parcialmente corretas, o que demonstra domínio dos conceitos (reconhecem a fração como representação de uma razão entre duas partes de um mesmo todo; determinam uma quantidade, dada uma outra que lhe é proporcional e conhecida a razão de proporcionalidade; estabelecem relações entre frações, decimais e percentagens, no contexto da resolução de problemas), ainda que com pequenas imprecisões. Por outro lado, nas tarefas "As mesas do bar (Parte 1)", "Os cacifos", "Vamos contar quadrados" e "O jogo da macaca", verificaram-se resoluções incorretas, o que indica a existência de dificuldades na interpretação da tarefa ou na aplicação dos procedimentos matemáticos, isto é, os alunos tiveram dificuldades em decompor a superfície da mesa em figuras planas; em identificar múltiplos de um número; em reconhecer relações, entre termos consecutivos de uma sequência numérica ou entre termos e as respetivas ordens, e formular conjeturas quanto a leis de formação das sequências; em identificar e descrever em linguagem natural ou simbólica uma possível lei de formação para uma dada sequência; e em resolver problemas que envolvam regularidades. Ademais, nas tarefas "Os cacifos" e

"Vamos contar quadrados", um grupo não apresentou resolução, o que poderá estar associado à complexidade das tarefas ou à gestão do tempo disponível.

Gráfico 5

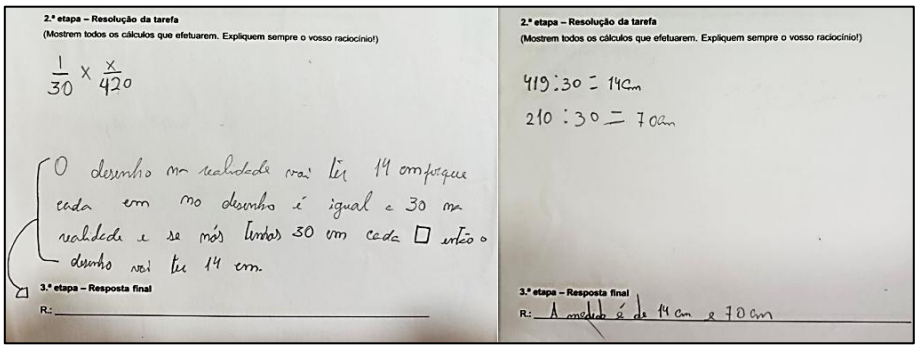
Categorização das resoluções de cada tarefa do trilho tradicional



Na tarefa "O desenho do mural", dois grupos apresentaram uma resolução parcialmente correta. Um dos grupos determinou apenas a dimensão do comprimento, omitindo a largura, o que poderá indicar falta de compreensão do enunciado ou um simples lapso na realização da tarefa. Já o outro grupo determinou corretamente ambas as dimensões, mas, ao introduzir os dados na calculadora, parece ter cometido um erro de digitação, introduzindo o valor 2100 em vez de 210, o que resultou numa largura incorreta de 70 cm em vez de 7 cm. Nesta tarefa, todos os grupos demonstraram compreender o conceito de razão e proporção, apresentando sempre as unidades de medida. Alguns grupos utilizaram a fita métrica para medir o comprimento e a largura real do mural, enquanto outros aplicaram a proporcionalidade direta para determinar o comprimento e a largura do mural. A Figura 38 apresenta a resolução da tarefa realizada por dois grupos e consideradas como parcialmente corretas.

Figura 38

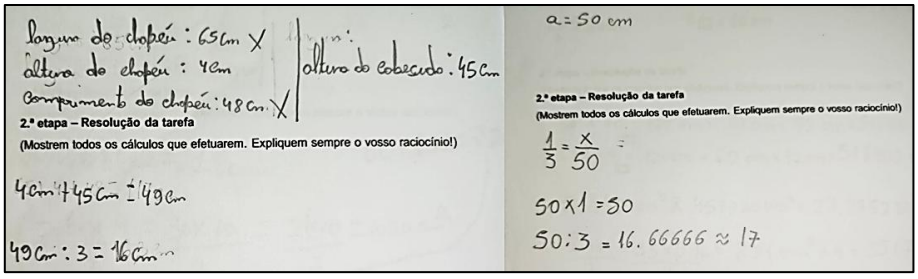
Exemplos de resoluções da tarefa "O desenho do mural" consideradas "parcialmente corretas"



Na tarefa "Os cabeçudos", todos os grupos apresentaram uma resolução correta. Alguns aplicaram diretamente a divisão, enquanto outros usaram explicitamente o método da proporção. Na Figura 39 apresenta-se a resolução da tarefa realizada por dois grupos e consideradas como corretas.

Figura 39

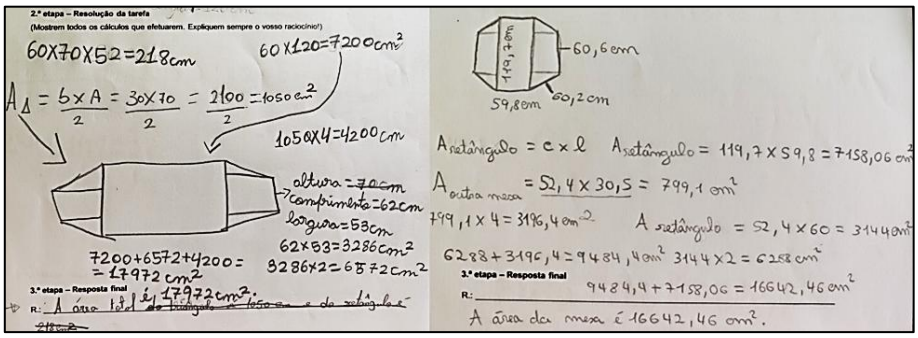
Exemplos de resoluções da tarefa "Os cabeçudos" consideradas "corretas"



Na tarefa "As mesas do bar (Parte 1)", quatro grupos apresentaram uma resolução correta, enquanto dois grupos obtiveram resoluções incorretas. Foram identificadas diferentes estratégias de resolução, evidenciando a diversidade de raciocínios adotados pelos alunos. Entre os grupos que chegaram à solução correta, dois recorreram à elaboração de esquemas das mesas, representando graficamente a decomposição imaginada (Figura 40). Esta abordagem reforça a importância do desenho como ferramenta de apoio ao raciocínio, permitindo uma melhor visualização das relações espaciais e das áreas envolvidas.

Figura 40

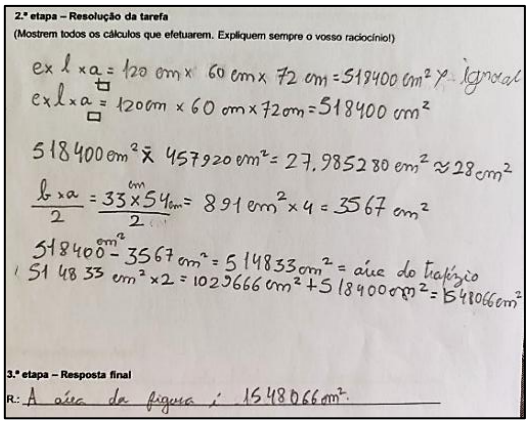
Exemplos de duas resoluções da tarefa "As mesas do bar (Parte 1)" consideradas "corretas"



Nesta tarefa, um dos grupos desenvolveu uma estratégia original, baseada numa decomposição inversa (Figura 41): considerou inicialmente a junção das três mesas formando um quadrado e, em seguida, subtraiu a área dos quatro triângulos situados nos cantos. Embora o raciocínio geométrico estivesse correto, o grupo cometeu um erro de natureza algébrica, ao confundir a fórmula da área do retângulo com a fórmula do volume do paralelepípedo. Os restantes grupos com resolução correta decompuseram a figura com forma de trapézio em dois triângulos e um retângulo, dado que ainda não conheciam a fórmula da área do trapézio. Esta estratégia revelou-se eficaz, permitindo-lhes chegar a resultados corretos com base em conhecimentos já consolidados. Relativamente aos grupos com resolução incorreta, um deles incorreu novamente no erro de aplicar a fórmula do volume do paralelepípedo em vez da fórmula da área do retângulo, além de não conseguir aplicar corretamente a fórmula da área do triângulo. Por fim, todos os grupos indicaram corretamente as unidades de medida, com exceção do grupo que apresentou as incorreções mencionadas anteriormente.

Figura 41

Exemplo de uma resolução da tarefa "As mesas do bar (Parte 1)" considerada "incorreta"

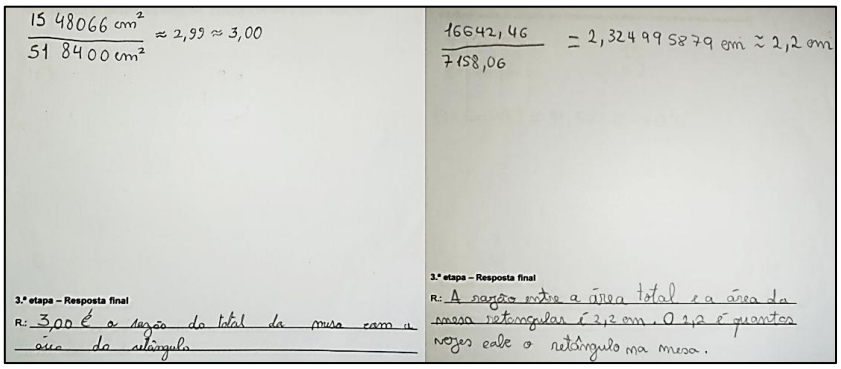


Relativamente à tarefa *"As mesas do bar (Parte 2)"*, todos os grupos apresentaram uma resolução parcialmente correta. Observou-se que alguns determinaram corretamente a razão, mas não conseguiram explicar o seu significado, enquanto outros calcularam adequadamente a razão, mas não apresentaram o resultado arredondado às décimas, conforme solicitado no enunciado, e também não explicaram o significado do valor obtido. Deste modo, verifica-se uma dificuldade generalizada na turma quanto à interpretação do conceito de razão. Em síntese, a melhoria observada na taxa de sucesso relativamente à Parte 1 deveu-se ao facto da investigadora ter considerado os erros cometidos anteriormente, isto é, os grupos que não obtiveram sucesso na Parte 1 aplicaram corretamente os dados e o conceito de razão nesta segunda tarefa e, por isso, a resolução foi considerada parcialmente correta.

A Figura 42 apresenta exemplos de resoluções classificadas como "parcialmente corretas". O primeiro exemplo corresponde a um grupo que havia cometido erros na Parte 1, mas que aplicou corretamente o conceito de razão na Parte 2. No segundo exemplo, a resposta poderia ser considerada totalmente correta se o grupo não tivesse associado unidades à razão.

Figura 42

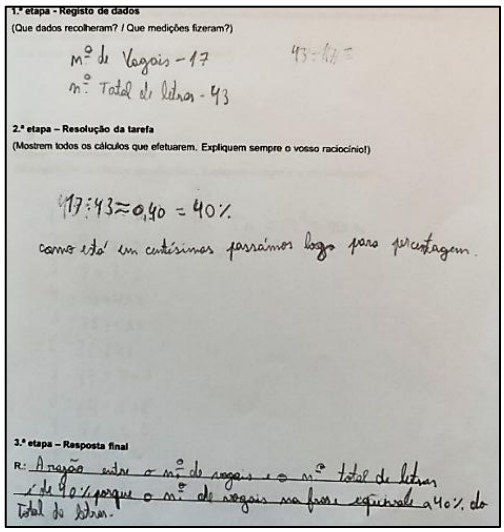
Exemplos de resoluções da tarefa "As mesas do bar (Parte 2)" consideradas "parcialmente corretas"



Na tarefa "As vogais", a maioria dos grupos apresentou uma resolução parcialmente correta porque não explicaram ou não souberam explicar corretamente o significado da razão. Também se observou que um destes grupos não arredondou corretamente, obtendo o resultado de 30%, ao invés de 40%. Apenas um grupo teve a resolução correta, como evidenciado na Figura 43.

Figura 43

Exemplo de resolução da tarefa "As vogais" considerado "correto"

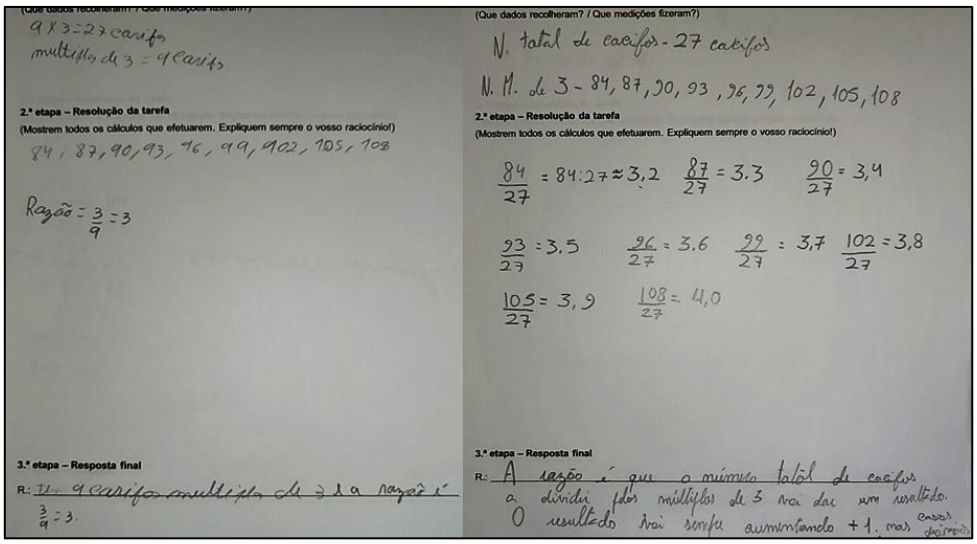


Na tarefa "Os cacifos", três grupos resolveram corretamente, dois grupos apresentaram uma resolução incorreta e um grupo não apresentou resolução. Dos grupos com a resolução incorreta, um deles cometeu um erro de cálculo ao colocar a fração na forma irredutível. O outro grupo, embora tenha recolhido corretamente os dados do problema, não interpretou adequadamente o enunciado, o que levou os alunos a calcular

várias razões entre cada número múltiplo de 3 e o número total de cacifos, em vez de determinar a razão pretendida. A Figura 44 mostra estes dois exemplos, que foram considerados incorretos.

Figura 44

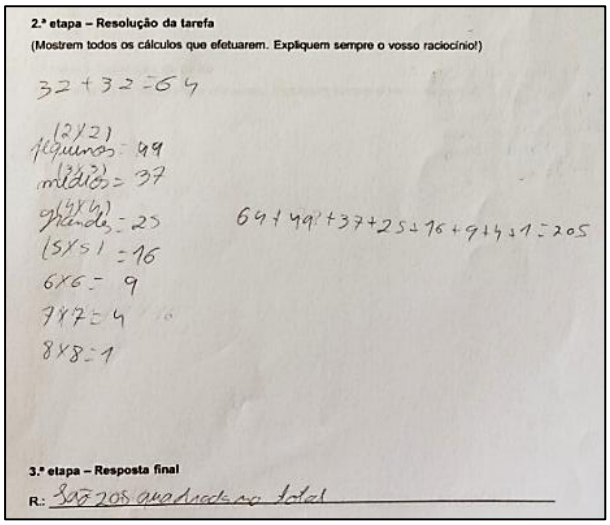
Exemplos de resoluções da tarefa "Os cacifos" considerados "incorretos"



A tarefa "Vamos contar quadrados" foi aquela que apresentou os níveis de desempenho mais baixos. Apenas dois grupos resolveram corretamente a tarefa, um grupo apresentou uma resolução parcialmente correta, dois grupos responderam incorretamente e um grupo não respondeu. Os grupos que chegaram à resolução correta adotaram estratégias distintas. Embora ambos tenham simplificado o problema, um grupo recorreu a uma estratégia algébrica, identificando um padrão de crescimento, reconhecendo que se tratava da soma dos quadrados perfeitos. O outro grupo, por sua vez, desenvolveu uma estratégia mais visual: começou por contar os quadrados um a um e, posteriormente, percebeu que os valores que surgiam nos termos anteriores se repetiam. A resolução parcialmente correta resultou do facto do grupo ter contado individualmente todos os quadrados da figura, obtendo um resultado quase certo — contudo, incluíram um quadrado a mais (Figura 45).

Figura 45

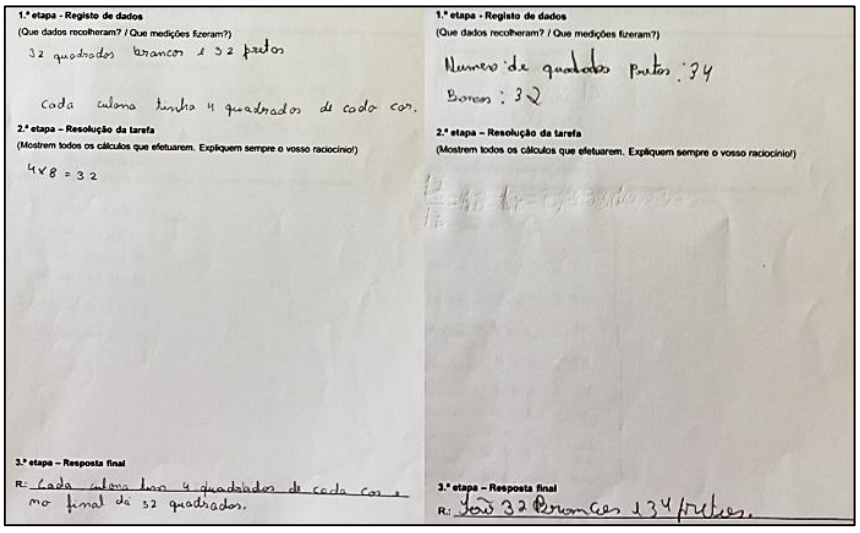
Exemplo de resolução da tarefa "Vamos contar quadrados" considerada "parcialmente correta"



Quanto aos grupos que responderam incorretamente, verificou-se que não compreenderam o enunciado, pois contaram separadamente os quadrados brancos e pretos, em vez de considerarem todos os quadrados de diferentes dimensões. A Figura 46 ilustra estes dois exemplos de resoluções incorretas. No segundo exemplo da Figura 46, observa-se ainda que um dos grupos contabilizou incorretamente o número de quadrados pretos — indicou 34 quando, na realidade, havia 32.

Figura 46

Exemplos de resoluções da tarefa "Vamos contar quadrados" considerados "incorretos"



A tarefa “O jogo da macaca (Parte 1)” gerou cinco resoluções corretas e uma incorreta. Todos os grupos que obtiveram uma resolução correta demonstraram compreender o padrão de crescimento, conseguindo realizar a generalização distante com relativa facilidade. O grupo que apresentou a resolução incorreta enfrentou um imprevisto. O jogo da macaca presente na fotografia original foi destruído devido às obras na escola. Como alternativa, utilizou-se outro jogo da macaca existente na escola, com o mesmo número de posições.

Figura 47

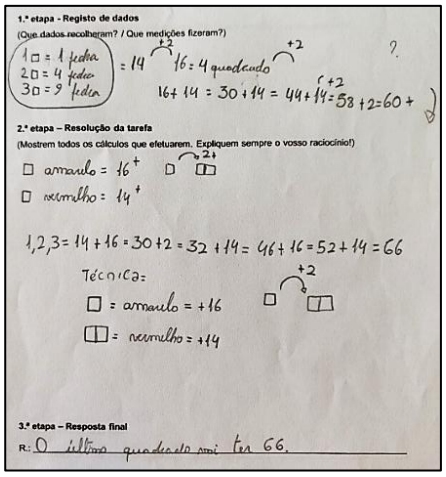
Jogo da macaca utilizado pelo grupo durante a realização do trilho matemático tradicional



A introdução das cores levou o grupo a procurar um padrão dependente da cor dos quadrados, o que conduziu ao erro. Este equívoco não teria ocorrido se o grupo tivesse utilizado o mesmo jogo dos restantes. Embora tivessem afirmado ter identificado uma regularidade, verificou-se que confundiram o padrão em determinado momento. A Figura 48 ilustra esta situação.

Figura 48

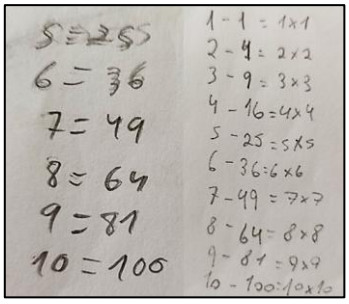
Exemplo de resolução da tarefa “O jogo da macaca (Parte 1)” considerado “incorreto”



Uma dificuldade comum a todos os grupos prendeu-se com correção da escrita matemática. Observou-se a tendência para utilizar números naturais em vez de ordinais e para recorrer a igualdades inadequadas, como escrever "10 = 100" quando pretendiam indicar uma relação ou correspondência (situação que deveria ter sido representada, por exemplo, com uma seta), como se observa na Figura 49.

Figura 49

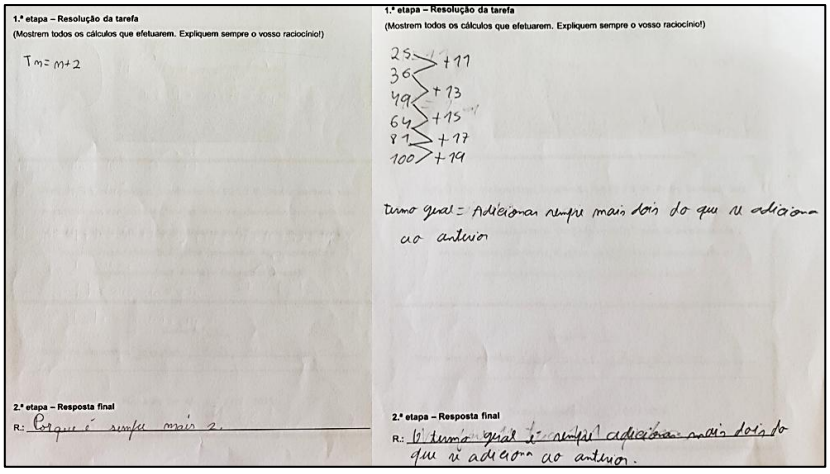
Exemplos de dificuldades apresentadas pelos grupos na notação matemática



Por fim, na tarefa "O jogo da macaca (Parte 2)", quatro grupos apresentaram uma resolução correta e dois grupos apresentaram uma resolução incorreta. Os grupos com a resolução incorreta tiveram dificuldade em realizar uma generalização algébrica – destaca-se um dos grupos que confundiu termo geral com lei de formação. A Figura 50 evidencia os dois exemplos de resolução considerados "incorretos".

Figura 50

Exemplos de resoluções da tarefa "O jogo da macaca (Parte 2)" considerados "incorretos"



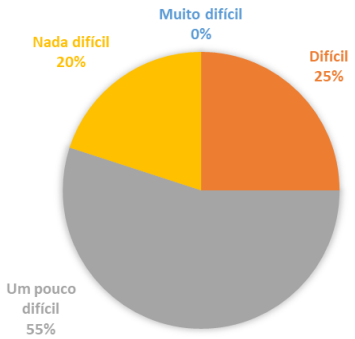
Em síntese, as resoluções das tarefas do trilho com papel e lápis evidenciam desempenhos variados, com a maioria dos grupos a revelar compreensão satisfatória dos conceitos de razão, proporção e procedimentos geométricos básicos. Os erros das

resoluções parcialmente corretas resultaram sobretudo de lapsos de cálculo, omissões pontuais e dificuldades na explicação do significado matemático dos resultados. Já as resoluções incorretas revelaram fragilidades na interpretação dos enunciados, na seleção de fórmulas e no uso adequado das unidades de medida. Observou-se ainda falta de organização nos registos e algumas dificuldades na comunicação matemática, nomeadamente na utilização de simbologia e na generalização de padrões. Por último, observou-se que alguns erros resultaram de fatores circunstanciais, como distração, falta de concentração ou influência de elementos irrelevantes presentes no cenário real, conduzindo os alunos a padrões não solicitados.

De acordo com as respostas dos alunos ao questionário (Anexo 3), e como se pode observar no Gráfico 6, 20% (4) dos alunos assumiram que o trilho com papel e lápis não foi difícil; 55% (11) dos alunos responderam que foi um pouco difícil; e 25% (5) dos alunos disse ter sido difícil. Nenhum aluno considerou o trilho "muito difícil".

Gráfico 6

Perceções dos alunos sobre o nível de dificuldade do trilho com papel e lápis



Relativamente às perceções sobre a dificuldade deste trilho, foram criadas algumas dimensões de análise: *perceção da dificuldade da tarefa*; *dificuldades relacionadas com o trabalho de grupo*; *apoio e cooperação como estratégia para superar dificuldades*; *autoconfiança e conhecimentos prévios*. De modo a facilitar a leitura, decidiu-se apresentar as dimensões de análise e as respetivas citações no Quadro 7.

Quadro 7

Dimensões de análise acerca das perceções dos alunos sobre o nível de dificuldade do trilho papel e lápis

Dimensões	Citações
Perceção da dificuldade nas tarefas	"difícil resolver"; "tinhas algumas perguntas mais fáceis e outras mais difíceis"; "porque há exercícios que eu ainda me lembro, mas há outros que já não me lembro muito bem"; "outros [problemas] foram muito difíceis e ficamos muito tempo a resolver"; "tem umas [tarefas] mais complexas com duas partes, por exemplo"; "havia questões mais difíceis do que outras"; "não era o trilho todo difícil, eram umas partes, como o da biblioteca"
Dificuldades relacionadas com o trabalho em grupo	"o nosso grupo nunca concordava"; "tínhamos de descobrir e errávamos muito"; "os professores só ficavam com os grupos específicos e assim fica mais difícil para pensar sem ajuda"
Apoio e cooperação como estratégia para superar dificuldades	"porque os meus amigos me ajudavam"; "discutia com o meu grupo e nós sabíamos a matéria"; "a minha dupla era boa"
Autoconfiança e conhecimentos prévios	"eu sabia a matéria"

Ao nível da dimensão *perceção da dificuldade nas tarefas*, os alunos percebem diferentes graus de dificuldade entre as tarefas propostas. As tarefas mais complexas exigem mais tempo e esforço, indicando que o desafio está distribuído de forma desigual ao longo do trilho.

No que se refere ao ponto *dificuldades relacionadas com o trabalho em grupo*, a dificuldade é atribuída sobretudo às dinâmicas internas dos grupos e à perceção de falta de apoio docente. Conflitos entre colegas, erros recorrentes e a perceção de desigualdade na atenção dos professores contribuíram para tornar a experiência mais exigente. Importa salientar que a professora estagiária acompanhou maioritariamente o grupo-caso, com o propósito de recolher evidências para este estudo. Contudo, sempre que algum grupo solicitava apoio, este era prontamente fornecido. Assim, observa-se uma discrepância na perceção dos alunos, uma vez que o trabalho tinha como princípio a autonomia dos grupos e o papel do professor deveria restringir-se ao de mediador.

Relativamente à dimensão *apoio e cooperação como estratégia para superar dificuldades*, verifica-se que a cooperação é vista como um fator de sucesso para alguns

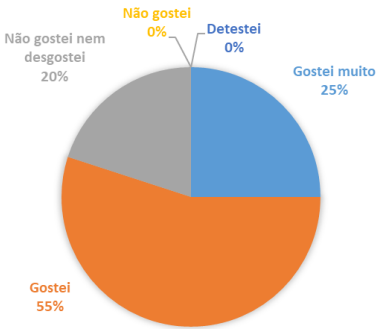
alunos, uma vez que o trabalho em grupo e a entreajuda os ajudam a compreender melhor e a ultrapassar as dificuldades.

Por fim, na dimensão *autoconfiança e conhecimentos prévios*, um aluno refere que não sentiu dificuldade porque sabia a matéria. Assim, a confiança no próprio conhecimento reduz a perceção de dificuldade, pois o domínio prévio do conteúdo facilita a execução das tarefas e dá segurança ao aluno.

Uma outra questão que integrava o questionário e que permitiu perceber a reação dos alunos à realização do trilho foi "Gostaste de resolver o trilho matemático tradicional, em papel e lápis?". Através da análise das respostas (Gráfico 7), percebe-se que mais de metade da turma gostou ou gostou muito de resolver este trilho – 55% (11) dos alunos gostou e 25% (5) dos alunos gostou muito. Apenas 20% consideram que não gostaram nem desgostaram. Nenhum aluno registou que não gostou ou detestou a realização do trilho com papel e lápis.

Gráfico 7

Respostas à questão "Gostaste de resolver o trilho matemático tradicional, em papel e lápis?"



Entre os aspetos mais valorizados, destacam-se o facto de considerarem este formato mais simples e acessível – *"Porque eu acho que assim é mais fácil"* –, bem como a ausência de dificuldades técnicas associadas ao digital, mencionando que *"no digital havia alguns problemas na aplicação e o digital criava intrigas"*. Outros alunos referiram que preferiram o trabalho em papel por lhes permitir maior liberdade de movimento, como se lê em *"pois podemos correr com as folhas (com o tablet não)"*. Houve também quem destacasse o carácter lúdico e interativo do trilho, associando-o a uma forma de aprendizagem mais agradável: *"Era divertido"*, *"forma mais interativa e divertida de aprender"*, *"Foi muito divertido e nós aprendemos melhor a matéria"*. Alguns alunos

referiram ainda que o trabalho em grupo e a cooperação entre pares contribuíram para o sucesso da experiência, evidenciado em *"Cada um tinha a sua função e todos ajudaram uns aos outros"* ou *"Gostei porque andamos sempre lá fora e trabalhamos em grupo"*. Para outros, a motivação adveio do carácter diferente e dinâmico da atividade, contrastando com as tarefas habituais em sala de aula: *"Porque é diferente do que costumo fazer"*, *"Porque acho que assim aprendo melhor"*. Um reduzido número de alunos, embora reconhecendo aspetos positivos, manifestou alguma indiferença ou dificuldade, como *"não foi chato mas também não foi tão bom, foi normal, nós aprendemos de qualquer forma"*, *"é um pouco complicado para mim"* ou *"às vezes eu sei explicar mas não sei explicar no papel (dificuldades de comunicação)"*.

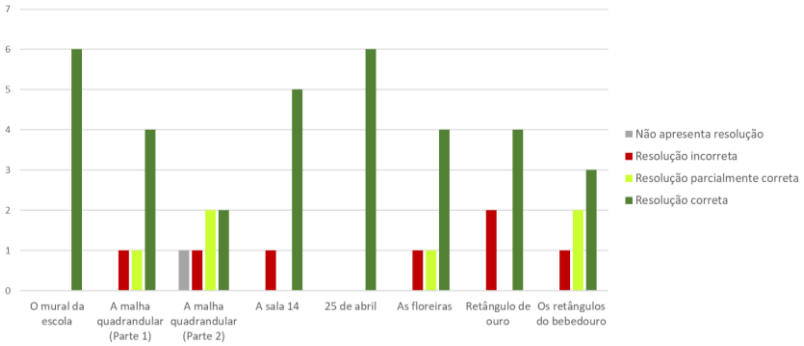
De forma geral, os registos revelam que os alunos valorizaram a componente prática, colaborativa e dinâmica do trilho com papel e lápis, reconhecendo-o como uma experiência de aprendizagem significativa e diferenciada em relação ao contexto habitual da aula de Matemática.

1.2.2. *Desempenho da turma no trilho digital*

No que concerne ao trilho matemático digital, ao analisar mais detalhadamente o desempenho dos alunos em cada uma das tarefas (Gráfico 8), observam-se diferenças significativas no grau de sucesso alcançado. As duas tarefas com melhor desempenho foram "O mural da escola" e "25 de abril", com todos os alunos a apresentarem uma resolução correta. Nas tarefas "A sala 14" e "Retângulo de ouro" surgiram respostas corretas e incorretas. "A malha quadrangular (Parte 1)", "As floreiras" e "Os retângulos do bebedouro" tiveram resoluções corretas, parcialmente corretas e incorretas. Por fim, na tarefa "A malha quadrangular (Parte 2)", os grupos apresentaram resoluções corretas, parcialmente corretas e incorretas, mas um deles não apresentou resolução.

Gráfico 8

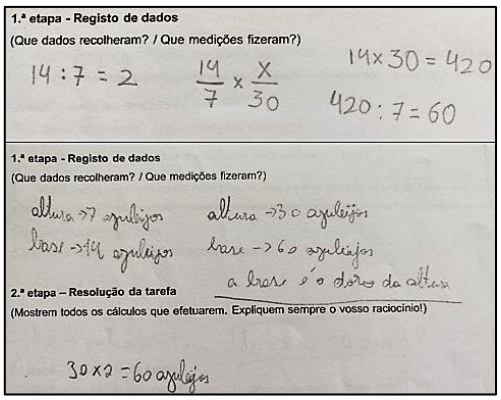
Categorização das resoluções de cada tarefa do trilho digital



Na tarefa "O mural da escola", os seis grupos apresentaram uma resolução correta. Relativamente às estratégias utilizadas, destacaram-se o método da proporção e a identificação de uma relação de proporcionalidade direta entre as grandezas em estudo. Apenas um grupo recorreu explicitamente ao método da proporção; os restantes reconheceram de forma imediata a relação entre base e altura, determinando assim o dobro do valor 30. É pertinente referir que o grupo que aplicou o método da proporção optou por substituir o sinal de igual entre as duas razões por um símbolo "x", porventura com o objetivo de evitar erros na aplicação da propriedade fundamental das proporções. A Figura 51 mostra alguns exemplos das resoluções produzidas nesta tarefa.

Figura 51

Exemplos de resoluções da tarefa "O mural da escola" considerados "corretos"

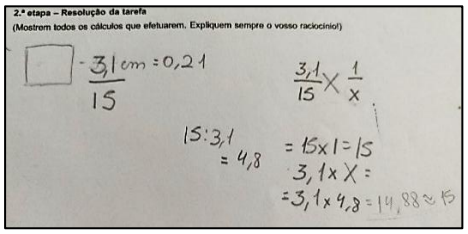


Na tarefa "A malha quadrangular (Parte 1)", um grupo apresentou uma resolução incorreta, outro grupo apresentou uma resolução parcialmente correta e os restantes grupos tiveram uma resolução correta. O grupo com a resolução incorreta, apesar de ter realizado a medição corretamente, não a arredondou às unidades, tal como solicitado, e

não apresentou uma resposta no final. Embora demonstrasse compreender o enunciado e conhecer a propriedade fundamental das proporções — explicitando que o produto dos extremos é igual ao produto dos meios — evidenciam dificuldades na compreensão do conceito de razão, trocando a posição dos consequentes nas razões construídas (Figura 52). Além disso, apresenta cálculos sem fundamento, associados a essa mesma dificuldade conceptual. O grupo com a resolução parcialmente correta chegou ao resultado correto (45 cm para o lado do quadrado na realidade), o que mostra que compreendeu a relação de proporcionalidade entre desenho e realidade. No entanto, a resolução apresenta falhas metodológicas e de comunicação que impedem considerá-la totalmente correta: uso incorreto de unidades (confusão entre cm e cm^2), notação inadequada da razão (travessão que parece subtração), omissão de cálculos intermédios e incapacidade de explicar a origem de valores registados. Dos quatro grupos que obtiveram uma resolução correta, um recorreu ao método da proporção, enquanto os restantes multiplicaram diretamente 3 por 15, uma vez que a razão era 1:15.

Figura 52

Exemplo de resolução da tarefa "A malha quadrangular (Parte 1)" considerada "incorreta"



Na tarefa "A malha quadrangular (Parte 2)", registaram-se duas resoluções corretas, duas parcialmente corretas, uma incorreta e um grupo que não apresentou resposta. O grupo que não apresentou resposta foi o mesmo que obteve uma resolução incorreta na Parte 1. As resoluções parcialmente corretas resultam essencialmente de uma aplicação inadequada das unidades de medida (Figura 53). Relativamente ao grupo que apresentou a resolução incorreta, observa-se que não compreendeu plenamente o enunciado, uma vez que não utilizou o valor obtido na alínea anterior (45 cm). Este grupo registou que a malha possuía 64 quadrados, multiplicou esse valor por 9 e, posteriormente, por 15, revelando que recorreu a dados da Parte 1 associados ao tamanho na realidade. Além disso, o

resultado apresentado não contempla corretamente as unidades de medida. A Figura 54 ilustra este caso de resolução incorreta.

Figura 53

Exemplo de resolução da tarefa "A malha quadrangular (Parte 2)" considerada "parcialmente correta"

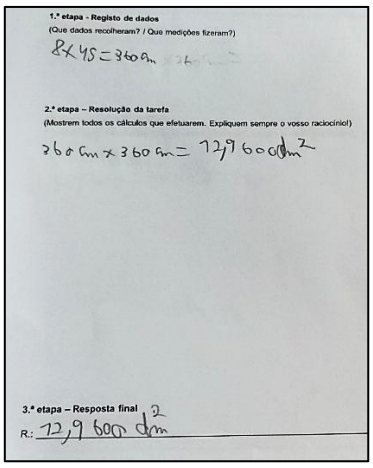
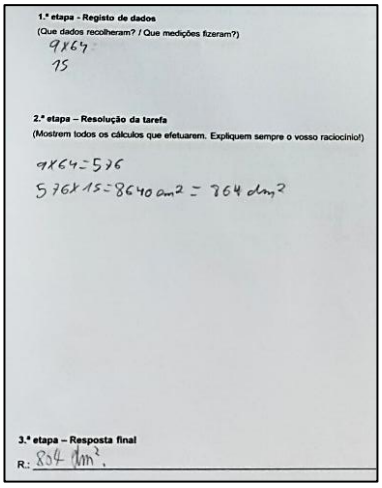


Figura 54

Exemplo de resolução da tarefa "A malha quadrangular (Parte 2)" considerada "incorreta"

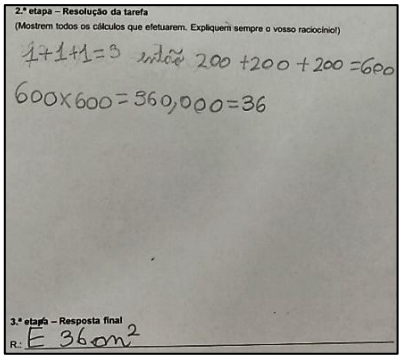


Na tarefa "A sala 14", cinco grupos apresentaram uma resolução correta e um obteve uma resolução incorreta. Como a razão era 1:200, quatro grupos multiplicaram a medida do desenho por 200, não evidenciando explicitamente o método da proporção ou a regra de três simples, reconhecendo de forma imediata a proporcionalidade direta envolvida. O quinto grupo, ao demonstrar dificuldade na aplicação do método da proporção, recorreu a uma estratégia alternativa: partindo do facto de que 1+1+1 = 3 cm, concluiu que

200+200+200 = 600 cm (Figura 55). Esta abordagem, embora não formalmente fundamentada, revela uma tentativa de manter a relação de proporcionalidade através de raciocínio aditivo, distinguindo-se das restantes estratégias utilizadas. Posteriormente, estes cinco grupos aplicaram corretamente a fórmula da área de um retângulo e atribuíram adequadamente as unidades de medida.

Figura 55

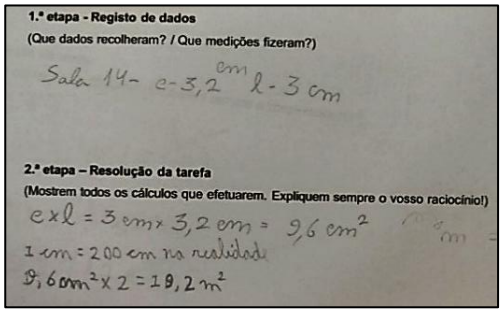
Exemplo de resolução da tarefa "A sala 14" considerada "correta"



No entanto, o grupo com a resolução incorreta (Figura 56), ainda que tenha efetuado corretamente as medições e determinado a área da sala no desenho (em centímetros quadrados), inverteu o procedimento esperado. Em vez de determinar primeiro a dimensão real e depois calcular a área correspondente, converteu diretamente 200 cm para 2 m e multiplicou a área obtida (ainda em centímetros quadrados) por 2 m, obtendo 19,2 m². Esta operação evidencia uma compreensão parcial do enunciado, mas revela desconhecimento quanto à impossibilidade de multiplicar grandezas de ordens distintas sem conversão prévia coerente.

Figura 56

Exemplo de resolução da tarefa "A sala 14" considerada "incorreta"



Na tarefa “25 de Abril”, todos os grupos apresentaram uma resolução correta. Os seis grupos demonstraram compreender o conceito de razão e expressaram o resultado na forma de percentagem, conforme solicitado. No entanto, observa-se que quatro grupos utilizaram o sinal de igualdade em vez do símbolo de arredondamento no cálculo da razão, o que revela alguma fragilidade na representação simbólica adequada. Apesar deste aspeto, esta imprecisão não comprometeu o resultado obtido, indicando que a compreensão conceptual estava consolidada, ainda que existam aspetos formais a melhorar.

Na tarefa “As floreiras”, quatro grupos apresentaram uma resolução correta, um grupo apresentou uma resolução parcialmente correta e outro apresentou uma resolução incorreta. Importa salientar que todos os grupos efetuaram corretamente as medições necessárias. O grupo com a resolução parcialmente correta evidenciou apenas erros de cálculo no volume da floreira verde, provavelmente relacionados com a introdução incorreta de valores na calculadora. De qualquer modo, o grupo revelou domínio do procedimento e da estrutura da tarefa, conforme ilustrado na Figura 57. Relativamente ao grupo com a resolução incorreta, este demonstrou compreender que, para determinar a razão entre o volume da floreira verde e o da floreira branca, seria necessário calcular previamente os respetivos volumes. Contudo, os resultados obtidos não apresentam unidades de medida; sendo as dimensões fornecidas em centímetros, os volumes deveriam ter sido expressos em centímetros cúbicos. Observa-se ainda a apresentação de resultados com duas casas decimais, o que é desadequado neste contexto. Após a determinação dos volumes, o grupo não chegou a calcular a razão, deixando a tarefa incompleta (Figura 58). Esta situação evidencia que não compreenderam o conceito de razão.

Figura 57

Exemplo de resolução da tarefa "As floreiras" considerada "parcialmente correta"

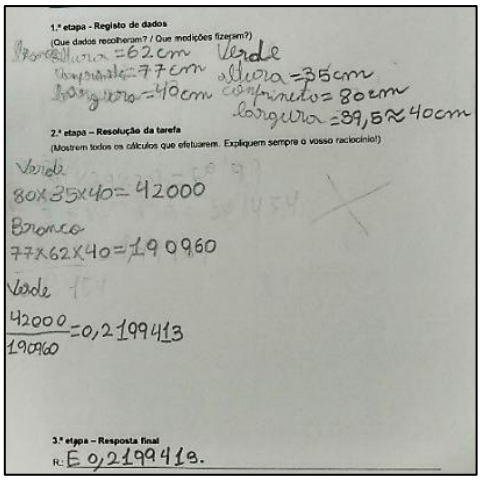
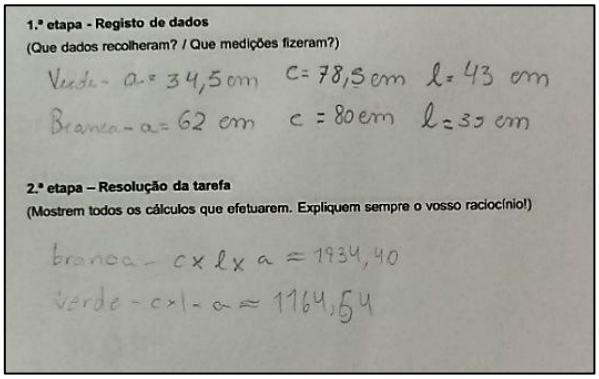


Figura 58

Exemplo de resolução da tarefa "As floreiras" considerada "incorreta"

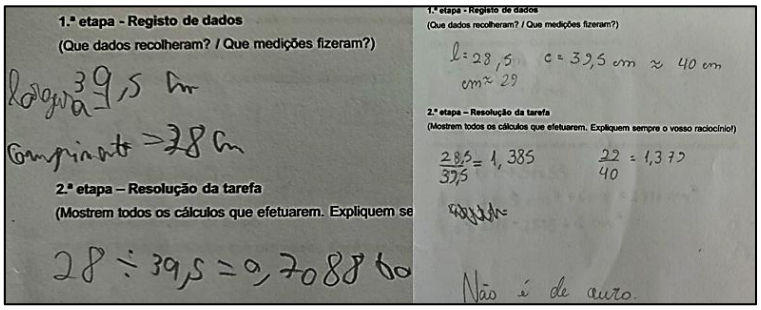


A tarefa "Retângulo de ouro" contou com dois grupos que apresentaram uma resolução incorreta, enquanto os restantes grupos chegaram à resposta correta. Apesar de, em ambos os casos incorretos, a conclusão estar certa (o retângulo analisado não corresponde a um retângulo de ouro), o processo de resolução evidencia erros, nomeadamente a troca do antecedente pelo consequente. A Figura 59 ilustra estas duas situações. Numa análise mais detalhada, verifica-se que, no primeiro caso, o grupo confunde os conceitos de largura e comprimento, apresentando o maior valor como a medida da largura. No segundo caso, o grupo inverte o antecedente (comprimento) com o consequente (largura), calculando a razão 28,5 : 39,5 e obtendo o valor 1,385. Este resultado corresponderia à razão 39,5 : 28,5, mas não era essa a razão indicada. Assim, é possível inferir que ocorreu uma falha de comunicação entre o aluno responsável pela

escrita e o aluno que utilizou a calculadora, sendo que este último parecia seguir o raciocínio correto.

Figura 59

Exemplos de resoluções da tarefa "Retângulo de ouro" consideradas "incorretas"



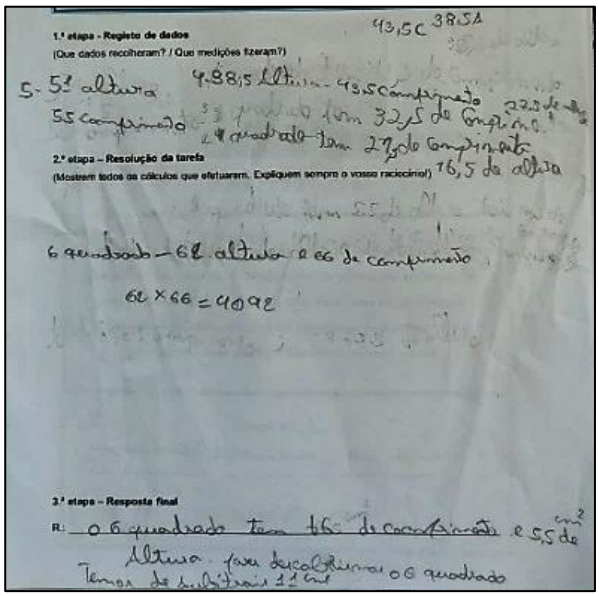
Por fim, na última tarefa do trilho, "Os retângulos do bebedouro", três grupos apresentaram uma resolução correta, dois grupos obtiveram uma resolução parcialmente correta e um grupo apresentou uma resolução incorreta. Os grupos com resolução correta identificaram que tanto a altura como o comprimento aumentavam consistentemente 11 cm de termo para termo, determinando de forma adequada as dimensões e a área do sexto retângulo.

No que diz respeito aos dois grupos com resolução parcialmente correta, num dos casos não explicitaram o procedimento utilizado para determinar as dimensões do sexto retângulo, comprometendo a clareza e a transparência do raciocínio. No outro caso, observa-se uma justificação matematicamente incorreta, através da expressão "subtrair 11 cm^2" em vez de "adicionar 11 cm". Este grupo revela ainda dificuldades relativas ao uso adequado das unidades de medida, atribuindo valores em centímetros quadrados às dimensões do retângulo, quando o correto seria a utilização de centímetros. Acrescenta-se o facto de não terem sido registadas as dimensões do primeiro retângulo e de os restantes registos se apresentarem desorganizados.

Além disso, a altura do quinto retângulo foi anotada como 51 cm, em vez de 50 cm, o que conduziu ao cálculo incorreto das dimensões do sexto retângulo (62 cm por 66 cm em vez de 61 cm por 66 cm). Como o processo global de resolução está correto, esta resolução foi considerada parcialmente correta (Figura 60).

Figura 60

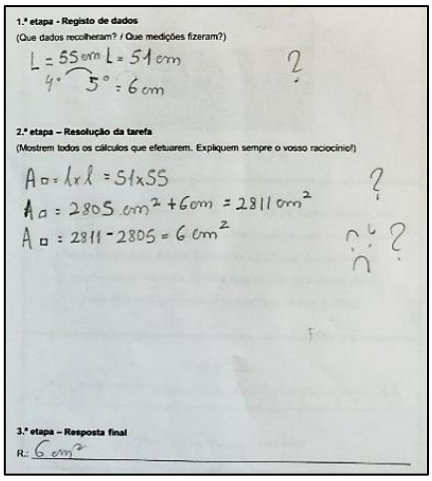
Exemplo de resolução da tarefa "Os retângulos do bebedouro" considerada "parcialmente correta"



O grupo cuja resolução foi considerada incorreta não seguiu as sugestões constantes no MathCityMap e assinalou diversos pontos de interrogação ao longo da folha de resolução, evidenciando falta de estratégia, insegurança conceptual e dificuldades na planificação do processo de resolução. Os alunos não realizaram medições das dimensões dos retângulos, impossibilitando a identificação do padrão de crescimento. Embora tenham calculado a área do quinto retângulo, não utilizaram esse resultado para prosseguir a análise. Além disso, registaram que do quarto para o quinto retângulo ocorreu um aumento de 6 cm, sem especificar a que dimensão se referiam, e concluíram que a área do sexto retângulo seria 6 cm². A Figura 61 ilustra este registo.

Figura 61

Exemplo de resolução da tarefa "Os retângulos do bebedouro" considerada "incorreta"



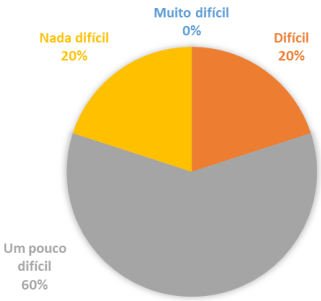
De um modo geral, a análise das tarefas permitiu constatar que a maioria dos grupos apresentou resoluções corretas, revelando compreensão satisfatória dos conceitos de proporcionalidade direta, razão, escala, área, volume e identificação de padrões de crescimento. Nos casos de resoluções parcialmente corretas, observaram-se sobretudo dificuldades relacionadas com o rigor, nomeadamente na utilização adequada de unidades de medida, na organização e clareza dos registos, na explicitação do raciocínio e na execução de cálculos. Já os casos incorretos evidenciaram fragilidades na interpretação dos enunciados, ausência de uma estratégia de resolução bem definida, inversão de números nas razões, confusão entre grandezas lineares e de superfície e aplicação indevida de procedimentos / fórmulas. Em termos globais, verificou-se que os alunos foram capazes de mobilizar diferentes estratégias de resolução, desde abordagens proporcionais formais até raciocínios intuitivos, demonstrando flexibilidade na interpretação das situações. No entanto, persistem dificuldades associadas à comunicação matemática, ao uso criterioso de simbologia e ao tratamento rigoroso das unidades, reforçando a importância do trabalho contínuo destas competências em contexto de resolução de problemas.

De acordo com as respostas dos alunos ao questionário, e como se pode observar no Gráfico 9, 20% (4) dos alunos assumiram que o trilho digital não foi difícil; 60% (12) dos alunos responderam que foi um pouco difícil; e 20% (4) dos alunos disse ter sido difícil. Nenhum aluno considerou o trilho "muito difícil". Logo, pode-se concluir que houve uma

ligeira diminuição na dificuldade percecionada pelos alunos em relação ao trilho com papel e lápis.

Gráfico 9

Perceções dos alunos sobre o nível de dificuldade do trilho digital



Relativamente às perceções sobre a dificuldade deste trilho, foram criadas algumas dimensões de análise: *Dificuldades na compreensão da tarefa*; *Complexidade das tarefas propostas*; *Dificuldades associadas à falta de domínio dos conteúdos*; *Familiaridade e confiança nas aprendizagens*. De modo a facilitar a leitura, decidiu-se apresentar as dimensões de análise e as respetivas citações no Quadro 8.

Quadro 8

Dimensões de análise acerca das perceções dos alunos sobre o nível de dificuldade do trilho digital

Dimensões	Citações
Dificuldades na compreensão da tarefa	"Às vezes não entendia muito bem."; "Não percebi algumas perguntas."; "Ficámos confusos com algumas perguntas."; "As perguntas não eram tão claras."; "Tinha umas questões que não se percebia o que queria dizer."
Complexidade das tarefas propostas	"Alguns problemas eram difíceis de resolver."; "Tinha tarefas mais difíceis que o outro trilho."; "Tem umas [tarefas] mais complexas com duas partes, por exemplo."
Dificuldades associadas à falta de domínio dos conteúdos	"Achei difícil de resolver porque já não me lembrava de alguns exercícios (da matéria)."; "Porque não consegui resolver bem."
Familiaridade e confiança nas aprendizagens	"sabia a matéria"; "A maioria das perguntas estava na outra."

Relativamente à dimensão *Dificuldades na compreensão da tarefa*, os alunos expressam que algumas perguntas não eram claras ou eram ambíguas, gerando confusão na interpretação. Deste modo, na opinião dos alunos, a dificuldade não estava no conteúdo em si, mas na forma como as tarefas estavam formuladas.

No ponto *Complexidade das tarefas propostas*, os alunos percecionam algumas tarefas como mais exigentes, com várias etapas ou de resolução mais trabalhosa, comparando-as inclusive com as do trilho com papel e lápis.

No que concerne à dimensão *Dificuldades associadas à falta de domínio dos conteúdos*, a dificuldade é justificada pelo esquecimento ou falta de consolidação dos conhecimentos necessários para a resolução das tarefas.

Por fim, na dimensão *Familiaridade e confiança nas aprendizagens*, alguns alunos não sentiram dificuldades, justificando com o facto de já dominarem a matéria ou reconhecerem semelhanças entre tarefas de trilhos anteriores.

Uma outra questão que integrava o questionário e que permitiu perceber a reação dos alunos à realização do trilho foi "Gostaste de resolver o trilho matemático digital, com o MathCityMap?". Através da análise das respostas (Gráfico 10), percebe-se que mais de metade da turma gostou ou gostou muito de resolver este trilho – 60% (12) dos alunos gostou e 20% (4) gostou muito. Contudo, 10% (2) dos alunos não gostou nem desgostou e outros 10% (2) dos alunos referiu não ter gostado. Dentro das justificações apresentadas, a motivação e o caráter inovador foram aspetos amplamente referidos, destacando-se comentários como "era mais digital e mais divertido", "aprendemos melhor a matéria" e "era tipo um jogo". Estes testemunhos evidenciam que o recurso tecnológico promoveu uma aprendizagem mais ativa, envolvente e significativa. A interatividade e o *feedback* imediato da aplicação foram igualmente valorizados ("podemos saber se a nossa resposta estava certa ou errada na hora"; "apresentava formas de como podemos resolver"), favorecendo a autonomia e autorregulação da aprendizagem. Por sua vez, os alunos também reconheceram a facilidade de orientação proporcionada pela aplicação ("ajudou-nos a situar melhor os sítios que já tínhamos feito"), o que reforça o papel do *MathCityMap* na organização das tarefas e na orientação espacial. Estes resultados vão ao encontro de estudos que evidenciam o potencial das tecnologias digitais e da aprendizagem baseada em trilhos matemáticos.

Um aluno referiu que gostaria que as tarefas fossem de caráter mais aberto, visto que: "podemos pensar e criar algo que quiséssemos, usando a matéria" – referência à modelação matemática. Ou seja, indiretamente, o aluno evidenciou uma fragilidade da

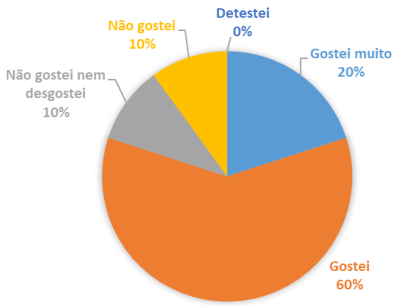
aplicação do trilho com recurso ao MCM. A aplicação é indicada para respostas de valor exato, escolha múltipla ou um determinado intervalo de valores. Portanto, tarefas de modelação matemática são difíceis de serem implementadas com o MCM.

Contudo, alguns alunos também apontaram dificuldades técnicas ("assumiu a resposta errada quando estava certa"), problemas de cooperação em grupo ("o nosso grupo não se entendia") e questões logísticas ("é mais difícil andar com o tablet"). Paralelamente ao questionário, durante a observação, verificou-se que alguns alunos ficaram preocupados com o facto da aplicação descontar pontos cada vez que inseriam uma resposta incorreta no dispositivo móvel.

Em síntese, o trilho digital foi percecionado como uma experiência motivadora e interativa, embora condicionada por desafios técnicos e colaborativos que exigem acompanhamento do professor e planeamento prévio.

Gráfico 10

Respostas à questão "Gostaste de resolver o trilho matemático digital, com o MathCityMap?"



No que concerne à utilização da aplicação MCM a maioria dos alunos referiu não ter sentido dificuldades, demonstrando facilidade em lidar com a tecnologia e em compreender o funcionamento da aplicação. Ainda assim, cerca de 20% (4 alunos) mencionou não se sentir particularmente motivado com a utilização de dispositivos móveis em contexto educativo, o que pode refletir diferentes níveis de afinidade ou interesse por recursos digitais.

Relativamente às "Sugestões" disponibilizadas pelo MCM, 30% (6 alunos) afirmou não ter sentido necessidade de as utilizar, por considerarem as tarefas acessíveis ou de fácil compreensão. Por outro lado, os alunos que recorreram a estas sugestões consideraram-

nas úteis e facilitadoras da resolução das tarefas, evidenciando o potencial do *feedback* automático da aplicação para promover a autonomia e a autorregulação da aprendizagem. Um aluno sugeriu colocar mais sugestões, porque "assim fazemos mais rápido".

De uma forma geral, a utilização do MCM revelou-se adequada às características da turma, verificando-se uma boa adaptação dos alunos ao recurso digital e às dinâmicas de trabalho propostas. A familiaridade da maioria dos alunos com dispositivos móveis contribuiu para uma utilização relativamente autónoma da aplicação, permitindo que o foco permanecesse na resolução das tarefas matemáticas e não no funcionamento tecnológico. Observou-se igualmente que o recurso ao MCM potenciou uma maior participação e envolvimento dos alunos, particularmente daqueles que, em contexto de sala de aula tradicional, demonstravam menor predisposição para participar nas tarefas.

Durante a realização do trilho, os alunos evidenciaram competências de colaboração, comunicação e tomada de decisão em grupo, ainda que, em alguns momentos, tenham surgido dificuldades relacionadas com a gestão das opiniões e divisão de tarefas. A necessidade de discutir estratégias, validar respostas e interpretar as informações fornecidas pela aplicação favoreceu o desenvolvimento do raciocínio matemático e da argumentação. Paralelamente, o feedback imediato disponibilizado pelo MCM permitiu aos alunos identificar erros e reformular estratégias de resolução, promovendo processos de autorregulação da aprendizagem.

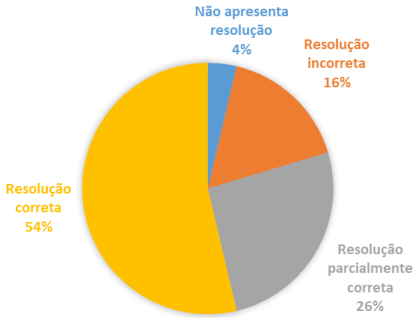
Apesar das potencialidades identificadas, a experiência evidenciou também algumas limitações associadas ao uso da aplicação em contexto educativo, nomeadamente questões técnicas relacionadas com a validação de respostas e algumas dificuldades logísticas decorrentes da utilização dos dispositivos móveis no espaço exterior. Ainda assim, estes constrangimentos não comprometeram o envolvimento da turma, tendo os alunos demonstrado interesse, curiosidade e motivação. Assim, considera-se que a utilização do MCM constituiu uma estratégia pedagogicamente relevante, capaz de articular a aprendizagem matemática com contextos reais e de promover experiências mais dinâmicas, interativas e significativas para os alunos.

1.2.3. *Comparação do desempenho da turma nos dois trilhos matemáticos*

Ao analisar globalmente o desempenho da turma em cada trilho, verifica-se que, no trilho com papel e lápis (Gráfico 11), 54% das tarefas foram resolvidas corretamente, 26% apresentaram uma resolução parcialmente correta, 16% foram resolvidas de forma incorreta e 4% não chegaram a ser resolvidas.

Gráfico 11

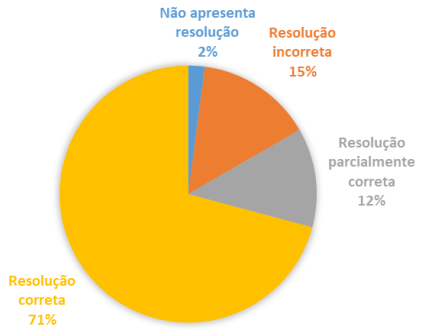
Desempenho global na resolução das tarefas do trilho tradicional



No que se refere ao trilho digital (Gráfico 12), os resultados revelam uma melhoria no desempenho global: 71% das tarefas foram resolvidas corretamente, 12% de forma parcialmente correta, 15% estavam incorretas e apenas 2% ficaram por resolver.

Gráfico 12

Desempenho global na resolução das tarefas do trilho digital



Assim, conclui-se que, embora a turma tenha evidenciado um desempenho globalmente positivo em ambos os trilhos, o trilho digital apresentou uma maior taxa de sucesso na resolução das tarefas propostas. Verificou-se, contudo, que as tarefas mais simples, associadas ao conceito de razão, registaram um maior grau de sucesso. Em contrapartida, as tarefas que exigiam a explicação e interpretação do significado da razão (e.g., "As vogais" ou "As mesas do bar – Parte 2") revelaram níveis de desempenho inferiores às que apenas requeriam o cálculo da razão (e.g., "25 de abril"). Este aspeto evidencia que

os alunos demonstram maior facilidade na aplicação procedimental dos conteúdos matemáticos do que na sua compreensão conceptual e capacidade de interpretação.

A melhoria observada no desempenho da turma no trilho digital pode estar relacionada com as potencialidades pedagógicas proporcionadas pela aplicação MCM. O *feedback* imediato disponibilizado pela aplicação, bem como as sugestões associadas às tarefas, contribuíram para processos de autorregulação da aprendizagem, permitindo aos alunos identificar erros, reformular estratégias e validar as suas respostas ao longo do trilho. Paralelamente, a componente interativa e tecnológica do trilho favoreceu níveis mais elevados de motivação, concentração e envolvimento geral dos alunos, refletindo-se num maior sucesso na resolução das tarefas.

De acordo com as respostas dos alunos, a realização dos trilhos contribuiu para uma melhor compreensão dos conteúdos relacionados com regularidades em sequências e proporcionalidade direta. Entre as justificações apresentadas, destacam-se afirmações como: "O ano passado eu tirava notas baixas, mas este período, com os trilhos, compreendi melhor o conteúdo"; "Fez-me gostar mais e estive muito concentrado nas aulas"; e "Os trilhos fazem parte das aulas práticas, e as aulas práticas são mais fáceis". Estas perceções sugerem que metodologias ativas e contextualizadas favorecem a compreensão dos conteúdos matemáticos.

Tanto no trilho tradicional como no digital, a maioria dos alunos afirmou ter compreendido os enunciados, selecionado as informações relevantes e decidido com facilidade as estratégias ou representações matemáticas a utilizar na resolução das tarefas. Ainda assim, identificaram-se algumas dificuldades no trabalho colaborativo, particularmente na gestão das opiniões e na utilização partilhada do dispositivo móvel. Estes aspetos evidenciam que a implementação de metodologias ativas exige também o desenvolvimento de competências sociais, como a cooperação, a comunicação e a gestão de conflitos entre pares. Assim, torna-se importante que o professor assuma um papel mediador, definindo estratégias de organização e distribuição de tarefas que favoreçam uma participação mais equilibrada entre os elementos do grupo.

De forma transversal, a maior parte dos alunos reconheceu que, através dos trilhos matemáticos, conseguiu perceber a utilidade da Matemática no quotidiano. Este dado

reforça o potencial dos trilhos enquanto estratégia pedagógica promotora da articulação entre os conteúdos matemáticos e contextos reais, contribuindo para uma aprendizagem mais contextualizada e próxima das experiências dos alunos.

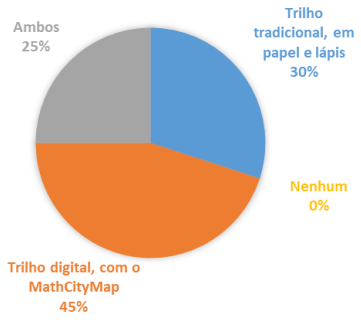
Relativamente à questão *"Se tivesses de eleger um dos trilhos matemáticos que fizeste, qual escolherias?"* (Gráfico 13), 45% (9 alunos) manifestou preferência pelo trilho digital, 30% (6 alunos) pelo trilho com papel e lápis e 25% (5 alunos) afirmou gostar de ambos. Assim, embora o trilho digital se destaque em termos de preferência, importa notar que foi também aquele que suscitou mais opiniões divergentes, uma vez que alguns alunos tinham referido anteriormente não ter apreciado a sua realização (Gráfico 13).

Os nove alunos que apontaram preferir o trilho digital explicaram que era mais divertido e moderno, que o MCM facilitava a orientação espacial e a localização das diferentes tarefas ao longo do percurso e as sugestões ou "pistas" facilitavam o processo.

Já seis alunos que preferiram apenas o trilho tradicional apontaram que se devia ao facto de também considerarem ser divertido, das tarefas exigirem uma maior reflexão autónoma, devido à ausência de sugestões automáticas, de não precisarem de "levar uma coisa (tablet) pesada de um lado para o outro" e pelo facto do grupo ter se dado melhor, isto é, o dispositivo móvel era motivo de discussão porque todos os elementos queriam manipulá-lo. Os cinco alunos que referiram preferir ambos os trilhos justificaram a sua escolha com o facto de considerarem ambas as experiências divertidas, independentemente do formato utilizado.

Gráfico 13

Respostas dos alunos à questão "Se tivesses de eleger um dos trilhos matemáticos que fizeste, qual escolherias?"



Em síntese, a análise comparativa evidencia que o trilho digital potenciou melhores resultados e maior envolvimento dos alunos, promovendo uma aprendizagem mais

dinâmica, interativa e significativa. A utilização do MCM revelou-se particularmente relevante na promoção da motivação, da autonomia e da autorregulação da aprendizagem, contribuindo para um maior sucesso na resolução das tarefas matemáticas. Contudo, os resultados demonstram igualmente que a integração de tecnologias digitais em contexto educativo exige um acompanhamento pedagógico intencional, sobretudo ao nível da gestão do trabalho colaborativo e da mediação das interações entre os alunos. Ainda assim, os trilhos matemáticos, quer em formato tradicional quer digital, evidenciaram potencial para aproximar a Matemática de contextos reais e quotidianos, favorecendo aprendizagens mais contextualizadas e significativas para os alunos.

1.3. Atitudes da turma na realização dos trilhos matemáticos

Neste ponto apresentam-se os resultados referentes às atitudes manifestadas pelos alunos durante a realização dos trilhos matemáticos. Dentro desta categoria, são analisadas as subcategorias correspondentes aos domínios afetivo, cognitivo e comportamental tendo sido destacados, para cada um deles, indicadores referentes a atitudes positivas e negativas. A análise baseou-se nos dados recolhidos através dos questionários aplicados e da observação direta durante os trilhos.

1.3.1. *Dimensão afetiva*

No domínio afetivo, os indicadores positivos considerados foram: o *gosto declarado pela Matemática*, o *interesse e entusiasmo na realização das tarefas*, a s*atisfação e prazer ao resolver problemas* e a *autoconfiança nas capacidades de resolução*. Como indicadores negativos, identificaram-se: *desgosto e desinteresse pela tarefa*, *ansiedade, medo ou nervosismo*, bem como *frustração e rejeição perante tarefas matemáticas*.

Gosto declarado pela Matemática

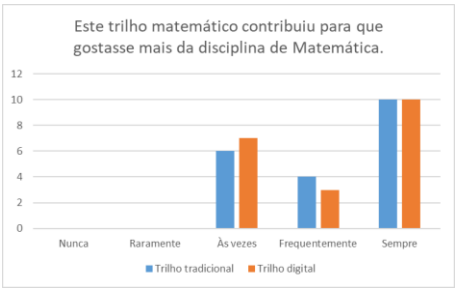
No questionário final (Anexo 3), relativamente à questão *"Como caraterizas o teu gosto pela Matemática?"*, 15% (3 alunos) afirmaram gostar muito da disciplina, 35% (7 alunos) referiram gostar, 30% (6 alunos) indicaram não gostar nem desgostar e 20% (4 alunos) afirmaram não gostar. Estes resultados, recolhidos após a realização dos trilhos, evidenciam que a maioria dos alunos (50%) revelou uma atitude positiva face à Matemática, declarando gostar ou gostar muito da disciplina. No final da intervenção,

metade da turma manteve ou desenvolveu um interesse genuíno pela Matemática, o que constitui um indicador relevante do impacto positivo das estratégias implementadas. Os alunos com uma atitude neutra (30%) representam um grupo potencialmente em transição. Já os que afirmaram não gostar da disciplina (20%) poderão tratar-se de alunos com dificuldades de compreensão, experiências prévias negativas ou menor autoconfiança nas suas capacidades matemáticas. No entanto, o facto deste grupo não ser predominante demonstra que as estratégias aplicadas contribuíram para minimizar atitudes negativas, favorecendo um ambiente globalmente positivo e de valorização da disciplina.

Por sua vez, as respostas à afirmação *"Este trilho matemático contribuiu para que gostasse mais da disciplina de Matemática"* são também dados que permitem investigar o gosto declarado pela Matemática (Gráfico 14), pois entre 65% (13) – trilho tradicional – e 70% (14) – trilho digital – dos alunos afirmaram que os trilhos contribuíram *sempre* ou *frequentemente* para aumentar o seu gosto pela disciplina. Apenas 30% (6) – trilho tradicional – a 35% (7) – trilho digital – referiram que só aconteceu *às vezes*. Observa-se ainda uma ligeira variação entre o trilho com papel e lápis e o digital nesta categoria, registando-se mais respostas "às vezes" no trilho digital (aumento de 5%).

Gráfico 14

Comparação das respostas à afirmação "Este trilho matemático contribuiu para que gostasse mais da disciplina de Matemática"



Em termos pedagógicos, estes resultados reforçam a ideia de que tarefas inovadoras, colaborativas e realizadas em contexto real — como os trilhos matemáticos — têm um impacto positivo no envolvimento e na perceção afetiva da disciplina.

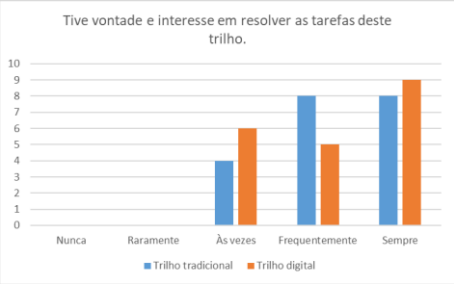
Interesse e entusiasmo pelas tarefas

De modo a verificar manifestações de interesse e entusiamo pelas tarefas, recorreu-se às respostas que os alunos escreveram perante a afirmação *"Tive vontade e interesse em*

resolver as tarefas deste trilho" (Gráfico 15). Observou-se que, no trilho com papel e lápis, 40% (8) dos alunos referiu ter sentido sempre interesse, 40% (8) respondeu frequentemente e 20% (4) indicou às vezes. Nenhum aluno assinalou as opções raramente e nunca. No que respeita ao trilho digital, 45% (9) dos alunos indicou ter sentido sempre interesse, 25% (5) respondeu frequentemente e 30% (6) indicou às vezes. Nenhum aluno assinalou as opções raramente e nunca.

Gráfico 15

Comparação das respostas dos alunos à afirmação "Tive vontade e interesse em resolver as tarefas deste trilho" nos trilhos tradicional e digital



A análise dos resultados evidencia que ambos os trilhos suscitaram níveis elevados de interesse e vontade de participar, uma vez que todos os alunos manifestaram, de algum modo, motivação positiva.

No trilho com papel e lápis, observa-se um equilíbrio entre os alunos que sentiram interesse *sempre* (40%) e *frequentemente* (40%), o que demonstra uma motivação constante e generalizada ao longo da atividade. Apenas 20% indicou às vezes, o que reflete momentos pontuais de menor envolvimento. Por sua vez, no trilho digital, destaca-se uma ligeira subida na percentagem de alunos que indicaram *sempre* (45%), acompanhada por uma redução dos que responderam *frequentemente* (25%) e um aumento dos que escolheram *às vezes* (30%). Esta variação revela que, embora o formato digital tenha despertado maior entusiasmo em alguns alunos, também introduziu desafios tecnológicos (a gralha na aplicação MCM) e comportamentais (discussões pela partilha do dispositivo móvel) que levaram outros a sentir interesse de forma menos constante.

O facto de nenhum aluno ter assinalado as opções *raramente* ou *nunca* demonstra que as tarefas de ambos os trilhos foram globalmente motivadoras. No entanto, o padrão

de respostas ligeiramente mais disperso no trilho digital pode indicar diferenças individuais na adaptação ao uso da tecnologia ou ao tipo de interação promovida pela aplicação MCM.

Em síntese, os dados sugerem que ambas as abordagens foram eficazes na promoção do interesse e da vontade de participar, sendo que o trilho digital revela um potencial acrescido para gerar entusiasmo, embora possa exigir maior acompanhamento e suporte inicial para garantir o envolvimento de todos os alunos.

Outro dado que permitiu averiguar o nível de interesse e entusiasmo pelas tarefas resulta da análise das respostas à questão *"Quais foram os sentimentos que tiveste durante a realização dos trilhos?"*. Verificou-se que 70% (14) dos alunos referiram ter sentido *diversão*, 55% (11) indicaram *interesse* e 40% (8) assinalaram *curiosidade*.

O interesse e envolvimento dos alunos foram também evidenciados através da observação direta. Por exemplo, o grupo 4 optou por permanecer na sala após o término da aula para esclarecer uma dúvida sobre a tarefa "A malha quadrangular (Parte 1)". O diálogo registado demonstra autonomia, persistência e pensamento crítico na aplicação da propriedade fundamental das proporções:

PE: Como escrevo a razão 1:15 na forma de fração?
CS: *[escreve na folha]*
PE: O antecedente corresponde ao desenho ou à realidade?
AP: Desenho.
PE: E o consequente?
CS: Realidade.
PE: Então, os 3 cm medidos devem ficar no antecedente ou no consequente?
LL: No antecedente?
AP: E em baixo tem de ser o X.
PE: E, agora, como determinam o X?
AP: 15 vezes 3?
PE: Porquê? O que diz a propriedade fundamental das proporções?
CS: Os extremos é igual aos meios…?
AP: O produto dos extremos é igual ao produto dos meios.
PE: Muito bem!

Este episódio evidencia não apenas o interesse e envolvimento dos alunos, mas também a transferência de conhecimentos matemáticos prévios para a resolução de uma situação nova. A iniciativa do grupo em procurar compreender o raciocínio matemático subjacente, mesmo fora do tempo letivo, reforça o impacto das atividades dos trilhos na autonomia, curiosidade e motivação intrínseca dos alunos.

Em suma, estes resultados corroboram a perspetiva de Mazana et al. (2019), segundo a qual as emoções positivas e a perceção de competência estão intimamente ligadas à motivação intrínseca e ao desenvolvimento de atitudes favoráveis face à Matemática.

Satisfação e prazer ao resolver problemas

A satisfação e prazer ao resolver problemas foi investigada através da análise das respostas às questões *"Gostaste de resolver o trilho matemático tradicional, em papel e lápis?"* e *"Gostaste de resolver o trilho matemático digital, com o MathCityMap?"* Constatou-se que 80% (16) dos alunos afirmaram ter gostado de realizar os trilhos. Entre as razões apontadas, destacam-se afirmações como:

"Porque é diferente do que costumo fazer";
"Estava ao ar livre a trabalhar";
"Foi muito divertido e nós aprendemos melhor a matéria";
"Porque acho que assim aprendo melhor";
"Gostei porque andamos sempre lá fora e trabalhamos em grupo";
"É diferente".

Tendo em conta que, à exceção de quatro alunos, toda a turma manifestou agrado pela realização dos trilhos, salienta-se a disparidade entre o número de alunos que afirmaram gostar de Matemática e os que gostaram de participar na resolução dos trilhos. De facto, após a realização dos trilhos, verificou-se um aumento da motivação e da perceção de competência, traduzido também nos resultados académicos — todos os alunos obtiveram avaliação positiva no questionário de avaliação realizado posteriormente. A seguinte citação comprova esta situação: "o ano passado eu tirava notas baixas, mas este período, com os trilhos, compreendi melhor o conteúdo".

Contudo, é relevante notar que, no trilho papel e lápis, quatro alunos responderam que *não gostaram nem desgostaram*, mas, no trilho digital, dois alunos indicaram *não ter gostado nem desgostado*, enquanto outros dois afirmaram *não ter gostado*. A análise das respostas dos quatro alunos que expressaram uma opinião diferente relativamente ao gosto pela realização dos trilhos matemáticos permite compreender as razões subjacentes às perceções menos positivas. No trilho com papel e lápis, as justificações evidenciam sobretudo fatores pessoais e de preferência individual, e não propriamente rejeição da atividade. As respostas — "prefiro o segundo [trilho com o MCM]" e "não foi chato mas

também não foi tão bom, foi normal, nós aprendemos de qualquer forma" — sugerem uma comparação entre as duas experiências, em que o trilho digital se revelou mais atrativo pela novidade e interatividade. Já as afirmações "é um pouco complicado para mim" e "às vezes eu sei explicar, mas não sei explicar no papel" apontam para dificuldades de comunicação escrita e de formalização do raciocínio matemático. No trilho digital, as justificações indicam fatores de ordem técnica e relacional. Os alunos que se mostraram neutros referiram constrangimentos operacionais da aplicação MCM, como a introdução de respostas com unidades de medida ("m^3", "cm^2") e a perceção errada de perda de pontos, o que demonstra dificuldades de adaptação ao formato digital e interpretações incorretas das regras da aplicação. Já a menção "o nosso grupo não se entendia" evidencia problemas de colaboração e comunicação que podem ter afetado o envolvimento individual. Por fim, os alunos que afirmaram não ter gostado do trilho digital justificaram com aspetos logísticos e tecnológicos, como "criou confusões e havia alguns problemas na aplicação" e "é mais difícil de andar com um tablet de um lado para o outro". Estas observações não traduzem desmotivação face à Matemática, mas sim limitações associadas ao contexto de implementação — o manuseamento do dispositivo móvel e eventuais falhas técnicas — que poderão ter interferido temporariamente na experiência de aprendizagem.

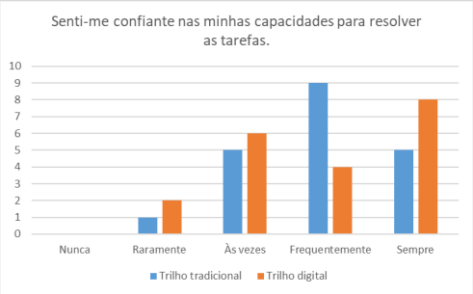
Em síntese, as respostas menos positivas não refletem rejeição das tarefas matemáticas, mas antes dificuldades instrumentais e de organização.

Autoconfiança

Ao analisar as respostas à afirmação *"Senti-me confiante nas minhas capacidades para resolver as tarefas"* (Gráfico 16), observa-se que, no trilho papel e lápis, 70% dos alunos (5 *sempre* e 9 *frequentemente*) revelaram níveis elevados de autoconfiança na resolução das tarefas. Já no trilho digital, esse valor reduziu para 60% dos alunos (8 *sempre* e 4 *frequentemente*).

Gráfico 16

Comparação da autoconfiança dos alunos na resolução das tarefas entre o trilho tradicional e o trilho digital



Esta diferença sugere que os alunos se sentiram ligeiramente mais confiantes no trilho tradicional do que no digital. Uma possível explicação está associada à familiaridade com as tarefas em papel, que oferece uma sensação de maior controlo e previsibilidade. Por outro lado, o trilho digital, embora mais interativo e dinâmico, pode ter provocado maior incerteza inicial devido ao uso da tecnologia.

Em suma, o facto de 60% dos alunos afirmarem sentir-se confiantes no trilho digital demonstra uma adaptação positiva e uma capacidade de superação perante um ambiente de aprendizagem inovador.

Durante a realização dos trilhos, surgiram alguns episódios de falta de autoconfiança, nomeadamente quando os grupos se dirigiam à professora estagiária à procura de confirmação das suas respostas. Ainda assim, como se comprova com as respostas ao questionário, a maioria dos grupos revelou segurança e confiança na resolução das tarefas. Por exemplo, durante a tarefa "Os cacifos", ocorreu a seguinte conversa com o grupo:

> PE: Como vocês descobrem os múltiplos de três?
> GT: Se somarmos os algarismos, tem de dar um múltiplo de três.
> PE: Como sabem isso?
> BP: Ah, é que o professor de Matemática nos ensinou.

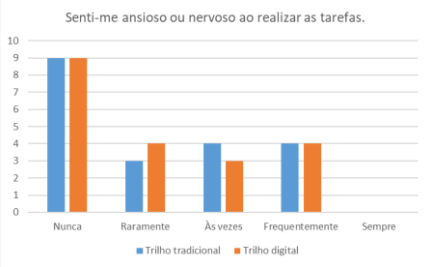
Assim, este episódio ilustra o modo como os alunos mobilizaram conhecimentos prévios para validar as suas respostas, revelando autonomia e confiança conceptual na aplicação de regras matemáticas aprendidas anteriormente.

Ansiedade, medo ou nervosismo

Relativamente à afirmação *"Senti-me ansioso ou nervoso ao realizar as tarefas"* (Gráfico 17), observa-se que, no trilho papel e lápis, 45% (9) dos alunos referiu nunca se ter sentido ansioso ou nervoso, 15% (3) respondeu raramente, 20% (4) indicou às vezes, e 20% (4) respondeu frequentemente. Nenhum aluno assinalou a opção sempre. No que respeita ao trilho digital, 45% (9) dos alunos indicou nunca se ter sentido ansioso ou nervoso, 20% (4) respondeu raramente, 15% (3) respondeu às vezes, e 20% (4) disse frequentemente. Tal como no trilho tradicional, nenhum aluno referiu ter sentido sempre ansiedade ou nervosismo.

Gráfico 17

Comparação dos níveis de ansiedade e nervosismo dos alunos na resolução das tarefas entre o trilho tradicional e o trilho digital



De forma geral, verifica-se que a maioria dos alunos (entre 60% e 65%) apresentou baixos níveis de ansiedade em ambos os trilhos, mantendo-se o mesmo padrão de respostas nos dois contextos. Este resultado sugere que a introdução do trilho digital não aumentou significativamente a ansiedade dos alunos, indicando uma adaptação positiva ao uso da tecnologia e à resolução de problemas em contexto não tradicional.

Ainda assim, a presença de respostas *às vezes* e *frequentemente* em ambos os trilhos demonstra que alguns alunos experienciaram momentos de insegurança ou tensão, possivelmente associados à complexidade das tarefas, à necessidade de trabalhar sob alguma pressão temporal ou ao desejo de obter sucesso no grupo.

Um exemplo elucidativo ocorreu com o grupo 4, durante a tarefa "Os retângulos do bebedouro". Uma aluna começou a chorar por ansiedade e frustração, afirmando que o grupo estava "a ficar para trás". Após ser tranquilizada, a professora investigadora interveio com questões orientadoras, como: "Qual é a variação que ocorre entre o comprimento do

primeiro e do segundo retângulo? E entre as alturas?" Estas intervenções ajudaram o grupo a identificar o padrão de crescimento e a concluir a tarefa com sucesso. No final, os alunos mostraram-se visivelmente satisfeitos quando a aplicação MCM aceitou a resposta correta, o que demonstra superação da ansiedade inicial, resolução autónoma de problemas e reforço da autoconfiança.

Nas respostas à questão *"Quais foram os sentimentos que tiveste durante a realização dos trilhos?"*, nenhum aluno assinalou *vergonha*, embora três alunos tenham referido sentir *ansiedade* e cinco *cansaço*. Estes resultados, ainda que pontuais, indicam que a ansiedade não constituiu um obstáculo relevante à participação nas tarefas, podendo até ter funcionado como um estímulo moderado que favoreceu o envolvimento e o empenho na superação dos desafios.

Em síntese, os dados revelam que, apesar de pequenas manifestações de ansiedade em ambos os contextos, predominou um clima emocional positivo e controlado.

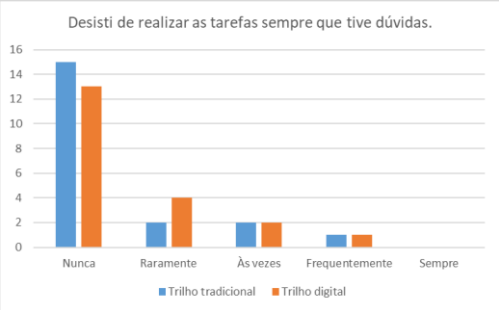
Frustração e rejeição perante tarefas matemáticas

A frustração e a rejeição perante tarefas matemáticas podem ser identificadas quando os alunos demonstram desmotivação, desistência ou resistência à realização das tarefas propostas. Um dos alunos referiu explicitamente sentir desmotivação, o que constitui um indicador relevante deste fenómeno.

Ao analisar as respostas à afirmação *"Desisti de realizar as tarefas sempre que tive dúvidas"* (Gráfico 18), verifica-se que, no trilho papel e lápis, 75% (15) dos alunos afirmou nunca ter desistido, 10% (2) respondeu raramente, 10% (2) indicou às vezes, e 5% (1) referiu frequentemente. Nenhum aluno assinalou a opção sempre. No trilho digital, 65% (13) dos alunos afirmou nunca ter desistido, 20% (4) respondeu raramente, 10% (2) indicou às vezes, e 5% (1) respondeu frequentemente, não havendo igualmente respostas na categoria sempre.

Gráfico 18

Comparação das respostas dos alunos à afirmação "Desisti de realizar as tarefas sempre que tive dúvidas" nos trilhos tradicional e digital



De um modo geral, constata-se que a maioria dos alunos demonstrou persistência e empenho na resolução das tarefas em ambos os trilhos. Embora se observe uma ligeira diminuição da perseverança no trilho digital (de 75% para 65% de respostas *nunca*), a maioria dos alunos não rejeitou as tarefas matemáticas.

Durante a implementação dos trilhos matemáticos, os grupos 5 e 6 evidenciaram atitudes de frustração e rejeição face à atividade. Como a investigadora acompanhava principalmente o grupo-caso para recolha de evidências, alguns alunos manifestaram a perceção de que a professora estagiária estaria a privilegiar esse grupo, fornecendo-lhe respostas. Esta perceção contribuiu para a diminuição do envolvimento e da motivação, refletindo-se em comportamentos de desatenção, conversas paralelas e na admissão de que nem chegaram a ler a tarefa proposta. A dinâmica mais exploratória e autónoma dos trilhos parece ter gerado, nestes alunos, um desconforto inicial ou resistência à mudança. Contudo, esta situação foi gradualmente ultrapassada à medida que a professora passou a acompanhar estes dois grupos de forma constante, fornecendo apoio, o que permitiu aumentar o envolvimento, a compreensão das tarefas e a confiança na sua resolução.

Em suma, este episódio evidencia um dos possíveis desafios para o professor, a impaciência dos alunos perante a autonomia exigida e desconforto com a ausência do professor no papel diretivo habitual.

1.3.2. *Dimensão cognitiva*

No que concerne à dimensão cognitiva, os indicadores de atitudes positivas utilizados foram: as *crenças de utilidade da Matemática*; a *Matemática vista como*

compreensível, desafiante, mas acessível; e o *valor reconhecido da Matemática para a vida*. Os indicadores de atitudes negativas foram: a *Matemática considerada inútil, irrelevante*; a *Matemática vista como excessivamente difícil, abstrata ou inacessível*; e a *baixa valorização social do saber matemático*.

Crenças de utilidade da Matemática e valor reconhecido da Matemática para a vida

A análise das respostas à questão *"Os conteúdos de Matemática são úteis no teu dia a dia fora da escola?"* permite concluir que 60% (12) dos alunos acredita que estes conhecimentos têm utilidade prática, enquanto 40% (8) considera que não. Esta distribuição revela que a maioria reconhece aplicações quotidianas da Matemática, embora uma parcela significativa continue a demonstrar resistência ou dificuldade em atribuir significado aos conteúdos matemáticos escolares. Entre os alunos que identificaram utilidade, surgiram justificações concretas que evidenciam o valor reconhecido da Matemática para a vida, tais como:

> "pagar as compras, a renda e o gasóleo" (gestão financeira pessoal);
> "ajudar a minha irmã nos trabalhos de casa" (transferência de conhecimento);
> "Para fazer um TPC que precise de medidas de comprimento exatos" (aplicação de grandezas e medidas);
> "vamos comprar algo para nossas mães e é necessário fazer cálculos" (tomada de decisão em contexto de consumo);
> "fazer um bolo" (conceitos de proporção e unidades de medida);
> "se eu quiser saber as horas eu preciso de saber, ou contar dinheiro, etc." (noção de tempo e numeracia);
> "Em artes, trabalhos, …" (interdisciplinaridade);
> "são úteis quando vais fazer compras, quando alguém pergunta alguma coisa, ou se fores adulto, para o trabalho" (projeção para a vida adulta);
> "saber contar o dinheiro e se não fosse a Matemática não havia ciência" (visão da Matemática como fundamento científico);
> "quando fores a algum sítio comprar alguma coisa já sabes o troco e o dinheiro que tens que levar" (resolução de problemas quotidianos).

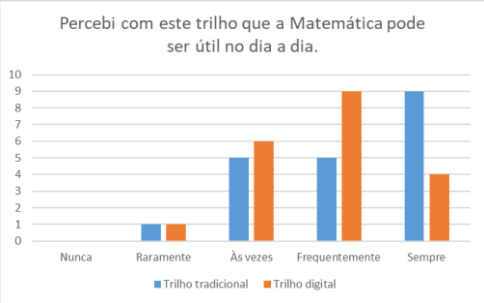
Estas respostas evidenciam que, para uma parte dos alunos, a utilidade da Matemática está fortemente associada à gestão financeira, ao consumo responsável, ao cálculo de medidas e à realização de tarefas práticas. Além disso, algumas justificações revelam perceções mais abstratas, relacionadas com a importância da Matemática para o desenvolvimento científico, demonstrando compreensão sobre o papel estruturante da disciplina na sociedade. No entanto, a existência de 40% de respostas negativas sugere que

um número considerável de alunos continua a não reconhecer a aplicabilidade dos conteúdos escolares para contextos reais. Este dado pode estar associado a dificuldades na ligação entre teoria e prática, à perceção de distanciamento curricular ou a experiências educativas pouco contextualizadas.

Relativamente à afirmação *"Percebi com este trilho que a Matemática pode ser útil no dia a dia"* (Gráfico 19), observaram-se diferenças entre os dois tipos de trilho implementados. No trilho com papel e lápis, verificou-se que 45% (9) dos alunos respondeu *sempre*; 25% (5) assinalou *frequentemente*; 25% (5) referiu *às vezes*; e 5% (1) indicou *raramente*. No trilho digital, 20% (4) dos alunos responderam *sempre*; 45% (9) disse *frequentemente*; 30% (6) indicou *às vezes*; e 5% (1) assinalou *raramente*.

Gráfico 19

Comparação das respostas à afirmação "Percebi com este trilho que a Matemática pode ser útil no dia a dia" nos trilhos tradicional e digital



Estes resultados mostram que a maioria dos alunos reconheceu utilidade da Matemática em ambos os trilhos, embora a intensidade dessa perceção varie. Observa-se, no trilho com papel e lápis, maior proporção de respostas no item *sempre*, enquanto no trilho digital tende a verificar-se uma concentração em *frequentemente*. Isto pode indicar que o trilho tradicional proporcionou uma perceção mais imediata e direta da aplicabilidade matemática, enquanto o formato digital terá fomentado um reconhecimento consistente, mas ligeiramente menos absoluto.

De forma geral, os dados indicam que existe um número significativo de alunos que reconhece utilidade prática da Matemática e há um valor reconhecido da Matemática para a vida, associando-a a situações concretas do quotidiano. Por sua vez, a interdisciplinaridade é valorizada por alguns alunos, revelando perceção da Matemática como ferramenta transversal. O facto de 40% não reconhecerem utilidade reforça a

importância de estratégias pedagógicas contextualizadas, como a aprendizagem baseada em problemas e o ensino exploratório.

A Matemática vista como compreensível, desafiante, mas acessível

Para avaliar se os alunos percecionam a Matemática como compreensível, cognitivamente desafiante, mas ainda assim acessível, recorreu-se às respostas à questão *"Achaste este trilho difícil de resolver?"* (Gráficos 6 e 9). No trilho tradicional, 20% (4) dos alunos consideraram que o percurso não foi difícil; 55% (11) classificaram-no como *um pouco difícil* e 25% (5) como *difícil*. Importa salientar que nenhum aluno o considerou *muito difícil*. No trilho digital, verifica-se uma distribuição semelhante: 20% (4) referiram não ter sentido dificuldade; 60% (12) classificaram-no como *um pouco difícil* e 20% (4) como *difícil*, também sem respostas na categoria *muito difícil*.

De uma forma global, observa-se que a maioria dos alunos percecionou ambos os trilhos como moderadamente desafiantes, mas exequíveis. Embora a diferença seja subtil, nota-se uma ligeira diminuição da perceção de dificuldade no trilho digital.

No que diz respeito à compreensão do que cada tarefa solicitava, a maioria dos alunos indicou ter conseguido compreender *sempre* ou *frequentemente* as instruções, tanto no trilho com papel e lápis como no digital. Apenas cinco alunos (trilho tradicional) e quatro alunos (trilho digital) referiram compreender *às vezes*, e nenhum aluno referiu *raramente* ou *nunca*. Este resultado indica que a formulação das tarefas foi, de forma geral, clara e acessível, alinhando-se com o objetivo de promover autonomia.

Mais de metade da turma declarou ter conseguido identificar *sempre* ou *frequentemente* as informações importantes necessárias à resolução das tarefas em ambos os trilhos. No trilho com papel e lápis, quatro alunos responderam *às vezes*; no trilho digital, este valor desce para dois alunos. Novamente, não se registaram respostas nas categorias *raramente* ou *nunca*. Ocorre, assim, uma ligeira melhoria no trilho digital.

Relativamente à afirmação *"Consegui decidir facilmente que estratégias ou representações matemáticas usar na resolução de cada tarefa"*, 70% (14) dos alunos respondeu *sempre* ou *frequentemente* em ambos os trilhos, enquanto 30% (6) respondeu *às vezes*. Este resultado reforça que a maioria dos alunos demonstrou capacidade de

mobilização de estratégias previamente aprendidas, indicando uma perceção de acessibilidade cognitiva.

As respostas à afirmação *"Consegui identificar uma relação entre as tarefas e os conteúdos matemáticos que já aprendi nas aulas"* revelam que a perceção de ligação curricular foi ligeiramente superior no trilho com papel e lápis: 90% (18) dos alunos respondeu *sempre* ou *frequentemente* no trilho tradicional; 80% (16) respondeu *sempre* ou *frequentemente* no trilho digital. Os restantes alunos responderam *às vezes* em ambos os casos. Esta diferença pode indicar que o trilho com papel e lápis apresentou uma contextualização mais explícita dos conteúdos.

Em suma, os alunos percecionam a Matemática trabalhada nos trilhos como desafiante, mas acessível, o que constitui uma combinação desejável para promover o envolvimento. A ausência de respostas nas categorias *muito difícil*, *raramente* e *nunca* revela baixa frustração cognitiva, fator associado a atitudes positivas. Por sua vez, o trilho digital parece ter favorecido a seleção da informação e reduzido marginalmente a perceção de dificuldade, possivelmente devido ao *feedback* imediato e à presença de sugestões, como se pode comprovar com as seguintes citações: "É que ele já corrigia se estava certo ou errado", "apresenta "soluções" e eu acho mais divertido trabalhar com um tablet" e "na aplicação tinha dicas e dizia para onde ir". Por fim, o trilho com papel e lápis mostrou ligação curricular mais evidente, possivelmente por integrar tarefas matemáticas mais familiares.

1.3.3. *Dimensão comportamental*

Relativamente ao domínio comportamental, os indicadores de atitudes positivas utilizados foram: a *perseverança e empenho nas tarefas*; a *abertura a novas experiências*; a *flexibilidade de pensamento e diversidade de estratégias*; e a *persistência perante as dificuldades*. Os indicadores de atitudes negativas utilizados foram: a *desistência rápida*; a *falta de empenho e esforço*; a *resistência a novas experiências*; e a *rigidez de pensamento ou pouca tolerância à frustração*.

Perseverança e empenho nas tarefas e persistência perante as dificuldades

Para avaliar a perseverança e o empenho dos alunos durante a realização das tarefas, analisaram-se as respostas à afirmação *"Tive vontade e interesse em resolver as*

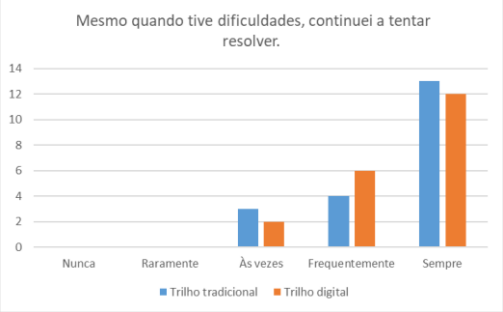
tarefas deste trilho" (Gráfico 15), anteriormente apresentada no indicador interesse e entusiasmo pelas tarefas. Os resultados revelaram que ambos os trilhos promoveram níveis elevados de empenho, uma vez que todos os alunos demonstraram, em algum grau, disposição para concluir as tarefas propostas. Este dado sugere que tanto o contexto tradicional como o digital foram capazes de captar a atenção dos alunos e de os motivar para a resolução das tarefas apresentadas. Observou-se, contudo, uma ligeira variação no trilho digital, onde houve um aumento de 5% na percentagem de alunos que indicaram *sempre*, acompanhado por uma diminuição de 15% dos que responderam *frequentemente* e por um aumento de 10% nos que assinalaram *às vezes*. Esta oscilação pode indicar que, embora o formato digital tenha exercido um fator de novidade e motivação adicional para parte do grupo, poderá também ter introduzido desafios tecnológicos, maior necessidade de interpretação autónoma ou exigências cognitivas distintas daquelas presentes no trilho com papel e lápis. Esses elementos podem ter afetado negativamente a consistência do empenho para alguns alunos, especialmente os menos habituados a dispositivos móveis ou à exploração não guiada. Importa salientar que nenhum aluno selecionou as opções *raramente* ou *nunca*, o que evidencia que todos demonstraram perseverança e empenho na resolução das tarefas de ambos os trilhos. No entanto, o padrão de respostas mais disperso no trilho digital pode refletir diferenças individuais na adaptação ao uso da tecnologia.

Um segundo conjunto de dados que permitiu averiguar não apenas a perseverança e o empenho, mas também a persistência perante dificuldades, refere-se às respostas à afirmação "*Mesmo quando tive dificuldades, continuei a tentar resolver"* (Gráfico 20). Este

indicador é crucial para compreender a resiliência e a predisposição dos alunos para enfrentar obstáculos.

Gráfico 20

Comparação das respostas dos alunos à afirmação "Mesmo quando tive dificuldades, continuei a tentar resolver" nos trilhos tradicional e digital



No trilho com papel e lápis, 65% (13 alunos) afirmaram *sempre* continuar a tentar resolver, demonstrando um elevado nível de determinação e resistência à frustração. Além disso, 20% (4 alunos) responderam *frequentemente* e 15% (3 alunos) indicaram *às vezes*, revelando que, embora a maioria tenha mantido persistência, existe um grupo minoritário que pode beneficiar de apoio adicional em situações de dificuldade.

No trilho digital, registou-se uma ligeira diminuição na percentagem de respostas *sempre* (60% — 12 alunos), acompanhada por um aumento na categoria *frequentemente* (30% — 6 alunos) e uma redução para 10% (2 alunos) na categoria *às vezes*. Embora o desempenho continue elevado, a descida observada pode estar relacionada com fatores como a interpretação de pistas digitais, ansiedade tecnológica ou o carácter imediato do *feedback* da aplicação — que, ao penalizar erros, pode desencorajar alguns alunos. Durante a realização dos trilhos, esta última situação chegou a acontecer com o grupo 5, que estava com receio de continuar a resolver as tarefas com o MCM porque a aplicação dizia que a resposta estava incorreta. Por outro lado, o aumento da resposta *frequentemente* pode

indicar que, apesar das dificuldades, a maioria persistiu, ainda que nem sempre com consistência.

Globalmente, os dados sugerem que ambos os trilhos promovem atitudes positivas face à resolução de tarefas, tanto ao nível do empenho inicial como da persistência perante dificuldades. Contudo, o trilho digital evidencia maior variabilidade individual.

Abertura a novas experiências

De modo a investigar o grau de abertura dos alunos a novas experiências, analisaram-se as respostas à afirmação *"Se tivesses de eleger um dos trilhos matemáticos que fizeste, qual escolherias?".* Nenhum aluno assinalou a opção *nenhum*, o que constitui um indicador muito positivo, pois evidencia que todos valorizaram a experiência. A maioria dos alunos elegeu o trilho digital (45% — 9 votos), fundamentando a sua preferência, por exemplo, com afirmações como:

"apresenta soluções e eu acho mais divertido trabalhar com um tablet";
"o MathCityMap ajudou-nos a situar os locais dos problemas e o que errámos";
"apesar de ser mais difícil, gostei de trabalhar com o aplicativo";
"é uma coisa mais moderna";
"ele já corrigia se estava certo ou errado"

Estas justificações mostram que os alunos apreciam a componente tecnológica, destacando o *feedback* imediato, a mobilidade e a sensação de atualidade proporcionada pela aplicação.

O trilho tradicional obteve 30% (6) dos votos. Entre as justificações surgiram argumentos relacionados com questões práticas — "não precisamos levar uma coisa pesada [tablet] para um lado e para o outro" — e com a dinâmica de grupo — "porque o nosso grupo deu-se melhor". Esta última observação é comprovada através do comportamento do grupo 2, que demonstrou maior conflito na versão com o papel e lápis devido à dificuldade em dividir papéis: o aluno responsável pelos cálculos queria verificar repetidamente as medições da colega. Já no trilho digital, com a reorganização espontânea das funções, o mesmo aluno passou a realizar as medições enquanto a colega utilizava o dispositivo móvel, o que eliminou os atritos. Este caso ilustra como a tecnologia pode influenciar positivamente a colaboração, ao sugerir uma nova distribuição de responsabilidades.

Por fim, 25% (5) dos alunos optaram pela categoria *ambos*, justificando com respostas como: "não me importa se é papel ou digital". Esta neutralidade revela flexibilidade e ausência de resistência ao formato, reforçando a ideia de que, para alguns alunos, o mais relevante é a experiência de aprendizagem, independentemente do suporte.

Complementarmente, analisaram-se as respostas à afirmação *"Voltarias a realizar um trilho matemático?".* A maioria (65% — 13 alunos) respondeu *sim*, 30% (6) dos alunos respondeu *talvez* e apenas 5% (1 aluno) respondeu *não*. Importa referir que este aluno foi o mesmo que indicou não ter sentido nenhum sentimento relativamente a ambas as experiências, o que poderá denotar menor envolvimento afetivo ou motivacional perante metodologias exploratórias. Contudo, importa destacar que todos os alunos indicaram que aprovariam mais aulas fora da sala de aula, o que demonstra recetividade a novas metodologias, sobretudo em contextos menos convencionais.

No que diz respeito especificamente ao trilho digital, a análise das respostas à afirmação *"Senti-me motivado com a utilização de um dispositivo móvel"* permite compreender o grau de abertura à componente tecnológica. A maioria dos alunos (60% — 12) referiu ter-se sentido *sempre* ou *frequentemente* motivada ao utilizar o tablet, reforçando a ideia da tecnologia como elemento potenciador de interesse. No entanto, 20% (4 alunos) respondeu *às vezes* e 20% (4 alunos) respondeu *nunca*. Estes 20% que responderam *nunca* parecem estar associados a uma situação concreta observada no terreno: o *feedback* automático do MCM pode assumir um caráter desmotivador quando o aluno erra repetidamente, causando frustração em vez de promover a autorregulação. Esse efeito foi particularmente observado nos grupos 4, 5 e 6, que demonstraram desânimo diante de erros consecutivos. Este comportamento sugere que, embora o *feedback* imediato seja uma vantagem, a forma como é processado emocionalmente pelos alunos pode variar significativamente.

Assim, conclui-se que a tecnologia, por si só, não garante motivação universal; o *feedback* automático deve ser cuidadosamente enquadrado para evitar frustração. Em síntese, os dados revelam uma elevada abertura a novas experiências, mas também salientam a importância de uma mediação do professor.

Flexibilidade de pensamento e diversidade de estratégias

De modo a investigar a flexibilidade de pensamento e a diversidade de estratégias, analisaram-se as respostas à afirmação "*Consegui decidir facilmente que estratégias ou representações matemáticas usar na resolução de cada tarefa"*, previamente incluída no indicador *Matemática vista como compreensível, desafiante, mas acessível*, inserido na dimensão cognitiva. Verificou-se que 70% (14) dos alunos respondeu *sempre* ou *frequentemente* em ambos os trilhos, enquanto 30% (6) dos alunos respondeu *às vezes*. Estes resultados indicam que a maioria dos alunos foi capaz de mobilizar estratégias previamente aprendidas e adaptá-las às tarefas, evidenciando flexibilidade de pensamento e autonomia na escolha das abordagens matemáticas.

O indicador de atitude positiva no domínio comportamental relativo à diversidade de estratégias foi igualmente observado através da análise das resoluções realizadas pelos grupos, detalhada no subtópico 1.2. *Desempenho da turma nos trilhos matemáticos*. As resoluções evidenciaram:

(i) *Utilização de métodos formais e informais:* na tarefa "Os cabeçudos", alguns grupos aplicaram diretamente a divisão, enquanto outros utilizaram explicitamente a proporção, mostrando diferentes caminhos para o mesmo resultado correto.

(ii) *Adaptação de estratégias perante dificuldades*: em "As mesas do bar (Parte 1)", o grupo 4 recorreu à decomposição inversa para calcular áreas, enquanto os outros, como o grupo 1 e 2, decompuseram a figura em triângulos e retângulos, adaptando a estratégia à sua compreensão da geometria.

(iii) *Mobilização de representações:* alguns grupos usaram desenhos e esquemas para organizar o pensamento geométrico, como na representação gráfica das mesas ou no jogo da macaca, facilitando a visualização das relações espaciais.

(iv) *Procura de generalizações:* na tarefa "Vamos contar quadrados", o grupo 1 identificou padrões numéricos para adicionar os quadrados perfeitos, enquanto o grupo 2 contou visualmente, mas depois reconheceu repetição de valores, demonstrando tentativa de generalização de regras.

(v) *Reorganização de papéis nos grupos:* no trilho com papel e lápis, grupos que inicialmente tinham conflitos na divisão de tarefas, como o grupo 2, reorganizaram

funções, permitindo que o aluno responsável pelos cálculos trabalhasse com medições e a colega utilizasse o dispositivo móvel, otimizando o trabalho coletivo.

A presença de estratégias originais, mesmo quando incorretas, revela iniciativa, autonomia e abertura à experimentação. Por exemplo, no trilho digital, o grupo 5, na tarefa "A sala 14", aplicou um raciocínio aditivo para estimar proporções, mostrando uma solução alternativa quando não dominava o método formal da proporção.

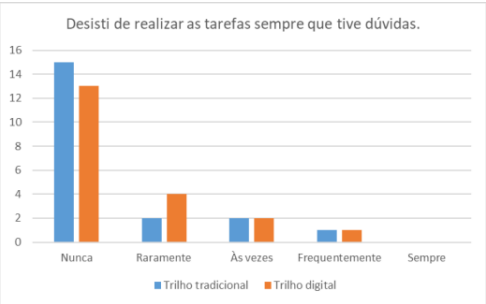
Em síntese, a diversidade de estratégias observada evidencia uma atitude comportamental positiva face à resolução de problemas, destacando-se a flexibilidade cognitiva, a autonomia para experimentar abordagens distintas e a persistência na procura de soluções diante de novas situações matemáticas.

Desistência rápida

Ao analisar as respostas à afirmação *"Desisti de realizar as tarefas sempre que tive dúvidas"* (Gráfico 21), verifica-se que, no trilho com papel e lápis, 75% (15) dos alunos afirmou *nunca* ter desistido, 10% (2) respondeu *raramente*, 10% (2) indicou *às vezes*, e 5% (1) referiu *frequentemente*. Nenhum aluno assinalou a opção *sempre*. No trilho digital, 65% (13) dos alunos afirmou *nunca* ter desistido, 20% (4) respondeu *raramente*, 10% (2) indicou *às vezes*, e 5% (1) respondeu *frequentemente*, não havendo igualmente respostas na categoria *sempre*.

Gráfico 21

Comparação das respostas dos alunos à afirmação "Desisti de realizar as tarefas sempre que tive dúvidas" nos trilhos tradicional e digital



De uma forma geral, constata-se que a maioria dos alunos demonstrou persistência e empenho na resolução das tarefas em ambos os trilhos, embora se observe um ligeiro aumento nos níveis de desistência no trilho digital. Os resultados evidenciam que os alunos mantiveram uma atitude resiliente perante as dúvidas. Este comportamento demonstra

envolvimento ativo e sentido de responsabilidade no processo de aprendizagem, indicadores positivos do domínio comportamental.

2. O grupo-caso

2.1. Caracterização do grupo-caso

O grupo-caso era o grupo 1, composto por três alunos, sendo uma aluna do sexo feminino e dois alunos do sexo masculino. De forma geral, os integrantes deste grupo apresentavam níveis de aprendizagem distintos, demonstravam participação ativa nas aulas, colocando questões sempre que surgiam dúvidas e revelavam interesse pelos conteúdos. Demonstravam gosto em trocar ideias entre si, comparando estratégias de resolução e formas de raciocínio. No entanto, cada um deles possuía comportamentos, atitudes e traços de personalidade que os tornavam únicos. Neste sentido, apresenta-se uma descrição detalhada de cada aluno.

O aluno GT, de 12 anos e de nacionalidade portuguesa, caraterizava-se por ser um jovem reservado, educado e cordial. Obteve nível 5 a Matemática tanto no primeiro como no segundo período. Através das observações realizadas, verificou-se que não demonstrava grande iniciativa em situações de trabalho colaborativo, adotando uma postura mais observadora e intervindo apenas quando considerava estritamente necessário. Contudo, nas respostas fornecidas ao questionário, referiu que, nas aulas de Matemática, apreciava o trabalho em grupo e "de conversar e de fazer exercícios" porque "eu sinto-me melhor a fazer isso", o que evidencia uma participação mais ativa quando se encontra num contexto confortável, bem como interesse por tarefas que envolvam troca de ideias e uma resolução prática. O mesmo questionário permitiu constatar que as disciplinas preferidas do aluno eram Matemática, Educação Física e Inglês. Todavia, salientou que apenas "gostava" de Matemática, não chegando a afirmar que "gostasse muito". Relativamente às tarefas menos valorizadas, referiu não apreciar copiar registos do quadro, justificando que essa tarefa lhe provocava "dor na mão". No que se refere à perceção de utilidade, afirmou não considerar que os conteúdos de Matemática tenham aplicabilidade direta no seu quotidiano. No que diz respeito aos trilhos implementados, o aluno referiu ter gostado de resolver o trilho com papel e lápis "porque acho que assim aprendo melhor", embora o tenha considerado difícil, argumentando que "o nosso grupo nunca concordava". Em contrapartida, relativamente ao

trilho digital, indicou não ter gostado nem desgostado, justificando, novamente, "porque o nosso grupo não se entendia". Assinalou, ainda, que este formato de trilho com o MCM lhe pareceu menos difícil "porque dava para ver logo se a resposta estava certa". Apesar destas perceções, afirmou que não alteraria nada nos trilhos matemáticos, uma vez que "gostei e achei que estava bom", acrescentando que foram diferentes das tarefas habituais "porque não fazíamos em grupo". Finalmente, sugeriu que deveriam ocorrer mais aulas fora da sala.

Seguidamente, apresenta-se a caraterização do aluno BP, cujo perfil contrasta em determinados aspetos com o de GT. O aluno BP, de 12 anos e nacionalidade brasileira, destacava-se por ser muito participativo nas aulas, estudioso, concentrado e empenhado. Gostava de manter um ritmo de estudo constante, mesmo na ausência de avaliações, dado que ambicionava seguir a carreira de Medicina. No primeiro e no segundo períodos, obteve nível 4 a Matemática. Nas respostas ao questionário, afirmou que as suas disciplinas preferidas eram Matemática, Ciências Naturais, História e Geografia de Portugal, Educação Musical e Inglês, referindo gostar muito de Matemática. Relativamente ao que mais apreciava fazer nas aulas desta disciplina, indicou "trabalhar em grupo, para nós aprendermos a comunicar melhor e podermos perceber o ponto de vista de outras pessoas". Acrescentou que gostava de tudo nas aulas, porque "gosto da matéria". Do grupo em estudo, foi o único aluno que identificou utilidade nos conteúdos de Matemática para o seu quotidiano, justificando que "eles podem ser úteis para fazermos muitas coisas, como fazer um bolo". Este exemplo vai ao encontro de um dos tópicos abordados durante as aulas: a proporcionalidade direta. No que concerne aos trilhos, referiu ter gostado muito de resolver o trilho com papel e lápis e não o ter achado difícil, argumentando que "sabia a matéria". Quanto ao trilho digital, afirmou ter gostado da sua realização, embora não tanto como o tradicional, por ser "mais divertido". Também não considerou este formato difícil porque sabia a matéria. Tal como reforçou na entrevista, gostaria de tarefas que permitissem maior criatividade, possibilitando pensar e criar algo com base na matéria aprendida. Neste sentido, mostrou preferência por tarefas de modelação matemática, semelhantes às que realizaram com o professor estagiário no segundo período. Por fim, constatou que as tarefas dos trilhos eram diferentes das habituais, "porque nos trilhos trabalhamos mais em grupo e mais fora da sala". Sugeriu, igualmente, que "seria muito

bom" ter mais aulas fora da sala de aula. Em suma, o aluno BP demonstrava elevado interesse pela aprendizagem, forte motivação académica e disponibilidade para o trabalho colaborativo. Revelava curiosidade, empenho consistente e uma atitude positiva perante a Matemática, apresentando, assim, um perfil responsável, participativo e orientado para objetivos futuros.

A aluna MR, de 11 anos e nacionalidade portuguesa, destacava-se por ser bastante comunicativa e extrovertida, ao contrário dos outros dois colegas. Era empenhada, responsável e demonstrava envolvimento consistente nas tarefas de sala de aula. No primeiro e no segundo períodos, obteve nível 4 a Matemática. No questionário, a aluna indicou que as suas disciplinas preferidas eram História e Geografia de Portugal e Educação Física. Relativamente ao gosto pela Matemática, afirmou não gostar nem desgostar. Referiu que o que mais apreciava fazer nas aulas desta disciplina eram as "tarefas com o meu grupo", manifestando interesse pelo trabalho colaborativo, por ser "mais ativo". Quando questionada acerca do que menos gostava de realizar, respondeu "não sei". Assinalou, ainda, que não considerava os conteúdos de Matemática úteis no seu quotidiano fora da escola. Quanto à realização dos trilhos, referiu ter gostado muito de resolver o trilho com papel e lápis, não o considerando difícil, uma vez que "discutia com o meu grupo e nós sabíamos a matéria". Relativamente ao trilho digital, afirmou não ter gostado de o resolver, pois "criou confusões e havia alguns problemas na aplicação", considerando-o um pouco mais difícil do que o tradicional porque "ficámos um bocado confusos com algumas perguntas". Na entrevista, complementou esta afirmação referindo que a tarefa mais confusa foi "Os retângulos do bebedouro". A ambiguidade do enunciado relativamente ao sentido da sequência originou interpretações divergentes e frustração. Esta situação evidencia a importância da clareza das instruções e da mediação do professor em tarefas que envolvem raciocínio sequencial. Se pudesse alterar algo nos trilhos, removeria o uso do dispositivo móvel, dado que "não gostei de fazer o trilho com o tablet". Por fim, constatou que as tarefas dos trilhos eram diferentes das habitualmente realizadas, "porque eram em grupo e mais ativas". A aluna acrescentou, ainda, que seria "uma boa ideia" ter mais aulas fora da sala de aula.

Resumidamente, observou-se que estes três alunos tinham uma relação positiva, revelando colaboração e respeito mútuo durante a realização dos trilhos. Revelaram perceções distintas sobre a utilização dos trilhos, embora tenham demonstrado preferência comum pelo formato com papel e lápis. Todos referiram nunca ter utilizado previamente o MCM, o que pode justificar alguma resistência inicial à ferramenta e incerteza no seu manuseamento. Um dos critérios apontados para apreciarem mais as tarefas relacionava-se com o nível de complexidade: quanto mais fáceis, maior o agrado, sugerindo uma valorização de desafios acessíveis e com menor exigência cognitiv. Deste modo, as tarefas que mais apreciaram foram: "As vogais", "Os cacifos" e o "O jogo da macaca", no trilho tradicional, e "O mural da escola", "A sala 14", "Retângulo de ouro" e "25 de abril", no trilho digital. As tarefas que consideraram mais difíceis foram as que envolviam o tabuleiro de xadrez ("Vamos contar quadrados!" e "A malha quadrangular") e "Os retângulos do bebedouro". Relativamente às dinâmicas de grupo, emergiram divergências principalmente no trilho digital. Entre as justificações apresentadas destacam-se os conflitos gerados em torno do uso do dispositivo móvel, dificuldades técnicas e a perceção de que a aplicação "criou confusões", levando a debates internos e a dúvidas sobre a validade das respostas. Em contrapartida, o trilho com papel e lápis foi associado a maior colaboração, comunicação e clareza processual, o que contribuiu para que todos os alunos o elegessem como preferido. Ainda assim, os alunos reconheceram vantagens no formato digital, particularmente o acesso imediato ao *feedback* — "Podemos saber na hora se está errado ou certo" —, um aspeto que lhes confere maior autonomia e segurança na validação das respostas. Do mesmo modo, apontaram como desvantagem a ausência desta confirmação instantânea no trilho tradicional. No que diz respeito à organização do trabalho, referiram que a realização dos trilhos se distinguiu das tarefas habituais pelo facto de promoverem maior trabalho colaborativo e envolvimento ativo, tendo ainda sugerido a importância de realização de mais experiências fora da sala, associando ambientes alternativos a maior motivação. Estas caraterísticas são pertinentes para a análise da implementação dos trilhos matemáticos, sobretudo no que respeita à dinâmica colaborativa e ao uso de ferramentas digitais. A partir deste perfil, torna-se possível compreender melhor as respostas obtidas

ao longo da intervenção e analisar o impacto das tarefas propostas no desempenho e nas atitudes manifestadas.

2.2. Desempenho do grupo-caso no trilho com papel e lápis

Neste ponto será realizada uma análise do desempenho do grupo-caso na resolução das tarefas do trilho matemático em papel e lápis, usando as respetivas subcategorias e indicadores.

Tal como foi referido, cada elemento do grupo tinha uma função no decorrer dos trilhos. No trilho com papel e lápis, a aluna MR ficou encarregue do registo das resoluções, visto manifestar maior capacidade comunicativa; o aluno BP ficou responsável pelas contagens; e o aluno GT esteve responsável pelas medições com a fita métrica.

O grupo seguiu sempre um procedimento semelhante: começava pela leitura do enunciado e, de seguida, eram discutidas as diferentes propostas de estratégias de cada membro, até alcançarem um consenso e a respetiva solução. Em geral, o trabalho foi realizado de forma colaborativa, com os elementos a ajudarem-se mutuamente. Sempre que algum aluno demonstrava dificuldade em compreender a tarefa, os restantes procuravam esclarecer e apoiar.

"O desenho do mural"

A tarefa "O desenho do mural" foi resolvida corretamente pelo grupo, uma vez que conseguiram determinar as medidas do comprimento e da largura do modelo que deveriam desenhar na folha, segundo a escala 1 : 30. O grupo começou por verificar as dimensões de um azulejo e concluiu que era um quadrado com 30 cm de lado. Contudo, identificou-se alguma dificuldade na compreensão do enunciado por parte da MR e do BP, como se pode constatar pelo seguinte diálogo:

BP: Tem quantos quadrados, Maria?
MR: 14 vezes 7.
PE: É a área que querem?
MR: *[volta a ler o enunciado]* Ah! É para medir a largura e o comprimento.
BP: Tem 98 quadrados aqui.
GT: *[começa a adicionar 30 cm por cada azulejo que existe na largura do mural]*
BP: Oh, tem 98 quadrados aqui e cada quadrado tem… a medida, 30 vezes 30.
[O grupo ignora o que GT estava a fazer]
PE: Como é que estavas a fazer GT? Estavas a pensar bem.
GT: Eu estava a contar os quadrados… *[não o deixaram terminar de falar]*
MR e BP: Exato, tem 98.

GT: Não, estou a contar os quadrados da largura!

Enquanto o GT já tinha encontrado a estratégia de resolução desta tarefa, os alunos MR e BP não estavam a compreender que, para determinar as medidas de largura e de comprimento do mural, não precisavam de contar todos os azulejos e calcular a área total. Pelo contrário, bastava identificar quantos azulejos existiam em cada uma das dimensões e multiplicar esse valor pelo comprimento do lado do azulejo. Após o ocorrido, o grupo percebeu a estratégia a adotar e observa-se, na Figura 62, o GT e o BP a contar os azulejos do comprimento para calcular esta dimensão em centímetros.

Figura 62

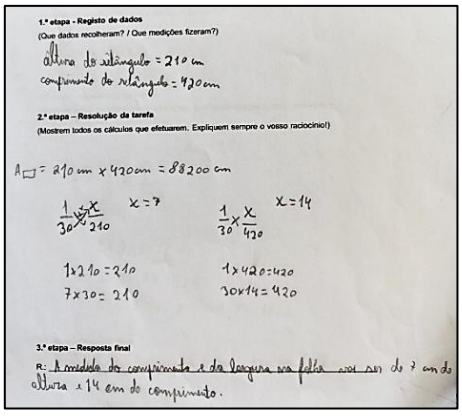
GT e BP a contar os azulejos do comprimento



Contudo, como se pode observar na folha de registo (Figura 63), os alunos calcularam, mesmo assim, a área real do mural – e esqueceram-se de colocar em centímetros quadrados (não aplicaram corretamente as unidades de medida).

Figura 63

Resolução da tarefa "O desenho do mural" pelo grupo 1



Perante esta situação, a professora estagiária voltou a intervir:

PE: Vocês estão a calcular o quê?
BP: O total…?
PE: E o enunciado pede isso?

[Leem o enunciado novamente]
BP: Tá, então é a dividir por 30?
PE: Porque é que vocês estão a multiplicar as dimensões? Ao fazerem esse cálculo, o que é que estão a obter?
MR: A área.
PE: E o enunciado pede-vos a área?
MR: Não.
[Ficam a pensar]
BP: Então teria de ser 210 a dividir por 30… Professora, não faz sentido.
PE: Lembrem-se sobre o que demos nas escalas. A razão é 1 por 30, como é que podem resolver esta tarefa? Quais foram as estratégias que aprenderam?
[O grupo não responde e fica reticente]
PE: Lembram-se da propriedade fundamental das proporções?
BP: É a dos extremos e dos meios!
PE: Sim, tem a ver com isso.
BP: O produto dos extremos é igual ao produto dos meios.
PE: Ok, como podem criar aí uma proporção?
MR: 1 de 30.
BP: Depois é x a dividir por 210! ... Então é 1 vezes 210. O outro número tem de ser 30 vezes alguma coisa para dar 210.

Após este diálogo, em que recordaram em parte conteúdos relacionados com o raciocínio proporcional, os alunos utilizaram a propriedade fundamental das proporções e, com a calculadora, verificaram qual era o número que multiplicado por 30 cm dava 210 cm e que multiplicado por 30 cm dava 420 cm. Concluíram, assim, que o modelo a desenhar teria 7 cm de largura e 14 cm de comprimento. Porém, observa-se que, ao invés de colocarem o sinal de igual para indicar uma proporção, os alunos colocam setas ou uma cruz para não se esquecerem quais são os números que se multiplicam entre si. Ademais, o facto de trocarem ao longo do registo o termo "altura" com "largura" evidencia alguma imprecisão na linguagem matemática.

Durante a entrevista, o grupo referiu que resolver esta tarefa "foi chato". Em suma, este desafio permitiu identificar algumas dificuldades persistentes na interpretação do enunciado e na aplicação correta das unidades de medida, bem como fragilidades no domínio do conceito de escala. No entanto, a intervenção da professora estagiária revelou-se essencial para orientar o raciocínio dos alunos, encaminhando-os para estratégias já trabalhadas anteriormente em sala de aula. Apesar dos equívocos iniciais, o grupo demonstrou capacidade de reajustar o seu raciocínio e de mobilizar conhecimentos matemáticos adequados, chegando, assim, à solução pretendida. Verificou-se também a

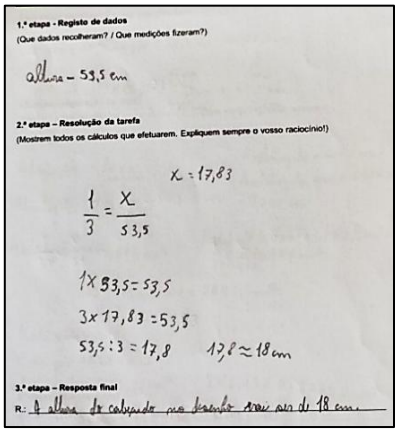
importância da comunicação entre os elementos, dado que o raciocínio apresentado por GT só foi valorizado após mediação externa.

"Os cabeçudos"

Na tarefa "Os cabeçudos" pretendia-se que os alunos determinassem a altura dos cabeçudos no desenho, segundo a escala 1 : 3. O grupo resolveu corretamente esta tarefa, aplicando o método da proporção. A Figura 64 ilustra a resolução realizada, evidenciando uma melhoria na escrita matemática relativamente à tarefa anterior, uma vez que os alunos passaram a utilizar o sinal de igualdade para indicar uma proporção e registaram corretamente as unidades de medida. Verifica-se ainda que os alunos efetuaram o arredondamento às décimas de forma adequada. Contudo, no cálculo "53,5 : 3", colocaram o sinal de igual ao invés do símbolo de arredondamento, sendo que o resultado obtido é 17,8(3) e não 17,8.

Figura 64

Resolução da tarefa "Os cabeçudos" pelo grupo 1



Durante a realização da tarefa, foi visível a colaboração entre os elementos do grupo, nomeadamente no momento das medições (Figura 65), em que se observaram atitudes de entreajuda e distribuição espontânea de funções.

Figura 65

Cooperação entre GT e BP na medição da altura do cabeçudo



Como esta tarefa sucedeu "O desenho do mural", os alunos demonstraram maior confiança na abordagem do problema, uma vez que identificaram semelhanças na estratégia de resolução, nomeadamente na aplicação de escalas e raciocínio proporcional. Assim, reconheceram de imediato que poderiam mobilizar os mesmos conhecimentos e procedimentos utilizados previamente, o que contribuiu para uma resolução mais rápida e autónoma.

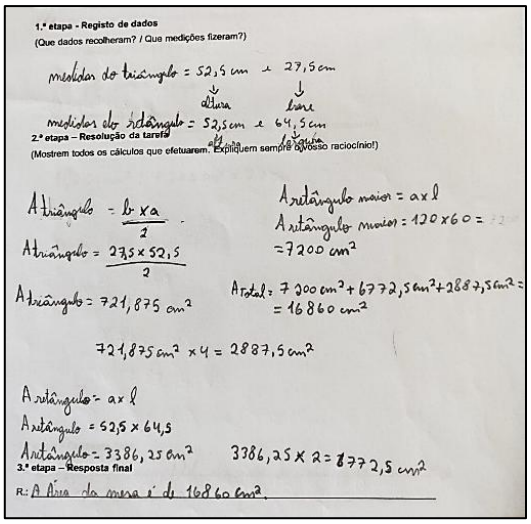
Em termos gerais, a tarefa revelou um desempenho adequado por parte do grupo, destacando-se o desenvolvimento de competências associadas à proporcionalidade, medição e trabalho cooperativo.

"As mesas do bar (parte 1)"

A tarefa "As mesas do bar (parte 1)" foi resolvida corretamente pelo grupo, uma vez que os alunos conseguiram determinar a área total da superfície formada pelas três mesas, conforme ilustrado na Figura 66. Na folha de registo, observa-se que aplicaram adequadamente as fórmulas da área do retângulo e do triângulo, efetuando os cálculos necessários e indicando, sempre, as unidades de medida corretas.

Figura 66

Resolução da tarefa "As mesas do bar (parte 1)" pelo grupo 1



Durante a realização da tarefa, o grupo recorreu à professora estagiária para esclarecer um aspeto do enunciado, o que pode ter contribuído para o sucesso da resolução, direcionando-os para uma interpretação mais clara do problema.

> BP: É para saber a área total. É só de uma mesa?
> PE: A área total é disto tudo *[aponta para as três mesas]*. É a área do octógono. Como é que vão calcular a área total disto tudo? Quais são as áreas que já conhecem?
> BP: A do triângulo…
> GT: Triângulo, retângulo, quadrado…

Após esta intervenção, os alunos começaram a analisar a figura a partir das áreas já conhecidas, nomeadamente triângulos, retângulos e quadrados. Neste processo, surgiram diferentes estratégias: MR identificou três triângulos ao analisar o trapézio (Figura 67), BP visualizou um retângulo formado pela composição de dois triângulos (Figura 68) e GT decompôs a figura em dois triângulos e um retângulo (Figura 69). Esta diversidade de abordagens evidencia flexibilidade cognitiva, capacidade de visualização espacial e de (de)composição de figuras — competências relevantes em geometria.

Figura 67

Raciocínio da MR, esquematizado pela autora - Decomposição em três triângulos

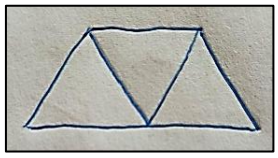


Figura 68

Raciocínio do BP, esquematizado pela autora – Composição com dois triângulos para obter um retângulo

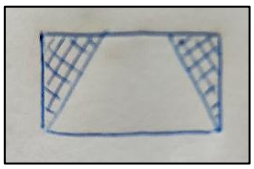
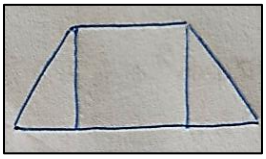


Figura 69

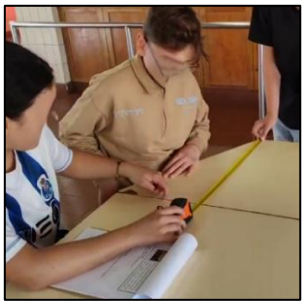
Raciocínio do GT, esquematizado pela autora – Decomposição em dois triângulos e um retângulo



O grupo optou pela estratégia proposta pelo GT. No entanto, verificou-se inicialmente uma ideia incorreta por parte de BP relativamente à dimensão da base do triângulo, associando-a à base maior do trapézio. Neste momento, MR corrigiu-o, explicando que seria necessário "traçar aqui uma reta perpendicular à altura" para delimitar corretamente a base do triângulo (visto ser um triângulo retângulo), desenhando inclusive essa referência na mesa. A Figura 70 mostra a MR a explicar ao grupo onde se encontra a base do triângulo. Esta ação demonstra uma boa comunicação matemática, uso adequado de vocabulário geométrico e consciencialização da importância da orientação das medidas.

Figura 70

Registo da MR a explicar ao grupo onde se deve medir a base do triângulo



Ao procederem às medições, observou-se um episódio de entreajuda: BP segurou a fita métrica ao contrário, e MR corrigiu a forma de a utilizar, promovendo eficiência e

precisão. Este momento constitui evidência de colaboração eficaz. No entanto, registou-se insegurança pontual na aplicação da fórmula da área do triângulo, pois o grupo solicitou confirmação à professora estagiária. Este comportamento sugere fragilidade conceptual residual na aplicação automática de fórmulas geométricas, embora a execução final tenha sido correta.

> MR: "É a dividir por 2, não é, professora? É assim que se calcula?"
> PE: Sim.

De forma menos positiva, observa-se que os alunos não representaram visualmente, na folha de registo, as composições ou decomposições geométricas que verbalizaram. A ausência de uma representação visual limita a clareza do processo e dificulta a validação posterior.

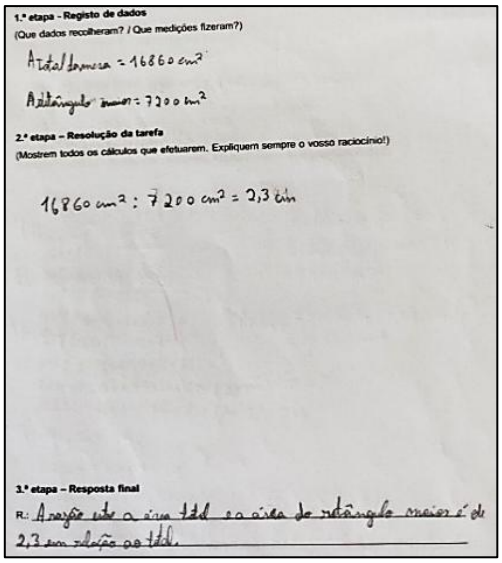
Em suma, o grupo demonstrou um desempenho satisfatório na resolução da tarefa, revelando competências de composição / decomposição de figuras, visualização espacial, colaboração e aplicação adequada de fórmulas e unidades de medida. Embora tenham surgido dúvidas pontuais relativamente à base do triângulo e à aplicação da fórmula da sua área, estas foram ultrapassadas através da comunicação entre pares e da mediação docente. A ausência de esquemas na folha de registo constitui um aspeto a melhorar, uma vez que a representação visual do raciocínio é fundamental no domínio geométrico. Assim, conclui-se que o grupo não apresentou dificuldades significativas e mobilizou estratégias adequadas para alcançar a solução.

"As mesas do bar (parte 2)"

Na tarefa "As mesas do bar (parte 2)", o grupo apresentou uma resolução parcialmente correta, uma vez que, apesar de determinar corretamente o valor da razão solicitada, bem como de efetuar o arredondamento às décimas de forma apropriada, os alunos não explicitaram o seu significado no contexto do problema, conforme se observa na Figura 71.

Figura 71

Resolução da tarefa "As mesas do bar (parte 2)" pelo grupo 1



Com o objetivo de averiguar o raciocínio subjacente a esta resposta, a professora estagiária questionou o grupo durante a entrevista:

> PE: Na tarefa, as mesas do bar, na parte 2, eu queria que me explicassem melhor o significado da razão. Vocês dizem que a razão entre a área total e a área de retângulo maior é de 2,3 em relação ao total. O que é que querem dizer com isto?
> MR: Espera. Exato. É a razão entre a área total disto tudo e a razão entre o retângulo maior que é este aqui. *[aponta para a mesa retangular presente na fotografia do enunciado]*
> PE: Sim, e o que é que significa o 2,3 nesta situação?
> MR: É a razão.
> PE: Mas isso não é o significado. O que é que representa esse 2,3 que vocês calcularam? O que é que representará neste contexto o 2,3? Podem não saber, se não souberem tudo bem.
> MR e GT: Não sei.
> BP: *[mostra com a cabeça que não sabe]*

Através deste diálogo, torna-se evidente que o grupo não compreendeu o significado da razão no contexto proposto. Embora saibam calculá-la corretamente, mostram dificuldade em explicar o que representa, limitando-se a repetir o termo "razão" sem interpretação semântica. Assim, a resolução foi classificada como parcialmente correta, uma vez que o procedimento foi executado, mas a compreensão conceptual não se manifestou.

Em síntese, o grupo demonstrou domínio procedimental no cálculo da razão e no arredondamento, mas evidenciou dificuldades na interpretação desse valor no contexto da tarefa. A intervenção da professora estagiária revelou-se pertinente para diagnosticar a

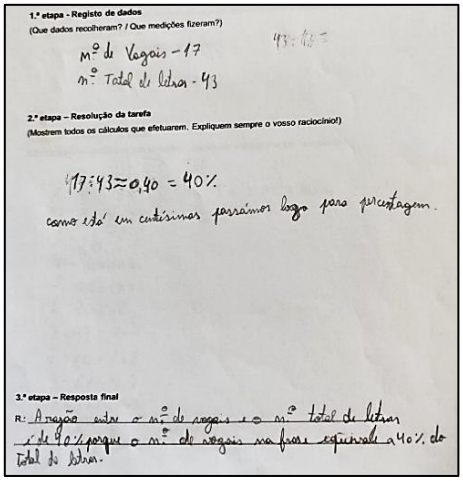
lacuna conceptual. Consequentemente, embora o desempenho procedimental tenha sido adequado, o grupo não apresentou compreensão suficiente do significado da razão, justificando, assim, a sua classificação como resolução parcialmente correta.

"As vogais"

A tarefa "As vogais" foi resolvida corretamente pelo grupo, uma vez que os alunos recolheram de forma adequada os dados necessários, determinaram corretamente a razão na forma de percentagem e efetuaram o arredondamento às unidades, apresentando o símbolo de aproximação de forma apropriada. Além disso, interpretaram com rigor o significado da razão obtida no contexto proposto, como se verifica na Figura 72.

Figura 72

Resolução da tarefa "As vogais" pelo grupo 1



Um aspeto relevante da resolução incide na justificação apresentada pelos alunos para não realizarem cálculos adicionais na conversão para percentagem: "Como está em centésimas, passámos logo para percentagem". Esta afirmação revela fluência numérica e flexibilidade de raciocínio, evidenciando que o grupo reconhece a equivalência entre uma fração decimal com denominador 100 e a respetiva representação percentual. Assim, os alunos demonstram não só domínio procedimental, mas também compreensão conceptual da relação entre frações decimais e percentagens.

Em suma, o grupo revelou um desempenho sólido nesta tarefa, demonstrando segurança nas operações envolvidas, clareza conceptual e adequada comunicação matemática. A justificação apresentada reforça a ideia de que os alunos não atuaram mecanicamente, mas sim com intencionalidade. Assim, os dados sugerem que, neste

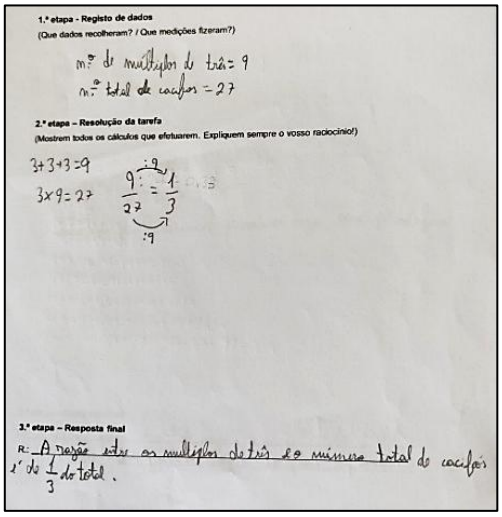
contexto, os alunos não apresentam dificuldades em trabalhar com razões, percentagens, arredondamentos ou interpretação de resultados, constituindo esta tarefa um indicador positivo da sua evolução.

"Os cacifos"

A tarefa "Os cacifos" foi resolvida corretamente pelo grupo, uma vez que os alunos determinaram de forma adequada a razão entre o número de cacifos múltiplos de 3 e o número total de cacifos, apresentando o resultado na forma de fração irredutível, como se observa na Figura 73. Para isso, identificaram corretamente o cardinal do conjunto dos múltiplos de 3 presentes na disposição apresentada e contabilizaram o número total de cacifos.

Figura 73

Resolução da tarefa "Os cacifos" pelo grupo 1



Durante este processo, a professora estagiária questionou o grupo:

PE: Como vocês descobrem os múltiplos de três?
GT: Se somarmos os algarismos, tem de dar um múltiplo de três.
PE: Como sabem isso?
BP: Ah, é que o professor de Matemática nos ensinou.

Este diálogo evidencia que os alunos mobilizaram conhecimentos prévios e recorreram a critérios de divisibilidade, o que demonstra autonomia e confiança conceptual na aplicação de regras anteriormente consolidadas. O cálculo "3 + 3 + 3 = 9" surgiu porque o grupo observou que, em cada bloco de cacifos, existiam três cacifos múltiplos de 3.

Consequentemente, ao identificar três blocos, concluíram que existiam nove cacifos múltiplos de 3 no total.

Outro aspeto positivo a destacar é a forma como simplificaram corretamente a fração até à sua expressão irredutível, o que evidencia domínio do conceito de razão, divisibilidade, simplificação de frações e escrita matemática adequada.

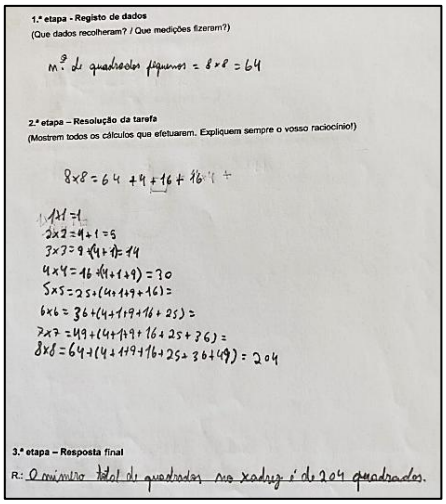
Em síntese, o desempenho do grupo na tarefa "Os cacifos" revelou uma execução correta e fundamentada, demonstrando conhecimentos sólidos no domínio das razões e das propriedades numéricas. A mobilização de aprendizagens anteriores indica evolução conceptual e autonomia na tomada de decisões matemáticas.

"Vamos contar quadrados!"

A tarefa "Vamos contar quadrados!" foi resolvida corretamente pelo grupo, uma vez que interpretaram adequadamente o enunciado e determinaram o número total de quadrados de diferentes dimensões existentes no tabuleiro, tal como evidenciado na Figura 74.

Figura 74

Resolução da tarefa "Vamos contar quadrados!" pelo grupo 1



Inicialmente, o grupo tentou dividir o tabuleiro em quatro partes iguais e, a partir dessa decomposição, contar os quadrados de várias dimensões. Daí surgiu o primeiro registo de cálculo: "8×8 = 64 + 4 + 16 + 16". Contudo, rapidamente concluíram que esta abordagem não era eficiente, pois alguns quadrados continuavam por contabilizar. Face a essa dificuldade, a professora estagiária sugeriu a estratégia de reduzir a umo problema

mais simples (pavimentos 1×1, depois 2×2, 3×3, *etc*.) e generalizar o padrão de crescimento. Ao aplicar esta estratégia, o aluno GT reconheceu que as adições obtidas correspondiam a quadrados perfeitos, evidenciando uma compreensão relevante sobre o padrão de crescimento subjacente. Todavia, os restantes elementos do grupo ainda não tinham identificado essa regularidade, o que demonstra diferenças na capacidade de abstração.

Durante a entrevista, os alunos consideraram esta tarefa difícil, afirmação corroborada pelo registo escrito. A forma como anotaram os cálculos chegou a comprometer a clareza do padrão de crescimento. Por exemplo, para o pavimento 4×4, registaram: "4×4 = 16 + (4 + 1 + 9)". A inversão arbitrária da ordem dos termos prejudica a visualização do padrão e revela alguma dificuldade na generalização distante e na organização simbólica da informação.

Além disso, verificou-se a formação de igualdades sem validade matemática, revelando fragilidades na escrita e notação matemática e no rigor formal esperado. Apesar destes aspetos, o grupo realizou corretamente o cálculo global e atingiu o resultado final pretendido.

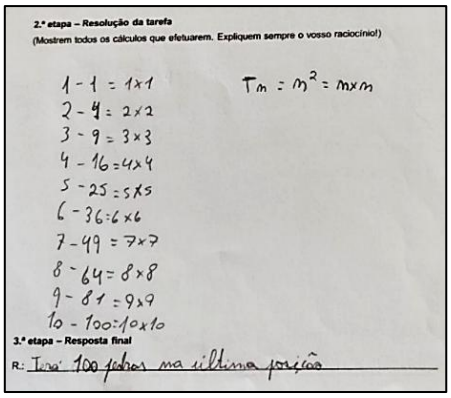
Em síntese, embora o grupo tenha resolvido a tarefa corretamente, evidenciaram algumas dificuldades. Por um lado, houve dificuldades na notação matemática, expressas na construção de igualdades incorretas e registos pouco rigorosos. Por outro lado, ocorreu alguma dificuldade em reconhecer o padrão de crescimento, inicialmente percebido apenas por um elemento do grupo. Por fim, surgiu dificuldade em realizar uma generalização distante, manifestada pela lentidão em identificar o padrão de crescimento dos quadrados. Importa salientar que não foram observadas dificuldades de compreensão do enunciado, erros de cálculo ou aplicação incorreta de unidades. Apesar disto, o grupo demonstrou capacidade de reajustar estratégias após mediação docente.

"O jogo da macaca (parte 1)"

A tarefa "O jogo da macaca (parte 1)" foi resolvida corretamente pelo grupo, visto que reconheceram a sequência de números quadrados e, por conseguinte, determinaram o número de pedras presentes na última posição (Figura 75). Esta identificação evidencia desenvolvimento na capacidade de reconhecer padrões de crescimento, aspeto central neste tipo de tarefa.

Figura 75

Resolução da tarefa "O jogo da macaca (parte 1)" pelo grupo 1



Contudo, voltou a observar-se falta de rigor no registo simbólico, tal como na tarefa anterior. Em determinados momentos, os alunos parecem sugerir uma subtração quando, na realidade, pretendem apenas identificar a posição da sequência. Adicionalmente, recorrem a números cardinais em vez de ordinais, o que revela alguma imprecisão na linguagem matemática.

Após a leitura do enunciado, o grupo começou por representar fisicamente o número de pedras associado a cada posição (Figura 76), o que demonstra boa capacidade de modelação, facilitando a visualização do padrão.

Figura 76

O grupo 1 coloca pedras no jogo da maca para representar a sequência



Durante este processo, o aluno GT voltou a demonstrar rapidamente compreensão conceptual ao verbalizar: "Isto é a série de números ao quadrado também, como o xadrez". A professora estagiária procurou explorar esse raciocínio:

PE: Quantas pedras terá a vossa última posição?
GT: No 10?
PE: Sim. Quantas é que terá?
GT: 100.

PE: Como é que fizeste?
GT: 10 vezes 10.
PE: O que é que está a acontecer na primeira posição?
BP: 1 vezes 1 dá 1. 2 vezes 2 dá 4. 3 vezes 3 dá 9. 4 vezes 4 dá 16. 5 vezes 5 dá 25. 6 vezes 6 dá 36.
GT: *[aponta para a sétima posição]* 49.
BP e GT: *[apontam para a oitava posição]* 64.
BP: *[está sob a nona posição]* 81 e 100.

Este diálogo mostra que o grupo foi capaz de argumentar e justificar o padrão multiplicativo crescente. De notar que, de forma espontânea, acabaram por identificar o termo geral da sequência, mesmo não sendo solicitado no enunciado. Neste momento, verificou-se alguma fragilidade por parte da aluna MR, especificamente no registo simbólico, como se descreve:

MR: Como é que é? *[não se lembra como se escreve a abreviação de "termo geral", ou seja, Tn]*
BP: Coloca "T", um "T" grande.
MR: Ah, isso! É isso!
BP: Um "n" em baixo, pequenininho… igual a "n^2".
MR: *[termina a expressão com "n x n"]*

A aluna MR revelou insegurança ao nível da notação matemática e do registo simbólico, embora tenha conseguido ultrapassar a dificuldade com apoio dos colegas. Esta troca evidencia boa colaboração e comunicação matemática dentro do grupo.

Em suma, o grupo demonstrou capacidade para reconhecer corretamente o padrão de crescimento associado aos números quadrados, justificando de forma coerente a lógica sequencial e colaborando eficazmente na resolução da tarefa. Contudo, observaram-se algumas dificuldades relacionadas com a notação matemática, nomeadamente na utilização incorreta de símbolos e igualdades, bem como alguma confusão entre a indicação da posição do termo e a utilização de números cardinais em vez de ordinais. Verificou-se também fragilidade no registo simbólico, sobretudo aquando da representação do termo geral, embora esta dificuldade tenha sido ultrapassada com o apoio dos colegas.

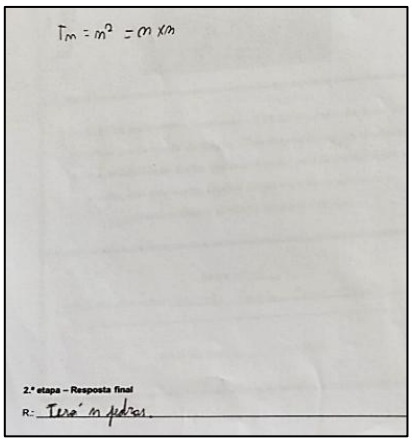
"O jogo da macaca (parte 2)"

Na tarefa "O jogo da macaca (parte 2)", os alunos apresentaram uma resolução correta. Nesta etapa, não desenvolveram novos procedimentos, uma vez que já haviam resolvido previamente a situação proposta na parte 1. Assim, limitaram-se a transcrever a

informação anteriormente registada, tal como se observa na Figura 77. Este comportamento revela que o grupo reconheceu a continuidade entre as duas partes da tarefa e mobilizou de forma adequada o raciocínio já construído anteriormente.

Figura 77

Resolução da tarefa "O jogo da maca (parte 2)" pelo grupo 1



Em conclusão, o grupo conseguiu resolver corretamente a tarefa, recorrendo às estratégias já elaboradas na parte 1.

2.3. Síntese do desempenho do grupo-caso no trilho com papel e lápis

O grupo-caso apresentou maioritariamente resoluções corretas (89%), mas uma resolução foi considerada parcialmente correta. Não tiveram resoluções incorretas nem deixaram tarefas por resolver.

Observou-se capacidade consistente de compreender enunciados claros, aplicar fórmulas matemáticas adequadas e executar cálculos corretos, bem como realizar arredondamentos e indicar unidades de medida quando solicitadas, especialmente nas tarefas de proporcionalidade, percentagens e razões, como se verificou nas tarefas "Os cabeçudos", "As vogais" e "Os cacifos". O grupo demonstrou também autonomia na mobilização de conhecimentos prévios, recorrendo a estratégias consolidadas em tarefas anteriores para facilitar a resolução de novos problemas, como ocorreu na tarefa "Os cacifos" e na tarefa "O jogo da macaca (parte 1)", quando um aluno reconheceu a semelhança desta tarefa com a tarefa "Vamos contar quadrados!".

No que se refere às dificuldades identificadas, os alunos evidenciaram desafios pontuais relacionados com:

(i) Notação matemática, incluindo uso incorreto de símbolos, formação de igualdades inválidas e confusão entre números cardinais e ordinais;

(ii) Representação gráfica e esquematização, sobretudo na decomposição de figuras geométricas, onde nem sempre registaram visualmente os raciocínios que realizavam oralmente;

(iii) Interpretação conceptual, em particular na compreensão do significado de razões e proporções no contexto do problema ("As mesas do bar – parte 2"), onde calcularam corretamente, mas não explicaram o valor obtido;

(iv) Generalização de padrões de crescimento, observada na tarefa "Vamos contar quadrados!", em que inicialmente só um elemento do grupo identificou a sequência de números quadrados, enquanto os demais demoraram a perceber a regularidade.

Apesar destas fragilidades, o grupo demonstrou boa comunicação e colaboração, com mediação eficaz entre os colegas e capacidade de reajustar estratégias quando confrontado com dificuldades. As intervenções da professora estagiária foram relevantes para clarificar conceitos e validar procedimentos, permitindo que os alunos consolidassem aprendizagens, corrigissem erros e aplicassem os raciocínios proporcional e geométrico de forma eficaz.

Em síntese, o trilho com papel e lápis permitiu ao grupo consolidar conteúdos e capacidades matemáticas essenciais, nomeadamente:

(i) Raciocínio proporcional e aplicação de escalas;

(ii) Visualização espacial e decomposição de figuras geométricas;

(iii) Reconhecimento de padrões e formulação de generalizações;

(iv) Trabalho colaborativo e comunicação matemática.

Embora persistam dificuldades pontuais na notação simbólica, representação visual e interpretação conceptual de razões, o desempenho global evidencia evolução, capacidade de mobilização de conhecimentos prévios, autonomia relativa na resolução de problemas e consolidação de aprendizagens matemáticas fundamentais.

De um modo geral, este grupo revelou entreajuda ao longo deste trilho, tanto que todos responderam no questionário que nunca tiveram dificuldade em trabalhar com os colegas do grupo. Porém, o aluno GT considerou este trilho difícil de resolver, "porque o

nosso grupo nunca concordava", enquanto a colega MR referiu que foi fácil de resolver, "porque eu discutia com o meu grupo e nós sabíamos a matéria". Deste modo, constata-se uma divergência de ideias perante a discussão – o aluno considerava a divergência de estratégias como algo mau, enquanto que a aluna entendia que o processo de discussão de ideias era fundamental. Como grupo, referiram ter gostado mais do trilho tradicional do que do digital, visto que "é mais divertido", "o nosso grupo entendeu-se melhor" e as tarefas são "mais ativas". Em suma, revelaram interesse e entusiasmo em realizar tarefas deste tipo e assinalaram que voltariam a realizar um trilho matemático desta natureza.

2.4. Desempenho do grupo-caso no trilho digital

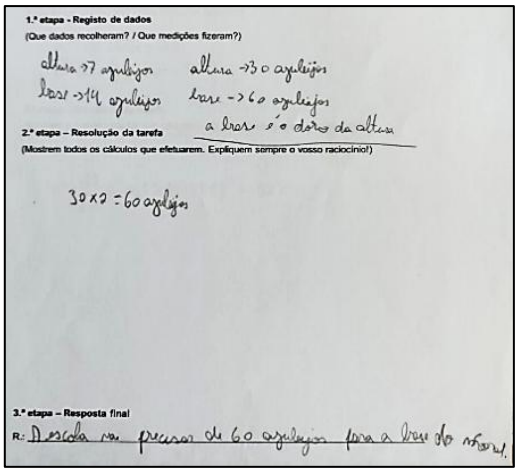
Tal como foi referido anteriormente, cada elemento do grupo tinha uma função no decorrer dos trilhos. No trilho digital, a aluna MR ficou novamente encarregue do registo das resoluções; o aluno BP ficou com o dispositivo móvel; e o aluno GT esteve responsável pela recolha dos dados (medições e contagens).

"O mural da escola"

Na tarefa "O mural da escola", o grupo apresentou uma resolução correta, demonstrando boa compreensão da situação proposta. Observa-se, na Figura 78, que os alunos recolheram adequadamente as medidas e compreenderam que "a base é o dobro da altura". Embora não tenham explicitado formalmente a razão, evidencia-se que aplicaram corretamente noções de proporcionalidade direta, identificando a relação entre as grandezas envolvidas. A partir dessa compreensão, multiplicaram o número de azulejos correspondente à altura por dois, determinando de forma correta que a base do mural é constituída por 60 azulejos. Esta estratégia revela domínio da situação e capacidade de aplicar relações proporcionais em contexto, não apresentando dificuldades relevantes nos indicadores associados à interpretação do enunciado, ao uso de unidades, ao reconhecimento da razão ou ao cálculo proporcional.

Figura 78

Resolução da tarefa "O mural da escola" pelo grupo 1



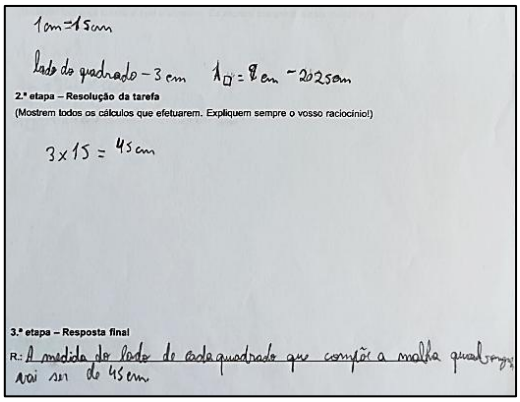
Conclui-se, assim, que o grupo revelou uma compreensão sólida da relação de proporcionalidade presente na tarefa e aplicou corretamente os procedimentos necessários para determinar o número de azulejos da base, não evidenciando dificuldades nos indicadores avaliados.

"A malha quadrangular (parte 1)"

A tarefa "A malha quadrangular (parte 1)" teve uma resolução parcialmente correta pelo grupo. Os alunos determinaram corretamente a medida de cada lado do quadrado que compõe a malha quadrangular na realidade, o que revela que compreenderam a relação de proporcionalidade entre desenho e realidade, como se observa na Figura 79. No entanto, a resolução apresenta falhas que impedem de considerá-la totalmente correta, como se explicará de seguida.

Figura 79

Resolução da tarefa "A malha quadrangular (parte 1)" pelo grupo 1



Apesar do enunciado não pedir áreas, os alunos entenderam que deveriam calcular a área do quadrado no desenho e na realidade. Durante o trilho, ocorreu a seguinte conversa:

> PE: O que é que vocês já estão a pensar?
> BP: Que cada lado do quadrado *[pequeno]* é igual a 3 cm, então o quadrado tem 9 cm.
> PE: Isso é a área…
> BP: Sim, isso é a área.

Neste diálogo, constata-se que ocorreram dificuldades na aplicação das unidades de medida, visto que o grupo não compreendeu que, ao falar de uma área, tinha de se referir ao valor em centímetros quadrados. Todavia, os alunos, além de não indicarem a área em centímetros quadrados, utilizam o travessão para indicar a razão ("1cm – 15 cm"). Esta escrita está incorreta, pois dão a entender que se trata de uma subtração. Portanto, quando surge "1 cm – 15 cm" nos registos, querem dizer que 1 cm no desenho corresponde a 15 cm na realidade. O mesmo sucedeu quando apresentam "9 cm – 2025 cm", quando queriam dizer que 9 cm^2 no desenho correspondem a 2025 cm^2 na realidade. Para obterem 2025 cm^2, o grupo multiplicou os 3 cm do lado do quadrado por 15 cm, obtendo 45 cm de lado do quadrado na realidade. Depois multiplicaram 45 cm por 45 cm e obtiveram a área de 2025 cm^2 por cada quadrado. Posto isto, percebe-se que omitiram bastantes cálculos.

É notório que os alunos compreendem o conceito de razão, embora ainda não utilizem a simbologia de forma correta. Importa referir que, como não conseguiram concluir o trilho na primeira aula, tiveram de o terminar numa segunda sessão. Durante a entrevista, ao serem questionados sobre a origem do valor "2025 cm", o grupo não conseguiu explicar:

> BP: A gente não sabe de onde surgiu isso, porque foi na outra aula anterior que nós fizemos.

Este episódio sugere que, se o grupo tivesse registado todos os passos do trabalho de forma detalhada, poderia ser capaz de justificar a origem do valor, mesmo tratando-se de uma tarefa iniciada na aula anterior.

Depois de alertados pela professora estagiária para lerem novamente o enunciado antes de escreverem a resposta final, o grupo percebeu que apenas precisavam de determinar a medida do lado de cada quadrado que compõe a malha quadrangular na realidade, ou seja, 45 cm.

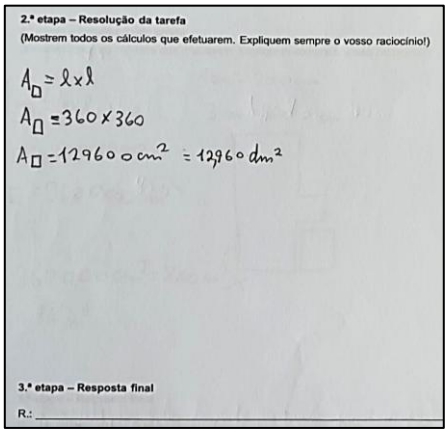
Conclui-se, portanto, que, embora o grupo tenha determinado corretamente a medida do lado de cada quadrado na realidade, revelou dificuldades na utilização adequada das unidades de medida, na simbologia da razão, omitiu cálculos intermédios e foi incapaz de explicar a origem de valores registados.

"A malha quadrangular (parte 2)"

A tarefa "A malha quadrangular (parte 2)" apresenta uma resolução parcialmente correta, de forma similar ao desempenho verificado na parte 1. Como se observa na Figura 80, o grupo calcula corretamente a área total ocupada pela malha quadrangular ao realizar o produto "360 × 360", obtendo 12960 cm². No entanto, não regista o processo utilizado para determinar o lado de cada quadrado da malha (360 cm), o que evidencia uma dificuldade na explicitação do raciocínio e da notação matemática, impossibilitando perceber com clareza como chegou aos valores utilizados.

Figura 80

Resolução da tarefa "A malha quadrangular (parte 2)" pelo grupo 1



Durante a entrevista, os alunos explicaram o cálculo subjacente:

PE: Na parte 2, como determinaram a medida do lado da malha quadrangular? Como é que determinaram que era 360 cm. Lembram-se? É que vocês colocaram só 360, não explicaram o cálculo que fizeram para obter esse valor.
MR: Ah, eu acho que foi... Eu acho que era tipo, com o número de quadrados que tinha em cada lado, nós multiplicámos por 45 cm.
PE: Lembram-se quantos quadrados tinha em cada lado da malha?
MR: Acho que era 8...
PE: Qual foi o cálculo que fizeram?
MR: 8 vezes 45.

Verifica-se também que o grupo não aplica corretamente as unidades de medida, uma vez que coloca a vírgula num local inadequado, anotando o resultado como "12,960 cm²", em vez de 1296 cm². Este erro revela uma dificuldade na conversão e manipulação de unidades e uma fragilidade na compreensão do valor posicional dos números. Porém, durante a entrevista, o aluno GT explicou que sabia converter as unidades corretamente:

> PE: Vocês têm aqui 12,960 dm^2. Como é que se converte cm^2 em dm^2?
> GT: São duas casas.
> PE: Vocês sabiam que bastava andar com a vírgula duas casas decimais?
> GT: Sabia.
> PE: Porque é que houve aqui esta falha?
> MR: Ele *[GT]* não disse.

Adicionalmente, por esquecimento, o grupo não escreve a resposta final, o que demonstra falta de rigor na comunicação matemática e na finalização do processo de resolução.

Em suma, embora tenha conseguido determinar a área da malha quadrangular, demonstrando compreensão parcial do procedimento necessário, revelou um conjunto de dificuldades que condicionam a completude e rigor da resolução. Em particular, identificaram-se as seguintes dificuldades, de acordo com as categorias de análise: apresenta dificuldades na escrita e notação matemática, uma vez que não explicitou o cálculo que permitiu determinar o lado de cada quadrado; não aplica corretamente as unidades de medida, tal como evidenciado pela colocação incorreta da vírgula no resultado final; não escreve a resposta final, o que revela fragilidades na organização e comunicação matemática. Assim, a resolução demonstra que, apesar de o grupo ter realizado parte do procedimento corretamente, persistem lacunas ao nível do registo matemático, da precisão no uso das unidades e da apresentação final da solução, justificando a classificação atribuída.

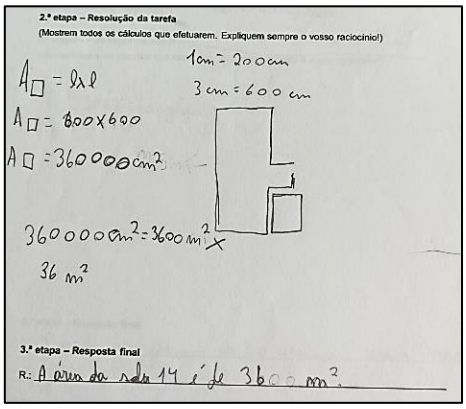
"A sala 14"

Na tarefa "A sala 14", o grupo-caso apresentou uma resolução correta, conforme se observa na Figura 81. Os alunos realizaram adequadamente as medições necessárias, procederam à conversão dos 3 cm do desenho para 600 cm na realidade, evidenciando compreensão dos conceitos de razão e proporção, e aplicaram corretamente a fórmula da área do quadrado, culminando numa conversão final de unidades de medida adequada.

Porém, verifica-se alguma falta de organização no registo das medições, uma vez que não as registam na primeira etapa, mas na segunda.

Figura 81

Resolução da tarefa "A sala 14" pelo grupo 1



Na entrevista, o grupo esclareceu que efetuou a medição dos dois lados da sala para confirmar que se tratava de um quadrado:

> PE: Assumiram que a sala era um quadrado? Ou mediram ambos os lados?
> MR: Acho que nós medimos os lados.
> GT: Medimos.

Apesar da resolução estar correta, verificaram-se algumas fragilidades que se enquadram nas dificuldades previstas nas categorias de análise. O grupo raramente apresenta a razão com a simbologia matemática adequada, surgindo novamente expressões incorretas como "1 cm = 200 cm", o que evidencia dificuldade na escrita e notação matemática e dificuldade em explicar o significado da razão. Adicionalmente, o grupo não apresenta os cálculos que conduziram à equivalência entre 3 cm e 600 cm, o que revela falta de explicitação do raciocínio matemático. Observou-se, ainda, uma primeira tentativa incorreta de conversão de unidades de medida, posteriormente corrigida, o que demonstra uma dificuldade pontual na aplicação das unidades de medida.

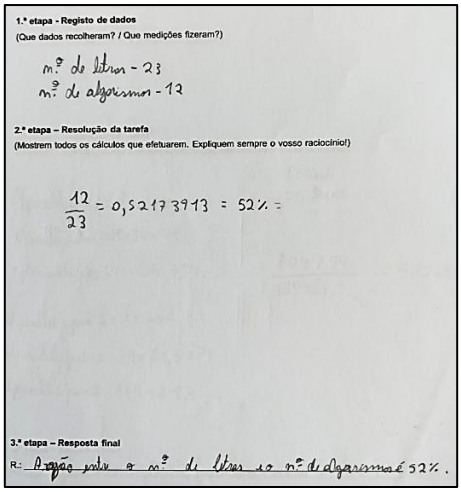
Assim, embora o grupo 1 tenha alcançado uma resolução correta, persistem algumas fragilidades relativas à notação da razão, à explicitação dos procedimentos utilizados e à consistência na aplicação das unidades de medida, aspetos que importa continuar a reforçar.

“25 de abril”

A tarefa “25 de abril” foi resolvida corretamente pelo grupo, que determinou sem dificuldade a razão entre o número de algarismos e o número de letras, apresentando o resultado na forma solicitada — em percentagem — realizando o arredondamento às unidades de forma adequada, tal como se observa na Figura 82.

Figura 82

Resolução da tarefa “25 de abril” pelo grupo 1



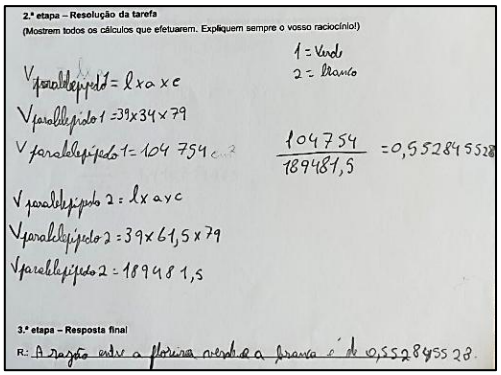
Em síntese, o grupo 1 apresentou um nível de sucesso correspondente a “Resolução correta”, evidenciando compreensão do conceito de razão, da interpretação da razão em contexto, e do processo de conversão para percentagem, sem revelar quaisquer dificuldades associadas aos indicadores das categorias de análise relativos ao desempenho. Demonstrou ainda rigor no cálculo e na comunicação matemática, não se registando fragilidades na escrita, no uso de unidades nem na realização de arredondamentos.

“As floreiras”

Na tarefa “As floreiras”, o grupo 1 apresentou uma resolução correta. Os alunos mediram adequadamente o comprimento, a largura e a altura das floreiras branca e verde, aplicaram corretamente a fórmula do volume do paralelepípedo e efetuaram sem erros o cálculo da razão entre os dois volumes, tal como se observa na Figura 83.

Figura 83

Resolução da tarefa "As floreiras" pelo grupo 1



A Figura 84 mostra que o grupo, a certo momento, inverteu os papéis, pois o aluno BP, que estava encarregue do dispositivo móvel, estava agora com a fita métrica, enquanto o aluno GT estava com o tablet. Assim, percebe-se que o grupo demonstrou flexibilidade na gestão das funções e autonomia para reorganizar o trabalho, redistribuindo os papéis de forma espontânea e colaborativa sempre que consideraram necessário para a realização da tarefa. Esta alternância sugere uma dinâmica de colaboração eficaz, permitindo que todos os elementos participassem ativamente no processo de recolha de dados e no manuseamento do dispositivo móvel.

Figura 84

Troca de responsabilidades dentro do grupo 1



Apesar do sucesso global na resolução, verificou-se uma dificuldade específica relacionada com o uso das unidades de medida. O grupo não registou as unidades nos resultados dos volumes e, no caso da floreira verde, chegou a escrever "cm^2", apagando posteriormente esse registo. Este aspeto foi esclarecido em entrevista:

> PE: Na tarefa das floreiras, vocês escreveram cm^2 aqui *[aponta para a o local]*, mas apagaram, porquê?
> MR: Não sei, professora.
> PE: Qual era a unidade de medida que faltava aqui?
> MR: Acho que era cm^3.

PE: Porquê?
BP: É o volume.

A partir desta interação, conclui-se que os alunos sabiam qual era a unidade de medida correta (cm^3), mas optaram por não a escrever, possivelmente por insegurança ou receio de cometer um erro.

Em suma, embora o grupo 1 tenha uma resolução correta, revelando compreensão sólida dos conceitos de medição, volume e razão, evidenciou uma dificuldade específica enquadrada nas categorias de análise de desempenho: não apresenta unidades de medida. Esta fragilidade pontual sinaliza a necessidade de reforçar, em futuras tarefas, a importância do rigor na comunicação matemática, nomeadamente no registo das unidades.

"Retângulo de ouro"

Na tarefa "Retângulo de ouro", o grupo apresentou uma resolução correta, como se observa na Figura 85. Os alunos mediram adequadamente o comprimento e a largura do retângulo, determinaram a razão entre ambas as dimensões e concluíram, de forma apropriada, que não se tratava de um retângulo de ouro. A Figura 86 ilustra o momento em que o aluno GT realiza a medição da largura do retângulo com recurso à fita métrica.

Figura 85

Resolução da tarefa "Retângulo de ouro" pelo grupo 1

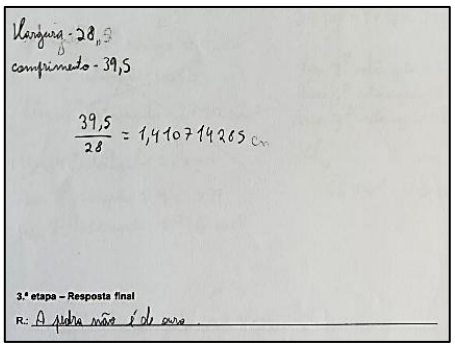


Figura 86

O aluno GT faz a medição da largura do retângulo



Durante a realização desta tarefa, ocorreu o seguinte diálogo:

PE: Tu *[BP]* tinhas dito que a largura mede-se da esquerda para a direita.
MR: Só que eu disse que era de cima par baixo.
PE: Porquê? Qual é a diferença entre comprimento e largura?
MR: Comprimento… *[abana a cabeça negativamente]*
PE: Tentem explicar.
BP: Comprimento… é de um lado para o outro. *[com as mãos, faz o movimento da esquerda para a direita]* A largura …
MR: Ai, já não sei.

A partir deste diálogo, percebe-se que, apesar do grupo ter apresentado uma resolução correta, persistem fragilidades conceptuais relativamente à distinção entre comprimento e largura. Embora tenham realizado corretamente as medições e determinado a razão entre as dimensões do retângulo, o discurso dos alunos evidencia insegurança na terminologia e uma compreensão apenas parcialmente consolidada destas noções geométricas. A hesitação de MR e a explicação incompleta de BP mostram que, apesar de conseguirem executar corretamente o procedimento, nem sempre conseguem verbalizar ou justificar matematicamente o significado associado a cada dimensão. Esta dificuldade enquadra-se no indicador do Quadro 5 referente a dificuldades na escrita ou notação matemática, entendida aqui no sentido amplo da comunicação matemática, incluindo a explicação verbal dos conceitos.

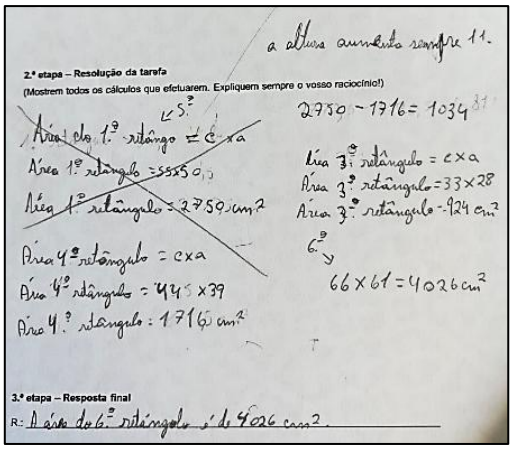
Assim, verifica-se um contraste entre o desempenho técnico, correto e adequado, e a capacidade de comunicação matemática, que se revela menos segura. Esta situação evidencia a necessidade de reforçar a compreensão das noções fundamentais de comprimento e largura, as quais, no 6.º ano de escolaridade, já se esperava estarem consolidadas, bem como a capacidade dos alunos justificarem matematicamente as escolhas realizadas ao longo do processo.

“Os retângulos do bebedouro”

A tarefa “Os retângulos do bebedouro” foi resolvida corretamente pelo grupo. Os alunos realizaram as medições de forma adequada, reconheceram o padrão de crescimento, aplicaram corretamente a fórmula da área do retângulo e utilizaram as unidades de medida apropriadas. Contudo, conforme se observa na Figura 87, o registo apresentado destaca-se pela falta de organização e pela omissão de algumas etapas intermédias da resolução.

Figura 87

Resolução da tarefa "Os retângulos do bebedouro" pelo grupo 1



Durante a resolução da tarefa, o grupo identificou um aspeto do enunciado que, na sua perspetiva, deveria ser melhorado, uma vez que não estava explícito se a sequência de crescimento era crescente ou decrescente. Perante essa omissão, os alunos assumiram inicialmente que se tratava de uma sequência decrescente, por ser esse o tipo de sequência que vinha a ser trabalhado em sala de aula. No entanto, após questionarem a professora estagiária, perceberam que essa interpretação não era adequada, tendo sido necessário alterar a ordem dos retângulos previamente registados. Essa reformulação é visível no registo, quando os alunos colocam uma cruz sobre a indicação "Área do 1.º retângulo" e, posteriormente, referem que esse valor corresponde, afinal, à área do 5.º retângulo.

Após este episódio, observa-se que o grupo procurou identificar a lei de formação da sequência recorrendo à diferença entre as áreas dos retângulos (por exemplo, "2750 − 1716 = 1034"). Posteriormente, os alunos aperceberam-se de que a altura dos retângulos aumentava de forma regular, referindo que esta "aumenta sempre 11". Embora o raciocínio matemático esteja correto, nestas etapas, os alunos nunca colocaram as unidades de medida adequadas.

Uma vez que o grupo não registou explicitamente o padrão associado ao comprimento dos retângulos, durante a entrevista a professora estagiária questionou-os nesse sentido:

> PE: Vocês reconheceram um padrão na altura do retângulo: vocês dizem que a altura aumenta sempre 11. Mas vocês reconheceram um padrão na base, no comprimento?
> MR: Ah, espera. Ah, sim. Nós aqui reparamos, mas não escrevemos, que o comprimento, ou seja, de acordo com o... com o… número do retângulo.

PE: A posição?
MR: Exato, a posição do coiso era sempre esse o número só que repetido. Na 3 era 33, na 4 era 44, na 5 era 55, na 6... 66.

A partir deste diálogo, constata-se que o raciocínio matemático desenvolvido pelo grupo é correto, uma vez que os alunos reconhecem o padrão existente tanto na altura como no comprimento dos retângulos. No entanto, evidenciam-se dificuldades significativas ao nível da comunicação matemática, nomeadamente na utilização de terminologia adequada, recorrendo a expressões vagas como "coiso" e referindo-se às posições dos retângulos através de números naturais, em vez de utilizarem corretamente os numerais ordinais.

Em síntese, a resolução da tarefa "Os retângulos do bebedouro" evidencia um nível de sucesso elevado, uma vez que o grupo apresentou uma resolução correta, aplicando adequadamente a fórmula da área do retângulo, reconhecendo os padrões de crescimento e utilizando corretamente as unidades de medida. Contudo, identificam-se dificuldades ao nível da organização do registo e da comunicação matemática, nomeadamente na omissão de etapas intermédias e na utilização de linguagem pouco rigorosa. Adicionalmente, a interpretação inicial do enunciado revelou uma dificuldade na compreensão das características da sequência apresentada, o que levou os alunos a assumir, de forma indevida, que esta seria decrescente. Ainda assim, após a clarificação, o grupo demonstrou capacidade de rever o seu raciocínio, reconhecer os padrões subjacentes à altura e ao comprimento dos retângulos e justificar corretamente a lei de formação, ainda que de forma pouco estruturada. Estes resultados sugerem que, embora os alunos não apresentem dificuldades conceptuais significativas, manifestam fragilidades sobretudo ao nível da expressão, sistematização e comunicação do raciocínio matemático.

2.6. Síntese sobre o desempenho do grupo-caso no trilho digital

O grupo-caso apresentou maioritariamente resoluções corretas (75%), mas duas resoluções foram consideradas parcialmente corretas (25%). Não tiveram resoluções incorretas nem deixaram tarefas por resolver.

O grupo demonstrou, de modo consistente, boa compreensão dos enunciados, capacidade para recolher medições no contexto real, reconhecer relações de proporcionalidade direta, aplicar corretamente fórmulas geométricas (área e volume) e

realizar cálculos adequados, evidenciando domínio dos conceitos matemáticos subjacentes às tarefas propostas.

No entanto, apesar do acerto conceptual e procedimental, emergem de forma recorrente dificuldades associadas à comunicação matemática e ao rigor do registo, enquadradas nos indicadores definidos. Em particular, verificam-se fragilidades na escrita e notação matemática, nomeadamente na representação simbólica da razão, na omissão de cálculos intermédios e na utilização de linguagem pouco rigorosa, tanto no registo escrito como na explicação oral dos procedimentos. Observam-se ainda dificuldades pontuais relacionadas com as unidades de medida, quer pela sua omissão, quer pela aplicação incorreta ou pela colocação inadequada da vírgula na representação decimal, bem como lapsos na finalização das respostas, como a ausência da resposta em algumas tarefas.

Importa salientar que, mesmo quando surgem erros ou ambiguidades, o grupo revela capacidade de rever o raciocínio após questionamento, corrigir procedimentos e justificar adequadamente as decisões tomadas, o que indica flexibilidade cognitiva e compreensão dos conceitos envolvidos.

Assim, os resultados obtidos no trilho digital sugerem que o MathCityMap potenciou o envolvimento ativo dos alunos e a aplicação da Matemática em contexto real, evidenciando que as principais dificuldades do grupo não se situam ao nível conceptual, mas sobretudo ao nível da sistematização, precisão e clareza da comunicação matemática.

2.7. Atitudes do grupo-caso na resolução dos trilhos matemáticos

Neste ponto apresentam-se os resultados referentes às atitudes manifestadas pelo grupo-caso durante a realização dos trilhos matemáticos. Dentro desta categoria são analisadas as subcategorias correspondentes aos domínios afetivo, cognitivo e comportamental, tendo sido destacados, para cada um deles, indicadores de atitudes positivas e negativas. Como descrito anteriormente, a análise baseou-se nos dados recolhidos através dos questionários aplicados, da observação direta durante a realização dos trilhos e da entrevista ao grupo.

2.7.1. *Dimensão afetiva*

No domínio afetivo, os indicadores positivos considerados foram: o *gosto declarado pela Matemátic*a, o *interesse e entusiasmo na realização das tarefas*, a *satisfação e prazer*

ao resolver problemas e a *autoconfiança nas capacidades de resolução*. Como indicadores negativos, identificaram-se: *desgosto e desinteresse pela tarefa*, *ansiedade, medo ou nervosismo*, bem *como frustração e rejeição perante tarefas matemáticas*.

Gosto declarado pela Matemática

No questionário (Anexo 3), a pergunta *"Como caraterizas o teu gosto pela Matemática?"* permitiu identificar diferentes atitudes iniciais face à disciplina entre os alunos do grupo 1. O aluno BP indicou que "gosta muito" de Matemática, o aluno GT assinalou que "gosta" e a aluna MR referiu que "não gosta nem desgosta" da disciplina. Estes dados revelam a existência de perfis distintos no que diz respeito à relação afetiva com a Matemática, sendo pertinente para a análise do impacto das estratégias implementadas.

Com o objetivo de aprofundar esta informação, analisaram-se também as respostas à afirmação "*Este trilho matemático contribuiu para que gostasse mais da disciplina de Matemática"*. Neste item, tanto no trilho matemático com papel e lápis como no trilho digital, todos os elementos do grupo assinalaram a opção "sempre". Os resultados evidenciam, portanto, uma perceção unanimemente positiva relativamente ao impacto dos trilhos matemáticos no gosto pela disciplina. Apesar das diferenças iniciais no modo como os alunos se posicionavam face à Matemática, todos referiram que as tarefas desenvolvidas, quer no trilho tradicional quer no trilho digital, contribuíram sempre para que gostassem mais da disciplina. Este padrão pode estar associado ao caráter prático e contextualizado das tarefas propostas, que envolveram a resolução de problemas em contexto real, a recolha de dados no exterior e o trabalho colaborativo. Este tipo de abordagem pode favorecer o envolvimento dos alunos, promovendo uma experiência de aprendizagem mais significativa e motivadora, especialmente para aqueles que inicialmente apresentam uma relação neutra ou menos positiva com a Matemática.

Interesse e entusiasmo pelas tarefas

A análise do interesse e entusiasmo dos alunos pelas tarefas baseou-se, numa primeira fase, nas respostas à afirmação *"Tive vontade e interesse em resolver as tarefas deste trilho"*. No trilho matemático com papel e lápis, os alunos BP e GT assinalaram a opção "sempre", enquanto a aluna MR indicou "frequentemente". No trilho digital, os alunos GT

e MR selecionaram a opção "sempre", sendo que o aluno BP assinalou "frequentemente". Estes dados revelam níveis elevados de envolvimento em ambos os tipos de trilho, ainda que com variações individuais. A alternância entre as respostas "sempre" e "frequentemente" vai ao encontro daquilo que foi identificado durante a observação direta dos trilhos e na entrevista, ou seja, apesar de todos os alunos manifestarem interesse pelas tarefas, o grau desse interesse não foi totalmente uniforme. Esta perceção relaciona-se com as variações nos níveis de autoconfiança (*e.g.,* durante a realização do primeiro trilho matemático, o trilho em papel e lápis, os alunos mostravam-se inseguros na aplicação do método da proporção, procurando diversas vezes o apoio da professora estagiária, mas, no trilho digital já estavam mais confiantes na aplicação deste método); a familiaridade com o tipo de suporte (*e.g.,* o grupo afirmou preferir trilho em papel e lápis pelo facto de estarem mais habituados a este suporte) e a perceção de dificuldade das tarefas propostas. Relativamente a este último assunto, durante a entrevista ocorreu o seguinte diálogo:

> PE: Qual dos dois trilhos é que vos pareceu mais difícil?
> BP: Do tablet. Não só pelo tablet, mas também tinha algumas tarefas bem difíceis.
> MR: Exato, as tarefas também.
> PE: Porquê? Quais foram as tarefas?
> BP: A do bebedouro *[tarefa "Os retângulos do bebedouro"]* foi a mais difícil, porque o professor não ajudou nós muito bem.
> MR: Exato, o professor confundiu-se e depois nós tivemos de fazer… coise *[o termo "coise" evidencia dificuldade em explicar como resolveram a situação perante a diversidade].*
> BP: E trocou tudo.
> MR: É que, no bebedouro, o maior é que era na verdade…
> BP: … O contrário.
> PE: Vocês estavam a achar que era uma sequência de crescimento decrescente. Se calhar foi uma falha minha, devia ter colocado no enunciado sequência de crescimento crescente.
> MR: Se calhar. Porque nós começamos… Primeiro, porque o professor tinha dito que não era para calcular este *[aponta para o retângulo menor].*
> BP: E depois nós começámos então por este *[o retângulo maior].* Depois de termos calculado praticamente todos, o professor disse que era o contrário. E nós tivemos de cortar isto tudo.

Através deste discurso, percebe-se a dificuldade dos alunos em comunicar matematicamente sobre o problema enfrentado perante a tarefa "Os retângulos do bebedouro", presente no trilho com o MCM. Como tinham trabalhado em sala de aula as sequências de crescimento decrescentes, os alunos pensaram que seria uma sequência nesse formato. Após a professora estagiária explicar que seria uma sequência de crescimento crescente, os alunos facilmente desenvolveram o raciocínio matemático

associado à resolução da tarefa e obtiveram a resposta esperada. Porém, verifica-se como uma situação de dificuldade motivou as escolhas dos alunos pelo trilho tradicional.

Estes dados são aprofundados pelas respostas à questão *"Quais foram os sentimentos que tiveste durante a realização dos trilhos?".* O aluno BP referiu sentimentos de diversão, confiança e interesse, sugerindo uma experiência positiva associada não só ao prazer da atividade, mas também à perceção de competência. O aluno GT assinalou diversão e curiosidade, o que aponta para uma postura exploratória e recetiva face às tarefas. Por sua vez, a aluna MR indicou diversão e interesse, acrescentando a expressão "burrice (às vezes)". Esta última expressão, apesar de informal, revela consciência metacognitiva e reconhecimento de momentos de dificuldade, sem comprometer o envolvimento global. Esta ambivalência sugere que, embora as tarefas tenham sido motivadoras e geradoras de interesse, também colocaram desafios cognitivos que levaram a momentos de frustração. Ainda assim, a presença dominante de sentimentos positivos, como diversão e interesse, indica que tais dificuldades não comprometeram o envolvimento global da aluna, podendo antes constituir oportunidades de aprendizagem significativa.

A entrevista realizada ao grupo-caso permitiu compreender melhor estes resultados, evidenciando que o entusiasmo dos alunos não esteve apenas associado às tarefas matemáticas, mas também à forma como o trabalho em grupo decorreu. A seguinte passagem carateriza esta situação:

> PE: Como foi, para vocês, participar nos dois trilhos – o trilho tradicional, em papel e lápis, e o trilho digital, no MathCityMap?
> MR: Eu preferia sem o tablet.
> BP: Mais ou menos.
> PE: Porquê? O que é que se passou?
> BP: Discussão.
> PE: Discussão? E discussão é mau?
> BP: Sim, dependendo, se a pessoa está certa ou errada. Muitas vezes estavam errados.
> PE: E quem é que estava certa?
> BP: Eu e a MR muitas vezes. Muitas vezes também era o GT.
> MR: Eu prefiro o tradicional, sem o tablet, do que com o tablet.
> PE: Porque é que preferem o tradicional?
> BP: É porque nós estamos acostumados a fazer com o tradicional.
> PE: O tablet é meio de distração?
> BP: Sim. Muitas vezes tem briga por causa do tablet.
> MR: Às vezes o tablet bugava também. Nós fizemos a resposta certa, só que depois ele dava errado...

PE: Problemas com o tablet?
BP: É.
PE: Mas com a aplicação, neste caso? Ou com o tablet em si?
MR: Não, com a aplicação.

As referências a discussões e conflitos, sobretudo no trilho digital, ajudam a explicar oscilações no interesse manifestado, mostrando que fatores sociais e tecnológicos influenciaram a experiência dos alunos. No que concerne aos fatores sociais, entende-se que o grupo interpretava a discussão e perspetivas diferentes como algo negativo, quando esta articulação é fundamental para fundamentar o raciocínio e a comunicação matemáticos. Relativamente aos fatores tecnológicos, o grupo afirmou que teve "problemas com o tablet". Apesar desta expressão estar no plural, na realidade apenas ocorreu uma falha na aplicação, porque não aceitava a resposta que o grupo pensava ser a correta.

Satisfação e prazer ao resolver problemas

A satisfação e prazer ao resolver problemas foi investigada através da análise das respostas às questões *"Gostaste de resolver o trilho matemático tradicional, em papel e lápis?"* e *"Gostaste de resolver o trilho matemático digital, com o MathCityMap?"*. Os alunos demonstraram uma apreciação globalmente positiva pelo trilho com papel e lápis. O aluno BP referiu que gostou muito de realizar o trilho porque "eu acho que assim é mais fácil"; o aluno GT indicou que gostou, justificando que "acho que assim aprendo melhor"; já a aluna MR afirmou ter gostado muito, mencionando que "no digital havia alguns problemas na aplicação e o digital criava intrigas". Esta afirmação é complementada através da observação direta realizada, visto que o grupo ficou frustrado quando inseriram uma resposta que, em princípio, estaria certa na aplicação e ela assumiu como errado. Esta situação aconteceu devido a uma gralha na colocação da vírgula durante a programação do trilho durante a tarefa "A malha quadrangular (Parte 2)". Contudo, o grupo teria a resposta errada em qualquer circunstância, pois colocaram a vírgula na casa decimal incorreta. Durante a entrevista, anteriormente citada, os alunos explicaram a sua preferência pelo trilho tradicional, voltando a salientar os problemas da aplicação.

Durante a realização do trilho em papel e lápis, destacaram-se momentos de satisfação e gozo pela atividade matemática. Por exemplo, ao lerem o enunciado da tarefa

"As mesas do bar (parte 2)", o grupo comentou: "A sério que a parte 2 é tão fácil?", ou seja, após momentos de frustração durante a parte 1 desta tarefa, em que o grupo teve de discutir estratégias para determinar qual seria a melhor a seguir, ficaram felizes pela parte 2 ser mais acessível.

Assim, MR afirmou diretamente: "Eu preferia sem o tablet", enquanto BP justificou essa preferência com a existência de "discussão" e "briga por causa do tablet". Para estes alunos, o tablet surgiu como um elemento de distração e conflito, mais do que como um facilitador da aprendizagem. MR acrescentou ainda que, no trilho digital, "o tablet bugava", isto é, o dispositivo tinha uma falha ou funcionava mal. Todavia, é de salientar que a aluna refere "tablet" quando quer dizer "aplicação". Assim, destaca-se o que foi anteriormente referido: esta falha na aplicação foi frustrante porque não aceitava a resposta que o grupo pensava ser a correta. Apesar de se referirem aos "problemas com o tablet" sempre no plural, na realidade só ocorreu o problema anteriormente mencionado.

Relativamente ao trilho digital, as respostas dos alunos indicam uma apreciação mais neutra ou negativa, influenciada por problemas técnicos e dificuldades de colaboração: BP afirmou que gostou, mas preferia o trilho tradicional; GT referiu que não gostou nem desgostou, salientando que "o nosso grupo não se entendia"; e MR destacou que "criou confusões e havia alguns problemas na aplicação". A entrevista evidenciou que as dificuldades com o trilho digital surgiram tanto pela aplicação em si — que apresentava erros pontuais na validação das respostas — como pela dinâmica de grupo, que exigia maior coordenação e negociação entre os alunos. Apesar de algumas críticas, os alunos reconheceram o interesse do trilho digital como forma de diversificar a aprendizagem.

Em suma, embora os alunos reconheçam interesse e potencial no trilho digital, a preferência recaiu claramente sobre o trilho tradicional. A familiaridade com o formato tradicional e a perceção de maior controlo parecem condicionar a preferência pelo método papel e lápis, evidenciando a importância de alinhar tecnologias digitais com as competências e experiências prévias dos alunos.

Autoconfiança

Um dos métodos para analisar a autoconfiança dos alunos na resolução das tarefas foi através da afirmação: *"Senti-me confiante nas minhas capacidades para resolver as*

tarefas". Tanto no trilho com papel e lápis como no trilho digital, os alunos BP e GT responderam "sempre", enquanto a aluna MR indicou "frequentemente". Esta perceção de confiança está relacionada com o desempenho dos alunos na disciplina de Matemática. Os alunos BP e GT são alunos que frequentemente obtêm classificações de Excelente, enquanto a aluna MR apresenta habitualmente classificações de Satisfaz Bastante. Porém, quando se articulam estes dados com o que efetivamente ocorreu durante a realização dos trilhos, entende-se que, na verdade, todos os elementos demonstravam insegurança na aplicação do método da proporção, tendo sido necessário, em alguns momentos, relembrar este conceito. Importa destacar que apenas o aluno BP referiu explicitamente, como já mencionado anteriormente, que um dos sentimentos experienciados durante a realização dos trilhos foi a confiança.

Logo, a diferença nos níveis de autoconfiança entre os alunos reflete o seu historial académico, pois os alunos com desempenho mais elevado responderam sentir-se mais seguros na realização de tarefas matemáticas, apesar de nem sempre isso corresponder à realidade, independentemente do formato do trilho.

Ansiedade, medo ou nervosismo

A perceção de ansiedade ou nervosismo durante a realização das tarefas foi investigada através da afirmação*: "Senti-me ansioso ou nervoso ao realizar as tarefas".* Tanto no trilho com papel e lápis como no trilho digital, os alunos BP e GT referiram que nunca se sentiram ansiosos ou nervosos, enquanto a aluna MR indicou que se sentiu assim "às vezes".

Complementarmente, nas respostas à questão aberta "Quais foram os sentimentos que tiveste durante a realização dos trilhos?", nenhum dos alunos assinalou experiências de vergonha ou ansiedade.

No decorrer da realização dos trilhos, observou-se que a MR, por vezes, assumia que "não sabia responder" e exitava responder, mas, quando guiada com questões orientadoras, conseguia ultrapassar este medo e cooperar com o grupo. Por sua vez, tentava ultrapassar este receio através do feedback da professora estagiária: "É a dividir por 2, não é, professora? É assim que se calcula". O aluno BP era um aluno com mais iniciativa para responder, logo, não tinha receio de errar. Já o aluno GT preferia abster-se da

discussão, mas, quando questionado, tinha uma estratégia pertinente, como aconteceu na tarefa "As mesas do bar" ou "Os cacifos".

Neste sentido, os dados revelam que, de forma geral, o grupo apresentou níveis reduzidos de ansiedade ou nervosismo durante a execução das tarefas, independentemente do formato do trilho. Apenas a aluna MR referiu momentos ocasionais de ansiedade, o que está relacionado com caraterísticas individuais e também com a sua perceção de confiança nas próprias capacidades.

Frustração e rejeição perante tarefas matemáticas

A frustração e a rejeição perante tarefas matemáticas podem manifestar-se através de comportamentos de desmotivação, desistência ou resistência durante a resolução das atividades propostas. No grupo-caso em análise, nenhum dos alunos referiu sentir desmotivação, quer no questionário, quer na entrevista, constituindo este dado um indicador relevante de envolvimento e interesse relativamente às tarefas desenvolvidas.

Relativamente à afirmação "Desisti de realizar as tarefas sempre que tive dúvidas", os três alunos responderam que nunca desistiram, independentemente do formato do trilho (tradicional ou digital). Os dados recolhidos através da observação direta corroboram estas respostas, uma vez que, mesmo perante dificuldades, os elementos do grupo procuravam incentivar-se mutuamente e persistir na resolução das tarefas. A este propósito, destaca-se um comentário realizado por BP durante a tarefa "As mesas do bar (parte 1)": "Vamos, Maria! Nós conseguimos. Temos de encontrar alguma estratégia." Esta intervenção evidencia uma atitude de encorajamento entre pares e uma predisposição para superar as dificuldades sentidas.

Apesar disso, observaram-se alguns indícios pontuais de frustração ao longo da realização das atividades, tanto no trilho tradicional como no digital. Na tarefa "Vamos contar quadrados" (trilho em papel e lápis) e na tarefa "Os retângulos do bebedouro" (trilho digital), registaram-se momentos de silêncio e alguns suspiros por parte dos alunos, associados às dificuldades sentidas na interpretação e compreensão das tarefas propostas.

Por outro lado, na tarefa "As mesas do bar (parte 1)" (trilho tradicional), verificaram-se sinais de frustração decorrentes da discordância entre diferentes propostas de resolução apresentadas pelos elementos do grupo. Após a exposição das várias estratégias, tornou-

se necessária a intervenção da professora estagiária, no sentido de incentivar os alunos a tomar uma decisão relativamente ao procedimento a adotar.

De igual modo, durante a realização da tarefa "O retângulo de ouro" (trilho digital), os alunos BP e MR demonstraram sinais de frustração relativamente ao aluno GT, uma vez que este insistia em medir as laterais da pedra exposta, não compreendendo que as medições relativas ao retângulo de ouro incidiam sobre o retângulo frontal.

Ainda assim, os resultados obtidos indicam que os alunos evidenciaram uma postura globalmente resiliente e motivada perante as tarefas matemáticas, mesmo quando confrontados com dificuldades ou divergências de opinião. A ausência de comportamentos de desistência ou rejeição persistente sugere um elevado nível de compromisso com a realização das tarefas, refletindo uma atitude positiva e perseverante tanto no trilho tradicional como no trilho digital.

2.7.2. *Dimensão cognitiva*

No que concerne à dimensão cognitiva, os indicadores de atitudes positivas utilizados foram: as crenças de utilidade da Matemática; a Matemática vista como compreensível, desafiante, mas acessível; e o valor reconhecido da Matemática para a vida. Os indicadores de atitudes negativas foram: a Matemática considerada inútil, irrelevante; a Matemática vista como excessivamente difícil, abstrata ou inacessível; e a baixa valorização social do saber matemático.

Crenças de utilidade da Matemática e valor reconhecido da Matemática para a vida

A perceção da utilidade da Matemática fora do contexto escolar foi analisada a partir da questão *"Os conteúdos de Matemática são úteis no teu dia a dia fora da escola?*". Apenas o aluno BP respondeu afirmativamente, justificando que "eles podem ser úteis para fazermos muitas coisas como fazer um bolo", estabelecendo, assim, uma ligação entre os conteúdos matemáticos trabalhados e situações concretas do quotidiano, nomeadamente relacionadas com proporcionalidade e medição. Por sua vez, os alunos GT e MR responderam negativamente, não apresentando qualquer justificação para a sua resposta.

Relativamente à afirmação *"Percebi com este trilho que a Matemática pode ser útil no dia a dia"*, os alunos manifestaram perceções distintas. O aluno BP assinalou a opção "sempre", enquanto o aluno GT respondeu "raramente" e a aluna MR indicou "às vezes", tanto no trilho tradicional como no trilho digital. Estes resultados sugerem que, embora os trilhos matemáticos tenham proporcionado tarefas contextualizadas e próximas da realidade dos alunos, tal não foi suficiente para que todos desenvolvessem uma perceção clara e consistente da utilidade prática da Matemática no quotidiano.

Os dados obtidos através da observação direta reforçam esta interpretação. Durante a realização das tarefas, verificou-se que os alunos se concentravam sobretudo na obtenção da resposta correta e na resolução dos desafios propostos, raramente estabelecendo, de forma espontânea, relações explícitas entre os conteúdos matemáticos e situações do dia a dia. Ainda assim, em alguns momentos, particularmente no caso do aluno BP, surgiram referências à aplicabilidade prática dos conhecimentos mobilizados, revelando uma maior facilidade em reconhecer o valor funcional da Matemática.

Por outro lado, as respostas à afirmação *"Consegui identificar uma relação entre as tarefas e os conteúdos matemáticos que já aprendi nas aulas"* revelaram uma forte perceção de articulação entre as tarefas propostas e os conteúdos curriculares, uma vez que todos os alunos assinalaram a opção "sempre", em ambos os tipos de trilho. Durante os trilhos, os alunos reconheceram conteúdos previamente abordados nas aulas, como cálculo de áreas e perímetros, medições, proporcionalidade e identificação de figuras geométricas. Em diferentes momentos, recorreram a estratégias aprendidas anteriormente, demonstrando reconhecer a articulação entre as tarefas propostas e os conteúdos curriculares.

Neste sentido, observa-se uma discrepância entre o reconhecimento da ligação curricular e a atribuição de utilidade prática à Matemática. Embora todos os alunos consigam identificar a relação entre as tarefas realizadas e os conteúdos aprendidos nas aulas, apenas o aluno BP evidencia maior capacidade de transferir esses conhecimentos para situações concretas do quotidiano. Já os alunos GT e MR, apesar de reconhecerem a coerência curricular das atividades, demonstram maior dificuldade em atribuir à Matemática um valor funcional fora do contexto escolar.

Assim, os resultados sugerem que a perceção da utilidade da Matemática não depende exclusivamente da contextualização das tarefas propostas, mas também de fatores como a capacidade individual de transferência da aprendizagem, as experiências prévias dos alunos, o nível de compreensão dos conteúdos matemáticos e o significado pessoal atribuído à disciplina.

A Matemática vista como compreensível, desafiante, mas acessível

A perceção da Matemática enquanto disciplina compreensível, cognitivamente desafiante, mas simultaneamente acessível, foi analisada, numa primeira fase, a partir das respostas à questão "*Achaste este trilho difícil de resolver?".*

No trilho matemático em papel e lápis, os alunos BP e MR assinalaram a opção "nada difícil", enquanto o aluno GT indicou "difícil". As justificações apresentadas evidenciam diferenças significativas na forma como cada aluno experienciou a dinâmica de trabalho em grupo e os processos de resolução das tarefas. O aluno BP considerou o trilho pouco desafiante por afirmar que "eu sabia a matéria", demonstrando elevados níveis de autoconfiança e domínio prévio dos conteúdos matemáticos. Por sua vez, a aluna MR justificou a sua resposta referindo que "discutia com o meu grupo e nós sabíamos a matéria", interpretando a discussão como um elemento positivo de colaboração e construção conjunta do conhecimento. Em contrapartida, o aluno GT considerou o trilho difícil, explicando que "o nosso grupo nunca concordava", evidenciando uma perceção menos positiva da discussão em grupo, associando-a a um fator dificultador da resolução das tarefas.

Relativamente ao trilho matemático digital, o aluno BP manteve a perceção de que este não foi "nada difícil", voltando a associar essa perceção ao conhecimento prévio dos conteúdos. Já a aluna MR classificou o trilho como "um pouco difícil", justificando que "nós ficamos um bocado confusos com algumas perguntas", enquanto o aluno GT assinalou igualmente "um pouco difícil", acrescentando que "dava para ver logo se a resposta está certa". Esta última observação sugere que a validação imediata das respostas proporcionada pela aplicação influenciou a sua perceção de dificuldade, aumentando a pressão sentida durante a resolução das tarefas.

A análise da entrevista permite aprofundar estes resultados, demonstrando que a maior perceção de dificuldade manifestada pelos alunos não esteve associada a uma ausência de conhecimentos matemáticos, mas sobretudo a dificuldades na definição de estratégias iniciais de resolução, à dinâmica de trabalho colaborativo e, no caso do trilho digital, à mediação tecnológica. Com efeito, MR referiu que "o que foi mais difícil foi mesmo olhar para o exercício e não termos ideia nenhuma do que fazer", evidenciando situações de bloqueio estratégico perante tarefas mais abertas ou menos familiares.

Do mesmo modo, os alunos mencionaram momentos de confusão relacionados com o funcionamento da aplicação, nomeadamente quando respostas consideradas corretas eram classificadas como erradas pelo MCM. A este propósito, MR afirmou: "Nós fizemos a resposta certa, só que depois ele dava errado… Às vezes o tablet bugava também." Estes episódios contribuíram para sentimentos pontuais de incerteza e frustração, particularmente no trilho digital. Além disso, os conflitos em torno da utilização do tablet foram frequentemente referidos pelos alunos, tendo BP afirmado que "com o tablet tinha brigas", enquanto MR acrescentou que "o tablet cria intrigas".

Apesar dessas dificuldades, os dados da observação direta evidenciam que os alunos mantiveram envolvimento nas tarefas e procuraram persistir na resolução dos desafios propostos. Observou-se, ainda, que o aluno GT, embora mais reservado e menos interventivo nas discussões em grupo, conseguia frequentemente identificar estratégias de resolução de forma rápida quando questionado diretamente pela professora estagiária. Em contraste, os alunos BP e MR verbalizaram mais frequentemente dúvidas relacionadas com a escolha da estratégia adequada, chegando BP a admitir, relativamente à tarefa "As mesas do bar (Parte 1)", que a principal dificuldade consistia em perceber "como fazer".

No que diz respeito à compreensão das tarefas, as respostas ao questionário não evidenciaram diferenças significativas entre os dois tipos de trilho: os alunos BP e GT assinalaram a opção "sempre", enquanto a aluna MR indicou "frequentemente". A entrevista reforça esta interpretação, uma vez que MR refere ter assumido a leitura dos enunciados para o grupo, afirmando: "Eu li todos os enunciados para eles, para eles ouvirem e para nós conseguirmos pensar sobre o enunciado." Tal evidência sugere que as dificuldades sentidas não decorreram, de forma predominante, da interpretação textual

das tarefas, mas sim da definição de estratégias de resolução e da tomada de decisões em grupo.

Relativamente à afirmação *"Consegui selecionar as informações importantes para resolver cada tarefa do trilho"*, o aluno BP respondeu "sempre" em ambos os trilhos; o aluno GT indicou "frequentemente" no trilho tradicional e "sempre" no digital; e a aluna MR assinalou "sempre" no trilho tradicional e "frequentemente" no digital. Por sua vez, na afirmação *"Consegui decidir facilmente que estratégias ou representações matemáticas usar na resolução de cada tarefa"*, os alunos BP e GT responderam "sempre" em ambos os trilhos, enquanto a aluna MR indicou "frequentemente".

Contudo, a triangulação com os dados da entrevista e da observação direta revela algumas nuances importantes. Embora GT tenha demonstrado menor participação verbal durante o trabalho colaborativo, observou-se que apresentava rapidez na identificação de estratégias quando solicitado individualmente. Já BP e MR revelaram maior necessidade de discussão coletiva para compreender o caminho a seguir, particularmente em tarefas mais abertas ou menos estruturadas. Ainda assim, estas dificuldades não impediram os alunos de mobilizar conhecimentos matemáticos adequados nem de alcançar a resolução das tarefas.

Em síntese, apesar de pequenas variações na perceção de dificuldade entre os alunos e entre os dois tipos de trilho, todos demonstraram um nível globalmente positivo de compreensão das tarefas, capacidade de seleção de informação relevante e autonomia na escolha de estratégias matemáticas adequadas. As diferenças observadas, particularmente entre MR e GT, reforçam a importância da dinâmica de grupo, das interações entre pares e da mediação tecnológica na perceção de desafio, mais do que a complexidade intrínseca das tarefas propostas.

2.7.3. *Dimensão comportamental*

Relativamente ao domínio comportamental, os indicadores de atitudes positivas utilizados foram: a perseverança e empenho nas tarefas; a abertura a novas experiências; a flexibilidade de pensamento e diversidade de estratégias; e a persistência perante as dificuldades. Os indicadores de atitudes negativas utilizados foram: a desistência rápida; a

falta de empenho e esforço; a resistência a novas experiências; e a rigidez de pensamento ou pouca tolerância à frustração.

Perseverança e empenho nas tarefas e persistência perante as dificuldades

A perseverança e o empenho demonstrados pelos alunos durante a realização das tarefas foram analisados, numa primeira fase, a partir das respostas à afirmação *"Tive vontade e interesse em resolver as tarefas deste trilho"*. No trilho matemático tradicional, os alunos BP e GT assinalaram a opção "sempre", enquanto a aluna MR indicou "frequentemente". Já no trilho digital, o aluno BP respondeu "frequentemente", ao passo que os alunos GT e MR selecionaram "sempre". De um modo geral, estes resultados evidenciam elevados níveis de interesse e envolvimento em ambos os trilhos, ainda que com algumas variações individuais relacionadas, sobretudo, com a experiência de trabalho em grupo e com a mediação tecnológica.

Um segundo conjunto de dados, relativo à afirmação *"Mesmo quando tive dificuldades, continuei a tentar resolver"*, permite aprofundar não apenas o empenho dos alunos, mas também a sua persistência perante obstáculos. Em ambos os trilhos, todos os alunos assinalaram a opção "sempre", evidenciando uma postura perseverante e resiliente face aos desafios colocados pelas tarefas matemáticas.

Os dados recolhidos através da observação direta corroboram estas respostas, uma vez que, mesmo em momentos de dúvida, confusão ou desacordo, os alunos procuraram continuar envolvidos nas tarefas, discutindo possibilidades de resolução, testando estratégias e solicitando esclarecimentos quando necessário. Durante a realização da tarefa "As mesas do bar (Parte 1)", por exemplo, observaram-se momentos de indecisão e frustração relativamente à estratégia a adotar; contudo, o grupo manteve-se empenhado na procura de uma solução. Neste contexto, BP incentivou os colegas afirmando: "Vamos, Maria! Nós conseguimos. Temos de encontrar alguma estratégia." Esta intervenção evidencia não apenas persistência individual, mas também uma dinâmica de encorajamento entre pares.

A análise da entrevista ao grupo-caso reforça igualmente estes resultados. Embora os alunos tenham referido momentos de bloqueio inicial e confusão — particularmente nas tarefas "As mesas do bar (Parte 1)" e "Vamos contar quadrados!", no trilho tradicional, e "A

malha quadrangular (Parte 1)" e "Os retângulos do bebedouro", no trilho digital — tais episódios não conduziram à desistência das tarefas. Pelo contrário, os alunos descreveram processos de superação gradual das dificuldades através da discussão em grupo, da experimentação de diferentes estratégias e da orientação da professora estagiária. A este propósito, BP referiu que, na tarefa "As mesas do bar (Parte 1)", inicialmente não sabiam "como fazer", mas acrescentou posteriormente que "depois entendemos". De igual modo, relativamente à tarefa "Os retângulos do bebedouro", MR afirmou que, após os esclarecimentos fornecidos, "depois até foi fácil".

Importa ainda salientar que, apesar das dificuldades sentidas, os alunos demonstraram disponibilidade para reformular estratégias e rever procedimentos sempre que necessário. Na tarefa "Os retângulos do bebedouro", por exemplo, o grupo teve de reorganizar parte da resolução após perceber que tinha interpretado incorretamente a sequência apresentada. Ainda assim, os alunos continuaram envolvidos na atividade e reajustaram o trabalho realizado, sem revelar comportamentos de desistência.

Além disso, verificou-se que os momentos de maior dificuldade estiveram frequentemente associados não à ausência de conhecimentos matemáticos, mas à necessidade de encontrar estratégias adequadas para iniciar ou organizar a resolução das tarefas. A própria aluna MR reconheceu que "o que foi mais difícil foi mesmo olhar para o exercício e não termos ideia nenhuma do que fazer", evidenciando que os bloqueios surgiam sobretudo ao nível da planificação da resolução e não da compreensão dos conteúdos matemáticos.

Assim, os resultados obtidos sugerem que as dificuldades enfrentadas pelos alunos funcionaram, em muitos momentos, como desafios produtivos, promovendo a persistência, a negociação de estratégias e o envolvimento contínuo na resolução das tarefas. Tanto no trilho tradicional como no digital, os alunos demonstraram capacidade para lidar com obstáculos, mantendo o empenho e a participação ao longo das atividades.

Abertura a novas experiências

A abertura dos alunos a novas experiências foi analisada, numa primeira fase, a partir das respostas à questão *"Se tivesses de eleger um dos trilhos matemáticos que fizeste, qual escolherias?"*. O grupo-caso indicou uma preferência pelo trilho matemático

tradicional, em papel e lápis. Esta preferência foi igualmente reforçada durante a entrevista, na qual os alunos referiram sentir-se mais à vontade com este formato, sobretudo por estarem mais habituados ao trabalho em papel e lápis e por associarem o uso do tablet a conflitos no grupo e a problemas técnicos da aplicação.

No entanto, a preferência expressa pelo trilho tradicional não deve ser interpretada como uma rejeição de novas experiências. Este aspeto é evidenciado pelas respostas à afirmação *"Voltarias a realizar um trilho matemático?"*, à qual todos os alunos responderam "sim, com certeza", demonstrando disponibilidade para repetir este tipo de atividade, independentemente do formato.

Relativamente ao trilho digital, as respostas à afirmação "*Senti-me motivado com a utilização de um dispositivo móvel"* revelam perceções diferenciadas. Os alunos BP e GT indicaram sentir-se motivados "frequentemente", enquanto a aluna MR respondeu "nunca". A análise da entrevista permite compreender melhor esta diferença, uma vez que MR associa a utilização do tablet a experiências negativas, como conflitos no grupo e falhas na aplicação ("o tablet cria intrigas", "o tablet bugava"), mais do que à própria utilização da tecnologia em si.

Adicionalmente, as respostas dos alunos relativamente à utilização do dispositivo móvel e da aplicação MathCityMap evidenciam diferentes níveis de adaptação ao suporte digital. Quando questionados sobre a dificuldade sentida na utilização da aplicação, a aluna MR referiu sentir dificuldades "frequentemente", o aluno GT indicou "às vezes" e o aluno BP respondeu "nunca". Estes resultados mostram perceções distintas quanto à facilidade de utilização da ferramenta digital, refletindo não apenas diferentes níveis de familiaridade com recursos tecnológicos, mas também perfis individuais distintos perante situações novas e potencialmente desafiantes. A análise destes dados torna-se particularmente relevante quando articulada com as características previamente identificadas nos alunos. O aluno BP, que demonstrava maior confiança académica, iniciativa e facilidade em assumir funções de liderança, revelou sentir-se confortável com a utilização do dispositivo móvel e da aplicação. Já o aluno GT, apesar de mais reservado, adaptou-se progressivamente ao funcionamento do MCM, referindo apenas dificuldades ocasionais. Em contrapartida, a aluna MR evidenciou maior resistência ao suporte digital, associando frequentemente o

uso do tablet a situações de confusão, conflitos no grupo e problemas técnicos, o que poderá justificar a perceção mais elevada de dificuldade.

Do mesmo modo, as respostas à afirmação *"Senti-me motivado com a utilização de um dispositivo móvel"* revelam diferenças relevantes. Os alunos GT e BP indicaram sentir-se motivados "frequentemente", enquanto a aluna MR respondeu "nunca". Estes dados corroboram as informações recolhidas durante a entrevista, nas quais MR manifestou explicitamente preferência pelo trilho tradicional, afirmando: "Eu preferia sem o tablet". Assim, verifica-se que, para esta aluna, o recurso tecnológico não constituiu um elemento motivador, sendo antes associado a distração, conflitos e dificuldades na validação das respostas.

Relativamente à utilização das sugestões disponibilizadas pela aplicação, observou-se igualmente uma discrepância coerente com os perfis dos alunos. O aluno GT afirmou "nunca" ter necessitado de recorrer às sugestões, BP indicou "raramente" e MR respondeu "frequentemente". Esta diferença reflete distintos níveis de autonomia e confiança durante a resolução das tarefas. Apesar disso, tanto BP como MR consideraram que as sugestões foram "frequentemente" úteis para resolver as tarefas, o que evidencia que os mecanismos de apoio integrados na aplicação desempenharam um papel relevante na superação de dificuldades e na continuidade do trabalho matemático.

Neste sentido, os resultados sugerem que a utilização do dispositivo móvel e da aplicação MCM teve impactos distintos nos elementos do grupo-caso. Para os alunos BP e GT, o tablet constituiu um recurso globalmente motivador, associado à curiosidade, ao *feedback* imediato e à possibilidade de validar rapidamente as respostas. Em particular, o aluno BP demonstrou elevada adaptação ao ambiente digital, não referindo dificuldades na utilização da aplicação e recorrendo apenas raramente às sugestões, o que evidencia confiança nas suas capacidades matemáticas e tecnológicas. Já o aluno GT, embora mais reservado e menos interventivo nas discussões de grupo, revelou capacidade de adaptação progressiva ao MCM, utilizando o *feedback* automático como elemento de apoio à validação do raciocínio matemático.

Por outro lado, para a aluna MR, a utilização do dispositivo móvel esteve frequentemente associada a experiências negativas, nomeadamente dificuldades no uso

da aplicação, conflitos relacionados com a dinâmica de grupo e sentimentos de confusão perante algumas funcionalidades do MCM. A necessidade frequente de recorrer às sugestões evidencia menor segurança na utilização da aplicação e maior dependência de apoio externo para prosseguir a resolução das tarefas. Ainda assim, o facto de considerar essas sugestões úteis demonstra que os mecanismos de ajuda incorporados na aplicação tiveram um papel relevante na superação das dificuldades sentidas.

Assim, conclui-se que a integração do dispositivo móvel no contexto dos trilhos matemáticos não produziu efeitos homogéneos no grupo. Embora o MCM tenha favorecido a motivação, a autonomia e o envolvimento de alguns alunos, também introduziu elementos de tensão, distração e insegurança, sobretudo para a aluna que demonstrava menor abertura ao suporte digital. Os resultados sugerem que o grupo-caso apresenta uma abertura moderada a novas experiências, condicionada por fatores como a familiaridade com o suporte e a dinâmica do trabalho colaborativo. Apesar de reconhecerem potencial no trilho digital, os alunos demonstram maior conforto e segurança no formato tradicional, o que reforça a importância de uma integração progressiva e bem mediada da tecnologia em contextos de aprendizagem matemática.

Flexibilidade de pensamento e diversidade de estratégias

A flexibilidade de pensamento e a diversidade de estratégias mobilizadas pelos alunos foram analisadas, numa primeira fase, a partir das respostas à afirmação "*Consegui decidir facilmente que estratégias ou representações matemáticas usar na resolução de cada tarefa"*, anteriormente considerada no indicador *Matemática vista como compreensível, desafiante, mas acessível*, integrado na dimensão cognitiva. Os alunos BP e GT responderam "sempre" em ambos os tipos de trilho, enquanto a aluna MR indicou "frequentemente". Estes resultados sugerem que, de forma geral, os alunos revelaram capacidade para selecionar estratégias adequadas à resolução das tarefas, embora com diferentes níveis de segurança e autonomia na tomada de decisão inicial.

A triangulação destes dados com a entrevista e com a observação direta permite aprofundar esta análise, evidenciando que a seleção de estratégias nem sempre ocorreu de forma imediata, sobretudo em tarefas que exigiam maior organização da informação, interpretação espacial ou identificação de padrões. Os alunos referiram, em diversos

momentos, situações de bloqueio inicial associadas à dificuldade em compreender "como fazer" ou em decidir qual o procedimento mais adequado para iniciar a resolução. Contudo, essas dificuldades foram progressivamente ultrapassadas através da discussão em grupo, da experimentação de diferentes possibilidades e da mediação da professora estagiária, revelando capacidade de adaptação e reajuste estratégico.

Na tarefa "As mesas do bar (Parte 1)", por exemplo, os alunos demonstraram inicialmente dificuldades na definição de uma estratégia para calcular áreas envolvendo diferentes figuras geométricas, nomeadamente triângulos e retângulos. Durante a entrevista, BP referiu que a principal dificuldade consistia em perceber "como fazer", enquanto MR acrescentou que "nós não tínhamos percebido primeiro o que era para fazer e depois percebemos". Ainda assim, após discussão e negociação de ideias no grupo, os alunos conseguiram reorganizar a abordagem e avançar na resolução da tarefa.

De igual modo, na tarefa "Vamos contar quadrados!", os alunos relataram dificuldades relacionadas com a identificação e organização dos diferentes quadrados presentes na figura, classificando a tarefa como "muito confusa". Apesar disso, persistiram na exploração de possibilidades, reformularam estratégias e recorreram à orientação da professora estagiária até conseguirem encontrar uma solução adequada.

A análise da observação direta permitiu ainda verificar diferenças individuais na forma como os alunos abordavam os problemas. Embora GT assumisse uma postura mais reservada nas discussões coletivas, demonstrava frequentemente rapidez na identificação de estratégias quando questionado individualmente. Pelo contrário, BP e MR recorriam mais frequentemente à verbalização e à discussão colaborativa para estruturar o raciocínio e decidir os procedimentos a utilizar. Estas diferenças sugerem estilos distintos de pensamento matemático, sem comprometer, contudo, a capacidade global do grupo para explorar estratégias diversificadas.

O indicador relativo à diversidade de estratégias foi igualmente evidenciado através da análise das resoluções produzidas pelo grupo-caso, detalhada nos subtópicos *Desempenho do grupo-caso no trilho com papel e lápis* e *Desempenho do grupo-caso no trilho digital*. A análise transversal dessas resoluções demonstra que o grupo não se limitou à aplicação mecânica de procedimentos, mobilizando, pelo contrário, estratégias variadas

e ajustadas às especificidades de cada tarefa, o que revela flexibilidade cognitiva, capacidade de adaptação e abertura à negociação de ideias.

As resoluções realizadas pelo grupo evidenciaram, em particular:

(i) Diversidade de estratégias visuais, através da decomposição e composição de figuras geométricas de diferentes formas, como triângulos, retângulos e quadrados. Tal verificou-se, por exemplo, na tarefa "As mesas do bar (Parte 1)", em que os elementos do grupo propuseram inicialmente abordagens distintas antes de negociarem uma estratégia comum;

(ii) Capacidade de reajuste das estratégias, quando as estratégias iniciais se revelaram inadequadas ou incompletas, como ocorreu nas tarefas "O desenho do mural" e "Vamos contar quadrados!", nas quais o grupo reformulou o raciocínio após dificuldades iniciais ou mediação docente;

(iii) Mobilização de conhecimentos prévios e transferência entre tarefas, reconhecendo semelhanças estruturais entre problemas, nomeadamente na identificação de padrões de crescimento em tarefas como "Vamos contar quadrados!" e "O jogo da macaca";

(iv) Utilização de representações ativas e visuais, recorrendo à representação física das situações problemáticas, como sucedeu no "Jogo da macaca", em que a colocação de pedras facilitou a identificação do padrão e a compreensão da regularidade presente;

(v) Flexibilidade na organização do trabalho colaborativo, evidenciada pela redistribuição espontânea de funções entre os elementos do grupo, particularmente no trilho digital, sem comprometer o envolvimento na resolução das tarefas;

(vi) Persistência na exploração de estratégias alternativas, mesmo perante dificuldades de interpretação, notação matemática ou comunicação de raciocínios, como se verificou em tarefas relacionadas com razões e proporcionalidade.

Importa ainda salientar que algumas dificuldades observadas estiveram mais associadas à explicitação escrita e formal dos raciocínios do que propriamente à ausência de compreensão matemática. Um exemplo disso ocorreu na tarefa "O desenho do mural", quando os alunos conseguiram determinar corretamente os valores em falta através do produto dos meios pelos extremos, mas revelaram dificuldade em explicar oralmente o procedimento utilizado e justificar o registo efetuado. Apenas após a intervenção da

professora estagiária reconheceram que tinham aplicado a relação "produto dos extremos igual ao produto dos meios", demonstrando compreensão implícita do procedimento, apesar da dificuldade em explicitá-lo formalmente.

Outro exemplo verificou-se na tarefa "As mesas do bar (Parte 2)", quando os alunos conseguiram calcular corretamente a razão pedida, mas demonstraram dificuldade em interpretar o significado matemático do valor obtido. Apesar de identificarem que "2,3" correspondia à razão entre as áreas consideradas, não conseguiram explicar o que esse valor representava no contexto da situação-problema, evidenciando dificuldades ao nível da comunicação e interpretação matemática, mais do que na execução do cálculo em si.

Assim, apesar de se terem identificado dificuldades pontuais ao nível da comunicação matemática e da formalização escrita das estratégias, estas não impediram a exploração de diferentes abordagens nem comprometeram a persistência do grupo na resolução das tarefas. Pelo contrário, os alunos evidenciaram atitudes compatíveis com uma postura investigativa, colaborativa e cognitivamente flexível perante os desafios matemáticos propostos em ambos os trilhos, confirmando a presença de uma atitude positiva no domínio comportamental relativamente à diversidade de estratégias.

Desistência rápida

Ao analisar as respostas à afirmação *"Desisti de realizar as tarefas sempre que tive dúvidas"*, verifica-se que os alunos assinalaram unanimemente a opção "nunca", tanto no trilho tradicional como no trilho digital, o que indica uma baixa tendência para a desistência perante situações de incerteza ou dificuldade.

Esta tendência é confirmada pela entrevista, na qual os alunos identificaram várias tarefas em que sentiram dificuldades iniciais, sem que isso se traduzisse em desistência. No trilho matemático tradicional, foram referidas dificuldades nas tarefas *"As mesas do bar (Parte 1)"* e *"Vamos contar quadrados!"*, nas quais os alunos relataram momentos de confusão e bloqueio inicial, associados à definição da estratégia de resolução. Ainda assim, referiram que, após discussão em grupo e com apoio da professora estagiária, conseguiram avançar na resolução das tarefas.

No trilho matemático digital, os alunos destacaram como mais difíceis as tarefas *"Os retângulos do bebedouro"* e *"A malha quadrangular (Parte 1)"*. As dificuldades estiveram

associadas à formulação do enunciado, à validação automática das respostas pela aplicação e à necessidade de reorganizar a estratégia inicialmente adotada. Apesar destes constrangimentos, os alunos persistiram na resolução das tarefas, reformulando procedimentos e concluindo as tarefas propostas.

Assim, estes resultados evidenciam que, embora tenham ocorrido situações de dificuldade e incerteza em tarefas específicas, os alunos mantiveram uma atitude perseverante, não desistindo perante os obstáculos encontrados, o que reforça os dados obtidos através do questionário.

CAPÍTULO VI – CONCLUSÕES

O presente capítulo encontra-se estruturado em três partes. Numa primeira parte, apresenta-se uma síntese do estudo, recordando o seu propósito, a metodologia adotada e os principais aspetos da intervenção realizada. Seguidamente, tendo por base as questões de investigação, discutem-se as conclusões do estudo, informadas pela análise e interpretação dos resultados obtidos, procurando evidenciar os contributos dos trilhos matemáticos, em formato tradicional e digital, para o desenvolvimento do pensamento algébrico. Por fim, identificam-se as principais limitações da investigação e apresentam-se recomendações para futuras investigações.

1. Síntese do estudo

O presente estudo teve como principal objetivo compreender o modo como alunos do 6.º ano de escolaridade mobilizam o pensamento algébrico na resolução de tarefas em trilhos matemáticos tradicionais e digitais. Tendo por base este problema, de forma a orientar o estudo, formularam-se as seguintes questões de investigação: Q.1. Como se caracteriza e compara o desempenho dos alunos num trilho matemático digital e num trilho matemático com papel e lápis?; Q.2. Que atitudes evidenciam os alunos na realização de um trilho matemático digital e num trilho matemático com papel e lápis?

Para responder às questões de investigação, desenvolveu-se um estudo de caso, enquadrado numa abordagem qualitativa, realizado no âmbito da PES. A investigação decorreu numa turma constituída por vinte alunos do 6.º ano de escolaridade, sobre a qual incidiu a análise global do desempenho e das atitudes evidenciadas durante a realização dos trilhos matemáticos. Paralelamente, foi selecionado um grupo-caso, de acordo com os critérios definidos no capítulo III, cuja análise aprofundada permitiu compreender, com maior detalhe, os processos de resolução, as interações estabelecidas entre os elementos do grupo e as atitudes manifestadas ao longo da realização das tarefas.

No âmbito da intervenção didática foram concebidos e implementados dois trilhos matemáticos, um em formato tradicional e outro em formato digital, centrados nos conteúdos de regularidades em sequências e proporcionalidade direta. Ambos procuraram promover a resolução de problemas em contextos reais, incentivando os alunos a observar,

interpretar, estabelecer relações, formular generalizações e justificar as estratégias utilizadas, favorecendo, deste modo, o desenvolvimento do pensamento algébrico.

A recolha de dados baseou-se na triangulação de diferentes técnicas e instrumentos, nomeadamente na observação participante, no questionário aplicado aos alunos, nos documentos produzidos durante a realização das tarefas, na entrevista realizada ao grupo-caso e nos registos audiovisuais obtidos ao longo da intervenção. Esta diversidade de fontes permitiu analisar não apenas os resultados obtidos pelos alunos, mas também compreender os processos de aprendizagem, as estratégias mobilizadas e as atitudes manifestadas nos diferentes ambientes de aprendizagem.

2. Conclusões do estudo

Após a redução dos dados, procedeu-se à sua análise, procurando responder às questões de investigação formuladas no início do estudo. Para isso, foram considerados os dados recolhidos através dos diferentes instrumentos de investigação. Numa primeira fase, foram analisados os questionários aplicados aos alunos, permitindo compreender as suas perceções relativamente à Matemática, aos trilhos matemáticos e à utilização da aplicação *MathCityMap*. Posteriormente, procedeu-se à análise das produções escritas da turma, relativas aos trilhos matemáticos em formato tradicional e digital, com o objetivo de caracterizar o desempenho dos alunos na resolução das diferentes tarefas, identificando as estratégias utilizadas e as dificuldades evidenciadas. Paralelamente, recorreu-se às observações realizadas ao longo da intervenção e aos questionários para analisar as atitudes manifestadas pela turma durante a realização dos trilhos matemáticos.

Numa fase seguinte, foi efetuada uma análise aprofundada do grupo-caso. Esta análise incidiu sobre o desempenho dos alunos na resolução das tarefas, os processos de resolução desenvolvidos, as interações estabelecidas entre os elementos do grupo e as atitudes evidenciadas durante a realização dos dois trilhos matemáticos, recorrendo às produções escritas, às observações realizadas, aos questionários e à entrevista efetuada aos alunos.

Por último, procedeu-se à comparação dos resultados obtidos nos dois ambientes de aprendizagem, procurando identificar semelhanças e diferenças relativamente ao desempenho e às atitudes dos alunos. A análise integrada dos resultados da turma e do

grupo-caso permitiu elaborar as principais conclusões do estudo, sustentadas nos dados recolhidos e no enquadramento teórico apresentado, organizadas de acordo com as questões de investigação formuladas.

2.1. Caracterização e comparação do desempenho dos alunos num trilho matemático digital e num trilho matemático com papel e lápis

Os resultados obtidos permitem caracterizar e comparar o desempenho dos alunos nos trilhos matemáticos considerando duas dimensões: o nível de sucesso alcançado na resolução das tarefas e as dificuldades evidenciadas durante a sua realização.

Relativamente ao nível de sucesso, verificou-se que os alunos obtiveram desempenhos globalmente positivos nos dois trilhos matemáticos, contudo, superiores no trilho digital. No trilho com papel e lápis, 54% das resoluções foram classificadas como corretas, 26% como parcialmente corretas, 16% como incorretas e 4% não apresentaram resolução, enquanto no trilho digital a percentagem de resoluções corretas aumentou para 71%, diminuindo simultaneamente as resoluções parcialmente corretas (12%), incorretas (15%) e sem resposta (2%). Os alunos referiram que o *feedback* imediato disponibilizado pela aplicação MCM e a possibilidade de validação das respostas favoreceram a autorregulação da aprendizagem, permitindo reajustar as suas respostas durante a resolução das tarefas. Estes resultados vão ao encontro dos estudos de Barbosa e Vale (2023), Cahyono e Ludwig (2016) e Jablonski (2024), que evidenciam que o *feedback* automático e as pistas graduais potenciam o envolvimento dos alunos, promovem a autonomia e contribuem para a melhoria do desempenho matemático.

Todavia, a análise do grupo-caso revelou uma tendência distinta. Neste grupo, os alunos apresentaram um desempenho superior no trilho com papel e lápis, no qual 89% das resoluções foram classificadas como corretas, enquanto no trilho digital essa percentagem diminuiu para 75%. A entrevista realizada permitiu compreender esta diferença. Os alunos referiram que, no trilho com papel e lápis, a ausência de validação imediata levava a discutir mais aprofundadamente cada tarefa, confrontando ideias, justificando os seus raciocínios e procurando alcançar um consenso antes de registarem a resposta. Pelo contrário, no trilho digital, explicaram que o *feedback* disponibilizado pela aplicação fazia com que a necessidade de discussão fosse menor, uma vez que podiam

verificar de imediato se a resposta estava correta ou incorreta e reajustá-la em função dessa informação. Acresce que o dispositivo móvel foi igualmente identificado como um fator gerador de distrações e de pequenos conflitos entre os elementos do grupo, devido à vontade de todos quererem manusear o tablet durante a realização do trilho.

O *feedback* imediato disponibilizado pela aplicação MCM desempenhou um papel ambivalente. Por um lado, contribuiu para o melhor desempenho quantitativo observado na turma, favorecendo a autorregulação da aprendizagem e a correção imediata de erros (*e.g.*, Barbosa & Vale, 2023; Francisco, 2022; Gonçalves, 2022). Por outro lado, no grupo-caso, a possibilidade de validação imediata das respostas reduziu a necessidade de discussão e de justificação das estratégias de resolução, uma vez que a confirmação da resposta era assegurada pela própria aplicação. Em contrapartida, a ausência desse *feedback* no trilho com papel e lápis promoveu uma maior interação entre os alunos do grupo-caso, incentivando a argumentação, a negociação de significados e a construção conjunta das respostas, aspetos amplamente valorizados nas discussões coletivas e no seu contributo para a aprendizagem matemática dos alunos (Canavarro, 2011; Canavarro & Santos, 2012). Deste modo, compreende-se o desempenho superior observado no grupo-caso durante a realização do trilho com papel e lápis.

Relativamente às dificuldades evidenciadas pelos alunos, verificou-se que estas estiveram presentes em ambos os trilhos matemáticos, incidindo sobretudo sobre a compreensão conceptual dos conteúdos abordados e a explicitação do raciocínio matemático. Na análise da turma, observaram-se dificuldades de natureza procedimental, nomeadamente na interpretação dos enunciados, na aplicação de fórmulas, na utilização da escrita ou notação matemática, das unidades de medida e na realização de arredondamentos. Contudo, as dificuldades mais significativas concentraram-se no pensamento algébrico. No domínio das regularidades em sequências, verificaram-se dificuldades na identificação da lei de formação, na realização de generalizações distantes e algébricas e na distinção entre os conceitos de ordem e termo da sequência, evidenciadas, por exemplo, nas tarefas "O Jogo da Macaca" e "Os Retângulos do Bebedouro". Estas dificuldades corroboram os resultados de estudos semelhantes, como os de Mouhayar e Jurdak (2016), Pereira & Saraiva (2010), Silva e Mamede (2015) e Warren (2005). Já no

domínio da proporcionalidade direta, as principais dificuldades relacionaram-se com a compreensão do conceito de razão e, sobretudo, com a explicação do significado matemático das razões obtidas, particularmente nas tarefas "As Vogais" e "25 de Abril". Verificaram-se ainda situações de confusão entre conceitos matemáticos distintos, nomeadamente entre área e volume, observadas nas tarefas "As Mesas do Bar" e "As Floreiras", bem como dificuldades na interpretação da escala e na determinação da área real na tarefa "A Sala 14", evidenciando fragilidades ao nível da compreensão conceptual. Estes resultados corroboram os estudos de Barbosa (2010), Lamon (2020) e Silva (2019), que identificam dificuldades semelhantes na generalização algébrica, na compreensão das relações proporcionais e na interpretação do significado das razões.

Para além das dificuldades de natureza matemática, os resultados revelaram alguns constrangimentos associados ao trabalho colaborativo. Tanto na turma como no grupo-caso observaram-se dificuldades na articulação entre os elementos dos grupos, na negociação de diferentes pontos de vista e na tomada de decisões conjuntas. No trilho digital, estes constrangimentos foram, por vezes, acentuados pela utilização partilhada do dispositivo móvel, originando conflitos relacionados com o seu manuseamento e condicionando a dinâmica de trabalho.

A comparação entre os dois ambientes de aprendizagem permitiu verificar que, embora a natureza das dificuldades tenha sido semelhante, a forma como os alunos procuraram ultrapassá-las diferiu entre os dois trilhos. A análise aprofundada do grupo-caso permitiu, contudo, compreender que as diferenças entre os dois ambientes se verificaram sobretudo na forma como os alunos procuraram ultrapassar essas dificuldades.

Em síntese, conclui-se que o desempenho dos alunos se caracterizou por níveis de sucesso globalmente positivos, porém, superiores no trilho digital, e por dificuldades predominantemente conceptuais, relacionadas com a generalização algébrica, a compreensão da proporcionalidade direta e a explicitação do raciocínio matemático. A comparação entre os dois ambientes de aprendizagem evidencia que ambos permitiram alcançar desempenhos positivos, embora apresentassem potencialidades distintas. O trilho digital favoreceu a autorregulação da aprendizagem através do *feedback* imediato, traduzindo-se numa maior percentagem de resoluções corretas na turma. Por sua vez, o

trilho com papel e lápis promoveu uma maior discussão matemática, argumentação e construção conjunta das respostas, associando-se ao melhor desempenho observado no grupo-caso. Assim, conclui-se que os dois ambientes de aprendizagem são complementares, uma vez que potenciam diferentes dimensões do desempenho matemático dos alunos e proporcionam oportunidades distintas para o desenvolvimento do pensamento algébrico, reforçando a importância da integração de ambos.

2.2. Atitudes evidenciadas pelos alunos na realização de um trilho matemático digital e num trilho com papel e lápis

Os resultados obtidos permitem caracterizar e comparar as atitudes evidenciadas pelos alunos durante a realização dos dois trilhos matemáticos a partir das dimensões afetiva, cognitiva e comportamental. Esta análise encontra fundamento no modelo ABC apresentado por Mazana et al. (2019), segundo o qual as atitudes compreendem componentes afetivas, cognitivas e comportamentais que interagem entre si e influenciam o envolvimento dos alunos na aprendizagem da Matemática.

Relativamente à dimensão afetiva, predominaram, na turma, atitudes positivas em ambos os trilhos. Estas manifestaram-se através do gosto declarado pela Matemática, do interesse e entusiasmo pelas tarefas, da satisfação e do prazer associados à resolução dos problemas e da autoconfiança nas capacidades matemáticas. Apesar de apenas 50% da turma ter afirmado gostar ou gostar muito de Matemática, 80% dos alunos declarou ter gostado ou gostado muito de realizar tanto o trilho tradicional como o trilho digital, valorizando sobretudo o caráter diferente e lúdico das tarefas, o trabalho em grupo e a possibilidade de aprender fora da sala de aula. Entre 65% (trilho com papel e lápis) e 70% (trilho digital) dos alunos considerou ainda que os trilhos contribuíram sempre ou frequentemente para aumentar o gosto pela disciplina. Contudo, destaca-se a ligeira variação de respostas positivas para o trilho digital (*e.g.,* Barbosa & Vale, 2023; Gonçalves, 2022). Estes resultados corroboram Fernandes (2019), que verificou que a realização de trilhos matemáticos, através da articulação da Matemática com a realidade, do movimento físico e do trabalho colaborativo, favorece o envolvimento afetivo dos alunos e contribui para o desenvolvimento de uma visão mais positiva da disciplina.

No que respeita ao interesse e entusiasmo, corroborando o estudo de Zarpelon et al. (2021), ambos os trilhos, por ocorrerem fora da sala de aula, suscitaram vontade de participação, não tendo nenhum aluno assinalado as opções raramente ou nunca no questionário. No trilho com papel e lápis, 80% dos alunos referiu ter sentido sempre ou frequentemente interesse em resolver as tarefas, enquanto no trilho digital essa percentagem foi de 70%. Esta variação esteve relacionada com dificuldades associadas ao funcionamento da aplicação e ao manuseamento partilhado do dispositivo móvel, apontadas pelo grupo-caso.

Também a satisfação e o prazer estiveram presentes nos dois ambientes, sendo associados pelos alunos à diversão, à curiosidade, ao contacto com o exterior e à natureza colaborativa das tarefas. No trilho com papel e lápis, houve respostas neutras relativas à satisfação e ao prazer que se relacionaram sobretudo com a dificuldade em formalizar o raciocínio por escrito ou com uma preferência pelo formato digital. Já no trilho digital, houve opiniões neutras e negativas que estiveram associadas a problemas técnicos, dificuldades na introdução das respostas e conflitos no grupo. Assim, o menor agrado não correspondeu, de um modo geral, a uma rejeição da Matemática ou das tarefas, mas a constrangimentos relacionados com o suporte e com a organização do trabalho.

A autoconfiança apresentou igualmente valores positivos (Goldin et al., 2016), embora ligeiramente superiores no trilho com papel e lápis. Neste formato, 70% dos alunos referiu sentir-se sempre ou frequentemente confiante, comparativamente com 60% no trilho digital. A familiaridade com o papel e lápis proporcionou uma maior sensação de controlo e previsibilidade, enquanto a aplicação introduziu alguma incerteza relativamente ao registo e à validação das respostas (Lemmo, 2021). A diferença observada assume particular relevância, uma vez que a confiança nas próprias capacidades influencia a forma como os alunos enfrentam os desafios matemáticos.

Quanto às atitudes afetivas negativas, observaram-se manifestações pontuais de desgosto, desinteresse, ansiedade, nervosismo, frustração e rejeição. A maioria dos alunos apresentou baixos níveis de ansiedade nos dois trilhos, não se verificando diferenças significativas entre os ambientes. Porém, alguns alunos experienciaram tensão perante tarefas com um nível de exigência cognitivo elevado, receio de atrasar o grupo ou

insegurança relativamente às respostas. A frustração foi ligeiramente mais evidente no trilho digital, sobretudo quando a aplicação rejeitava respostas sucessivamente ou quando surgiam dificuldades no seu funcionamento, por exemplo, algum travamento da aplicação ou dispositivo móvel. Em alguns grupos, esta situação originou desânimo, receio de continuar a responder e conflitos entre os alunos. Estes aspetos já tinham sido reportados no estudo de Barbosa e Vale (2023). No trilho com papel e lápis, a frustração esteve mais frequentemente relacionada com a dificuldade matemática ou com a necessidade de chegar a acordo sobre a estratégia a utilizar. Estes resultados confirmam que as atitudes não constituem disposições exclusivamente individuais, sendo influenciadas pelas interações com os colegas, pelas tarefas e pelo próprio ambiente de aprendizagem, como salienta Hannula (2002). Apesar destas manifestações, as atitudes afetivas negativas não foram predominantes e, de modo geral, foram ultrapassadas através da persistência, do apoio dos colegas e da mediação da professora.

A análise do grupo-caso permitiu aprofundar estas tendências. Os três alunos apresentavam relações iniciais distintas com a Matemática, mas todos consideraram que ambos os trilhos contribuíram sempre para aumentar o seu gosto pela disciplina. Revelaram interesse, diversão e envolvimento nos dois ambientes, embora tenham demonstrado uma preferência comum pelo trilho com papel e lápis. Este formato foi associado a maior facilidade, familiaridade, clareza e satisfação, enquanto o trilho digital foi relacionado com conflitos em torno do dispositivo móvel, uma falha pontual na aplicação e maior confusão em algumas tarefas. No grupo-caso, a autoconfiança foi elevada nos dois trilhos, embora se tenham registado momentos ocasionais de insegurança e ansiedade num dos participantes. Ainda assim, nenhum elemento demonstrou rejeição persistente ou desistência, e os episódios de frustração foram pontuais. Deste modo, no grupo-caso, as atitudes afetivas positivas foram mais estáveis no trilho tradicional, enquanto o trilho digital gerou uma experiência mais ambivalente, combinando curiosidade e interesse com tensão, distração e insegurança. Esta ambivalência reforça a natureza dinâmica das atitudes, uma vez que emoções positivas e negativas podem coexistir e variar em função das características da tarefa, do suporte utilizado e das interações sociais estabelecidas durante a sua realização (Hannula, 2002; Mazana et al., 2019).

Na dimensão cognitiva, foram identificadas atitudes positivas relacionadas com as crenças de utilidade da Matemática, a perceção da disciplina como compreensível, desafiante, mas acessível, e o valor atribuído à Matemática para a vida. Na turma, 60% dos alunos reconheceu a utilidade prática da disciplina. Este reconhecimento evidencia que uma parte significativa dos alunos atribuiu aplicabilidade à Matemática e conseguiu estabelecer relações entre os conhecimentos escolares e situações concretas do quotidiano. A perceção de utilidade constitui um elemento central da componente cognitiva das atitudes, uma vez que traduz o grau em que os alunos reconhecem relevância à Matemática para a vida presente e futura (Mazana et al., 2019).

A realização dos trilhos reforçou esta perceção nos dois ambientes. No trilho com papel e lápis, 70% dos alunos afirmou ter percebido sempre ou frequentemente que a Matemática pode ser útil no dia a dia, enquanto no trilho digital essa percentagem foi de 65%. Embora a diferença seja reduzida, o suporte tradicional concentrou mais respostas na categoria sempre, demonstrando uma perceção ligeiramente mais imediata da aplicabilidade dos conteúdos.

Relativamente à perceção da Matemática como compreensível, desafiante, mas acessível, a maioria considerou os dois trilhos moderadamente difíceis, não tendo nenhum aluno classificado qualquer um deles como muito difícil. A generalidade dos alunos conseguiu compreender os enunciados, selecionar as informações relevantes e decidir as estratégias ou representações matemáticas a mobilizar. O trilho digital apresentou uma menor percentagem de respostas na categoria difícil, o que esteve relacionado com o *feedback* automático e com as sugestões disponibilizadas pela aplicação. Em contrapartida, o trilho com papel e lápis permitiu reconhecer de forma mais evidente a ligação entre as tarefas e os conteúdos anteriormente trabalhados nas aulas.

No entanto, foram também observadas atitudes cognitivas negativas. Na turma, 40% dos alunos não reconheceu utilidade prática na Matemática, evidenciando dificuldade em transferir os conteúdos escolares para situações da vida quotidiana e uma menor valorização da disciplina. Deste modo, ao contrário do observado por Barbosa et al. (2015) e Ferreira et al. (2016), neste estudo, a contextualização proporcionada pelos trilhos não foi suficiente para alterar as crenças de utilidade prática da Matemática em todos os

participantes. Registaram-se ainda momentos em que a Matemática foi percecionada como difícil ou pouco acessível, sobretudo perante tarefas com um elevado nível de exigência cognitiva, como nas tarefas "Vamos contar quadrados", "As mesas do bar", "A malha quadrangular" ou "Os retângulos do bebedouro". Estas perceções negativas foram pontuais e não se traduziram numa visão generalizada da Matemática como excessivamente difícil ou inacessível, uma vez que nenhum aluno considerou os trilhos muito difíceis. Como defendem Mazana et al. (2019), as atitudes cognitivas negativas manifestam-se quando a disciplina é percecionada como inútil, irrelevante, excessivamente abstrata ou pouco relacionada com a vida dos alunos. De uma forma global, observa-se que a maioria dos alunos percecionou ambos os trilhos como moderadamente desafiantes, mas exequíveis. Embora a diferença seja subtil, nota-se uma ligeira diminuição da perceção de dificuldade no trilho digital. A perceção de um nível de desafio moderado, sem que as tarefas fossem consideradas inacessíveis, é uma atitude cognitiva favorável, pois combina a exigência necessária ao envolvimento com a crença de que o sucesso permanece ao alcance do aluno.

No grupo-caso, a dimensão cognitiva revelou uma diferença relevante entre o reconhecimento curricular e a atribuição de utilidade prática. Todos os alunos conseguiram identificar sempre a relação entre as tarefas dos trilhos e os conteúdos aprendidos nas aulas, mas apenas um dos participantes reconheceu claramente a utilidade da Matemática fora da escola. Os restantes demonstraram, assim, uma crença menos positiva quanto à aplicabilidade da disciplina, apesar de compreenderem a articulação curricular das tarefas. Ambos os trilhos foram considerados globalmente acessíveis, embora as dificuldades sentidas variassem. No formato com papel e lápis, relacionaram-se sobretudo com a negociação de estratégias e com a necessidade de chegar a consenso. No formato digital, estiveram associadas à escolha da estratégia inicial, à ambiguidade de algumas tarefas, à validação automática e ao funcionamento da aplicação. Assim, as atitudes cognitivas do grupo foram maioritariamente positivas quanto à compreensão e acessibilidade, mas menos favoráveis relativamente à utilidade da Matemática no quotidiano. Esta discrepância evidencia que reconhecer os conteúdos matemáticos mobilizados não equivale necessariamente a atribuir-lhes valor funcional.

Na dimensão comportamental, predominaram atitudes positivas de perseverança, empenho, abertura a novas experiências, flexibilidade de pensamento, diversidade de estratégias e persistência perante as dificuldades. Em ambos os trilhos, todos os alunos demonstraram algum grau de interesse e disposição para concluir as tarefas. A maioria afirmou continuar a tentar resolver mesmo perante dificuldades, tendo sido observadas diferentes estratégias, representações e formas de organização do trabalho. Estas manifestações correspondem à componente comportamental das atitudes, que se expressa através da participação ativa, do empenho, da colaboração e da persistência perante os desafios (Skinner et al., 2009, citado em Fernandes, 2019).

O trilho com papel e lápis apresentou valores ligeiramente superiores ao nível da persistência. Neste ambiente, 65% dos alunos afirmou continuar sempre a tentar resolver perante as dificuldades, enquanto no trilho digital essa percentagem foi de 60%. Além disso, 75% declarou nunca desistir no trilho tradicional, comparativamente com 65% no digital. Apesar desta diferença, a maioria manteve uma postura perseverante em ambos os formatos. No trilho digital, a rejeição das respostas pela aplicação funcionou, para alguns alunos, como estímulo à correção e autorregulação, mas, para outros, originou frustração e receio de continuar. No trilho com papel e lápis, a ausência de validação imediata levou os alunos a insistir na discussão, na revisão dos procedimentos e na procura de consenso. A persistência perante dificuldades constitui um indicador relevante de uma atitude comportamental positiva, uma vez que alunos com atitudes mais favoráveis tendem a revelar maior empenho e melhores condições para alcançar sucesso em Matemática (Kibrislioglu, 2015). Contudo, contrariamente ao estudo de Kibrislioglu (2015), apesar dos níveis de persistência terem sido superiores no trilho com papel e lápis, o desempenho da turma foi superior no trilho digital.

A abertura a novas experiências foi igualmente evidente. Nenhum aluno afirmou rejeitar ambos os trilhos e 65% declarou que voltaria a realizar uma atividade desta natureza. A preferência de 45% da turma pelo trilho digital relacionou-se com o caráter moderno, divertido e interativo da aplicação, com as pistas/sugestões inseridas no MCM e com o *feedback* imediato. Os que preferiram o trilho com papel e lápis destacaram a familiaridade, a praticidade, a reflexão autónoma e a qualidade da dinâmica de grupo.

Como explica Lemmo (2021), se um aluno não estiver familiarizado com o meio digital, estará em desvantagem perante o modelo tradicional do papel e lápis. Outros alunos afirmaram gostar de ambos, mostrando flexibilidade perante o suporte utilizado. A disponibilidade manifestada para repetir a experiência revela ausência de rejeição às metodologias exploratórias, mesmo entre os alunos que preferiram o suporte tradicional. Esta abertura é particularmente relevante, uma vez que a resistência a novas experiências é um indicador de atitude comportamental negativa (Fernandes, 2019; Mazana et al., 2019).

Ao nível da flexibilidade de pensamento e da diversidade de estratégias, a maioria dos alunos demonstrou capacidade para adaptar conhecimentos prévios às situações propostas e modificar a estratégia quando a abordagem inicial se revelava inadequada. A exploração e o reajustamento de diferentes estratégias aproximam-se dos princípios do ensino exploratório da Matemática, no qual os alunos assumem um papel ativo na construção do conhecimento, discutindo, testando e fundamentando os procedimentos utilizados (Canavarro, 2011; Ponte & Quaresma, 2011). Ao nível da turma, observaram-se estratégias diversificadas de resolução, destacando-se a mobilização de conhecimentos prévios, a aplicação da proporcionalidade direta, a decomposição e composição de figuras, a identificação de padrões e regularidades, a elaboração de representações visuais e a discussão entre os elementos do grupo. No trilho digital, estas estratégias foram complementadas pela utilização do *feedback* automático e das sugestões disponibilizadas pela aplicação, que favoreceram o reajustamento das respostas. No grupo-caso, no trilho tradicional, os alunos iniciavam sistematicamente pela leitura conjunta do enunciado, discutiam diferentes propostas de resolução até alcançarem consenso, distribuíam funções entre si, mobilizavam conhecimentos prévios, reformulavam estratégias perante dificuldades e recorriam à entreajuda e à comunicação matemática para justificar procedimentos. No trilho digital, acrescentou-se ainda a utilização do *feedback* imediato da aplicação como elemento regulador das estratégias de resolução, conduzindo ao reajustamento sucessivo dos procedimentos adotados.

Quanto às atitudes comportamentais negativas, observaram-se situações pontuais de desistência, falta de empenho, resistência a novas experiências e baixa tolerância à

frustração. Alguns grupos demonstraram inicialmente desatenção, conversas paralelas ou resistência à autonomia exigida pelos trilhos, sobretudo quando consideravam não receber apoio suficiente da professora estagiária. Estas atitudes diminuíram à medida que os alunos foram acompanhados e compreenderam melhor as tarefas. No trilho digital, a resistência esteve também associada aos conflitos na utilização do tablet e ao efeito emocional da validação negativa das respostas. Contudo, a desistência rápida, a rigidez de pensamento e a falta de esforço não foram comportamentos predominantes. Estes episódios mostram que uma abordagem que exige maior autonomia pode gerar resistência inicial em alunos mais habituados a um papel diretivo do professor, exigindo uma mediação pedagógica capaz de apoiar o esforço produtivo sem retirar aos alunos a responsabilidade pela resolução.

No grupo-caso, as atitudes comportamentais foram claramente positivas nos dois trilhos. Todos os alunos afirmaram continuar sempre a tentar resolver perante dificuldades e nunca desistir quando tinham dúvidas. Mesmo quando surgiram bloqueios, discordâncias ou falhas na aplicação, mantiveram-se envolvidos, testaram estratégias, reformularam procedimentos e solicitaram apoio. O trilho com papel e lápis favoreceu uma colaboração mais estável, baseada na discussão e na negociação de ideias. No trilho digital, os alunos também demonstraram persistência e flexibilidade, embora o dispositivo móvel tenha produzido efeitos distintos: dois dos alunos adaptaram-se e valorizaram o *feedback*, enquanto um aluno revelou maior resistência e insegurança. Apesar da preferência pelo suporte tradicional, os três alunos manifestaram disponibilidade para repetir a experiência, evidenciando abertura a metodologias diferenciadas.

A comparação entre os dois ambientes evidencia que o trilho digital despertou curiosidade, foi percecionado por parte da turma como mais moderno e interativo, promoveu a utilização de mecanismos de apoio e facilitou a validação das respostas. Contudo, introduziu também maior variabilidade emocional, conflitos relacionados com o dispositivo e momentos de frustração perante o *feedback* automático. Por sua vez, o trilho com papel e lápis proporcionou maior familiaridade, segurança, autoconfiança e estabilidade no trabalho colaborativo, favorecendo a discussão, a persistência e a construção conjunta das estratégias. Contudo, apesar do desempenho da turma ter sido

superior no trilho digital, as atitudes positivas foram ligeiramente superiores no trilho com papel e lápis, indo ao encontro das atitudes positivas manifestadas pelo grupo-caso.

A análise aprofundada do grupo-caso confirma que os efeitos dos ambientes não foram homogéneos. Embora os três alunos tenham revelado atitudes globalmente positivas em ambos os trilhos, a preferência recaiu sobre o suporte com papel e lápis, associado a maior controlo, clareza e colaboração. Assim, conclui-se que a natureza do suporte influencia as atitudes dos alunos, mas não as determina isoladamente. Como defendem Hannula (2002) e Mazana et al. (2019), as atitudes resultam da interação entre emoções, crenças, comportamentos e condições sociais de aprendizagem. Neste estudo, o gosto, a confiança, a perceção de utilidade, o empenho e a persistência dependeram não apenas do formato do trilho, mas também da dificuldade das tarefas, da familiaridade com os recursos, das interações entre os elementos do grupo e da mediação pedagógica realizada pela professora estagiária. Os resultados reforçam ainda as conclusões de Barbosa e Vale (2023), Gonçalves (2022) e Fernandes (2019), ao evidenciarem que os trilhos matemáticos, enquanto experiências contextualizadas, colaborativas e realizadas fora da sala de aula, favorecem o envolvimento dos alunos e contribuem para a construção de atitudes mais positivas perante a Matemática.

3. Limitações do estudo e recomendações para investigações futuras

Apesar dos contributos proporcionados pelo presente estudo para a compreensão do potencial dos trilhos matemáticos, em formato tradicional e digital, no desenvolvimento do pensamento algébrico, importa reconhecer algumas limitações que poderão ter condicionado os resultados obtidos.

Durante o desenvolvimento e concretização da investigação, uma das principais limitações prendeu-se com o tempo disponível para a implementação da intervenção, uma vez que o estudo foi desenvolvido no âmbito da PES. Apesar de terem sido implementados dois trilhos matemáticos, o período disponível para a intervenção condicionou a possibilidade de acompanhar a evolução do desempenho e das atitudes dos alunos ao longo do tempo, permitindo apenas analisar os efeitos desta estratégia num momento específico do processo de ensino e aprendizagem.

Outra limitação relacionou-se com a dimensão do estudo e com o elevado volume de dados recolhidos. A análise das produções escritas, dos questionários, das entrevistas, das notas de campo e dos registos audiovisuais revelou-se particularmente exigente, conduzindo à opção metodológica de realizar uma análise aprofundada de apenas um grupo-caso. A inclusão de um segundo grupo-caso teria permitido comparar diferentes perfis de alunos e enriquecer a compreensão dos processos de resolução, das interações estabelecidas e das atitudes evidenciadas durante a realização dos trilhos matemáticos.

Um outro aspeto que tornou desafiante a realização do estudo decorreu da necessidade de exercer simultaneamente os papéis de professora e investigadora. Durante a implementação dos trilhos matemáticos foi necessário esclarecer dúvidas, apoiar os alunos na realização das tarefas e assegurar o normal funcionamento das atividades, procurando, em simultâneo, recolher o máximo de informação relevante para a investigação. Neste processo, o apoio do par pedagógico revelou-se essencial, quer no acompanhamento da turma, quer na recolha de notas de campo e de registos fotográficos. Ainda assim, a observação participante constituiu um desafio, uma vez que não foi possível acompanhar todos os grupos com o mesmo nível de detalhe, tendo sido privilegiado o acompanhamento do grupo-caso, por ser um estudo de caso.

Importa igualmente referir algumas limitações relacionadas com a conceção dos trilhos matemáticos. Durante o período de implementação da investigação, parte dos espaços exteriores da escola encontrava-se em obras, condicionando significativamente a seleção dos locais disponíveis para a realização das tarefas. Esta situação obrigou a privilegiar espaços interiores do edifício escolar, restringindo a diversidade dos contextos explorados e limitando a criação de tarefas mais diversificadas e contextualizadas.

Apesar destas limitações, considera-se que a utilização de diferentes técnicas e instrumentos de recolha de dados permitiu reforçar a credibilidade do estudo, possibilitando uma compreensão aprofundada do fenómeno investigado através da triangulação da informação recolhida.

Em futuras investigações, considera-se pertinente desenvolver estudos longitudinais que permitam acompanhar a evolução do desempenho matemático e das atitudes dos alunos ao longo de um período mais alargado. Neste sentido, seria

interessante avaliar estas dimensões no início e no final do ano letivo, após a implementação contínua de trilhos matemáticos, permitindo compreender se os efeitos observados se mantêm, se se intensificam com a familiarização dos alunos com esta metodologia ou se surgem alterações na forma como os alunos percecionam a Matemática. Seria igualmente pertinente estudar o desempenho e atitudes demonstradas em mais grupos-caso. Por último, considera-se relevante alargar a aplicação desta estratégia a outros conteúdos matemáticos e a diferentes níveis de ensino, bem como promover a articulação com outras áreas disciplinares. A conceção de trilhos que integrem tarefas interdisciplinares poderá contribuir para aprofundar a compreensão do potencial desta metodologia na promoção de aprendizagens significativas e contextualizadas, reforçando as conexões entre a Matemática e outras áreas do currículo.

Não obstante as limitações identificadas, considera-se que os resultados obtidos constituem um contributo relevante para a compreensão das potencialidades dos trilhos matemáticos, em formato tradicional e digital, evidenciando a pertinência da continuidade da investigação neste domínio e reforçando o interesse da sua integração nas práticas pedagógicas. Os resultados obtidos demonstram que esta estratégia proporciona oportunidades para promover aprendizagens matemáticas significativas, articulando a resolução de problemas com contextos reais, o trabalho colaborativo e a participação ativa dos alunos. Para além de favorecer o desenvolvimento do pensamento algébrico, os trilhos matemáticos revelaram potencial para estimular atitudes mais positivas perante a Matemática. Neste sentido, espera-se que este estudo possa incentivar outros professores a explorar esta metodologia nas suas práticas letivas, adaptando-a às características dos seus alunos e aos diferentes contextos educativos, contribuindo para a construção de experiências de aprendizagem ricas e desafiantes.

PARTE III - REFLEXÃO GLOBAL DA PES

REFLEXÃO GLOBAL DA PES

Desde pequena tive o sonho de ser professora. Este interesse teve origem na influência da minha mãe, educadora de infância, que, através do seu exemplo, me permitiu compreender, desde muito cedo, o impacto significativo que a Educação pode ter na vida das crianças. Tive o privilégio de ser acompanhada por ela durante a minha frequência na creche, experiência que considero ter contribuído para o fortalecimento da relação próxima e do vínculo afetivo que mantemos até aos dias de hoje.

Posteriormente, ao ingressar na educação pré-escolar, por volta dos cinco anos, fui igualmente acompanhada por uma educadora cuja dedicação e profissionalismo marcaram positivamente essa etapa do meu percurso. Apesar de apreciar o ambiente do jardim de infância, os momentos que mais recordo com entusiasmo eram aqueles em que a minha mãe, de forma intencional, alterava o percurso habitual para me levar consigo até à escola onde exercia a sua atividade profissional. Essas experiências permitiram-me contactar, desde cedo, com o contexto educativo e reforçaram a admiração que nutria pela profissão docente, consolidando o desejo de um dia seguir esse mesmo caminho.

Mais tarde, durante o 1.º CEB, a aprendizagem da leitura e da escrita contribuiu para reforçar o interesse que já demonstrava por esta profissão. Tive a oportunidade de ser acompanhada por uma professora que marcou significativamente o meu percurso, não só pela dedicação com que exercia a sua profissão, mas também pela importância que atribuía à interdisciplinaridade nas aprendizagens.

Fora do contexto escolar, esse interesse refletia-se frequentemente nas minhas brincadeiras. Gostava de imaginar que os meus bonecos eram os meus alunos e utilizava antigos cadernos de atividades, já preenchidos, como se fossem trabalhos realizados por eles. Passava longos períodos a "corrigir" esses exercícios, recriando o quotidiano de uma sala de aula e imaginando como seria, no futuro, desempenhar uma profissão que, desde cedo, reconhecia como essencial e profundamente significativa.

Com o passar dos anos, as responsabilidades foram aumentando e as brincadeiras foram dando lugar a novos desafios. No entanto, o entusiasmo pela docência permaneceu constante. Paralelamente, fui descobrindo o prazer de aprender e de partilhar esse conhecimento com os outros. Sempre manifestei interesse pelas mais diversas áreas do

saber e encontrei satisfação em atividades tão distintas, como a leitura, a escrita, a música e o desenho. A possibilidade de explorar diferentes formas de aprender e de me expressar despertava em mim uma curiosidade constante e o desejo de transmitir esse entusiasmo aos outros.

Durante o ensino secundário, era frequente ajudar os meus colegas na compreensão dos conteúdos lecionados, procurando explicar a matéria de diferentes formas até encontrar aquela que melhor se adequava às suas necessidades. Sentia uma grande satisfação não só em adquirir novos conhecimentos, mas também em vê-los compreender aquilo que lhes procurava transmitir. Esta experiência permitiu-me perceber que ensinar era muito mais do que explicar conteúdos: era encontrar estratégias que respondessem às necessidades de cada pessoa e contribuir para o seu processo de aprendizagem.

À medida que refletia sobre o meu futuro, tornava-se cada vez mais evidente que a profissão docente reunia tudo aquilo que mais me apaixonava. Via na Educação a oportunidade de conjugar o gosto pelas diferentes áreas do conhecimento com o interesse pela criatividade, pela música e pelas expressões artísticas, bem como com o gosto pelo contacto e pelo trabalho com as crianças, numa profissão dinâmica e desafiante, em que seria possível aprender continuamente enquanto ajudava outros a aprender.

Chegada a altura de decidir o percurso a seguir no ensino superior, a escolha revelou-se natural. O desejo de me tornar professora, cultivado desde a infância e fortalecido pelas experiências vividas ao longo do meu percurso escolar, levou-me a ingressar na Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Viana do Castelo, onde iniciei a minha formação na licenciatura em Educação Básica.

A licenciatura proporcionou-me uma formação diversificada, através de unidades curriculares que me permitiram adquirir e aprofundar conhecimentos em diferentes áreas. Ao longo deste percurso, tive o privilégio de ser acompanhada por docentes que, para além da sua elevada competência profissional, valorizavam práticas de ensino assentes na interdisciplinaridade, uma perspetiva com a qual sempre me identifiquei e que reforçou a minha conceção de uma educação mais integrada e significativa.

Outro aspeto particularmente enriquecedor foi a realização de estágios desde o primeiro ano da licenciatura. O contacto precoce com os contextos educativos permitiu-me

confirmar a escolha da profissão e compreender, de forma mais consciente, as especificidades dos diferentes níveis de ensino, ajudando-me a refletir sobre aqueles em que mais gostaria de exercer a minha prática profissional. Foi, assim, com naturalidade que, em 2023, ingressei no mestrado em Ensino do 1.º CEB e de Matemática e Ciências Naturais no 2.º CEB.

No mestrado, a existência de um ano inteiramente dedicado à Prática de Ensino Supervisionada constituiu uma oportunidade ímpar de crescimento pessoal e profissional. Durante o primeiro semestre, acompanhei uma turma do 1.º ano do 1.º CEB e, no segundo semestre, uma turma do 6.º ano do 2.º CEB. A possibilidade de experienciar contextos educativos tão distintos permitiu-me conhecer realidades muito diferentes, compreender as especificidades de cada faixa etária e desenvolver competências pedagógicas ajustadas às características de cada nível de ensino. Esta transição entre dois contextos aparentemente tão distantes revelou-se profundamente enriquecedora, contribuindo para uma visão mais abrangente da profissão docente e das exigências inerentes a cada etapa do percurso escolar.

Apesar do entusiasmo com que iniciei a PES, confesso que a intervenção numa turma do 1.º ano foi acompanhada por um sentimento de apreensão. Enquanto professora estagiária, tinha plena consciência da responsabilidade inerente a este ano de escolaridade, considerado uma etapa determinante no percurso educativo das crianças. É neste período que se constroem as bases fundamentais da aprendizagem, pelo que uma intervenção pedagógica consistente e ajustada assume um papel decisivo no desenvolvimento académico futuro dos alunos. Acrescia a este sentimento o facto de acompanhar um momento particularmente marcante da escolaridade: a aprendizagem da leitura e da escrita. Até então, desconhecia, na prática, os processos, as estratégias e os desafios associados ao ensino destas competências, o que despertava em mim algumas dúvidas quanto à minha capacidade para corresponder às exigências desta etapa e às expectativas que tinha relativamente ao meu próprio desempenho enquanto futura docente. Contudo, foi precisamente este desafio que se revelou uma das experiências mais enriquecedoras do meu percurso formativo, permitindo-me crescer profissionalmente e compreender a importância de uma prática pedagógica fundamentada, diferenciada e interdisciplinar. Foi

profundamente gratificante acompanhar a evolução dos alunos ao longo deste processo e observar, progressivamente, a forma como iam adquirindo competências de leitura e de escrita. Assistir aos primeiros momentos em que conseguiam ler palavras, frases e, posteriormente, pequenos textos, bem como expressar as suas ideias por escrito, constituiu uma das experiências mais marcantes da minha prática pedagógica. Estes progressos reforçaram a convicção de que ensinar é participar ativamente no desenvolvimento das crianças e testemunhar, de perto, conquistas que terão impacto ao longo de todo o seu percurso escolar.

Um dos aspetos que mais me marcou durante esta experiência foi a organização das aprendizagens em torno de um fio condutor. As aulas iniciavam-se, habitualmente, com a exploração de uma história, que servia de ponto de partida para as atividades desenvolvidas ao longo da semana. A partir dessa narrativa, era introduzida a letra em estudo e planificavam-se as diferentes propostas de aprendizagem, estabelecendo-se ligações entre as várias áreas curriculares. Assim, as tarefas de Português, Matemática, Estudo do Meio e Expressões articulavam-se em torno da mesma temática, promovendo aprendizagens significativas (ME-DGE, 2021; NCTM, 2000; NCTM, 2014).

Na minha intervenção, procurei igualmente integrar a música como um recurso pedagógico, recorrendo a canções relacionadas com a história ou com a letra em estudo. A música assumiu um papel importante na consolidação das aprendizagens, na motivação dos alunos e na dinamização das aulas, tornando os momentos de ensino mais envolventes e participativos. A articulação entre a literatura infantil, a música e as diferentes áreas curriculares permitiu criar experiências de aprendizagem mais ricas, reforçando a ideia de que a interdisciplinaridade constitui uma estratégia promotora de aprendizagens integradas e com sentido para as crianças (ME-DGE, 2017, 2021).

A transição para o 2.º CEB revelou-se mais tranquila do que inicialmente esperava. Embora se tratasse de um contexto bastante distinto do 1.º CEB, rapidamente me adaptei às suas características. Encontrei um ambiente diferente, com alunos mais autónomos, curiosos e predispostos ao diálogo, o que tornou a experiência igualmente gratificante. A turma do 6.º ano que acompanhei destacava-se pelo seu comportamento, pela

participação ativa nas aulas e pela disponibilidade para discutir e refletir sobre os temas abordados.

Todavia, esta mudança exigiu também uma adaptação à organização do trabalho pedagógico. Ao contrário do que acontecia no 1.º CEB, em que a permanência prolongada com a turma permitia uma gestão mais flexível do tempo e a continuidade das tarefas ao longo do dia, no 2.º CEB cada disciplina dispunha apenas do tempo correspondente ao respetivo bloco letivo. Esta realidade implicava uma planificação mais rigorosa, uma gestão criteriosa do tempo e uma maior preocupação em garantir que cada aula tivesse um início, um desenvolvimento e um encerramento coerentes, sem perder o fio condutor das aprendizagens.

Na disciplina de Ciências Naturais, procurei recorrer a recursos diversificados, tanto físicos como digitais, que aproximassem os alunos dos fenómenos científicos e tornassem as aprendizagens mais concretas e significativas. O meu objetivo foi demonstrar que as Ciências podem ser compreendidas através da observação, da experimentação e da exploração da realidade envolvente (ME-DGE, 2018), contrariando a ideia de que constituem uma área abstrata e distante do quotidiano.

No que respeita à disciplina de Matemática, o maior desafio consistiu em conciliar o papel de professora estagiária com o de investigadora. Optei por desenvolver um ensino de caráter exploratório, conforme defendem Ponte e Quaresma (2011), Canavarro (2011) e Canavarro e Santos (2012), promovendo situações de aprendizagem em que os alunos eram incentivados a construir o conhecimento de forma progressivamente mais autónoma. As aulas foram estruturadas a partir de questões orientadoras que estimulavam o raciocínio, a argumentação e a discussão matemática, conduzindo os alunos à sistematização dos conceitos. Paralelamente, procurei criar, adaptar e/ou implementar boas tarefas, uma vez que são o ponto de partida e o principal motor da atividade matemática dos alunos (Doyle, 1988, citado por Stein & Smith, 2009), devendo refletir intencionalidade pedagógica e apresentar diferentes níveis de exigência cognitiva (Ponte, 2005). As orientações do NCTM (2014) indicam que as tarefas devem estimular a investigação, a modelação e a resolução de problemas reais, aproximando a disciplina da vida quotidiana dos alunos. Por estes motivos, procurei contextualizar todas as tarefas em situações próximas da realidade dos

alunos, permitindo-lhes compreender que a Matemática está presente em inúmeros contextos do quotidiano e possui uma utilidade prática evidente.

Um dos maiores desafios sentidos ao longo da intervenção consistiu em conciliar os papéis de professora e investigadora. Durante a implementação das tarefas, foi necessário garantir, simultaneamente, o acompanhamento pedagógico dos alunos e a recolha sistemática de dados para a investigação. Em diversos momentos, esta dupla responsabilidade exigiu um equilíbrio constante entre responder às necessidades imediatas dos alunos e assegurar a qualidade dos registos necessários ao estudo. Apesar das exigências inerentes a este processo, considero que esta experiência contribuiu significativamente para o desenvolvimento da minha capacidade de observação, organização e reflexão sobre a prática pedagógica, reforçando a importância de uma investigação realizada em estreita articulação com a ação educativa. Esta perspetiva é consonante com a de Ponte (2002b), que defende a investigação sobre a prática como uma dimensão essencial do desenvolvimento profissional docente.

Em ambas as disciplinas, privilegiei metodologias ativas, nas quais o trabalho colaborativo assumiu um papel central. O trabalho em pequenos grupos, aliado à discussão em grande grupo, permitiu valorizar a comunicação, a partilha de estratégias, a argumentação e a construção coletiva do conhecimento, contribuindo para aprendizagens mais sólidas (Canavarro, 2011).

À semelhança do que aconteceu no 1.º CEB, os professores orientadores cooperantes e os professores supervisores desempenharam um papel determinante no meu desenvolvimento profissional. A confiança que depositaram em mim, o incentivo constante para experimentar novas estratégias e o acompanhamento reflexivo das minhas intervenções permitiram-me aperfeiçoar progressivamente a minha prática pedagógica. Acredito que este acompanhamento constitui um dos pilares fundamentais da formação inicial de professores, na medida em que promove uma postura crítica, reflexiva e de melhoria contínua. Segundo Flores (2015), a formação inicial docente deve constituir um espaço de construção de identidade profissional, no qual a reflexão, a colaboração e a articulação entre teoria e prática assumem um papel central em contexto profissional.

A PES representou, assim, uma etapa decisiva do meu percurso formativo, permitindo-me crescer tanto a nível pessoal como profissional. Ao longo deste processo, compreendi a importância de uma planificação rigorosa, sem perder a capacidade de adaptação às necessidades e aos ritmos de aprendizagem dos alunos. Desenvolvi competências ao nível da gestão do tempo, da comunicação, da tomada de decisões pedagógicas e da diferenciação do ensino, confirmando que a relação estabelecida com os alunos é tão importante quanto os conteúdos que se ensinam.

Em suma, todas as experiências vividas ao longo deste percurso reforçaram a convicção de que a qualidade da Educação depende, em grande medida, do compromisso, da dedicação e da competência dos profissionais que a constroem diariamente. Os professores têm um papel determinante na vida das crianças e dos jovens, não apenas pelos conhecimentos que transmitem, mas também pelos valores que promovem, pelas relações que estabelecem e pelo impacto que deixam no percurso de cada aluno. Espero, por isso, exercer a profissão com o mesmo empenho, humanidade e profissionalismo que encontrei nos educadores e professores que marcaram o meu percurso, procurando aplicar e enriquecer os ensinamentos que deles recebi e contribuir, de forma positiva, para a vida dos meus futuros alunos.

Não deixes de sonhar, professor.

Sê o adulto que querias ter contigo quando eras criança, sê o professor que querias que fosse o teu quando eras criança. Inventa, cria, imagina. Não te limites a replicar, não te limites a fazer o obrigatório, o que tem de ser. O que tem de ser será. Sê mais do que isso.

Pedro Chagas Freitas

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Barbosa, A. (2010). *A resolução de problemas que envolvem a generalização de padrões em contextos visuais: um estudo longitudinal com alunos do 2.º ciclo do ensino básico* [Dissertação de Doutoramento, Universidade do Minho]. RepositoriUM. https://repositorium.sdum.uminho.pt/handle/1822/10561

Barbosa, A., & Vale, I. (2022). Matemática fora da sala de aula com o Mathcitymap. *Interações*, *18*(62), 122–144. https://doi.org/https://doi.org/10.25755/int.27261

Barbosa, A., & Vale, I. (2023). Mobile Math Trails: An Experience in Teacher Training with Mathcitymap. *Acta Scientiae*, *25*(6), 157–182. https://doi.org/10.17648/acta.scientiae.7597

Barbosa, A., Vale, I., & Ferreira, R. (2015). Trilhos matemáticos: promovendo a criatividade de futuros professores. *Educação e Matemática*, *135*, 57–64. https://cmup.fc.up.pt/main/sites/default/files/publications/EM135_2015_pp57-64_trilhos.pdf

Barbosa, A., Vale, I., Jablonski, S., & Ludwig, M. (2022). Walking through Algebraic Thinking with Theme-Based (Mobile) Math Trails. *Education Sciences*, *12*(5). https://doi.org/10.3390/educsci12050346

Blanton, M., Stroud, R. Stephens, A., Gardiner, A., Stylianou, D., Knuth, E., Isler-Baykal, I., & Strachota, S. (2019) Does Early Algebra Matter? The Effectiveness of an Early Algebra Intervention in Grades 3 to 5. *American Educational Research Journal, 56*(5), 1930–1972. https://doi.org/10.3102/0002831219832301

Boaler, J. (2002). *Experiencing school mathematics: Traditional and reform approaches to teaching and their impact on student learning.* Routledge.

Boavida, A. M., Paiva, A. L., Cebola, G., Vale, I., & Pimentel Teresa. (2008). *A Experiência Matemática no Ensino Básico: Programa de Formação Contínua em Matemática para Professores dos 1.º e 2.º Ciclos do Ensino Básico*. Ministério da Educação & Direcção-Geral de Inovação e de Desenvolvimento Curricular.

Bogdan, R. C., & Biklen, S. K. (1994). *Investigação qualitativa em educação: Uma introdução à teoria e aos métodos*. Porto Editora.

Cahyono, A. N., & Ludwig, M. (2019). Teaching and learning mathematics around the city supported by the use of digital technology. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education, 15*(1), Article em1654. https://doi.org/10.29333/ejmste/99514

Canavarro, A. P. (2011). Ensino exploratório da Matemática: Práticas e desafios. *Educação e Matemática*, *115*, 11–17. https://em.apm.pt/index.php/em/article/view/1982

Canavarro, A. P., & Santos, L. (2012). Explorar tarefas matemáticas. In A. Canavaro, L. Santos, A. Boavida, H. Oliveira, L. Meneses, & S. Carreira (Eds.), *Investigação em Educação Matemática - Práticas de Ensino da Matemática* (pp. 99–104). SPCE.

Cohen, J., & Briery, T. (2019). *Cohen & Briery: Math Is Everywhere, Not Just in the Classroom. How to Make Your School Playground an Outdoor Math Learning Lab*. The 74. https://www.the74million.org/article/cohen-briery-math-is-everywhere-not-just-in-the-classroom-how-to-make-your-school-playground-an-outdoor-math-learning-lab/

Coutinho, C. P. (2011). *Metodologia de investigação em ciências sociais e humanas: Teoria e prática*. Almedina.

Creswell, J. W. (2010). *Projeto de pesquisa: Métodos qualitativo, quantitativo e misto* (3.ª ed.). Artmed.

Cross, R. (1997). Developing Math Trails. *Mathematics Teaching*, 38–39.

Fernandes, D. (1991). Notas sobre os paradigmas da investigação em educação. *Noesis, 18*, 64–66.

Fernandes, F. (2019). *A resolução de tarefas matemáticas em contextos não formais de aprendizagem – um estudo com o 3.º ano de escolaridade* [Tese de doutoramento, Universidade do Minho]. RepositoriUM. https://repositorium.sdum.uminho.pt/handle/1822/61132

Fernandes, F., & Vale, I. (2021). Mathematical tasks outdoor: an experience with primary school students. *INTED2021 Proceedings*, *1*, 9746–9753. https://doi.org/10.21125/inted.2021.2034

Fernandes, F., & Vale, I. (2022). O Trilho Matemático como Estratégia de Ensino e Aprendizagem Promotora de Conexões: Uma Experiência no 1.º Ciclo do Ensino Básico. *Interações*, *18*(62), 145–164. https://doi.org/https://doi.org/10.25755/int.27281

Ferreira, R., Vale, I., & Barbosa, A. (2016). Trilhos matemáticos: um recurso a explorar na formação inicial de professores. In A. P. Canavarro, A. Borralho, J. Brocardo, & L. Santos (Eds.), *Livro de Atas do EIEM 2016, Encontro em Investigação em Educação Matemática* (pp. 355–368). Universidade de Évora. https://www.researchgate.net/publication/335100981

Flores, A. (2015). Formação docente e identidade profissional: tensões e (des)continuidades. *Educação, 38*, 138-146. https://doi.org/10.15448/1981-2582.2015.1.15973

Francisco, L. A. (2022). *As Isometrias fora da sala de aula: a utilização da aplicação MathCityMap numa turma de 6.º ano de escolaridade* [Dissertação de mestrado, Instituto Politécnico de Viana do Castelo]. Repositório Científico IPVC. http://hdl.handle.net/20.500.11960/2708

Goldin, G. A., Hannula, M. S., Di Martino, P., Pantziara, M., Zhang, Q., Morselli, F., Heyd-Metzuyanim, E., Lutovac, S., Kaasila, R., Middleton, J. A., & Jansen, A. (2016). Attitudes, Beliefs, Motivation, and Identity in Mathematics Education. In G. Kaiser (Ed.), *ICME-13 Topical Surveys* (pp. 1–35). SpringerOpen. https://doi.org/10.1007/978-3-319-32811-9_1

Gonçalves, C. B. (2022). *Utilização do MathCityMap num trilho matemático sobre números racionais: um estudo no 6º ano de escolaridade* [Dissertação de Mestrado, Instituto Politécnico de Viana do Castelo]. Repositório Científico IPVC. http://hdl.handle.net/20.500.11960/3185

Hannula, M. S. (2002). Attitude towards mathematics: Emotions, expectations and values. *Educational Studies in Mathematics*, *49*(1), 25–46. https://doi.org/10.1023/A:1016048823497

Infante, M. L., & Canavarro, A. P. (2017). Estratégias usadas pelos alunos para lidar com a generalidade em tarefas de proporcionalidade direta. In C. Pires, D. Lino, I. Madureira, M. Rodrigues, & M. Falcão (Eds.), *Atas do III Encontro de Mestrados em Educação e Ensino da Escola Superior de Educação de Lisboa* (pp. 237–252). CIED.

INE. (2021). *Recenseamento da população e habitação - Censos 2021*. Instituto Nacional de Estatística. https://tabulador.ine.pt/indicador/?id=0011609

Jablonski, J. (2024). Student's verification and elaboration in outdoor mathematics: the role of digital feedback in MathCityMao. Digital Experiences in Mathematics Education, 10, 132-157. https://doi.org/10.1007/s40751-024-00137-w

Kibrislioglu, N. (2015). An Investigation About 6th Grade Students' Attitudes Towards Mathematics. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, *186*, 64–69. https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2015.04.024

Lamon, S. J. (2020). *Teaching fractions and ratios for understanding: essential content knowledge and instructional strategies for teachers*. Routledge, Taylor & Francis Group.

Lannin, J. (2003). Developing algebraic reasoning through generalization. *Mathematics Teaching in the Middle School*, *8*(7), 342–348. https://doi.org/10.5951/MTMS.8.7.0342

Lannin, J. K. (2005). Generalization and Justification: The Challenge of Introducing Algebraic Reasoning Through Patterning Activities. *Mathematical Thinking and Learning*, *7*(3), 231–258. https://doi.org/10.1207/s15327833mtl0703_3

Lekalakala-Mokgele, E. (2010). Facilitation in problem-based learning: Experiencing the locus of control. *Nurse Education Today, 30*(7), 638–642. https://doi.org/10.1016/j.nedt.2009.12.017

Lemmo, A. (2021). A Tool for Comparing Mathematics Tasks from Paper-Based and Digital Environments. *International Journal of Science and Mathematics Education*, *19*(8), 1655–1675. https://doi.org/10.1007/s10763-020-10119-0

Lesh, R., Post, T., & Behr, M. (1988). Proportional reasoning. In M. Behr & J. Hiebert (Eds.), *Number concepts and operations in the middle grades* (Vol. 2, pp. 93–118). National Council of Teachers of Mathematics, Lawrence Erlbaum Associates. https://www.yumpu.com/pt/document/view/34041654/lesh-post-behr-raciocinio-proporcional-pt-pdf

Martínez-Padrón, O. (2008). Actitudes hacia la matemática Sapiens. *Sapiens: Revista Universitaria de Investigación*, *9*(1), 237–256. http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=41011135012

Mazana, M. Y., Montero, C. S., & Casmir, R. O. (2019). Investigating Students' Attitude towards Learning Mathematics. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, *14*(1), 207–231. https://doi.org/10.29333/iejme/3997

McLeod, D. (1992). Research on affect in mathematics education: a reconceptualization. In D. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning: A project of the National Council of Teachers of Mathematics* (pp. 575–596). Macmillan Publishing. http://peterliljedahl.com/wp-content/uploads/Affect-McLeod.pdf

ME-DGE (2017). *Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória*. Editorial do Ministério da Educação e Ciência.

ME-DGE (2018). *Aprendizagens essenciais: Ciências Naturais, 6.º ano, 2.º Ciclo do Ensino Básico*. Ministério da Educação / Direção-Geral da Educação. https://www.dge.mec.pt/sites/default/files/Curriculo/Aprendizagens_Essenciais/2_ciclo/6_ciencias_naturais.pdf

ME-DGE (2021). *Aprendizagens Essenciais: Matemática, 6.º ano, 2.º Ciclo do Ensino Básico*. Ministério da Educação / Direção-Geral da Educação. https://www.dge.mec.pt/sites/default/files/Curriculo/Aprendizagens_Essenciais/2_ciclo/ae_mat_6.o_ano.pdf

Mouhayar, R. El, & Jurdak, M. (2016). Variation of student numerical and figural reasoning approaches by pattern generalization type, strategy use and grade level. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, *47*(2), 197–215. https://doi.org/10.1080/0020739X.2015.1068391

Muhazir, A., & Retnawati, H. (2020). The teachers' obstacles in implementing technology in mathematics learning classes in the digital era. *Journal of Physics: Conference Series, 1511*(1), Article 012022. https://doi.org/10.1088/1742-6596/1511/1/012022

NCTM (2000). *Principles Standards and for School Mathematics*. NCTM.

NCTM (2014). *Principles to actions: ensuring mathematical success for all*. NCTM.

Pedro, I. (2013). *Das sequências à proporcionalidade direta: uma experiência no 6.º ano de escolaridade* [Dissertação de mestrado, Universidade de Lisboa]. Repositório da Universidade de Lisboa. http://hdl.handle.net/10451/10316

Pereira, M., & Saraiva, M. (2010). A escrita simbólica de uma generalização. *Educação e Matemática*, *107*, 28–35. https://em.apm.pt/index.php/em/article/view/1854

Ponte, J. P. (2002a). Ensino da Matemática em Portugal: Uma Prioridade Educativa? *O Ensino Da Matemática: Situação e Perspectivas [Conferência]*, 21–56. https://www.cnedu.pt/content/antigo/files/pub/EnsinoMatematica/5-Conferencia.pdf

Ponte, J. P. (2002b). Investigar a nossa própria prática. In GTI (Ed.), *Refletir e investigar sobre a prática profissional* (pp. 5–28). APM.

Ponte, J. P. (2005). Gestão curricular em Matemática. In GTI (Ed.), *O professor e o desenvolvimento curricular* (pp. 11–34). APM. http://hdl.handle.net/10451/3008

Ponte, J. P. (2006). Estudos de caso em educação matemática. *Bolema, 19*(25), 105–132. https://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/1880

Ponte, J. P. (2014). Tarefas no ensino e na aprendizagem da matemática. In J. P. Ponte (Org.), *Práticas profissionais dos professores de matemática* (pp. 283-312). Instituto de Educação da Universidade de Lisboa.

Ponte, J. P., Branco, N., & Matos, A. (2009). *Álgebra no ensino básico*. DGIDC.

Ponte, J. P., & Quaresma, M. (2011). Abordagem exploratória com representações múltiplas na aprendizagem dos números racionais: um estudo de desenvolvimento curricular. *Quadrante*, *20*(1), 55–81. https://repositorio.ulisboa.pt/bitstream/10451/6562/1/11%20Ponte%2C%20Quaresma%20Quadrante.pdf

Richardson, K. (2004). Designing math trails for the elementary school. *Teaching Children Mathematics*, *11*(1), 8–14. https://doi.org/10.5951/TCM.11.1.0008

Silva, J., & Mamede, E. (2015). Padrões no 2.º ano do Ensino Básico. *Revista de Estudios e Investigación En Psicología y Educación*, *6*, 214–218. https://doi.org/10.17979/reipe.2015.0.06.588

Silva, T. (2024). As Dificuldades de Resolução de Problemas de Razão e Proporção do 7º Ano no Ensino Fundamental. *Revista Científica FESA, 2*(30), 110. https://doi.org/https://doi.org/10.56069/2676-0428.2024.514

Silvestre, A. (2012). *O desenvolvimento do raciocínio proporcional: percursos de aprendizagem de alunos do 6.º ano de escolaridade* [Tese de Doutoramento, Universidade de Lisboa]. Repositório da Universidade de Lisboa. https://repositorio.ulisboa.pt/handle/10451/7533

Stacey, K. (1989). Finding and Using Patterns in Linear Generalising Problems. *Educational Studies in Mathematics*, *20*(2), 147-164.

Stake, R. E. (2009). *A arte da investigação com estudos de caso* (2.ª ed.). Fundação Calouste Gulbenkian.

Stein, M. K., Engle, R. A., Smith, M. S., & Hughes, E. K. (2008). Orchestrating Productive Mathematical Discussions: Five Practices for Helping Teachers Move Beyond Show and Tell. *Mathematical Thinking and Learning*, *10*(4), 313–340. https://doi.org/10.1080/10986060802229675

Stein, M., & Smith, M. (2009). Tarefas matemáticas como quadro para a reflexão. Da investigação à prática. *Educação e Matemática*, *105*, 22–28. https://em.apm.pt/index.php/em/article/view/1809/1850

Ureña, J., Ramírez-Uclés, R., Cañadas, M. C., & Molina, M. (2024). Generalization strategies and representations used by final-year elementary school students. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 55*(1), 23–43. https://doi.org/10.1080/0020739X.2022.2058429

Viegas, C., Guerreiro, A., & Veia, L. (2019). Estratégias matemáticas dos alunos em problemas de valor omisso. *Revista Educação Matemática Em Foco*, *8*(1), 29–54. https://revista.uepb.edu.br/REM/article/view/1203?utm_source=chatgpt.com

Vale, I. (2004). Algumas notas sobre investigação qualitativa em educação matemática: O estudo de caso. *Revista da Escola Superior de Educação de Viana do Castelo, 5*, 171–202.

Vale, I., & Barbosa, A. (2019). Pensamento algébrico: Contributo da visualização na construção da generalização. *Educação Matemática Pesquisa, 21*(3), 398–418. https://doi.org/10.23925/1983-3156.2019vol21i3p398-418

Vale, I., Barbosa, A., Borralho, A., Barbosa, E., Cabrita, I., Fonseca, L., & Pimentel, T. (2011). *Padrões em matemática: Uma proposta didática no âmbito do novo programa para o ensino básico*. Texto Editores.

Warren, E. (2005). Patterns Supporting the Development of Early Algebraic Thinking. In P. Clarkson, A. Downton, & M. Horne (Eds.), *Proceedings of the 28th conference of the mathematics education research group of Australasia* (pp. 759–766). Deakin University Press. https://www.researchgate.net/publication/255616635

Yin, R. K. (2010). *Estudo de caso: Planejamento e métodos* (4.ª ed.). Bookman.

Zarpelon, E., Colombo, J. A. A., & Souto, G. (2022). Trilhas Matemáticas e Metodologias Colaborativas: possíveis conexões. *Boletim GEPEM*, *80*, 61–81. https://doi.org/10.4322/gepem.2022.044

Zarpelon, E., Souto, G., & Colombo, J. (2021). Trilhas Matemáticas por meio do MathCityMap: apontamentos iniciais acerca da proposta piloto em Pato Branco. In *Anais do VIII VIII Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática* (pp. 1321-1333). SBEM. https://www.researchgate.net/publication/358504984

ANEXOS

Anexo 1 – Consentimento

Pedido De Autorização Para Participação Num Estudo

Exmo(a) Sr.(a) Encarregado(a) de Educação,

Eu, Mariana de Abreu Correia, professora estagiária na disciplina de Matemática do seu educando, sou estudante no mestrado em Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico e de Matemática e Ciências Naturais no 2.º Ciclo do Ensino Básico, na Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Viana do Castelo. No âmbito de um estudo a desenvolver no contexto do estágio, com o objetivo de compreender o modo como alunos do 6.º ano de escolaridade resolvem tarefas sobre Regularidades em sequências e Proporcionalidade direta num trilho matemático, venho, por este meio, solicitar a sua autorização para a participação do seu educando, reforçando que será benéfica para o desenvolvimento cognitivo e desempenho académico do aluno.

O estudo decorrerá ao longo do 3.º período, entre 6 e 30 de maio, nas aulas de Matemática, e englobará a realização de um **questionário** e de uma **entrevista**, a resolução de **tarefas** propostas em sala de aula e a captação de **registos fotográficos e de áudio** dos trabalhos desenvolvidos. Posteriormente, os dados recolhidos serão analisados e utilizados na elaboração do meu relatório de estágio, para serem divulgados a nível académico, ou seja, os dados recolhidos serão apenas utilizados para efeitos desta investigação. No futuro, caso queira consultar os resultados do estudo, deverá contactar o seguinte e-mail: correiamariana@ipvc.pt .

Perante este pedido, salienta-se que a colaboração neste estudo é opcional e voluntária, não influenciando o percurso escolar do educando nem existindo riscos associados à sua participação. Ademais, garante-se a manutenção total da **privacidade, anonimato e confidencialidade** dos dados relativos ao aluno, não sendo utilizados quaisquer dados que possam conduzir à sua identificação, nomeadamente, nomes ou imagens. Caso ocorra alguma alteração no protocolo de pesquisa, o encarregado de educação será atempadamente informado.

Por fim, destaca-se que o consentimento pode ser retirado em qualquer momento da investigação (**desistência**), não resultando em qualquer represália para o aluno. Em caso de dúvidas ou de querer, futuramente, que o seu educando desista de participar na investigação, deverá declarar esta intenção usando o e-mail anteriormente fornecido.

Agradecendo a colaboração de V. Exa., solicito que assine a declaração abaixo, devendo depois destacá-la e devolvê-la.

Com as mais cordiais saudações.

Viana do Castelo, 24 de fevereiro de 2025

A professora estagiária



(Mariana de Abreu Correia)

Eu,_____, Encarregado(a) de Educação do aluno(a) _____, nº_____, da turma _____ do _____.º ano, li e compreendi este documento e declaro que **autorizo / não autorizo** *(riscar o que não interessa)* a participação do meu educando na investigação.

_____

(Assinatura do Encarregado de Educação)

Data: ____ / ____ / _____

Anexo 2 – Guião da entrevista semiestruturada

Objetivo: Compreender as atitudes, estratégias, dificuldades e preferências dos alunos em relação a cada trilho.

Destinatário: Grupo-caso

Formato: Entrevista a cada grupo (3 alunos)

Duração prevista: 15-30 minutos

1. **Como foi, para vocês, participar nos dois trilhos – o trilho tradicional, em papel e lápis, e o trilho digital, no MathCityMap?**
2. **Qual dos dois trilhos gostaram mais de fazer?**

   Porquê?
3. **Sentiram-se mais à vontade com algum dos trilhos?**

   Porquê?
4. **Em qual dos dois se sentiram mais motivados para resolver as tarefas?**
5. **Qual dos dois trilhos vos pareceu mais difícil?**

   Porquê? Pelas tarefas ou pela forma como foram apresentadas?
6. Como diferenciam os dois trilhos? Devem referir pelo menos uma vantagem e uma dificuldade/desafio.
7. **Tiveram alguma tarefa em que se sentiram bloqueados?**

   Como fizeram para ultrapassar as dificuldades?
8. **Gostaram das tarefas matemáticas que vos foram apresentadas ao longo do trilho tradicional? E do trilho digital?**

   Não (Porquê?)

   Sim (Gostaram mais de alguma(s) em especial? Se sim, qual ou quais? Porquê?)
9. **As tarefas eram difíceis?**

   Não

   Sim / Algumas (Quais e porquê?)

   Por que dizem que sentiram dificuldade?

   (Não sabiam que conteúdos deviam aplicar?

   Ainda não tinham os conhecimentos suficientes para as fazer?

Tinham dificuldade em arranjar uma estratégia para resolver?)

10. **Gostariam de referir alguma situação que vos tenha marcado no trilho tradicional? E no trilho digital?**

    Não

    Sim (Qual ou quais? Porquê?)

11. **Há mais alguma coisa que queiram dizer sobre a realização dos trilhos? Alguma sugestão?**

Trilho tradicional:

12. **Na tarefa "O desenho do mural", como determinaram que o valor em falta (x) era 7 e 14 para cada um dos casos?**

    Tentativa-erro?

13. **Na tarefa "As mesas do bar (Parte 2)", o que querem dizer com «A razão entre a área total e a área do retângulo maior é de 2,3 em relação ao total?"**

14. **Na tarefa "O jogo da macaca (Parte 2)", vocês determinaram que o termo geral é n^2 ou n*n. Quantas pedras existirá na posição n?**

    Por que razão colocaram "n pedras" na resposta final?

        Foi distração?

        Falta de compreensão?

Trilho digital:

15. **Na tarefa "A malha quadrangular (Parte 1)", o que pretendiam fazer com este cálculo (Área do quadrado = 9 cm – 2025 cm)?**

    De onde surgiram estes valores?

        Se estamos a falar de áreas, podemos estar a utilizar valores cuja unidade de medida está em centímetros?

16. **Na tarefa "A malha quadrangular (Parte 2), como determinaram a medida do lado da malha quadrangular – 360 cm?**

    Esqueceram-se de colocar a resposta final. Qual é a vossa resposta?

17. **Na tarefa "A sala 14", assumiram que a sala era um quadrado?**

    Ou mediram ambos os lados?

    Por que fizeram este esquema? Qual era o objetivo?

18. **Na tarefa "As floreiras", vocês escreveram "cm^2", mas apagaram. Qual era a unidade de medida em falta?**
19. **Na tarefa "Os retângulos do bebedouro", reconheceram um padrão na altura do retângulo. E no comprimento/base do retângulo?**

    Começaram a medir partir do 3.º retângulo, viram se a regularidade acontecia no 1.º e no 2.º retângulo?

    Por que não registaram?

    Qual foi o objetivo desta subtração → 2750 – 1716 = 1034 ?

Anexo 3 – Questionário

Questionário

Este questionário insere-se num trabalho de investigação no âmbito do Curso de Mestrado em Ensino do 1.º CEB e de Matemática e Ciências Naturais no 2.º CEB, da Escola Superior de Educação, do Instituto Politécnico de Viana do Castelo. Tem como objetivo recolher dados sobre a tua opinião acerca dos trilhos matemáticos realizados durante as aulas - o trilho tradicional, em papel e lápis, e o trilho digital, com o MathCityMap.

A tua colaboração é importante para a concretização deste trabalho. Agradeço que respondas, individualmente, a todas as questões. O questionário é anónimo e as respostas são confidenciais.

PARTE I – CARATERIZAÇÃO PESSOAL

1. **Idade:** _____ anos

2. **Sexo:**
   - ◯ Masculino
   - ◯ Feminino

3. **Qual é (ou quais são) a(s) tua(s) disciplina(s) preferida(s)?**
   - ◯ Português
   - ◯ Matemática
   - ◯ Ciências Naturais
   - ◯ História e Geografia de Portugal
   - ◯ Educação Tecnológica
   - ◯ Educação Visual
   - ◯ Educação Física
   - ◯ Educação Musical
   - ◯ Inglês
   - ◯ Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC)
   - ◯ Outra: _____

4. **Como caracterizas o teu gosto pela Matemática?**
   - ◯ Gosto muito
   - ◯ Gosto
   - ◯ Não gosto nem desgosto
   - ◯ Não gosto
   - ◯ Detesto

1

5. **O que mais gostas de fazer nas aulas de Matemática?**

_____

_____

Porquê?

_____

_____

6. **O que menos gostas de fazer nas aulas de Matemática?**

_____

_____

Porquê?

_____

_____

7. **Como preferes realizar as tarefas que te são apresentadas nas aulas de Matemática?**

- ◯ Sozinho
- ◯ Com um ou mais colegas
- ◯ Com o(a) professor(a)
- ◯ Outra: _____

8. **Gostas de trabalhar em grupo?**

- ◯ Gosto muito
- ◯ Gosto
- ◯ É indiferente
- ◯ Prefiro trabalhar sozinho

9. **Os conteúdos de Matemática são úteis para o teu dia a dia fora da escola?**

- ◯ Sim
- ◯ Não (Avança para a questão 11)

Se respondeste **sim**, em que situações podem ser úteis?

_____

_____

_____

_____

PARTE II – TRILHO MATEMÁTICO TRADICIONAL, EM PAPEL E LÁPIS

10. Gostaste de resolver o trilho matemático tradicional, em papel e lápis?

- ◯ Gostei muito
- ◯ Gostei
- ◯ Não gostei nem desgostei
- ◯ Não gostei
- ◯ Detestei

Porquê?

_____

_____

11. Achaste este trilho difícil de resolver?

- ◯ Muito difícil
- ◯ Difícil
- ◯ Um pouco difícil
- ◯ Nada difícil

Porquê?

_____

_____

12. Relativamente ao <u>trilho tradicional, em papel e lápis</u>, indica o teu grau de concordância para cada uma das afirmações. Para isso, usa a seguinte escala:

1 – Nunca | 2 – Raramente | 3 – Às vezes | 4 – Frequentemente | 5 – Sempre.

a) Consegui perceber bem o que cada tarefa deste trilho pedia.

1	2	3	4	5
☐	☐	☐	☐	☐

b) Consegui selecionar as informações importantes para resolver cada tarefa do trilho.

1	2	3	4	5
☐	☐	☐	☐	☐

c) Consegui decidir facilmente que estratégias ou representações matemáticas usar na resolução de cada tarefa.

1	2	3	4	5
☐	☐	☐	☐	☐

3

d) Consegui identificar uma relação entre as tarefas e os conteúdos matemáticos que já aprendi nas aulas.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐

e) O meu grupo partilhou os resultados de forma clara, na folha de registo.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐

f) Tive dificuldade em trabalhar com o meu grupo.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐

g) Senti-me confiante nas minhas capacidades para resolver as tarefas.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐

h) Senti-me ansioso ou nervoso ao realizar as tarefas.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐

i) Desisti de realizar as tarefas sempre que tive dúvidas.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐

j) Mesmo quando tive dificuldades, continuei a tentar resolver.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐

k) Tive vontade e interesse em resolver as tarefas deste trilho.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐

l) Percebi com este trilho que a matemática pode ser útil no dia a dia.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐

4

m) Este trilho matemático contribuiu para que gostasse mais da disciplina de Matemática.

1	2	3	4	5
☐	☐	☐	☐	☐

PARTE III – TRILHO MATEMÁTICO DIGITAL, COM O MATHCITYMAP

13. Gostaste de resolver o trilho matemático digital, com o MathCityMap?

- ◯ Gostei muito
- ◯ Gostei
- ◯ Não gostei nem desgostei
- ◯ Não gostei
- ◯ Detestei

Porquê?

_____

_____

14. Achaste este trilho difícil de resolver?

- ◯ Muito difícil
- ◯ Difícil
- ◯ Um pouco difícil
- ◯ Nada difícil

Porquê?

_____

_____

15. Já tinhas utilizado a aplicação MathCityMap?

- ◯ Sim
- ◯ Não

16. Relativamente ao <u>trilho digital, no MathCityMap</u>, indica o teu grau de concordância para cada uma das afirmações. Para isso, usa a seguinte escala:

1 – Nunca | 2 – Raramente | 3 – Às vezes | 4 – Frequentemente | 5 – Sempre.

a) Consegui perceber bem o que cada tarefa deste trilho pedia.

1	2	3	4	5
☐	☐	☐	☐	☐

5

b) Consegui selecionar as informações importantes para resolver cada tarefa do trilho.

1	2	3	4	5
☐	☐	☐	☐	☐

c) Consegui decidir facilmente que estratégias ou representações matemáticas usar na resolução de cada tarefa.

1	2	3	4	5
☐	☐	☐	☐	☐

d) Consegui identificar uma relação entre as tarefas e os conteúdos matemáticos que já aprendi.

1	2	3	4	5
☐	☐	☐	☐	☐

e) O meu grupo partilhou os resultados de forma clara, na folha de registo.

1	2	3	4	5
☐	☐	☐	☐	☐

f) Tive dificuldade em trabalhar com o meu grupo.

1	2	3	4	5
☐	☐	☐	☐	☐

g) Senti-me confiante nas minhas capacidades para resolver as tarefas.

1	2	3	4	5
☐	☐	☐	☐	☐

h) Senti-me ansioso ou nervoso ao realizar as tarefas.

1	2	3	4	5
☐	☐	☐	☐	☐

i) Desisti de realizar as tarefas sempre que tive dúvidas.

1	2	3	4	5
☐	☐	☐	☐	☐

j) Mesmo quando tive dificuldades, continuei a tentar resolver.

1	2	3	4	5
☐	☐	☐	☐	☐

k) Tive vontade e interesse em resolver as tarefas deste trilho.

1	2	3	4	5
☐	☐	☐	☐	☐

l) Percebi com este trilho que a matemática pode ser útil no dia a dia.

1	2	3	4	5
☐	☐	☐	☐	☐

m) Este trilho matemático contribuiu para que gostasse mais da disciplina de Matemática.

1	2	3	4	5
☐	☐	☐	☐	☐

n) Senti dificuldade na utilização da aplicação MathCityMap.

1	2	3	4	5
☐	☐	☐	☐	☐

o) Senti-me motivado com a utilização de um dispositivo móvel (tablet).

1	2	3	4	5
☐	☐	☐	☐	☐

p) Necessitei das "Sugestões" para resolver as tarefas deste trilho.

1	2	3	4	5
☐	☐	☐	☐	☐

q) As sugestões foram úteis para resolver as tarefas.

1	2	3	4	5
☐	☐	☐	☐	☐

PARTE IV – COMPARAÇÃO, PREFERÊNCIA E OPINIÃO GERAL

17. Já tinhas realizado algum trilho matemático?

- ◯ Sim
- ◯ Não

18. Se tivesses de eleger um dos trilhos matemáticos que fizeste, qual escolherias?

- ◯ Trilho tradicional, em papel e lápis
- ◯ Trilho digital, com o MathCityMap
- ◯ Ambos
- ◯ Nenhum

7

Porquê?

_____

_____

19. **Quais foram os sentimentos que tiveste durante a realização dos trilhos?**
(Podes assinalar mais do que um)

- ☐ Diversão
- ☐ Ansiedade
- ☐ Curiosidade
- ☐ Confiança
- ☐ Vergonha
- ☐ Cansaço
- ☐ Desmotivação
- ☐ Interesse
- ☐ Outro(s): _____

20. **Voltarias a realizar um trilho matemático?**

- ☐ Sim, com certeza
- ☐ Não
- ☐ Talvez

21. **Lê a seguinte afirmação: "A realização dos trilhos matemáticos ajudou-me a compreender melhor os conteúdos sobre <u>Regularidades em sequências</u>".**

- ☐ Concordo
- ☐ Não concordo nem discordo
- ☐ Discordo

Porquê?

_____

_____

22. **Lê a seguinte afirmação: "A realização dos trilhos matemáticos ajudou-me a compreender melhor os conteúdos sobre <u>Proporcionalidade direta</u>".**

- ☐ Concordo
- ☐ Não concordo nem discordo
- ☐ Discordo

Porquê?

_____

_____

8

23. **Identificaste alguma diferença na realização dos dois trilhos?**

- ◯ Sim
- ◯ Não (Avança para a questão 24)

Se respondeste **sim**, quais foram as diferenças detetadas?

_____

_____

_____

_____

24. **Se pudesses mudar alguma coisa nos trilhos matemáticos realizados, o que mudavas?**

_____

_____

Porquê?

_____

_____

25. **Achas que as tarefas presentes nos trilhos matemáticos que realizaste eram diferentes das tarefas que costumas realizar em sala de aula?**

- ◯ Sim
- ◯ Não

Porquê?

_____

_____

26. **O que achas de haver mais aulas fora da sala de aula?**

_____

_____

_____

_____

O questionário terminou. Muito obrigada pela tua colaboração! 😊

Anexo 4 – Folha de registo do trilho matemático em papel e lápis



TRILHO MATEMÁTICO SOBRE REGULARIDADES EM SEQUÊNCIAS E PROPORCIONALIDADE DIRETA



Neste trilho matemático, localizado na [redacted], vais encontrar um conjunto de tarefas sobre Regularidades em sequências e Proporcionalidade direta. Destina-se ao 6.º ano de escolaridade e envolve, essencialmente, Álgebra (sequências de crescimento e proporcionalidade direta) e Geometria (áreas).

Grupo n.º _____

Nome dos elementos: _____

_____

Viana do Castelo, ___ / 05 / 2025



O DESENHO DO MURAL

De modo a desenvolver técnicas de desenho, o professor de Educação Visual pediu à turma que desenhasse o mural da escola numa folha de papel A4. Para isso, o mural deverá ser representado segundo a escala 1 : 30 (ou seja, 1 cm no desenho corresponderá a 30 cm na realidade). Quais deverão ser as medidas de comprimento e de largura do modelo a desenhar na folha? Apresenta os resultados em centímetros (cm).

1.ª etapa - Registo de dados

(Que dados recolheram? / Que medições fizeram?)

2.ª etapa – Resolução da tarefa

(Mostrem todos os cálculos que efetuarem. Expliquem sempre o vosso raciocínio!)

3.ª etapa – Resposta final

R.: _____



OS CABEÇUDOS

Na entrada do edifício, encontras um conjunto de cabeçudos. Observa o cabeçudo com o chapéu: se quisesses desenhar esse cabeçudo segundo a escala 1 : 3 (ou seja, 1 cm no desenho corresponderá a 3 cm na realidade), qual seria a sua altura no desenho (sem considerar o pedestal)? Apresenta o resultado em centímetros (cm), arredondado às décimas.

1.ª etapa - Registo de dados

(Que dados recolheram? / Que medições fizeram?)

2.ª etapa – Resolução da tarefa

(Mostrem todos os cálculos que efetuarem. Expliquem sempre o vosso raciocínio!)

3.ª etapa – Resposta final

R.: _____



AS MESAS DO BAR (PARTE 1)

Durante a hora do lanche, os alunos do 6.ºB decidiram sentar-se no bar da escola. Nesse local, repararam que as mesas estavam organizadas em grupos de três e decidiram investigar qual seria a área total da superfície formada. Apresenta o resultado em centímetros quadrados (cm^2).

1.ª etapa - Registo de dados

(Que dados recolheram? / Que medições fizeram?)

2.ª etapa – Resolução da tarefa

(Mostrem todos os cálculos que efetuarem. Expliquem sempre o vosso raciocínio!)

3.ª etapa – Resposta final

R.: _____



AS MESAS DO BAR (PARTE 2)

Calcula a razão entre a área total da superfície da mesa e a área da mesa retangular e explica o seu significado neste contexto. Apresenta o resultado arredondado às décimas.

1.ª etapa - Registo de dados

(Que dados recolheram? / Que medições fizeram?)

2.ª etapa – Resolução da tarefa

(Mostrem todos os cálculos que efetuarem. Expliquem sempre o vosso raciocínio!)

3.ª etapa – Resposta final

R.: _____

_____



AS VOGAIS

No quadro de cortiça perto da sala 15 encontras um cartaz com a frase: "Pequenos gestos ... Recicle!". Calcula a razão entre o número de vogais e o número total de letras e explica o seu significado neste contexto. Escreve a resposta na forma de percentagem, arredondada às unidades.

1.ª etapa - Registo de dados

(Que dados recolheram? / Que medições fizeram?)

2.ª etapa – Resolução da tarefa

(Mostrem todos os cálculos que efetuarem. Expliquem sempre o vosso raciocínio!)

3.ª etapa – Resposta final

R.: _____

_____



OS CACIFOS

Perto da papelaria, existe um conjunto de cacifos (foca-te apenas nos cacifos que estão em frente à papelaria). Cada cacifo tem um número que o identifica. Determina a razão entre os números múltiplos de 3 e o número total de cacifos. Apresenta o resultado na forma de fração irredutível.

1.ª etapa - Registo de dados

(Que dados recolheram? / Que medições fizeram?)

2.ª etapa – Resolução da tarefa

(Mostrem todos os cálculos que efetuarem. Expliquem sempre o vosso raciocínio!)

3.ª etapa – Resposta final

R.: _____



VAMOS CONTAR QUADRADOS!

Na biblioteca da escola podes observar um tabuleiro de xadrez, com quadrados brancos e pretos. Conta o número total de quadrados de diferentes dimensões.

1.ª etapa - Registo de dados

(Que dados recolheram? / Que medições fizeram?)

2.ª etapa – Resolução da tarefa

(Mostrem todos os cálculos que efetuarem. Expliquem sempre o vosso raciocínio!)

3.ª etapa – Resposta final

R.: _____



O JOGO DA MACACA (PARTE 1)

No recreio, encontras o jogo da macaca pintado no chão. Se colocares uma pedra na primeira posição do jogo, quatro pedras na segunda posição, nove na terceira e dezasseis na quarta posição, quantas pedras terá a última posição, de modo a manter a sequência?

1.ª etapa - Registo de dados

(Que dados recolheram? / Que medições fizeram?)

2.ª etapa – Resolução da tarefa

(Mostrem todos os cálculos que efetuarem. Expliquem sempre o vosso raciocínio!)

3.ª etapa – Resposta final

R.: _____



O JOGO DA MACACA (PARTE 2)

Se o jogo tivesse mais posições, quantas pedras teria a posição n?

1.ª etapa – Resolução da tarefa

(Mostrem todos os cálculos que efetuarem. Expliquem sempre o vosso raciocínio!)

2.ª etapa – Resposta final

R.: _____

Anexo 5 – Folha de registo do trilho matemático com o MCM

MathCityMap

TRILHO MATEMÁTICO SOBRE REGULARIDADES EM SEQUÊNCIAS E PROPORCIONALIDADE DIRETA



CÓDIGO : 7 9 2 7 2 7 9

Neste trilho matemático, localizado na E[redacted], vais encontrar um conjunto de tarefas sobre Regularidades em sequências e Proporcionalidade direta. Destina-se ao 6.º ano de escolaridade e envolve, essencialmente, Álgebra (sequências de crescimento e proporcionalidade direta) e Geometria (volumes e áreas).

Grupo n.º _____

Nome dos elementos: _____

_____

Viana do Castelo, ___ / 05 / 2025



O MURAL DA ESCOLA

A diretora da escola quer ampliar o mural e colocá-lo numa das paredes exteriores da escola. Ela sabe que quer um mural com 30 azulejos de altura, mas não sabe quantos azulejos precisa para a base, de modo a manter a proporção. Ajudem a diretora da escola a descobrir quantos azulejos necessita para a base do mural.

1.ª etapa - Registo de dados

(Que dados recolheram? / Que medições fizeram?)

2.ª etapa – Resolução da tarefa

(Mostrem todos os cálculos que efetuarem. Expliquem sempre o vosso raciocínio!)

3.ª etapa – Resposta final

R.: _____



A MALHA QUADRANGULAR (PARTE 1)

Como a escola está em obras, a malha quadrangular com quadrados brancos e pretos, que se encontrava pintada no chão em frente à escola, foi destruída. Por esse motivo, o 6.ºB decidiu reconstruí-la nesse local, tendo por base o tabuleiro de xadrez que se encontra na biblioteca. Se a escala utilizada for 1 : 15 (ou seja, 1 cm no desenho corresponde a 15 cm na realidade), qual deverá ser a medida do lado de cada quadrado que compõe a malha quadrangular? Apresenta o resultado em centímetros (cm).

Nota: Sempre que realizares medições, utiliza o valor arredondado às unidades.

1.ª etapa - Registo de dados

(Que dados recolheram? / Que medições fizeram?)

2.ª etapa – Resolução da tarefa

(Mostrem todos os cálculos que efetuarem. Expliquem sempre o vosso raciocínio!)

3.ª etapa – Resposta final

R.: _____



A MALHA QUADRANGULAR (PARTE 2)

Após a pintura, qual será a área ocupada pela malha quadrangular? Apresenta o resultado em decímetros quadrados (dm^2).

1.ª etapa - Registo de dados

(Que dados recolheram? / Que medições fizeram?)

2.ª etapa – Resolução da tarefa

(Mostrem todos os cálculos que efetuarem. Expliquem sempre o vosso raciocínio!)

3.ª etapa – Resposta final

R.: _____



A SALA 14

Ao lado da sala 14 encontras a planta do segundo piso. Sabendo que a planta foi construída segundo a escala 1 : 200 (ou seja, 1 cm no desenho corresponde a 200 cm na realidade), calcula a área real da sala 14. Apresenta o resultado em metros quadrados (m^2).

1.ª etapa - Registo de dados

(Que dados recolheram? / Que medições fizeram?)

2.ª etapa – Resolução da tarefa

(Mostrem todos os cálculos que efetuarem. Expliquem sempre o vosso raciocínio!)

3.ª etapa – Resposta final

R.: _____



25 DE ABRIL

Em 2024, celebramos 50 anos de democracia. A tua escola tem um cartaz a homenagear a data perto da sala 21. Observa esse cartaz e indica a razão entre o número de algarismos e o número de letras. Submete a resposta na forma de percentagem, arredondada às unidades.

1.ª etapa - Registo de dados

(Que dados recolheram? / Que medições fizeram?)

2.ª etapa – Resolução da tarefa

(Mostrem todos os cálculos que efetuarem. Expliquem sempre o vosso raciocínio!)

3.ª etapa – Resposta final

R.: _____



AS FLOREIRAS

Perto dos cabeçudos, existem três floreiras, sendo que a do meio é branca e as restantes são verdes. Determina, sob a forma de dízima, a razão entre o volume da floreira verde e o volume da floreira branca.

Nota: Não consideres os pés das floreiras na medição.

1.ª etapa - Registo de dados

(Que dados recolheram? / Que medições fizeram?)

2.ª etapa – Resolução da tarefa

(Mostrem todos os cálculos que efetuarem. Expliquem sempre o vosso raciocínio!)

3.ª etapa – Resposta final

R.: _____



RETÂNGULO DE OURO

Na entrada do edifício, encontras uma pedra alusiva ao 25 de abril. Descobre se essa pedra é um retângulo de ouro. (Um retângulo é de ouro se a razão entre o comprimento e a largura for aproximadamente 1,618; o número de ouro é aproximadamente 1,618).

1.ª etapa - Registo de dados

(Que dados recolheram? / Que medições fizeram?)

2.ª etapa – Resolução da tarefa

(Mostrem todos os cálculos que efetuarem. Expliquem sempre o vosso raciocínio!)

3.ª etapa – Resposta final

R.: _____



OS RETÂNGULOS DO BEBEDOURO

Durante o trilho matemático, ficaste com sede. Por isso, foste até ao bebedouro do recreio da escola. Nele encontraste um conjunto de retângulos organizados segundo uma determinada regra. Se a sequência de crescimento continuar, qual será a área do 6.º retângulo em centímetros quadrados (cm^2)?

1.ª etapa - Registo de dados

(Que dados recolheram? / Que medições fizeram?)

2.ª etapa – Resolução da tarefa

(Mostrem todos os cálculos que efetuarem. Expliquem sempre o vosso raciocínio!)

3.ª etapa – Resposta final

R.: _____

Anexo 6 – Grelha de observação de atitudes demonstradas pelos alunos

Categorias	Indicadores	Dados/inferências
Dimensão afetiva	**Positivos:** - Gosto declarado pela matemática - Interesse e entusiasmo pelas tarefas - Satisfação e prazer ao resolver problemas **Negativos:** - Desgosto, desinteresse pela tarefa - Ansiedade, medo - Frustração, rejeição perante tarefas matemáticas	
Dimensão comportamental	**Positivos:** - Perseverança e empenho nas tarefas - Abertura a novas experiências - Flexibilidade de pensamento e diversidade de estratégias - Persistência perante as dificuldades	

	Negativos: - Desistência rápida - Falta de empenho e esforço - Resistência a novas experiências - Rigidez de pensamento, pouca tolerância à frustração	
Dimensão cognitiva	**Positivos:** - Crenças de utilidade da matemática - Matemática vista como compreensível, desafiante, mas acessível - Valor reconhecido da matemática para a vida **Negativos:** - Matemática considerada inútil, irrelevante - Matemática vista como excessivamente difícil, abstrata ou inacessível - Baixa valorização social do saber matemático	

Título da tarefa	Tema(s), tópico(s) e/ou subtópico(s)	Objetivo(s)	Nível de exigência cognitiva
O desenho do mural	Tema: Álgebra Tópico: Proporcionalidade direta Subtópico: Razão e proporção	- Reconhecer a fração como representação de uma razão entre duas partes de um mesmo todo. - Determinar uma quantidade, dada uma outra que lhe é proporcional e conhecida a razão de proporcionalidade.	Exigência baixa (procedimento sem conexões)
Os cabeçudos	Tema: Álgebra Tópico: Proporcionalidade direta Subtópico: Razão e proporção	- Reconhecer a fração como representação de uma razão entre duas partes de um mesmo todo. - Determinar uma quantidade, dada uma outra que lhe é proporcional e conhecida a razão de proporcionalidade.	Exigência baixa (procedimento sem conexões)
As mesas do bar	Tema: Álgebra Tópico: Proporcionalidade direta Subtópico: Razão Tema: Geometria e medida Tópico: Figuras planas Subtópico: Áreas	- Reconhecer a fração como representação de uma razão entre duas partes de um mesmo todo. - Calcular a área de um retângulo. - Calcular a área de um triângulo. - Decompor figuras planas.	Exigência alta (procedimento com conexões)
As vogais	Tema: Álgebra Tópico: Proporcionalidade direta Subtópico: Razão Tema: Números Tópico: Frações, decimais e percentagens	- Reconhecer a fração como representação de uma razão entre duas partes de um mesmo todo. - Estabelecer relações entre frações, decimais e percentagens, no contexto da resolução de problemas.	Exigência baixa (procedimento sem conexões)

	Subtópico: Comparação e ordenação		
Os cacifos	Tema: Álgebra Tópico: Proporcionalidade direta Subtópico: Razão Tema: Números Tópico: Números naturais Subtópico: Múltiplos	- Reconhecer a fração como representação de uma razão entre duas partes de um mesmo todo. - Identificar múltiplos de um número.	Exigência alta (procedimento com conexões)
Vamos contar quadrados!	Tema: Álgebra Tópico: Regularidades em sequências Subtópico: Leis de formação	- Reconhecer relações, entre termos consecutivos de uma sequência numérica ou entre termos e as respetivas ordens, e formular conjeturas quanto a leis de formação das sequências. - Identificar e descrever em linguagem natural ou simbólica uma possível lei de formação para uma dada sequência. -Resolver problemas que envolvam regularidades.	Fazer Matemática
O jogo da macaca	Tema: Álgebra Tópico: Regularidades em sequências Subtópico: Leis de formação	- Reconhecer relações, entre termos consecutivos de uma sequência numérica ou entre termos e as respetivas ordens, e formular conjeturas quanto a leis de formação das sequências. - Identificar e descrever em linguagem natural ou simbólica uma possível lei de formação para uma dada sequência. -Resolver problemas que envolvam regularidades.	Exigência alta (procedimento com conexões)

4 tarefas de exigência cognitiva alta e 3 tarefas de exigência cognitiva baixa

Anexo 8 - Síntese das tarefas do trilho matemático com o MCM

Título da tarefa	Tema(s), tópico(s) e/ou subtópico(s)	Objetivo(s)	Nível de exigência cognitiva	Tipo de tarefa
O mural da escola	Tema: Álgebra Tópico: Proporcionalidade direta Subtópico: Razão e proporção	- Reconhecer a fração como representação de uma razão entre duas partes de um mesmo todo. - Determinar uma quantidade, dada uma outra que lhe é proporcional e conhecida a razão de proporcionalidade.	Exigência baixa (procedimento sem conexões)	Valor exato
A malha quadrangular	Tema: Álgebra Tópico: Proporcionalidade direta Subtópico: Razão e proporção Tema: Geometria e medida Tópico: Figuras planas Subtópico: Áreas	- Reconhecer a fração como representação de uma razão entre duas partes de um mesmo todo. - Determinar uma quantidade, dada uma outra que lhe é proporcional e conhecida a razão de proporcionalidade. - Calcular a área de um quadrado.	Exigência alta (procedimento com conexões)	Intervalo
A sala 14	Tema: Álgebra Tópico: Proporcionalidade direta Subtópico: Razão e proporção Tema: Geometria e medida Tópico: Figuras planas Subtópico: Áreas	- Reconhecer a fração como representação de uma razão entre duas partes de um mesmo todo. - Determinar uma quantidade, dada uma outra que lhe é proporcional e conhecida a razão de proporcionalidade. - Calcular a área de um quadrado.	Exigência alta (procedimento com conexões)	Intervalo
25 de abril	Tema: Álgebra Tópico: Proporcionalidade direta Subtópico: Razão Tema: Números	- Reconhecer a fração como representação de uma razão entre duas partes de um mesmo todo. - Estabelecer relações entre frações, decimais e percentagens, no contexto da resolução de problemas.	Exigência baixa (procedimento sem conexões)	Valor exato

	Tópico: Frações, decimais e percentagens Subtópico: Comparação e ordenação			
As floreiras	Tema: Álgebra Tópico: Proporcionalidade direta Subtópico: Razão Tema: Geometria e medida Tópico: Figuras no espaço Subtópico: Volume do paralelepípedo	- Reconhecer a fração como representação de uma razão entre duas partes de um mesmo todo. - Interpretar e modelar situações que envolvam volumes de paralelepípedos e resolver problemas associados.	Exigência alta (procedimento com conexões)	Intervalo
Retângulo de ouro	Tema: Álgebra Tópico: Proporcionalidade direta Subtópico: Razão	- Reconhecer a fração como representação de uma razão entre duas partes de um mesmo todo.	Exigência baixa (procedimento sem conexões)	Escolha múltipla
Os retângulos do bebedouro	Tema: Álgebra Tópico: Regularidades em sequências Subtópico: Leis de formação Tema: Geometria e medida Tópico: Figuras planas Subtópico: Áreas	- Reconhecer relações, entre termos consecutivos de uma sequência numérica ou entre termos e as respetivas ordens, e formular conjeturas quanto a leis de formação das sequências. - Identificar e descrever em linguagem natural ou simbólica uma possível lei de formação para uma dada sequência. -Resolver problemas que envolvam regularidades. - Calcular a área de um retângulo.	Exigência alta (procedimento com conexões)	Intervalo

4 tarefas de exigência cognitiva alta e 3 tarefas de exigência cognitiva baixa